

NHÓM L^AT_EX

FB: <https://www.facebook.com/groups/NhomLaTeX>

343 bài toán vận dụng



Fanpage: <https://www.facebook.com/NhomLaTeX>

KHẢO SÁT HÀM SỐ

Ngày 14 tháng 6 năm 2017

Mở đầu

Kính chào các Thầy/Cô và các bạn học sinh!

Trên tay các Thầy/Cô đang là một trong những tài liệu môn Toán được soạn thảo theo chuẩn $\text{\LaTeX}$ với cấu trúc gói đề thi trắc nghiệm là `dethi` của tác giả PGS. TS. Nguyễn Hữu Diễn, Đại học Khoa Học Tự Nhiên Hà Nội.

Website: <https://nhdien.wordpress.com/>. Gói lệnh `dethi.sty`

Nhóm thực hiện: *Nhóm $\text{\LaTeX}$*

Lời cảm ơn

Xin chân thành cảm ơn các nhóm facebook, các trang web và các cá nhân đóng góp vào kho đề Nhóm $\text{\LaTeX}$. Đặc biệt cảm ơn:

1. Trang <http://viettex.vn/> của thầy PGS. TS. Nguyễn Hữu Diễn;
2. Nhóm *Đề thi trắc nghiệm bằng $\text{\LaTeX}$* của thầy Trần Anh Tuấn – ĐH Thương Mại;
3. Trang *Toán học Bắc Trung Nam* của thầy Trần Quốc Nghĩa.
4. Thầy Võ Quang Mẫn, Cao Đình Tới cung cấp một số đề trong dự án này.

TP. Hồ Chí Minh, Ngày 14 tháng 6 năm 2017

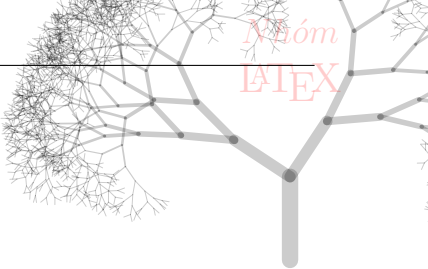
Thay mặt nhóm biên soạn

Phan Thanh Tâm



Mục lục

1	Khảo sát hàm số và các bài toán liên quan	5
1.1	Phần đề thi	5
1.1.1	Các câu vận dụng thấp	5
1.1.2	Các câu vận dụng cao	32
1.2	Phần hướng dẫn giải	40
1.2.1	Các câu vận dụng thấp	40
1.2.2	Các câu vận dụng cao	104



Chương 1

Khảo sát hàm số và các bài toán liên quan

1.1 Phần đề thi

1.1.1 Các câu vận dụng thấp

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3m^2x^2 + m^3$ có đồ thị (C) . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ song song với đường thẳng $d : y = -3x$.

- ☐ A $m = 1$.
☐ B $m = -1$.
☐ C $\begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$.
☐ D Không có giá trị của m .

Câu 2. Giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m + 1)x^2 + 3x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

- ☐ A $-1 \leq m \leq 2$
☐ B $m > 2$
☐ C $m \leq -1 \cup m \geq 2$
☐ D $m \leq -1$

Câu 3. Giá trị nào của m sau đây để đường thẳng $y = 4m$ cắt đồ thị hàm số $(C) : y = x^4 - 8x^2 + 3$ tại 4 phân biệt:

- ☐ A $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$
☐ B $m \leq \frac{3}{4}$
☐ C $m \geq -\frac{13}{4}$
☐ D $-\frac{13}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{2mx + m}{x - 1}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

- ☐ A $m = 2$
☐ B $m = \pm \frac{1}{2}$
☐ C $m = \pm 4$
☐ D $m = \pm 2$

Câu 5. Tìm m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2mx^2 + 2$ có 3 cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.

- ☐ A $m = \sqrt[3]{3}$
☐ B $m = \sqrt{3}$
☐ C $m = 3\sqrt{3}$
☐ D $m = 1$

Câu 6. Một ca nô đang chạy trên hồ Tây với vận tốc $20m/s$ thì hết xăng; từ thời điểm đó, ca nô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc hết xăng. Hỏi từ lúc hết xăng đến lúc ca nô dừng hẳn đi được bao nhiêu mét?

- ☐ A $35 m$
☐ B $40 m$
☐ C $60 m$
☐ D $120 m$

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx - 2}{2x - m}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

- ☐ A $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
☐ B $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
☐ C $-2 < m < 2$.
☐ D $-2 \leq m \leq 2$.

Câu 8. Cho đồ thị $(C) : y = x^3 - 3mx^2 + (3m - 1)x + 6m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1x_2x_3 = 20$.

- (A) $m = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{3}$ (B) $m = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$ (C) $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$ (D) $m = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{3}$

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2017}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{4})$.

- (A) $1 \leq m \leq 2017$ (B) $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m \leq 2017$
(C) $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2017$ (D) $m \geq 0$

Câu 10. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{-1}{3}x^3 + (m - 1)x^2 + (m + 3)x - 4$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.

- (A) $m > \frac{12}{7}$ (B) $m < \frac{12}{7}$ (C) $m \leq \frac{12}{7}$ (D) $m \geq \frac{12}{7}$

Câu 11. Gọi M là điểm thuộc đồ thị $(C) : y = \frac{2x - 1}{x - 2}$ sao cho tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB = 2\sqrt{10}$. Khi đó tổng các hoành độ của tất cả các điểm M như trên bằng bao nhiêu?

- (A) 5 (B) 8 (C) 6 (D) 7

Câu 12. Cho $x^2 - xy + y^2 = 2$. Giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + xy + y^2$ bằng:

- (A) 2 (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{2}$

Câu 13. Để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$ có ba điểm cực trị tạo thành 3 đỉnh một tam giác vuông cân thì giá trị của m là:

- (A) $m = -1$. (B) $m = 0$
(C) $m = 0$ hoặc $m = 1$ (D) $m = 1$

Câu 14. Cho hàm số $y = x^3 - 3(m + 1)x^2 + 9x - m$, với m là tham số thực. Xác định m để hàm số đã cho đạt cực trị tại x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| \leq 2$

- (A) $m \in [-3; 1 - \sqrt{3}) \cup (-1 + \sqrt{3}; 1]$ (B) $m \in [-3; -1 - \sqrt{3}) \cup (-1 - \sqrt{3}; 1]$
(C) $m \in [-3; -1 - \sqrt{3}) \cup (-1 + \sqrt{3}; 1]$ (D) $m \in (-3; -1 - \sqrt{3}) \cup (-1 + \sqrt{3}; 1)$

Câu 15. Tất cả các giá trị của m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là:

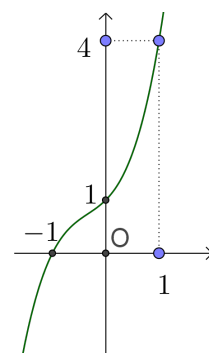
- (A) $m \leq 0$. (B) $m \geq 4$. (C) $0 < m < 4$. (D) $-4 < m < 0$.

Câu 16. Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ Xét các phát biểu sau:

- 1) $a = -1$
- 2) $ad < 0$
- 3) $ad > 0$
- 4) $d = -1$
- 5) $a + c = b + 1$

Số phát biểu sai là:

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.



Câu 17. Số các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1}$ là:

- (A) 0. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

Câu 18. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{(4a-b)x^2+ax+1}{x^2+ax+b-12}$ nhận trục hoành và trục tung làm hai tiệm cận thì giá trị $a+b$ bằng:

- (A) -10. (B) 2. (C) 10. (D) 15.

Câu 19. Đồ thị của hàm số $y = \frac{(2m+1)x+3}{x+1}$ có đường tiệm cận đi qua điểm $A(-2; 7)$ khi và chỉ khi

- (A) $m = -3$ (B) $m = -1$ (C) $m = 3$ (D) $m = 1$

Câu 20. Điều kiện cần và đủ của m để hàm số $y = mx^4 + (m+1)x^2 + 1$ có đúng 1 điểm cực tiểu là

- (A) $-1 < m < 0$ (B) $m < -1$
(C) $m \in [-1; +\infty) \setminus \{0\}$ (D) $m > -1$

Câu 21. Hàm số $y = \frac{-1}{3}x^3 + mx^2 - x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

- (A) $m \in \mathbb{R} \setminus [-1; 1]$ (B) $m \in \mathbb{R} \setminus (-1; 1)$ (C) $m \in [-1; 1]$ (D) $m \in \mathbb{R} \setminus (-1; 1)$

Câu 22. Điều kiện cần và đủ của m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + (m^2+2m)x + 1$ nghịch biến trên $(2; 3)$ là

- (A) $m \in [1; 2]$ (B) $m \in (1; 2)$ (C) $m < 1$ (D) $m > 2$

Câu 23. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin^4 x - \sin^3 x$ là

- (A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) -1

Câu 24. Điều kiện cần và đủ của m để hàm số $y = \frac{mx+5}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định là

- (A) $m > -5$. (B) $m \geq -5$. (C) $m \geq 5$. (D) $m > 5$

Câu 25. Đồ thị của hàm số $y = \frac{(2m+1)x+3}{x+1}$ có đường tiệm cận đi qua điểm $A(-2; 7)$ khi và chỉ khi

- (A) $m = -3$ (B) $m = -1$ (C) $m = 3$ (D) $m = 1$

Câu 26. Điều kiện cần và đủ của m để hàm số $y = mx^4 + (m+1)x^2 + 1$ có đúng 1 điểm cực tiểu là

- (A) $-1 < m < 0$ (B) $m < -1$
(C) $m \in [-1; +\infty) \setminus \{0\}$ (D) $m > -1$

Câu 27. Hàm số $y = \frac{-1}{3}x^3 + mx^2 - x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

- (A) $m \in \mathbb{R} \setminus [-1; 1]$ (B) $m \in \mathbb{R} \setminus (-1; 1)$ (C) $m \in [-1; 1]$ (D) $m \in \mathbb{R} \setminus (-1; 1)$

Câu 28. Điều kiện cần và đủ của m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x + 1$ nghịch biến trên $(2; 3)$ là

- (A) $m \in [1; 2]$ (B) $m \in (1; 2)$ (C) $m < 1$ (D) $m > 2$

Câu 29. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin^4 x - \sin^3 x$ là

- (A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) -1

Câu 30. Điều kiện cần và đủ của m để hàm số $y = \frac{mx+5}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định là

- (A) $m > -5$. (B) $m \geq -5$. (C) $m \geq 5$. (D) $m > 5$

Câu 31. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ và đường thẳng $y = x - 2$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tính $y_A + y_B$.

- (A) $y_A + y_B = -2$ (B) $y_A + y_B = 2$ (C) $y_A + y_B = 4$ (D) $y_A + y_B = 0$

Câu 32. $y = x^3 - 2mx^2 + (m^2 + m - 1)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 1$.

- (A) $m = 1$ và $m = 2$ (B) $m = 1$ (C) $m = 2$ (D) $m = -2$

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+4x+m}$ có hai đường tiệm cận đứng.

- (A) $m < 4$ (B) $m > 4$ (C) $\begin{cases} m < 4 \\ m \neq -5 \end{cases}$ (D) $m > -5$

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{4-x} = \sqrt{-x^2+4x+m}$ có nghiệm thực.

- (A) $m \leq 4$ (B) $4 \leq m \leq 5$ (C) $m \geq 5$ (D) $4 < m < 5$

Câu 35. Biết rằng hàm số $y = \frac{-1}{3}x^3 + \frac{mx^2}{3} + 4$ đạt cực đại tại $x = 2$. Khi đó giá trị của m sẽ là

- (A) $m = 1$ (B) $m = 2$ (C) $m = 3$ (D) $m = 4$

Câu 36. Một hình chữ nhật có diện tích là 100 thì chu vi hình chữ nhật nhỏ nhất khi chiều rộng x và chiều dài y tương ứng là

- (A) $x = 25; y = 4$ (B) $x = 10; y = 10$
(C) $x = 20; y = 5$ (D) $x = 50; y = 2$

Câu 37. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{16\log_3 x}{\log_3 x^2 + 3} - \frac{3\log_3 x^2}{\log_3 x + 1} < 0$ là

- (A) $\left(\frac{1}{3\sqrt{3}}; \frac{1}{3}\right) \cup (1; \sqrt{3})$ (B) $(0; 1) \cup (3; +\infty)$ (C) $\left(\frac{1}{3}; \sqrt{3}\right) \cup (3; +\infty)$ (D) $\left(0; \frac{1}{3\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; \sqrt{3}\right)$

Câu 38. Cho hàm số $y = \left(\frac{a}{1+a^2}\right)^{x-1}$ với $a > 0$ là một hằng số. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



- (A) Hàm số luôn đồng biến trên khoảng $\mathbb{R}$.
 (B) Hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 (C) Hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 (D) Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 39. Giải bất phương trình $2^{\frac{3x-1}{2x+1}} < 2^{\frac{2-x}{2x+1}} + 1$.

- (A) $-\frac{1}{2} < x < 2$ (B) $x > 2$ (C) $\begin{cases} x > 2 \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases}$ (D) $x < -\frac{1}{2}$

Câu 40. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ (B) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$
 (C) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ (D) Đồ thị của hàm số đối xứng qua gốc tọa độ

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-		+	0	-	
y	$+\infty$				2		$-\infty$
			-1				

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm thực.

- (A) $(-\infty; -1) \cup \{2\}$ (B) $(-\infty; 2)$ (C) $(-\infty; 2]$ (D) $(-\infty; -1] \cup \{2\}$

Câu 42. Cho hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- (A) Cực tiểu của hàm số bằng 0 (B) Cực đại của hàm số bằng 2
 (C) Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 0 (D) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2

Câu 43. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sin x}{x^2}$ là

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Câu 44. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + x + m^2 - 4m + 1$ đồng biến trên $[1; 3]$.

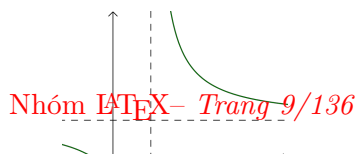
- (A) $(-\infty; 1]$ (B) $(-\infty; -1)$ (C) $\left(-\infty; \frac{10}{3}\right)$ (D) $\left(-\infty; \frac{10}{3}\right]$

Câu 45. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có điểm cực tiểu là $O(0; 0)$ và điểm cực đại là $M(1; 1)$. Giá trị của a, b, c, d lần lượt là

- (A) 3; 0; -2; 0 (B) -2; 3; 0; 0 (C) 3; 0; 2; 0 (D) -2; 0; 0; 3

Câu 46. Đồ thị hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có dạng như hình bên

Chọn kết luận sai





(A) $bd < 0$

(B) $cd > 0$

(C) $ab > 0$

(D) $ac > 0$

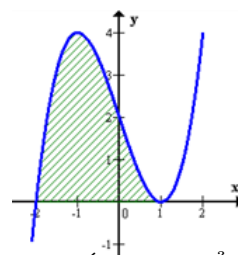
Câu 47. Tính diện tích S của phần hình phẳng gạch sọc (bên dưới) giới hạn bởi đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và trục hoành

(A) $S = \frac{31}{5}\pi$

(B) $\frac{19}{3}$

(C) $\frac{31}{5}$

(D) $S = \frac{27}{4}$



Câu 48. Cho x, y là hai số không âm thỏa mãn $x + y = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + y^2 - x + 1$.

(A) $\min P = -5$

(B) $\min P = 5$

(C) $\min P = \frac{7}{3}$

(D) $\min P = \frac{115}{3}$

Câu 49. Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x^2+4x+m}$, Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có ba tiệm cận?

(A) $m > 4$ và $m \neq 3$

(B) $m < 4$

(C) $m < 4$ và $m \neq 3$

(D) $m \in \mathbb{R}$

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x + \sqrt{4-x^2} = m$ có nghiệm

(A) $-2 \leq m \leq 2\sqrt{2}$

(B) $-2 < m < 2\sqrt{2}$

(C) $-2 < m < 2$

(D) $-2 \leq m \leq 2$

Câu 51. Gọi $A \in (C) : y = \frac{2x+1}{x-1}$ có hoành độ bằng 2. Tiếp tuyến của (C) tại A cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại M và N . Hãy tính diện tích tam giác OMN ?

(A) $\frac{123}{6}$

(B) $\frac{125}{6}$

(C) $\frac{119}{6}$

(D) $\frac{121}{6}$

Câu 52. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2+1} - \frac{m}{2}x$ có tiệm cận ngang.

(A) Không tồn tại m

(B) $m = 2$ và $m = -2$

(C) $m = -1$ và $m = 2$

(D) $m = -2$

Câu 53. Cho hàm số $y = \frac{x^2-3x+1}{x+2}$, khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

(A) $2\sqrt{55}$

(B) $2\sqrt{11}$

(C) 4

(D) 14

Câu 54. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + mx + 1$ (m là tham số). Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

(A) $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right]$

(B) $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$

(C) $\left[\frac{4}{3}; +\infty\right)$

(D) $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$

Câu 55. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2+6x-5}$ trên đoạn $[1; 5]$ lần lượt là:

(A) 2 và 0

(B) 4 và 0

(C) 3 và 0

(D) 0 và -2

Câu 56. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị (C) . Số tiếp tuyến với đồ thị (C) đi qua điểm $J(-1; -2)$ là:

(A) 3

(B) 4

(C) 1

(D) 2

Câu 57. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2+2m)x + 1$ (m là tham số). Giá trị của tham số m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ là:

- (A) $m = 1$ (B) $m = 0$ (C) $m = 2$ (D) $m = 3$

Câu 58. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ đồng biến trên mỗi khoảng:

- (A) $(-1; 3)$ và $(3; +\infty)$ (B) $(-\infty; -1)$ và $(1; 3)$
(C) $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$ (D) $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$

Câu 59. Đồ thị hàm số nào dưới đây không có tiệm cận ngang?

- (A) $y = x + \sqrt{x^2 - 1}$ (B) $y = \frac{x^2}{x-1}$ (C) $y = \frac{x+2}{x-1}$ (D) $y = \frac{x+2}{x^2-1}$

Câu 60. Cho hàm số $y = (m-1)x^3 + (m-1)x^2 + x + m$. Tìm m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- (A) $m \geq 4, m < 1$ (B) $1 < m \leq 4$ (C) $1 < m < 4$ (D) $1 \leq m \leq 4$

Câu 61. Tìm m để đồ thị hàm số $y = (x+2)(x^2 - 2x + m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- (A) Không tồn tại m (B) $-8 < m < 1$ (C) $0 \neq m < 1$ (D) $-8 \neq m < 1$

Câu 62. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x - \cos^2 x - \frac{1}{2}$.

- (A) $\max y = \frac{3}{2}, \min y = -\frac{7}{4}$ (B) $\max y = -\frac{3}{2}, \min y = -\frac{7}{4}$
(C) $\max y = -\frac{1}{2}, \min y = -\frac{7}{4}$ (D) $\max y = \frac{1}{2}, \min y = -\frac{7}{4}$

Câu 63. Tìm giá trị của m để hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 - 9x - m$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

- (A) $m = -2$ hoặc $m = 0$ (B) $m = 2$
(C) $m = 0$ hoặc $m = 2$ (D) $m = 0$

Câu 64. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^3 - m^2$ có ba điểm cực trị đều nằm trên các trục tọa độ.

- (A) $m = 1$ (B) $m = 1$ hoặc $m = 2$
(C) $m = 2$ (D) Không tồn tại m

Câu 65. Cho hàm số $y = \frac{x(\sqrt{x^2-2x}+x)}{x^2-1}$ có đồ thị (C) . Ký hiệu n là số tiệm cận ngang, d là số tiệm cận đứng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $n + d = 2$ (B) $n > d$ (C) $n + d = 4$ (D) $n < d$

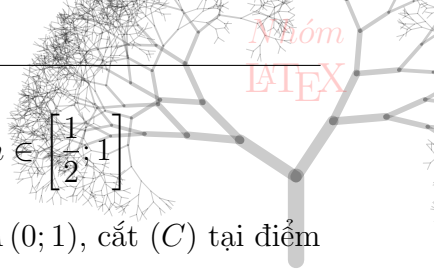
Câu 66. Tìm các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- (A) $-2 \leq m \leq 2$ (B) $-3 < m < 1$ (C) $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$ (D) $m \in \mathbb{R}$

Câu 67. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4-x^2}$ bằng:

- (A) $2\sqrt{2}$ (B) 2 (C) 3 (D) 1

Câu 68. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = 2^{\frac{mx+1}{x+m}}$ nghịch biến trên khoảng $(\frac{1}{2}; +\infty)$.



- ☐ A $m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$
☐ B $m \in (-1; 1)$
☐ C $m \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right)$
☐ D $m \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$

Câu 69. Tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ tại điểm $A(0; 1)$, cắt (C) tại điểm B khác A . Tìm tọa độ điểm B .

- ☐ A $B(-3; 1)$
☐ B $B(-1; 3)$
☐ C $B(1; 5)$
☐ D $B(-2; 5)$

Câu 70. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số : $f(x) = \frac{x^2}{2} - x + \sqrt{2x - x^2}$.

- ☐ A $\max f(x) = 0$
☐ B $\max f(x) = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$
☐ C $\max f(x) = -\frac{1}{2}$
☐ D $\max f(x) = \frac{1}{2}$

Câu 71. Tìm m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 2)x^2 + 2$ có hai cực tiểu và một cực đại.

- ☐ A $\begin{cases} m < -\sqrt{2} \\ 0 < m < \sqrt{2} \end{cases}$
☐ B $-\sqrt{2} < m < 0$
☐ C $m > \sqrt{2}$
☐ D $0 < m < \sqrt{2}$

Câu 72. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + \frac{54}{x-2}$ trên $(2; +\infty)$.

- ☐ A 0
 ☐ B -13
 ☐ C 23
 ☐ D -21

Câu 73. Tìm m để hàm số $y = x^3 + x^2 - (2m + 1)x + 4$ có đúng hai cực trị.

- ☐ A $m < \frac{4}{3}$
☐ B $m > -\frac{2}{3}$
☐ C $m < -\frac{2}{3}$
☐ D $m > -\frac{4}{3}$

Câu 74. Tìm m để phương trình $x^2 - 4x + m = 2\sqrt{5 + 4x - x^2} + 5$ có nghiệm.

- ☐ A $0 \leq m \leq 15$
☐ B $m \geq -1$
☐ C $-1 \leq m \leq 2\sqrt{3}$
☐ D $m \geq 0$

Câu 75. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = -2x^3 + (2m - 1)x^2 - (m^2 - 1)x + 2$ có hai cực trị?

- ☐ A 4
 ☐ B 5
 ☐ C 3
 ☐ D 6

Câu 76. Hình nào dưới đây không có tâm đối xứng?

- ☐ A Hình lập phương.
 ☐ B Hình hộp.
☐ C Tứ diện đều.
 ☐ D Hình bát diện đều.

Câu 77. Tìm m để mỗi tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 - 2mx + 2017$ đều là đồ thị của hàm số bậc nhất đồng biến.

- ☐ A $-6 \leq m \leq 0$
☐ B $-24 < m < 0$
☐ C $-\frac{3}{2} < m < 0$
☐ D $-6 < m < 0$

Câu 78. Cho (C) : $y = x^3 + 3x^2 - 3$. Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $9x - y + 24 = 0$ có phương trình là:

- ☐ A $y = 9x + 8$
☐ B $y = 9x - 8; y = 9x + 24$
☐ C $y = 9x - 8$
☐ D $y = 9x + 24$

Câu 79. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.

- ☐ A $m = \sqrt[3]{3}$
☐ B $m = \sqrt{3}$
☐ C $m = 3\sqrt{3}$
☐ D $m = 1$

Câu 80. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hai hàm số $y = x^3 + x^2$ và $y = x^2 + 3x + m$ cắt nhau tại nhiều điểm nhất.

- ☐ A $-2 \leq m \leq 2$
☐ B $-2 < m < 2$
☐ C $m = 2$
☐ D $0 < m < 2$

Câu 81. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f''(x) = 12x^2 + 6x - 4$ và $f(0) = 1, f(1) = 3$. Tính $f(-1)$.

- ☐ A $f(-1) = -5$
☐ B $f(-1) = 3$
☐ C $f(-1) = -3$
☐ D $f(-1) = -1$

Câu 82. Tìm tất cả m sao cho điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + mx - 1$ nằm bên phải trục tung.

- ☐ A Không tồn tại m .
 ☐ B $0 < m < \frac{1}{3}$
☐ C $m < \frac{1}{3}$
☐ D $m < 0$

Câu 83. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x + \cos x$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng?

- ☐ A 1
 ☐ B π
☐ C -1
☐ D 0

Câu 84. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx - \sin x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- ☐ A $m > 1$
☐ B $m \geq -1$
☐ C $m \geq 1$
☐ D $m \geq 0$

Câu 85. Số sản phẩm của một hãng đầu DVD sản xuất được trong 1 ngày là giá trị của hàm số:

$f(m, n) = m^{\frac{2}{3}} \cdot n^{\frac{1}{3}}$, trong đó m là số lượng nhân viên và n là số lượng lao động chính. Mỗi ngày hãng phải sản xuất được ít nhất 40 sản phẩm để đáp ứng nhu cầu khách hàng. Biết rằng mỗi ngày hãng đó phải trả lương cho một nhân viên là 6 USD và cho một lao động chính là 24USD Tìm giá trị nhỏ nhất chi phí trong 1 ngày của hãng sản xuất này.

- ☐ A 1720 USD
 ☐ B 720 USD
 ☐ C 560 USD
 ☐ D 600 USD

Câu 86. Một chuyến xe buýt có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ (USD). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- ☐ A Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 60 hành khách.
☐ B Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 135 (USD).
☐ C Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 45 hành khách.
☐ D Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 160 (USD).

Câu 87. Một viên đạn được bắn theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $29,4m/s$. Gia tốc trọng trường là $9,8m/s^2$. Tính quãng đường S viên đạn đi được từ lúc bắn lên cho đến khi chạm đất.

- ☐ A $S = 88,2 m$.
 ☐ B $S = 88 m$.
 ☐ C $S = 88,5 m$.
 ☐ D $S = 89 m$.

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x}{x - m}$ nghịch biến trên nửa khoảng $[1; +\infty)$.

- ☐ A $0 < m \leq 1$.
 ☐ B $0 < m < 1$.
 ☐ C $0 \leq m < 1$.
 ☐ D $m > 1$.

Câu 89. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có hai điểm phân biệt đối xứng với nhau qua gốc tọa độ.

- ☐ A $m > 0$.
 ☐ B $m > 1$.
 ☐ C $m \leq 0$.
 ☐ D $0 < m < 1$

Câu 90. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sin x + \cos x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- (A) $m \geq \sqrt{2}$. (B) $m \leq -\sqrt{2}$. (C) $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. (D) $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$.

Câu 91. Cho điểm $A(2; 3)$ và hàm số $y = x^3 - mx + 1$ (1). Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị B và C sao cho tam giác ABC cân tại A .

- (A) $m = -\frac{1}{2}$ (B) $m = -\frac{3}{2}$ (C) $m = \frac{1}{2}$ (D) $m = \frac{3}{2}$

Câu 92. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

- (A) $m \leq -1$ (B) $m \leq 0$ (C) $m \leq -2$ (D) $m \leq -3$

Câu 93. Gọi A, B, C là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Tính diện tích của tam giác ABC .

- (A) $2\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) 2 (D) 1

Câu 94. Tính khoảng cách giữa các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$ tại các điểm cực trị của nó

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Câu 95. Trên đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có bao nhiêu điểm cách đều hai đường tiệm cận của đồ thị (C) ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 0

Câu 96. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{(m+1)x + 2m + 2}{x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

- (A) $m \geq 1$ (B) $1 \leq m < 2$
 (C) $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ (D) $-1 < m < 2$

Câu 97. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$. Gọi h và h_1 lần lượt là khoảng cách từ hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số đến trục hoành. Tỷ số $\frac{h}{h_1}$ là:

- (A) $\frac{4}{3}$ (B) 1 (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{3}{2}$

Câu 98. Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x + m}$ có 2 tiệm cận đứng.

- (A) $m \neq 1$ và $m \neq -8$ (B) $m < 1$ và $m \neq -8$
 (C) $m > 1$ và $m \neq -8$ (D) $m > 1$

Câu 99. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- (A) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = -1$, có tiệm cận đứng là $x = 0$
 (B) Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$
 (C) Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$, có tiệm cận đứng là $x = 0$
 (D) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$, có tiệm cận đứng là $x = 0$

Câu 100. Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là $200km$. Vận tốc của dòng nước là $8km/h$. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v(km/h)$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong 1 giờ được cho bởi công thức: $E(v) = c_0 v^3 t$ (trong đó c_0 là một hằng số, E được tính bằng Jun). Tìm vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao là ít nhất:



- (A) $12km/h$ (B) $9km/h$ (C) $6km/h$ (D) $15km/h$

Câu 101. Tìm m để phương trình $|x^4 - 5x^2 + 4| = \log_2 m$ có 8 nghiệm phân biệt:

- (A) $0 < m < \sqrt[4]{2^9}$ (B) Không có giá trị của m
(C) $1 < m < \sqrt[4]{2^9}$ (D) $-\sqrt[4]{2^9} < m < \sqrt[4]{2^9}$

Câu 102. Giá trị của m để hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3(m^2 - 1)x$ đạt cực tiểu tại $x_0 = 2$ là :

- (A) $m \neq \pm 1$ (B) $m = -1$ (C) $m = \pm 1$ (D) $m = 1$

Câu 103. Cho hàm số $y = \frac{2mx + m}{x - 1}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

- (A) $m = 2$ (B) $m = \pm \frac{1}{2}$ (C) $m = \pm 4$ (D) $m \neq \pm 2$

Câu 104. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$ có 2 cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 = 2$

- (A) $m = 0$ (B) $m = \pm 3$ (C) $m = 2$ (D) $m = \pm 1$

Câu 105. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 + (6m - 4)x^2 + 1 - m$ là ba đỉnh của một tam giác vuông

- (A) $m = \frac{2}{3}$ (B) $m = \frac{1}{3}$ (C) $m = -1$ (D) $m = \sqrt[3]{3}$

Câu 106. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x + 2017$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ sao cho $b - a > 3$ là

- (A) $m = 9$ (B) $m < 0$ (C) $\begin{cases} m < 0 \\ m > 6 \end{cases}$ (D) $m > 6$

Câu 107. Giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx + 4}{x + m}$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ là:

- (A) $-2 < m < 2$ (B) $-2 < m \leq -1$
(C) $-1 \leq m < 2$ (D) $-2 \leq m \leq 2$

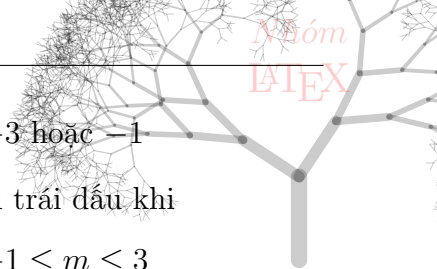
Câu 108. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x - 1}{x^2 - 3x + 2}$ là

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 0

Câu 109. Dynamo là một nhà ảo thuật gia đại tài người Anh, nhưng người ta thường nói Dynamo làm ma thuật chứ không phải ảo thuật. Bất kì màn trình diễn nào của chàng trai trẻ tuổi tài cao này đều khiến người xem há hốc miệng kinh ngạc vì nó vượt qua giới hạn của khoa học. Một lần đến New York anh ta ngẫu hứng trình diễn khả năng bay lơ lửng trong không trung bằng cách di chuyển từ toà nhà này đến toà nhà khác, trong quá trình di chuyển đó có một lần Dynamo đáp đất tại một điểm trong khoảng giữa hai toà nhà (giả sử mọi di chuyển của Dynamo đều là đường thẳng). Biết rằng toà nhà ban đầu Dynamo đứng có chiều cao là a (m), toà nhà sau đó Dynamo đến có chiều cao là b (m), với $a < b$ và khoảng cách giữa hai toà nhà là c (m). Vị trí đáp đất cách toà nhà ban đầu một đoạn là x (m), hỏi x bằng bao nhiêu để quãng đường di chuyển của Dynamo là bé nhất?

- (A) $x = \frac{3ac}{a + b}$ (B) $x = \frac{ac}{3(a + b)}$ (C) $x = \frac{ac}{a + b}$ (D) $x = \frac{ac}{2(a + b)}$

Câu 110. Cho đường thẳng $y = 6x + m$ là tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x - 1$ khi m bằng



- (A) -3 hoặc 1 (B) 3 hoặc 1 (C) 3 hoặc -1 (D) -3 hoặc -1

Câu 111. Hàm số $y = x^3 - 3x + 1 - m$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu khi

- (A) $m = -1 \vee m = 3$ (B) $m < -1 \vee m > 3$ (C) $-1 < m < 3$ (D) $-1 \leq m \leq 3$

Câu 112. Đường thẳng nối điểm cực đại với điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - x + m$ đi qua điểm $M(3; -1)$ khi m bằng

- (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) Một giá trị khác

Câu 113. Cho đường thẳng $y = -4x + 1$. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ có hai điểm cực trị nằm trên đường thẳng d khi:

- (A) $m = -1$ (B) $m = 3$ (C) $m = 1$ (D) $m = 2$

Câu 114. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 2017$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ sao cho $b - a > 3$ là

- (A) $m < 0$ (B) $m = 9$ (C) $\begin{cases} m < 0 \\ m > 6 \end{cases}$ (D) $m > 6$

Câu 115. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C) . Gọi d là đường thẳng đi qua $A(3; 20)$ và có hệ số góc m . Giá trị của m để đường thẳng d cắt (C) tại ba điểm phân biệt là

- (A) $m < \frac{15}{4}$ (B) $\frac{15}{4} < m \neq 24$ (C) $24 \neq m < \frac{15}{4}$ (D) $m \geq \frac{15}{4}$

Câu 116. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + 1}$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

- (A) $m = -1$ (B) Không có m (C) $m = 1$ (D) $m = 0$

Câu 117. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{3x}{x-2}$ cắt đường thẳng $y = x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB nhận $G\left(1; \frac{7}{3}\right)$ làm trọng tâm.

- (A) $m = 2$ (B) $m = -2$ (C) Không tồn tại m (D) $m = 1$

Câu 118. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{mx + 4}{x + m}$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$

- (A) $-2 < m \leq -1$ (B) $-2 < m < 2$ (C) $-2 \leq m \leq 2$ (D) $-2 \leq m \leq 1$

Câu 119. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = \frac{mx + 1}{x - m}$ có giá trị lớn nhất trên $[1; 2]$ bằng -2 .

- (A) $m = -3$ (B) $m = 2$ (C) $m = 4$ (D) $m = 3$

Câu 120. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - mx^2$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A , gốc tọa độ O và B sao cho tiếp tuyến tại A, B vuông góc với nhau.

- (A) $m = \frac{\sqrt[3]{2}}{2}$ (B) $m = \frac{1}{2}$ (C) $m = 0$ (D) Không có giá trị m

Câu 121. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt đường thẳng $y = m - 1$ tại 3 điểm phân biệt.

- (A) $1 \leq m < 5$ (B) $1 < m < 5$ (C) $1 < m \leq 5$ (D) $0 < m < 4$

Câu 122. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $y = 3x + 1$ và đồ thị $y = x^3 - 3mx + 3$ có duy nhất một điểm chung.

- (A) $m \in \mathbb{R}$ (B) $m \leq 0$ (C) $m < 0$ (D) $m \leq 3$

Câu 123. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = 2x^2|x^2 - 2|$ tại 6 điểm phân biệt.

- (A) $0 < m < 2$ (B) $0 < m < 1$ (C) $1 < m < 2$ (D) Không tồn tại m

Câu 124. Tìm m để phương trình $x^4 - 6x^2 - \log_2 m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó có 3 nghiệm lớn hơn -1 .

- (A) $\frac{1}{2^9} \leq m < 1$ (B) $\frac{1}{2^5} < m < 1$ (C) $\frac{1}{2^9} < m < 1$ (D) $\frac{1}{2^5} \leq m < 1$

Câu 125. Cho hàm số $y = a^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$). Biết hàm số đã cho đạt cực tiểu tại x_1 , đạt cực đại tại x_2 , đồng thời $0 < x_1 < x_2$. Chọn mệnh đề đúng:

- (A) $a > 0, b > 0, c > 0$ (B) $a < 0, b > 0, c > 0$
(C) $a > 0, b < 0, c > 0$ (D) $a < 0, b > 0, c < 0$

Câu 126. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - mx} - x$. Để tiệm cận ngang là đường $y = 1$ thì m bằng bao nhiêu?

- (A) -2 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{1}{2}$ (D) 2

Câu 127. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{2x - m + 1}{x + m}$ đồng biến trên khoảng $(-7, -1)$.

- (A) $m > \frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{3} < m < 1, m > 7$
(C) $\frac{1}{3} < m \leq 1, m \geq 7$ (D) $\frac{1}{3} < m \leq 1$

Câu 128. Cho hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

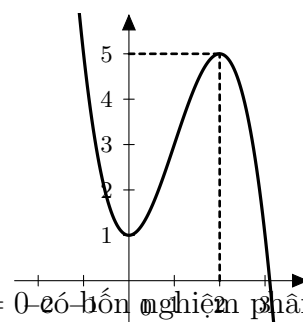
- (A) Hàm số có cực tiểu và không có cực đại
(B) Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$
(C) Hàm số có đạo hàm trên $\mathbb{R}$
(D) Hàm số không có giá trị nhỏ nhất và lớn nhất

Câu 129. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị của hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$ không có tiệm cận?

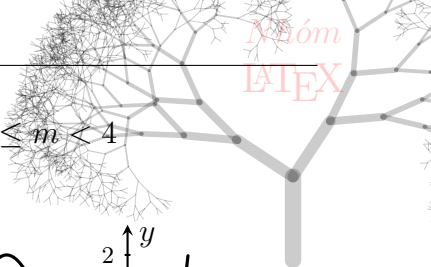
- (A) $m = 0$ hoặc $m = 1$ (B) $m = 1$
(C) $m = 0$ (D) $m = 1$ hoặc $m = 2$

Câu 130. Cho đường cong trong hình bên
Đường cong đó là đồ thị sau là của hàm số nào?

- (A) $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$
(B) $y = -x^3 + 3x^2 + 1$
(C) $y = -x^3 - 3x^2 - 1$
(D) $y = x^3 - 3x + 1$



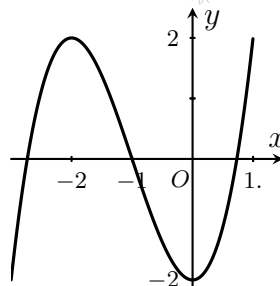
Câu 131. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt?



- (A) $0 < m < 4$ (B) $2 < m < 6$ (C) $0 \leq m < 6$ (D) $0 \leq m < 4$

Câu 132. Cho đường cong trong hình bên
 Đường cong đó là đồ thị của hàm số nào?

- (A) $y = -x^3 - 3x^2 - 2$
 (B) $y = x^3 + 3x^2 - 2$
 (C) $x^3 - 3x^2 - 2$
 (D) $-x^3 + 3x^2 - 2$



Câu 133. Tìm m lớn nhất để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (4m - 3)x + 2017$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- (A) $m = 0$ (B) $m = 1$ (C) $m = 3$ (D) $m = 4$

Câu 134. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + m^2 + m$ có ba điểm cực trị.

- (A) $m = 0$ (B) $m > 0$ (C) $m < 0$ (D) $m \neq 0$

Câu 135. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ (kết quả khảo sát được trong 8 tháng vừa qua). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ mấy?

- (A) 12 (B) 30 (C) 20 (D) 15

Câu 136. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị là $A(0; 1)$, B , C sao cho $BC = 4$.

- (A) $m = -4; m = 4$ (B) $m = \sqrt{2}$ (C) $m = 4$ (D) $m = \sqrt{2}; m = -\sqrt{2}$

Câu 137. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x - 1$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có hai điểm cực trị x_1 và x_2 sao cho $|x_1 + x_2| = 2$

- (A) $m = 3$ (B) $m = -1$ (C) $m = 0$ (D) $m = 1$

Câu 138. Với giá trị nào của m thì phương trình $\sqrt{x - 2} + \sqrt{4 - x} = 2m$ có nghiệm

- (A) $\sqrt{2} \leq m \leq 2$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq m \leq 1$ (C) $-\sqrt{2} \leq m \leq 2$ (D) $-\frac{\sqrt{2}}{2} < m < 1$

Câu 139. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = 8x + m$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$

- (A) $m = 8$ (B) $m = -8$ (C) $m = 18$ (D) $m = -18$

Câu 140. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1$ (1). Tìm m để đồ thị hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(1; 2)$?

- (A) $m \leq 1$ (B) $m < 0$ (C) $0 \leq m \leq 1$ (D) $m \leq 0$

Câu 141. Cho hàm số $y = (x - 1)(x + 2)^2$. Trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm trên đường thẳng nào dưới đây?

- (A) $2x - y - 4 = 0$ (B) $2x - y + 4 = 0$ (C) $2x + y + 4 = 0$ (D) $2x + y - 4 = 0$

Câu 142. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^3 + 20}{3} + 2\sqrt{x}$ trên đoạn $[1; 4]$ là:

- (A) 9 (B) 32 (C) 33 (D) 42

Câu 143. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Câu 144. Cho hàm số $y = \frac{x^2+mx+1}{x+m}$. Tìm m để hàm số đạt cực đại tại $x = 2$? Một học sinh làm như sau:

Bước 1. $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$, $y' = \frac{x^2+2mx+m^2-1}{(x+m)^2}$.

Bước 2. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2 \Leftrightarrow y'(2) = 0 \quad (*)$

Bước 3. $(*) \Leftrightarrow m^2 + 4m + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -3 \end{cases}$

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào

- (A) Sai từ bước 1 (B) Sai từ bước 2 (C) Sai từ bước 3 (D) Đúng

Câu 145. Giá trị của m để đường thẳng $y = 2x + m$ cắt đường cong $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt là:

- (A) $m \neq 1$ (B) $m > 0$ (C) $m \neq 0$ (D) Một kết quả khác

Câu 146. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = \sin x - \cos x + 2017\sqrt{2}mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- (A) $m \geq 2017$ (B) $m > 0$ (C) $m \geq \frac{1}{2017}$ (D) $m \geq -\frac{1}{2017}$

Câu 147. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C). Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của (C) có hệ số góc nhỏ nhất

- (A) $y = -3x + 3$ (B) $y = -3x - 3$ (C) $y = -3x$ (D) $y = 0$

Câu 148. Số điểm có tọa độ là các số nguyên trên đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x+2}$ là:

- (A) 4 (B) 2 (C) 3 (D) 1

Câu 149. Cho họ đồ thị $(C_m) : y = x^4 + mx^2 - m - 1$. Tọa độ các điểm mà mọi đồ thị của (C_m) đi qua là:

- (A) $(-1; 0)$ và $(1; 0)$ (B) $(1; 0)$ và $(0; 1)$ (C) $(-2; 1)$ và $(-2; 3)$ (D) $(2; 1)$ và $(1; 0)$

Câu 150. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có hai điểm cực trị là $A(0; 2)$ và $B(2; -14)$. Tính $f(1)$.

- (A) $f(1) = 0$ (B) $f(1) = -7$ (C) $f(1) = -5$ (D) $f(1) = -6$

Câu 151. Có bao nhiêu tham số nguyên m để hàm số $y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (3 - 2m)x + m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- (A) Một. (B) Vô số. (C) Không. (D) Hai.

Câu 152. Tìm tất cả các giá trị m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng một tiệm cận đứng.

- (A) $m \in \{-1; -4\}$. (B) $m \in \{1; 4\}$. (C) $m = -1$. (D) $m = 4$.

Câu 153. Trong cuộc thi Robocon; một Robot đang chuyển động với vận tốc 5 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 2t + t^2 (m/s^2)$. Tính quãng đường Robot đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

- (A) $\frac{123}{5}(m)$ (B) $\frac{123}{2}(m)$ (C) $\frac{123}{4}(m)$ (D) $\frac{113}{4}(m)$

Câu 154. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 - x$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có các hoành độ $x_1; x_2; x_3$ sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 2$.

- (A) $m > 0$ (B) $m \leq 0$ (C) với mọi m (D) $m \neq 0$

Câu 155. Giá trị cực đại của hàm số $y = x + \sin 2x$ trên $(0; \pi)$ là:

- (A) $\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 156. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-2x-3}}$. Đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

Câu 157. Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t (m/s^2)$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

- (A) 68, 25m (B) 70, 25m (C) 69, 75m (D) 67, 25m

Câu 158. Cho hàm số $y = |2x^2 - 3x - 1|$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ là

- (A) $\frac{17}{8}$ (B) $\frac{9}{4}$ (C) 2 (D) 3

Câu 159. Hàm số $y = \frac{x^2 - 4x}{x + m}$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ thì giá trị của m là:

- (A) $m \in \left(-\frac{1}{2}; 2\right] \setminus \{1\}$ (B) $m \in (-1; 2] \setminus \{1\}$ (C) $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$ (D) $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right]$

Câu 160. Hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$ có ba điểm cực trị và đường tròn đi qua ba điểm cực trị này có bán kính bằng 1 thì giá trị của m là:

- (A) $m = 1; m = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ (B) $m = -1; m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$
(C) $m = 1; m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ (D) $m = 1; m = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$

Câu 161. Một viên phấn bằng có dạng một khối trụ với bán kính đáy bằng 0,5cm, chiều dài 6cm. Người ta làm một hình hộp chữ nhật bằng carton đựng viên phấn đó với kích thước là $6cm \times 5cm \times 6cm$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu hộp kích thước như trên để xếp 460 viên phấn?

- (A) 17 (B) 15 (C) 16 (D) 18

Câu 162. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{x+m}{\sqrt{mx^2+1}}$ có đúng hai đường tiệm cận ngang?

- (A) $m < 0$. (B) $m \in (-\infty; +\infty)$. (C) $m > 0$. (D) Không tồn tại m .

Câu 163. Gọi A và B là các điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$. Diện tích tam giác AOB (với O là gốc tọa độ) bằng:

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.

Câu 164. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$. Gọi A là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số và d là đường thẳng đi qua điểm $M(0; 2)$ có hệ số góc bằng k . Tìm k để khoảng cách từ A đến d bằng 1.

- (A) $k = -\frac{3}{4}$. (B) $k = \frac{3}{4}$. (C) $k = -1$. (D) $k = 1$.

Câu 165. Phương trình $x^3 - \sqrt{1 - x^2} = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt

- (A) 3 (B) 6 (C) 1 (D) 2

Câu 166. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm thực:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x^4 + y^4 = m \end{cases}$$

- (A) $m = 2$ (B) $m \geq 1$ (C) $m \geq 2$ (D) $m \leq 2$

Câu 167. Biết đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có 2 điểm cực trị là $(-1; 18)$ và $(3; -16)$. Tính $a + b + c + d$.

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Câu 168. Với giá trị nào của của tham số thực m thì $x = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m^2 + m + 1)x$?

- (A) $m \in \{-2; -1\}$ (B) $m = -2$ (C) $m = -1$ (D) không có m

Câu 169. Biết rằng hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-1	3	-1		$+\infty$		

Tìm m để phương trình $|x^4 - 4x^2 + 3| = m$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt.

