

CHƯƠNG 1: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Bài 2: Cực trị hàm số.

A. Lý thuyết

1. **Định nghĩa:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $D (D \subset \mathbb{R})$ và $x_0 \in D$

- Nếu tồn tại một khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 sao cho $(a; b) \subset D$ và $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x_0 \in (a; b) \setminus \{x_0\}$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt **cực đại** tại x_0 và $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số.
- Nếu tồn tại một khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 sao cho $(a; b) \subset D$ và $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x_0 \in (a; b) \setminus \{x_0\}$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt **cực tiểu** tại x_0 và $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số.

2. Điều kiện cần để có cực trị

Giả sử hàm số f đạt cực trị tại điểm x_0 . Khi đó, nếu f có đạo hàm tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$

3. **Điều kiện đủ để hàm số có cực trị:** Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $K = (x_0 - h; x_0 + h)$ và có đạo hàm trên K hoặc trên $K \setminus \{x_0\}$, với $h > 0$.

- Nếu $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.
- Nếu $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) > 0$ trên $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

Minh họa bằng bảng biến thiên

x	$x_0 - h$	x_0	$x_0 + h$		x	$x_0 - h$	x_0	$x_0 + h$
$f'(x)$	+		-		$f'(x)$	-		+
$f(x)$	$\nearrow \quad f_{CD} \quad \searrow$				$f(x)$	$\searrow \quad f_{CT} \quad \nearrow$		

✎ **Chú ý.**

- ♦ Nếu hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại (cực tiểu) tại x_0 thì x_0 được gọi là **điểm cực đại** (**điểm cực tiểu**) của hàm số; $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại** (**giá trị cực tiểu**) của

hàm số, kí hiệu là $f_{CD}(f_{CT})$, còn điểm $M(x_0; f(x_0))$ được gọi là **điểm cực đại (điểm cực tiểu)** của đồ thị hàm số.

- ♦ Các điểm cực đại và cực tiểu được gọi chung là **điểm cực trị**. Giá trị cực đại (giá trị cực tiểu) còn gọi là **cực đại (cực tiểu)** và được gọi chung là **cực trị** của hàm số.

4. Quy tắc tìm cực trị của hàm số

➤ Quy tắc 1:

Bước 1. Tìm tập xác định của hàm số.

Bước 2. Tính $f'(x)$. Tìm các điểm tại đó $f'(x)$ bằng 0 hoặc $f'(x)$ không xác định.

Bước 3. Lập bảng biến thiên.

Bước 4. Từ bảng biến thiên suy ra các điểm cực trị.

➤ Quy tắc 2:

Bước 1. Tìm tập xác định của hàm số.

Bước 2. Tính $f'(x)$. Giải phương trình $f'(x)$ và ký hiệu x_i ($i = 1, 2, 3, \dots$) là các nghiệm của nó.

Bước 3. Tính $f''(x)$ và $f''(x_i)$.

Bước 4. Dựa vào dấu của $f''(x_i)$ suy ra tính chất cực trị của điểm x_i .

5. Kỹ năng giải nhanh các bài toán cực trị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

- Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow b^2 - 3ac > 0. \text{ Khi đó đường thẳng qua hai điểm cực trị đó là: } y = \left(\frac{2c}{3} - \frac{2b^2}{9a} \right)x + d - \frac{bc}{9a}.$$

- Bấm máy tính tìm ra đường thẳng đi qua hai điểm cực trị :

$$ax^3 + bx^2 + cx + d - (3ax^2 + 2bx + c) \left(\frac{x}{3} + \frac{b}{9a} \right) \xrightarrow{x=i} Ai + B \Rightarrow y = Ax + B$$

Hoặc sử dụng công thức $y - \frac{y' \cdot y''}{18a}$.

- Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bậc ba là:

$$AB = \sqrt{\frac{4e + 16e^3}{a}} \text{ với } e = \frac{b^2 - 3ac}{9a}$$

6. Kỹ năng giải nhanh các bài toán cực trị hàm trùng phương.

Cho hàm số: $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị là (C) .

$$y' = 4ax^3 + 2bx; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{b}{2a} \end{cases}$$

(C) có ba điểm cực trị $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -\frac{b}{2a} > 0$.

Khi đó ba điểm cực trị là: $A(0; c)$, $B\left(-\sqrt{-\frac{b}{2a}}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$, $C\left(\sqrt{-\frac{b}{2a}}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ với $\Delta = b^2 - 4ac$

Độ dài các đoạn thẳng: $AB = AC = \sqrt{\frac{b^4}{16a^2} - \frac{b}{2a}}$, $BC = 2\sqrt{-\frac{b}{2a}}$.

