

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1.(1,0 điểm) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ (C)

Câu 2.(1,0 điểm) Tìm GTLN,GTNN của hàm số $y = \frac{x^2}{x-1}$ trên đoạn $[2; 4]$

Câu 3.(1,0 điểm)

a) Tìm môđun của số phức z biết $z + 2\bar{z} = 1 + 7i$.

b) Giải phương trình: $9^x - 3.3^x + 2 = 0$.

Câu 4.(1,0 điểm) Tính tích phân: $I = \int_0^1 x^2 (1 + x\sqrt{1-x^2}) dx$

Câu 5.(1 điểm) Trong không gian tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ , vuông góc với mặt phẳng (Oxy) và viết phương trình đường thẳng Δ' là hình chiếu vuông góc của Δ lên mặt phẳng (Oxy).

Câu 6.(1 điểm)

a) Giải phương trình: $2\cos 5x \cdot \cos 3x + \sin x = \cos 8x$

b) Trong một hộp kín đựng 2 viên bi đỏ, 5 viên bi trắng và 7 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi, tìm xác suất để 4 viên bi lấy ra không có đủ cả ba màu.

Câu 7.(1 điểm) Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 8a$, tam giác ABC đều cạnh bằng $4a$; M, N lần lượt là trung điểm của cạnh SB và BC. Tính theo a thể tích hình chóp S.ABC và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AMN).

Câu 8.(1 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, Cho ΔABC có trọng tâm $G\left(\frac{8}{3}; 0\right)$ và có đường tròn ngoại tiếp là (C) tâm I . Điểm $M(0;1), N(4;1)$ lần lượt là điểm đối xứng của I qua các đường thẳng AB, AC . Đường thẳng BC qua điểm $K(2;-1)$. Viết phương trình đường tròn (C).

Câu 9.(1 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2\sqrt{y+2} + \sqrt[3]{y-2} = \sqrt{x^3+4} + x \\ \sqrt{(y+4)(2y+12)} - 8 = x^2 + y - \sqrt{(x^2+2)(x^2-y)} \end{cases}$$

Câu 10.(1 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=3$. Tìm GTNN của biểu thức:

$$P = \frac{25a^2}{\sqrt{2a^2+7b^2+16ab}} + \frac{25b^2}{\sqrt{2b^2+7c^2+16bc}} + \frac{c^2(3+a)}{a}$$

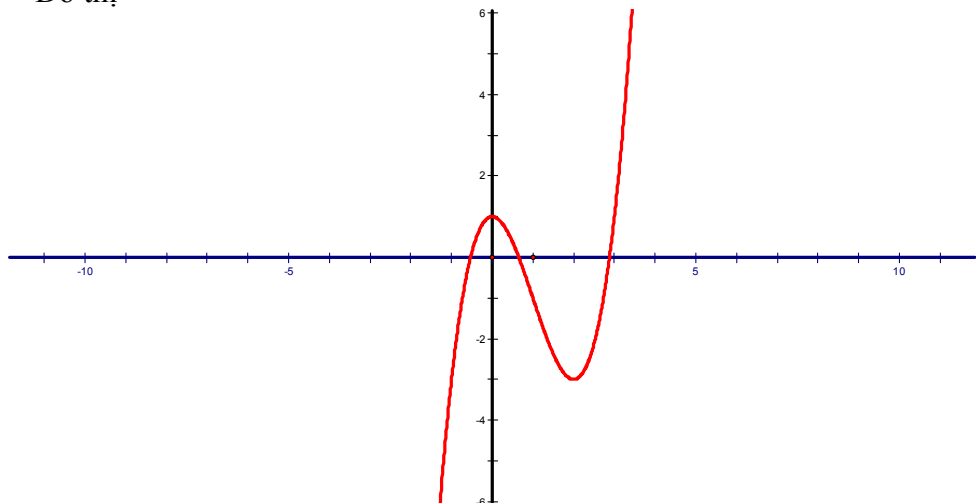
----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm

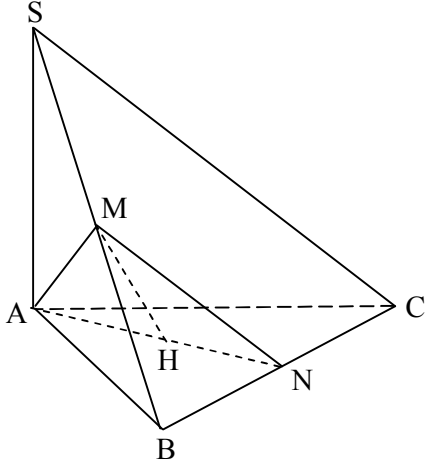
Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