- (A) $1 < m < 3$ (B) $m > 3$ (C) $m = 0$ (D) $m \in (1; 3) \cup \{0\}$

Câu 170. Cho hàm số $y = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- (A) (C) không có tiệm cận ngang.
(B) (C) có đúng một tiệm cận ngang $y = 1$.
(C) (C) có đúng một tiệm cận ngang $y = -1$.
(D) (C) có hai tiệm cận ngang $y = 1$ và $y = -1$

Câu 171. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 16. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính thể tích của khối chóp $S.MNPQ$.

- (A) $V_{S.MNPQ} = 1$. (B) $V_{S.MNPQ} = 2$. (C) $V_{S.MNPQ} = 4$. (D) $V_{S.MNPQ} = 8$.

Câu 172. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

☐ A $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$
☐ B $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$
☐ C $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}$
☐ D $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{48}$

Câu 173. Với m là tham số thực sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác vuông. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

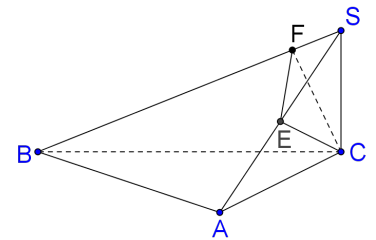
☐ A $m < -2$
☐ B $-2 < m < 0$
☐ C $0 \leq m < 2$
☐ D $m \geq 2$

Câu 174. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 2)$, mặt phẳng (P) qua M cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C . Gọi $V_{O.ABC}$ là thể tích tứ diện $O.ABC$. Khi (P) thay đổi tìm giá trị nhỏ nhất của $V_{O.ABC}$.

☐ A $\min V_{O.ABC} = \frac{9}{2}$
☐ B $\min V_{O.ABC} = 18$
☐ C $\min V_{O.ABC} = 9$
☐ D $\min V_{O.ABC} = \frac{32}{3}$

Câu 175. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân, $AB = AC = a$, $SC \perp (ABC)$ và $SC = a$. Mặt phẳng qua C , vuông góc với SB cắt SA, SB lần lượt tại E, F . Tính thể tích khối $S.CEF$.

☐ A $V_{S.CEF} = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$
☐ B $V_{S.CEF} = \frac{a^3}{36}$
☐ C $V_{S.CEF} = \frac{a^3}{18}$
☐ D $V_{S.CEF} = \frac{a^3\sqrt{2}}{18}$



Câu 176. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x + m}$ có hai tiệm cận đứng.

☐ A $m \neq 1$ và $m \neq -8$.
 ☐ B $m > -1$ và $m \neq 8$.
 ☐ C $m = 1$ và $m = -8$.
 ☐ D $m < 1$ và $m \neq -8$.

Câu 177. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{3^{-x} - 3}{3^{-x} - m}$ nghịch biến trên $(-1; 1)$.

☐ A $m < \frac{1}{3}$.
 ☐ B $\frac{1}{3} < m < 3$.
 ☐ C $m \leq \frac{1}{3}$.
 ☐ D $m < 3$.

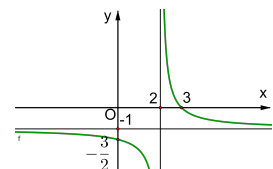
Câu 178. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m^2 - 3m + 2)x - m$ đạt cực đại tại điểm $x = 0$. Tìm tọa độ giao điểm A của đồ thị hàm số với trục tung?

☐ A $A(0; -2)$.
 ☐ B $A(0; 2)$.
 ☐ C $A(0; -1)$.
 ☐ D $A(0; 1)$.

Câu 179. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ dưới.

Tính giá trị của $a + 2b + c$.

☐ A 1.
 ☐ B 2.
 ☐ C 0
 ☐ D 3.



Câu 180. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được xác định bởi công thức $G(x) = 0,024x^2(30-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp (x được tính bằng mg). Tìm lượng thuốc để tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp để huyết áp giảm nhiều nhất.

☐ A $20mg$
☐ B $0,5mg$
☐ C $2,8mg$
☐ D $15mg$

Câu 181. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + (1 - m^2)x + 1$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía khác nhau đối với trục tung?



(A) $-\frac{1}{3} < m < \frac{1}{3}$

(C) $-1 < m < 1$

(B) $\begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$

(D) $-1 \leq m \leq 1$

Câu 182. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{4x - 1 - \sqrt{x^2 + 2x + 6}}{x^2 + x - 2}$.

(A) 2

(B) 0

(C) 3

(D) 1

Câu 183. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

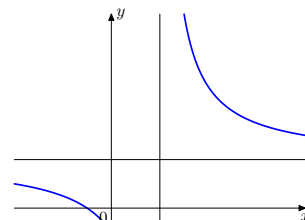
Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định đúng?

(A) $bc > 0, ad < 0$

(B) $ac > 0, bd > 0$

(C) $ab < 0, cd < 0$

(D) $bd < 0, ad > 0$



Câu 184. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4(m-1)x^2 + 2m-1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có số đo một góc bằng 120° .

(A) $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{24}}$

(B) $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{16}}$

(C) $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{48}}$

(D) $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

Câu 185. Một công ty kinh doanh nghiên cứu thị trường trước khi tung ra sản phẩm và nhận thấy để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm loại A và B thì mất lần lượt là 2 000 USD và 4 000 USD. Nếu sản xuất được x sản phẩm loại A và y sản phẩm loại B thì lợi nhuận mà công ty thu được là $L(x, y) = 8000 \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{2}}$ USD. Giả sử chi phí để sản xuất hai loại sản phẩm A, B là 40 000 USD, gọi x_0, y_0 lần lượt là số sản phẩm loại A, B để lợi nhuận lớn nhất. Tính $x_0^3 + y_0^5$.

(A) 17319.

(B) 8288.

(C) 8119.

(D) 3637.

Câu 186. Tìm m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2mx^2 + 2m^2 - 4m$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $S_{\Delta ABC} = 1$.

(A) $m = 1$.

(B) $m = 3$.

(C) $m = 2$.

(D) $m = 4$.

Câu 187. Tìm m để hàm số $y = \frac{mx - 2}{x + m - 3}$ nghịch biến trên các khoảng xác định của nó.

(A) $1 \leq m \leq 2$.

(B) $1 < m < 2$.

(C) $m \geq 2$ hoặc $m \leq 1$.

(D) $m > 2$ hoặc $m < 1$.

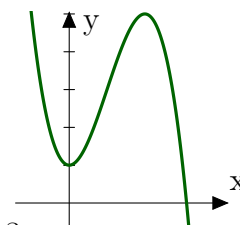
Câu 188. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0$.

(B) $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

(C) $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

(D) $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$.



Câu 189. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x + \sqrt{4x^2 - 3x + 2}}{x - 2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

(A) 4.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 1.

Câu 190. Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx - 4}{x - m}$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ là

(A) $m \in (2; +\infty)$.

(B) $m \in (-2; 0)$.

(C) $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

(D) $m \in (-\infty; -2)$.

Câu 191. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$						$-\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$
 $+$ -4 0 $-$

Với $m \in (1; 3)$ thì phương trình $|f(x)| = m$ có bao nhiêu nghiệm?

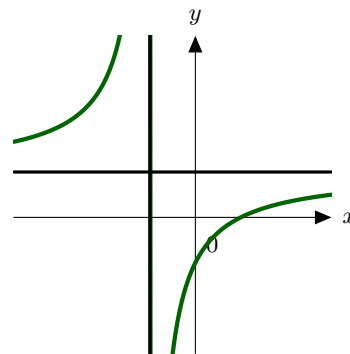
- ☐ A 4. ☐ B 3. ☐ C 2. ☐ D 5.

Câu 192. Gọi (C) là parabol đi qua 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2$, tìm m để (C) đi qua điểm $A(2; 24)$.

- ☐ A $m = -4$ ☐ B $m = 4$ ☐ C $m = 3$ ☐ D $m = 6$

Câu 193. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án ☐ A, ☐ B, ☐ C, ☐ D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- ☐ A $\frac{x-1}{x+1}$
☐ B $y = x^2 - 3x^2 + 1$
☐ C $y = -x^4 + 2x^2 + 1$
☐ D $\frac{x+2}{x+1}$



Câu 194. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đường cong $y = \frac{2x+4}{x-1}$. Hoành độ trung điểm I của MN là

- ☐ A 1 ☐ B $\frac{5}{2}$ ☐ C 2 ☐ D $-\frac{5}{2}$

Câu 195. Hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = -(x-1)^2(x+6)$. Khi đó hàm số $f(x)$

- ☐ A Đạt cực đại tại điểm $x = -6$. ☐ B Đạt cực tiểu tại điểm $x = -6$.
☐ C Đạt cực đại tại điểm $x = 1$. ☐ D Đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Câu 196. Với giá trị nào của tham số thực m thì đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m^4 - 3m^2 + 2017$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích bằng 32?

- ☐ A $m = 2$. ☐ B $m = 4$. ☐ C $m = 5$. ☐ D $m = 3$.

Câu 197. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{mx-2}{x+m-3}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

- ☐ A $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. ☐ B $m \in [2; +\infty)$.
☐ C $m \in (-\infty; 1)$. ☐ D $m \in (1; 2)$.

Câu 198. Biết rằng hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$, $f(1) = -3$ và đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2. Tính giá trị của hàm số tại $x = 3$.

- ☐ A $f(3) = -29$. ☐ B $f(3) = 9$. ☐ C $f(3) = 29$. ☐ D $f(3) = 3$.

Câu 199. Biết rằng các đường tiệm cận của đường cong $(C) : y = \frac{6x+1-\sqrt{x^2-2}}{x-5}$ và trục tung cắt nhau tạo thành một đa giác $(\mathcal{H})$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- ☐ (A) $(\mathcal{H})$ là một hình chữ nhật có chu vi bằng 8.
☐ (B) $(\mathcal{H})$ là một hình chữ nhật có chu vi bằng 14.
☐ (C) $(\mathcal{H})$ là một hình vuông có chu vi bằng 25.
☐ (D) $(\mathcal{H})$ là một hình vuông có chu vi bằng 4.

Câu 200. Các giá trị m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - x^2 + 3$ tại 4 điểm phân biệt là

- ☐ (A) $\frac{5}{2} < m < 3$. ☐ (B) $\frac{1}{2} < m < 3$. ☐ (C) $m > 3$. ☐ (D) $\frac{1}{2} < m < \frac{5}{2}$.

Câu 201. Cho hàm số $y = \frac{mx-2}{x+m-3}$. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó là

- ☐ (A) $1 \leq m \leq 2$. ☐ (B) $m = 1$. ☐ (C) $1 < m < 2$. ☐ (D) $m = 2$.

Câu 202. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = e^x \cos x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là

- ☐ (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}}$. ☐ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}e^{\frac{\pi}{6}}$. ☐ (C) 1. ☐ (D) $\frac{1}{2}e^{\frac{\pi}{3}}$.

Câu 203. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1 - m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trực tâm.

- ☐ (A) $m = 0$. ☐ (B) $m = 1$. ☐ (C) $m = -1$. ☐ (D) $m = 2$.

Câu 204. Biết đường thẳng $y = 3x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{4x+2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có tung độ là y_1 và y_2 . Tính $y_1 + y_2$.

- ☐ (A) $y_1 + y_2 = 1$. ☐ (B) $y_1 + y_2 = 11$. ☐ (C) $y_1 + y_2 = 9$. ☐ (D) $y_1 + y_2 = 10$.

Câu 205. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định, và có bảng biến thiên như dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
y'	+		+	0	-
y	$0 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow -1 \searrow -\infty$		

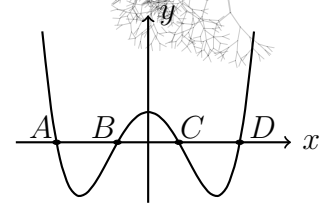
Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm thực duy nhất.

- ☐ (A) $[0; +\infty) \cup \{-1\}$. ☐ (B) $(0; +\infty) \cup \{-1\}$. ☐ (C) $(0; +\infty)$. ☐ (D) $[0; +\infty)$.

Câu 206. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị (C) . Giả sử (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 (với $x_1 < x_2 < x_3$). Khẳng định nào sau đây đúng?

- ☐ (A) $1 < x_1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$. ☐ (B) $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.
☐ (C) $x_1 < 0 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$. ☐ (D) $1 < x_1 < 3 < x_2 < 4 < x_3$.

Câu 207. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt A, B, C, D như hình vẽ bên. Biết rằng $AB = BC = CD$, mệnh đề nào sau đây đúng?



- (A) $a > 0, b > 0, c > 0, 9b^2 = 100ac$.
 (B) $a > 0, b < 0, c > 0, 9b^2 = 100ac$.
 (C) $a > 0, b > 0, c > 0, 100b^2 = 9ac$.
 (D) $a > 0, b < 0, c > 0, 100b^2 = 9ac$.

Câu 208. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (6m^2 - 3)x$ đạt cực trị tại $x = 1$.

- (A) Không có giá trị nào của tham số m (B) $m = 0$
 (C) $m = 1$ (D) $m = 0$ hoặc $m = 1$

Câu 209. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = \frac{mx - 1}{x + m}$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{3}$ trên $[0; 2]$.

- (A) $m = -1$. (B) $m = 1$. (C) $m = -3$. (D) $m = 3$.

Câu 210. Cho hàm số $y = |x|^3 - mx + 5$ ($m > 0$), m là tham số. Hỏi hàm số đã cho có thể có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 4. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Câu 211. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến của (C). Giá trị lớn nhất mà d có thể đạt được là

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (B) $\sqrt{5}$. (C) $\sqrt{3}$. (D) $\sqrt{6}$.

Câu 212. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = (m - x^3) \sqrt{1 - x^3}$ đồng biến trên $(0; 1)$.

- (A) $m \geq -2$ (B) $m \leq -2$ (C) $m > 1$ (D) $m < 1$

Câu 213. Tìm tất cả các điểm cực trị của hàm số $y = \frac{1}{2} \sin 2x + \cos x - 2017$.

- (A) $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$ (B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$
 (C) $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ (D) $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

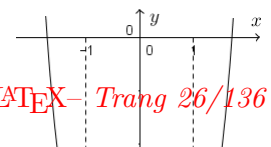
Câu 214. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx + (m+1)\sqrt{x-2} + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{D} = [2; +\infty)$.

- (A) $m \geq 0$. (B) $m \leq -1$. (C) $m < -1$. (D) $-2 \leq m \leq 1$.

Câu 215. Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. Tính diện tích S của tam giác ABC ta có kết quả

- (A) $S = 1$. (B) $S = 2$. (C) $S = 3$. (D) $S = 4$.

Câu 216. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $|f(x)| = \pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.





- (A) 3.
- (B) 2.
- (C) 4.
- (D) 6.

Câu 217. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6}$ có bao nhiêu tiệm cận?

- (A) 1 đường tiệm cận ngang và 2 đường tiệm cận đứng
- (B) 2 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng
- (C) 0 tiệm cận ngang và 2 tiệm cận đứng
- (D) 1 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng

Câu 218. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $ab \neq 0$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- (A) Với mọi giá trị của a, b đồ thị của hàm số có 3 điểm cực trị Là 3 đỉnh của một tam giác cân
- (B) Hàm số có 3 điểm cực trị khi $ab < 0$.
- (C) Hàm số có 3 điểm cực trị khi $ab > 0$.
- (D) Hàm số có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu

Câu 219. Biết hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 1]$ bằng 2. Khi đó giá trị của m là

- (A) $m = 0$.
- (B) $m = 2$.
- (C) $m = 4$.
- (D) $m = 6$.

Câu 220. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C) , tiếp tuyến của đồ thị (C) có hệ số góc đạt giá trị lớn nhất khi

- (A) $a > 0$ và hoành độ tiếp điểm là $x = -\frac{b}{3a}$.
- (B) $a < 0$ và hoành độ tiếp điểm là $x = -\frac{b}{3a}$.
- (C) Hoành độ tiếp điểm là $x = -\frac{b}{3a}$.
- (D) Tiếp điểm đi qua điểm uốn

Câu 221. Cho hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$ đồng biến trên tập nào trong các tập sau?

- (A) $(-2; 2)$
- (B) $[-2; 2] \setminus \{0\}$
- (C) $(0; 2)$
- (D) $(-2; 0)$

Câu 222. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + mx - 3$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$ là

- (A) $(-\infty; -3)$
- (B) $(-\infty; 0]$
- (C) $(-\infty; -3]$
- (D) $(-\infty; 0)$

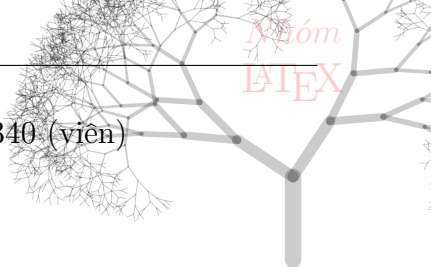
Câu 223. Tập hợp tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{3x + m}{x - 1}$ và đường thẳng $y = 2x + 1$ có điểm chung là

- (A) $(-3; +\infty)$
- (B) $[-3; +\infty)$
- (C) $(-\infty; -3]$
- (D) $(-\infty; -3)$

Câu 224. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$ có đúng hai nghiệm thuộc $[1; 8]$ là

- (A) $(3; 6]$
- (B) $(2; 6)$
- (C) $[3; 6)$
- (D) $(2; 3]$

Câu 225. Một gia đình muốn xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 2,2 m, chiều rộng 1,5 m, cao 1 m. Bể nước được thiết kế không có nắp đậy, bốn bức tường và đáy đều dày 1 dm. Bể nước được xây dựng bằng các viên gạch là khối lập phương cạnh bằng 1 dm. Giả sử độ dày của vữa xây không đáng kể thì số lượng viên gạch cần để xây bể bằng



- (A) 3300 (viên) (B) 1220 (viên) (C) 960 (viên) (D) 2340 (viên)

Câu 226. Hàm số $y = \frac{mx-1}{x+m}$ có giá trị lớn nhất trên $[0; 1]$ bằng 2 khi

- (A) $m = -\frac{1}{2}$. (B) $m = -3$. (C) $m = \frac{1}{2}$. (D) $m = 1$.

Câu 227. Một vật xuất phát từ A chuyển động thẳng và nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 1 + 2t$ (m/s). Tính vận tốc tại thời điểm mà vật đi cách A một khoảng 20 m (giả thiết thời điểm vật xuất phát từ A tương ứng với $t = 0$).

- (A) 12 (m/s) (B) 11 (m/s) (C) 10 (m/s) (D) 9 (m/s)

Câu 228. Tìm m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (2m+2)x - 3m + 2$ nghịch biến trên tập xác định.

- (A) $m \leq -3$ (B) $m < -3$ (C) $m \geq -3$ (D) $m > -3$

Câu 229. Hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ khi

- (A) $m = -2$ (B) $m = -1$ (C) $m = 2$ (D) $m = 1$

Câu 230. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị tạo thành 3 đỉnh của một tam giác có diện tích bằng 2?

- (A) $\sqrt[5]{4}$ (B) $m = 16$ (C) $m = \sqrt[5]{16}$ (D) $m = -\sqrt[3]{16}$

Câu 231. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^3 x - \cos 2x + \sin x + 2$ trên $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ bằng

- (A) -1 (B) 6 (C) $\frac{23}{27}$ (D) 1

Câu 232. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{x-x^2}$.

- (A) $[0; 1]$ (B) $\left[0; \frac{1}{4}\right]$ (C) $[0; 2]$ (D) $\left[0; \frac{1}{2}\right]$

Câu 233. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx-2}{2x-m}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

- (A) $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 2 \end{cases}$ (B) $-2 < m < 2$ (C) $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$ (D) $-2 \leq m \leq 2$

Câu 234. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-m}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận?

- (A) $m = 1, m = 4$ (B) $m = 1$ (C) $m = 4$ (D) $m = 0$

Câu 235. Khối lăng trụ đều $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $24cm^3$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACB'D'$.

- (A) $8cm^3$ (B) $6cm^2$ (C) $12cm^3$ (D) $4cm^3$

Câu 236. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \cos x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- (A) $m \leq 1$ (B) $m \geq 1$ (C) $m < 1$ (D) $m > 1$

Câu 237. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

y



- ☐ A $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 4ac > 0$
☐ B $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 8a > 0$
☐ C $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 4ac < 0$
☐ D $a < 0, b > 0, c > 0, b^2 - 8ac < 0$

Câu 238. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2 \cos x + 1}{\cos x - m}$ đồng biến trên $(0; \pi)$.

- ☐ A $m \leq -1$ ☐ B $m \geq -\frac{1}{2}$ ☐ C $m \geq 1$ ☐ D $m > -\frac{1}{2}$

Câu 239. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1 - \sqrt{3x + 1}}{x^2 - x}$.

- ☐ A 0 ☐ B 2 ☐ C 1 ☐ D 3

Câu 240. Hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- ☐ A $(1; +\infty)$ ☐ B $(1; 2)$ ☐ C $(0; 1)$ ☐ D $(-\infty; 1)$

Câu 241. Cho hàm số $f(x) = \frac{9}{x} + x$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số trên $(-\infty; 0)$.

- ☐ A 3 ☐ B -6 ☐ C -9 ☐ D -3

Câu 242. Hàm số nào sau đây thỏa mãn với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 > x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$?

- ☐ A $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$ ☐ B $f(x) = \frac{2x + 1}{x + 3}$
☐ C $f(x) = x^3 + x^2 + 1$ ☐ D $f(x) = x^3 + x^2 + 3x + 1$

Câu 243. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

- ☐ A $m > 0$ hoặc $m < -4$ ☐ B $-4 \leq m \leq 0$
☐ C $m \geq 0$ hoặc $m \leq -4$ ☐ D $-4 < m < 0$

Câu 244. Biết rằng phương trình $(x - 2)^{\log_2[4(x-2)]} = 4(x - 2)^3$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Tính $2x_1 - x_2$.

- ☐ A 1 ☐ B 3 ☐ C -5 ☐ D -1

Câu 245. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để trên đồ thị hàm số

$$y = x^3 + (2m - 1)x^2 + (m - 1)x + m - 2$$

có hai điểm A, B phân biệt đối xứng nhau qua gốc toạ độ

- ☐ A $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$ ☐ B $m > 2$
☐ C $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$ ☐ D $\frac{1}{2} < m < 2$

Câu 246. Giá trị nhỏ nhất của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- ☐ A $m = 2$ ☐ B $m = 4$ ☐ C $m = 0$ ☐ D $m = 1$

Câu 247. Cho hàm số $y = \frac{(a + b)x + 1}{x + a - b}$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	3		$-\infty$		3

Tìm a, b ?

- ☐ A $a = 2; b = 1$
☐ B $a = -1; b = 2$
☐ C $a = -2; b = 1$
☐ D $a = 1; b = 2$

Câu 248. Giá trị nào của m để hàm số $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + m + 3$ có giá trị nhỏ nhất bằng 5.

- ☐ A 6
 ☐ B 7
 ☐ C 8
 ☐ D 9

Câu 249. Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng diện tích là $48m^2$, hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất là

- ☐ A $20\sqrt{3}$
☐ B 20
 ☐ C $16\sqrt{3}$
☐ D 9

Câu 250. Tìm các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = mx - 3m$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 15$.

- ☐ A $m = 3$
☐ B $m = -\frac{3}{2}$
☐ C $m = \frac{3}{2}$
☐ D $m = -3$

Câu 251. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{2x-1}-1}{x^2-3x+2}$ có đồ thị (C) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

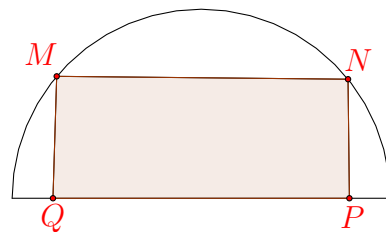
- ☐ A (C) có hai tiệm cận đứng
 ☐ B (C) có một tiệm cận ngang
 ☐ C (C) không có tiệm cận ngang
 ☐ D (C) không có tiệm cận đứng

Câu 252. Cho tứ diện $O.ABC$ với OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = a, OC = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, OA . Tính thể tích khối chóp $OCMN$.

- ☐ A $\frac{a^3}{24}$
☐ B $\frac{a^3}{4}$
☐ C $\frac{2a^3}{3}$
☐ D $\frac{a^3}{12}$

Câu 253. Từ một miếng tôn hình bán nguyệt có bán kính $R = 3$, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (xem hình) có diện tích lớn nhất. Diện tích lớn nhất có thể có của miếng tôn hình chữ nhật là:

- ☐ A $6\sqrt{3}$
☐ B $6\sqrt{2}$
☐ C 9
 ☐ D 7



Câu 254. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- ☐ A $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$
☐ B $-2 \leq m \leq -1$
☐ C $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$
☐ D $-2 < m < -1$

Câu 255. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C) . Tìm tọa độ điểm M có hoành độ dương thuộc (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất.

- ☐ A $M(2; 2)$
☐ B $M(0; -1)$
☐ C $M(1; -3)$
☐ D $M(4; 3)$

Câu 256. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $(d) : y = x + m - 1$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.

- (A) $m = 4 \pm \sqrt{10}$ (B) $m = 4 \pm \sqrt{3}$ (C) $m = 2 \pm \sqrt{10}$ (D) $m = 2 \pm \sqrt{3}$

Câu 257. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ thỏa mãn $x_A^2 + x_B^2 = 2$.

- (A) $m = \pm 3$ (B) $m = 0$ (C) $m = 2$ (D) $m = \pm 1$

Câu 258. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\sqrt[4]{x^2+1} - \sqrt{x} = m$ có nghiệm.

- (A) $(0; +\infty)$ (B) $(0; 1)$ (C) $(-\infty; 0]$ (D) $(0; 1]$

Câu 259. Cho hàm số $y = 3\sin x - 4\sin^3 x$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

- (A) 1 (B) 7 (C) -1 (D) 3

Câu 260. Tìm tất cả các giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x+m-1}{x+1}$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng 1.

- (A) $m = 1$ (B) $m = 2$ (C) $m = 3$ (D) $m = 0$

Câu 261. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$ có đồ thị là (C) . Tìm tất cả các giá trị của m để (C) không có tiệm cận đứng.

- (A) $m = 2$ (B) $m = 1$ (C) $m = 0$ hoặc $m = 1$ (D) $m = 0$

Câu 262. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 3$ nghịch biến trên khoảng có độ dài lớn hơn 3.

- (A) $m < 0$ hoặc $m > 6$ (B) $m > 6$ (C) $m < 0$ (D) $m = 9$

Câu 263. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -t^3 + 6t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc vận tốc đạt giá trị lớn nhất thì quãng đường vật đi được là bao nhiêu?

- (A) $16(m)$. (B) $20(m)$. (C) $12(m)$. (D) $24(m)$

Câu 264. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m+3)x + m - 4$. Điều kiện của tham số m để đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị là

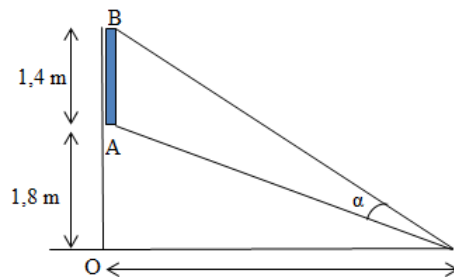
- (A) $m > 4$. (B) $-3 < m < -1$. (C) $m > 0$. (D) $m > 1$.

Câu 265. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{(a-2b)x^2 + bx + 1}{x^2 + x - b}$ có tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang là $y = 0$. Tính $a + 2b$.

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 10

1.1.2 Các câu vận dụng cao

Câu 266. Một người cần đi từ khách sạn A bên bờ biển đến hòn đảo. Biết rằng khoảng cách từ đảo C đến bờ biển là 10 km , khoảng cách từ khách sạn A đến điểm gần nhất tính từ đảo C vào bờ là 40 km . Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ dưới đây). Biết kinh phí đi đường thủy là 5 USD/km , đường bộ là 3 USD/km . Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất? ($AB = 40\text{ km}$, $BC = 10\text{ km}$)



- (A) $\frac{15}{2}\text{ km}$ (B) $\frac{65}{2}\text{ km}$ (C) 10 km (D) 40 km

Câu 267. Giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là:

- (A) $m \leq 0$ hay $1 \leq m < 2$. (B) $m \leq 0$.
(C) $2 \leq m$. (D) $m > 2$.

Câu 268. Một màn ảnh hình chữ nhật cao $1,4\text{ m}$ được đặt ở độ cao $1,8\text{ m}$ so với tầm mắt (tính đầu mép dưới của màn ảnh). Để nhìn rõ màn ảnh nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Một người muốn nhìn rõ màn hình nhất thì phải đứng cách màn ảnh theo phương ngang một khoảng cách là:

- (A) $x = -2,4\text{ m}$. (B) $x = 2,4\text{ m}$. (C) $x = \pm 2,4\text{ m}$. (D) $x = 1,8\text{ m}$.

Câu 269. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - (m+1)x^2 + m$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có tổng bình phương các hoành độ bằng 6.

- (A) $m = -1 + \sqrt{3}$. (B) $m = 3$. (C) $m = 2$. (D) $m = 5$.

Câu 270. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ (1). Cho $A(2; 3)$, tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị B và C sao cho tam giác ABC cân tại A .

- (A) $m = \frac{1}{2}$ (B) $m = \frac{3}{2}$ (C) $m = \frac{-3}{2}$ (D) $m = \frac{-1}{2}$

Câu 271. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{4-x} + \sqrt{2+x} = \sqrt{m+2x-x^2}$ có hai nghiệm phân biệt.

- (A) $m \in [15; +\infty)$. (B) $m \in (-\infty; 14)$. (C) $m \in [14; 15)$. (D) $m \in [14; 15]$.

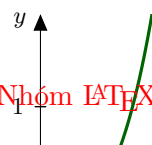
Câu 272. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ 8 + 4a + 2b + c < 0 \end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ và trục Ox là

- (A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 1

Câu 273. Có một cái hồ hình chữ nhật rộng 50 m , dài 200 m . Một vận động viên tập luyện chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ vị trí điểm A chạy theo chiều dài bể bơi đến vị trí điểm M và bơi từ vị trí điểm M thẳng đến đích là điểm B (đường nét đậm) như hình vẽ. Hỏi vận động viên đó nên chọn vị trí điểm M cách điểm A bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) để đến đích nhanh nhất, biết rằng vận tốc bơi là $1,6\text{ m/s}$, vận tốc chạy là $4,8\text{ m/s}$.

- (A) 178 m (B) 182 m (C) 180 m (D) 184 m

Câu 274. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?





- (A) $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$
 (B) $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$
 (C) $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$
 (D) $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$

Câu 275. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 4 (km)$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7 (km)$. Người canh hải đăng phải chèo đò từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc $6 (km/h)$ rồi đi xe đạp từ M đến C với vận tốc $10 (km/h)$ (hình vẽ bên). Xác định khoảng cách từ M đến C để người đó đi từ A đến C là nhanh nhất.

- (A) $6km$. (B) $3km$. (C) $4km$. (D) $9km$.

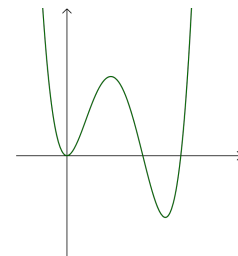
Câu 276. Đồ thị hai hàm số $y = x^3 - 2x$ và $y = e^x$ có bao nhiêu giao điểm

- (A) 4 (B) 2 (C) 5 (D) 3

Câu 277. Biết $M(1; -6)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + bx^2 + cx + 1$. Tìm tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số đó.

- (A) $N(2; 21)$ (B) $N(-2; 21)$ (C) $N(-2; 11)$ (D) $N(2; 6)$

Câu 278. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình bên dưới. Khi đó trên $\mathbb{R}$ hàm số $y = f(x)$



- (A) Có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
 (B) Có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
 (C) Có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
 (D) Có 2 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

Câu 279. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2(m-1)x^2 + 2m - 5$ có ba điểm cực trị lập thành tam giác đều?

- (A) $m = 1$ (B) $m = 1 - \sqrt[3]{3}$ (C) $m = 1 + \sqrt[3]{3}$ (D) $m = 1 - \sqrt{3}$

Câu 280. Người ta tiến hành mạ vàng chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật có nắp. Thể tích của hộp là $1000cm^3$, chiều cao của hộp là $10cm$. Biết rằng đơn giá mạ vàng là 10.000 đ/cm^2 . Gọi x (triệu đồng) là tổng số tiền bỏ ra khi mạ vàng cả mặt bên trong và mặt bên ngoài chiếc hộp. Tìm giá trị nhỏ nhất của x , biết rằng độ rộng của chiếc hộp không đáng kể.

- (A) 12 triệu (B) 6 triệu (C) 8 triệu (D) 4 triệu

Câu 281. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 6x^2 + 4x$ có ba điểm cực trị là A, B, C . Khi đó tọa độ trọng tâm tam giác ABC là

- (A) $(-1; 9)$ (B) $(0; -6)$ (C) $(0; 3)$ (D) $(1; -1)$

Câu 282. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 1$ (có đồ thị (C_m)). Tìm m để đường thẳng $\Delta: y = x + 1$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt $P(0; 1), M, N$ sao cho bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN bằng $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

- (A) $m = -3$ (B) $m = \frac{9}{4}$ (C) $m = 0$ (D) $m = 1$

Câu 283. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2(m-1)x^2 + 2m - 5$ có ba điểm cực trị lập thành tam giác cân có góc ở đỉnh bằng 120° .

- (A) $m = 1$ (B) $m = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$ (C) $m = 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ (D) $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

Câu 284. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số : $y = -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$ có 3 điểm cực trị là 3 đỉnh của một tam giác đều.

- (A) $m = 1$ (B) $m = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ (C) $m = -\sqrt[3]{3}$ (D) $m = \sqrt[3]{3}$

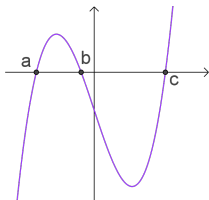
Câu 285. Vòm cửa lớn của một trung tâm văn hóa có dạng hình parabol. Người ta dự định lắp cửa kính cho vòm cửa này. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào biết rằng vòm cửa cao $8m$ và rộng $8m$.

- (A) $\frac{28}{3}m^2$ (B) $\frac{128}{3}m^2$ (C) $\frac{26}{3}m^2$ (D) $\frac{131}{3}m^2$

Câu 286. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) > 0, \forall x > 0$. Biết $f(1) = 2$, hỏi khẳng định nào sau đây có thể xảy ra?

- (A) $f(2016) > f(2017)$ (B) $f(2) + f(3) = 4$ (C) $f(2) = 1$ (D) $f(-1) = 2$

Câu 287. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Biết $f(a) > 0$, hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?



- (A) 4 điểm. (B) 3 điểm. (C) 1 điểm. (D) 2 điểm.

Câu 288. Một chất điểm chuyển động theo qui luật $s = 6t^2 - t^3$ (trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây mà chất điểm bắt đầu chuyển động). Tính thời điểm t (giây) mà tại đó vận tốc (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất.

- (A) $t = 2$ (B) $t = 4$ (C) $t = 1$ (D) $t = 3$

Câu 289. Các giá trị của tham số a để bất phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} \geq a \cdot 3^{\sin^2 x}$ có nghiệm thực là:

- (A) $a \in (-2; +\infty)$ (B) $a \in (-\infty; 4]$ (C) $a \in [4; +\infty)$ (D) $a \in (-\infty; -4)$

Câu 290. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tìm các điểm M trên đồ thị (C) sao cho khoảng cách từ hai điểm $A(2; 4)$ và $B(-4; -2)$ đến tiếp tuyến của (C) tại M là bằng nhau.

- (A) $M(0; 1)$ (B) $\left[M\left(1; \frac{3}{2}\right) \right. \\ \left. M\left(2; \frac{5}{3}\right) \right]$ (C) $M\left(1; \frac{3}{2}\right)$ (D) $\left[M(0; 1) \right. \\ \left. M(-2; 3) \right]$

Câu 291. Các giá trị thực của m để hệ phương trình $\begin{cases} x - y + m = 0 \\ y + \sqrt{xy} = 2 \end{cases}$ có nghiệm là

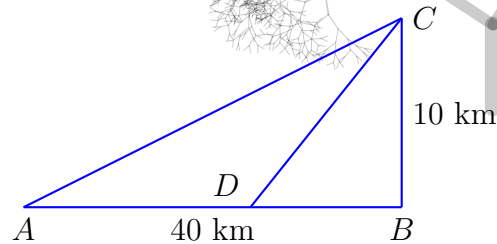
- (A) $m \in (-\infty; 2] \cup (4; +\infty)$ (B) $m \in (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$ (C) $m \geq 4$ (D) $m \leq 2$

Câu 292. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 3x + m + 1}{x + 1}$ đồng biến trên các khoảng xác định xác định.

- (A) $m \leq 0$ (B) $m < 0$ (C) $m = 0$ (D) $m = -1$

Câu 293. Một người cần đi từ khách sạn A bên bờ biển đến hòn đảo C.

Biết rằng khoảng cách từ đảo C đến bờ biển là 10 km, khoảng cách từ khách sạn A đến điểm B trên bờ gần đảo C là 40 km. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ dưới đây). Biết kinh phí đi đường thủy là 5 USD / km, đi đường bộ là 3 USD / km. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất ? ($AB = 40$ km, $BC = 10$ km).



- ☐ A $\frac{15}{2}$ km
 ☐ B $\frac{65}{2}$ km
 ☐ C 10 km
 ☐ D 40 km

Câu 294. Cho hình thang cân có độ dài đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng 1 mét. Khi đó hình thang đã cho có diện tích lớn nhất bằng ?

- ☐ A $3\sqrt{3} m^2$
 ☐ B $\frac{3\sqrt{3}}{2} m^2$
 ☐ C $\frac{3\sqrt{3}}{4} m^2$
 ☐ D $1 m^2$

Câu 295. Cho hàm số $y = |x|^3 - mx + 5$, m là tham số. Hỏi hàm số đã cho có thể có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị.

- ☐ A 3
 ☐ B 1
 ☐ C 2
 ☐ D 4

Câu 296. Một màn ảnh hình chữ nhật cao $1,4m$ được đặt ở độ cao $1,8m$ so với tầm mắt (tính đầu mép dưới của màn ảnh). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Tính khoảng cách từ vị trí đó đến màn ảnh.

- ☐ A $1,8m$
 ☐ B $1,4m$
 ☐ C $\frac{84}{193}m$
 ☐ D $2,4m$

Câu 297. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm A thuộc (C) . Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách từ A đến các tiệm cận của (C) .

- ☐ A 2
 ☐ B $2\sqrt{2}$
 ☐ C 3
 ☐ D $2\sqrt{3}$

Câu 298. Tập tất cả các giá trị của m để phương trình $\sqrt[4]{x^2+1} - \sqrt{x} = m$ có nghiệm là

- ☐ A $(0; 1)$
 ☐ B $(-\infty; 0]$
 ☐ C $(1; +\infty)$
 ☐ D $(0; 1]$

Câu 299. Tìm m để phương trình: $3\sqrt{21-4x-x^2} = m - 4x + 2$ có nghiệm.

- ☐ A $-35 < m \leq 15$
 ☐ B $-40 < m \leq 15$
☐ C $-30 \leq m \leq 15$
 ☐ D $-20 \leq m \leq 15$

Câu 300. Một người nông dân muốn bán 30 tấn lúa. Nếu mỗi tấn bán với giá 4.000.000 đồng thì khách hàng mua hết, nếu cứ tăng lên 300.000 đồng mỗi tấn thì có hai tấn không bán được. Vậy cần bán một tấn lúa với giá bao nhiêu để người nông dân thu được số tiền lớn nhất?

- ☐ A 4.000.000 đồng
 ☐ B 4.100.000 đồng
☐ C 4.250.000 đồng
 ☐ D 4.500.000 đồng

Câu 301. Cho các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và $y = \frac{f(x)+3}{g(x)+3}$. Hệ số góc các tiếp tuyến của đồ thị các hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = 1$ là bằng nhau và khác 0. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- ☐ A $f(1) \leq -\frac{11}{4}$
 ☐ B $f(1) < -\frac{11}{4}$
 ☐ C $f(1) > -\frac{11}{4}$
 ☐ D $f(1) \geq -\frac{11}{4}$

Câu 302. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2 + 3mx + 1}}{x + 2}$ có ba tiệm cận.

- (A) $0 < m < \frac{1}{2}$ (B) $0 < m \leq \frac{1}{2}$ (C) $m > 0$ (D) $m \geq \frac{1}{2}$

Câu 303. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x + m(\sin x + \cos x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- (A) $m \in \left(-\infty; \frac{-1}{\sqrt{2}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; +\infty\right)$ (B) $\frac{-1}{\sqrt{2}} \leq m \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$
(C) $-3 < m < \frac{1}{\sqrt{2}}$ (D) $m \in \left(-\infty; \frac{-1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}; +\infty\right)$

Câu 304. Cho hàm số $y = \frac{mx^2 - 2x + m - 1}{2x + 1}$. Đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số này vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất khi m bằng

- (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) $\frac{1}{2}$

Câu 305. Đồ thị hàm số $y = \frac{3x - 1}{2x + 1}$ có tâm đối xứng là điểm

- (A) $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ (B) $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ (C) $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ (D) $\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

Câu 306. Phương trình $|\sin x - \cos x| + \sin 2x = m$ có nghiệm thực khi và chỉ khi

- (A) $\sqrt{2} - 1 \leq m \leq 1$ (B) $\sqrt{2} - 1 \leq m \leq \frac{5}{4}$
(C) $1 \leq m \leq \frac{5}{4}$ (D) $m = 1 \vee m = \frac{5}{4}$

Câu 307. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Gọi d là đường thẳng đi qua điểm cực đại của (C) và có hệ số góc k . Tìm k để tổng khoảng cách từ hai điểm cực tiểu của (C) đến d là nhỏ nhất.

- (A) $k = \pm \frac{1}{16}$ (B) $k = \pm \frac{1}{4}$ (C) $k = \pm \frac{1}{2}$ (D) $k = \pm 1$

Câu 308. Cho hàm số $y = x^4 - mx^2 + 2m - 1$ có đồ thị là (C_m) . Tìm tất cả các giá trị của m để (C_m) có ba điểm cực trị cùng với gốc tọa độ tạo thành bốn đỉnh của một hình thoi.

- (A) $m = 1 + \sqrt{2}$ hoặc $m = -1 + \sqrt{2}$ (B) Không có giá trị m
(C) $m = 4 + \sqrt{2}$ hoặc $m = 4 - \sqrt{2}$ (D) $m = 2 + \sqrt{2}$ hoặc $m = 2 - \sqrt{2}$

Câu 309. Một miếng bìa hình tam giác đều ABC , cạnh bằng 16. Học sinh Trang cắt một hình chữ nhật $MNPQ$ từ miếng bìa trên để làm biển trông xe cho lớp trong buổi ngoại khóa (với M, N thuộc cạnh BC ; P, Q lần lượt thuộc cạnh AC và AB). Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ lớn nhất bằng bao nhiêu?

- (A) $16\sqrt{3}$ (B) $8\sqrt{3}$ (C) $32\sqrt{3}$ (D) $34\sqrt{3}$

Câu 310. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có 3 điểm cực trị và đường tròn đi qua 3 điểm ấy có bán kính bằng 1.

- (A) $m = -1$ (B) $m = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
(C) $m = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ (D) $m = -1$ hoặc $m = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$

Câu 311. Đồ thị của hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - x + 2$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- (A) 2 (B) 0 (C) 3 (D) 1

Câu 312. Biết rằng hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 3(m-1)x^2 + 9x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(x_1; x_2)$ và đồng biến trên các khoảng còn lại của tập xác định. Nếu $|x_1 - x_2| = 6\sqrt{3}$ thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

- (A) $m = -1$ (B) $m = 3$ (C) $m = -3; m = 1$ (D) $m = -1; m = 3$

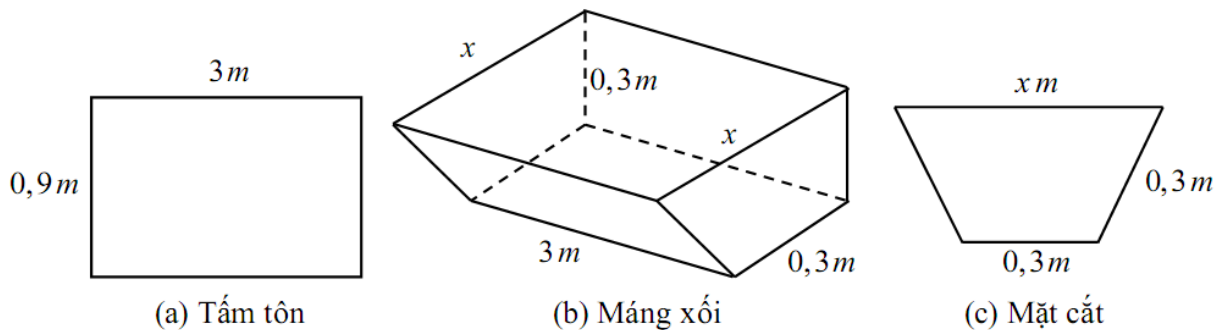
Câu 313. Cho các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = \frac{f(x)}{g(x)}$. Nếu các hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị các hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = 0$ bằng nhau và khác 0 thì

- (A) $f(0) < \frac{1}{4}$ (B) $f(0) \leq \frac{1}{4}$ (C) $f(0) > \frac{1}{4}$ (D) $f(0) \geq \frac{1}{4}$

Câu 314. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến của (C). Giá trị lớn nhất d có thể đạt được là:

- (A) $3\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$

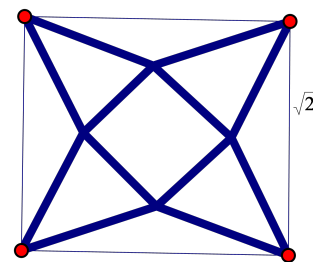
Câu 315. Để làm một máng xối nước, từ một tấm tôn kích thước $0,9m \times 3m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới biết mặt cắt của máng xối (bởi mặt phẳng song song với hai mặt đáy) là một hình thang cân và máng xối là một hình lăng trụ có chiều cao bằng chiều dài của tấm tôn. Hỏi $x(m)$ bằng bao nhiêu thì thể tích máng xối lớn nhất?



- (A) $x = 0,5m$. (B) $x = 0,65m$. (C) $x = 0,4m$. (D) $x = 0,6m$.

Câu 316. Người ta cắt một tờ giấy hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{2}$ để gấp thành một hình chóp tứ giác đều sao cho bốn đỉnh của hình vuông dán lại thành đỉnh của hình chóp. Tính cạnh đáy của khối chóp để thể tích của nó lớn nhất.

- (A) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (B) $\frac{2}{5}$
(C) 1 (D) $\frac{4}{5}$



Câu 317. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x} - 2x^2}{\sqrt{x} + 1}$. Khi đó giá trị của $M - m$ là:

- (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

Câu 318. Cho một mặt cầu có bán kính bằng 1. Xét các hình chóp tam giác đều ngoại tiếp mặt cầu trên. Hỏi thể tích nhỏ nhất của chúng bằng bao nhiêu?

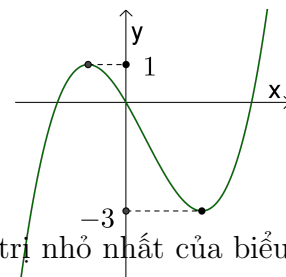
- (A) $\min V = 4\sqrt{3}$ (B) $\min V = 8\sqrt{3}$ (C) $\min V = 9\sqrt{3}$ (D) $\min V = 16\sqrt{3}$

Câu 319. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^4 - 2mx^2$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

- (A) $m \leq -1$. (B) $m = -1$ hoặc $m > \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.
(C) $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$. (D) $m \leq -1$ hoặc $m > 1$.