Các kết quả cần ghi nhớ:

➤ ΔABC vuông cân $\Leftrightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$\Leftrightarrow -\frac{2b}{a} = 2\left(\frac{b^4}{16a^2} - \frac{b}{2a}\right) \Leftrightarrow \frac{b^4}{16a^2} + \frac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow \frac{b}{2a}\left(\frac{b^3}{8a} + 1\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{b^3}{8a} + 1 = 0$$

➤ ΔABC đều $\Leftrightarrow BC^2 = AB^2$

$$\Leftrightarrow -\frac{2b}{a} = \frac{b^4}{16a^2} - \frac{b}{2a} \Leftrightarrow \frac{b^4}{16a^2} + \frac{3b}{2a} = 0 \Leftrightarrow \frac{b}{2a}\left(\frac{b^3}{8a} + 3\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{b^3}{8a} + 3 = 0$$

➤ $\widehat{BAC} = \alpha$, ta có: $\cos \alpha = \frac{b^3 + 8a}{b^3 - 8a} \Leftrightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = -\frac{8a}{b^3}$

➤ $S_{\Delta ABC} = \frac{b^2}{4|a|}\sqrt{-\frac{b}{2a}}$

➤ Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $R = \frac{b^3 - 8a}{8|a|b}$

➤ Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC là $r = \frac{\frac{b^2}{4|a|}\sqrt{-\frac{b}{2a}}}{\sqrt{\frac{b^4}{16a^2} - \frac{b}{2a}} + \sqrt{-\frac{b}{2a}}} = \frac{b^2}{4|a| + \sqrt{16a^2 - 2ab^3}}$

➤ Phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔABC là: $x^2 + y^2 - \left(\frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a} + c\right)y + c\left(\frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a}\right) = 0$

B. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Tìm cực trị của hàm số sau:

a. $y = x^3 - 3x^2 + 2$

b. $y = |x - 1|$

c. $y = \frac{x+1}{x-1}$

Hướng dẫn giải

a. $y = x^3 - 3x^2 + 2$

- Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$
- Ta có $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$
- Bảng biến thiên :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		2		-2	

$-\infty \nearrow \quad \searrow \quad \nearrow +\infty$
 $\quad \quad \quad -2$

- Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và giá trị cực đại $y = 2$
hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và giá trị cực đại $y = -2$

b. $y = |x - 1|$

- Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$
- Ta có $y = \begin{cases} x - 1 & \text{với } x \geq 1 \\ -x + 1 & \text{với } x < 1 \end{cases}$
- Do đó $y' = \begin{cases} 1 & \text{với } x \geq 1 \\ -1 & \text{với } x < 1 \end{cases}$
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-	//	+
y	$+\infty$	0	$+\infty$

$+\infty \searrow \quad \nearrow +\infty$
 $\quad \quad \quad 0$

- Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và giá trị cực tiểu $y = 0$

Ví dụ 2: Tìm cực trị của hàm số sau bằng quy tắc 2

a. $f(x) = x^3 - 3x + 2$

b. $f(x) = x + \cos 2x + 2$

Hướng dẫn giải

a. $f(x) = x^3 - 3x + 2$

- TXĐ: $D = \mathbb{R}$

- Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$f''(x) = 6x$$

- Vì $f''(1) = 6 > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1, f(1) = 0$

- Vì $f''(-1) = -6 < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1, f(-1) = 4$

b. $f(x) = x + \cos 2x + 2$

- TXĐ: $D = \mathbb{R}$

- Ta có $f'(x) = 1 - 2 \sin 2x$

- $$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

- $$f''(x) = -4 \cos 2x$$

- Vì $f''\left(\frac{\pi}{12} + k\pi\right) = -4 \cos 2\left(\frac{\pi}{12} + k\pi\right) = -2\sqrt{3}$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm

$$x = \frac{\pi}{12} + k\pi; \quad f\left(\frac{\pi}{12} + k\pi\right) = \frac{\pi}{12} + k\pi + \frac{\sqrt{3}}{2} + 2. \quad (K \in \mathbb{Z})$$

- Vì $f''\left(\frac{7\pi}{12} + k\pi\right) = -4 \cos 2\left(\frac{7\pi}{12} + k\pi\right) = 2\sqrt{3}$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm

$$x = \frac{7\pi}{12} + k\pi; \quad f\left(\frac{7\pi}{12} + k\pi\right) = \frac{7\pi}{12} + k\pi - \frac{\sqrt{3}}{2} + 2. \quad (K \in \mathbb{Z})$$

Ví dụ 3: Cho hàm số $y = x^3 + 6mx^2 - 3(m + 1)x + 2$

- Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.
- Tìm m để hàm số không đạt cực trị khi $x = 3$.

Hướng dẫn giải

a. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$?

- Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ thì
$$\begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) > 0 \end{cases} \quad (*)$$
- Ta có : $y = x^3 + 6mx^2 - 3(m + 1)x + 2$
- $\Rightarrow y' = 3x^2 + 12mx - 3(m + 1)$
- $\Rightarrow y'' = 6x + 12m$
- $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 3.3^2 + 12m.3 - 3(m + 1) = 0 \\ 6.3 + 12m > 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$
- $(1) \Leftrightarrow m = \frac{8}{11} \quad (2) \Leftrightarrow m > -\frac{3}{2}$
- Vậy để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ thì $m = \frac{8}{11}$

b. Hàm số không đạt cực trị tại $x = 3$?

- Để hàm số không đạt cực trị tại $x = 3$ thì :
- Trường hợp 1 : $y'(3) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{8}{11}$
- Trường hợp 2 : $\begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{8}{11} \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases}$
- $\Rightarrow$ không có m thỏa mãn
- Vậy để hàm số không đạt cực trị tại $x = 3$ thì $m \neq \frac{8}{11}$

Ví dụ 4. Tìm m để hàm số sau có 3 cực trị.

a. $y = x^4 + (m + 3)x^3 + 2(m + 1)x^2 + 5\sqrt{7}$

b. $y = -3x^4 + 8x^3 - 2(m + 2)x^2 + 4(m - 1)x + 20m - \sqrt{3}$

Hướng dẫn giải

a. $y = x^4 + (m + 3)x^3 + 2(m + 1)x^2 + 5\sqrt{7}$

- Ta có : $y' = 4x^3 + 3(m + 3).x^2 + 4(m + 1)x$
- Để hàm số có 3 cực trị thì phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.
- $\Leftrightarrow 4x^3 + 3(m + 3).x^2 + 4(m + 1)x = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.
- $\Leftrightarrow x.[4x^2 + 3(m + 3).x + 4(m + 1)] = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 4x^2 + 3(m+3)x + 4(m+1)=0 \end{cases}$$

- $\Rightarrow$ Phương trình $4x^2 + 3(m + 3).x + 4(m + 1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\neq 0$
- * Phương trình có nghiệm khác 0 $\Rightarrow 4.0^3 + 3(m + 3).0 + 4(m + 1) \neq 0 \Rightarrow m \neq -1$
- Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow \Delta = 9(m + 3)^2 - 4.4(m + 1) > 0$
 $\Rightarrow 9m^2 - 10m + 15 > 0 \quad \forall m$
- Vậy với $\forall m \neq -1$ thì hàm số có 3 cực trị.

b. $y = -3x^4 + 8x^3 - 2(m + 2)x^2 + 4(m - 1)x + 20m - \sqrt{3}$

- Ta có : $y' = -12x^3 + 24x^2 - 4(m + 2)x + 4(m - 1)$
- Để hàm số có 3 cực trị thì phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.
 $\Leftrightarrow -12x^3 + 24x^2 - 4(m + 2)x + 4(m - 1) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.
 $\Leftrightarrow -3x^3 + 6x^2 - (m + 2)x + m - 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.
 $\Leftrightarrow (x - 1)(-3x^2 + 3x + 1 - m) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.
 $\Leftrightarrow -3x^2 + 3x + 1 - m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $x \neq 1$
- Phương trình có nghiệm $\neq 1 \Rightarrow -3.1^2 + 3.1 + 1 - m \neq 0 \Rightarrow m \neq 1$

- Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow \Delta > 0$

$$\Rightarrow 3^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (1 - m) > 0$$

$$\Rightarrow 9 + 12 - 12m > 0 \Rightarrow m < \frac{7}{4}$$

- Vậy để hàm số có 3 cực trị thì $m < \frac{7}{4}$ và $m \neq 1$.

Ví dụ 5. Tìm m để hàm số $y = x^4 + 4mx^3 + 3(m+1)x^2 + 1$ có cực tiểu mà không có cực đại.

Hướng dẫn giải

- Để hàm số có cực đại mà không có cực tiểu thì phương trình $y' = 0$ có nghiệm và tại nghiệm đó y' đổi dấu từ (-) sang (+).

- Ta có : $y' = 4x^3 + 12mx^2 + 6(m+1)x$

- $y' = 0 \Leftrightarrow 2x(2x^2 + 6mx + 3m + 3) = 0$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } 2x^2 + 6mx + 3m + 3 = 0 (*)$$

- +) Trường hợp 1 : (*) vô nghiệm.

$$\Rightarrow \Delta' < 0 \Rightarrow (3m)^2 - 2 \cdot 3(m+1) < 0 \Rightarrow m \in \left(\frac{1-\sqrt{7}}{3}; \frac{1+\sqrt{7}}{3} \right)$$

- +) Trường hợp 2 : (*) có nghiệm kép.

$$\Rightarrow \Delta' = 0 \Rightarrow (3m)^2 - 2 \cdot 3(m+1) = 0 \Rightarrow m = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{3}$$