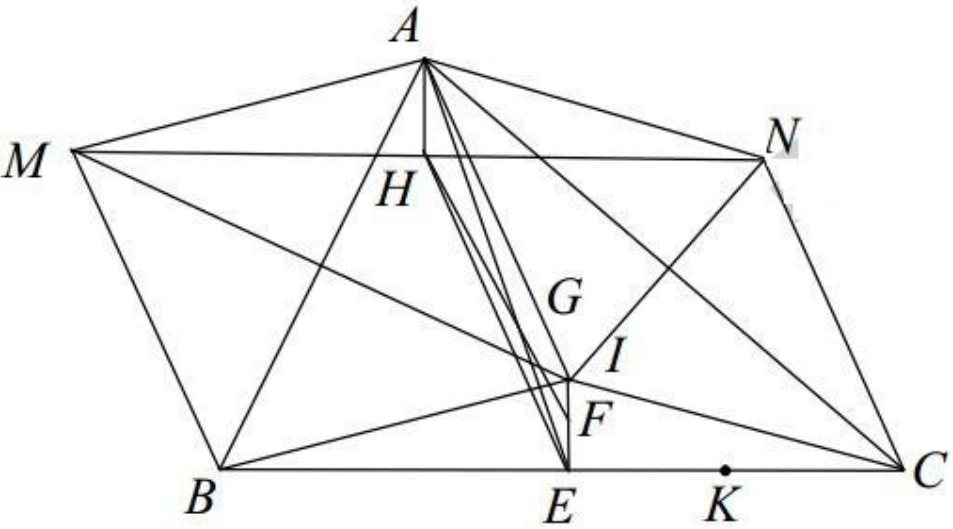
Chữ kí giám thị 1:..... Chữ kí giám thị 2:.....

Đáp án

Câu	Nội dung	Điểm																			
1	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. +Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$	0,25																			
	+ Ta có $y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ BBT: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>3</td><td>$\nearrow$</td><td>1</td><td>$\searrow$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'		+	0	-	0	+	y	3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$+\infty$	$-\infty$	0,25
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																
	y'		+	0	-	0	+														
	y	3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$+\infty$	$-\infty$														
+Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$ +Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. + Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại: $x_{cd} = 0, y_{cd} = y(0) = 1$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x_{ct} = 2, y_{ct} = y(2) = -3$.	0,25																				
+ Đồ thị 	0,25																				
2	+ Ta thấy hàm số đã cho xác định và liên tục trên $[2; 4]$ $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25																			
	+Trên $[2; 4]$ thì $y' = 0$ có một nghiệm là $x = 2$.	0,25																			
	+Ta có $y(2) = 4; y(4) = \frac{16}{3}$	0,25																			

	$+\text{Max } y = \frac{16}{3} \text{ khi } x = 4$ $+\text{Min } y = 4 \text{ khi } x = 2$	0,25
3a	$+\text{Gọi } z = a + bi, a, b \in R$ $(1-i)z + (2+i)\bar{z} = 2 + 2i \Leftrightarrow (1-i)(a+bi) + (2+i)(a-bi) = 2 + 2i$	0,25
	$\Leftrightarrow 3a + 2b - bi = 2 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 2b = 2 \\ -b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases}$ $+\text{Vậy } z = 2 - 2i$	0,25
3b	$+\text{Đặt: } 3^x = t, t > 0$ $\text{có: } t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$	0,25
	$+\text{Với } t=1: 3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$ $+\text{Với } t=2: 3^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_3 2$	0,25
4	$I = \int_0^1 x^2 (1 + x\sqrt{1-x^2}) dx = \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 x^3 \sqrt{1-x^2} dx$ $I_1 = \int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^1 = \frac{1}{3}$ $I_2 = \int_0^1 x^3 \sqrt{1-x^2} dx$	0,5
	$\text{Đặt } t = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow x^2 = 1-t^2 \Rightarrow xdx = -tdt$ $\text{Đổi cận: } x=0 \Rightarrow t=1; x=1 \Rightarrow t=0$ $\Rightarrow I_2 = -\int_1^0 (1-t^2)t^2 dt = \int_0^1 (t^2 - t^4) dt = \left(\frac{t^3}{3} - \frac{t^5}{5} \right) \Big _0^1 = \frac{2}{15}$ $\text{Vậy } I = I_1 + I_2 = \frac{7}{15}$	0,5
5	$+\text{Đường thẳng } \Delta \text{ có vector chỉ phương } \vec{u} = (1; 2; -1), \text{ đi qua } M(1; -1; 0); \text{ mặt phẳng (Oxy) có vector pháp tuyến } \vec{k} = (0; 0; 1).$	0,25
	$+\text{Suy ra (P) có vector pháp tuyến } \vec{n} = [\vec{u}, \vec{k}] = (2; -1; 0) \text{ và đi qua M.}$	
	$+\text{Vậy (P) có phương trình } 2(x-1) - (y+1) = 0 \text{ hay } 2x - y - 3 = 0.$	0,25
	$(\text{Oxy}) \text{ có phương trình } z = 0. \Delta' \text{ là giao tuyến của (P) và (Oxy).}$ $+\text{Xét hệ } \begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ z = 0 \end{cases}.$	0,25
	$+\text{Đặt } x = t \text{ thì hệ trên trở thành } \begin{cases} x = t \\ y = -3 + 2t \\ z = 0 \end{cases}.$	0,25