Câu 320. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị là:

- (A) $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$. (B) $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$.
(C) $m = -1$ hoặc $m = 3$. (D) $1 \leq m \leq 3$.



Câu 321. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3})$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(x^2 + y^2) + 15xy$ là:

- (A) $\min P = -83$. (B) $\min P = -63$. (C) $\min P = -80$. (D) $\min P = -91$.

Câu 322. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m\sqrt{2 + \tan^2 x} = m + \tan x$ có ít nhất một nghiệm thực.

- (A) $-1 < m < 1$ (B) $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$ (C) $-1 \leq m \leq 1$ (D) $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$

Câu 323. Biết rằng tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 - (m-3)x + 2017m$ đồng biến trên các khoảng $(-3; -1)$ và $(0; 3)$ là đoạn $[a; b]$. Tính $a^2 + b^2$.

- (A) $a^2 + b^2 = 13$ (B) $a^2 + b^2 = 5$ (C) $a^2 + b^2 = 8$ (D) $a^2 + b^2 = 10$

Câu 324. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Tính bán kính R của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$.

- (A) $R = \frac{a\sqrt{29}}{8}$ (B) $R = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$ (C) $R = \frac{a\sqrt{37}}{6}$ (D) $R = \frac{a\sqrt{93}}{12}$

Câu 325. Tìm m để phương trình $x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + (15 - 3m^2)x^2 - 6mx + 10 = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$?

- (A) $\frac{11}{5} < m < 4$. (B) $2 < m \leq \frac{5}{2}$. (C) $\frac{7}{5} \leq m < 3$. (D) $0 < m < \frac{9}{4}$.

Câu 326. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + \frac{3}{2}$. Phương trình $\frac{f(f(x))}{2f(x) - 1} = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- (A) 9 nghiệm. (B) 4 nghiệm. (C) 6 nghiệm. (D) 5 nghiệm.

Câu 327. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Giả sử A, B là các điểm cực trị của đồ thị hàm số. Biết rằng AB đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.

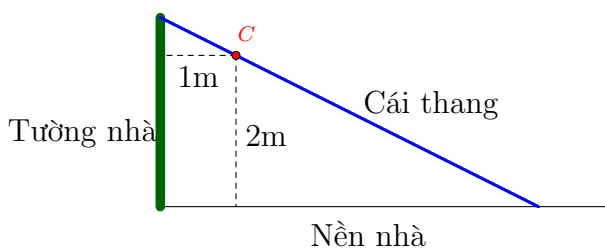
- (A) -9 (B) $-\frac{25}{9}$ (C) $-\frac{16}{25}$ (D) 1

Câu 328. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$ có hai điểm cực trị thuộc đường thẳng $d : y = ax + b$.

Tích ab bằng

- (A) -8 (B) -2 (C) -6 (D) 2

Câu 329. Ông An cần sản xuất một cái thang để treo qua một bức tường nhà. Ông muốn cái thang phải luôn được đặt đi qua vị trí C , biết rằng điểm C cao $2m$ so với nền nhà và điểm C cách tường nhà $1m$ (như hình vẽ bên). Giả sử kinh phí để sản xuất thang là 500.000 đồng/ 1 mét dài. Hỏi ông An cần ít nhất bao nhiêu tiền để sản xuất thang (kết quả làm tròn đến hàng nghìn đồng)?



- (A) $1.750.000$ đồng. (B) $2.081.000$ đồng. (C) $2.755.000$ đồng. (D) $3.115.000$ đồng.

Câu 330. Cho hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến với đồ thị (C) tại $M(2; 5)$ cắt hai đường tiệm cận tại E và F . Khi đó độ dài EF bằng

- (A) $2\sqrt{13}$. (B) $\sqrt{13}$. (C) $\sqrt{10}$. (D) $2\sqrt{10}$.

Câu 331. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị $(C) : y = x^3 + 3mx^2 - m^3$ cắt đường thẳng $d : y = m^3x + 2m^3$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 83$.

- (A) $m = -1$. (B) $m = 2$. (C) $m = 1$. (D) $m = -1; m = 1$.

Câu 332. Cho hàm số $y = \frac{x}{x - 1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d : y = -x + m$. Khi đó số giá trị của m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB (O là gốc tọa độ) có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $2\sqrt{2}$ là:

- (A) 0 (B) 3 (C) 1 (D) 2

Câu 333. Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 3at^2 + bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150m^3$, sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100m^3$. Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.

- (A) $8400m^3$ (B) $2200m^3$ (C) $600m^3$ (D) $4200m^3$

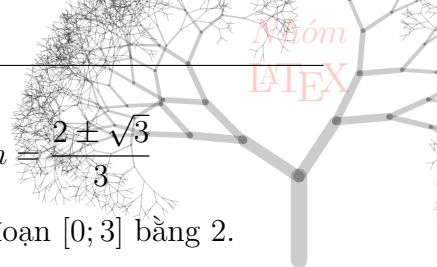
Câu 334. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m + 1)x + 1$ có đồ thị (C) . Tìm m để đường thẳng $d : y = x + 1$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt $P(0; 1), M, N$ sao cho bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN bằng $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

- (A) $m = \frac{9}{4}$ (B) $m = -3$ (C) $m = 0$ (D) $m = 1$

Câu 335. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $y = x + m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$

- (A) $m = 4 \pm \sqrt{10}$ (B) $m = 4 \pm \sqrt{3}$ (C) $m = 2 \pm \sqrt{3}$ (D) $m = 2 \pm \sqrt{10}$

Câu 336. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng đi qua điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn tâm $I(1; 1)$, bán kính bằng 1 tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất.



(A) $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$ (B) $m = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$ (C) $m = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$ (D) $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$

Câu 337. Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 2.

(A) $m=2$ (B) $m = \frac{31}{27}$ (C) $m > \frac{3}{2}$ (D) $m = 1$

Câu 338. Cho hàm số $y = (x - m)^3 - 3x + m^2(1)$. Gọi M là điểm cực đại của đồ thị hàm số (1) ứng với một giá trị m thích hợp, đồng thời M cũng là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số (1) ứng với một giá trị khác của m . Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn yêu cầu đề bài?

(A) 2 (B) 1 (C) 3 (D) 0

Câu 339. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (1 - m)x + m$ có đồ thị (C) . Tìm m để (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$.

(A) $\begin{cases} -\frac{1}{4} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$ (C) $-\frac{1}{4} < m < 1$ (D) $\frac{1}{4} < m < 1$

Câu 340. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Tính số con cá phải thả trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất.

(A) 14 (B) 12 (C) 15 (D) 13

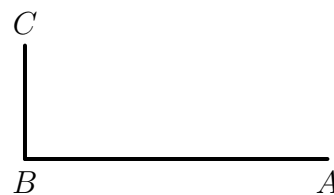
Câu 341. Cho 3 số thực $x; y; z$ thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z - 7 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + 3y + 6z$

(A) $T = 20$. (B) $T = 7$. (C) $T = 48$. (D) $T = 49$.

Câu 342. Biết đường thẳng $y = (3m - 1)x + 6m + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại 3 điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó, m thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(-1; 0)$ (B) $(0; 1)$ (C) $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ (D) $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$

Câu 343. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như hình vẽ. Khoảng cách từ C đến B là $1km$. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là $4km$. Tổng chi phí lắp đặt cho $1km$ dây điện trên biển là 40 triệu đồng, còn trên đất liền là 20 triệu đồng. Tính tổng chi phí nhỏ nhất để hoàn thành công việc trên (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).



(A) 106,25 triệu đồng (B) 120 triệu đồng (C) 164,92 triệu đồng (D) 114,64 triệu đồng

1.2 Phần hướng dẫn giải

1.2.1 Các câu vận dụng thấp

Câu 344. Cho hàm số $y = x^3 - 3m^2x^2 + m^3$ có đồ thị (C) . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ song song với đường thẳng $d: y = -3x$.

(A) $m = 1$. (B) $m = -1$.
 (C) $\begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$. (D) Không có giá trị của m .

Lời giải: Ta có: $y' = 3x^2 - 6m^2x$.

+Tiếp tuyến của (C) tại $x_0 = 1 \parallel d : y = -3x$ nên: $y'(1) = -3 \Leftrightarrow 3 - 6m^2 = -3 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

+Xét phương trình: $x^3 - 3m^2x^2 + m^3 = -3x$ (*)

-Với $m = 1$; $x_0 = 1$ không phải là nghiệm của pt (*) nên tiếp tuyến song song với d (nhận)

-Với $m = -1$; $x_0 = 1$ là nghiệm của pt (*) nên tiếp tuyến trùng với d (loại)

Chọn đáp án: $m = 1$. □

Câu 345. Giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + (m + 1)x^2 + 3x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

(A) $-1 \leq m \leq 2$

(B) $m > 2$

(C) $m \leq -1 \cup m \geq 2$

(D) $m \leq -1$

Lời giải:

Trường hợp 1. Xét $m = 1$, ta có $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ đây là một hàm bậc 2 và không thể luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Trường hợp 2. $m = -1$, ta có $y = 3x - 1$, hàm này luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. Suy ra $m = -1$ thỏa mãn.

Trường hợp 3. $m \neq \pm 1$. $f'(x) = (m^2 - 1)x^2 + 2(m + 1)x + 3$ ($f'(x)$ là tam thức bậc hai).

$$f'(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \iff \begin{cases} m^2 - 1 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \iff m \leq -1 \cup m \geq 2 \quad \square$$

Câu 346. Giá trị nào của m sau đây để đường thẳng $y = 4m$ cắt đồ thị hàm số $(C) : y = x^4 - 8x^2 + 3$ tại 4 phân biệt:

(A) $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$

(B) $m \leq \frac{3}{4}$

(C) $m \geq -\frac{13}{4}$

(D) $-\frac{13}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm là: $x^4 - 8x^2 + 3 - 4m = 0$ (1)

Đặt $t = x^2, t \geq 0$. Phương trình (1) trở thành: $t^2 - 8t + 3 - 4m = 0$ (2)

Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $\iff$ phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt dương tương đương

$$\begin{cases} \Delta' = 16 + 4m - 3 > 0 \\ S = 4 > 0 \\ P = 3 - 4m > 0 \end{cases} \iff -\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4} \quad \square$$

Câu 347. Cho hàm số $y = \frac{2mx + m}{x - 1}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

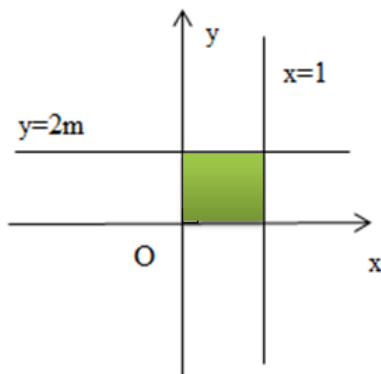
(A) $m = 2$

(B) $m = \pm \frac{1}{2}$

(C) $m = \pm 4$

(D) $m = \pm 2$

Lời giải:



Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 2m$. $S = 1 \cdot |2m| = 8 \iff |m| = 4 \iff m = 4 \vee m = -4$.
□

Câu 348. Tìm m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2mx^2 + 2$ có 3 cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.

- Ⓐ $m = \sqrt[3]{3}$ Ⓑ $m = \sqrt{3}$ Ⓒ $m = 3\sqrt{3}$ Ⓓ $m = 1$

Lời giải:

Ta có:

$$y = x^4 - 2mx^2 + 2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4mx^2 = 4x(x^2 - m).$$

Hàm số có ba cực trị khi $m > 0$. Lúc này: $y' = 0 \Leftrightarrow x \in \{0, \sqrt{m}, -\sqrt{m}\}$.
Tọa độ ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A(0; 2), B(\sqrt{m}; 2 - m^2), C(-\sqrt{m}; 2 - m^2).$$

Trung điểm BC là $I(0; 2 - m^2)$. Do tam giác ABC cân tại A nên:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AI \cdot BC}{2} = \frac{\sqrt{m^4} \cdot \sqrt{4m}}{2} = m^2 \sqrt{m}.$$

Theo giả thiết: $m^2 \sqrt{m} = 1 \Leftrightarrow m^5 = 1 \Leftrightarrow m = 1$. □

Câu 349. Một ca nô đang chạy trên hồ Tây với vận tốc $20m/s$ thì hết xăng; từ thời điểm đó, ca nô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc hết xăng. Hỏi từ lúc hết xăng đến lúc ca nô dừng hẳn đi được bao nhiêu mét?

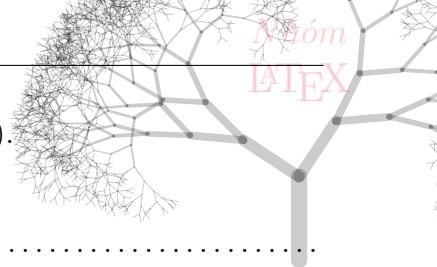
- Ⓐ 35 m Ⓑ 40 m Ⓒ 60 m Ⓓ 120 m

Lời giải:

Khi Ca nô dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 nên $v(t) = 0 \Leftrightarrow -5t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 4$. Từ lúc hết xăng đến lúc dừng hẳn, ca nô đi được quãng đường

$$S = \int_0^4 (-5t + 20) dt = \left(-\frac{5}{2}t^2 + 20t \right) \Big|_0^4 = 120 \text{ (mét).}$$

Câu 350. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx - 2}{2x - m}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định. □



(A) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

(B) $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

(C) $-2 < m < 2$.

(D) $-2 \leq m \leq 2$.

Lời giải: DK: $x \neq \frac{m}{2}$ Có $y' = \frac{-m^2 + 4}{(2x - m)^2}$, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -m^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$. $\square$

Câu 351. Cho đồ thị $(C) : y = x^3 - 3mx^2 + (3m - 1)x + 6m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1x_2x_3 = 20$.

(A) $m = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{3}$

(B) $m = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$

(C) $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$

(D) $m = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{3}$

Lời giải: Phương trình hoành độ giao điểm là $x^3 - 3mx^2 + (3m - 1)x + 6m = 0$
 $\Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - (3m + 1)x + 6m) = 0$.

Để phương trình có ba nghiệm thì

$$\Delta = (3m + 1)^2 - 24m = 9m^2 - 18m + 1 > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; \frac{9-6\sqrt{2}}{9}) \cup (\frac{9+6\sqrt{2}}{9}; +\infty).$$

Giả sử $x_1 = -1$ theo định lí Viet ta có $\begin{cases} x_2 + x_3 = (3m + 1) \\ x_2x_3 = 6m \end{cases}$. Khi đó $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1x_2x_3 = 20$

$$\Leftrightarrow 1 + (x_2 + x_3)^2 - 2x_2x_3 - x_2x_3 = 20 \Leftrightarrow (3m + 1)^2 - 18m - 19 = 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 4m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}.$$

Cả hai nghiệm thỏa mãn điều kiện. $\square$

Câu 352. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2017}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{4})$.

(A) $1 \leq m \leq 2017$

(B) $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m \leq 2017$

(C) $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2017$

(D) $m \geq 0$

Lời giải: Ta có $y' = \frac{-m + 2017}{(\tan x - m)^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$. Yêu cầu bài toán tương đương với

$$\begin{cases} -m + 2017 > 0 \\ m \neq \tan x, \forall x \in (0; \frac{\pi}{4}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2017 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 0 \text{ hoặc } 1 \leq m < 2017. \quad \square$$

Câu 353. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{-1}{3}x^3 + (m - 1)x^2 + (m + 3)x - 4$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.

(A) $m > \frac{12}{7}$

(B) $m < \frac{12}{7}$

(C) $m \leq \frac{12}{7}$

(D) $m \geq \frac{12}{7}$

Lời giải: Có $y' = -x^2 + 2(m - 1)x + (m + 3)$,

hàm số đồng biến trên $(0; 3) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (0; 3) \Leftrightarrow m \geq \frac{x^2 + 2x - 3}{2x + 1}, \forall x \in (0; 3)$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{2x + 1} = \frac{x}{2} + \frac{3}{4} - \frac{15}{4(2x + 1)}$ trên đoạn $[0; 3]$.

Có $f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{15}{2(2x + 1)^2} > 0, \forall x \in [0; 3]$, có $f(0) = -3; f(3) = \frac{12}{7}$.

Vậy yêu cầu bài toán tương đương với $m \geq \frac{12}{7}$. $\square$

Câu 354. Gọi M là điểm thuộc đồ thị $(C) : y = \frac{2x-1}{x-2}$ sao cho tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB = 2\sqrt{10}$. Khi đó tổng các hoành độ của tất cả các điểm M như trên bằng bao nhiêu?

- (A) 5 (B) 8 (C) 6 (D) 7

Lời giải: Giả sử $M\left(t, \frac{2t-1}{t-2}\right), t \neq 2$ là điểm thuộc (C) , có $y' = \frac{-3}{(x-2)^2}$, tiệm cận đứng $x = 2$, tiệm cận ngang $y = 2$. Phương trình tiếp tuyến tại M là $y = \frac{-3}{(t-2)^2}(x-t) + \frac{2t-1}{t-2} \quad (d)$.

(d) giao với các đường tiệm cận tại $A\left(2, \frac{2t+2}{t-2}\right), B(2t-2; 2)$.

Theo giả thiết $AB^2 = 40 \Leftrightarrow (2t-4)^2 + \frac{6^2}{(t-2)^2} = 40$

$\Leftrightarrow (t-2)^2 + \frac{9}{(t-2)^2} = 10 \Leftrightarrow t = -1, t = 1, t = 3, t = 5$.

Vậy tổng các hoành độ điểm M là 8. □

Câu 355. Cho $x^2 - xy + y^2 = 2$. Giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + xy + y^2$ bằng:

- (A) 2 (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{2}$

Lời giải: Ta có $3P - 2 = 2(x-y)^2 \geq 0$. Dấu bằng xảy ra khi chọn $x = y = \sqrt{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{2}{3}$. □

Câu 356. Để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$ có ba điểm cực trị tạo thành 3 đỉnh một tam giác vuông cân thì giá trị của m là:

- (A) $m = -1$. (B) $m = 0$
(C) $m = 0$ hoặc $m = 1$ (D) $m = 1$

Lời giải: Có $y' = 4x^3 - 4mx$, để có 3 điểm cực trị thì $m > 0$, khi đó các điểm cực trị là $A(0, m), B(-\sqrt{m}, -m^2 + m), C(\sqrt{m}, -m^2 + m)$ tạo thành tam giác cân tại A , để tam giác này vuông thì $AB \perp AC \Leftrightarrow -m + m^4 = 0 \Leftrightarrow m = 0, m = 1$. Theo điều kiện thì $m = 1$. □

Câu 357. Cho hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 9x - m$, với m là tham số thực. Xác định m để hàm số đã cho đạt cực trị tại x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| \leq 2$

- (A) $m \in [-3; 1 - \sqrt{3}) \cup (-1 + \sqrt{3}; 1]$ (B) $m \in [-3; -1 - \sqrt{3}) \cup (-1 - \sqrt{3}; 1]$
(C) $m \in [-3; -1 - \sqrt{3}) \cup (-1 + \sqrt{3}; 1]$ (D) $m \in (-3; -1 - \sqrt{3}) \cup (-1 + \sqrt{3}; 1)$

Lời giải: Có $y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 9 = 3[(x-m-1)^2 - m^2 - 2m + 2]$, để hàm số có hai cực trị x_1, x_2 thì $m^2 + 2m - 2 > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -1 - \sqrt{3}) \cup (-1 + \sqrt{3}; +\infty)$.

Khi đó theo định lý Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = 3 \end{cases}$.

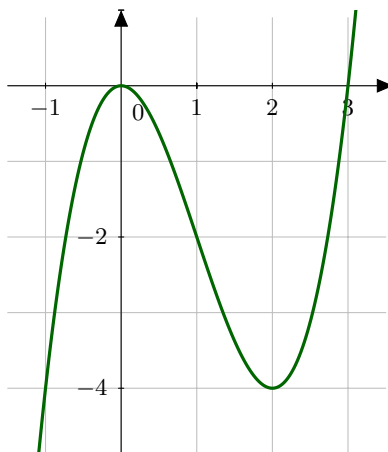
Giả thiết $|x_1 - x_2| \leq 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 \leq 4 \Leftrightarrow 4(m+1)^2 \leq 16 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1$.

Kết hợp với điều kiện ta được $m \in [-3; -1 - \sqrt{3}) \cup (-1 + \sqrt{3}; 1]$. □

Câu 358. Tất cả các giá trị của m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là:

- (A) $m \leq 0$. (B) $m \geq 4$. (C) $0 < m < 4$. (D) $-4 < m < 0$.

Lời giải: Vẽ bảng biến thiên hoặc đồ thị. Chọn đáp án $-4 < m < 0$.

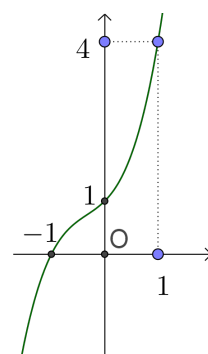


□

Câu 359. Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Xét các phát biểu sau:

- 1) $a = -1$
- 2) $ad < 0$
- 3) $ad > 0$
- 4) $d = -1$
- 5) $a + c = b + 1$

Số phát biểu sai là:



- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.

Lời giải: Từ đồ thị ta suy ra $a > 0$. Đồ thị đi qua điểm $A(-1; 0)$ và $B(0; 1)$ nên $d = 1$ và $a + c = d + d = b + 1$. Suy ra các khẳng định (3), (5) đúng, (1), (2), (4) sai. Do đó, có 3 khẳng định sai.

Phản biện: $a + c = b + d = b + 1$ □

Câu 360. Số các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1}$ là:

- (A) 0. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

Lời giải: Ta có $y = \frac{x-1}{(x^2-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+3}+2)}$.

Do đó đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng. □

Câu 361. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{(4a-b)x^2 + ax + 1}{x^2 + ax + b - 12}$ nhận trục hoành và trục tung làm hai tiệm cận thì giá trị $a + b$ bằng:

- (A) -10. (B) 2. (C) 10. (D) 15.

Lời giải: Đồ thị hàm số nhận trục hoành và trục tung làm 2 tiệm cận

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0} y = \infty \\ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - b = 0 \\ b - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 15 \end{cases} \Leftrightarrow a + b = 15$$

Phản biện: $b = 12$ □

Câu 362. Đồ thị của hàm số $y = \frac{(2m+1)x+3}{x+1}$ có đường tiệm cận đi qua điểm $A(-2; 7)$ khi và chỉ khi

- (A) $m = -3$ (B) $m = -1$ (C) $m = 3$ (D) $m = 1$

Lời giải: Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2m + 1$ khi $2m + 1 \neq 3 \Leftrightarrow m \neq 1$

Tiệm cận ngang đi qua điểm $A(-2; 7)$ khi và chỉ khi $7 = 2m + 1 \Leftrightarrow m = 3$ □

Câu 363. Điều kiện cần và đủ của m để hàm số $y = mx^4 + (m+1)x^2 + 1$ có đúng 1 điểm cực tiểu là

- (A) $-1 < m < 0$ (B) $m < -1$
(C) $m \in [-1; +\infty) \setminus \{0\}$ (D) $m > -1$

Lời giải: Điều kiện cần và đủ để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đúng một cực tiểu là: $\begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$

hoặc $\begin{cases} a = 0 \\ b > 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$. Từ đó giải ra $m > 0 \vee m = 0 \vee -1 < m < 0$. Vậy $m > -1$. Chọn đáp án là D. □

Câu 364. Hàm số $y = \frac{-1}{3}x^3 + mx^2 - x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

- (A) $m \in \mathbb{R} \setminus [-1; 1]$ (B) $m \in \mathbb{R} \setminus (-1; 1)$ (C) $m \in [-1; 1]$ (D) $m \in \mathbb{R} \setminus (-1; 1)$

Lời giải: Ta có $y' = -x^2 + 2mx - 1$ có $\Delta' = m^2 - 1$. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\Delta \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow m \in [-1; 1]$. □

Câu 365. Điều kiện cần và đủ của m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + (m^2+2m)x + 1$ nghịch biến trên $(2; 3)$ là

- (A) $m \in [1; 2]$ (B) $m \in (1; 2)$ (C) $m < 1$ (D) $m > 2$

Lời giải: Ta có $y' = x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m$. Xét $y' = 0 \Leftrightarrow x = m \vee x = m + 2$. Để hàm số nghịch biến trên $(2; 3)$ thì $m \leq 2 < 3 \leq m + 2 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2$. □

Câu 366. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin^4 x - \sin^3 x$ là

- (A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) -1

Lời giải: Đặt $t = \sin x, t \in [-1; 1]$. Xét hàm số $g(t) = t^4 - t^3$. Ta có $g'(t) = 4t^3 - 3t^2 = 0 \Leftrightarrow t = 0 \vee t = \frac{3}{4}$. Từ đó $\max g(t) = g(-1) = 2$. Vậy $\max y = 2$. □

Câu 367. Điều kiện cần và đủ của m để hàm số $y = \frac{mx+5}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định là

- (A) $m > -5$. (B) $m \geq -5$. (C) $m \geq 5$. (D) $m > 5$

Lời giải: Ta có $y' = \frac{m-5}{(x+1)^2}$. Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $m > 5$ □

Câu 368. Đồ thị của hàm số $y = \frac{(2m+1)x+3}{x+1}$ có đường tiệm cận đi qua điểm $A(-2; 7)$ khi và chỉ khi

- (A) $m = -3$ (B) $m = -1$ (C) $m = 3$ (D) $m = 1$

Lời giải: Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2m + 1$ khi $2m + 1 \neq 3 \Leftrightarrow m \neq 1$

Tiệm cận ngang đi qua điểm $A(-2; 7)$ khi và chỉ khi $7 = 2m + 1 \Leftrightarrow m = 3$ □

Câu 369. Điều kiện cần và đủ của m để hàm số $y = mx^4 + (m+1)x^2 + 1$ có đúng 1 điểm cực tiểu là

- (A) $-1 < m < 0$ (B) $m < -1$
(C) $m \in [-1; +\infty) \setminus \{0\}$ (D) $m > -1$

Lời giải: Điều kiện cần và đủ để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đúng một cực tiểu là: $\begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$

hoặc $\begin{cases} a = 0 \\ b > 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$. Từ đó giải ra $m > 0 \vee m = 0 \vee -1 < m < 0$. Vậy $m > -1$. Chọn đáp án là D. □

Câu 370. Hàm số $y = \frac{-1}{3}x^3 + mx^2 - x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

- (A) $m \in \mathbb{R} \setminus [-1; 1]$ (B) $m \in \mathbb{R} \setminus (-1; 1)$ (C) $m \in [-1; 1]$ (D) $m \in \mathbb{R} \setminus (-1; 1)$

Lời giải: Ta có $y' = -x^2 + 2mx - 1$ có $\Delta' = m^2 - 1$. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\Delta \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow m \in [-1; 1]$. □

Câu 371. Điều kiện cần và đủ của m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + (m^2+2m)x + 1$ nghịch biến trên $(2; 3)$ là

- (A) $m \in [1; 2]$ (B) $m \in (1; 2)$ (C) $m < 1$ (D) $m > 2$

Lời giải: Ta có $y' = x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m$. Xét $y' = 0 \Leftrightarrow x = m \vee x = m + 2$. Để hàm số nghịch biến trên $(2; 3)$ thì $m \leq 2 < 3 \leq m + 2 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2$. □

Câu 372. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin^4 x - \sin^3 x$ là

- (A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) -1

Lời giải: Đặt $t = \sin x, t \in [-1; 1]$. Xét hàm số $g(t) = t^4 - t^3$. Ta có $g'(t) = 4t^3 - 3t^2 = 0 \Leftrightarrow t = 0 \vee t = \frac{3}{4}$. Từ đó $\max g(t) = g(-1) = 2$. Vậy $\max y = 2$. □

Câu 373. Điều kiện cần và đủ của m để hàm số $y = \frac{mx+5}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định là

- (A) $m > -5$. (B) $m \geq -5$. (C) $m \geq 5$. (D) $m > 5$

Lời giải: Ta có $y' = \frac{m-5}{(x+1)^2}$. Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $m > 5$ □

Câu 374. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ và đường thẳng $y = x - 2$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tính $y_A + y_B$.

- (A) $y_A + y_B = -2$ (B) $y_A + y_B = 2$ (C) $y_A + y_B = 4$ (D) $y_A + y_B = 0$

Lời giải: Xét phương trình $\frac{x+3}{x-1} = x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$ (1).

x_A, x_B là 2 nghiệm phân biệt của (1) $\Rightarrow y_A + y_B = x_A + x_B - 4 = 0$. □

Câu 375. $y = x^3 - 2mx^2 + (m^2 + m - 1)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 1$.

- (A) $m = 1$ và $m = 2$ (B) $m = 1$ (C) $m = 2$ (D) $m = -2$

Lời giải: Ta có $y' = 3x^2 - 4mx + m^2 + m - 1$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1 \Rightarrow y'(1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$

Với $m = 1 \Rightarrow y''(1) = 2 > 0 \Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ (loại)

Với $m = 2 \Rightarrow y''(1) = -2 < 0 \Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ (TM). □

Câu 376. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+4x+m}$ có hai đường tiệm cận đứng.

- (A) $m < 4$ (B) $m > 4$ (C) $\begin{cases} m < 4 \\ m \neq -5 \end{cases}$ (D) $m > -5$

Lời giải: Đặt $g(x) = x^2 + 4x + m$.

Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng khi phương trình $g(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1. $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4 - m > 0 \\ g(1) = m + 5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m \neq -5 \end{cases}$. □

Câu 377. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{4-x} = \sqrt{-x^2 + 4x + m}$ có nghiệm thực.

- (A) $m \leq 4$ (B) $4 \leq m \leq 5$ (C) $m \geq 5$ (D) $4 < m < 5$

Lời giải: Phương trình đã cho tương đương với $\begin{cases} x \in [0; 4] \\ 4 + 2\sqrt{-x^2 + 4x} = -x^2 + 4x + m \end{cases}$ (1) Đặt

$t = \sqrt{-x^2 + 4x}$ ($t \in [0; 2]$), (1) trở thành $-t^2 + 2t + 4 = m$ (2).

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi (1) có nghiệm thuộc $[0; 4]$, khi và chỉ khi (2) có nghiệm thuộc đoạn $[0; 2]$.

Vì $4 \leq -t^2 + 2t + 4 \leq 5$ với mọi $t \in [0; 2]$ nên ta chọn $m \in [4; 5]$. □

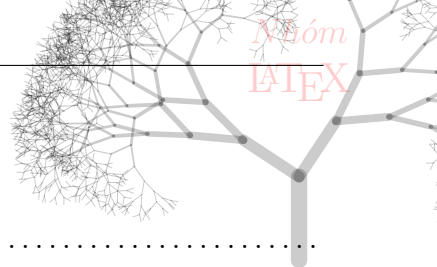
Câu 378. Biết rằng hàm số $y = \frac{-1}{3}x^3 + \frac{mx^2}{3} + 4$ đạt cực đại tại $x = 2$. Khi đó giá trị của m sẽ là

- (A) $m = 1$ (B) $m = 2$ (C) $m = 3$ (D) $m = 4$

Lời giải: $y' - x^2 + \frac{2}{3}mx \Rightarrow y'(2) = \frac{4m}{3} - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 3$

Thử lại Với $m = 3$ có $y''(2) = -2 < 0$. Vậy $m = 3$ thỏa mãn. □

Câu 379. Một hình chữ nhật có diện tích là 100 thì chu vi hình chữ nhật nhỏ nhất khi chiều rộng x và chiều dài y tương ứng là



(A) $x = 25; y = 4$

(C) $x = 20; y = 5$

(B) $x = 10; y = 10$

(D) $x = 50; y = 2$

Lời giải: Cách 1. Ta thấy chu vi hình chữ nhật $= (\text{dài} + \text{rộng}) \cdot 2$

Chỉ vi nhỏ nhất khi dài + rộng nhỏ nhất. Thử các đáp án ta thấy đáp án ta thấy đáp án B có dài cộng rộng nhỏ nhất.

Cách 2. Gọi chiều rộng hình chữ nhật là x khi đó chiều dài $\frac{100}{x}$

Chu vi hình chữ nhật $f(x) = 2(x + \frac{100}{x}), x > 0$. Khảo sát ta thấy $x = 10$ suy ra đáp án B. $\square$

Câu 380. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{16\log_3 x}{\log_3 x^2 + 3} - \frac{3\log_3 x^2}{\log_3 x + 1} < 0$ là

(A) $\left(\frac{1}{3\sqrt{3}}; \frac{1}{3}\right) \cup (1; \sqrt{3})$ **(B)** $(0; 1) \cup (3; +\infty)$ **(C)** $\left(\frac{1}{3}; \sqrt{3}\right) \cup (3; +\infty)$ **(D)** $\left(0; \frac{1}{3\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; \sqrt{3}\right)$ $\cup$

Lời giải: Điều kiện: $x > 0$; Đặt: $t = \log_3 x$.

Bất phương trình tương đương: $\frac{16t}{2t+3} - \frac{6t}{t+1} < 0 \Leftrightarrow \frac{2t(2t-1)}{(2t+3)(t+1)} < 0$

Tập nghiệm là: $t \in \left(-\frac{3}{2}; -1\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow x \in \left(\frac{1}{3\sqrt{3}}; \frac{1}{3}\right) \cup (1; \sqrt{3})$ $\square$

Câu 381. Cho hàm số $y = \left(\frac{a}{1+a^2}\right)^{x-1}$ với $a > 0$ là một hằng số. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- (A)** Hàm số luôn đồng biến trên khoảng $\mathbb{R}$.
(B) Hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
(C) Hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
(D) Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải: Do $a > 0 \Rightarrow a^2 + 1 > a > 0 \Rightarrow 1 > \frac{a}{1+a^2} > 0$

$\Rightarrow y = \left(\frac{a}{1+a^2}\right)^{x-1}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. $\square$

Câu 382. Giải bất phương trình $2^{\frac{3x-1}{2x+1}} < 2^{\frac{2-x}{2x+1}} + 1$.

(A) $-\frac{1}{2} < x < 2$ **(B)** $x > 2$ **(C)** $\begin{cases} x > 2 \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases}$ **(D)** $x < -\frac{1}{2}$

Lời giải: Pt tương đương $2^{\frac{2x+1+x-2}{2x+1}} < 2^{\frac{2-x}{2x+1}} + 1 \Leftrightarrow 2^{\frac{x-2}{2x+1}} + 1 < 2^{\frac{x-2}{2x+1}} + 1$

$\Leftrightarrow \frac{x-2}{2x+1} < \frac{2-x}{2x+1} \Leftrightarrow \frac{2(x-2)}{2x+1} < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 2$ $\square$

Câu 383. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ **(B)** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$
(C) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ **(D)** Đồ thị của hàm số đối xứng qua gốc tọa độ

Lời giải: Với hàm bậc 3 thì điểm uốn là tâm đối xứng, hoành độ của điểm uốn là nghiệm của phương trình $y'' = 6x = 0 \iff x = 0$. Điểm uốn chính là gốc tọa độ O . $\square$

Câu 384. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			2	
		-1	$-\infty$		$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm thực.

- ☐ A $(-\infty; -1) \cup \{2\}$
☐ B $(-\infty; 2)$
☐ C $(-\infty; 2]$
☒ D $(-\infty; -1] \cup \{2\}$

Lời giải: Nhìn vào bảng biến thiên ta có kết luận đáp án là D. Điểm gây nhầm lẫn ở đây sẽ là điểm $y = -1$ nhưng ở đây hàm số đạt giá trị -1 khi $x \rightarrow \infty$ $\square$

Câu 385. Cho hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- ☒ A Cực tiểu của hàm số bằng 0
 ☐ B Cực đại của hàm số bằng 2
 ☐ C Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 0
 ☐ D Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2

Lời giải: Ta có $y = 0$ khi $x = \pm 2$. Nhưng đạo hàm $y' = \frac{-2x}{\sqrt{4 - x^2}}$ thì không đổi dấu khi x đi qua các điểm ± 2 . Nên hàm không thể đạt cực trị tại hai điểm đó. $\square$

Câu 386. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sin x}{x^2}$ là

- ☐ A 0
 ☐ B 1
 ☒ C 2
 ☐ D 3

Lời giải: Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} = \infty$ và $\lim_{x \rightarrow \infty} = 0$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận là $x = 0$ và $y = 0$. $\square$

Câu 387. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + x + m^2 - 4m + 1$ đồng biến trên $[1; 3]$.

- ☒ A $(-\infty; 1]$
☐ B $(-\infty; -1)$
☐ C $\left(-\infty; \frac{10}{3}\right)$
☐ D $\left(-\infty; \frac{10}{3}\right]$

Lời giải: $y' = x^2 - 2mx + 1$ để hàm số luôn đồng biến trên $[1, 3]$ ta cần $x^2 - 2mx + 1 \geq 0 \quad \forall x \in [1, 3]$
 $\forall x \in [1, 3]$ ta có $f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x} \geq m$. Xét $f(x)$ trên $[1, 3]$ $f(1) = 1; f(3) = \frac{5}{3}$. Vậy để hàm số luôn đồng biến ta cần $m \leq 1$. $\square$

Câu 388. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có điểm cực tiểu là $O(0; 0)$ và điểm cực đại là $M(1; 1)$. Giá trị của a, b, c, d lần lượt là

- ☐ A 3; 0; -2; 0
 ☒ B -2; 3; 0; 0
 ☐ C 3; 0; 2; 0
 ☐ D -2; 0; 0; 3

Lời giải: Hàm đạt cực tiểu tại $(0, 0)$ nên $f(0) = 0 \Rightarrow d = 0$.

Hàm đạt cực đại tại $(1, 1)$ nên $f(1) = a + b + c = 1$

$y' = 3ax^2 + 2bx + c = k(x - 1)x = kx^2 - kx$ (*) nên $c = 0$.

Do $c = d = 0$ nhìn vào các đáp án chọn B.

Tính toán cụ thể thì đồng nhất hệ số ở (*) ta được $\frac{2b}{3a} = -1$ kết hợp với $a + b = 1$ ta tìm được a, b .

□

Câu 389. Đồ thị hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có dạng như hình bên

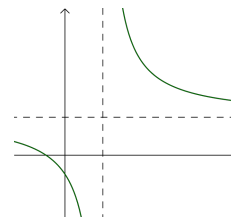
Chọn kết luận sai

(A) $bd < 0$

(B) $cd > 0$

(C) $ab > 0$

(D) $ac > 0$



Lời giải: Hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$.

Dựa vào đồ thị ta có: $-\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow \frac{d}{c} < 0 \Rightarrow c.d < 0$.

□

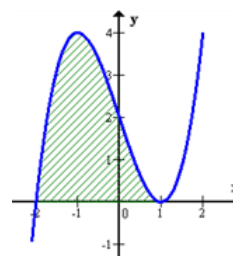
Câu 390. Tính diện tích S của phần hình phẳng gạch sọc (bên dưới) giới hạn bởi đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và trục hoành

(A) $S = \frac{31}{5}\pi$

(B) $\frac{19}{3}$

(C) $\frac{31}{5}$

(D) $S = \frac{27}{4}$



Lời giải: Nhìn vào đồ thị ta có

$$\begin{cases} f(0) = 2 \\ f(1) = 0 \\ f(-2) = 0 \\ f(-1) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ a + b + c + 2 = 0 \\ -8a + 4b - 2c + 2 = 0 \\ -a + b - c + 2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 2 \end{cases}$$

Vậy $f(x) = x^3 - 3x + 2$ suy ra $S = \int_{-2}^1 f(x) dx = \frac{27}{4}$.

□

Câu 391. Cho x, y là hai số không âm thỏa mãn $x + y = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + y^2 - x + 1$.

(A) $\min P = -5$

(B) $\min P = 5$

(C) $\min P = \frac{7}{3}$

(D) $\min P = \frac{115}{3}$

Lời giải: Thế $y = 2 - x$ vào biểu thức P ta có:

• $P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + (2 - x)^2 - x + 1 = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + 5, x \in [0; 2]$

• Có $P' = x^2 + 4x - 5, P' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases} \Rightarrow \min P = P(1) = \frac{7}{3}$

□

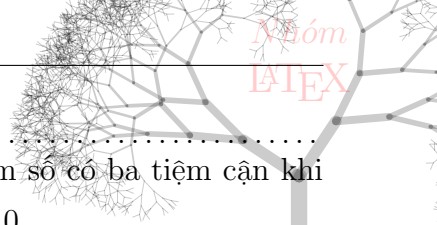
Câu 392. Cho hàm số $y = \frac{x + 3}{x^2 + 4x + m}$, Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có ba tiệm cận?

(A) $m > 4$ và $m \neq 3$

(B) $m < 4$

(C) $m < 4$ và $m \neq 3$

(D) $m \in \mathbb{R}$



Lời giải: Đồ thị hàm số đã cho luôn có tiệm cận ngang $y = 0$ Đồ thị hàm số có ba tiệm cận khi phương trình $x^2 + 4x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác $-3 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ (-3)^2 + 4(-3) + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m \neq 3 \end{cases}$ Chọn C. $\square$

Câu 393. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x + \sqrt{4 - x^2} = m$ có nghiệm
 (A) $-2 \leq m \leq 2\sqrt{2}$ (B) $-2 < m < 2\sqrt{2}$ (C) $-2 < m < 2$ (D) $-2 \leq m \leq 2$

Lời giải: Xét hàm số $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}, x \in [-2; 2]; f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$
 Lập bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $m \in [-2; 2\sqrt{2}]$ $\square$

Câu 394. Gọi $A \in (C) : y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ có hoành độ bằng 2. Tiếp tuyến của (C) tại A cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại M và N . Hãy tính diện tích tam giác OMN ?

- (A) $\frac{123}{6}$. (B) $\frac{125}{6}$. (C) $\frac{119}{6}$. (D) $\frac{121}{6}$.

Lời giải: Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ 2 của đồ thị $y = -3x + 11$
 Khi đó $M(0; 11), N(\frac{11}{3}; 0) \Rightarrow S_{\Delta OMN} = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot \frac{11}{3} = \frac{121}{6}$ $\square$

Câu 395. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1} - \frac{m}{2}x$ có tiệm cận ngang.

- (A) Không tồn tại m (B) $m = 2$ và $m = -2$ (C) $m = -1$ và $m = 2$ (D) $m = -2$

Lời giải: • TH1: Khi $m = 0$ thì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$.
 • TH2: Khi $m > 0$ thì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ và

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - \frac{mx}{2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1 - \left(\frac{mx}{2} \right)^2}{\sqrt{x^2 + 1} + \frac{mx}{2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 - \frac{m^2}{4} \right) x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 1} + \frac{mx}{2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 - \frac{m^2}{4} \right) x + \frac{1}{x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + \frac{m}{2}}$$

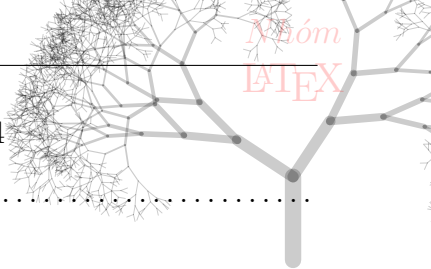
Giới hạn này tồn tại khi và chỉ khi $1 - \frac{m^2}{4} = 0 \Leftrightarrow m = 2$ do $m > 0$. • TH3: Khi $m < 0$ thì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ và

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 1} - \frac{mx}{2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1 - \left(\frac{mx}{2} \right)^2}{\sqrt{x^2 + 1} + \frac{mx}{2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 - \frac{m^2}{4} \right) x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 1} + \frac{mx}{2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 - \frac{m^2}{4} \right) x + \frac{1}{x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + \frac{m}{2}}$$

Giới hạn này tồn tại khi và chỉ khi $1 - \frac{m^2}{4} = 0 \Leftrightarrow m = -2$ do $m < 0$.

Vậy $m = \pm 2$. $\square$

Câu 396. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x + 2}$, khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:



(A) $2\sqrt{55}$

(B) $2\sqrt{11}$

(C) 4

(D) 14

Lời giải: Ta có $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x + 2} \Rightarrow y' = \frac{x^2 + 4x - 7}{(x + 2)^2}$.

Gọi hai điểm cực trị của đồ thị là $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$. Khi đó: $y_1 = 2x_1 - 3$, $y_2 = 2x_2 - 3$.
Như thế:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{5(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{5 \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right)^2} = \sqrt{\frac{5\Delta}{a^2}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 44}{1}} = 2\sqrt{55}. \quad \square$$

Câu 397. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + mx + 1$ (m là tham số). Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

(A) $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right]$

(B) $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$

(C) $\left[\frac{4}{3}; +\infty\right)$

(D) $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$

Lời giải: Có $y' = 3x^2 - 4x + m$, yêu cầu bài toán tương đương

$$3x^2 - 4x + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = 4 - 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{4}{3}. \quad \square$$

Câu 398. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 6x - 5}$ trên đoạn $[1; 5]$ lần lượt là:

(A) 2 và 0

(B) 4 và 0

(C) 3 và 0

(D) 0 và -2

Lời giải: Hàm số xác định trên $[1; 5]$, có $y' = \frac{-x + 3}{\sqrt{-x^2 + 6x - 5}} = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

$f(1) = f(5) = 0$, $f(3) = 2$. Nên giá trị lớn nhất và nhỏ nhất lần lượt là 2, 0. $\square$

Câu 399. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị (C) . Số tiếp tuyến với đồ thị (C) đi qua điểm $J(-1; -2)$ là:

(A) 3

(B) 4

(C) 1

(D) 2

Lời giải: Ta có $y' = 3x^2 + 6x$, giả sử $M(a, a^3 + 3a^2 - 4)$ là tiếp điểm,

suy ra phương trình tiếp tuyến tại M là $y = (3a^2 + 6a)(x - a) + a^3 + 3a^2 - 4$

Tiếp tuyến này đi qua $J(-1; -2) \Leftrightarrow -2 = (3a^2 + 6a)(-1 - a) + a^3 + 3a^2 - 4$

$\Leftrightarrow a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = 0 \Leftrightarrow (a + 1)^3 = 0 \Leftrightarrow a = -1$. Do đó có một tiếp tuyến đi qua J . $\square$

Câu 400. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m + 1)x^2 + (m^2 + 2m)x + 1$ (m là tham số). Giá trị của tham số m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ là:

(A) $m = 1$

(B) $m = 0$

(C) $m = 2$

(D) $m = 3$

Lời giải: Có $y' = x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow x = m$ hoặc $x = m + 2$, nên hàm số luôn có cực đại, cực tiểu. Hơn nữa hàm số đạt cực tiểu tại $x = m + 2 = 2 \Rightarrow m = 0$. $\square$

Câu 401. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ đồng biến trên mỗi khoảng:

(A) $(-1; 3)$ và $(3; +\infty)$

(B) $(-\infty; -1)$ và $(1; 3)$

(C) $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$

(D) $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$

Lời giải: Có $y' = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x \in \{-1; 3\}$. Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$. $\square$

Câu 402. Đồ thị hàm số nào dưới đây không có tiệm cận ngang?