- +) Trường hợp 3: (*) có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 0

$$(*) \text{ có nghiệm bằng } 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 0^2 + 6m \cdot 0 + 3m + 3 = 0 \Rightarrow m = -1 \quad (1)$$

$$(*) \text{ có hai nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Rightarrow (3m)^2 - 2 \cdot 3(m+1) > 0$$

$$\Rightarrow m \in \left(-\infty; \frac{1-\sqrt{7}}{3} \right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{7}}{3}; +\infty \right) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow m = -1$ không thỏa mãn.

$$\text{Đáp số : } m \in \left[\frac{1-\sqrt{7}}{3}; \frac{1+\sqrt{7}}{3} \right]$$

Ví dụ 6: Cho hàm số $y = -2x^3 + x + 1 - m(x^2 - 1)$

- Tìm m để hàm số có cực trị.
- Tìm m để hàm số có cực trị thỏa mãn $x_{CD} + x_{CT} = 3$.
- Viết phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị. Từ đó tìm m để $y_{CD} + y_{CT} = 14$.

Hướng dẫn giải

a. $m = ?$ để hàm số có cực trị ?

- Ta có : $y' = -6x^2 - 2mx + 1$
- Để hàm số có cực trị thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.
- $y' = 0 \Leftrightarrow -6x^2 - 2mx + 1 = 0$
- $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 + 6 > 0 \quad \forall m$
- Vậy hàm số luôn có cực trị với mọi giá trị của m .

b. $m = ?$ để $x_{CD} + x_{CT} = 3$.

- Áp dụng định lí Viet cho phương trình $y' = 0$ ta có :
- $x_{CD} + x_{CT} = -\frac{b}{a} = -\frac{m}{-6} = \frac{m}{6} = 3 \Rightarrow m = 18$
- Vậy với $m = 18$ thì hàm số có $x_{CD} + x_{CT} = 3$

c. Phương trình qua CD , CT ?

- Ta có : $y = y' \left(\frac{x}{3} + \frac{m}{18} \right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{m^2}{9} \right) x + \frac{17m}{18} + 1$
- $$\Rightarrow y_{CTri} = y'_{(x_{ctri})} \left(\frac{x_{ctri}}{3} + \frac{m}{18} \right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{m^2}{9} \right) x_{ctri} + \frac{17m}{18} + 1$$
- $$\Rightarrow y_{CTri} = \left(\frac{2}{3} + \frac{m^2}{9} \right) x_{ctri} + \frac{17m}{18} + 1$$
- Vậy phương trình đường thẳng qua cực trị là : $y = \left(\frac{2}{3} + \frac{m^2}{9} \right) x + \frac{17m}{18} + 1$
- Khi đó ta có : $y_{CD} = \left(\frac{2}{3} + \frac{m^2}{9} \right) x_{CD} + \frac{17m}{18} + 1$

$$y_{CT} = (\frac{2}{3} + \frac{m^2}{9}).x_{CT} + \frac{17m}{18} + 1$$

- Vì $y_{CD} + y_{CT} = 54$ nên ta có : $(\frac{2}{3} + \frac{m^2}{9})(x_{CD} + x_{CT}) + \frac{17m}{9} + 2 = 14$

• Thay $x_{\text{CD}} + x_{\text{CT}} = -\frac{b}{a} = -\frac{m}{3}$ vào ta được : $(\frac{2}{3} + \frac{m^2}{9})(-\frac{m}{3}) + \frac{17m}{9} + 2 = 14$

$$\Rightarrow m = -9$$

- Vậy để hàm số có $y_{CD} + y_{CT} = 14$ thì $m = -9$

C. Bài tập luyện tập

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 . Tích $x_1 x_2$ bằng

- A. 1. B. -5. C. -1. D. -4.

Câu 2: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$. Số điểm cực trị của hàm số là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$. Hàm số có:

- A. một cực đại và hai cực tiểu. B. một cực tiểu và hai cực đại.
- C. một cực đại và không có cực tiểu. D. một cực tiểu và một cực đại.

Câu 4: Cho hàm số $y = x^4 - 8x^3 + 1$. Số điểm cực trị của hàm số là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 5: Hàm số $y = \sqrt{8 - x^2}$ có mấy điểm cực tiểu:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 6: Hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2}$ có mấy điểm cực trị:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 3}$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ bằng

- A. -6. B. 3. C. 6. D. 7.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 15x + 3$. Chọn mệnh đề đúng:

- A. Hàm số không có cực trị.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ và đạt cực tiểu tại $x = 5$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 5$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$.

D. $y_{CD} + y_{CT} < \frac{122}{3}$.

Câu 9: Cho hàm số $y = x^4 + 8x^3 + 5$. Chọn mệnh đề sai:

- A. Hàm số có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ và đồng biến trên khoảng $(-6; +\infty)$.
C. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số : $(-6; -427)$. Đồ thị hàm số không có điểm cực đại.
D. $y_{CD} + y_{CT} = -422$.