	+Vậy Δ' có phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = -3 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$	
6a	PT $\Leftrightarrow \cos 2x + \cos 8x + \sin x = \cos 8x$ $\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x + \sin x = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \sin x = 1$ v $\sin x = -\frac{1}{2}$	0,25
	$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$	
6b	Số cách lấy 4 viên bi bất kỳ là $C_{14}^4 = 1001$ cách. Ta đếm số cách lấy 4 viên bi có đủ cả màu : + TH1: 1Đ, 1T, 2V có $C_2^1 \cdot C_5^1 \cdot C_7^2$ cách + TH2: 1Đ, 2T, 1V có $C_2^1 \cdot C_5^2 \cdot C_7^1$ cách + TH3: 2Đ, 1T, 1V có $C_2^2 \cdot C_5^1 \cdot C_7^1$ cách	0,25
	Vậy số cách lấy 4 viên bi có đủ 3 màu là $C_2^1 \cdot C_5^1 \cdot C_7^2 + C_2^1 \cdot C_5^2 \cdot C_7^1 + C_2^2 \cdot C_5^1 \cdot C_7^1 = 385$ cách.	0,25
	Xác suất lấy 4 viên bi không đủ 3 màu là $P = \frac{1001 - 385}{1001} = \frac{616}{1001} = \frac{8}{13}$.	
7	+Ta có: $AN = \sqrt{AB^2 - BN^2} = 2a\sqrt{3}$ Diện tích tam giác ABC là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AN = 4a^2\sqrt{3}$.	0,25
	Thể tích hình chóp S.ABC là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} 4a^2\sqrt{3} \cdot 8a$ $= \frac{32a^3\sqrt{3}}{3}$ (đvtt).	0,25
		
	+Ta có: $\frac{V_{B.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{BA}{BA} \cdot \frac{BM}{BS} \cdot \frac{BN}{BC} = \frac{1}{4}$ $V_{B.AMN} = \frac{1}{4} V_{S.ABC} = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.	0,25
	+Mặt khác, $SB = SC = 4\sqrt{5}a \Rightarrow MN = \frac{1}{2} SC = 2\sqrt{5}a$; $AM = \frac{1}{2} SB = 2\sqrt{5}a$.	0,25
	+Gọi H là trung điểm AN thì $MH \perp AN$, $\Rightarrow MH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = a\sqrt{17}$.	
	+Diện tích tam giác AMN là $S_{\Delta AMN} = \frac{1}{2} AN \cdot MH = \frac{1}{2} 2a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{17} = a^2\sqrt{51}$.	
	+Vậy khoảng cách từ B đến (AMN) là:	