- (A) $y = x + \sqrt{x^2 - 1}$ (B) $y = \frac{x^2}{x - 1}$ (C) $y = \frac{x + 2}{x - 1}$ (D) $y = \frac{x + 2}{x^2 - 1}$

Lời giải: Vì ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x - 1} = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x - 1} = -\infty$$

nên hàm số $y = \frac{x^2}{x - 1}$ không có tiệm cận ngang. $\square$

Câu 403. Cho hàm số $y = (m - 1)x^3 + (m - 1)x^2 + x + m$. Tìm m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- (A) $m \geq 4, m < 1$ (B) $1 < m \leq 4$ (C) $1 < m < 4$ (D) $1 \leq m \leq 4$

Lời giải: Khi $m = 1$, hàm số trở thành $y = x + 1$ tăng trên $\mathbb{R}$ nên $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu. Với nhận xét này, các phương án A, B, C bị loại. Vậy chọn D. $\square$

Câu 404. Tìm m để đồ thị hàm số $y = (x + 2)(x^2 - 2x + m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- (A) Không tồn tại m (B) $-8 < m < 1$ (C) $0 \neq m < 1$ (D) $-8 \neq m < 1$

Lời giải: Phương trình hoành độ giao điểm là $(x + 2)(x^2 - 2x + m) = 0 \Leftrightarrow x = -2$ hoặc $x^2 - 2x + m = 0(1)$.

Yêu cầu bài toán tương đương với (1) có hai nghiệm phân biệt khác -2 , nghĩa là

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ (-2)^2 - 2(-2) + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq -8 \end{cases} \quad \square$$

Câu 405. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x - \cos^2 x - \frac{1}{2}$.

- (A) $\max y = \frac{3}{2}, \min y = -\frac{7}{4}$ (B) $\max y = -\frac{3}{2}, \min y = -\frac{7}{4}$
(C) $\max y = -\frac{1}{2}, \min y = -\frac{7}{4}$ (D) $\max y = \frac{1}{2}, \min y = -\frac{7}{4}$

Lời giải: Đặt $t = \sin x, t \in [-1; 1]$. Khi đó hàm số trở thành $g(t) = t - (1 - t^2) - \frac{1}{2}$.

Xét GTLN và GTNN trên $[-1; 1]$ ta có $\max y = \frac{1}{2}, \min y = -\frac{7}{4}$. $\square$

Câu 406. Tìm giá trị của m để hàm số $y = x^3 - 3(m + 1)x^2 - 9x - m$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

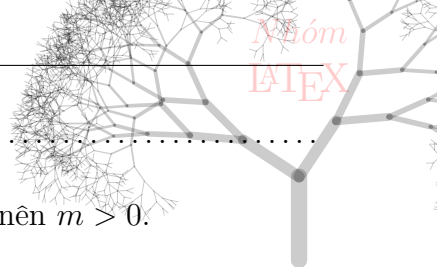
- (A) $m = -2$ hoặc $m = 0$ (B) $m = 2$
(C) $m = 0$ hoặc $m = 2$ (D) $m = 0$

Lời giải: Ta có $y' = 3x^2 - 6mx - 6x - 9$.

Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 2x - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}$. Khi đó $x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10 \Leftrightarrow (2m + 2)^2 - 2(-3) = 10 \Leftrightarrow m = -2, m = 0$ $\square$

Câu 407. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^3 - m^2$ có ba điểm cực trị đều nằm trên các trục tọa độ.

- (A) $m = 1$ (B) $m = 1$ hoặc $m = 2$
(C) $m = 2$ (D) Không tồn tại m



Lời giải: Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$,

để hàm số có 3 điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt nên $m > 0$.

Vậy hàm số có 3 điểm cực trị là $x = 0$; $x = \sqrt{m}$ và $x = -\sqrt{m}$.

Để 3 điểm cực trị đều nằm trên trục tọa độ thì $x = \sqrt{m}$ cũng phải là nghiệm của phương trình $x^4 - 2mx^2 + m^3 - m^2 = 0$ (Tương tự với $x = -\sqrt{m}$).

Thay $x = \sqrt{m}$ vào ta có: $m^2 - 2m \cdot m + m^3 - m^2 = m^3 - 2m^2 = m^2(m - 2) = 0$.

Tìm được $m = 0$ hoặc $m = 2$. Loại $m = 0$ do điều kiện trên. □

Câu 408. Cho hàm số $y = \frac{x(\sqrt{x^2 - 2x} + x)}{x^2 - 1}$ có đồ thị (C) . Kí hiệu n là số tiệm cận ngang, d là số tiệm cận đứng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $n + d = 2$ (B) $n > d$ (C) $n + d = 4$ (D) $n < d$

Lời giải: [K:D1]

Ta có điều kiện $\begin{cases} x^2 - 2x \geq 0 \\ x^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty) \setminus \{-1\}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(\sqrt{x^2 - 2x} + x)}{x^2 - 1} = 2; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(\sqrt{x^2 - 2x} + x)}{x^2 - 1} = 0;$$

$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x(\sqrt{x^2 - 2x} + x)}{x^2 - 1} = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x(\sqrt{x^2 - 2x} + x)}{x^2 - 1} = +\infty$ Suy ra đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là $y = 2$; $y = 0$, có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$ □

Câu 409. Tìm các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- (A) $-2 \leq m \leq 2$ (B) $-3 < m < 1$ (C) $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$ (D) $m \in \mathbb{R}$

Lời giải: Ta có $y' = x^2 + 2mx + 4$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$$
 □

Câu 410. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2}$ bằng:

- (A) $2\sqrt{2}$ (B) 2 (C) 3 (D) 1

Lời giải: TXĐ: $D = [-2; 2]$

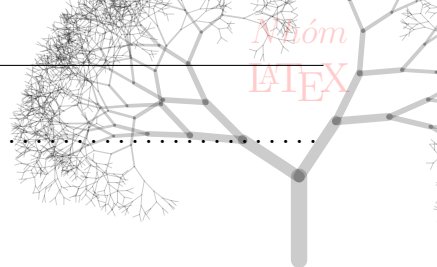
$$\text{Ta có } y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}} = \frac{\sqrt{4 - x^2} - x}{\sqrt{4 - x^2}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\text{Khi đó } f(-2) = -2; f(2) = 2; f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } \max_{[-2; 2]} f(x) = 2\sqrt{2}$$
 □

Câu 411. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = 2^{\frac{mx+1}{x+m}}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

- (A) $m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$ (B) $m \in (-1; 1)$ (C) $m \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right)$ (D) $m \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$



Lời giải: [K:D1]

Ta có $y' = 2^{\frac{mx+1}{x+m}} \ln 2 \cdot \frac{m^2 - 1}{(x+m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} -m \notin \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \\ y' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -\frac{1}{2} \\ m^2 - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1.$ □

Câu 412. Tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ tại điểm $A(0; 1)$, cắt (C) tại điểm B khác A . Tìm tọa độ điểm B .

- Ⓐ $B(-3; 1)$ Ⓑ $B(-1; 3)$ Ⓒ $B(1; 5)$ Ⓓ $B(-2; 5)$

Lời giải: [K, D1]

Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $A(0; 1)$ có phương trình là $y = 1$. hoành độ giao điểm của tiếp tuyến với đồ thị (C) là nghiệm của phương trình: $x^3 + 3x^2 + 1 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases}$

Vậy $B(-3; 1)$. □

Câu 413. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số : $f(x) = \frac{x^2}{2} - x + \sqrt{2x - x^2}$.

- Ⓐ $\max f(x) = 0$ Ⓑ $\max f(x) = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$
 Ⓒ $\max f(x) = -\frac{1}{2}$ Ⓓ $\max f(x) = \frac{1}{2}$

Lời giải: [K, D1]

Tập xác định $\mathcal{D} = [0; 2]$

$$y' = x - 1 - \frac{x-1}{\sqrt{2x-x^2}}, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 1 - \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

$$f(0) = 0, f(1) = \frac{1}{2}, f(2) = 0.$$

$$\text{Vậy } \max f(x) = \frac{1}{2}. \quad \square$$

Câu 414. Tìm m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 2)x^2 + 2$ có hai cực tiểu và một cực đại.

- Ⓐ $\begin{cases} m < -\sqrt{2} \\ 0 < m < \sqrt{2} \end{cases}$ Ⓑ $-\sqrt{2} < m < 0$ Ⓒ $m > \sqrt{2}$ Ⓓ $0 < m < \sqrt{2}$

Lời giải: Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hai cực tiểu và một cực đại $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ ab < 0 \end{cases}$

$$\text{Hay } \begin{cases} m > 0 \\ (m^2 - 2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \sqrt{2}. \quad \square$$

Câu 415. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + \frac{54}{x-2}$ trên $(2; +\infty)$.

- Ⓐ 0 Ⓑ -13 Ⓒ 23 Ⓓ -21

Lời giải:

Ta có $y' = 2x - 4 - \frac{54}{(x-2)^2}$
 $y' = 0 \Leftrightarrow (x-2)^3 = 3^3 \Leftrightarrow x = 5$.
 Dựa vào bảng biến thiên ở hình bên
 Vậy $\min_{x \in (2; +\infty)} y = y(5) = 23$

x	2	5	$+\infty$	
y'		-	0	+
y				

23

□

Câu 416. Tìm m để hàm số $y = x^3 + x^2 - (2m+1)x + 4$ có đúng hai cực trị.

- (A) $m < \frac{4}{3}$ (B) $m > -\frac{2}{3}$ (C) $m < -\frac{2}{3}$ (D) $m > -\frac{4}{3}$

Lời giải:

Ta có $y' = 3x^2 + 2x - (2m+1)$.

ycbt $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{2}{3}$.

□

Câu 417. Tìm m để phương trình $x^2 - 4x + m = 2\sqrt{5+4x-x^2} + 5$ có nghiệm.

- (A) $0 \leq m \leq 15$ (B) $m \geq -1$ (C) $-1 \leq m \leq 2\sqrt{3}$ (D) $m \geq 0$

Lời giải:

Điều kiện $-1 \leq x \leq 5$, đặt $t = \sqrt{5+4x-x^2} \Rightarrow t \in [0; 3]$.

pt $\Leftrightarrow m = 2t + t^2$, đặt $f(t) = 2t + t^2$

Kết luận: pt có nghiệm khi $m \in [0; 15]$.

t	0	3
$f(t)$	0	15

□

Câu 418. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = -2x^3 + (2m-1)x^2 - (m^2-1)x + 2$ có hai cực trị?

- (A) 4 (B) 5 (C) 3 (D) 6

Lời giải:

$y' = -6x^2 + 2(2m-1)x - (m^2-1)$.

ycbt $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow \frac{-2-3\sqrt{2}}{2} < m < \frac{-2+3\sqrt{2}}{2}$.

Vậy: $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1\}$.

□

Câu 419. Hình nào dưới đây không có tâm đối xứng?

- (A) Hình lập phương. (B) Hình hộp.
 (C) Tứ diện đều. (D) Hình bát diện đều.

Lời giải:

Hình lập phương, hình hộp, bát diện đều có tâm đối xứng là giao 2 đường chéo, tứ diện đều không có tâm đối xứng.

□

Câu 420. Tìm m để mỗi tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 - 2mx + 2017$ đều là đồ thị của hàm số bậc nhất đồng biến.

- (A) $-6 \leq m \leq 0$ (B) $-24 < m < 0$ (C) $-\frac{3}{2} < m < 0$ (D) $-6 < m < 0$

Lời giải:

Mỗi tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 - 2mx + 2017$ đều là đồ thị của hàm số bậc nhất đồng biến khi và chỉ khi $y' = 3x^2 - 2mx - 2m > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow -6 \leq m \leq 0$.

□

Câu 421. Cho $(C) : y = x^3 + 3x^2 - 3$. Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $9x - y + 24 = 0$ có phương trình là:

- (A) $y = 9x + 8$
(C) $y = 9x - 8$

- (B) $y = 9x - 8; y = 9x + 24$
(D) $y = 9x + 24$

Lời giải: • $y' = 3x^2 + 6x$.

- Gọi $M_0(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của Δ . Do $\Delta \parallel d : 9x - y + 24 = 0$ nên Δ có hệ số góc bằng 9.
- Ta có $y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 + 6x_0 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -3. \end{cases}$
- Suy ra $\begin{cases} \Delta : y = 9x - 8 \\ \Delta : y = 9x + 24 \text{ (loại)}. \end{cases}$ □

Câu 422. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.

- (A) $m = \sqrt[3]{3}$ (B) $m = \sqrt{3}$ (C) $m = 3\sqrt{3}$ (D) $m = 1$

Lời giải: • $y' = 4x^3 - 4mx$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$

- Với $m > 0$, đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $A(0; 2)$, $B(-\sqrt{m}; 2 - m^2)$, $C(\sqrt{m}; 2 - m^2)$.
- Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}d(A, BC) \cdot BC = \frac{1}{2}m^2 \cdot 2\sqrt{m} = m^2\sqrt{m}$.
- $S_{ABC} = 1 \Leftrightarrow m^2\sqrt{m} = 1 \Leftrightarrow m = 1$. □

Câu 423. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hai hàm số $y = x^3 + x^2$ và $y = x^2 + 3x + m$ cắt nhau tại nhiều điểm nhất.

- (A) $-2 \leq m \leq 2$ (B) $-2 < m < 2$ (C) $m = 2$ (D) $0 < m < 2$

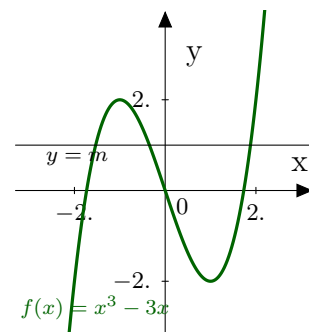
Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm là

$$x^3 + x^2 = x^2 + 3x + m \Leftrightarrow m = x^3 - 3x \quad (*).$$

Số giao điểm nhiều nhất khi phương trình $(*)$ có nhiều nghiệm nhất. Xét hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x$, có đồ thị như sau: Phương trình $(*)$ nhiều nghiệm nhất khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại nhiều điểm nhất.

Từ đồ thị hàm số ta kết luận được $-2 < m < 2$. □



Câu 424. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f''(x) = 12x^2 + 6x - 4$ và $f(0) = 1, f(1) = 3$. Tính $f(-1)$.

- (A) $f(-1) = -5$ (B) $f(-1) = 3$ (C) $f(-1) = -3$ (D) $f(-1) = -1$

Lời giải: Ta có $f'(x) = 4x^3 + 3x^2 - 4x + c \Rightarrow f(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 + cx + d$.

Từ giả thiết $f(0) = 1, f(1) = 3 \Rightarrow d = 1; c = 2$, suy ra $f(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 + 2x + 1 \Rightarrow f(-1) = -3$. □

Câu 425. Tìm tất cả m sao cho điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + mx - 1$ nằm bên phải trục tung.

- (A) Không tồn tại m . (B) $0 < m < \frac{1}{3}$ (C) $m < \frac{1}{3}$ (D) $m < 0$

Lời giải: Ta có $y' = 3x^2 + 2x + m$, ta có các nhận xét.

Thứ nhất, hàm số này có cực tiểu thì $y' = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$.

Thứ hai, hàm số có hệ số $a > 0$ nên điểm cực tiểu là x_2 , dựa vào giả thiết thì $x_2 > 0$.

Thứ ba, theo định lý Viet thì $x_1 + x_2 = -\frac{2}{3}$, nên $x_1 < 0$.

Dựa vào các nhận xét trên nên yêu cầu bài toán tương đương với $3m < 0 \Leftrightarrow m < 0$. $\square$

Câu 426. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x + \cos x$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng?

(A) 1

(B) π

(C) -1

(D) 0

Lời giải: Ta có $y' = 2 - \sin x > 0 \quad \forall x \in [0; 1]$, do đó hàm số đồng biến trên $[0; 1]$. Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là $f(0) = 1$. $\square$

Câu 427. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx - \sin x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(A) $m > 1$

(B) $m \geq -1$

(C) $m \geq 1$

(D) $m \geq 0$

Lời giải: Ta có $y' = m - \cos x$, hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow m - \cos x \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq 1$. $\square$

Câu 428. Số sản phẩm của một hãng đầu DVD sản xuất được trong 1 ngày là giá trị của hàm số:

$f(m, n) = m^{\frac{2}{3}} \cdot n^{\frac{1}{3}}$, trong đó m là số lượng nhân viên và n là số lượng lao động chính. Mỗi ngày hãng phải sản xuất được ít nhất 40 sản phẩm để đáp ứng nhu cầu khách hàng. Biết rằng mỗi ngày hãng đó phải trả lương cho một nhân viên là 6 USD và cho một lao động chính là 24USD. Tìm giá trị nhỏ nhất chi phí trong 1 ngày của hãng sản xuất này.

(A) 1720 USD

(B) 720 USD

(C) 560 USD

(D) 600 USD

Lời giải: Theo giả thiết ta có $m^{\frac{2}{3}} \cdot n^{\frac{1}{3}} \geq 40$, bài toán yêu cầu tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = 6m + 24n.$$

Ta có $P = 3m + 3m + 24n \geq 3\sqrt[3]{3m \cdot 3m \cdot 24n} = 18 \cdot m^{\frac{2}{3}} \cdot n^{\frac{1}{3}} \geq 720$. Dấu bằng xảy ra khi $m = 80, n = 10$. Vậy giá trị nhỏ nhất chi phí trong một ngày của hãng sản xuất là 720 USD. $\square$

Câu 429. Một chuyến xe buýt có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ (USD). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 60 hành khách.

(B) Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 135 (USD).

(C) Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 45 hành khách.

(D) Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 160 (USD).

Lời giải:

Tổng số tiền xe bus thu được khi chở x hành khách là $x\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$.

Đặt $f(x) = x\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ Yêu cầu bài toán trở thành tìm Max của $f(x)$ trên nửa đoạn $(0; 60]$

$f(x) = \left(\frac{x^3 - 240x^2 + 120^2x}{1600}\right)$. Suy ra $f(x)' = \frac{3x^2 - 480x + 120^2}{1600}$; $f(x)' = 0$ suy ra $x = 40$ hoặc $x = 120$. Loại $x = 120$. Lập bảng biến thiên thấy tại $x = 40$ thì $f(x)$ đạt cực đại và bằng 160. $\square$

Câu 430. Một viên đạn được bắn theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $29,4m/s$. Gia tốc trọng trường là $9,8m/s^2$. Tính quãng đường S viên đạn đi được từ lúc bắn lên cho đến khi chạm đất.

- (A) $S = 88,2m$. (B) $S = 88m$. (C) $S = 88,5m$. (D) $S = 89m$.

Lời giải: Cách 1

Ta có: $v(t) = \int a(t)dt = -9,8t + C$

Khi $t = 0$ thì $v = 29,4$. Suy ra: $C = 29,4$.

Vậy $v(t) = -9,8t + 29,4$.

Khi viên đạn có vận tốc bằng 0 thì $t = \frac{29,4}{9,8} = 3$. Suy ra quãng đường đi được khi tới đỉnh là:

$$S = \int_0^3 v(t)dt = \int_0^3 (-9,8t + 29,4)dt = \left(\frac{t^2}{2} + 29,4t \right) \Big|_0^3 = 44,1 \text{ (m)}.$$

Khi đi tới đỉnh thì viên đạn rơi xuống đất đúng bằng với quãng đường đi lên được. Do đó tổng quãng đường đi được cho đến khi chạm đất là $2S = 88,2$.

Cách 2

Ta có: $v^2 - v_0^2 = 2gS$, với v là vận tốc lúc lên tới đỉnh, v_0 là vận tốc ban đầu, S là quãng đường đi được cho tới khi lên tới đỉnh.

Suy ra: $-(29,4)^2 = 2 \cdot (-9,8) \cdot S \Leftrightarrow S = 44,1$

Khi đi tới đỉnh thì viên đạn rơi xuống đất đúng bằng với quãng đường đi lên được. Do đó tổng quãng đường đi được cho đến khi chạm đất là $2S = 88,2$.

Nhận xét: Nếu biết thêm kiến thức vật lý thì bài toán đơn giản hơn rất nhiều. □

Câu 431. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x}{x-m}$ nghịch biến trên nửa khoảng $[1; +\infty)$.

- (A) $0 < m \leq 1$. (B) $0 < m < 1$. (C) $0 \leq m < 1$. (D) $m > 1$.

Lời giải: Ta có: $y' = \frac{-m}{(x-m)^2}$.

Hàm số nghịch biến nửa khoảng $[1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m \notin [1; +\infty) \\ -m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1$. □

Câu 432. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có hai điểm phân biệt đối xứng với nhau qua gốc tọa độ.

- (A) $m > 0$. (B) $m > 1$. (C) $m \leq 0$. (D) $0 < m < 1$

Lời giải: Gọi $A(a; b)$ và $B(-a; -b)$ là hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ và thuộc đồ thị.

Khi đó: $\begin{cases} b = a^3 - 3a^2 + m \\ -b = -a^3 - 3a^2 + m \end{cases} \Rightarrow -6a^2 + 2m = 0 \Rightarrow m = 3a^2 \geq 0$.

Mặt khác: $A \neq B$ nên $m > 0$. □

Câu 433. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sin x + \cos x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- (A) $m \geq \sqrt{2}$. (B) $m \leq -\sqrt{2}$. (C) $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. (D) $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$.

Lời giải: Ta có: $y' = \cos x - \sin x + m = \sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq -\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right), \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq \sqrt{2}$. □

Câu 434. Cho điểm $A(2; 3)$ và hàm số $y = x^3 - mx + 1$ (1). Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị B và C sao cho tam giác ABC cân tại A .

- (A) $m = -\frac{1}{2}$ (B) $m = -\frac{3}{2}$ (C) $m = \frac{1}{2}$ (D) $m = \frac{3}{2}$

Lời giải:

- Ta có $y' = 3x^2 - m$. Để hàm số đã cho có cực trị thì $m > 0$
- Khi đó $B\left(-\sqrt{\frac{m}{3}}; 1 + \frac{2m}{3}\sqrt{\frac{m}{3}}\right), C\left(\sqrt{\frac{m}{3}}; 1 - \frac{2m}{3}\sqrt{\frac{m}{3}}\right)$. Trung điểm $I(0; 1)$ của đoạn BC .
- Để tam giác ABC cân tại A thì $AI \perp BC \Rightarrow \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow m = \frac{3}{2}$. □

Câu 435. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

- (A) $m \leq -1$ (B) $m \leq 0$ (C) $m \leq -2$ (D) $m \leq -3$

Lời giải:

- Ta có $y' = 3x^2 - 6x - m$ có hệ số $a = 3 > 0$ nên hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$
 $\Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in (0; +\infty)$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} y' \text{ có nghiệm thỏa } x_1 < x_2 \leq 0 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ \begin{cases} \frac{S}{2} < 0 \\ \frac{P}{2} \geq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ \begin{cases} 2 < 0 \\ \frac{-m}{3} \geq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -3.$ □

Câu 436. Gọi A, B, C là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Tính diện tích của tam giác ABC .

- (A) $2\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) 2 (D) 1

Lời giải:

- Ta có $y = x^4 - 2x^2 + 3$ nên $y' = 4x^3 - 4x$.
 $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 2 \\ x = 0 \Rightarrow y = 3 \\ x = 1 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$
 Khảo sát suy ra ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; 3), B(-1; 2), C(1; 2)$.
 Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -1), \overrightarrow{AC} = (1; -1) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} |(-1) \cdot (-1) - (-1) \cdot (1)| = 1$ (đvdt). □

Câu 437. Tính khoảng cách giữa các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$ tại các điểm cực trị của nó

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Lời giải:

- Ta có $y = f(x) = x^3 - 3x + 1, y' = 3x^2 - 3$
 Từ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$
 Khảo sát đồ thị của hàm số có 2 điểm cực trị $A(1; -1), B(-1; 3)$
 Hai tiếp tuyến của đồ thị song song với nhau và có khoảng cách $d = |3 - (-1)| = 4$. □

Câu 438. Trên đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có bao nhiêu điểm cách đều hai đường tiệm cận của đồ thị (C) ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 0

Lời giải: Gọi $M \left(a; \frac{a+1}{a-2} \right) \in (C)$. Điều kiện: $a \neq 2$.

(C) có hai đường tiệm cận $(d_1) : x = 2$ và $(d_2) : y = 1$.

Nên $d[M; (d_1)] = |a - 2|$; $d[M; (d_2)] = \left| \frac{3}{a-2} \right|$.

Ta có $d[M; (d_1)] = d[M; (d_2)]$

$$\Leftrightarrow |a - 2| = \left| \frac{3}{a-2} \right|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - \sqrt{3} \\ a = 2 + \sqrt{3} \end{cases} \text{ Vậy có 2 điểm } M \text{ thỏa đề.}$$

□

Câu 439. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{(m+1)x + 2m + 2}{x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

- (A) $m \geq 1$ (B) $1 \leq m < 2$
(C) $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ (D) $-1 < m < 2$

Lời giải: Yêu cầu bài toán tương đương với $\begin{cases} -m \leq -1 \\ (m+1)m - (2m+2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m < 2.$ □

Câu 440. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$. Gọi h và h_1 lần lượt là khoảng cách từ hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số đến trục hoành. Tỷ số $\frac{h}{h_1}$ là:

- (A) $\frac{4}{3}$ (B) 1 (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{3}{2}$

Lời giải: Ta có $y' = -4x(x^2 - 1)$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x \pm 1$. Vì $y' < 0$ khi $x \rightarrow +\infty$ nên $(1; 4)$ là điểm cực đại và $(0; 3)$ là điểm cực tiểu.

Vì khoảng cách từ một điểm M đến trục hoành bằng $|y_M|$ nên ta có $\frac{h}{h_1} = \frac{4}{3}$. □

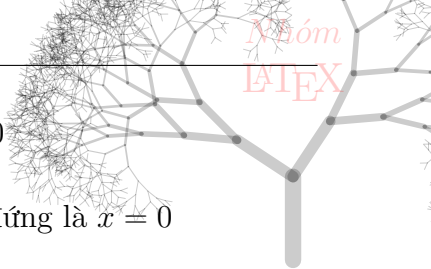
Câu 441. Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x + m}$ có 2 tiệm cận đứng.

- (A) $m \neq 1$ và $m \neq -8$ (B) $m < 1$ và $m \neq -8$
(C) $m > 1$ và $m \neq -8$ (D) $m > 1$

Lời giải: Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $x^2 - 2x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 và -2. Điều này xảy ra khi $\begin{cases} \Delta = 1 - m > 0 \\ 1^2 - 2 \cdot 1 + m \neq 0 \\ (-2)^2 - 2(-2) + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq -8. \end{cases}$

□

Câu 442. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:



- (A) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = -1$, có tiệm cận đứng là $x = 0$
 (B) Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$
 (C) Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$, có tiệm cận đứng là $x = 0$
 (D) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$, có tiệm cận đứng là $x = 0$

Lời giải: Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}}{x} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}}{x} = -1$. $\square$

Câu 443. Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là $200km$. Vận tốc của dòng nước là $8km/h$. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v(km/h)$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong 1 giờ được cho bởi công thức: $E(v) = c_0 v^3 t$ (trong đó c_0 là một hằng số, E được tính bằng Jun). Tìm vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao là ít nhất:

- (A) $12km/h$ (B) $9km/h$ (C) $6km/h$ (D) $15km/h$

Lời giải: Tổng thời gian bơi của cá để vượt qua khoảng cách $200 km$ là $\frac{200}{v-8}$ ($v > 8$).

Năng lượng tiêu hao cho bởi $E(v) = c_0 v^3 \cdot \frac{200}{v-8}$.

Ta có $E'(v) = 200c_0 \cdot \frac{3v^2(v-8) - v^3}{(v-8)^2} = 200c_0 \cdot \frac{2v^2(v-12)}{(v-8)^2}$. Với $v > 8$, ta có $E'(v) = 0 \Leftrightarrow v = 12$.

Vì $E'(v)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $v = 12$ nên giá trị nhỏ nhất của $E(v)$ đạt khi $v = 12$ (km/h). $\square$

Câu 444. Tìm m để phương trình $|x^4 - 5x^2 + 4| = \log_2 m$ có 8 nghiệm phân biệt:

- (A) $0 < m < \sqrt[4]{2^9}$ (B) Không có giá trị của m
 (C) $1 < m < \sqrt[4]{2^9}$ (D) $-\sqrt[4]{2^9} < m < \sqrt[4]{2^9}$

Lời giải: $\square$

Câu 445. Giá trị của m để hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3(m^2 - 1)x$ đạt cực tiểu tại $x_0 = 2$ là :

- (A) $m \neq \pm 1$ (B) $m = -1$ (C) $m = \pm 1$ (D) $m = 1$

Lời giải: Giả sử hàm số đạt cực đại tại $x_0 = 2 \Rightarrow f'(2) = 0 \Rightarrow m = \pm 1$. Thử lại ta thấy $m = \pm 1$ thỏa mãn hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. Chọn C. $\square$

Câu 446. Cho hàm số $y = \frac{2mx + m}{x - 1}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

- (A) $m = 2$ (B) $m = \pm \frac{1}{2}$ (C) $m = \pm 4$ (D) $m \neq \pm 2$

Lời giải: Đồ thị hàm số nhận $x = 1$ làm tiệm cận đứng và $y = 2m$ làm tiệm cận ngang. Hình chữ nhật tạo bởi hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số và hai trục tọa độ có kích thước là 1 và $|2m|$ nên có diện tích $S = |2m|$
 $S = 8 \Rightarrow m = \pm 4$. Chọn C. $\square$

Câu 447. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$ có 2 cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 = 2$

- (A) $m = 0$ (B) $m = \pm 3$ (C) $m = 2$ (D) $m = \pm 1$

Lời giải: Ta có: $y' = x^2 - 2mx - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$

Phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi $m \in \mathbb{R}$.

$x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 + 2x_1x_2 = 4m^2 - 2 = 2 \Leftrightarrow m = \pm 1$. Chọn **D**. $\square$

Câu 448. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 + (6m - 4)x^2 + 1 - m$ là ba đỉnh của một tam giác vuông

(A) $m = \frac{2}{3}$

(B) $m = \frac{1}{3}$

(C) $m = -1$

(D) $m = \sqrt[3]{3}$

Lời giải: Ta có: $y' = 4x^3 + 4x(3m - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2 - 3m \end{cases}$

Hàm số có ba điểm cực trị khi $2 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{2}{3}$.

Gọi $A(0; 1 - m), B(\sqrt{2 - 3m}; -9m^2 + 11m - 3), C(-\sqrt{2 - 3m}; -9m^2 + 11m - 3)$ là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $\Rightarrow \triangle ABC$ cân tại A .

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}(\sqrt{2 - 3m}; -9m^2 + 12m - 4), \overrightarrow{AC}(-\sqrt{2 - 3m}; -9m^2 + 12m - 4)$.

Tam giác ABC vuông khi $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -(2 - 3m) + (2 - 3m)^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ m = \frac{1}{3} \end{cases} \quad (l)$. Chọn **B**.

$\square$

Câu 449. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x + 2017$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ sao cho $b - a > 3$ là

(A) $m = 9$

(B) $m < 0$

(C) $\begin{cases} m < 0 \\ m > 6 \end{cases}$

(D) $m > 6$

Lời giải: Ta có: $y' = 6x^2 + 6(m - 1)x + 6(m - 2) = 6(x + 1)(x - m + 2)$

• Nếu $2 - m > -1 \Leftrightarrow m < 3 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $(-1; 2 - m)$.

$\Rightarrow$ Để hàm số nghịch biến trên $(a; b)$ sao cho $b - a > 3$ thì $3 - m > 3 \Leftrightarrow m < 0$.

• Nếu $2 - m < -1 \Leftrightarrow m > 3 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $(2 - m; -1)$

$\Rightarrow$ Để hàm số nghịch biến trên $(a; b)$ sao cho $b - a > 3$ thì $m - 3 > 3 \Leftrightarrow m > 6$

Vậy để hàm số nghịch biến trên $(a; b)$ và $b - a > 3$ thì $m \in (-\infty; 0) \cup (6; +\infty)$. $\square$

Câu 450. Giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx + 4}{x + m}$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ là:

(A) $-2 < m < 2$

(B) $-2 < m \leq -1$

(C) $-1 \leq m < 2$

(D) $-2 \leq m \leq 2$

Lời giải:

Ta có $y' = \frac{m^2 - 4}{(x + m)^2}$.

Ycbt $\Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \wedge -m \geq 1 \Leftrightarrow -2 < m \leq -1$

Chọn **B**. $\square$

Câu 451. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x - 1}{x^2 - 3x + 2}$ là

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 0

Lời giải:

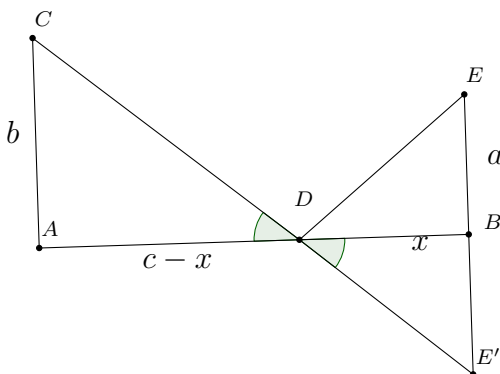
Ta có: $y = \frac{x - 1}{x^2 - 3x + 2} = \frac{x - 1}{(x - 1)(x + 2)} \Rightarrow$ chọn **B**. $\square$

Câu 452. Dynamo là một nhà ảo thuật gia đại tài người Anh, nhưng người ta thường nói Dynamo làm ma thuật chứ không phải ảo thuật. Bất kì màn trình diễn nào của chàng trai trẻ tuổi tài cao này đều khiến người xem há hốc miệng kinh ngạc vì nó vượt qua giới hạn của khoa học. Một lần đến New York anh ta ngẫu hứng trình diễn khả năng bay lơ lửng trong không trung bằng cách di chuyển từ toà nhà này đến toà nhà khác, trong quá trình di chuyển đó có một lần Dynamo đáp đất tại một điểm trong khoảng giữa hai toà nhà (giả sử mọi di chuyển của Dynamo đều là đường thẳng). Biết rằng toà nhà ban đầu Dynamo đứng có chiều cao là a (m), toà nhà sau đó Dynamo đến có chiều cao là b (m), với $a < b$ và khoảng cách giữa hai toà nhà là c (m). Vị trí đáp đất cách toà nhà ban đầu một đoạn là x (m), hỏi x bằng bao nhiêu để quãng đường di chuyển của Dynamo là bé nhất?

- Ⓐ $x = \frac{3ac}{a+b}$ Ⓑ $x = \frac{ac}{3(a+b)}$ Ⓒ $x = \frac{ac}{a+b}$ Ⓓ $x = \frac{ac}{2(a+b)}$

Lời giải:

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{c-x} \Leftrightarrow x = \frac{ac}{a+b}$$



□

Câu 453. Cho đường thẳng $y = 6x + m$ là tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x - 1$ khi m bằng

- Ⓐ -3 hoặc 1 Ⓑ 3 hoặc 1 Ⓒ 3 hoặc -1 Ⓓ -3 hoặc -1

Lời giải:

$$\text{Ta có } \begin{cases} 3x^2 + 3 = 6 \\ x^3 + 3x - 1 = 6x + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ m = -3 \\ x = -1 \\ m = 1 \end{cases}$$

□

Câu 454. Hàm số $y = x^3 - 3x + 1 - m$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu khi

- Ⓐ $m = -1 \vee m = 3$ Ⓑ $m < -1 \vee m > 3$ Ⓒ $-1 < m < 3$ Ⓓ $-1 \leq m \leq 3$

Lời giải:

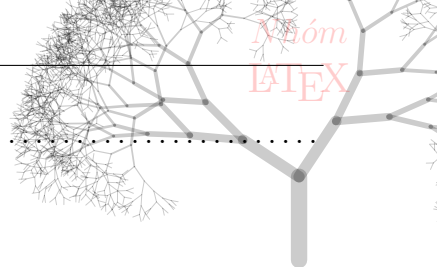
$$y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -1 - m \\ x = -1 \Rightarrow y = 3 - m \end{cases}$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow (-1 - m)(3 - m) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 3$$

□

Câu 455. Đường thẳng nối điểm cực đại với điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - x + m$ đi qua điểm $M(3; -1)$ khi m bằng

- Ⓐ 1 Ⓑ -1 Ⓒ 0 Ⓓ Một giá trị khác



Lời giải: $y' = 3x^2 - 1; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$

$$\frac{y}{y'} = \frac{x^3 - x + m}{3x^2 - 1} = \frac{x}{3} + \frac{-\frac{2}{3}x + m}{3x^2 - 1}$$

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $d: y = -\frac{2}{3}x + m$

$$M(3; -1) \in d \Leftrightarrow m = 1$$

□

Câu 456. Cho đường thẳng $y = -4x + 1$. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ có hai điểm cực trị nằm trên đường thẳng d khi:

(A) $m = -1$

(B) $m = 3$

(C) $m = 1$

(D) $m = 2$

Lời giải: D

Ta có $y' = 3x^2 - 3m, y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = m$ (1). Vì đồ thị có hai cực trị nên $m > 0$.

$$\text{Do đó (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{m} \Rightarrow y = -2m\sqrt{m} + 1 \\ x = -\sqrt{m} \Rightarrow y = 2m\sqrt{m} + 1 \end{cases}$$

Thay vào đường thẳng $y = -4x + 1$ ta được $2m\sqrt{m} = 4\sqrt{m} \Leftrightarrow m = 2$.

□

Câu 457. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 2017$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ sao cho $b - a > 3$ là

(A) $m < 0$

(B) $m = 9$

(C) $\begin{cases} m < 0 \\ m > 6 \end{cases}$

(D) $m > 6$

Lời giải: C

$$y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2), y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 2 - m.$$

$$\text{Điều kiện bài toán thỏa mãn khi } |2 - m + 1| > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 6 \end{cases}$$

□

Câu 458. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C) . Gọi d là đường thẳng đi qua $A(3; 20)$ và có hệ số góc m . Giá trị của m để đường thẳng d cắt (C) tại ba điểm phân biệt là

(A) $m < \frac{15}{4}$

(B) $\frac{15}{4} < m \neq 24$

(C) $24 \neq m < \frac{15}{4}$

(D) $m \geq \frac{15}{4}$

Lời giải: B

Ta có $d: y = mx - 20m + 3$. Xét phương trình

$$x^3 - 3x + 2 = m(x - 3) + 20 \Leftrightarrow (x - 3)(x^2 + 3x + 6 - m) = 0 \quad (1).$$

Đường thẳng d cắt (C) tại ba điểm phân biệt khi phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt. Điều đó xảy ra khi phương trình $x^2 + 3x + 6 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 3. □

Câu 459. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + 1}$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

(A) $m = -1$

(B) Không có m

(C) $m = 1$

(D) $m = 0$

Lời giải: Chọn C.

Tính đạo hàm y' sau đó giải $y'(0) = 0$ tìm m . Thay ngược m vào lại y để kiểm tra. □

Câu 460. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{3x}{x-2}$ cắt đường thẳng $y = x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB nhận $G\left(1; \frac{7}{3}\right)$ làm trọng tâm.

- (A) $m = 2$ (B) $m = -2$ (C) Không tồn tại m (D) $m = 1$

Lời giải:

□

Câu 461. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$

- (A) $-2 < m \leq -1$ (B) $-2 < m < 2$ (C) $-2 \leq m \leq 2$ (D) $-2 \leq m \leq 1$

Lời giải: Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$. Đạo hàm: $y' = \frac{m^2-4}{(x+m)^2}$. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in (-\infty; 1)$ và dấu bằng chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên $(-\infty; 1)$, tức là

$$\begin{cases} -m \notin (-\infty; 1) \\ m^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m \geq 1 \\ -2 < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq -1.$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ khi và chỉ khi $m \in (-2; -1]$.

□

Câu 462. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = \frac{mx+1}{x-m}$ có giá trị lớn nhất trên $[1; 2]$ bằng -2 .

- (A) $m = -3$ (B) $m = 2$ (C) $m = 4$ (D) $m = 3$

Lời giải: Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\} \Rightarrow m \notin [1; 2]$

$$f'(x) = \frac{-m^2-1}{(x-m)^2} < 0; \forall x \neq 0 \Rightarrow \max_{[1;2]} f(x) = f(1) = \frac{m+1}{1-m}$$

$$\text{Theo đề bài ta có: } \max_{[1;2]} f(x) = -2 \Leftrightarrow \frac{m+1}{1-m} = -2 \Leftrightarrow m = 3$$

□

Câu 463. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - mx^2$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A , gốc tọa độ O và B sao cho tiếp tuyến tại A, B vuông góc với nhau.

- (A) $m = \frac{\sqrt[3]{2}}{2}$ (B) $m = \frac{1}{2}$ (C) $m = 0$ (D) Không có giá trị m

Lời giải: Lưu ý: Hai đường thẳng vuông góc $\Leftrightarrow$ tích hai hệ số góc bằng -1 . Tức là YCBT $\Leftrightarrow y'(x_A) \cdot y'(x_B) = -1$.

Dễ thấy đáp án C bị loại. Thay đáp án A, B vào hàm số đã cho, giải phương trình tìm được hai nghiệm x_A, x_B khác 0. Dùng máy tính bỏ túi kiểm tra $y'(x_A) \cdot y'(x_B)$

□

Câu 464. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt đường thẳng $y = m - 1$ tại 3 điểm phân biệt.

- (A) $1 \leq m < 5$ (B) $1 < m < 5$ (C) $1 < m \leq 5$ (D) $0 < m < 4$

Lời giải:

□

Câu 465. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $y = 3x + 1$ và đồ thị $y = x^3 - 3mx + 3$ có duy nhất một điểm chung.

(A) $m \in \mathbb{R}$

(B) $m \leq 0$

(C) $m < 0$

(D) $m \leq 3$

Lời giải: Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 3mx + 3 = 3x + 1 \Leftrightarrow x^3 + 2 = 3(m+1)x \stackrel{x=0(l)}{\Leftrightarrow} 3(m+1) = x^2 + \frac{2}{x} = f(x)$$

Ta có: $f'(x) = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2x^3 - 2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-		-	0	+	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT, ycbt $\Leftrightarrow 3(m+1) < 3 \Leftrightarrow m < 0$ □

Câu 466. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = 2x^2|x^2 - 2|$ tại 6 điểm phân biệt.

(A) $0 < m < 2$

(B) $0 < m < 1$

(C) $1 < m < 2$

(D) Không tồn tại m

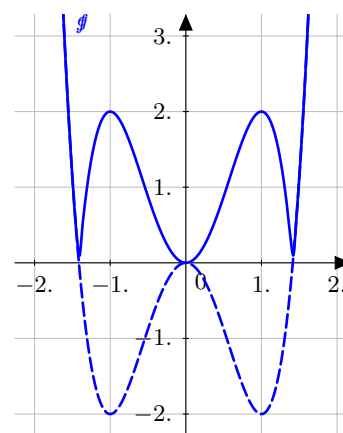
Lời giải:

Xét hàm số $f(x) = 2x^4 - 4x^2$

Ta có: $y = 2x^2|x^2 - 2| = |2x^4 - 4x^2| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \end{cases}$

Từ đồ thị hàm số $f(x) = 2x^4 - 4x^2$, suy ra đồ thị $y = 2x^2|x^2 - 2|$

Dựa vào đồ thị, ycbt $\Leftrightarrow 0 < m < 2$



Câu 467. Tìm m để phương trình $x^4 - 6x^2 - \log_2 m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó có 3 nghiệm lớn hơn -1 .

(A) $\frac{1}{2^9} \leq m < 1$

(B) $\frac{1}{2^5} < m < 1$

(C) $\frac{1}{2^9} < m < 1$

(D) $\frac{1}{2^5} \leq m < 1$

Lời giải: Ta có $x^4 - 6x^2 - \log_2 m = 0 \Leftrightarrow x^4 - 6x^2 = \log_2 m \quad (m > 0)$

Xét hàm số $y = x^4 - 6x^2$, ta có

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$			0		1		$\sqrt{3}$		$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	0	+			
$f(x)$	$-\infty$	$\searrow$			-9	$\nearrow$		-5	$\searrow$		0	$\nearrow$	$+\infty$

Yêu cầu của bài toán tương đương $-5 < \log_2 m < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2^5} < m < 1$ □

Câu 468. Cho hàm số $y = a^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$). Biết hàm số đã cho đạt cực tiểu tại x_1 , đạt cực đại tại x_2 , đồng thời $0 < x_1 < x_2$. Chọn mệnh đề đúng:

☐ A $a > 0, b > 0, c > 0$

☐ B $a < 0, b > 0, c > 0$

☐ C $a > 0, b < 0, c > 0$

☐ D $a < 0, b > 0, c < 0$

Lời giải: $y' = 3ax^2 + 2bx + c; \Delta'_{y'} = b^2 - 3ac$

Hàm số đạt cực tiểu tại x_1 , cực đại tại x_2 , đồng thời $0 < x_1 < x_2$, suy ra $a < 0$ và phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta'_{y'} > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \\ \frac{-2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \\ c < 0 \end{cases} \quad \square$$

Câu 469. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - mx} - x$. Để tiệm cận ngang là đường $y = 1$ thì m bằng bao nhiêu?

☐ A -2

☐ B $\frac{1}{2}$

☐ C $-\frac{1}{2}$

☐ D 2

Lời giải: Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + mx} - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x\sqrt{1 + \frac{m}{x}} - x)$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(-\sqrt{1 + \frac{m}{x}} - 1 \right) = +\infty.$$

$$\text{và: } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + mx} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-mx}{x\sqrt{1 - \frac{m}{x}} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-m}{\sqrt{1 - \frac{m}{x}} + 1} = \frac{-m}{1+1} = \frac{-m}{2}$$

Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang, suy ra $-\frac{m}{2} = 1 \Leftrightarrow m = -2$. $\square$

Câu 470. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{2x - m + 1}{x + m}$ đồng biến trên khoảng $(-7, -1)$.

☐ A $m > \frac{1}{3}$

☐ B $\frac{1}{3} < m < 1, m > 7$

☐ C $\frac{1}{3} < m \leq 1, m \geq 7$

☐ D $\frac{1}{3} < m \leq 1$

Lời giải: Ta có: $y' = \frac{3m - 1}{(x + m)^2}$. Hàm số đồng biến trên $(-7; -1)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (-7; -1)$

và chỉ bằng 0 tại hữu hạn điểm trên $(-7; -1)$. Tức là:

$$\begin{cases} 3m - 1 \geq 0 \\ -m \notin (-7; -1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{1}{3} \\ \begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 7 \\ \frac{1}{3} < m \leq 1 \end{cases} \quad \square$$

Câu 471. Cho hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

☐ A Hàm số có cực tiểu và không có cực đại

☐ B Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$

☐ C Hàm số có đạo hàm trên $\mathbb{R}$

☐ D Hàm số không có giá trị nhỏ nhất và lớn nhất

Lời giải: Hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ không có đạo hàm tại $x = 0$ $\square$

Câu 472. Với giá trị nào của hàm số m thì đồ thị của hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$ không có tiệm cận?

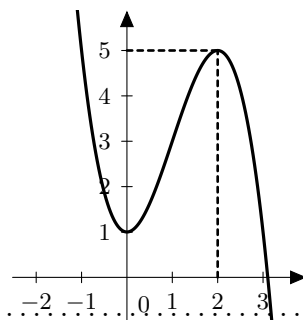
- (A) $m = 0$ hoặc $m = 1$ (B) $m = 1$
(C) $m = 0$ (D) $m = 1$ hoặc $m = 2$

Lời giải: Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m} = \infty$. Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì phương trình $2x^2 - 3x + m = 0$ có nghiệm $x = m$
 $\Leftrightarrow 2m^2 - 3m + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$ □

Câu 473. Cho đường cong trong hình bên
 Đường cong đó là đồ thị sau là của hàm số nào?