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + 2$. Chọn mệnh đề đúng:

- A. Hàm số có ba điểm cực trị.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = -1$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
D. $y_{CD} + y_{CT} < 4$.

Câu 11: Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - x + 1}$. Chọn mệnh đề sai:

- A. Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
C. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
D. Hàm số không có cực trị.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{3x + 1}{1 - x}$. Chọn mệnh đề đúng:

- A. Hàm số tăng trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số giảm trên các khoảng $(-\infty, 1)$, $(1; +\infty)$.
- C. Hàm số giảm trên $\mathbb{R}$.
- D. Hàm số không có cực trị.

Câu 13: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+8}$ là:

- A. $\left(2; \frac{1}{4}\right)$. B. $\left(-2; -\frac{1}{4}\right)$. C. $\left(-4; \frac{1}{8}\right)$. D. $\left(-4; -\frac{1}{8}\right)$.

Câu 14: Hàm số $y = (x+2)^2(x-3)^3$ có mấy điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{(x-4)^2}{x^2-2x+5}$. Tính $y_{CD} + y_{CT}$

- A. $y_{CD} + y_{CT} = 3$. B. $y_{CD} + y_{CT} = \frac{13}{4}$. C. $y_{CD} + y_{CT} = 2$. D. $y_{CD} + y_{CT} = 1$.

Câu 16: Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = x^3 + mx^2 + 3mx + 5$ có cực đại và cực tiểu:

- A. $m \leq 0$ hay $m \geq 9$. B. $0 \leq m \leq 9$. C. $0 < m < 9$. D. $m < 0$ hay $m > 9$.

Câu 17: Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m+3)x^2 - (m+9)x - 5$ có cực đại và cực tiểu:

- A. $m \leq -5$ hay $m \geq 0$. B. $-5 \leq m \leq 0$. C. $-5 < m < 0$. D. $m < -5$ hay $m > 0$.

Câu 18: Định m để hàm số $y = \frac{1}{4}(m+1)x^4 + (2m-3)x^2 + \frac{1}{2}$ có ba cực trị:

- A. $m \leq -1$ hay $m \geq \frac{3}{2}$. B. $-1 < m < \frac{3}{2}$. C. $-1 \leq m \leq \frac{3}{2}$. D. $m < -1$ hay $m > \frac{3}{2}$.

Câu 19: Định m để hàm số $y = f(x) = x^3 - 3mx^2 + (m^2 - 1)x + 2$ đạt cực đại tại $x = 2$:

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = -11$. D. $m = 11$.

Câu 20: Định m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$:

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = -3$. D. $m = 3$.

Câu 21: Định m để hàm số $y = -x^3 - 3mx^2 - 3(1 - m^2)x + m^3 + m^2$ có hai cực trị

- A. $m \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ hay $m \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2} < m < \frac{\sqrt{2}}{2}$.
 B. C. $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $m < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ hay $m > \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22: Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 - 2x + 1$. Chọn mệnh đề đúng:

- A. Hàm số không có điểm cực trị với mọi giá trị của m .
 B. Hàm số có một điểm cực tiểu với mọi giá trị của m .
 C. Hàm số có một điểm cực đại với mọi giá trị của m .
 D. Hàm số luôn có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu với mọi giá trị của m .

Câu 23: Với giá trị nào của tham số m , hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1 và x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 3$:

- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = -\frac{3}{2}$. C. $m = 3$. D. $m = -3$.

Câu 24: Với giá trị nào của tham số m , hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị x_1 và x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$:

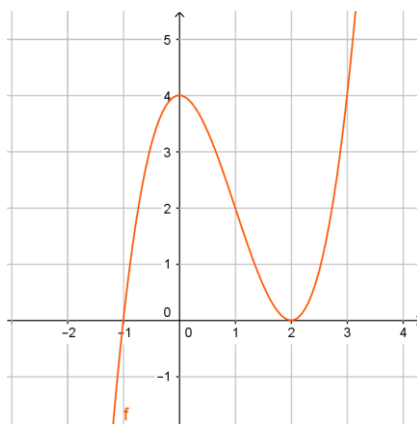
- A. $m = 0$. B. $m = \frac{\sqrt{13}}{3}$. C. $m = -\frac{\sqrt{13}}{3}$. D. $m = \frac{2}{3}$.

Câu 25: Với giá trị nào của m , hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3m(m+2)x + 1$ đạt cực đại và cực tiểu tại các điểm có hoành độ dương:

- A. $m < -2$ hay $m > 0$. B. $m > -1$. C. $m \geq -1$. D. $m > 0$.

D. Bài tập tự luyện

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và đạt cực đại tại $x = 0$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -2$.