	$d(B, (AMN)) = \frac{3V_{B.AMN}}{S_{\Delta AMN}} = \frac{8a^3\sqrt{3}}{a^2\sqrt{51}} = \frac{8a}{\sqrt{17}} = \frac{8a\sqrt{17}}{17}.$	
8	 +Gọi H,E là trung điểm MN,BC suy ra $H(2;1)$. Từ GT suy ra $IAMB, IANC$ là các hình thoi. Suy ra AMN, IBV là các tam giác cân bằng nhau.	0,25
	+ Suy ra $AH \perp MN, IE \perp BC, AHEI$ là hình bình hành. + Suy ra G cũng là trọng tâm $\Delta HEI \Rightarrow HG$ cắt IE tại F là trung điểm IE	0,25
	+ Vì $BC // MN, K(2;-1) \in BC \Rightarrow (BC): y+1=0$ + Từ $\begin{cases} H(2;1), G(\frac{8}{3};0) \\ \overrightarrow{HF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{HG} \end{cases} \Rightarrow F(3;-\frac{1}{2})$	0,25
	+ Từ $EF \perp BC \Rightarrow (EF): x=3 \Rightarrow E(3;-1)$ + Vì F là trung điểm IE nên $I(3;0) \Rightarrow R=\sqrt{5}$ + Từ đây ta sẽ có: $(C):(x-3)^2 + y^2 = 5$. là phương trình đường tròn cần tìm.	0,25
9	+ Đk: $\begin{cases} y \geq -2 \\ x^2 \geq y \end{cases}$ + Từ pt thứ 2 ta có: $\sqrt{(y+4)(2y+12)} - 8 = x^2 + y - \sqrt{(x^2+2)(x^2-y)}$ $\Leftrightarrow x^2 + 8 + y - \sqrt{(y+4)(2y+12)} - \sqrt{(x^2+2)(x^2-y)} = 0$ $\Rightarrow 2(x^2 + 8 + y) - 2\sqrt{(y+4)(2y+12)} - 2\sqrt{(x^2+2)(x^2-y)} = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{2y+8} - \sqrt{y+6})^2 + (\sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2-y})^2 = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2y+8} = \sqrt{y+6} \\ \sqrt{x^2+2} = \sqrt{x^2-y} \end{cases} \Leftrightarrow y = -2$ $\Rightarrow \sqrt{y+2} = 0$	0,25

	+ Thay vào pt 1 ta được: $2\sqrt{y+2} + \sqrt[3]{y-2} = \sqrt{x^3+4} + x$ $\Rightarrow \sqrt{y+2} + \sqrt[3]{y-2} = \sqrt{x^3+4} + x \Leftrightarrow \sqrt{\left(\sqrt[3]{y-2}\right)^3 + 4} + \sqrt[3]{y-2} = \sqrt{x^3+4} + x$	0,25
	+ Xét hàm số: $f_{(t)} = t + \sqrt{t^3+4} \quad t \in R$ Ta có: $f'_{(t)} = 1 + \frac{3t^2}{2\sqrt{t^3+4}} > 0, (\forall t \in R) \Rightarrow f_{(\sqrt[3]{y-2})} = f_{(x)} \Rightarrow \sqrt[3]{y-2} = x$ + Vậy ta sẽ có: $\begin{cases} \sqrt{y+2} = 0 \\ \sqrt[3]{y-2} = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\sqrt[3]{4} \\ y = -2 \end{cases} (TM)$ KI: Nghiệm duy nhất của hệ là: $(x; y) = (-\sqrt[3]{4}; -2)$	0,25
10	+ Ta có: $(a-b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2ab \leq a^2 + b^2$. Nên ta sẽ có: $\sqrt{2a^2+7b^2+16ab} = \sqrt{2a^2+7b^2+2ab+14ab} \leq \sqrt{3a^2+8b^2+14ab} = \sqrt{(a+4b)(3a+2b)}$ $\leq \frac{4a+6b}{2} = 2a+3b$ + Vậy ta sẽ có: $\frac{25a^2}{\sqrt{2a^2+7b^2+16ab}} \geq \frac{25a^2}{2a+3b} \quad (1)$ + Tương tự ta cũng có: $\frac{25b^2}{\sqrt{2b^2+7c^2+16bc}} \geq \frac{25b^2}{2b+3c} \quad (2)$	0,5
	+ Mặt khác theo <i>Cauchy – shwarz</i> Ta có: $\frac{3c^2}{a} + 2c = c^2 \left(\frac{3}{a} + \frac{2}{c} \right) \geq \frac{25c^2}{3a+2c} \quad (3)$ + Từ (1),(2),(3) ta sẽ có: $P \geq 25 \left(\frac{a^2}{2a+3b} + \frac{b^2}{2b+3c} + \frac{c^2}{2c+3a} \right) + c^2 - 2c \geq 25 \cdot \frac{(a+b+c)^2}{5(a+b+c)} + c^2 - 2c =$ $= 5(a+b+c) + c^2 - 2c$	0.25
	+ Mà $a+b+c=3$ theo giả thiết nên ta sẽ có: $P \geq c^2 - 2c + 15 = (c-1)^2 + 14 \geq 14$ Vậy GTNN của $P = 14$ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=1$	0.25

✍ **Chú ý:** Học sinh có lời giải khác với đáp án chấm thi nếu có lập luận đúng dựa vào SGK hiện hành và có kết quả chính xác đến ý nào thì cho điểm tối đa ở ý đó; chỉ cho điểm đến phần học sinh làm đúng từ trên xuống dưới và phần làm bài sau không cho điểm.