- (A) $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$
 (B) $y = -x^3 + 3x^2 + 1$
 (C) $y = -x^3 - 3x^2 - 1$
 (D) $y = x^3 - 3x + 1$



Lời giải: Từ đồ thị suy ra $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a < 0$). Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Hàm số có hai điểm cực trị $x = 0$ và $x = 2$. Suy ra $\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases}$ (1)

Đồ thị hàm số đi qua hai điểm cực trị $(0; 1)$ và $(2; 5)$, suy ra $\begin{cases} d = 1 \\ 8a + 4b + 2c + d = 5 \end{cases}$ (2)

Từ (1) (2), suy ra $a = -1, b = 3, c = 0, d = 1$. Vậy $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ □

Câu 474. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt?

- (A) $0 < m < 4$ (B) $2 < m < 6$ (C) $0 \leq m < 6$ (D) $0 \leq m < 4$

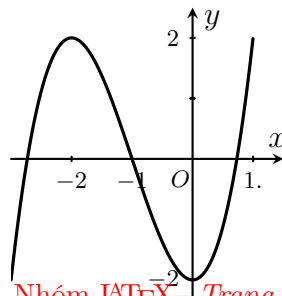
Lời giải: $x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow -x^4 + 4x^2 + 2 = m$. Xét hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 2$, ta có

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	6	2	6	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $2 < m < 6$ thỏa yêu cầu bài toán □

Câu 475. Cho đường cong trong hình bên
 Đường cong đó là đồ thị của hàm số nào?

- (A) $y = -x^3 - 3x^2 - 2$
 (B) $y = x^3 + 3x^2 - 2$
 (C) $x^3 - 3x^2 - 2$
 (D) $-x^3 + 3x^2 - 2$



Lời giải: Dựa vào đồ thị suy ra hàm số tương ứng có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a > 0$)

- Đồ thị qua $A(0; -2) \Rightarrow d = -2$.
- Đồ thị qua $B(-1; 0) \Rightarrow -a + b - c - 2 = 0 \Leftrightarrow a - b + c = -2$ (1)
- $y' = 3ax^2 + 2bx + c$
- có 2 điểm cực trị $x_{CD} = -2$ và $x_{CT} = 0$ suy ra y' có 2 nghiệm -2 và 0 .

$$\Rightarrow \begin{cases} 12a - 4b + c = 0 \\ c = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases} a - b = -2 \\ 12a - 4b = 0 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = 0 \end{cases}$

nên $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$. Thử lại thấy đúng. □

Câu 476. Tìm m lớn nhất để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (4m - 3)x + 2017$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- (A) $m = 0$ (B) $m = 1$ (C) $m = 3$ (D) $m = 4$

Lời giải: Ta có $y' = x^2 - 2mx + 4m - 3$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 3$

Vậy $m = 3$. □

Câu 477. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + m^2 + m$ có ba điểm cực trị.

- (A) $m = 0$ (B) $m > 0$ (C) $m < 0$ (D) $m \neq 0$

Lời giải: Ta có $y' = 4x^3 + 4mx = 4x(x^2 + m)$

nên hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow y'$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m < 0$. □

Câu 478. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ (kết quả khảo sát được trong 8 tháng vừa qua). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ mấy?

- (A) 12 (B) 30 (C) 20 (D) 15

Lời giải: Ta có $f'(t) = -30t^2 + 90t; f''(t) = -6t + 90$

$$f''(t) = 0 \Leftrightarrow t = 15$$

Khảo sát hàm số $f'(t)$ thì $f'(t)$ đạt GTNN bằng 675 tại $t = 15$

Vậy tốc độ truyền bệnh lớn nhất vào ngày thứ 15. □

Câu 479. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị là $A(0; 1), B, C$ sao cho $BC = 4$.

- (A) $m = -4; m = 4$ (B) $m = \sqrt{2}$ (C) $m = 4$ (D) $m = \sqrt{2}; m = -\sqrt{2}$

Lời giải: Ta có $y' = 4x^3 - 4mx$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - m = 0 \end{cases}$$

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$

Với điều kiện $m > 0$, hàm số có 3 cực trị $A(0; 1); B(-\sqrt{m}; 1 - m^2); C(\sqrt{m}; 1 - m^2)$.

Nên $BC = 4 \Leftrightarrow BC^2 = 16 \Leftrightarrow (2\sqrt{m})^2 + 0^2 = 16 \Leftrightarrow m = 4$.

Thử lại thấy đúng. □

Câu 480. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có hai điểm cực trị x_1 và x_2 sao cho $|x_1 + x_2| = 2$

- (A) $m = 3$ (B) $m = -1$ (C) $m = 0$ (D) $m = 1$

Lời giải: • Ta có $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)$. Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 2 - m$.

• Để hàm số có cực trị thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt, suy ra $m \neq 3$.

• Từ giả thiết ta có $|1 - m| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}$ □

Câu 481. Với giá trị nào của m thì phương trình $\sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = 2m$ có nghiệm

- (A) $\sqrt{2} \leq m \leq 2$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq m \leq 1$ (C) $-\sqrt{2} \leq m \leq 2$ (D) $-\frac{\sqrt{2}}{2} < m < 1$

Lời giải: Điều kiện: $2 \leq x \leq 4$. Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$ trên $[2; 4]$ ta có $f(x) > 0$ và

$$f^2(x) = 2 + 2\sqrt{(x-2)(4-x)}.$$

Từ đây suy ra

$$\begin{cases} f^2(x) \geq 2 \\ f^2(x) \leq 2 + 2 \cdot \frac{1}{2} (\sqrt{x-2}^2 + \sqrt{4-x}^2) = 4 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{2} \leq f(x) \leq 2.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm khi $\sqrt{2} \leq 2m \leq 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \leq m \leq 1$. □

Câu 482. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = 8x + m$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$

- (A) $m = 8$ (B) $m = -8$ (C) $m = 18$ (D) $m = -18$

Lời giải: Ta cần tìm m để hệ sau có nghiệm $\begin{cases} -x^4 - 2x^2 + 3 = 8x + m & (1) \\ -4x^3 - 4x = 8 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ m = 8 \end{cases}$ □

Câu 483. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1$ (1). Tìm m để đồ thị hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(1; 2)$?

- (A) $m \leq 1$ (B) $m < 0$ (C) $0 \leq m \leq 1$ (D) $m \leq 0$

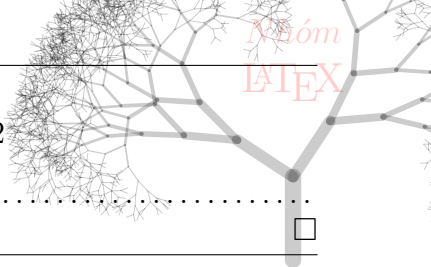
Lời giải: Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; 2)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0 \forall x \in (1; 2)$ hay $x^2 - m \geq 0 \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow m \leq 1$. □

Câu 484. Cho hàm số $y = (x-1)(x+2)^2$. Trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm trên đường thẳng nào dưới đây?

- (A) $2x - y - 4 = 0$ (B) $2x - y + 4 = 0$ (C) $2x + y + 4 = 0$ (D) $2x + y - 4 = 0$

Lời giải: Ta có: $y' = 2(x+2)(x-1) + (x+2)^2 = 3x(x+2)$. Vậy hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có tọa độ là $A(0, -2); B(-2, 0)$. Vậy trung điểm của đoạn thẳng nối hai cực trị là $M(-1, 1)$. Nên phải sửa đáp án. □

Câu 485. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^3 + 20}{3} + 2\sqrt{x}$ trên đoạn $[1; 4]$ là:



(A) 9

(B) 32

(C) 33

(D) 42

Lời giải:

□

Câu 486. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{4x^2+2x+1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

Lời giải: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm \frac{1}{2}$ Nên đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận ngang. □

Câu 487. Cho hàm số $y = \frac{x^2+mx+1}{x+m}$. Tìm m để hàm số đạt cực đại tại $x = 2$? Một học sinh làm như sau:

Bước 1. $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$, $y' = \frac{x^2+2mx+m^2-1}{(x+m)^2}$.

Bước 2. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2 \Leftrightarrow y'(2) = 0 \quad (*)$

Bước 3. $(*) \Leftrightarrow m^2+4m+3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m=-3 \end{cases}$

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào

(A) Sai từ bước 1

(B) Sai từ bước 2

(C) Sai từ bước 3

(D) Đúng

Lời giải: Thiếu điều kiện $y'(2) = 0$ chưa đủ để $x = 2$ là một điểm cực trị. □

Câu 488. Giá trị của m để đường thẳng $y = 2x + m$ cắt đường cong $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt là:

(A) $m \neq 1$

(B) $m > 0$

(C) $m \neq 0$

(D) Một kết quả khác

Lời giải: Xét phương trình tương giao $\frac{x+1}{x-1} = 2x+m \quad (*)$. Với $x \neq 1$ thì $(*) \Leftrightarrow x^2 - (m+3)x + m-1 = 0$. (1) Để đường thẳng cắt đường cong tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Delta = (m+3)^2 - 4(m-1) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 13 > 0$ Thấy ngay là cần 1 kết quả khác. □

Câu 489. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = \sin x - \cos x + 2017\sqrt{2}mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $m \geq 2017$

(B) $m > 0$

(C) $m \geq \frac{1}{2017}$

(D) $m \geq -\frac{1}{2017}$

Lời giải: Ta có: $y' = \cos x + \sin x + 2017\sqrt{2}m$ để hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $\cos x + \sin x + 2017\sqrt{2}m \geq 0 \quad (*)$ với mọi m .

Vì $|\sin x + \cos x| \leq \sqrt{2}$. Nên để $(*)$ đúng với mọi $m \in \mathbb{R}$ thì $-\sqrt{2} \geq -2017\sqrt{2}m$ hay $m \geq \frac{1}{2017}$ □

Câu 490. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C). Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của (C) có hệ số góc nhỏ nhất

(A) $y = -3x + 3$

(B) $y = -3x - 3$

(C) $y = -3x$

(D) $y = 0$

Lời giải: Giả sử $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến.

Khi đó hệ số góc của tiếp tuyến là $y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0 = 3(x_0 - 1)^2 - 3 \geq -3$. Dấu bằng xảy ra khi $x_0 = 1$.

Vậy hệ số góc nhỏ nhất của tiếp tuyến là -3 , ứng với tiếp điểm $M(1; 0)$. Nên phương trình tiếp tuyến cần tìm là:

$$y = -3(x - 1) = -3x + 3.$$

□

Câu 491. Số điểm có tọa độ là các số nguyên trên đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x+2}$ là:

(A) 4

(B) 2

(C) 3

(D) 1

Lời giải: Giả sử điểm $M(x_0; y_0)$ có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số, khi đó ta có

$$y_0 = \frac{x_0 + 3}{x_0 + 2} \Leftrightarrow y_0 = 1 + \frac{1}{x_0 + 2}.$$

Do $x_0; y_0$ nguyên nên $x_0 + 2$ là ước của 1, suy ra $x_0 + 2 = \pm 1 \Leftrightarrow x_0 \in \{-1; -3\}$.

Từ đó ta có $M_1(-1; 2); M_2(-3; 0)$ là hai điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số.

□

Câu 492. Cho họ đồ thị $(C_m) : y = x^4 + mx^2 - m - 1$. Tọa độ các điểm mà mọi đồ thị của (C_m) đi qua là:

(A) $(-1; 0)$ và $(1; 0)$

(B) $(1; 0)$ và $(0; 1)$

(C) $(-2; 1)$ và $(-2; 3)$

(D) $(2; 1)$ và $(1; 0)$

Lời giải: Giả sử $M(x_0; y_0)$ là điểm mà mọi đồ thị hàm số đi qua, điều này tương đương với phương trình

$$y_0 = x_0^4 + mx_0^2 - m - 1 \text{ nghiệm với mọi } m$$

$$\Leftrightarrow m(x_0^2 - 1) + x_0^4 - 1 - y_0 = 0 \text{ nghiệm với mọi } m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 = 1 \\ y_0 = x_0^4 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow (x_0; y_0) \in \{(1; 0), (-1; 0)\}.$$

□

Câu 493. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có hai điểm cực trị là $A(0; 2)$ và $B(2; -14)$. Tính $f(1)$.

(A) $f(1) = 0$

(B) $f(1) = -7$

(C) $f(1) = -5$

(D) $f(1) = -6$

Lời giải: Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$\text{Đạo hàm: } y' = 4ax^3 + 2bx.$$

$$\text{Từ giả thiết ta có } \begin{cases} f(0) = 2 \\ f(2) = -14 \\ f'(0) = f'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \\ 16a + 4b + c = -14 \\ 32a + 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -8 \\ c = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } f(1) = -5.$$

□

Câu 494. Có bao nhiêu tham số nguyên m để hàm số $y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (3 - 2m)x + m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) Một.

(B) Vô số.

(C) Không.

(D) Hai.

Lời giải: Ta có: $y' = mx^2 - 2mx + 3 - 2m$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \iff mx^2 - 2mx + 3 - 2m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Trường hợp 1: $m = 0 \implies y' = 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $m = 0$ là một đáp số.

Trường hợp 2: $m \neq 0$ khi đó ycbt $\iff \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' = 3m^2 - 3m \leq 0 \end{cases} \iff 0 < m \leq 1$.

Vậy $0 \leq m \leq 1$. Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 0, m = 1$. □

Câu 495. Tìm tất cả các giá trị m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + m}{x^2 - 3x + 2}$ có đúng một tiệm cận đứng.

- Ⓐ $m \in \{-1; -4\}$. Ⓑ $m \in \{1; 4\}$. Ⓒ $m = -1$. Ⓓ $m = 4$.

Lời giải: Ta có $y = \frac{x^2 + m}{x^2 - 3x + 2} = \frac{x^2 + m}{(x - 1)(x - 2)}$.

Để đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng khi tử số có nghiệm $x = 1$ hoặc $x = 2$. Khi đó $m = -1$ hoặc $m = -4$. □

Câu 496. Trong cuộc thi Robocon; một Robot đang chuyển động với vận tốc 5 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 2t + t^2(m/s^2)$. Tính quãng đường Robot đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

- Ⓐ $\frac{123}{5}(m)$ Ⓑ $\frac{123}{2}(m)$ Ⓒ $\frac{123}{4}(m)$ Ⓓ $\frac{113}{4}(m)$

Lời giải: Gọi $v(t)$ là vận tốc của Robot. Ta có $v'(t) = a(t) = 2t + t^2$. Suy ra $v(t) = t^2 + \frac{1}{3}t^3 + C$,
 $v(0) = 5 \implies C = 5$. Do đó $v(t) = t^2 + \frac{1}{3}t^3 + 5$. Vậy quãng đường Robot đi được là

$$S = \int_0^3 (t^2 + \frac{1}{3}t^3 + 5) dt = \frac{123}{4} (m).$$

□

Câu 497. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 - x$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có các hoành độ $x_1; x_2; x_3$ sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 2$.

- Ⓐ $m > 0$ Ⓑ $m \leq 0$ Ⓒ với mọi m Ⓓ $m \neq 0$

Lời giải: Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 + 2mx^2 - x = 0 \iff \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 2mx - 1 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

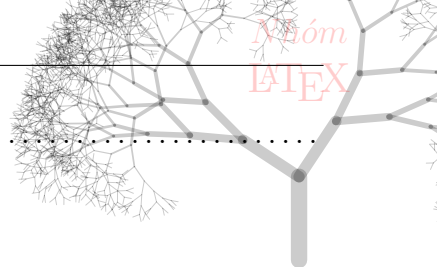
Phương trình (2) luôn có 2 nghiệm phân biệt khác 0 với mọi m . Giả sử $x_3 = 0$ còn x_1, x_2 là hai nghiệm của (2). Khi đó:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 2 \iff (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 > 2 \iff 4m^2 + 2 > 2 \iff m \neq 0.$$

□

Câu 498. Giá trị cực đại của hàm số $y = x + \sin 2x$ trên $(0; \pi)$ là:

- Ⓐ $\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓑ $\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓒ $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓓ $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

**Lời giải:** D

$$y' = 1 + 2\cos 2x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi \text{ hoặc } x = \frac{-\pi}{3} + k\pi$$

$$\text{Do } x \in (0; \pi) \text{ nên } x = \frac{\pi}{3}$$

Lập bảng biến thiên:

x	0	$\frac{\pi}{3}$	π
y'	+	0	-
y		$\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$	

□

Câu 499. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-2x-3}}$. Đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận?

Ⓐ 2

Ⓑ 3

Ⓒ 4

Ⓓ 5

Lời giải: TXD: $D = (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-2}{\sqrt{x^2-2x-3}} = -3$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-2}{\sqrt{x^2-2x-3}} = 3$ nên TCN là $y = -3$ và $y = 3$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x-2}{\sqrt{x^2-2x-3}} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x-2}{\sqrt{x^2-2x-3}} = +\infty$ nên TCD là $x = -1$ và $x = 3$. □

Câu 500. Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15\text{m/s}$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

Ⓐ 68,25m

Ⓑ 70,25m

Ⓒ 69,75m

Ⓓ 67,25m

Lời giải:

$$v(t) = \int (t^2 + 4t) dt = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + C$$

Mà

$$v(0) = 15 \Rightarrow C = 15$$

nên

$$v(t) = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 15$$

$$S(t) = \int_0^3 \left(\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 15\right) dt = \left(\frac{1}{12}t^4 + \frac{2}{3}t^3 + 15t\right)\Big|_0^3 = \frac{279}{4} = 69.75(m)$$

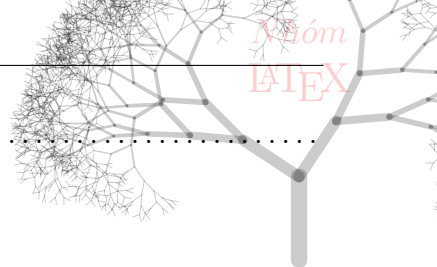
□

Câu 501. Cho hàm số $y = |2x^2 - 3x - 1|$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ là

Ⓐ $\frac{17}{8}$ Ⓑ $\frac{9}{4}$

Ⓒ 2

Ⓓ 3



Lời giải: C

Xét $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$ ta có $f'(x) = 4x - 3$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -2; f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{-17}{8}; f(2) = 1$$

$$\text{Vậy } \max|f(x)| = \frac{17}{8}$$

□

Câu 502. Hàm số $y = \frac{x^2 - 4x}{x + m}$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ thì giá trị của m là:

- Ⓐ $m \in \left(-\frac{1}{2}; 2\right] \setminus \{1\}$ Ⓑ $m \in (-1; 2] \setminus \{1\}$ Ⓒ $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$ Ⓓ $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right]$

Lời giải: $y = \frac{x^2 - 4x}{x + m}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$ và

$$y' = \frac{x^2 + 2mx - 4m}{(x + m)^2}$$

Để hàm số trên đồng biến trên $[1; \infty)$ thì

$$\begin{cases} -m < 1 \\ x^2 + 2mx - 4m \geq 0, \forall x \in [1; \infty) \end{cases}$$

$$2m(x - 2) \geq -x^2, \forall x \in [1; \infty) (1)$$

Xét $x = 2$ luôn thỏa bất phương trình đã cho

$$\text{Xét } x \neq 2, \text{ khi đó } (1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \leq \frac{-x^2}{x-2} x \in [1; 2) \\ 2m \geq \frac{-x^2}{x-2} x \in (2; \infty) \end{cases}$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{-x^2}{x-2} \text{ trên } [1; \infty) \setminus \{2\} \text{ có } f'(x) = \frac{-x^2 + 4x}{(x-2)^2}$$

$$\text{Lập bảng biến thiên và dựa theo yêu cầu bài toán thì } \begin{cases} m > -1 \\ 2m \leq 1 \\ 2m \geq -8 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq \frac{1}{2}$$

□

Câu 503. Hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$ có ba điểm cực trị và đường tròn đi qua ba điểm cực trị này có bán kính bằng 1 thì giá trị của m là:

- Ⓐ $m = 1; m = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ Ⓑ $m = -1; m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$
Ⓒ $m = 1; m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ Ⓓ $m = 1; m = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$

Lời giải:

□

Câu 504. Một viên phấn bằng có dạng một khối trụ với bán kính đáy bằng $0,5\text{cm}$, chiều dài 6cm . Người ta làm một hình hộp chữ nhật bằng carton đựng viên phấn đó với kích thước là $6\text{cm} \times 5\text{cm} \times 6\text{cm}$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu hộp kích thước như trên để xếp 460 viên phấn?

- Ⓐ 17 Ⓑ 15 Ⓒ 16 Ⓓ 18

Lời giải: Đường kính của đáy viên phấn bằng $0,5.2 = 1(cm)$. Vậy khi xếp phần theo chiều dài của hình hộp thì xếp tối đa được $6 : 1 = 6(\text{viên})$. Tương tự khi xếp theo chiều rộng của hình hộp thì xếp tối đa được $5 : 1 = 5(\text{viên})$. Vậy số viên phấn tối đa mà ta có thể xếp được $6.5 = 30(\text{viên})$. Ta có 460 viên phấn thì sẽ xếp vô được $460 : 30 \approx 15.3 \Rightarrow$ cần ít nhất 16 hộp để xếp hết 460 viên phấn $\square$

Câu 505. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{x+m}{\sqrt{mx^2+1}}$ có đúng hai đường tiệm cận ngang?

- (A) $m < 0$. (B) $m \in (-\infty; +\infty)$. (C) $m > 0$. (D) Không tồn tại m .

Lời giải: • Với $m < 0$ thì $\mathfrak{D} = \left(-\frac{1}{\sqrt{-m}}; \frac{1}{\sqrt{-m}}\right)$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

- Với $m = 0$ thì $y = x$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang.
- Với $m > 0$ thì

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+m}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{m}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}} \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+m}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1-\frac{m}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{\sqrt{m}}.$$

Suy ra đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang. Vậy $m > 0$. $\square$

Câu 506. Gọi A và B là các điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$. Diện tích tam giác AOB (với O là gốc tọa độ) bằng:

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.

Lời giải: • $y' = 4x^3 - 4x$. Suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$

- Đồ thị hàm số có 2 điểm cực tiểu là $A(-1; -2)$ và $B(1; -2)$.

• $S_{OAB} = \frac{1}{2}AH.AB = \frac{1}{2}.2.2 = 2$. $\square$

Câu 507. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$. Gọi A là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số và d là đường thẳng đi qua điểm $M(0; 2)$ có hệ số góc bằng k . Tìm k để khoảng cách từ A đến d bằng 1.

- (A) $k = -\frac{3}{4}$. (B) $k = \frac{3}{4}$. (C) $k = -1$. (D) $k = 1$.

Lời giải: • $y' = -3x^2 + 3$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $A(-1; 0)$.

- $d: y = kx + 2 \Rightarrow d: kx - y + 2 = 0$.

• $d(A, d) = 1 \Leftrightarrow \frac{|-k+2|}{\sqrt{1+k^2}} = 1 \Leftrightarrow k = \frac{3}{4}$. $\square$

Câu 508. Phương trình $x^3 - \sqrt{1-x^2} = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt

- (A) 3 (B) 6 (C) 1 (D) 2

Lời giải: • PT $\Leftrightarrow x^3 = \sqrt{1-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^6 + x^2 - 1 = 0 \end{cases} \quad (1)$

- Đặt $t = x^2$, (1) trở thành $t^3 + t - 1 = 0 \quad (2)$.

- (2) có duy nhất 1 nghiệm dương nên (1) có duy nhất 1 nghiệm. $\square$

Câu 509. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm thực:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x^4 + y^4 = m \end{cases}$$

- (A) $m = 2$ (B) $m \geq 1$ (C) $m \geq 2$ (D) $m \leq 2$

Lời giải: • Thay $y = 2 - x$ vào phương trình (2), ta được $x^4 + (2 - x)^4 = m$. (*) .

- Hệ phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow$ PT (*) có nghiệm.
- Đặt $f(x) = x^4 + (2 - x)^4$. Ta có $f'(x) = 4x^3 - 4(2 - x)^2$.
 $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 8x^3 - 24x^2 + 48x - 32 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$				$+\infty$

- Từ bảng biến thiên, ta có $m \geq 2$. □

Câu 510. Biết đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có 2 điểm cực trị là $(-1; 18)$ và $(3; -16)$. Tính $a + b + c + d$.

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Lời giải: Ta có tọa độ điểm uốn $U(1; 1) \Rightarrow f(1) = a + b + c + d = 1$. Chọn B. □

Câu 511. Với giá trị nào của của tham số thực m thì $x = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m^2 + m + 1)x$?

- (A) $m \in \{-2; -1\}$ (B) $m = -2$ (C) $m = -1$ (D) không có m

Lời giải:

Ta có $y' = x^2 + 2mx + m^2 + m + 1$, $y'' = 2x + 2m$.

Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow m < -1 \Rightarrow y''(1) = 2 + 2m < 0 \forall m < -1 \Rightarrow$ chọn D. □

Câu 512. Biết rằng hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$	
y	$+\infty$							$+\infty$

Tìm m để phương trình $|x^4 - 4x^2 + 3| = m$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt.

- (A) $1 < m < 3$ (B) $m > 3$ (C) $m = 0$ (D) $m \in (1; 3) \cup \{0\}$

Lời giải:

Đặt $f(x) = |x^4 - 4x^2 + 3|$. Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{2}$	-1	0	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$		0	1	0	3	0	1	0
									$+\infty$

Theo bảng biến thiên, ta được $ycbt \Leftrightarrow 1 < m < 3 \vee m = 0$.

Chọn D. □

Câu 513. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-3x+2}}$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- ☐ (A) (C) không có tiệm cận ngang.
☐ (B) (C) có đúng một tiệm cận ngang $y = 1$.
☐ (C) (C) có đúng một tiệm cận ngang $y = -1$.
☒ (D) (C) có hai tiệm cận ngang $y = 1$ và $y = -1$

Lời giải:

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(1 - \frac{1}{x}\right)}{-x \sqrt{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}} = -1. \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 - \frac{1}{x}\right)}{x \sqrt{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}} = 1.$$

Vậy đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y = \pm 1$. □

Câu 514. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 16. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính thể tích của khối chóp $S.MNPQ$.

- ☐ (A) $V_{S.MNPQ} = 1$. ☐ (B) $V_{S.MNPQ} = 2$. ☐ (C) $V_{S.MNPQ} = 4$. ☐ (D) $V_{S.MNPQ} = 8$.

Lời giải:

Có thể xem $S.ABCD$ là hình chóp đều. Khi đó ta có $V_{S.ABCD} = 16$ suy ra $V_{S.ABC} = 8$, trong khi

$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{8}.$$

Từ đây suy ra $V_{S.MNP} = 1 \Rightarrow V_{S.MNPQ} = 2$. □

Câu 515. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- ☐ (A) $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ ☐ (B) $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$ ☐ (C) $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}$ ☐ (D) $V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{48}$

Lời giải:

Vì ABD là tam giác đều nên ta có $BD = a$, ngoài ra theo định lí cosin

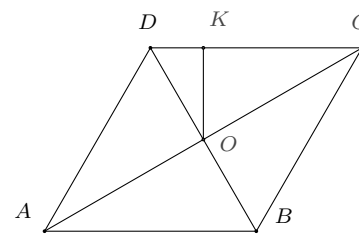
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 120^\circ = 3.$$

Kẻ $OK \perp CD$ tại K , ta có

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OD^2} + \frac{1}{OC^2} \Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Ta có $SO = OK \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$, trong khi $S_{ABCD} = 2S_{ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. □



Câu 516. Với m là tham số thực sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác vuông. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- (A) $m < -2$ (B) $-2 < m < 0$ (C) $0 \leq m < 2$ (D) $m \geq 2$

Lời giải:

Ta có $y' = 4x(x^2 - m)$ suy ra hàm số có ba cực trị khi $m > 0$. Khi đó, gọi $A(0; 1)$, $B(\sqrt{m}; 3m^2 + 1)$ và $C(-\sqrt{m}; 3m^2 + 1)$ là các điểm cực trị. Ta có

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{m} \cdot (-\sqrt{m}) + (3m^2)^2 = 0 \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{\frac{1}{9}}.$$

Chọn C. □

Câu 517. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 2)$, mặt phẳng (P) qua M cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C . Gọi $V_{O.ABC}$ là thể tích tứ diện $O.ABC$. Khi (P) thay đổi tìm giá trị nhỏ nhất của $V_{O.ABC}$.

- (A) $\min V_{O.ABC} = \frac{9}{2}$ (B) $\min V_{O.ABC} = 18$ (C) $\min V_{O.ABC} = 9$ (D) $\min V_{O.ABC} = \frac{32}{3}$

Lời giải:

Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$, ta có $a, b, c > 0$ (do giả thiết (P) cắt các tia). Khi đó phương trình mặt phẳng (P) theo đoạn chắn là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

Vì $M \in (P)$ nên ta có $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1$. Từ đây, dùng AM-GM

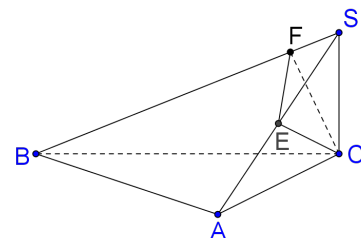
$$1 \geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{abc}} \Rightarrow abc \geq 54.$$

Vậy $V_{O.ABC} = \frac{1}{6} \cdot abc \geq 9$. □

Câu 518. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân, $AB = AC = a$, $SC \perp (ABC)$ và $SC = a$. Mặt phẳng qua C , vuông góc với SB cắt SA, SB lần lượt tại E, F . Tính thể tích khối $S.CEF$.

- (A) $V_{S.CEF} = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$.
(C) $V_{S.CEF} = \frac{a^3}{18}$.

- (B) $V_{S.CEF} = \frac{a^3}{36}$
(D) $V_{S.CEF} = \frac{a^3\sqrt{2}}{18}$



Lời giải: Ta sẽ sử dụng tính chất

$$\frac{V_{S.CEF}}{V_{S.CAB}} = \frac{SE}{SA} \cdot \frac{SF}{SB}.$$

Cho $a = 1$. Tam giác SAC vuông tại A với đường cao CE có

$$SC^2 = SE \cdot SA \Rightarrow \frac{SE}{SA} = \frac{SC^2}{SA^2} = \frac{1}{2}.$$

Tương tự, ta có

$$SC^2 = SF \cdot SB \Rightarrow \frac{SF}{SB} = \frac{SC^2}{SB^2} = \frac{1}{3}.$$

Cuối cùng, vì $V_{S.CAB} = \frac{1}{6}$ nên suy ra $V_{S.CEF} = \frac{1}{36}$. Chọn B □

Câu 519. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x + m}$ có hai tiệm cận đứng.

(A) $m \neq 1$ và $m \neq -8$.

(B) $m > -1$ và $m \neq 8$.

(C) $m = 1$ và $m = -8$.

(D) $m < 1$ và $m \neq -8$.

Lời giải: Hàm số đã cho $y = \frac{(x-1)(x+2)}{x^2 - 2x + m}$

Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng khi và chỉ khi $x^2 - 2x + m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1 và -2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 - m > 0 \\ 1 - 2 + m \neq 0 \\ 4 + 4 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq 1 \\ m \neq -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq -8 \end{cases}.$$
 □

Câu 520. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{3^{-x} - 3}{3^{-x} - m}$ nghịch biến trên $(-1; 1)$.

(A) $m < \frac{1}{3}$.

(B) $\frac{1}{3} < m < 3$.

(C) $m \leq \frac{1}{3}$.

(D) $m < 3$.

Lời giải: Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$ suy ra hàm số xác định trên $(-1; 1)$

Với $-1 < x < 1$ suy ra $\frac{1}{3} < 3^{-x} < 3$ hàm số xác định trên $(-1; 1)$ suy ra $m \notin \left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{3-m}{(3^{-x}-m)^2} \cdot (-1) \cdot 3^{-x} \cdot \ln 3 = \frac{(m-3) \ln 3 \cdot 3^{-x}}{(3^{-x}-m)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$ suy ra $y' \leq 0$ trên $(-1; 1)$, $y' = 0$ tại hữu hạn điểm.

Nhận xét $y' = 0 \Leftrightarrow m = 3$ hàm số suy biến thì $y = 0$ không nghịch biến.

Từ yêu cầu bài toán ta có $(3-m) \cdot (-1) \cdot 3^{-x} \cdot \ln 3 < 0$ trên $(-1; 1) \Leftrightarrow m < 3$ Vậy $\frac{1}{3}$ □

Câu 521. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m^2 - 3m + 2)x - m$ đạt cực đại tại điểm $x = 0$. Tìm tọa độ giao điểm A của đồ thị hàm số với trục tung?

(A) $A(0; -2)$.

(B) $A(0; 2)$.

(C) $A(0; -1)$.

(D) $A(0; 1)$.

Lời giải: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + (m^2-3m+2)x - m$ có đạo hàm

$$y' = x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m + 2$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0 \Rightarrow f'(0) = 0 \Rightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ hoặc $m = 2$.

Với $m = 1$, hàm số trở thành $y = \frac{1}{3}x^3 - 1$ không có cực trị.

Với $m = 2$, hàm số trở thành $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 2$ có cực tiểu tại $x = 0$

Gọi $A(0; y_A)$ là giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung suy ra $y_A = -2$

Vậy $A(0; -2)$. □

Câu 522. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ dưới.

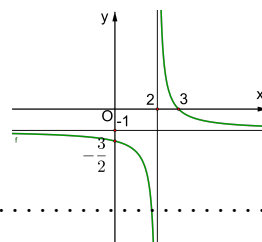
Tính giá trị của $a + 2b + c$.

(A) 1.

(B) 2.

(C) 0

(D) 3.



Lời giải: Hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$ suy ra $c = -2$.

Hàm số có tiệm cận ngang $y = -1$ suy ra $c = -1$.

Do đó hàm số có dạng $y = \frac{-x+b}{x-2}$.

Do đồ thị của hàm số qua $(3; 0)$ nên suy ra $b = 3$.

Vậy $y = \frac{-x+3}{x-2}$ suy ra $a = -1; b = 3, c = -2$ hay $a + 2b + c = -1 + 6 - 2 = 3$. □

Câu 523. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được xác định bởi công thức $G(x) = 0,024x^2(30-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp (x được tính bằng mg). Tìm lượng thuốc để tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp để huyết áp giảm nhiều nhất.

(A) $20mg$

(B) $0,5mg$

(C) $2,8mg$

(D) $15mg$

Lời giải: Bài toán đi tìm $x \in [0; 30]$ để $G(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

$$G(x) = 0,024x^2(30-x) = -\frac{3}{125}x^3 + \frac{18}{25}x^2 \Rightarrow G'(x) = -\frac{9}{125}x^2 + \frac{36}{25}x.$$

$$G'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 20 \in (0; 30) \end{cases}$$

Ta có $G(20) = 96; G(30) = 0; G(0) = 0$.

Vậy $G(x)$ đạt giá trị lớn nhất là 96 khi $x = 20 \Rightarrow$ chọn A. □

Câu 524. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + (1-m^2)x + 1$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía khác nhau đối với trục tung?

(A) $-\frac{1}{3} < m < \frac{1}{3}$

(B) $\begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$

(C) $-1 < m < 1$

(D) $-1 \leq m \leq 1$

Lời giải: Ta có $y' = 3x^2 - 8x + (1-m^2)$;

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía khác nhau đối với trục tung

$$\Leftrightarrow y' = 0 \text{ có hai nghiệm trái dấu} \Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow 3(1-m^2) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases} \Rightarrow \text{chọn B} \quad \square$$

Câu 525. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{4x-1-\sqrt{x^2+2x+6}}{x^2+x-2}$.

(A) 2

(B) 0

(C) 3

(D) 1

Lời giải: Phương trình $x^2 + x - 2 = 0$ có hai nghiệm $x = 1, x = -2$

Thay $x = 1$ vào biểu thức $4x - 1 - \sqrt{x^2 + 2x + 6}$ thấy kết quả bằng 0, thay $x = -2$ vào biểu thức $4x - 1 - \sqrt{x^2 + 2x + 6}$ thấy kết quả khác 0.

Suy ra đồ thị hàm số chỉ có 1 tiệm cận đứng là $x = -2$. □

Câu 526. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

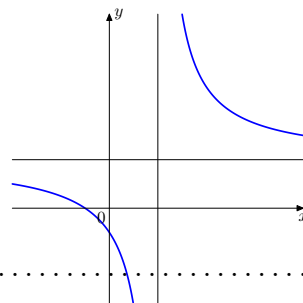
Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định đúng?

(A) $bc > 0, ad < 0$

(B) $ac > 0, bd > 0$

(C) $ab < 0, cd < 0$

(D) $bd < 0, ad > 0$



Lời giải: A □

Câu 527. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4(m-1)x^2 + 2m - 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có số đo một góc bằng 120° .

(A) $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{24}}$

(B) $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{16}}$

(C) $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{48}}$

(D) $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

Lời giải: $y = x^4 - 4(m-1)x^2 + 2m - 1 \Rightarrow y' = 4x^3 - 8(m-1)x = 4x[x^2 - 2(m-1)]$

Điều kiện để có 3 cực trị là $m > 1$. Tọa độ các điểm cực trị là

$A(0; 2m-1), B(\sqrt{2(m-1)}; -4(m-1)^2 + 2m-1); C(-\sqrt{2(m-1)}; -4(m-1)^2 + 2m-1)$

Tam giác ABC luôn cân tại A nên theo giả thiết ta có

$$(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = 120^\circ \Leftrightarrow \frac{-2(m-1) + 16(1-m)^4}{2(m-1) + 16(1-m)^4} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow (m-1)^3 = \frac{1}{24} \Leftrightarrow m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{24}} \quad \square$$

Câu 528. Một công ty kinh doanh nghiên cứu thị trường trước khi tung ra sản phẩm và nhận thấy để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm loại A và B thì mất lần lượt là 2 000 USD và 4 000 USD. Nếu sản xuất được x sản phẩm loại A và y sản phẩm loại B thì lợi nhuận mà công ty thu được là $L(x, y) = 8000 \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{2}}$ USD. Giả sử chi phí để sản xuất hai loại sản phẩm A, B là 40 000 USD, gọi x_0, y_0 lần lượt là số sản phẩm loại A, B để lợi nhuận lớn nhất. Tính $x_0^3 + y_0^5$.

(A) 17319.

(B) 8288.

(C) 8119.

(D) 3637.

Lời giải: Cần tìm $x > 0, y > 0$ để $L(x, y) = 8000 \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{2}}$ lớn nhất biết rằng

$$40.000 = 2000x + 4000y \Leftrightarrow 20 = x + 2y.$$

Ta có $(x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}})^6 = x^2y^3$ và

$$20 = x + 2y = \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{2y}{3} + \frac{2y}{3} + \frac{2y}{3} \geq 5\sqrt[5]{\frac{x^2y^3 \cdot 2^3}{2^23^3}}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{2y}{3} \\ 20 = x + 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 6. \end{cases}$$

Do đó $L(x, y) = 8000 \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{1}{2}}$ lớn nhất khi và chỉ khi $x = 8, y = 6$. Như vậy $x_0^3 + y_0^5 = 8^3 + 6^5 = 8288$. □

Câu 529. Tìm m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2mx^2 + 2m^2 - 4m$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $S_{\Delta ABC} = 1$.

- (A) $m = 1$. (B) $m = 3$. (C) $m = 2$. (D) $m = 4$.

Lời giải: Ta có

$$y = x^4 - 2mx^2 + 2m^2 - 4m \Rightarrow y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m).$$

Hàm số có 3 cực trị khi phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt hay $m > 0$. Khi đó:

$$y' = 0 \Leftrightarrow x \in \{0; \sqrt{m}; -\sqrt{m}\}.$$

x	$-\infty$	$-\sqrt{m}$	0	$\sqrt{m}$	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0
$f(x)$	$+\infty$	$m^2 - 4m$	$2m^2 - 4m$	$m^2 - 4m$	$+\infty$

Tọa độ 3 điểm cực trị là

$$A(0; 2m^2 - 4m), B(\sqrt{m}; m^2 - 4m), C(-\sqrt{m}; m^2 - 4m).$$

Dễ thấy ΔABC cân tại A . Trung điểm BC là $I(0; m^2 - 4m)$. Diện tích tam giác ABC là

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AI = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{m} |m^2| = m^2\sqrt{m}.$$

Theo giả thiết ta có: $m^2\sqrt{m} = 1 \Leftrightarrow m^5 = 1 \Leftrightarrow m = 1$. □

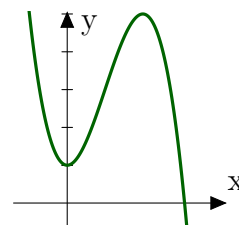
Câu 530. Tìm m để hàm số $y = \frac{mx - 2}{x + m - 3}$ nghịch biến trên các khoảng xác định của nó.

- (A) $1 \leq m \leq 2$. (B) $1 < m < 2$. (C) $m \geq 2$ hoặc $m \leq 1$. (D) $m > 2$ hoặc $m < 1$.

Lời giải: Ta có $y' = \frac{m(m-3)+2}{(x+m-3)^2} = \frac{m^2-3m+2}{(x+m-3)^2}$. Điều kiện để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó là $y' < 0, \forall x \neq 3-m$ hay $m^2 - 3m + 2 < 0 \Leftrightarrow m \in (1; 2)$. □

Câu 531. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0$. (B) $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
(C) $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$. (D) $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$.



Lời giải: Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ hình dạng đồ thị suy ra $a < 0$. Ta có giao điểm với trục tung là điểm có tung độ dương nên $d > 0$. Do điểm cực tiểu có hoành độ $x = 0$ nên $c = 0$. Do điểm cực đại $x = -\frac{2b}{3a} > 0$ nên b và a trái dấu, suy ra $b > 0$. Vậy ta chọn D . □

Câu 532. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x + \sqrt{4x^2 - 3x + 2}}{x - 2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

Lời giải: Do $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x + \sqrt{4x^2 - 3x + 2}}{x - 2} = +\infty$ nên đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng. Do

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{4x^2 - 3x + 2}}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}}{1 - \frac{2}{x^2}} = 4$$

nên đường thẳng $y = 4$ là tiệm cận ngang. Do

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + \sqrt{4x^2 - 3x + 2}}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}}{1 - \frac{2}{x^2}} = 0$$

nên đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang. Dễ thấy đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên. Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận. $\square$

Câu 533. Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx - 4}{x - m}$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ là

(A) $m \in (2; +\infty)$.

(B) $m \in (-2; 0)$.

(C) $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

(D) $m \in (-\infty; -2)$.

Lời giải: HS nb trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} y'(x) = \frac{m^2 - 4}{(x - m)^2} < 0 \\ m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2. \quad \square$

Câu 534. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-4		0		$-\infty$

Với $m \in (1; 3)$ thì phương trình $|f(x)| = m$ có bao nhiêu nghiệm?

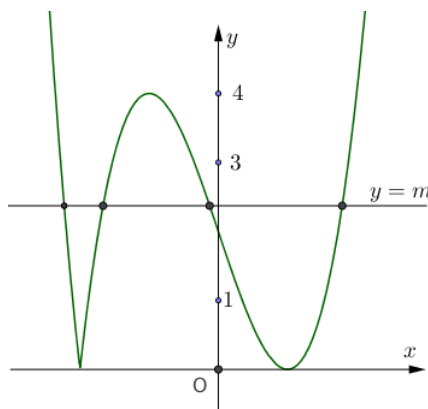
(A) 4.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 5.

Lời giải: Từ BBT của hàm số ta có $y = f(x) = -x^3 + 3x - 2$. Đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ là



Do đó với $m \in (1; 3)$, pt $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm pb. $\square$

Câu 535. Gọi (C) là parabol đi qua 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2$, tìm m để (C) đi qua điểm $A(2; 24)$.

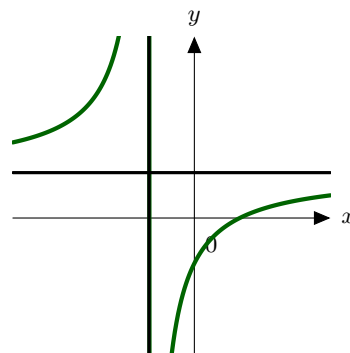
- ☐ A $m = -4$
☐ B $m = 4$
☐ C $m = 3$
☐ D $m = 6$

Lời giải: • Ta có $y' = x^3 - 2mx$. Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow m > 0$.

- Ta có $y = \frac{1}{4}x(x^3 - 2mx) - \frac{1}{2}mx^2 + m^2$.
- Parabol đi qua 3 điểm cực trị là $(C) : y = -\frac{1}{2}mx^2 + m^2$.
- Điểm $A(2; 24) \in (C)$ nên $m = 6$ hoặc $m = -4$ (loại). □

Câu 536. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án (A), (B), (C), (D) dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- ☐ A $\frac{x-1}{x+1}$
☐ B $y = x^2 - 3x^2 + 1$
☐ C $y = -x^4 + 2x^2 + 1$
☐ D $\frac{x+2}{x+1}$



Lời giải: □

Câu 537. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đường cong $y = \frac{2x+4}{x-1}$. Hoành độ trung điểm I của MN là

- ☐ A 1
 ☐ B $\frac{5}{2}$
☐ C 2
 ☐ D $-\frac{5}{2}$

Lời giải: □

Câu 538. Hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = -(x-1)^2(x+6)$. Khi đó hàm số $f(x)$

- ☐ A Đạt cực đại tại điểm $x = -6$.
 ☐ B Đạt cực tiểu tại điểm $x = -6$.
☐ C Đạt cực đại tại điểm $x = 1$.
 ☐ D Đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Lời giải: Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = -6$. Nhưng chỉ khi qua điểm $x = -6$ thì $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm (tính từ trái sang phải). Do đó hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -6$ và không có điểm cực tiểu. □

Câu 539. Với giá trị nào của tham số thực m thì đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m^4 - 3m^2 + 2017$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích bằng 32?

- ☐ A $m = 2$.
 ☐ B $m = 4$.
 ☐ C $m = 5$.
 ☐ D $m = 3$.

Lời giải: Điều kiện để đồ thị hàm số có ba cực trị là $m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$.

Khi đó $y' = 4x(x^2 - m + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m-1} \end{cases}$.

Diện tích tam giác tạo bởi ba điểm cực trị trên bằng $\sqrt{m-1} \cdot |y(0) - y(\sqrt{m-1})| = (\sqrt{m-1})^5$.
 Do đó $(\sqrt{m-1})^5 = 32 \Leftrightarrow \sqrt{m-1} = 2 \Leftrightarrow m = 5$. □

Câu 540. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{mx-2}{x+m-3}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

- (A) $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. (B) $m \in [2; +\infty)$.
(C) $m \in (-\infty; 1)$. (D) $m \in (1; 2)$.

Lời giải: Với mỗi giá trị m ta có tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3-m\}$.

Do đó hàm số nghịch biến khi và chỉ khi $y' < 0 \Leftrightarrow \frac{m^2 - 3m + 2}{(x+m-3)^2} < 0 \Leftrightarrow m \in (1; 2)$. $\square$

Câu 541. Biết rằng hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$, $f(1) = -3$ và đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2. Tính giá trị của hàm số tại $x = 3$.

- (A) $f(3) = -29$. (B) $f(3) = 9$. (C) $f(3) = 29$. (D) $f(3) = 3$.