- Câu 4.** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
 A. Hàm số có ba điểm cực trị. B. Hàm số chỉ có đúng 2 điểm cực trị.
 C. Hàm số không có cực trị. D. Hàm số chỉ có đúng một điểm cực trị.
- Câu 5.** Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A, B . Khi đó phương trình đường thẳng AB là:
 A. $y = x - 2$. B. $y = 2x - 1$.
 C. $y = -2x + 1$. D. $y = -x + 2$.
- Câu 6.** Gọi M, n lần lượt là giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$. Khi đó giá trị của biểu thức $M^2 - 2n$ bằng:
 A. 8. B. 7. C. 9. D. 6.
- Câu 7.** Cho hàm số $y = x^3 + 17x^2 - 24x + 8$. Kết luận nào sau đây là đúng?
 A. $x_{CD} = 1$. B. $x_{CD} = \frac{2}{3}$. C. $x_{CD} = -3$. D. $x_{CD} = -12$.
- Câu 8.** Cho hàm số $y = 3x^4 - 6x^2 + 1$. Kết luận nào sau đây là đúng?
 A. $y_{CD} = -2$. B. $y_{CD} = 1$. C. $y_{CD} = -1$. D. $y_{CD} = 2$.
- Câu 9.** Trong các hàm số sau, hàm số nào đạt cực đại tại $x = \frac{3}{2}$?
 A. $y = \frac{1}{2}x^4 - x^3 + x^2 - 3x$. B. $y = \sqrt{-x^2 + 3x - 2}$.
 C. $y = \sqrt{4x^2 - 12x - 8}$. D. $y = \frac{x - 1}{x + 2}$.
- Câu 10.** Trong các hàm số sau, hàm số nào chỉ có cực đại mà không có cực tiểu?
 A. $y = -10x^4 - 5x^2 + 7$. B. $y = -17x^3 + 2x^2 + x + 5$.
 C. $y = \frac{x - 2}{x + 1}$. D. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$.
- Câu 11.** Cho hàm số $y = \frac{3x^2 + 13x + 19}{x + 3}$. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là:
 A. $5x - 2y + 13 = 0$. B. $y = 3x + 13$.

C. $y = 6x + 13$.

D. $2x + 4y - 1 = 0$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x}$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

C. Hàm số đạt cực đại $x = 2$.

D. Hàm số không có cực trị.

Câu 13. Cho hàm số $y = x^7 - x^5$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Hàm số có đúng 1 điểm cực trị.

B. Hàm số có đúng 3 điểm cực trị.

C. Hàm số có đúng hai điểm cực trị.

D. Hàm số có đúng 4 điểm cực trị.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-2)^2(x-3)^3(x+5)^4$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 15. Cho hàm số $y = (x^2 - 2x)^{\frac{1}{3}}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

C. Hàm số không có điểm cực trị.

D. Hàm số có đúng 2 điểm cực trị.

Câu 16. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 6x$. Hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 . Khi đó giá trị của biểu thức $S = x_1^2 + x_2^2$ bằng:

A. -10.

B. -8.

C. 10.

D. 8.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu đạo hàm đổi dấu khi x chạy qua x_0 thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0 .

B. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0 .

C. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì đạo hàm đổi dấu khi x chạy qua x_0 .

D. Nếu $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ thì hàm số không đạt cực trị tại x_0 .

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

B. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì hàm số không có đạo hàm tại x_0 hoặc $f'(x_0) = 0$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì nó không có đạo hàm tại x_0 .

D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f''(x_0) > 0$ hoặc $f''(x_0) < 0$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[a, b]$ và x_0 thuộc đoạn $[a, b]$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f''(x_0) < 0$ hoặc $f''(x_0) > 0$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì nó không có đạo hàm tại x_0 .

D. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì hàm số không có đạo hàm tại x_0 hoặc $f'(x_0) = 0$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực đại là M , giá trị cực tiểu là m thì $M > m$.

B. Nếu hàm số $y = f(x)$ không có cực trị thì phương trình $f'(x_0) = 0$ vô nghiệm.

C. Hàm số $y = f(x)$ có đúng hai điểm cực trị thì hàm số đó là hàm bậc ba.

D. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a \neq 0$ luôn có cực trị.

Câu 21. Hàm số bậc ba có thể có bao nhiêu điểm cực trị?