Lời giải: Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0; 2)$ suy ra $c = 2$. Mà $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ kết hợp giả thiết cho $(1; -3)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm bậc ba nên ta có hệ

$$\begin{cases} 3 + 2a + b = 0 \\ 1 + a + b + 2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow a = 3, b = -9.$$

Kiểm tra $f''(1) = 6 + 2a = 12 > 0$ nên hàm số được xác định là $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 2$ và tính được $f(3) = 29$. $\square$

Câu 542. Biết rằng các đường tiệm cận của đường cong $(C) : y = \frac{6x+1-\sqrt{x^2-2}}{x-5}$ và trục tung cắt nhau tạo thành một đa giác $(\mathcal{H})$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) $(\mathcal{H})$ là một hình chữ nhật có chu vi bằng 8.
(B) $(\mathcal{H})$ là một hình chữ nhật có chu vi bằng 14.
(C) $(\mathcal{H})$ là một hình vuông có chu vi bằng 25.
(D) $(\mathcal{H})$ là một hình vuông có chu vi bằng 4.

Lời giải: Tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty) \setminus \{5\}$. Vì $\lim_{x \rightarrow 5^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 7$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y = 5, y = 7$ và một tiệm cận đứng $x = 5$. Các tiệm cận này kết hợp với trục tung tạo thành một hình chữ nhật có chu vi bằng $2 \cdot [(7-5) + 5] = 14$. $\square$

Câu 543. Các giá trị m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - x^2 + 3$ tại 4 điểm phân biệt là

- (A) $\frac{5}{2} < m < 3$. (B) $\frac{1}{2} < m < 3$. (C) $m > 3$. (D) $\frac{1}{2} < m < \frac{5}{2}$.

Lời giải:

Ta có $y' = 2x^3 - 2x, y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 0 \vee x = 1$.

Ta có $y(0) = 3, y(1) = \frac{5}{2}$. Ycbt $\Leftrightarrow \frac{5}{2} < m < 3 \Rightarrow$ chọn A. $\square$

Câu 544. Cho hàm số $y = \frac{mx-2}{x+m-3}$. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó là

- (A) $1 \leq m \leq 2$. (B) $m = 1$. (C) $1 < m < 2$. (D) $m = 2$.

Lời giải:

Ta có $y' = \frac{m^2 - 3m + 2}{(x + m - 3)^2}$. Ycbt $\Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 2 \Rightarrow$ chọn C. □

Câu 545. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = e^x \cos x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}e^{\frac{\pi}{6}}$. (C) 1. (D) $\frac{1}{2}e^{\frac{\pi}{3}}$.

Lời giải:

Ta có $y' = e^x(\cos x - \sin x)$, $y' = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$.

Ta có $\begin{cases} y(0) = 1 \\ y(\frac{\pi}{2}) = 0 \\ y(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}} \end{cases} \Rightarrow \max_{[0; \frac{\pi}{2}]} y = y(\frac{\pi}{4}) \Rightarrow$ chọn A. □

Câu 546. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1 - m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trực tâm.

- (A) $m = 0$. (B) $m = 1$. (C) $m = -1$. (D) $m = 2$.

Lời giải: ĐTHS có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $m > 0$. Ba điểm cực trị là $A(\sqrt{m}; -m^2 - m + 1)$, $B(-\sqrt{m}; -m^2 - m + 1)$, $C(0; 1 - m)$. O là trực tâm tam giác ABC khi và chỉ khi $OA \perp BC$. Tức là $m + (-m^2 - m + 1)m^2 = 0 \Leftrightarrow m(m + 1)^2(m - 1) = 0$. Dẫn đến $m = 1$ (do $m > 0$). □

Câu 547. Biết đường thẳng $y = 3x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{4x + 2}{x - 1}$ tại hai điểm phân biệt có tung độ là y_1 và y_2 . Tính $y_1 + y_2$.

- (A) $y_1 + y_2 = 1$. (B) $y_1 + y_2 = 11$. (C) $y_1 + y_2 = 9$. (D) $y_1 + y_2 = 10$.

Lời giải:

Câu 548. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định, và có bảng biến thiên như dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	$+$	$+$	0	$-$
y	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm thực duy nhất.

- (A) $[0; +\infty) \cup \{-1\}$. (B) $(0; +\infty) \cup \{-1\}$. (C) $(0; +\infty)$. (D) $[0; +\infty)$.

Lời giải:

Câu 549. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị (C) . Giả sử (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 (với $x_1 < x_2 < x_3$). Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $1 < x_1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

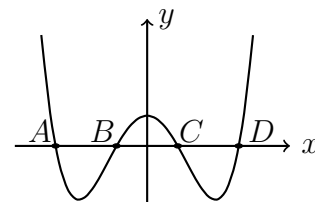
(C) $x_1 < 0 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

(B) $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

(D) $1 < x_1 < 3 < x_2 < 4 < x_3$.

Lời giải: Hàm số đạt cực đại bằng $4 + m$ tại $x = 1$, đạt cực tiểu bằng m tại $x = 3$. Nên (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi $-4 < m < 0$. Hơn nữa, $y = m$ khi và chỉ khi $x = 3$ hoặc $x = 0$; $y = m + 4$ khi và chỉ khi $x = 1$ hoặc $x = 4$. Do đó, $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$. $\square$

Câu 550. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt A, B, C, D như hình vẽ bên. Biết rằng $AB = BC = CD$, mệnh đề nào sau đây đúng?



(A) $a > 0, b > 0, c > 0, 9b^2 = 100ac$.

(B) $a > 0, b < 0, c > 0, 9b^2 = 100ac$.

(C) $a > 0, b > 0, c > 0, 100b^2 = 9ac$.

(D) $a > 0, b < 0, c > 0, 100b^2 = 9ac$.

Lời giải: Từ đồ thị, ta suy ra $a > 0, b < 0, c > 0$. Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành, sau khi đặt $t = x^2$, phương trình đó trở thành $at^2 + bt + c = 0$. Từ giả thiết, phương trình ẩn t này phải có hai nghiệm $0 < t_1 < t_2$. Khi đó, hoành độ của các điểm A, B, C, D tương ứng là $-\sqrt{t_2}, -\sqrt{t_1}, \sqrt{t_1}, \sqrt{t_2}$. $AB = BC = CD$ khi và chỉ khi $\sqrt{t_2} = 3\sqrt{t_1}$, hay $t_2 = 9t_1$. Từ đây, cùng với hệ thức (Vi-et) $t_1 + t_2 = -\frac{b}{a}$, ta giải được $t_2 = 9t_1 = -\frac{9b}{10a}$. Thay t_1, t_2 vào hệ thức $t_1 t_2 = \frac{c}{a}$ ta thu được hệ thức $9b^2 = 100ac$. $\square$

Câu 551. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (6m^2 - 3)x$ đạt cực trị tại $x = 1$.

(A) Không có giá trị nào của tham số m

(B) $m = 0$

(C) $m = 1$

(D) $m = 0$ hoặc $m = 1$

Lời giải: Có $y' = 3x^2 - 6mx + 6m^2 - 3$. Yêu cầu bài toán tương đương với

$$\begin{cases} \Delta = -9m^2 + 9 > 0 \\ 6m^2 - 6m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$

Câu 552. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = \frac{mx - 1}{x + m}$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{3}$ trên $[0; 2]$.

(A) $m = -1$.

(B) $m = 1$.

(C) $m = -3$.

(D) $m = 3$.

Lời giải: Điều kiện $x \neq -m$. Có $y' = \frac{m^2 + 1}{(x + m)^2} > 0 \quad \forall x \neq -m$. Theo tính chất của hàm số này thì yêu cầu bài toán tương đương

$$\begin{cases} -m \notin [0; 2] \\ y(2) = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m \notin [0; 2] \\ \frac{2m - 1}{m + 2} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

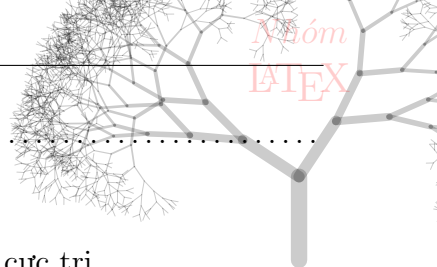
Câu 553. Cho hàm số $y = |x|^3 - mx + 5 \quad (m > 0)$, m là tham số. Hỏi hàm số đã cho có thể có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 4.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 3.



Lời giải: Ta có $y' = \begin{cases} 3x^2 - m & \text{nếu } x > 0 \\ -3x^2 - m & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$.

Với $m = 0$ thì y' đổi dấu đúng một lần qua điểm $x = 0$, nên hàm số có một cực trị.

Nếu $m > 0$ thì y' đổi dấu đúng một lần qua điểm $x = \sqrt{\frac{m}{3}}$, nên hàm số có một cực trị.

Nếu $m < 0$ thì y' đổi dấu đúng một lần qua điểm $x = -\sqrt{\frac{-m}{3}}$, nên hàm số có một cực trị.

Tóm lại hàm số có đúng một cực trị với mọi giá trị của m . □

Câu 554. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}(C)$. Gọi d là khoảng cách từ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến của (C) . Giá trị lớn nhất mà d có thể đạt được là

- Ⓐ $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Ⓑ $\sqrt{5}$. Ⓒ $\sqrt{3}$. Ⓓ $\sqrt{6}$.

Lời giải: Giao của hai đường tiệm cận là $I(2; 1)$.

Giả sử $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm, phương trình tiếp tuyến tại M là

$$y = \frac{-3}{(x_0 - 2)^2}(x - x_0) + \frac{x_0 + 1}{x_0 - 2} \quad (\Delta).$$

Khoảng cách từ I đến Δ là $d = 6 \left| \frac{(x_0 - 2)}{\sqrt{(x_0 - 2)^4 + 9}} \right| \leq 6 \left| \frac{(x_0 - 2)}{\sqrt{6(x_0 - 2)^2}} \right| = \sqrt{6}$.

Dấu bằng xảy ra khi $x_0 = 2 \pm \sqrt{3}$.

Vậy giá trị lớn nhất d là $\sqrt{6}$. □

Câu 555. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = (m - x^3) \sqrt{1 - x^3}$ đồng biến trên $(0; 1)$.

- Ⓐ $m \geq -2$ Ⓑ $m \leq -2$ Ⓒ $m > 1$ Ⓓ $m < 1$

Lời giải:

- Có $y' = \frac{-6x^2(1 - x^3) - 3x^2(m - x^3)}{2\sqrt{1 - x^3}}$. Để hàm số đồng biến trên $(0; 1)$ thì $y' \geq 0$ mọi $x \in (0; 1)$
- Hay $m \leq 3x^3 - 2$ mọi $x \in (0; 1)$. Dễ thấy $3x^3 - 2 > -2$ mọi $x \in (0; 1)$.
- Vậy các giá trị cần tìm là $m \leq -2$. □

Câu 556. Tìm tất cả các điểm cực trị của hàm số $y = \frac{1}{2} \sin 2x + \cos x - 2017$.

Ⓐ $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

Ⓑ $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Ⓒ $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Ⓓ $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải:

• Ta có $y' = \cos 2x - \sin x$; $y'' = -2\sin 2x - \cos x$. Do hàm số đã cho tuần hoàn với chu kỳ 2π nên ta chỉ xét trên $[-\pi; \pi]$.

• Khi $y' = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \sin x \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$

• Do $x \in [-\pi; \pi]$ nên ta có $x = -\frac{\pi}{2}; x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{5\pi}{6}$

• Dễ thấy $y''\left(\frac{\pi}{6}\right) < 0$; $y''\left(\frac{5\pi}{6}\right) > 0$; $y''\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

• Bằng cách kẻ bảng biến thiên ta thấy $x = -\frac{\pi}{2}$ không phải là điểm cực trị của hàm số (y' luôn dương khi qua $-\frac{\pi}{2}$)

• Vậy các điểm cực trị của hàm số là $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \quad \square$

Câu 557. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx + (m+1)\sqrt{x-2} + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{D} = [2; +\infty)$.

- (A) $m \geq 0$. (B) $m \leq -1$. (C) $m < -1$. (D) $-2 \leq m \leq 1$.

Lời giải:

• Nếu $m \geq 0$ thì ta có $y(2) < y(3)$ do $2m+1 < 3m+1+(m+1)$, trái với yêu cầu nghịch biến. Vậy loại các phương án A và D.

• Xét $m = -1$, ta có $y = -x + 1$ nghịch biến trên $[2; +\infty)$ nên $m = -1$ thỏa yêu cầu, chọn B. $\square$

Câu 558. Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. Tính diện tích S của tam giác ABC ta có kết quả

- (A) $S = 1$. (B) $S = 2$. (C) $S = 3$. (D) $S = 4$.

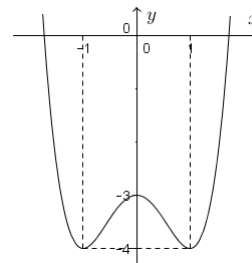
Lời giải:

Các điểm cực trị là $A(0; 1), B(1; 2)$ và $C(-1; 2)$. Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{1}{2} |\vec{AB}, \vec{AC}| = 1$. $\square$

Câu 559. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Phương trình $|f(x)| = \pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.

- (A) 3.
(B) 2.
(C) 4.
(D) 6.



Lời giải:

Câu 560. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6}$ có bao nhiêu tiệm cận?

- (A) 1 đường tiệm cận ngang và 2 đường tiệm cận đứng
(B) 2 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng
(C) 0 tiệm cận ngang và 2 tiệm cận đứng
(D) 1 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng

Lời giải:

- Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 1$ vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$.
- Vì mẫu có tập nghiệm $\{2; 3\}$, nên ta xét

$$\lim_{x \rightarrow 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{x-3} = -1.$$

và

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x-2} \cdot \frac{1}{x-3} \right) = +\infty$$

do $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{x-2} = 2$ và $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x-3} = +\infty$. Vậy đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng. $\square$

Câu 561. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $ab \neq 0$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- (A) Với mọi giá trị của a, b đồ thị của hàm số có 3 điểm cực trị Là 3 đỉnh của một tam giác cân
- (B) Hàm số có 3 điểm cực trị khi $ab < 0$.
- (C) Hàm số có 3 điểm cực trị khi $ab > 0$.
- (D) Hàm số có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu

Lời giải:

Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$. Nên khi $ab < 0$ phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt, do đó hàm số đã cho có ba điểm cực trị. $\square$

Câu 562. Biết hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 1]$ bằng 2. Khi đó giá trị của m là

- (A) $m = 0$.
- (B) $m = 2$.
- (C) $m = 4$.
- (D) $m = 6$.

Lời giải:

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$. Vì $y' < 0$ với mọi $x \in [0; 1]$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 1]$ bằng $2 = y(1) = -2 + m \Rightarrow m = 4$. $\square$

Câu 563. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C) , tiếp tuyến của đồ thị (C) có hệ số góc đạt giá trị lớn nhất khi

- (A) $a > 0$ và hoành độ tiếp điểm là $x = -\frac{b}{3a}$.
- (B) $a < 0$ và hoành độ tiếp điểm là $x = -\frac{b}{3a}$.
- (C) Hoành độ tiếp điểm là $x = -\frac{b}{3a}$.
- (D) Tiếp điểm đi qua điểm uốn

Lời giải:

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ và hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại điểm x_0 là $y'(x_0)$. Khảo sát hàm số y' cho thấy y' có giá trị lớn nhất khi $a < 0$ và giá trị lớn nhất đó là $y'(-\frac{b}{3a})$. $\square$

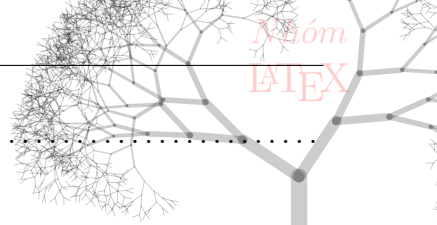
Câu 564. Cho hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$ đồng biến trên tập nào trong các tập sau?

- (A) $(-2; 2)$
- (B) $[-2; 2] \setminus \{0\}$
- (C) $(0; 2)$
- (D) $(-2; 0)$

Lời giải:

Câu 565. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + mx - 3$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$ là

- (A) $(-\infty; -3)$
- (B) $(-\infty; 0]$
- (C) $(-\infty; -3]$
- (D) $(-\infty; 0)$



Lời giải: Đạo hàm $y' = -3x^2 + 6x + m$. Yêu cầu bài toán tương đương $-3x^2 + 6x + m \leq 0, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow 3x^2 - 6x \geq m, \forall x \in (2; +\infty)$.
Đặt hàm số $g(x) = 3x^2 - 6x, \forall x \in [2; +\infty)$. Ta có, $g'(x) = 6x - 6; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \notin [2; +\infty)$.
Bảng biến thiên của hàm g như sau

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$g'(x)$			+
$g(x)$			$+\infty$

0

Từ đó suy ra $m \leq 0$ thỏa yêu cầu bài toán. □

Câu 566. Tập hợp tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{3x + m}{x - 1}$ và đường thẳng $y = 2x + 1$ có điểm chung là

- (A) $(-3; +\infty)$ (B) $[-3; +\infty)$ (C) $(-\infty; -3]$ (D) $(-\infty; -3)$

Lời giải: □

Câu 567. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$ có đúng hai nghiệm thuộc $[1; 8]$ là

- (A) $(3; 6]$ (B) $(2; 6)$ (C) $[3; 6)$ (D) $(2; 3]$

Lời giải: □

Câu 568. Một gia đình muốn xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 2,2 m, chiều rộng 1,5 m, cao 1 m. Bể nước được thiết kế không có nắp đậy, bốn bức tường và đáy đều dày 1 dm. Bể nước được xây dựng bằng các viên gạch là khối lập phương cạnh bằng 1 dm. Giả sử độ dày của vữa xây không đáng kể thì số lượng viên gạch cần để xây bể bằng

- (A) 3300 (viên) (B) 1220 (viên) (C) 960 (viên) (D) 2340 (viên)

Lời giải: Số viên gạch cần xây đáy bể là $22 \cdot 15 = 330$ viên.

Số viên gạch cần 2 xây tường (kích thước $2,2 \times 0,9$ (m²), chỉ tính cao 0.9m) là $2 \cdot 22 \cdot 9 = 396$ viên.

Số viên gạch cần 2 xây tường (kích thước $1,3 \times 0,9$ (m²), chỉ tính cao 0.9m và ngang 1.3m) là $2 \cdot 13 \cdot 9 = 234$ viên.

Tổng cộng có 960 viên. □

Câu 569. Hàm số $y = \frac{mx - 1}{x + m}$ có giá trị lớn nhất trên $[0; 1]$ bằng 2 khi

- (A) $m = -\frac{1}{2}$ (B) $m = -3$ (C) $m = \frac{1}{2}$ (D) $m = 1$

Lời giải: □

Câu 570. Một vật xuất phát từ A chuyển động thẳng và nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 1 + 2t$ (m/s). Tính vận tốc tại thời điểm mà vật đó cách A một khoảng 20 m (giả thiết thời điểm vật xuất phát từ A tương ứng với $t = 0$).

- (A) 12 (m/s) (B) 11 (m/s) (C) 10 (m/s) (D) 9 (m/s)

Lời giải: Ta có phương trình li độ theo thời gian t là $s(t) = \int v(t)dt = \int (1+2t)dt = t + t^2 + C$.
Do vật bắt đầu chuyển động tại A khi $t = 0$ nên $s(0) = 0 \Rightarrow C = 0$ và $s(t) = t + t^2$.
Khi vật cách A một khoảng 20 m, ta có phương trình $t + t^2 = 20 \Leftrightarrow t = 4; t = -5$ (loại). Khi đó, vận tốc là $v(4) = 9$ (m/s). $\square$

Câu 571. Tìm m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (2m+2)x - 3m + 2$ nghịch biến trên tập xác định.

- (A) $m \leq -3$ (B) $m < -3$ (C) $m \geq -3$ (D) $m > -3$

Lời giải: Hàm số nghịch biến trên tập xác định $\Leftrightarrow y' = -x^2 + 4x + 2m + 2 \leq 0, \forall x \in R$
 $\Leftrightarrow a < 0, \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 4 + 2m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -3$.
Vậy ta chọn đáp án **A**. $\square$

Câu 572. Hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ khi

- (A) $m = -2$ (B) $m = -1$ (C) $m = 2$ (D) $m = 1$

Lời giải: Hàm số đã cho có đạo hàm $y' = -x^2 + 2mx - (m^2 - m + 1)$ và $y'' = -2x + 2m$
Hàm số đã cho là hàm bậc 3 nên YCBT tương đương với $\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$. $\square$

Câu 573. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị tạo thành 3 đỉnh của một tam giác có diện tích bằng 2?

- (A) $\sqrt[5]{4}$ (B) $m = 16$ (C) $m = \sqrt[5]{16}$ (D) $m = -\sqrt[3]{16}$

Lời giải:

Hàm số đã cho có $y' = -4x^3 - 4mx$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

Đồ thị có 3 điểm cực trị suy ra $m > 0$.

Với $m > 0$, 3 điểm cực trị của hàm số là $A(0; 2m + m^4); B(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m); C(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$.

Đường thẳng $BC: y = m^4 - m^2 + 2m$

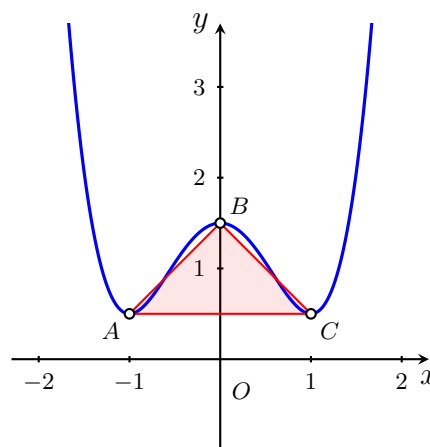
Vẽ $AH \perp BC$ tại $H \Rightarrow AH = m^2$

Độ dài $BC = 2\sqrt{m}$.

Theo đề ta có $S_{\triangle ABC} = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot m^2 \cdot 2\sqrt{m} = 2$

$\Leftrightarrow m^{\frac{5}{2}} = 2 \Leftrightarrow m = 2^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{4}$ (tmđk)

Vậy $m = \sqrt[5]{4}$ thỏa YCBT. $\square$



Câu 574. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^3 x - \cos 2x + \sin x + 2$ trên $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ bằng

- (A) -1 (B) 6 (C) $\frac{23}{27}$ (D) 1

Lời giải:

• Dùng chức năng TABLE trong máy tính.

Lập bảng giá trị của $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ với bước nhảy 0,1 suy ra GTNN gần bằng 0,85004

Do đó chọn đáp án $\frac{23}{27}$.

• Hàm số có đạo hàm $y' = \cos x (3 \sin^2 x + 4 \sin x + 1)$

Khảo sát suy ra hàm số đạt GTNN trên $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ tại x thỏa $\sin x = -\frac{1}{3} \Rightarrow y_{\min} = \frac{23}{27}$. $\square$

Câu 575. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{x - x^2}$.

(A) $[0; 1]$

(B) $\left[0; \frac{1}{4}\right]$

(C) $[0; 2]$

(D) $\left[0; \frac{1}{2}\right]$

Lời giải: Ta có TXĐ $D = [0; 1]$, $y' = \frac{1 - 2x}{2\sqrt{x - x^2}}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Ta được $0 \leq y \leq \frac{1}{2} \Rightarrow$ chọn D. $\square$

Câu 576. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx - 2}{2x - m}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

(A) $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 2 \end{cases}$

(B) $-2 < m < 2$

(C) $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$

(D) $-2 \leq m \leq 2$

Lời giải:

Ta có $y' = \frac{-m^2 + 4}{(2x - m)^2}$. Ycbt $\Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2 \Rightarrow$ chọn B. $\square$

Câu 577. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - m}{x^2 - 3x + 2}$ có đúng hai đường tiệm cận?

(A) $m = 1, m = 4$

(B) $m = 1$

(C) $m = 4$

(D) $m = 0$

Lời giải:

Ycbt $\Leftrightarrow x^2 - m = 0$ có nghiệm $x = 1$ hoặc $x = 2 \Rightarrow m = 1 \vee m = 4 \Rightarrow$ chọn A. $\square$

Câu 578. Khối lăng trụ đều $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 24cm^3 . Tính thể tích V của khối tứ diện $ACB'D'$.

(A) 8cm^3

(B) 6cm^2

(C) 12cm^3

(D) 4cm^3

Lời giải:

Cách 1:

Đặt $AB = a, AA' = b, a, b > 0$.

Ta có OO' là đoạn vuông góc chung của $AC, B'D'$.

Ta được $V_{ACB'D'} = \frac{1}{6} AC \cdot B'D' \cdot OO' = \frac{1}{3} a^2 \cdot b$

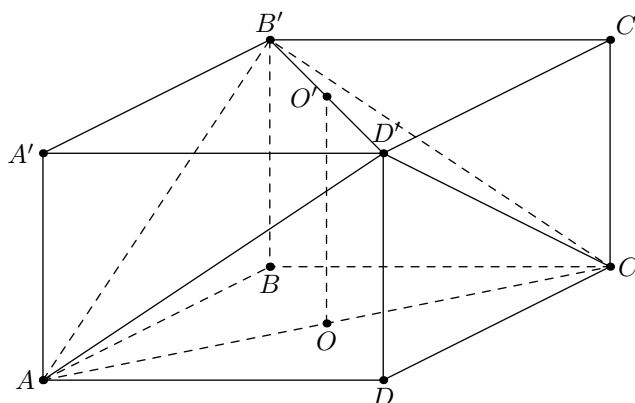
$V_{ACB'D'} = \frac{1}{3} \cdot V_{ABCD.A'B'C'D'} = 8 \Rightarrow$ chọn A.

Cách 2:

Ta thấy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 4 \cdot V_{ADCD'} + V_{ACB'D'}$.

Do vậy: $V_{ACB'D'} = \frac{1}{3} \cdot V_{ABCD.A'B'C'D'} = 8$.

$\square$



Câu 579. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \cos x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- (A) $m \leq 1$ (B) $m \geq 1$ (C) $m < 1$ (D) $m > 1$

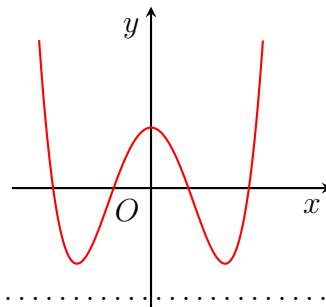
Lời giải: Ta có: $y' = -\sin x + m$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó, $-\sin x + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq \sin x, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq 1$.

Chọn đáp án B. □

Câu 580. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là hình vẽ dưới đây.
Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A) $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 4ac > 0$
(B) $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 8a > 0$
(C) $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 4ac < 0$
(D) $a < 0, b > 0, c > 0, b^2 - 8ac < 0$



Lời giải: Từ hình dáng đồ thị ta có $a > 0, b < 0$. Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$. Mặt khác, đồ thị cắt trục Ox tại 4 điểm nên điều kiện phương trình $ax^4 + bx^2 + c = 0$ có 4 nghiệm phân biệt và tương đương với $b^2 - 4ac > 0, \frac{c}{a} > 0$. Vậy $a > 0, b < 0, c > 0, b^2 - 4ac > 0$. □

Câu 581. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2 \cos x + 1}{\cos x - m}$ đồng biến trên $(0; \pi)$.

- (A) $m \leq -1$ (B) $m \geq -\frac{1}{2}$ (C) $m \geq 1$ (D) $m > -\frac{1}{2}$

Lời giải: Điều kiện $\cos x \neq m$. Với $x \in (0; \pi)$ thì $m \leq -1$ hoặc $m \geq 1$.

Ta có $y' = \frac{(2m+1) \sin x}{(\cos x - m)^2}$. Khi đó, hàm số đồng biến trên $(0; \pi)$ tương đương với $(2m+1) \sin x \geq 0, \forall x \in (0; \pi) \Leftrightarrow 2m+1 \geq 0, \forall x \in (0; \pi) \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$. Kết hợp điều kiện ta có $m \geq 1$. □

Câu 582. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-x}$.

- (A) 0 (B) 2 (C) 1 (D) 3

Lời giải: Tập xác định $D = \left[-\frac{1}{3}; +\infty\right) \setminus \{0; 1\}$. Và ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} y = -\frac{1}{2};$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty.$$

Nên đồ thị có TCN $y = 0$ và TCD $x = 1$. □

Câu 583. Hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- (A) $(1; +\infty)$ (B) $(1; 2)$ (C) $(0; 1)$ (D) $(-\infty; 1)$

Lời giải: □

Câu 584. Cho hàm số $f(x) = \frac{9}{x} + x$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số trên $(-\infty; 0)$.

(A) 3

(B) -6

(C) -9

(D) -3

Lời giải: Hàm số xác định và liên tục trên $(-\infty; 0)$. Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3$. Lập bảng biến thiên ta kết luận $\max_{(-\infty; 0)} f(x) = -6$. $\square$

Câu 585. Hàm số nào sau đây thỏa mãn với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 > x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$?

(A) $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$

(B) $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$

(C) $f(x) = x^3 + x^2 + 1$

(D) $f(x) = x^3 + x^2 + 3x + 1$

Lời giải:

Câu 586. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

(A) $m > 0$ hoặc $m < -4$

(B) $-4 \leq m \leq 0$

(C) $m \geq 0$ hoặc $m \leq -4$

(D) $-4 < m < 0$

Lời giải: Khảo sát hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$ trên $\mathbb{R}$. Lập bảng biến thiên và từ đó suy ra $-4 < m < 0$. $\square$

Câu 587. Biết rằng phương trình $(x-2)^{\log_2[4(x-2)]} = 4(x-2)^3$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Tính $2x_1 - x_2$.

(A) 1

(B) 3

(C) -5

(D) -1

Lời giải: Điều kiện $x > 2$. Khi đó phương trình tương đương với $(x-2)^{\log_2(x-2)} = 4(x-2)$. Lấy lôgarit cơ số 2 hai vế phương trình ta được

$$\log_2(x-2) \cdot \log_2(x-2) = \log_2[4(x-2)] \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x-2) = -1 \\ \log_2(x-2) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = 6 \end{cases}$$

Vì $x_1 < x_2$ nên $2x_1 - x_2 = 5 - 6 = -1$. $\square$

Câu 588. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để trên đồ thị hàm số

$$y = x^3 + (2m-1)x^2 + (m-1)x + m - 2$$

có hai điểm A, B phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ

(A) $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$

(B) $m > 2$

(C) $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$

(D) $\frac{1}{2} < m < 2$

Lời giải: Đồ thị hàm số có hai điểm A, B phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ tức là nếu $A(x_0; y_0), x_0 \neq 0$ thì $B(-x_0; -y_0)$. Khi đó tồn tại $x_0 \neq 0$ sao cho

$$\begin{aligned} y(x_0) = -y(-x_0) &\Leftrightarrow x_0^3 + (2m-1)x_0^2 + (m-1)x_0 + m - 2 = -[-x_0^3 + (2m-1)x_0^2 - (m-1)x_0 + m - 2] \\ &\Leftrightarrow (4m-2)x_0^2 = 4 - 2m \end{aligned}$$

dẫn đến điều kiện $(4m-2)(4-2m) > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 2$. $\square$

Câu 589. Giá trị nhỏ nhất của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- (A) $m = 2$ (B) $m = 4$ (C) $m = 0$ (D) $m = 1$

Lời giải: Ta có $y' = x^2 - 2x + m$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2x + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq 1$.
Vậy $m = 1$ là giá trị nhỏ nhất cần tìm. $\square$

Câu 590. Cho hàm số $y = \frac{(a+b)x+1}{x+a-b}$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	3		$+\infty$		3

Tìm a, b ?

- (A) $a = 2; b = 1$ (B) $a = -1; b = 2$ (C) $a = -2; b = 1$ (D) $a = 1; b = 2$

Lời giải: Ta có $\begin{cases} a+b=3 \\ a-b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$ $\square$

Câu 591. Giá trị nào của m để hàm số $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + m + 3$ có giá trị nhỏ nhất bằng 5.

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

Lời giải: Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = x^3 - 4x$ và $y' = 0 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

Hàm số đã cho là hàm số trùng phương có hệ số $a = \frac{1}{4} > 0$ và có 3 cực trị $\Rightarrow \min y = y_{CT} = y(\pm 2) = m - 1$. Hay $m - 1 = 5 \Leftrightarrow m = 6$. $\square$

Câu 592. Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng diện tích là $48m^2$, hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất là

- (A) $20\sqrt{3}$ (B) 20 (C) $16\sqrt{3}$ (D) 9

Lời giải: Giả sử $x > 0, y > 0$ lần lượt là chiều rộng và chiều dài của hình chữ nhật. Khi đó $x \cdot y = 48$

Chu vi hình chữ nhật $Cv = 2x + 2y \geq 2\sqrt{2x \cdot 2y} = 4\sqrt{48} = 16\sqrt{3}$ $\square$

Câu 593. Tìm các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = mx - 3m$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 15$.

- (A) $m = 3$ (B) $m = -\frac{3}{2}$ (C) $m = \frac{3}{2}$ (D) $m = -3$

Lời giải: Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C) :

$x^3 - 3x^2 = mx - 3m \Leftrightarrow (x-3)(x^2 - m) = 0$. Với $m > 0$, (d) cắt (C) tại ba điểm phân biệt x_1, x_2, x_3 .
Ta có $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 15 \Leftrightarrow 3^2 + m + m = 15 \Leftrightarrow m = 3$. $\square$

Câu 594. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{2x-1}-1}{x^2-3x+2}$ có đồ thị (C) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- ☐ (A) (C) có hai tiệm cận đứng ☐ (B) (C) có một tiệm cận ngang
☐ (C) (C) không có tiệm cận ngang ☐ (D) (C) không có tiệm cận đứng

Lời giải: Tập xác định $D = \left[\frac{1}{2}, +\infty\right) \setminus \{1, 2\}$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x-1}-1}{x^2-3x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}}-\frac{1}{x^2}}{1-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}} = 0. \text{ Suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang } y = 0.$$

$$\text{Ta có } y = \frac{\sqrt{2x-1}-1}{x^2-3x+2} = \frac{2(x-1)}{(x-1)(x-2)(\sqrt{2x-1}+1)} = \frac{2}{(x-2)(\sqrt{2x-1}+1)}.$$

Do đó, đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.

Vậy đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x = 2$ và một tiệm cận ngang $y = 0$. $\square$

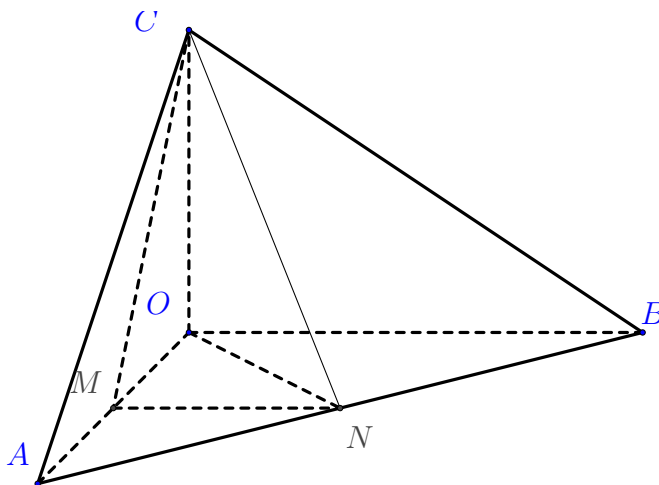
Câu 595. Cho tứ diện $O.ABC$ với OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = a$, $OC = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, OA . Tính thể tích khối chóp $OCMN$.

- ☐ (A) $\frac{a^3}{24}$ ☐ (B) $\frac{a^3}{4}$ ☐ (C) $\frac{2a^3}{3}$ ☐ (D) $\frac{a^3}{12}$

Lời giải:

Ta có

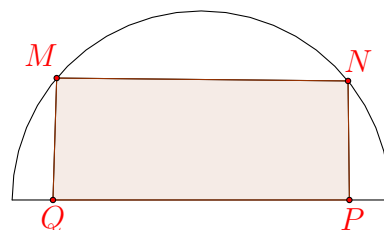
$$\begin{aligned}
 V_{OCMN} &= \frac{1}{3} S_{OCM} \cdot MN \\
 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} OM \cdot OC \cdot MN \\
 &= \frac{a^3}{12}
 \end{aligned}$$



Câu 596. Từ một miếng tôn hình bán nguyệt

có bán kính $R = 3$, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (xem hình) có diện tích lớn nhất. Diện tích lớn nhất có thể có của miếng tôn hình chữ nhật là:

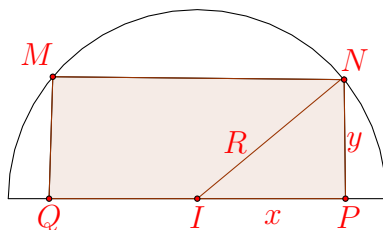
- ☐ (A) $6\sqrt{3}$ ☐ (B) $6\sqrt{2}$
☐ (C) 9 ☐ (D) 7



Lời giải: Gọi I là tâm của hình bán nguyệt. Đặt $IP = x$, $NP = y$.

Khi đó, $S_{MNPQ} = 2x \cdot y \leq x^2 + y^2 = R^2 = 9$

Vậy, giá trị lớn nhất của miếng tôn hình chữ nhật là 9, đạt được khi và chỉ khi $x = y$



□

Câu 597. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m + 2)x + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- Ⓐ $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$ Ⓑ $-2 \leq m \leq -1$ Ⓒ $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$ Ⓓ $-2 < m < -1$

Lời giải:

Ta có: $y' = -x^2 + 2mx + (3m + 2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \leq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Hay, $\Delta \leq 0$.

Điều này tương đương với: $-2 \leq m \leq -1$

□

Câu 598. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C) . Tìm tọa độ điểm M có hoành độ dương thuộc (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất.

- Ⓐ $M(2; 2)$ Ⓑ $M(0; -1)$ Ⓒ $M(1; -3)$ Ⓓ $M(4; 3)$

Lời giải:

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 2$ (TCD); đường tiệm cận ngang là $y = 1$ (TCN).

Gọi $M\left(m; \frac{m+2}{m-2}\right)$, $m > 0$, $m \neq 2$

$$d(M, TCN) + d(M, TCD) = |m - 2| + \left| \frac{4}{m - 2} \right| \geq 2\sqrt{|m - 2| \cdot \left| \frac{4}{m - 2} \right|} = 4.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } |m - 2| = \left| \frac{4}{m - 2} \right| \Leftrightarrow (m - 2)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện $m > 0$ ta được $m = 4$. Hay $M(4; 3)$.

□

Câu 599. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $(d): y = x + m - 1$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.

- Ⓐ $m = 4 \pm \sqrt{10}$ Ⓑ $m = 4 \pm \sqrt{3}$ Ⓒ $m = 2 \pm \sqrt{10}$ Ⓓ $m = 2 \pm \sqrt{3}$

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C) : $\frac{2x+1}{x+1} = x - m - 1 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x^2 - (m+2)x - m - 2 = 0 & (*) \\ x \neq -1 \end{cases}$$

(d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác -1 . Điều này tương đương với:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ (-1)^2 - (m+2)(-1) - m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -6 \\ m > -2 \end{cases}$$

Gọi $A(a, a - m - 1)$, $B(b, b - m - 1)$. Khi đó, a, b là hai nghiệm phân biệt khác -1 của $(*)$.

Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} a + b = m + 2 \\ a \cdot b = -m - 2 \end{cases}$ Theo giả thiết, $AB = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow |\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{3}$. Từ đây ta

giải được $\begin{cases} m = 4 + \sqrt{12} \\ m = 4 - \sqrt{12} \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện trên). $\square$

Câu 600. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ thỏa mãn $x_A^2 + x_B^2 = 2$.

(A) $m = \pm 3$

(B) $m = 0$

(C) $m = 2$

(D) $m = \pm 1$

Lời giải:

Ta có: $y' = x^2 - 2mx - 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$

Vì $\Delta = m^2 + 1 > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số đã cho luôn có hai cực trị phân biệt.

Khi đó: $\begin{cases} x_A + x_B = 2m \\ x_A \cdot x_B = -1 \end{cases}$

Theo giả thiết: $x_A^2 + x_B^2 = 2 \Leftrightarrow (x_A + x_B)^2 - 2x_A \cdot x_B = 2$. Từ đây ta giải được $m = 0$. $\square$

Câu 601. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\sqrt[4]{x^2 + 1} - \sqrt{x} = m$ có nghiệm.

(A) $(0; +\infty)$

(B) $(0; 1)$

(C) $(-\infty; 0]$

(D) $(0; 1]$

Lời giải:

Điều kiện: $x \geq 0$.

Xét hàm số $y = f(x) = \sqrt[4]{x^2 + 1} - \sqrt{x}$ trên $[0; +\infty)$

Hàm số $y' = \frac{1}{2\sqrt[4]{(x^2 + 1)^3}} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $\forall x \in (0; +\infty)$.

Ta có: $\sqrt[4]{(x^2 + 1)^3} > \sqrt[4]{(x^2)^3} = x\sqrt{x}$.

Từ đó, ta dễ dàng suy ra được $y' < 0$, $\forall x \in (0; +\infty)$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có đáp án **D** $\square$

x	0	$+\infty$
y'		-
y	1	0

Câu 602. Cho hàm số $y = 3\sin x - 4\sin^3 x$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

(A) 1

(B) 7

(C) -1

(D) 3

Lời giải: Ta có $y = 3 \sin x - 4 \sin^3 x = \sin 3x$.

$$y' = 3 \cos 3x. \forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right), y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} \\ x = \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	1		-1		1		-1

Từ bảng biến thiên ta có $\max_{x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)} y = 1$

□

Câu 603. Tìm tất cả các giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x + m - 1}{x + 1}$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng 1.

(A) $m = 1$

(B) $m = 2$

(C) $m = 3$

(D) $m = 0$

Lời giải: Hàm số đã cho xác định trên $[1; 2]$ và luôn đơn điệu trên đó. Vậy nếu hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1 thì $\begin{cases} f(1) = 1 \\ f(2) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 0 \end{cases}$

Thử lại, với $m = 1$ thì hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1 còn ứng với $m = 0$ hàm số không đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1.

Vậy $m = 1$ là giá trị duy nhất thỏa yêu cầu bài toán.

□

Câu 604. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$ có đồ thị là (C) . Tìm tất cả các giá trị của m để (C) không có tiệm cận đứng.

(A) $m = 2$

(B) $m = 1$

(C) $m = 0$ hoặc $m = 1$

(D) $m = 0$

Lời giải: (C) không có tiệm cận đứng khi và chỉ khi m là nghiệm của phương trình $2x^2 - 3x + m = 0$

$$\text{hay } 2m^2 - 3m + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

□

Câu 605. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x + 3$ nghịch biến trên khoảng có độ dài lớn hơn 3.

(A) $m < 0$ hoặc $m > 6$

(B) $m > 6$

(C) $m < 0$

(D) $m = 9$

Lời giải: Ta có $y' = 6x^2 + 6(m - 1)x + 6(m - 2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$ Hàm số đã cho là hàm bậc 3 có hệ số $a = 2$ dương nên: hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài lớn hơn 3 khi và chỉ khi hàm số của nó có hai điểm cực trị m, n sao cho $|m - n| > 3$.

Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Tức là $\Delta > 0$. Từ đây ta giải được $m \neq 3$. Hơn nữa,

$$|m - n| > 3 \Leftrightarrow (m - n)^2 > 9 \Leftrightarrow (m + n)^2 - 4mn > 9 \Leftrightarrow (m - 1)^2 - 4(m - 2) > 9 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 6. \end{cases}$$

Vậy ta có đáp án **A**

□

Câu 606. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -t^3 + 6t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc vận tốc đạt giá trị lớn nhất thì quãng đường vật đi được là bao nhiêu?

- (A) $16(m)$. (B) $20(m)$. (C) $12(m)$. (D) $24(m)$

Lời giải:

Ta có vận tốc của vật là $v = s'(t) = -3t^2 + 12t$.
Xét hàm số $v(t) = -3t^2 + 12t \Rightarrow v'(t) = -6t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.
 $\Rightarrow \max_{t \geq 0} v(t) = v(2)$. Khi đó vật đi được quãng đường là $s(2) - s(0) = 16$ m.

t	0	2	$+\infty$
$v'(t)$		+	0
$v(t)$	0	12	

Câu 607. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m+3)x + m - 4$. Điều kiện của tham số m để đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị là

- (A) $m > 4$. (B) $-3 < m < -1$. (C) $m > 0$. (D) $m > 1$.

Lời giải:

Nhận xét: Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị nếu đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm về bên phải trục Oy.

Ta có $f'(x) = x^2 - 2(m+1)x + m + 3$. Đths có hai điểm cực trị nằm về bên phải trục Oy $\Leftrightarrow f'(x) = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m+1)^2 - m - 3 > 0 \\ m+1 > 0 \\ m+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$. □

Câu 608. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{(a-2b)x^2 + bx + 1}{x^2 + x - b}$ có tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang là $y = 0$. Tính $a + 2b$.

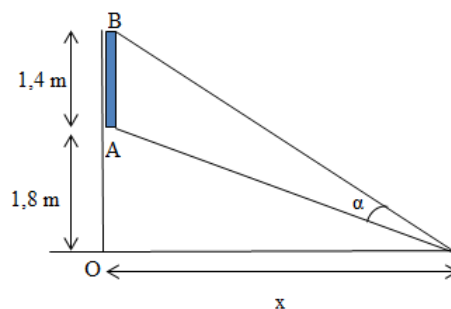
- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 10

Lời giải:

Theo giả thiết, ta có: TCD $x = 1 \Rightarrow b = 2$, TCN $y = 0 \Rightarrow a - 2b = 0 \Rightarrow a = 4$
Vậy $a + 2b = 6$ □

1.2.2 Các câu vận dụng cao

Câu 609. Một người cần đi từ khách sạn A bên bờ biển đến hòn đảo. Biết rằng khoảng cách từ đảo C đến bờ biển là 10 km, khoảng cách từ khách sạn A đến điểm gần nhất tính từ đảo C vào bờ là 40 km. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ dưới đây). Biết kinh phí đi đường thủy là 5 USD/km, đường bộ là 3 USD/km. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất? ($AB = 40$ km, $BC = 10$ km)



- (A) $\frac{15}{2}$ km (B) $\frac{65}{2}$ km (C) 10 km (D) 40 km

Lời giải: [G,D1]

Đặt $BD = x \Rightarrow CD = \sqrt{100 + x^2}$, với $x \in [0; 40]$.

Từ giả thiết suy ra $f(x) = 3(40 - x) + 5\sqrt{100 + x^2}$ nhỏ nhất. Ta có: $f'(x) = -3 + \frac{5x}{\sqrt{100 + x^2}}$.

Do đó:

$$\begin{aligned} f'(x) = 0 &\Leftrightarrow \frac{5x}{\sqrt{100 + x^2}} = 3 \Leftrightarrow 25x^2 = 900 + 9x^2 \\ &\Leftrightarrow 16x^2 = 900 \Leftrightarrow x = \frac{15}{2} \quad (\text{do } x \in [0; 40]). \end{aligned}$$

Suy ra giá trị cần tìm là: $\frac{65}{2} \text{ km}$. □

Câu 610. Giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là:

- ☐ A $m \leq 0$ hay $1 \leq m < 2$.
 ☐ B $m \leq 0$.
 ☐ C $2 \leq m$.
 ☐ D $m > 2$.

Lời giải: [G,D1]

Do x thuộc $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, suy ra $0 < \cos x < 1$, $\cos x \neq m$ với $\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Suy ra $m \leq 0$ hoặc $m \geq 1$ (1)

$$y'(x) = \frac{-\sin x (\cos x - m) + \sin x (\cos x - 2)}{(\cos x - m)^2} = \frac{(m - 2) \sin x}{(\cos x - m)^2}; \quad y'(x) < 0, \text{ suy ra } m < 2.$$

Vậy $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$. □

Câu 611. Một màn ảnh hình chữ nhật cao $1,4 \text{ m}$ được đặt ở độ cao $1,8 \text{ m}$ so với tầm mắt (tính đầu mép dưới của màn ảnh). Để nhìn rõ màn ảnh nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Một người muốn nhìn rõ màn hình nhất thì phải đứng cách màn ảnh theo phương ngang một khoảng cách là:

- ☐ A $x = -2,4 \text{ m}$.
 ☐ B $x = 2,4 \text{ m}$.
 ☐ C $x = \pm 2,4 \text{ m}$.
 ☐ D $x = 1,8 \text{ m}$.

Lời giải: [G,D1]

Giả sử màn ảnh ở vị trí AB , Người xem ở vị trí I .

Cần xác định OI để φ lớn nhất.

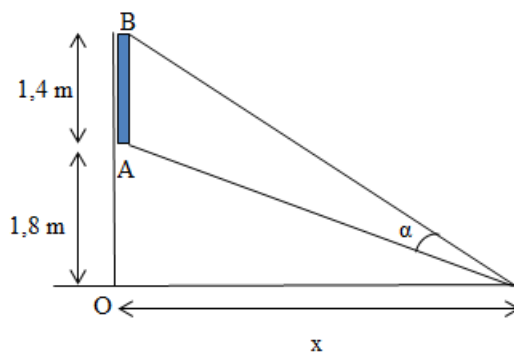
$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \tan (\widehat{BIO} - \widehat{AIO}) = \frac{\tan \widehat{BIO} - \tan \widehat{AIO}}{1 + \tan \widehat{BIO} \cdot \tan \widehat{AIO}} = \\ &= \frac{\frac{3,2}{x} - \frac{1,8}{x}}{1 + \frac{5,76}{x^2}} = \frac{1,4x}{x^2 + 5,76} \leq \frac{1,4x}{\sqrt{2 \cdot 5,76 \cdot x^2}} = \frac{7}{12} \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 2,4$.

Hướng dẫn sử dụng Casio:

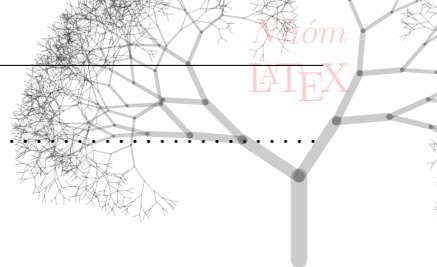
Nhập máy tính $f(x)$ = $\frac{1,4x}{x^2 + 5,76}$ Dùng phím

CALC nhập lần lượt các giá trị x trong đáp án. □



Câu 612. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - (m + 1)x^2 + m$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có tổng bình phương các hoành độ bằng 6.

- ☐ A $m = -1 + \sqrt{3}$.
 ☐ B $m = 3$.
 ☐ C $m = 2$.
 ☐ D $m = 5$.



Lời giải: [G,D1]

Xét pt: $x^4 - (m+1)x^2 + m = 0$.

Đặt $t = x^2 \geq 0$; pt $\Leftrightarrow t^2 - (m+1)t + m = 0$ (*)

Đồ thị cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có tổng bình phương các hoành độ bằng 6 tương đương

$$\begin{cases} \Delta = 2m+1 > 0 \\ t_1 + t_2 = 3 = m+1 > 0 \Leftrightarrow m = 2 \\ t_1 \cdot t_2 = m > 0 \end{cases}$$

□

Câu 613. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ (1). Cho $A(2; 3)$, tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị B và C sao cho tam giác ABC cân tại A .

(A) $m = \frac{1}{2}$

(B) $m = \frac{3}{2}$

(C) $m = \frac{-3}{2}$

(D) $m = \frac{-1}{2}$

Lời giải: [G,D1]

$y' = 3x^2 - 3m$, để hàm số có hai cực trị thì $m > 0$. Khi đó phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -\sqrt{m}$; $x_2 = \sqrt{m}$.

Hai điểm cực trị có tọa độ $B = (-\sqrt{m}, 2m\sqrt{m} - 1)$; $C = (\sqrt{m}, -2m\sqrt{m} + 1)$

Để $\triangle ABC$ cân tại A thì $AB^2 = AC^2 \Leftrightarrow 8\sqrt{m} - 16m\sqrt{m} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Kết hợp với $m > 0$ ta được đáp số: $m = \frac{1}{2}$.

□

Câu 614. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{4-x} + \sqrt{2+x} = \sqrt{m+2x-x^2}$ có hai nghiệm phân biệt.

(A) $m \in [15; +\infty)$.

(B) $m \in (-\infty; 14)$.

(C) $m \in [14; 15)$.

(D) $m \in [14; 15]$.

Lời giải: [G,D1]

Đk: $-2 \leq x \leq 4$. Bình phương 2 vế pt $\Leftrightarrow 2\sqrt{8+2x-x^2} = m - 14 + 8 + 2x - x^2$

Đặt: $t = \sqrt{8+2x-x^2}$; Điều kiện: $t \geq 0$.

Bpt tương đương: $t^2 - 2t = 14 - m$. Xét hàm số $f(t) = t^2 - 2t$

Pt có 2 nghiệm pb: $-1 < 14 - m \leq 0 \Leftrightarrow 14 \leq m < 15$

t	0	1	$+\infty$
$f(t)$	0	-1	$+\infty$

□

Câu 615. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ 8 + 4a + 2b + c < 0 \end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ và trục Ox là

(A) 0

(B) 2

(C) 3

(D) 1

Lời giải: [G,D1]

Cách 1 Ta có $f(-2) > 0 > f(2)$ nên hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vì $a = 1 > 0$ nên hàm số sẽ có đồ thị như hình vẽ. Xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1. Khoảng $(-2; 2)$ thuộc khoảng nghịch biến thì ta có $f(x_{CD}) > f(-2) > 0 > f(2) > f(x_{CT})$.

Trường hợp 2. $x = -2$ thuộc khoảng nghịch biến và $x = 2$ thuộc khoảng đồng biến thì ta có $f(x_{CD}) > f(-2) > 0 > f(2) > f(x_{CT})$.

Trường hợp 3. $x = -2$ thuộc khoảng đồng biến và $x = 2$ thuộc khoảng nghịch biến thì ta có $f(x_{CD}) > f(-2) > 0 > f(2) > f(x_{CT})$.

Cả ba trường hợp trên ta đều có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Cách 2 $\begin{cases} f(-2) > 0 \\ f(2) < 0 \end{cases} \Rightarrow$ Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong $(-2; 2)$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow$ Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong $(-\infty; -2)$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow$ Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong $(2; +\infty)$. □

Câu 616. Có một cái hồ hình chữ nhật rộng 50m, dài 200m. Một vận động viên tập luyện chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ vị trí điểm A chạy theo chiều dài bể bơi đến vị trí điểm M và bơi từ vị trí điểm M thẳng đến đích là điểm B (đường nét đậm) như hình vẽ. Hỏi vận động viên đó nên chọn vị trí điểm M cách điểm A bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) để đến đích nhanh nhất, biết rằng vận tốc bơi là 1,6 m/s, vận tốc chạy là 4,8 m/s.

(A) 178 m

(B) 182 m

(C) 180 m

(D) 184 m

Lời giải: [G,D1]

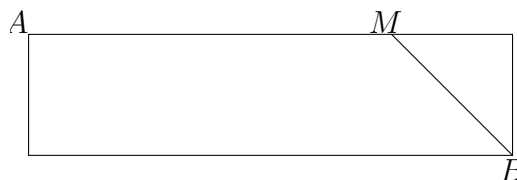
Giả sử $AM = x \Rightarrow BM = \sqrt{(200 - x)^2 + 50^2}$.

Thời gian để vận động viên đó về đích là:

$$t = \frac{x}{4,8} + \frac{\sqrt{(200 - x)^2 + 50^2}}{1,6}.$$

Đặt $f(x) = \frac{x}{3} + \sqrt{(200 - x)^2 + 50^2}$ xác định với $\forall x \in (0; 200)$.

Khảo sát hàm số $f(x)$ trên khoảng $(0; 200)$ ta được: $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x \approx 182$. □



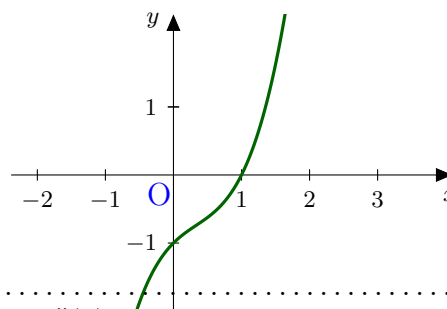
Câu 617. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

(B) $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$

(C) $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

(D) $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$



Lời giải: $f(0) < 0$ nên $d < 0$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty \Rightarrow a > 0$. Mặt khác $f''(0) = 2b < 0$. Nhìn đáp án chọn D. □

Câu 618. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 4$ (km). Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7$ (km). Người canh hải đăng phải chèo đò từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 6 (km/h) rồi đi xe đạp từ M đến C với vận tốc 10 (km/h) (hình vẽ bên). Xác định khoảng cách từ M đến C để người đó đi từ A đến C là nhanh nhất.

(A) 6km.

(B) 3km.

(C) 4km.

(D) 9km.

Lời giải: [G,D1]

Quãng đường $AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{16 + (7-x)^2}$

$\Rightarrow$ thời gian đi quãng đường AM là $\frac{\sqrt{16 + (7-x)^2}}{6}$ (giờ).

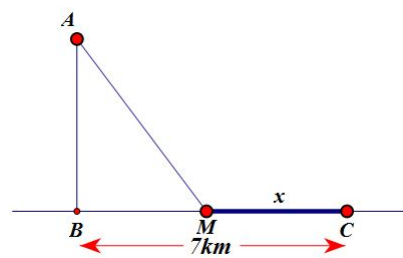
Quãng đường $MC = x \Rightarrow$ thời gian đi quãng đường MC là $\frac{x}{10}$ (giờ)

Tổng thời gian đi từ A đến C là $y = \frac{1}{6}\sqrt{16 + (7-x)^2} + \frac{1}{10}x$ (với $0 \leq x \leq 7$)

Đạo hàm $y' = \frac{1}{6} \cdot \frac{x-7}{\sqrt{16 + (7-x)^2}} + \frac{1}{10}$; $y' = 0 \Leftrightarrow 6\sqrt{16 + (7-x)^2} = 10(7-x) \Leftrightarrow x = 4$

Giá trị $y(0) = \frac{1}{6}\sqrt{65}$, $y(7) = \frac{41}{30}$, $y(4) = \frac{17}{15}$

Vậy GTNN là $y(4) = \frac{17}{15}$, tức là khoảng cách $x = 4$ (km).



Câu 619. Đồ thị hai hàm số $y = x^3 - 2x$ và $y = e^x$ có bao nhiêu giao điểm

(A) 4

(B) 2

(C) 5

(D) 3

Lời giải: [G,D1]

Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị

$$x^3 - 2x = e^x \quad (1) \quad (\text{ĐK: } -\sqrt{2} < x < 0 \vee x > \sqrt{2}) \Leftrightarrow \ln(x^3 - 2x) = x$$

Đặt $f(x) = \ln(x^3 - 2x) - x$. Suy ra $f'(x) = \frac{-x^3 + 3x^2 + 2x - 2}{x^3 - 2x}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2 - \sqrt{2} \end{cases}$$

Khảo sát hàm f suy ra f có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 620. Biết $M(1; -6)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + bx^2 + cx + 1$. Tìm tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số đó.

(A) $N(2; 21)$

(B) $N(-2; 21)$

(C) $N(-2; 11)$

(D) $N(2; 6)$

Lời giải: [G,D1]

Ta có $f(x) = 2x^3 + bx^2 + cx + 1$; $f'(x) = 6x^2 + 2bx + c$; $f''(x) = 12x + 2b$

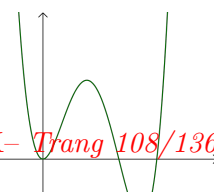
Theo đề $M(1; -6)$ là điểm cực tiểu của đồ thị. Suy ra

$$\begin{cases} f(1) = -6 \\ f'(1) = 0 \\ f''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b + c = -9 \\ 2b + c = -6 \\ 12 + 2b > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ c = -12 \end{cases}$$

Suy ra $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$, khảo sát suy ra cực đại của đồ thị là $N(-2; 21)$.

Câu 621. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm

trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình bên dưới. Khi đó trên $\mathbb{R}$ hàm số $y = f(x)$





- ☐ A Có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
☐ B Có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
☒ C Có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
☐ D Có 2 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

Lời giải: [G,D1]

Gọi a, b, c lần lượt là giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và trục Ox ($a < b < c$).

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		$f(a)$		$f(b)$		$f(c)$		$+\infty$

Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 1 cực đại và 1 cực tiểu. □

Câu 622. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2(m-1)x^2 + 2m - 5$ có ba điểm cực trị lập thành tam giác đều?

- ☐ A $m = 1$ ☒ B $m = 1 - \sqrt[3]{3}$ ☐ C $m = 1 + \sqrt[3]{3}$ ☐ D $m = 1 - \sqrt{3}$

Lời giải: [G,D1]

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành tam giác đều $\Leftrightarrow 24 + (2(m-1))^3 = 0 \Leftrightarrow m = 1 - \sqrt[3]{3}$ □

Câu 623. Người ta tiến hành mạ vàng chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật có nắp. Thể tích của hộp là 1000cm^3 , chiều cao của hộp là 10cm . Biết rằng đơn giá mạ vàng là 10.000 đ/cm². Gọi x (triệu đồng) là tổng số tiền bỏ ra khi mạ vàng cả mặt bên trong và mặt bên ngoài chiếc hộp. Tìm giá trị nhỏ nhất của x , biết rằng độ rộng của chiếc hộp k đáng kể.

- ☒ A 12 triệu ☐ B 6 triệu ☐ C 8 triệu ☐ D 4 triệu

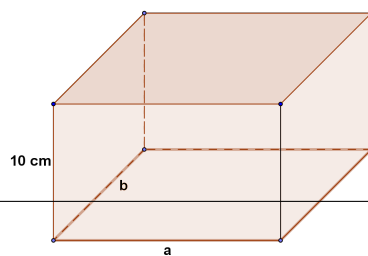
Lời giải: [G,D1]

Gọi độ dài hai kích thước đáy của hộp là a, b . Theo thể tích $a.b.10 = 1000 \Leftrightarrow ab = 100$

Tổng diện tích trong và ngoài của hình hộp là:

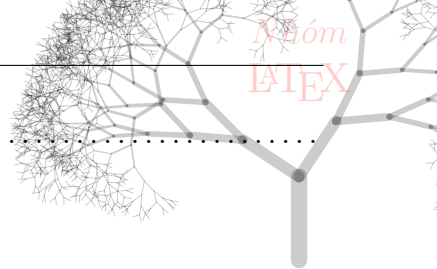
$$S = 4(b.10 + a.10 + ab) = 40(a + b) + 400 \geq 40.2\sqrt{100} + 400 = 1200\text{cm}^2$$

Do đó, tổng số tiền nhỏ nhất bỏ ra để mạ là $T = 12$ triệu. □



Câu 624. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 6x^2 + 4x$ có ba điểm cực trị là A, B, C . Khi đó tọa độ trọng tâm giác ABC là

- ☐ A $(-1; 9)$ ☒ B $(0; -6)$ ☐ C $(0; 3)$ ☐ D $(1; -1)$

**Lời giải:** [G,D1]

Ta có:

$$y = x^4 - 6x^2 + 4x \Rightarrow y' = 4x^3 - 12x + 4.$$

Do x_A, x_B, x_C là ba nghiệm của phương trình $4x^3 - 12x + 4 = 0$ nên:

$$x_A + x_B + x_C = 0, x_A x_B + x_B x_C + x_C x_A = -3, x_A x_B x_C = -1.$$

Ta có:

$$4x_A^3 - 12x_A + 4 = 0 \Leftrightarrow x_A^3 = 3x_A - 1 \Rightarrow x_A^4 = 3x_A^2 - x_A.$$

Như thế

$$x_A^4 - 6x_A^2 + 4x_A = 3x_A^2 - x_A - 6x_A^2 + 4x_A = -3x_A^2 + 3x_A.$$

Tương tự ta thu được:

$$\begin{aligned} & y_A + y_B + y_C \\ &= (x_A^4 - 6x_A^2 + 4x_A) + (x_B^4 - 6x_B^2 + 4x_B) + (x_C^4 - 6x_C^2 + 4x_C) \\ &= (-3x_A^2 + 3x_A) + (-3x_B^2 + 3x_B) + (-3x_C^2 + 3x_C) \\ &= -3(x_A^2 + x_B^2 + x_C^2) + 3(x_A + x_B + x_C) \\ &= -3[(x_A + x_B + x_C)^2 - 2(x_A x_B + x_B x_C + x_C x_A)] \\ &= -3.6 = -18. \end{aligned}$$

Vậy trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 0 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = -6 \end{cases} \Rightarrow G(0; -6).$$

□

Câu 625. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 1$ (có đồ thị (C_m)). Tìm m để đường thẳng $\Delta: y = x + 1$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt $P(0; 1)$, M , N sao cho bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN bằng $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

A $m = -3$

B $m = \frac{9}{4}$

C $m = 0$

D $m = 1$

Lời giải: [G,D1]

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và Δ là

$$\begin{aligned} x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 1 &= x + 1 \\ \Leftrightarrow x(x^2 - 3x + m) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ g(x) = x^2 - 3x + m = 0. \end{cases} \quad (2) \end{aligned}$$

Đồ thị (C_m) cắt Δ tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (2)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0. Điều này tương đương với

$$\begin{cases} \Delta = 9 - 4m > 0 \\ g(0) = m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \neq m < \frac{9}{4}. \quad (*)$$

Với điều kiện $(*)$, phương trình (2) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$; $x_1 x_2 = m$. Giả sử $M(x_1; x_1 + 1), N(x_2; x_2 + 1)$. Khi đó:

$$\begin{aligned} OM &= \sqrt{x_1^2 + (x_1 + 1)^2} = \sqrt{2x_1^2 + 2x_1 + 1}; \\ ON &= \sqrt{x_2^2 + (x_2 + 1)^2} = \sqrt{2x_2^2 + 2x_2 + 1}. \end{aligned}$$

Từ (2), ta suy ra $x_1^2 = 3x_1 - m$ và $x_2^2 = 3x_2 - m$. Do đó:

$$\begin{aligned} OM \cdot ON &= \sqrt{(2x_1^2 + 2x_1 + 1)(2x_2^2 + 2x_2 + 1)} \\ &= \sqrt{[2(3x_1 - m) + 2x_1 + 1][2(3x_2 - m) + 2x_2 + 1]} \\ &= \sqrt{64x_1 x_2 + 8(1 - 2m)(x_1 + x_2) + (1 - 2m)^2} \\ &= \sqrt{64m + 8(1 - 2m) \cdot 3 + 1 - 4m + 4m^2} \\ &= \sqrt{4m^2 + 12m + 25}. \end{aligned}$$

Mặt khác, ta có $d(O, \Delta) = \frac{|0 - 0 + 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ta có:

$$\begin{aligned} S_{OMN} &= \frac{1}{2} MN \cdot d(O, \Delta) = \frac{OM \cdot MN \cdot NO}{4R} \\ \Leftrightarrow OM \cdot ON &= 5\sqrt{2} \cdot d(O, \Delta) \\ \Leftrightarrow \sqrt{4m^2 + 12m + 25} &= 5 \\ \Leftrightarrow 4m^2 + 12m &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -3. \end{cases} \end{aligned}$$

Đối chiếu với điều kiện $(*)$, ta được giá trị m phải tìm là $m = -3$. □

Câu 626. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2(m-1)x^2 + 2m - 5$ có ba điểm cực trị lập thành tam giác cân có góc ở đỉnh bằng 120° .

A $m = 1$

B $m = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$

C $m = 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

D $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

Lời giải: [G,D1]

Ta có $y' = 4x^3 + 4(m-1)x$, để hàm số có 3 cực trị thì phương trình $y' = 4x(x^2 + m-1) = 0$ phải có 3 nghiệm phân biệt và y' đổi dấu khi x đi qua các nghiệm. Hay $m < 1$. Với $m < 1$ hàm số có ba điểm cực trị là $A = (0, 2m-5)$; $B(\sqrt{1-m}, 2m-5-(1-m)^2)$; $C(-\sqrt{1-m}, 2m-5-(1-m)^2)$. $\triangle ABC$ cân tại A nên $\widehat{A} = 120^\circ$. Gọi M là Trung điểm của BC khi đó $BM^2 = 1-m$ và $AB^2 = (1-m) + (m-1)^4$. Mặt khác $\tan \widehat{ABM} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AM}{BM}$. Giải phương trình ta được $m = 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$. $\square$

Câu 627. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số : $y = -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$ có 3 điểm cực trị là 3 đỉnh của một tam giác đều.

- Ⓐ $m = 1$ Ⓑ $m = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ Ⓒ $m = -\sqrt[3]{3}$ Ⓓ $m = \sqrt[3]{3}$

Lời giải: [G, D1]

TXD: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = -4x^3 + 4mx = 4x(-x^2 + m)$, $y' = 0 \Leftrightarrow 4x(-x^2 + m) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$

Để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị ta cần phương trình $x^2 = m$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$. Với $m > 0$ thì tọa độ ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; -2m + 1)$, $B(\sqrt{m}; m^2 - 2m + 1)$, $C(-\sqrt{m}; m^2 - 2m + 1)$

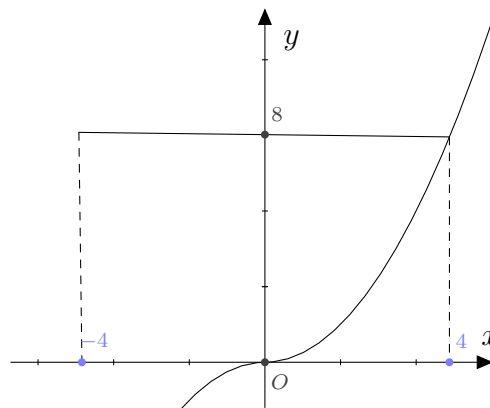
Tam giác ABC đều $\Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = AC^2 \\ AB^2 = BC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + m^4 = m + m^4 \\ m + m^4 = 4m \end{cases} \Leftrightarrow m^4 - 3m = 0 \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{3}$ (do $m > 0$). $\square$

Câu 628. Vòm cửa lớn của một trung tâm văn hóa có dạng hình parabol. Người ta dự định lắp cửa kính cho vòm cửa này. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào biết rằng vòm cửa cao $8m$ và rộng $8m$.

- Ⓐ $\frac{28}{3}m^2$ Ⓑ $\frac{128}{3}m^2$ Ⓒ $\frac{26}{3}m^2$ Ⓓ $\frac{131}{3}m^2$

Lời giải: [G,D1]

Gắn vòm cửa vào hệ trục Oxy như hình vẽ



Khi đó trong hệ Oxy cái vòm có phương trình $y = \frac{x^2}{2}$.

Diện tích mặt kính cần lắp là $S = 2 \int_0^4 \left(8 - \frac{x^2}{2} \right) dx = \frac{128}{3} m^2$. $\square$

Câu 629. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) > 0, \forall x > 0$. Biết $f(1) = 2$, hỏi khẳng định nào sau đây có thể xảy ra?

- Ⓐ $f(2016) > f(2017)$ Ⓑ $f(2) + f(3) = 4$ Ⓒ $f(2) = 1$ Ⓓ $f(-1) = 2$

Lời giải: [G,D1]

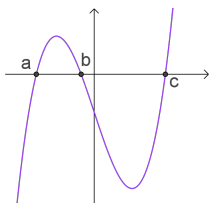
Ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Khi đó $f(2016) < f(2017)$. Suy ra A sai.

Và $f(2) > f(1); f(3) > f(1) \Rightarrow f(2) + f(3) > 2f(1) = 2$.

Với $-1 < 0$ nên có thể xảy ra $f(-1) = 2$. □

Câu 630. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Biết $f(a) > 0$, hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?



A 4 điểm.

B 3 điểm.

C 1 điểm.

D 2 điểm.

Lời giải: [G,D1]

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm $y = f(x)$.

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$f(a)$	$f(b)$	$f(c)$	$+\infty$

Do $f(a) > 0$ nên số giao điểm của $y = f(x)$ với trục hoành phụ thuộc vào giá trị của $f(c)$. Khi $f(c) < 0$ thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 2 điểm. Khi đó đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất 2 điểm. □

Câu 631. Một chất điểm chuyển động theo qui luật $s = 6t^2 - t^3$ (trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây mà chất điểm bắt đầu chuyển động). Tính thời điểm t (giây) mà tại đó vận tốc (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất.

A $t = 2$

B $t = 4$

C $t = 1$

D $t = 3$

Lời giải: [G,D1]

Ta có $v(t) = S'(t) = 12t - 3t^2$; $v'(t) = 12 - 6t$; $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Khi đó ta có bảng biến thiên

t	0	2	$+\infty$	
v'		+	0	-
v				

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $v(t)_{\max} \Leftrightarrow t = 2$ □

Câu 632. Các giá trị của tham số a để bất phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} \geq a \cdot 3^{\sin^2 x}$ có nghiệm thực là:

A $a \in (-2; +\infty)$

B $a \in (-\infty; 4]$

C $a \in [4; +\infty)$

D $a \in (-\infty; -4)$

Lời giải: [G,D1]Đặt $t = \sin^2 x, 0 \leq t \leq 1$.Khi đó, BPT $\Leftrightarrow a \leq \frac{2^t + 3^{1-t}}{3^t} \Leftrightarrow a \leq \frac{6^t + 3}{9^t}$ Xét hàm số $y = f(t) = \frac{6^t + 3}{9^t} = \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3\left(\frac{1}{9}\right)^t, 0 \leq t \leq 1$.Ta có $f'(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t \cdot \ln \frac{2}{3} + 3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^t \ln \frac{1}{9} < 0$. Suy ra hàm số nghịch biến trên $[0; 1]$

t	0	1
$f'(t)$		—
$f(t)$	4	1

Suy ra $a \leq 4$ thì BPT có nghiệm □**Câu 633.** Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tìm các điểm M trên đồ thị (C) sao cho khoảng cách từ hai điểm $A(2; 4)$ và $B(-4; -2)$ đến tiếp tuyến của (C) tại M là bằng nhau.

- (A) $M(0; 1)$
(B) $\begin{bmatrix} M\left(1; \frac{3}{2}\right) \\ M\left(2; \frac{5}{3}\right) \end{bmatrix}$
(C) $M\left(1; \frac{3}{2}\right)$
(D) $\begin{bmatrix} M(0; 1) \\ M(-2; 3) \end{bmatrix}$

Lời giải: [G,D1]Ta có $\overrightarrow{AB} = (-6; -6) \Rightarrow \vec{u}(1; 1)$ là vectơ chỉ phương của $AB \Rightarrow AB$ có hệ số góc là 1. Khoảng cách từ A, B đến tiếp tuyến d tại M bằng nhau nên $AB \parallel d$. $\Rightarrow d$ có hệ số góc $k = 1 \Rightarrow y' = \frac{1}{(x+1)^2} = 1 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \Rightarrow M(0; 1) \\ x = -2 & \Rightarrow M(-2; 3) \end{cases}$$
□
Câu 634. Các giá trị thực của m để hệ phương trình $\begin{cases} x - y + m = 0 \\ y + \sqrt{xy} = 2 \end{cases}$ có nghiệm là

- (A) $m \in (-\infty; 2] \cup (4; +\infty)$
(B) $m \in (-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$
- (C) $m \geq 4$
(D) $m \leq 2$

Lời giải: [G,D1]

$$\begin{cases} x - y + m = 0 & (1) \\ y + \sqrt{xy} = 2 & (2) \end{cases}$$

Điều kiện xác định: $xy \geq 0$

$$(2) \Leftrightarrow \sqrt{xy} = 2 - y \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - y \geq 0 & (3) \\ xy = 4 - 4y + y^2 & (4) \end{cases}$$

Từ (1) $\Leftrightarrow x = y - m$ thế vào (4) ta có: (4) $\Leftrightarrow y(y - m) = 4 - 4y + y^2 \Leftrightarrow (m - 4)y + 4 = 0$ (5)Hệ phương trình có nghiệm khi và chỉ khi (5) có nghiệm thỏa mãn (3) tức là $y \leq 2$

$$\Leftrightarrow y = \frac{-4}{m-4} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{2m-4}{m-4} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m < 4 \end{cases}$$

Chọn đáp án: $m \in (-\infty; 2] \cup (4; +\infty)$ □

Câu 635. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 3x + m + 1}{x + 1}$ đồng biến trên các khoảng xác định xác định.

- Ⓐ $m \leq 0$ Ⓑ $m < 0$ Ⓒ $m = 0$ Ⓓ $m = -1$

Lời giải: [G,D1]

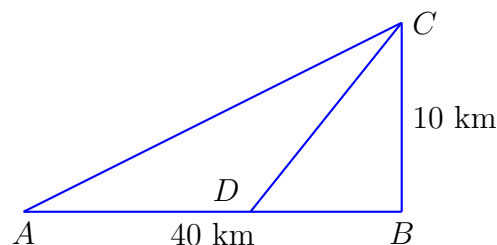
Ta có $y' = \frac{2x^2 + 4x + 2 - m}{(x + 1)^2}$

Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định nếu:

$2x^2 + 4x + 2 - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq 0$ □

Câu 636. Một người cần đi từ khách sạn A bên bờ biển đến hòn đảo C.

Biết rằng khoảng cách từ đảo C đến bờ biển là 10 km, khoảng cách từ khách sạn A đến điểm B trên bờ gần đảo C là 40 km. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ dưới đây). Biết kinh phí đi đường thủy là 5 USD / km, đi đường bộ là 3 USD / km. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất ? ($AB = 40$ km, $BC = 10$ km).



- Ⓐ $\frac{15}{2}$ km Ⓑ $\frac{65}{2}$ km Ⓒ 10 km Ⓓ 40 km

Lời giải: [G,D1]

- Đặt $AD = x$, ta có $BD = 40 - x$ và $CD = \sqrt{10^2 + (40 - x)^2}$.
- Hàm chi phí là $f(x) = 3x + 5\sqrt{10^2 + (40 - x)^2}$ (USD) với $0 \leq x \leq 40$ (km).
- Ta có $f'(x) = 3 - \frac{5(40 - x)}{\sqrt{10^2 + (40 - x)^2}}$. Do đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{10^2 + (40 - x)^2} = 5(40 - x)$

$$\Leftrightarrow 9(10^2 + (40 - x)^2) = 25(40 - x)^2 \Leftrightarrow (40 - x)^2 = \frac{900}{16} \Leftrightarrow x = \frac{65}{2}.$$

- Lập bảng biến thiên, ta có $x = \frac{65}{2}$ (km) □

Câu 637. Cho hình thang cân có độ dài đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng 1 mét. Khi đó hình thang đã cho có diện tích lớn nhất bằng ?

- Ⓐ $3\sqrt{3} m^2$ Ⓑ $\frac{3\sqrt{3}}{2} m^2$ Ⓒ $\frac{3\sqrt{3}}{4} m^2$ Ⓓ $1 m^2$

Lời giải:

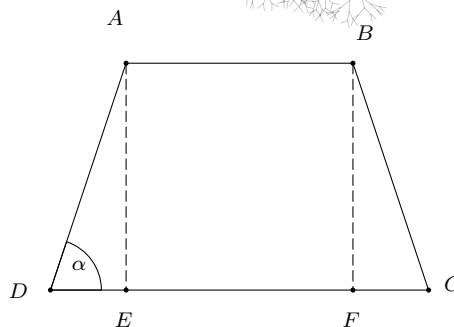
Gọi các điểm như hình vẽ, $\widehat{ADC} = \alpha$, $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2}]$

và $DA = AB = BC = EF = 1$.

Ta có chiều cao hình thang là $h = AE = AD \cdot \sin \alpha = \sin \alpha$.

Đáy lớn $DC = 1 + 2DE = 1 + 2 \cos \alpha$.

Diện tích hình thang là $S = \frac{1}{2}(AB + CD)h$
 $= (1 + \cos \alpha) \sin \alpha = \sin \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha$.



Ta có $S' = \cos \alpha + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha + \cos \alpha - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \cos \alpha \in \{-1; \frac{1}{2}\} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$ (do $\alpha \in [0; \frac{\pi}{2}]$).

Lại có $S(0) = 0$; $S(\frac{\pi}{3}) = \frac{3\sqrt{3}}{4}$; $S(\frac{\pi}{2}) = 1$. Suy ra giá trị lớn nhất của $S = \frac{3\sqrt{3}}{4}$. $\square$

Câu 638. Cho hàm số $y = |x|^3 - mx + 5$, m là tham số. Hỏi hàm số đã cho có thể có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị.

(A) 3

(B) 1

(C) 2

(D) 4

Lời giải: Ta có $y' = \begin{cases} 3x^2 - m & \text{nếu } x > 0 \\ -3x^2 - m & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$.

Với $m = 0$ thì y' đổi dấu đúng một lần qua điểm $x = 0$, nên hàm số có 1 cực trị.

Nếu $m > 0$ thì y' đổi dấu đúng một lần qua điểm $x = \sqrt{\frac{m}{3}}$, nên hàm số có 1 cực trị.

Nếu $m < 0$ thì y' đổi dấu đúng một lần qua điểm $x = -\sqrt{\frac{-m}{3}}$, nên hàm số có 1 cực trị.

Tóm lại hàm số có đúng một cực trị với mọi giá trị của m . $\square$

Câu 639. Một màn ảnh hình chữ nhật cao $1,4m$ được đặt ở độ cao $1,8m$ so với tầm mắt (tính đầu mép dưới của màn ảnh). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Tính khoảng cách từ vị trí đó đến màn ảnh.

(A) $1,8m$

(B) $1,4m$

(C) $\frac{84}{193}m$

(D) $2,4m$

Lời giải: D

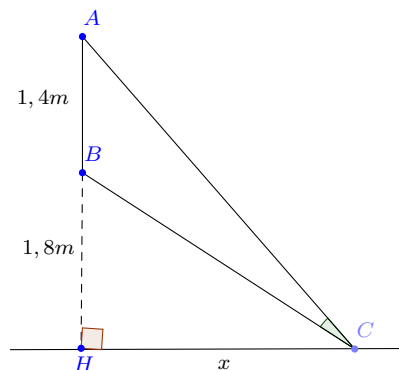
Ta có $AH = AB + BH = 3,2m$. Đặt $CH = x$ với C là mắt người, khi đó góc $\alpha = \widehat{ACB}$ là góc nhìn từ mắt đến màn ảnh.

- Xét tam giác vuông CHB có $CB^2 = HB^2 + CH^2 = x^2 + 1,8^2$
- Xét tam giác vuông CHA có $CA^2 = HA^2 + CH^2 = x^2 + 3,2^2$
- Áp dụng định lý *cosin* trong tam giác ABC có

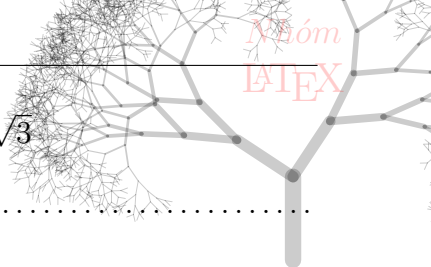
$$\cos \alpha = \frac{BC^2 + CA^2 - AB^2}{2AC \cdot CB} = \frac{x^2 + 5,76}{\sqrt{x^2 + 1,8^2} \cdot \sqrt{x^2 + 3,2^2}} \quad (1)$$

Để α lớn nhất thì $\cos \alpha$ nhỏ nhất, ta thay bốn giá trị ở bốn phương án vào phương trình (1), thì có $x = 2,4m$ là giá trị cần tìm.

$\square$



Câu 640. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm A thuộc (C) . Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách từ A đến các tiệm cận của (C) .



Ⓐ 2

Ⓑ $2\sqrt{2}$

Ⓒ 3

Ⓓ $2\sqrt{3}$ **Lời giải:**

Gọi $A\left(a; \frac{2}{a-1} + 1\right) \in (C)$.

(C) có tiệm cận đứng $(d_1): x = 1$ và tiệm cận ngang $(d_2): y = 1$

Đặt $d_1 = d[A; (d_1)] = |a - 1|$ và $d_2 = d[A; (d_2)] = \left|\frac{2}{a-1}\right|$

Ta có $d_1 + d_2 = |a - 1| + \left|\frac{2}{a-1}\right| \geq 2\sqrt{2}$

Dấu " $=$ " xảy ra khi $|a - 1| = \left|\frac{2}{a-1}\right| \Leftrightarrow (a - 1)^2 = 2 \Leftrightarrow a = 1 \pm \sqrt{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng $d_1 + d_2$ là $2\sqrt{2}$. □

Câu 641. Tập tất cả các giá trị của m để phương trình $\sqrt[4]{x^2 + 1} - \sqrt{x} = m$ có nghiệm là

Ⓐ $(0; 1)$ Ⓑ $(-\infty; 0]$ Ⓒ $(1; +\infty)$ Ⓓ $(0; 1]$ **Lời giải:** $[G, D1]$

ĐK: $x \geq 0$.

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \frac{1}{(\sqrt[4]{x^2 + 1} + \sqrt{x})(\sqrt{x^2 + 1} + x)} = m$.

Xét hàm số $f(x) = \sqrt[4]{x^2 + 1} + \sqrt{x}$ trên $[0; +\infty)$.

$f(x) > 0, \forall x \geq 0$ và $f'(x) = \frac{x}{2\sqrt[4]{(x^2 + 1)^3}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} > 0, \forall x > 0$.

$\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.

Tương tự hàm số $g(x) = \sqrt{x^2 + 1} + x$ đồng biến trên $[0; +\infty)$ và $g(x) > 0, \forall x > 0$.

$\Rightarrow f(x).g(x)$ là hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$

$\Rightarrow$ Hàm số $h(x) = \frac{1}{f(x).g(x)}$ nghịch biến trên $[0; +\infty)$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$.

$\Rightarrow$ Phương trình $h(x) = m$ có nghiệm khi $0 < m \leq h(0) = 1 \Rightarrow m \in (0; 1]$. Chọn **D**. □

Câu 642. Tìm m để phương trình: $3\sqrt{21 - 4x - x^2} = m - 4x + 2$ có nghiệm.

Ⓐ $-35 < m \leq 15$ Ⓑ $-40 < m \leq 15$ Ⓒ $-30 \leq m \leq 15$ Ⓓ $-20 \leq m \leq 15$ **Lời giải:**

Ta có tập xác định $D = [-7; 3] \Rightarrow x + 7 \geq 0 \wedge 3 - x \geq 0$.

Khi đó, $3\sqrt{21 - 4x - x^2} = m - 4x + 2 \Leftrightarrow (3\sqrt{x + 7} + \sqrt{3 - x})^2 = 2m + 70$.

Đặt $f(x) = 3\sqrt{x + 7} + \sqrt{3 - x}, x \in [-7; 3]$.

Ta được $\min_{x \in [-7; 3]} f(x) = f(-7) = \sqrt{10}$ và $\max_{x \in [-7; 3]} f(x) = f(2) = 10$.

Do vậy, ycbt $\Leftrightarrow 10 \leq 2m + 70 \leq 100 \Leftrightarrow -30 \leq m \leq 15$.

Chọn **C**. □

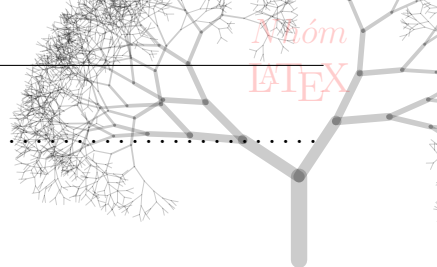
Câu 643. Một người nông dân muốn bán 30 tấn lúa. Nếu mỗi tấn bán với giá 4.000.000 đồng thì khách hàng mua hết, nếu cứ tăng lên 300.000 đồng mỗi tấn thì có hai tấn không bán được. Vậy cần bán một tấn lúa với giá bao nhiêu để người nông dân thu được số tiền lớn nhất?

Ⓐ 4.000.000 đồng

Ⓑ 4.100.000 đồng

Ⓒ 4.250.000 đồng

Ⓓ 4.500.000 đồng



Lời giải:

Gọi $x, x > 4$ là giá một tấn lúa cần bán (đơn vị triệu đồng / tấn).

Số tấn lúa bán được với giá x : $30 - \frac{2(x-4)}{0.3}$.

Tổng thu: $f(x) = x[30 - \frac{2(x-4)}{0.3}] = -\frac{2x^2}{0.3} + \frac{17x}{0.3}$

Ta có $\max f(x) = f(\frac{17}{4})$

Chọn C. □

Câu 644. Cho các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và $y = \frac{f(x) + 3}{g(x) + 3}$. Hệ số góc các tiếp tuyến của đồ thị các hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = 1$ là bằng nhau và khác 0. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A $f(1) \leq -\frac{11}{4}$

B $f(1) < -\frac{11}{4}$

C $f(1) > -\frac{11}{4}$

D $f(1) \geq -\frac{11}{4}$

Lời giải:

Đặt $h(x) = \frac{f(x) + 3}{g(x) + 3}$. Khi đó $h'(1) = \frac{f'(1)(g(1) + 3) - g'(1)[f(1) + 3]}{[g(1) + 3]^2}$.

Theo giả thiết thì $f'(1) = g'(1) = h'(1)$, nên từ phương trình trên ta có :

$$f(1) = -[(g(1))^2 + 5(g(1)) + 9] \leq -\frac{11}{4}$$

□

Câu 645. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2 + 3mx + 1}}{x + 2}$ có ba tiệm cận.

A $0 < m < \frac{1}{2}$

B $0 < m \leq \frac{1}{2}$

C $m > 0$

D $m \geq \frac{1}{2}$

Lời giải:

Điều kiện cần: Nếu đồ thị hàm số có 3 tiệm cận thì hàm số phải xác định trên một khoảng vô hạn chứa $(-2; +a)$ hoặc $(b; -2)$.

Hay $m \geq 0$ và phương trình $mx^2 + 3mx + 1 = 0$ hoặc vô nghiệm, hoặc có hai nghiệm x_1, x_2 cùng lớn hơn hoặc bằng -2 hoặc cùng bé hơn hoặc bằng -2 . Tức là:

$$\left[\begin{array}{l} m = 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} m > 0 \\ \Delta < 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} \Delta \geq 0 \\ (x_1 + 2)(x_2 + 2) \geq 0 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} m > 0 \\ 9m^2 - 4m < 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} 9m^2 - 4m \geq 0 \\ x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 \geq 0 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right] \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{1}{2}$$

Điều kiện đủ:

- TH1: $m = 0$.

Hàm số trở thành $y = \frac{1}{x+2}$. Ta có: $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{x+2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x+2} = 0$.

Đồ thị hàm số này chỉ có 2 tiệm cận gồm: 1 tiệm cận đứng $x = -2$ và 1 tiệm cận ngang $y = 0$.

- TH2: $0 < m < \frac{1}{2}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{\sqrt{mx^2 + 3mx + 1}}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{\sqrt{m(x+2)(x+1) - 2m + 1}}{x+2} = \pm\infty$

và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{mx^2 + 3mx + 1}}{x+2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\pm\sqrt{m + 3m\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{2}{x}} = \pm\sqrt{m}$

Đồ thị hàm số có 3 tiệm cận gồm: 1 tiệm cận đứng $x = -2$ và hai tiệm cận ngang đó là $y = \sqrt{m}$, $y = -\sqrt{m}$

- TH3: $m = \frac{1}{2}$

Hàm số trở thành $y = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 1}}{x+2}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 1}}{x+2} = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$ và $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\sqrt{\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 1}}{x+2} = -\infty$.

Đồ thị hàm số có 3 tiệm cận gồm: 1 tiệm cận đứng $x = -2$ và hai tiệm cận ngang đó là $y = \sqrt{\frac{1}{2}}$, $y = -\sqrt{\frac{1}{2}}$

□

Câu 646. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x + m(\sin x + \cos x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ⓐ $m \in \left(-\infty; \frac{-1}{\sqrt{2}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; +\infty\right)$

Ⓑ $\frac{-1}{\sqrt{2}} \leq m \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$

Ⓒ $-3 < m < \frac{1}{\sqrt{2}}$

Ⓓ $m \in \left(-\infty; \frac{-1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}; +\infty\right)$

Lời giải:

Ta có: $y = x + \sqrt{2}m \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$

$$y' = 1 + \sqrt{2}m \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ 1 - \sqrt{2}m \leq y' \leq 1 + \sqrt{2}m \\ m < 0 \\ 1 - \sqrt{2}m \geq y' \geq 1 + \sqrt{2}m \end{cases}$$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ và chỉ bằng 0 tại một số đếm được

$$\text{điểm trên } \mathbb{R}. \text{ Tức là } \begin{cases} m \geq 0 \\ 1 - \sqrt{2}m \geq 0 \\ m < 0 \\ 1 + \sqrt{2}m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-1}{\sqrt{2}} \leq m \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \square$$

Câu 647. Cho hàm số $y = \frac{mx^2 - 2x + m - 1}{2x + 1}$. Đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số này vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất khi m bằng

- (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) $\frac{1}{2}$

Lời giải:

Gọi đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số trên là d

$$\text{Ta có } d : y = \frac{(mx^2 - 2x + m - 1)'}{(2x + 1)'} = mx - 1$$

$$d \text{ vuông góc với đường thẳng } y = x \Rightarrow m = -1 \quad \square$$

Câu 648. Đồ thị hàm số $y = \frac{3x - 1}{2x + 1}$ có tâm đối xứng là điểm

- (A) $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right)$ (B) $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2} \right)$ (C) $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2} \right)$ (D) $\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right)$

Lời giải:

Câu 649. Phương trình $|\sin x - \cos x| + \sin 2x = m$ có nghiệm thực khi và chỉ khi

- (A) $\sqrt{2} - 1 \leq m \leq 1$ (B) $\sqrt{2} - 1 \leq m \leq \frac{5}{4}$
(C) $1 \leq m \leq \frac{5}{4}$ (D) $m = 1 \vee m = \frac{5}{4}$

Lời giải:

$$\text{Đặt } t = |\sin x - \cos x| \quad (t \in [0; \sqrt{2}]) \Rightarrow t^2 = 1 - \sin 2x \Rightarrow \sin 2x = 1 - t^2$$

$$\text{PT} \Leftrightarrow t + 1 - t^2 = m \quad (*)$$

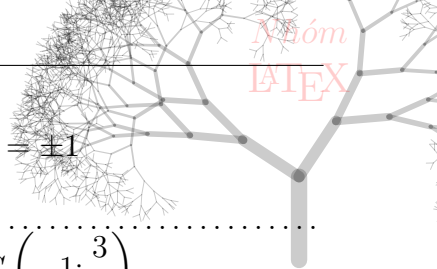
$$\text{Xét hàm số } f(t) = -t^2 + t + 1, \quad t \in [0; \sqrt{2}]$$

$$f'(t) = -2t + 1, \quad f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$$

$$f(0) = 1, \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4}, \quad f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1$$

$$\text{Vậy } \sqrt{2} - 1 \leq m \leq \frac{5}{4} \quad \square$$

Câu 650. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Gọi d là đường thẳng đi qua điểm cực đại của (C) và có hệ số góc k . Tìm k để tổng khoảng cách từ hai điểm cực tiểu của (C) đến d là nhỏ nhất.