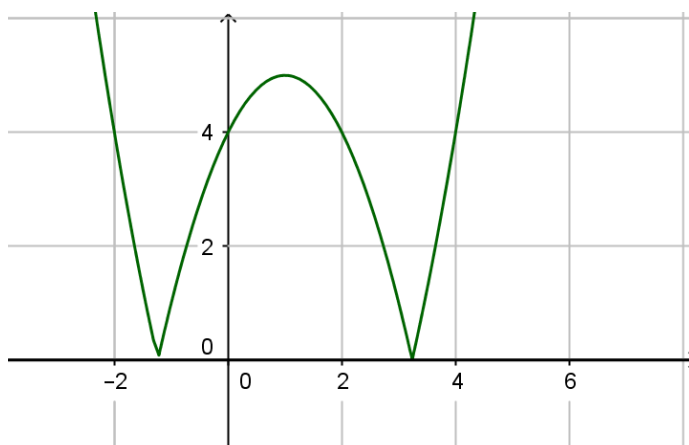
A. 0 hoặc 1 hoặc 2.

B. 1 hoặc 2.

C. 0 hoặc 2.

D. 0 hoặc 1.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x) = |x^2 - 2x - 4|$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $y = f(x)$ có mấy cực trị?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

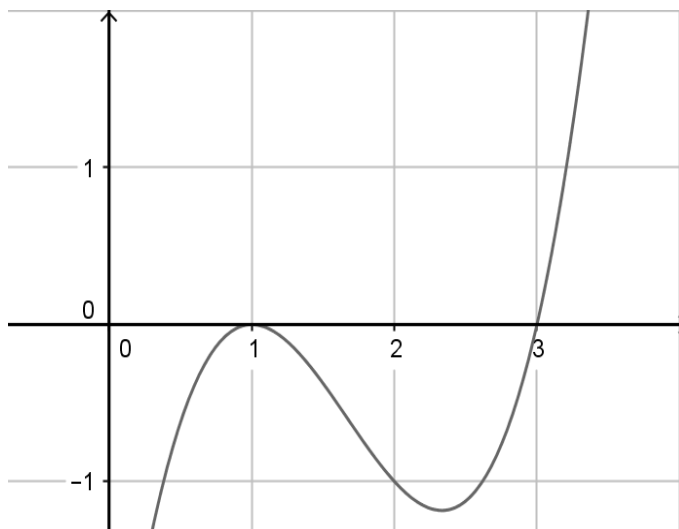
Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm có một điểm cực trị.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



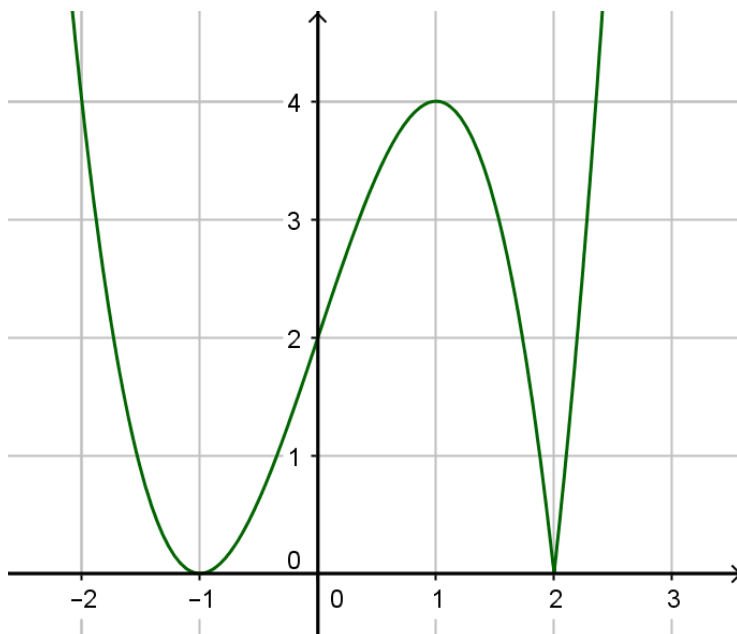
Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực tiểu.

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$.

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 25. Cho hàm số $y = |x^3 - 3x - 2|$ có đồ thị như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ chỉ có điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bốn điểm cực trị.

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

Câu 26. Hàm số nào sau đây có đúng hai điểm cực trị?

A. $y = x + \frac{1}{x+1}$.

B. $y = x^3 + 3x^2 + 7x - 2$.

C. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

D. $y = x - \frac{2}{x+1}$.

Câu 27. Hàm số nào sau đây không có cực trị?

A. $y = 2x + \frac{2}{x+1}$.

B. $y = x^3 + 3x^2$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

D. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Câu 28. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào là khẳng định sai?

- A. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ luôn có cực trị.
- B. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ luôn có ít nhất một điểm cực trị.
- C. Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (ad-bc \neq 0)$ luôn không có cực trị.
- D. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có nhiều nhất hai điểm cực trị.

Câu 29. Điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x + 4$ là:

- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = -3$. D. $x = 3$.

Câu 30. Hàm số nào sau đây đạt cực đại tại $x = 1$?

- A. $y = x^5 - 5x^2 + 5x - 13$. B. $y = x^4 - 4x + 3$.
- C. $y = x + \frac{1}{x}$. D. $y = 2\sqrt{x} - x$.