(A) $k = \pm \frac{1}{16}$

(B) $k = \pm \frac{1}{4}$

(C) $k = \pm \frac{1}{2}$

(D) $k = \pm 1$

Lời giải: Ta có điểm cực đại $A(0; 1)$ và hai điểm cực tiểu là $B\left(1; \frac{3}{4}\right)$, $C\left(-1; \frac{3}{4}\right)$

Phương trình đường thẳng đi qua điểm cực đại có hệ số góc k là $\Delta: kx - y + 1 = 0$. Tổng khoảng

cách từ hai điểm cực tiểu đến Δ là $S = \frac{\left|k + \frac{1}{4}\right| + \left|-k + \frac{1}{4}\right|}{\sqrt{k^2 + 1}}$, thay từng đáp án vào. $\square$

Câu 651. Cho hàm số $y = x^4 - mx^2 + 2m - 1$ có đồ thị là (C_m) . Tìm tất cả các giá trị của m để (C_m) có ba điểm cực trị cùng với gốc tọa độ tạo thành bốn đỉnh của một hình thoi.

(A) $m = 1 + \sqrt{2}$ hoặc $m = -1 + \sqrt{2}$

(B) Không có giá trị m

(C) $m = 4 + \sqrt{2}$ hoặc $m = 4 - \sqrt{2}$

(D) $m = 2 + \sqrt{2}$ hoặc $m = 2 - \sqrt{2}$

Lời giải: Hàm số có ba điểm cực trị là $A(0; 2m - 1)$, $B\left(\sqrt{\frac{m}{2}}; -\frac{m^2}{4} + 2m - 1\right)$, $C\left(-\sqrt{\frac{m}{2}}; -\frac{m^2}{4} + 2m - 1\right)$ và tam giác ABC cân tại A

Để $OBAC$ là hình thoi khi $H\left(0; -\frac{m^2}{4} + 2m - 1\right)$ là trung điểm BC cũng là trung điểm $OA \Leftrightarrow -\frac{m^2}{4} + 2m - 1 = \frac{2m - 1}{2}$. Rút gọn, bấm máy và chọn đáp án. $\square$

Câu 652. Một miếng bìa hình tam giác đều ABC , cạnh bằng 16. Học sinh Trang cắt một hình chữ nhật $MNPQ$ từ miếng bìa trên để làm biển trông xe cho lớp trong buổi ngoại khóa (với M, N thuộc cạnh BC ; P, Q lần lượt thuộc cạnh AC và AB). Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ lớn nhất bằng bao nhiêu?

(A) $16\sqrt{3}$

(B) $8\sqrt{3}$

(C) $32\sqrt{3}$

(D) $34\sqrt{3}$

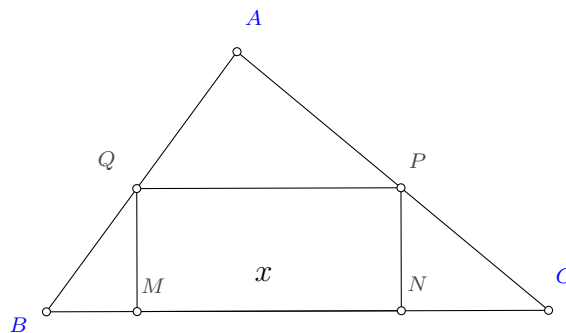
Lời giải:

Đặt $MN = x$, $(0 < x < 8) \Rightarrow BM = \frac{16 - x}{2}$

$\tan 60^\circ = \frac{QM}{BM} \Rightarrow QM = \frac{\sqrt{3}}{2}(16 - x)$

Xét hàm số $S(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}x(16 - x)$

$\Rightarrow \max S = 32\sqrt{3}$ tại $x = 8$



Câu 653. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có 3 điểm cực trị và đường tròn đi qua 3 điểm ấy có bán kính bằng 1.

(A) $m = -1$

(B) $m = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

(C) $m = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

(D) $m = -1$ hoặc $m = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$

Lời giải: Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4mx = 4x(x^2 + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -m \end{cases}$.

Hàm số có ba cực trị $\Rightarrow$ phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Rightarrow m < 0$.

Khi đó đồ thị hàm số có điểm cực đại $A(0; 1)$ và hai điểm cực tiểu $B(\sqrt{-m}; 1 - m^2), C(-\sqrt{-m}; 1 - m^2)$. $\triangle ABC$ cân tại A nên tâm I của đường tròn ngoại tiếp thuộc Oy .

Gọi $I(0; b)$, $b < 1$, ta có $IA = 1 \Leftrightarrow b = 0$. Hay $I(0; 0)$

Khi đó $IB = 1 \Leftrightarrow -m + (1 - m^2)^2 = 1 \Leftrightarrow m(m^3 - 2m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases} \quad \square$

Câu 654. Đồ thị của hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - x + 2$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

(A) 2

(B) 0

(C) 3

(D) 1

Lời giải: Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^4 + x^2 - 2 = x^3 - 3x^2 - x + 2 \Leftrightarrow x^4 - x^3 + 4x^2 + x - 4 = 0 \quad (1)$$

Xét hàm số $y = x^4 - x^3 + 4x^2 + x - 4$, trên $\mathbb{R}$

$y' = 4x^3 - 3x^2 + 8x + 1$ và $y'' = 12x^2 - 6x + 8$.

Ta có: $y'' > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow y'$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ phương trình $y' = 0$ có duy nhất nghiệm x_0

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		y_0	$+\infty$

Mặt khác, $y' = 4x^3 - 3x^2 + 8x + 1$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot f(0) < 0$ nên $x_0 \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

$\Rightarrow y(x_0) < y(0) = -4 \Rightarrow y(x_0) < 0$. Suy ra phương trình (1) luôn có hai nghiệm hay hai đồ thị đã cho có hai điểm chung $\square$

Câu 655. Biết rằng hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 3(m - 1)x^2 + 9x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(x_1; x_2)$ và đồng biến trên các khoảng còn lại của tập xác định. Nếu $|x_1 - x_2| = 6\sqrt{3}$ thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

(A) $m = -1$

(B) $m = 3$

(C) $m = -3; m = 1$

(D) $m = -1; m = 3$

Lời giải: Ta có $y' = x^2 + 6(m - 1)x + 9$

Theo đề bài có y' có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $|x_1 - x_2| = 6\sqrt{3} \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 108 \Leftrightarrow S^2 - 4P = 108$

$$\Leftrightarrow 36(m - 1)^2 - 36 = 108 \Leftrightarrow (m - 1)^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow (m - 1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -1 \end{cases}$$

Thử lại đúng. $\square$

Câu 656. Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x), y = \frac{f(x)}{g(x)}$. Nếu các hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị các hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = 0$ bằng nhau và khác 0 thì

(A) $f(0) < \frac{1}{4}$

(B) $f(0) \leq \frac{1}{4}$

(C) $f(0) > \frac{1}{4}$

(D) $f(0) \geq \frac{1}{4}$

Lời giải: Ta có $f'(0) = g'(0) = \frac{f'(0) \cdot g(0) - f(0) \cdot g'(0)}{(g(0))^2} \Rightarrow \frac{g(0) - f(0)}{(g(0))^2} = 1$

Suy ra phương trình $t^2 - t + f(0) = 0$ có nghiệm $t = g(0)$. Hay $\Delta = 1 - 4f(0) \geq 0 \Rightarrow f(0) < \frac{1}{4}$ $\square$

Câu 657. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến của (C). Giá trị lớn nhất d có thể đạt được là:

- (A) $3\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$

Lời giải: Giao của hai đường tiệm cận là $I(-1; 1)$.

Giả sử $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm, phương trình tiếp tuyến tại M là

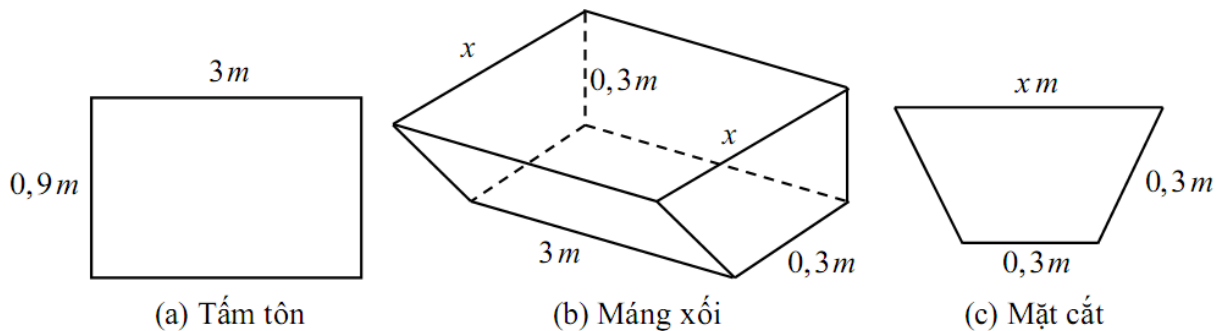
$$y = \frac{-1}{(x_0 + 1)^2}(x - x_0) + \frac{x_0 + 2}{x_0 + 1} \quad (\Delta).$$

Khoảng cách từ I đến Δ là $d = 2 \left| \frac{(x_0 + 1)}{\sqrt{(x_0 + 1)^4 + 1}} \right| \leq 2 \left| \frac{(x_0 + 1)}{\sqrt{2(x_0 + 1)^2}} \right| = \sqrt{2}$.

Dấu bằng xảy ra khi $x_0 = 0$ hoặc $x_0 = -2$.

Vậy giá trị lớn nhất d là $\sqrt{2}$ $\square$

Câu 658. Để làm một máng xối nước, từ một tấm tôn kích thước $0,9m \times 3m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới biết mặt cắt của máng xối (bởi mặt phẳng song song với hai mặt đáy) là một hình thang cân và máng xối là một hình lăng trụ có chiều cao bằng chiều dài của tấm tôn. Hỏi $x(m)$ bằng bao nhiêu thì thể tích máng xối lớn nhất?



- (A) $x = 0,5m$. (B) $x = 0,65m$. (C) $x = 0,4m$. (D) $x = 0,6m$.

Lời giải: Đặt $x = 0,3 + 2a$ với $-0,3 < a < 0,3$.

Khi đó chiều cao của mặt cắt (hình thang cân) là $h = \sqrt{(0,3)^2 - a^2}$.

Diện tích của mặt cắt: $S = \frac{1}{2}(0,3 + 0,3 + 2a)\sqrt{(0,3)^2 - a^2} = (0,3 + a)\sqrt{(0,3)^2 - a^2}$.

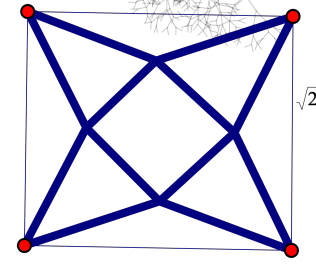
Ta có

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\sqrt[4]{(0,3 + a)(0,3 + a)(0,3 + a)(0,3 + a)} \right)^2 \\ &\leq \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{(0,3 + a) + (0,3 + a) + (0,3 + a) + (0,3 + a)}{4} \right)^2 \\ &= \frac{0,81}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi $0,3 + a = 0,9 - 3a \Leftrightarrow a = 0,15$.

Thể tích máng xối lớn nhất $\Leftrightarrow S$ lớn nhất $\Leftrightarrow a = 0,15m \Leftrightarrow x = 0,6m$. $\square$

Câu 659. Người ta cắt một tờ giấy hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{2}$ để gấp thành một hình chóp tứ giác đều sao cho bốn đỉnh của hình vuông dán lại thành đỉnh của hình chóp. Tính cạnh đáy của khối chóp để thể tích của nó lớn nhất.



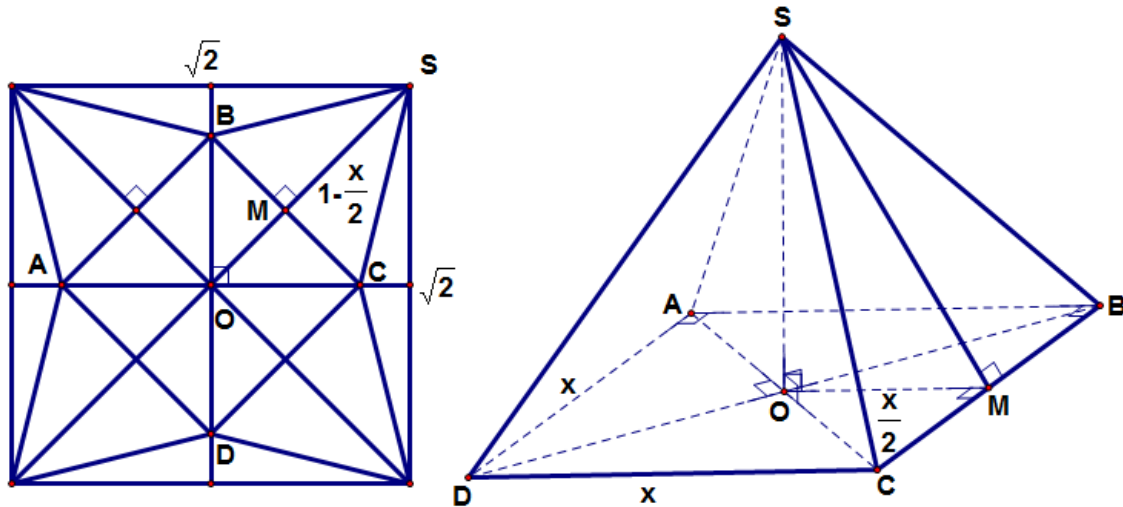
(A) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

(B) $\frac{2}{5}$

(C) 1

(D) $\frac{4}{5}$

Lời giải:



Gọi độ dài đáy của hình chóp là x , với $0 < x < 1$. Đường cao của hình chóp là

$$SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{1 - x}.$$

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}x^2\sqrt{1-x} = \frac{1}{3}\sqrt{x^4 - x^5}$. Xét hàm $f(x) = x^4 - x^5$, với $x \in (0, 1)$.

Khi đó

$$f'(x) = 4x^3 - 5x^4 = x^3(4 - 5x).$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	$\frac{4}{5}$	1
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	$f\left(\frac{4}{5}\right)$	1

Như vậy để thể tích khối chóp lớn nhất thì $x = \frac{4}{5}$. □

Câu 660. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x} - 2x^2}{\sqrt{x} + 1}$. Khi đó giá trị của $M - m$ là:

(A) -2

(B) -1

(C) 1

(D) 2

Lời giải: Tập xác định $D = [0; 1]$

$$\text{Ta có } y' = \frac{[\sqrt{1-x} - 2x^2]'(\sqrt{x} + 1) - [\sqrt{x} + 1]'(\sqrt{1-x} - 2x^2)}{(\sqrt{x} + 1)^2}$$

$$\text{Ta được } y' = -\frac{1 + \sqrt{x} + 6x^2\sqrt{1-x} + 8x\sqrt{x}\sqrt{1-x}}{2\sqrt{x}\sqrt{1-x}(\sqrt{x} + 1)^2} < 0 \quad \forall x \in (0; 1).$$

Do vậy $M - m = y(0) - y(1) = 2 \Rightarrow$ chọn D. □

Câu 661. Cho một mặt cầu có bán kính bằng 1. Xét các hình chóp tam giác đều ngoại tiếp mặt cầu trên. Hỏi thể tích nhỏ nhất của chúng bằng bao nhiêu?

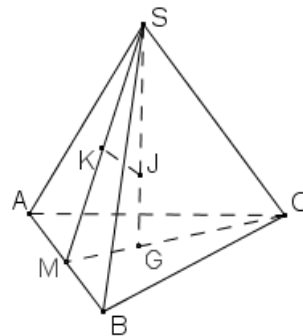
- (A) $\min V = 4\sqrt{3}$ (B) $\min V = 8\sqrt{3}$ (C) $\min V = 9\sqrt{3}$ (D) $\min V = 16\sqrt{3}$

Lời giải:

Xét hình chóp đều $S.ABC$ ngoại tiếp mặt cầu đã cho. Gọi J là tâm của mặt cầu và G là trọng tâm của tam giác ABC . Khi đó, ta luôn có J thuộc đoạn SG và $JG \perp (ABC)$.

Gọi M là trung điểm của cạnh AB thì ta có $AB \perp (SGM)$. Kẻ $JK \perp SM$ ta cũng có $JK \perp (SAB)$, từ đây suy ra $JK = JG = 1$. Đặt x, h lần lượt là độ dài cạnh đáy và chiều cao của hình chóp $S.ABC$. Ta có

$$\frac{SJ}{SA} = \frac{JK}{GM} \Leftrightarrow \frac{h-1}{\sqrt{h^2 + \left(\frac{x\sqrt{3}}{6}\right)^2}} = \frac{1}{\frac{x\sqrt{3}}{6}}.$$



Từ phương trình này, bình phương hai vế ta thu được liên hệ $h = \frac{2x^2}{x^2 - 12}$. Theo đó suy ra $x > \sqrt{12}$ và ta có

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{2x^2}{x^2 - 12} \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$$

Ta có

$$V' = \frac{2}{4\sqrt{3}} \cdot \frac{4x^2(x^2 - 12) - 2x \cdot x^4}{(x^2 - 12)^2}, \quad V' = 0 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{6}.$$

Trên $(\sqrt{12}; +\infty)$, thấy V' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $2\sqrt{6}$ nên thu được

$$\min V = V(2\sqrt{6}) = 8\sqrt{3}.$$

□

Câu 662. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^4 - 2mx^2$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

- (A) $m \leq -1$. (B) $m = -1$ hoặc $m > \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.
(C) $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$. (D) $m \leq -1$ hoặc $m > 1$.

Lời giải: Ta có $y' = 4(m^2 - 1)x^3 - 4mx$

- Với $m = -1 \Rightarrow y' = 4x > 0 \Leftrightarrow x > 0$ nên hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.
- Với $m = 1 \Rightarrow y' = -4x > 0 \Leftrightarrow x < 0$ nên hàm số không đồng biến trên $(1; +\infty)$.
- Với $m \neq 1$ để hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$ thì $[(m^2 - 1)x^2 - m]x \geq 0; \forall x \in (1; +\infty)$.

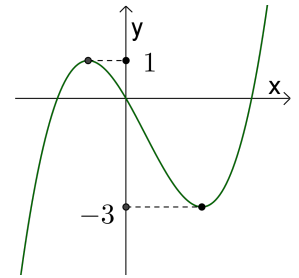
$$\text{Hay } (m^2 - 1)x^2 \geq m \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 > 0 \\ m^2 - 1 \geq m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ m < -1. \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp ta có } \begin{cases} m \geq \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ m \leq -1. \end{cases}$$

□

Câu 663. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị là:



- ☐ A $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$.
 ☐ B $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$.
 ☐ C $m = -1$ hoặc $m = 3$.
 ☐ D $1 \leq m \leq 3$.

Lời giải: Đồ thị hàm số $y = f(x) + m$ là đồ thị hàm số $y = f(x)$ tịnh tiến trên trục Oy m đơn vị. Để đồ thị hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y = f(x) + m$ xảy ra hai trường hợp sau:

- Nằm phía trên trục hoành hoặc điểm cực tiểu thuộc trục Ox và cực đại dương.
- Nằm phía dưới trục hoành hoặc điểm cực tiểu thuộc trục Ox và cực tiểu dương.

Khi đó $m \geq 3$ hoặc $m \leq -1$ là giá trị cần tìm.

□

Câu 664. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x + y = 2(\sqrt{x - 3} + \sqrt{y + 3})$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(x^2 + y^2) + 15xy$ là:

- ☐ A $\min P = -83$.
 ☐ B $\min P = -63$.
 ☐ C $\min P = -80$.
 ☐ D $\min P = -91$.

Lời giải: Ta có:

$$x + y = 2(\sqrt{x - 3} + \sqrt{y + 3}) \Leftrightarrow (x + y)^2 = 4(x + y) + 8\sqrt{x - 3}\sqrt{y + 3} \geq 4(x + y) \Leftrightarrow \begin{cases} x + y \geq 4 \\ x + y \leq 0 \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác } x + y = 2(\sqrt{x - 3} + \sqrt{y + 3}) \leq 2\sqrt{2(x + y)} \Leftrightarrow x + y \leq 8 \Rightarrow x + y \in [4; 8].$$

$$\text{Xét biểu thức } P = 4(x^2 + y^2) + 15xy = 4(x + y)^2 + 7xy \text{ và đặt } t = x + y \in [4; 8] \Rightarrow P = 4t^2 + 7xy.$$

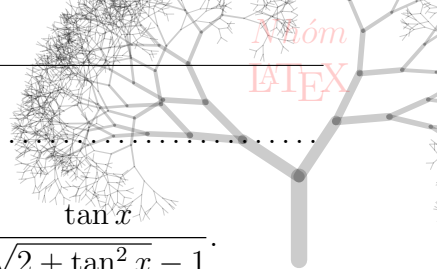
$$\text{Lại có } (x + 3)(y + 3) \geq 0 \Leftrightarrow xy \geq -3(x + y) - 9 \Rightarrow P \geq 4(x + y)^2 - 21(x + y) - 63 = 4t^2 - 21t - 63.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 4t^2 - 21t - 63 \text{ trên đoạn } [4; 8] \text{ suy ra } P_{\min} = f(7) = -83$$

□

Câu 665. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m\sqrt{2 + \tan^2 x} = m + \tan x$ có ít nhất một nghiệm thực.

- ☐ A $-1 < m < 1$
☐ B $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$
☐ C $-1 \leq m \leq 1$
☐ D $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$



Lời giải: Điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ta có: $m\sqrt{2 + \tan^2 x} = m + \tan x \Leftrightarrow m(\sqrt{2 + \tan^2 x} - 1) = \tan x \Leftrightarrow m = \frac{\tan x}{\sqrt{2 + \tan^2 x} - 1}$.

Đặt $t = \tan x, t \in \mathbb{R}$. Xét hàm số $f(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 2} - 1}, t \in \mathbb{R}$.

Ta có: $f'(t) = \frac{2 - \sqrt{2 + t^2}}{\sqrt{2 + t^2}(\sqrt{2 + t^2} - 1)^2}$ và $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2 = \sqrt{2 + t^2} \Leftrightarrow t = \pm\sqrt{2}$.

Ta có $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t}{\sqrt{t^2 + 2} - 1} = 1$ và $\lim_{t \rightarrow -\infty} f(t) = -1$.

Bảng biến thiên.

t	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	0	$+$	0
$f(t)$	-1	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình đã cho có nghiệm thực khi $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$. □

Câu 666. Biết rằng tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m - 1)x^2 - (m - 3)x + 2017m$ đồng biến trên các khoảng $(-3; -1)$ và $(0; 3)$ là đoạn $[a; b]$. Tính $a^2 + b^2$.

- (A) $a^2 + b^2 = 13$
(B) $a^2 + b^2 = 5$
(C) $a^2 + b^2 = 8$
(D) $a^2 + b^2 = 10$

Lời giải: TXD: $D = \mathbb{R}, y' = x^2 - 2(m - 1)x - (m - 3)$

$\Rightarrow y' = 0$ có nhiều nhất 2 nghiệm trên $\mathbb{R}$.

+) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 3) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (0; 3)$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1} \geq m, \forall x \in (0; 3).$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1}$ trên khoảng $(0; 3)$

$$g'(x) = \frac{2x^2 + 2x - 4}{(2x + 1)^2}. \text{ Từ BBT, } g(x) \geq m, \forall x \in (0; 3) \Leftrightarrow m \leq 2$$

+) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -1) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-3; -1)$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1} \leq m, \forall x \in (-3; -1).$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1}$ trên khoảng $(-3; -1)$

$$g'(x) = \frac{2x^2 + 2x - 4}{(2x + 1)^2} \text{ Từ BBT, } g(x) \leq m, \forall x \in (-3; -1) \Leftrightarrow m \geq -1.$$

Do đó $m \in [-1; 2] \Rightarrow a^2 + b^2 = 5$. □

Câu 667. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Tính bán kính R của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$.

- (A) $R = \frac{a\sqrt{29}}{8}$
(B) $R = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$
(C) $R = \frac{a\sqrt{37}}{6}$
(D) $R = \frac{a\sqrt{93}}{12}$

Lời giải:

Gọi H là trung điểm của AD suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Để thấy tâm I của mặt cầu nằm trên trục d đi qua trung điểm O của MN và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, I và S cùng phía so với mp $(ABCD)$.

Nếu đặt $x = OI$ thì $IK = OH = \frac{a\sqrt{10}}{4}$ và $OC^2 + OI^2 =$

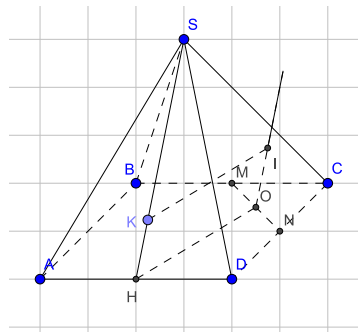
$$R^2 = IK^2 + KS^2$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2 + x^2 = \left(\frac{a\sqrt{10}}{4}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} - x\right)^2 \Leftrightarrow x =$$

$$\frac{5\sqrt{3}a}{12}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{x^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{93}}{12}$$

□



Câu 668. Tìm m để phương trình $x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + (15 - 3m^2)x^2 - 6mx + 10 = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$?

- Ⓐ $\frac{11}{5} < m < 4$. Ⓑ $2 < m \leq \frac{5}{2}$. Ⓒ $\frac{7}{5} \leq m < 3$. Ⓓ $0 < m < \frac{9}{4}$.

Lời giải:

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + (15 - 3m^2)x^2 - 6mx + 10 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x^6 + 6x^4 + 12x^2 + 8) + 3x^2 + 2 - (m^3x^3 + 3m^2x^2 - 6mx) = 0 \\ \Leftrightarrow & (x^2 + 2)^3 + 3x^2 + 3 - (m^3x^3 + 3m^2x^2 + 3mx + 1) - 3mx = 0 \\ \Leftrightarrow & (x^2 + 2)^3 - (mx + 1)^3 + 3(x^2 - mx + 1) = 0 \\ \Leftrightarrow & (x^2 - mx + 1)(A^2 + AB + B^2 + 3) = 0 \\ & \text{(với } A = x^2 + 2, B = mx + 1) \\ \Leftrightarrow & x^2 - mx + 1 = 0 \text{ (do } A^2 + AB + B^2 \geq 0) \\ \Leftrightarrow & m = \frac{x^2 + 1}{x} \Leftrightarrow m = x + \frac{1}{x}. \end{aligned} \tag{1}$$

Xét hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ liên tục trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Ta có:

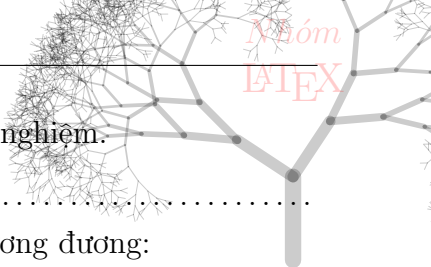
$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

x	$\frac{1}{2}$	1	2
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\frac{5}{2}$	$\searrow 2 \nearrow$	$\frac{5}{2}$

Điều kiện để (1) có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ là trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$, đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ tại hai điểm phân biệt hay $2 < m \leq \frac{5}{2}$. □

Câu 669. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + \frac{3}{2}$. Phương trình $\frac{f(f(x))}{2f(x) - 1} = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



- Ⓐ 9 nghiệm. Ⓑ 4 nghiệm. Ⓒ 6 nghiệm. Ⓓ 5 nghiệm.

Lời giải: Do $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + \frac{3}{2}$ nên phương trình $\frac{f(f(x))}{2f(x) - 1} = 1$ tương đương:

$$\begin{aligned} f(f(x)) &= 2f(x) - 1 \\ \Leftrightarrow [f(x)]^3 - 3[f(x)]^2 + f(x) + \frac{3}{2} &= 2f(x) - 1 \\ \Leftrightarrow [f(x)]^3 - 3[f(x)]^2 - f(x) + \frac{5}{2} &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \approx 3,0598 & (1) \\ f(x) \approx 0,8745 & (2) \\ f(x) \approx -0,9343 & (3) \end{cases} \end{aligned}$$

Khảo sát hàm số liên tục f ta được bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{6}}{3} + 1$	$\frac{\sqrt{6}}{3} + 1$	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 1,59$	$\searrow -0,59$	$\nearrow \infty$		

Từ bảng biến trên thấy rằng phương trình (1) có đúng một nghiệm, phương trình (2) có đúng ba nghiệm phân biệt, phương trình (3) có đúng một nghiệm và rõ ràng các nghiệm của cả (1), (2), (3) khác nhau đôi một. Như vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm phân biệt. $\square$

Câu 670. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Giả sử A, B là các điểm cực trị của đồ thị hàm số. Biết rằng AB đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.

- Ⓐ -9 Ⓑ $-\frac{25}{9}$ Ⓒ $-\frac{16}{25}$ Ⓓ 1

Lời giải: • $y' = 3x^2 + 2ax + b$.

Ta có $y = (3x^2 + 2ax + b) \left(\frac{1}{3}x + \frac{a}{9} \right) + \left(\frac{2b}{3} - \frac{2a^2}{9} \right)x + \left(c - \frac{ab}{9} \right)$.

Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là $\Delta : y = \left(\frac{2b}{3} - \frac{2a^2}{9} \right)x + \left(c - \frac{ab}{9} \right)$.

- Δ đi qua gốc tọa độ nên $ab = 9c$.
- Ta có $P = abc + ab + c = 9c^2 + 10c$.
- Từ đó suy ra $\min P = -\frac{25}{4}$. $\square$

Câu 671. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$ có hai điểm cực trị thuộc đường thẳng $d : y = ax + b$.

Tích ab bằng

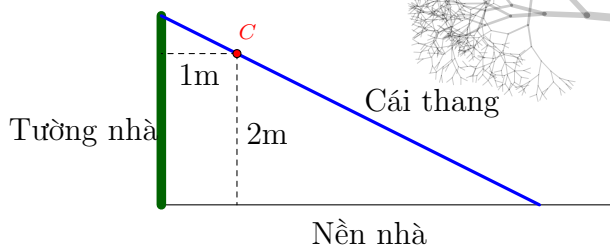
- Ⓐ -8 Ⓑ -2 Ⓒ -6 Ⓓ 2

Lời giải: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số y là $d : y = 2x - 4$ vậy tích $a.b = -8$.

Tổng quát nếu $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e} = \frac{f(x)}{g(x)}$ thì đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $y = \frac{f'(x)}{g'(x)}$. $\square$

Câu 672. Ông An cần sản xuất

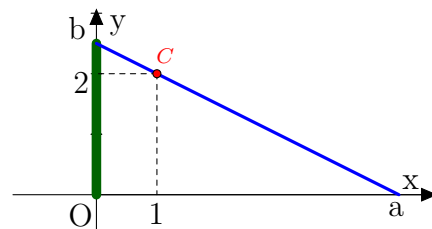
một cái thang để treo qua một bức tường nhà. Ông muốn cái thang phải luôn được đặt đi qua vị trí C , biết rằng điểm C cao $2m$ so với nền nhà và điểm C cách tường nhà $1m$ (như hình vẽ bên). Giả sử kinh phí để sản xuất thang là 500.000 đồng/1 mét dài. Hỏi ông An cần ít nhất bao nhiêu tiền để sản xuất thang (kết quả làm tròn đến hàng nghìn đồng)?



- (A) 1.750.000 đồng. (B) 2.081.000 đồng. (C) 2.755.000 đồng. (D) 3.115.000 đồng.

Lời giải:

Gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho trục tung trùng với mặt cắt tường nhà, trục hoành trùng với mặt cắt nền nhà như hình vẽ bên. Gọi giao điểm của thang với tường và nền nhà lần lượt là b, a ($b > 2, a > 1$). Khi đó thang xem như một đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$



và d đi qua $C(1; 2)$ nên ta có $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1 \Rightarrow b = \frac{2a}{a-1}$. Để ông An tốn ít chi phí sản xuất thang nhất thì cái thang phải được thiết kế với độ dài ngắn nhất có thể. Điều này tương đương với việc tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$\sqrt{a^2 + b^2} = \frac{a}{a-1} \sqrt{a^2 - 2a + 5}$$

Xét hàm $f(x) = \frac{x}{x-1} \sqrt{x^2 - 2x + 5}, x > 1$ ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x(x^3 - 3x^2 + 3x - 5) = 0 \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt[3]{4}$

do $x > 1$. Lập bảng biến thiên trên khoảng $(1; +\infty)$ ta có $\min f(x) = f(1 + \sqrt[3]{4}) \approx 4,162$.

Do đó số tiền ít nhất mà ông An cần để sản xuất thang bằng $4,162.500000 = 2081000$ (đồng). $\square$

Câu 673. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến với đồ thị (C) tại $M(2; 5)$ cắt hai đường tiệm cận tại E và F . Khi đó độ dài EF bằng

- (A) $2\sqrt{13}$. (B) $\sqrt{13}$. (C) $\sqrt{10}$. (D) $2\sqrt{10}$.

Lời giải:

Gọi $I(1; 2)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận.

Ta luôn có $\triangle IEF$ vuông tại I và IM là trung tuyến. Ta có $EF = 2IM = 2\sqrt{10} \Rightarrow$ chọn D. $\square$

Câu 674. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị $(C): y = x^3 + 3mx^2 - m^3$ cắt đường thẳng $d: y = m^3x + 2m^3$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 83$.

- (A) $m = -1$. (B) $m = 2$. (C) $m = 1$. (D) $m = -1; m = 1$.

Lời giải: Xét phương trình $x^3 + 3mx^2 - m^2x - 3m^3 = 0$, ta có theo Viet

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -3m \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -m^2 \\ x_1x_2x_3 = 3m^3 \end{cases}$$

Ta có

$$\begin{aligned} x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 &= (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^2 - 2(x_1^2x_2^2 + (x_2^2x_3^2 + x_3^2x_1^2)) \\ &= [(x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1)]^2 \\ &\quad - 2[(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1)^2 - 2x_1x_2x_3(x_1 + x_2 + x_3)] = 83m^4 \end{aligned}$$

Vậy từ $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 83$ suy ra $m = \pm 1$. Kiểm tra yêu cầu về số nghiệm thấy chỉ có $m = 1$ thỏa mãn. $\square$

Câu 675. Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d : y = -x + m$. Khi đó số giá trị của m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB (O là gốc tọa độ) có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $2\sqrt{2}$ là:

- (A) 0 (B) 3 (C) 1 (D) 2

Lời giải: Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{x}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 - mx + m = 0 \quad (1.1)$$

(C) cắt d tại 2 điểm phân biệt $A, B \Leftrightarrow (1.1)$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$

Gọi $A(x_1, -x_1 + m), B(x_2, -x_2 + m)$, ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} &= (x_1, -x_1 + m) \Rightarrow OA = \sqrt{2x_1^2 - 2x_1m + m^2} \\ \overrightarrow{OB} &= (x_2, -x_2 + m) \Rightarrow OB = \sqrt{2x_2^2 - 2x_2m + m^2} \\ \overrightarrow{AB} &= (x_2 - x_1, -x_2 + x_1) \Rightarrow AB = |x_2 - x_1|\sqrt{2} \\ &\Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}]| = \frac{1}{2} |x_2 - x_1| \cdot |m| \end{aligned}$$

Mặt khác

$$\begin{aligned} \frac{OA \cdot OB \cdot AB}{4R} &= S \\ \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2x_1^2 - 2x_1m + m^2} \cdot \sqrt{2x_2^2 - 2x_2m + m^2} |x_2 - x_1| \sqrt{2}}{4 \cdot 2\sqrt{2}} &= \frac{1}{2} |x_2 - x_1| \cdot |m| \\ \Leftrightarrow (2x_1^2 - 2x_1m + m^2) \cdot (2x_2^2 - 2x_2m + m^2) &= 16m^2 \\ \Leftrightarrow 4x_1^2x_2^2 - 4x_1x_2m(x_1 + x_2) + 2m^2(x_1^2 + x_2^2) + 4x_1x_2m^2 - 2m^3(x_1 + x_2) + m^4 - 16m^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow m^2(m^2 - 4m - 12) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 6 \end{cases} &\quad (\text{do điều kiện có 2 nghiệm phân biệt}) \end{aligned}$$

Chọn D $\square$

Câu 676. Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 3at^2 + bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150m^3$, sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100m^3$. Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.

- (A) $8400m^3$ (B) $2200m^3$ (C) $600m^3$ (D) $4200m^3$

Lời giải: Có: $h'(t) = 3at^2 + bt$ và ban đầu bể không có nước nên $h(t) = at^3 + \frac{bt^2}{2}$

Sau 5 giây, thể tích là $150m^3$ nên $5^3a + \frac{5^2b}{2} = 150$

Sau 10 giây, thể tích là $1100m^3$ nên $10^3a + \frac{10^2b}{2} = 1100$

Vậy ta có: $a = 1, b = 2$ $h(t) = t^3 + t^2$.

Vậy sau 20 giây thì thể tích nước là: $8400m^3$. Ta chọn đáp án A. □

Câu 677. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 1$ có đồ thị (C) . Tìm m để đường thẳng $d: y = x + 1$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt $P(0; 1), M, N$ sao cho bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN bằng $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

- (A) $m = \frac{9}{4}$ (B) $m = -3$ (C) $m = 0$ (D) $m = 1$

Lời giải: Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là:

$$x^3 - 3x^2 + (m+1)x + 1 = x + 1 \Leftrightarrow x(x^2 - 3x + m) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x^2 - 3x + m = 0 (*)$$

Điều kiện: $\Delta = 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$ và $m \neq 0$

Gọi $M(x_1, x_1 + 1), N(x_2, x_2 + 1)$ thì x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $(*)$

Ta có: $S_{OMN} = \frac{ON \cdot OM \cdot MN}{4R} = \frac{1}{2}d[O, d] \cdot MN \Leftrightarrow OM \cdot ON = 2R \cdot d[O, d] = 5$

$$(2x_1^2 + 2x_1 + 1)(2x_2^2 + 2x_2 + 1) = 25 \Leftrightarrow 4P^2 + 4PS + 4P + 2(S^2 - 2P) + 2S + 1 = 25$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 12m = 0 \Leftrightarrow m = 0 (L) \vee m = -3 (N)$$

Vậy ta chọn đáp án B. □

Câu 678. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $y = x + m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$

- (A) $m = 4 \pm \sqrt{10}$ (B) $m = 4 \pm \sqrt{3}$ (C) $m = 2 \pm \sqrt{3}$ (D) $m = 2 \pm \sqrt{10}$

Lời giải: Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị

$$\frac{2x+1}{x+1} = x+m-1 \quad (1) \quad (\text{ĐK: } x \neq -1)$$

$$\Rightarrow 2x+1 = x^2+mx+m-1$$

$$\Leftrightarrow x^2+(m-2)x+m-2=0 \quad (2)$$

Đường thẳng cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m-2)^2 - 4(m-2) > 0 \\ 1 - (m-2) + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 6 \end{cases} \quad (*)$$

Với điều kiện (*), đường thẳng cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt $A(x_A; x_A+m-1), B(x_B; x_B+m-1)$ với x_A, x_B là hai nghiệm phân biệt của (2).

Ta có $AB = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow AB^2 = 12$

$$\Leftrightarrow 2(x_A - x_B)^2 = 12 \Leftrightarrow (x_A - x_B)^2 = 6$$

$$\Leftrightarrow S^2 - 4P = 6 \Leftrightarrow (m-2)^2 - 4(m-2) = 6$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 + \sqrt{10} \text{ (tmdk)} \\ m = 4 - \sqrt{10} \text{ (tmdk)} \end{cases}$$

Vậy $m = 4 \pm \sqrt{10}$ thỏa YCBT. □

Câu 679. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng đi qua điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn tâm $I(1; 1)$, bán kính bằng 1 tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất.

A $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$

B $m = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$

C $m = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$

D $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$

Lời giải:

Hàm số có $y' = 3x^2 - 3m$. Ta có $y = \frac{1}{3}x.y' + (-2mx + 2)$

Hàm số có 2 cực trị $\Rightarrow y'$ có 2 nghiệm phân biệt $\Rightarrow m > 0$.

Với điều kiện $m > 0$, hàm số có cực trị. Phương trình đường thẳng qua 2 điểm cực trị (Δ): $y = -2mx + 2$

Vẽ $IH \perp AB$ tại H suy ra H là trung điểm AB . Ta

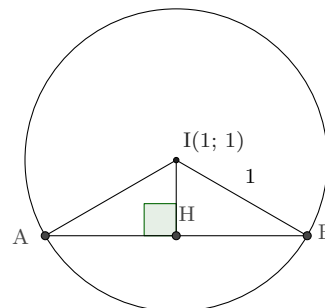
$$\text{có } S_{\triangle IAB} = \frac{1}{2}IH.AB = IH.HB. \text{ Mặt khác } IH.HB \leq \frac{IH^2 + HB^2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Dấu " = " xảy ra khi } IH = HB = \frac{IB}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Ta lại có } IH = d[I; (\Delta)] = \frac{|2m-1|}{\sqrt{4m^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}|2m-1| = \sqrt{4m^2+1} \Leftrightarrow 2(2m-1)^2 = 4m^2+1$$

$$\Leftrightarrow 8m^2 - 8m + 2 = 4m^2 + 1 \Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}.$$



Câu 680. Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 2.

A $m=2$

B $m = \frac{31}{27}$

C $m > \frac{3}{2}$

D $m = 1$

Lời giải:

Ta có $y' = 3x(x - 2m)$. $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2m$.

Nếu $m \leq 0 \Rightarrow \min_{[0;3]} y = y(0) = 6 \neq 2$.

Nếu $m \geq \frac{3}{2} \Rightarrow \min_{[0;3]} y = y(3) = 33 - 27m \stackrel{Y_{cbt}}{=} 2 \Rightarrow m = \frac{31}{27} < \frac{3}{2}$ (loại).

Nếu $0 < m < \frac{3}{2} \Rightarrow \min_{[0;3]} y = y(2m) = 6 - 4m^3 \stackrel{Y_{cbt}}{=} 2 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow$ chọn D. □

Câu 681. Cho hàm số $y = (x - m)^3 - 3x + m^2(1)$. Gọi M là điểm cực đại của đồ thị hàm số (1) ứng với một giá trị m thích hợp, đồng thời M cũng là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số (1) ứng với một giá trị khác của m . Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn yêu cầu đề bài?

(A) 2

(B) 1

(C) 3

(D) 0

Lời giải:

$$y' = 3(x - m)^2 - 3.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m - 1 \\ x = m + 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$m - 1$		$m + 1$		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$m^2 - 3m + 2$		$m^2 - 3m - 2$		$+\infty$

Gọi $M(a; b)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số ứng với m_1 và là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số ứng với m_2 .

$$\text{Khi đó, } \begin{cases} a = m_1 - 1 = m_2 + 1 \\ b = m_1^2 - 3m_1 + 2 = m_2^2 - 3m_2 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 - m_2 = 2 \\ m_1 + m_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{3}{2} \\ m_2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

Chọn đáp án B. □

Câu 682. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (1 - m)x + m$ có đồ thị (C) . Tìm m để (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$.

(A) $\begin{cases} -\frac{1}{4} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$

(C) $-\frac{1}{4} < m < 1$

(D) $\frac{1}{4} < m < 1$

Lời giải: Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành $x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m = 0$ (1)

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - x - m = 0 \end{cases} \quad (2)$$

(C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ -m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 0 \end{cases}$

Giả sử $x_3 = 1$. Khi đó, $x_1^2 + x_2^2 < 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 < 3$.

Ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1x_2 = -m \end{cases}$

Do đó, $1 + 2m < 3 \Leftrightarrow m < 1$. Vậy $\begin{cases} -\frac{1}{4} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$.

Chọn đáp án A. □

Câu 683. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Tính số con cá phải thả trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất.

(A) 14

(B) 12

(C) 15

(D) 13

Lời giải: Trọng lượng cá thu được là $f(n) = n(480 - 20n)$. Ta tính được $\max Rf(n) = 2880 \Leftrightarrow n = 12$. □

Câu 684. Cho 3 số thực $x; y; z$ thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z - 7 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + 3y + 6z$

(A) $T = 20$.

(B) $T = 7$.

(C) $T = 48$.

(D) $T = 49$.

Lời giải: Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z - 7 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 16$.

Áp dụng BDT B.C.S ta có $[2(x-1) + 3(y-2) + 6(z-2)]^2 \leq (2^2 + 3^2 + 6^2)[(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2] = 784 \Rightarrow 2(x-1) + 3(y-2) + 6(z-2) \leq 28$.

Do đó $T = 2x + 3y + 6z = 2(x-1) + 3(y-2) + 6(z-2) + 20 \leq 48$. □

Câu 685. Biết đường thẳng $y = (3m-1)x + 6m + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại 3 điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó, m thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(-1; 0)$

(B) $(0; 1)$

(C) $\left(1; \frac{3}{2}\right)$

(D) $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$

Lời giải: YCBT $\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 1 = (3m-1)x + 6m + 3 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - (3m-1)x - 6m - 2 = 0$

Giả sử phương trình có ba nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2}$ (1)

Mặt khác theo Viet ta có $x_1 + x_2 + x_3 = 3$ (2). Từ (1), (2) suy ra $x_2 = 1$ hay $x = 1$ là nghiệm của phương trình (1). Thay $x = 1$ vào phương trình (1) ta được $m = -\frac{1}{3}$

Thử lại $m = -\frac{1}{3}$ thỏa mãn đề bài. □

Câu 686. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như hình vẽ. Khoảng cách từ C đến B là 1km . Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 4km . Tổng chi phí lắp đặt cho 1km dây điện trên biển là 40 triệu đồng, còn trên đất liền là 20 triệu đồng. Tính tổng chi phí nhỏ nhất để hoàn thành công việc trên (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).



- (A) 106,25 triệu đồng (B) 120 triệu đồng (C) 164,92 triệu đồng (D) 114,64 triệu đồng

Lời giải:

Gọi M là điểm trên đoạn AB để lắp đặt đường dây điện ra biển nối với điểm C .

Đặt $AM = x \Rightarrow BM = 4 - x \Rightarrow CM = \sqrt{1 + (4 - x)^2} = \sqrt{17 - 8x + x^2}$, $x \in [0; 4]$

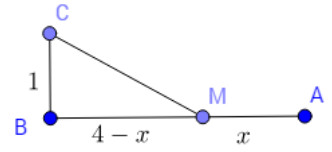
Khi đó tổng chi phí lắp đặt là: $y = x \cdot 20 + 40\sqrt{x^2 - 8x + 17}$ đơn vị là triệu đồng.

$$y' = 20 + 40 \cdot \frac{x - 4}{\sqrt{x^2 - 8x + 17}} = 20 \cdot \frac{\sqrt{x^2 - 8x + 17} + 2(x - 4)}{\sqrt{x^2 - 8x + 17}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{12 - \sqrt{3}}{2}$$

Ta có $y\left(\frac{12 - \sqrt{3}}{2}\right) = 80 + 20\sqrt{3} \simeq 114,64$; $y(0) = 40\sqrt{17} \simeq 164,92$; $y(4) = 120$

Vậy ta chọn đáp án D



□