Câu 31. Hàm số nào sau đây có cực trị?

- A. $y = x^3 + 1$. B. $y = x^4 + 3x^2 + 2$. C. $y = 3x + 4$. D. $y = \frac{2x-1}{3x+2}$.

Câu 32. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 5$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + (2m-3)x - 3$ đạt cực đại tại $x = 1$.

- A. $m = 3$. B. $m > 3$. C. $m \leq 3$. D. $m < 3$.

Câu 34. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{4x+7}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 35. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$ có tọa độ điểm cực tiểu là:

- A. (3;1). B. (-1;-1). C. $\left(\frac{1}{3}; \frac{85}{27}\right)$. D. (1;3).

Câu 36. Hàm số $y = x^4 + 2(m-2)x^2 + m^2 - 2m + 3$ có đúng 1 điểm cực trị thì giá trị của m là:

- A. $m \geq 2$. B. $m < 2$. C. $m > 2$. D. $m = 2$.

Câu 37. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 5x - 17$. Gọi hoành độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là x_1, x_2 . Khi đó, tích số $x_1 x_2$ có giá trị là:

- A. 5. B. -5. C. -4. D. 4.

Câu 38. Cho hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 + 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. Hàm số không có cực trị.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 39. Hàm số $y = a \sin 2x + b \cos 3x - 2x$ ($0 < x < 2\pi$) đạt cực trị tại $x = \frac{\pi}{2}; x = \pi$. Khi đó, giá trị của biểu thức $P = a + 3b - 3ab$ là:

- A. 3. B. -1. C. 1. D. -3.

Câu 40. Hàm số $y = -4x^3 - 6x^2 - 3x + 2$ có mấy điểm cực trị?

- C. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 41. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi?

- A. $m > 0$. B. $m \neq 0$. C. $m = 0$. D. $m < 0$.

Câu 42. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ có tọa độ điểm cực đại là:

- A. (3; 0). B. (1; 3). C. (1; 4). D. (3; 1).

Câu 43. Cho hàm số $y = (m-1)x^3 - 3x^2 - (m+1)x + 3m^2 - m + 2$. Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì:

- A. $m = 1$. B. $m \neq 1$. C. $m > 1$. D. m tùy ý.

Câu 44. Khẳng định nào là đúng trong các khẳng định sau:

- A. Hàm số trùng phương có thể có 2 điểm cực trị.
B. Hàm số bậc 3 có thể có 3 cực trị.
C. Hàm số trùng phương luôn có cực trị.
D. Hàm phân thức không thể có cực trị.

Câu 45. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5$ là:

- A. 5. B. 4. C. 0. D. 1.

Câu 46. Hàm số $y = -3\sqrt[3]{x^2} + 2$ có bao nhiêu cực đại?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 47. Cho hàm số $y = -3x^4 + 4x^2 - 2017$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có 1 điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.
B. Hàm số không có cực trị.
C. Hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

D. Hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Câu 48. Hàm số nào sau đây không có cực trị?

- A. $y = x^3 + 3x^2$. B. $y = x^3 - x$. C. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. D. $y = x^3$.

Câu 49. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 4x - 7$. Gọi hoành độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là x_1, x_2 . Khi đó, giá trị của tổng $x_1 + x_2$ là:

- A. -6. B. -4. C. 6. D. 4.

Câu 50. Hiệu số giữa giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ là:

- D. -4. B. -2. C. 2. A. 4.

Câu 51. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Nếu đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là gốc tọa độ và điểm $A(-1; -1)$ thì hàm số có phương trình là:

- A. $y = 2x^3 - 3x^2$. B. $y = -2x^3 - 3x^2$.
C. $y = x^3 + 3x^2 + 3x$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 52. Hàm số nào dưới đây có cực trị?

- A. $y = x^4 + 1$. B. $y = x^3 + x^2 + 2x - 1$.
C. $y = 2x - 1$. D. $y = \frac{x+1}{2x-1}$.

Câu 53. Điều kiện để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có 3 điểm cực trị là:

- A. $ab < 0$. B. $ab > 0$. C. $b = 0$. D. $c = 0$.

Câu 54. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + (4m-1)x - 3$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi $m < \frac{1}{2}$.
B. Với mọi m , hàm số luôn có cực trị.
C. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi $m \neq \frac{1}{2}$.
D. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi $m > 1$.

Câu 55. Hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 3$ có giá trị cực đại là:

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 7.

Câu 56. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có đúng 2 cực trị?

- A. $y = x^4 + 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 5x^2 + 7$.

C. $y = \frac{2x^2 - 1}{3x}$.

D. $y = 2017x^6 + 2016x^4$.

Câu 57. Điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \sqrt{1 + 4x - x^4}$ có tọa độ là:

A. (1;2).

B. (0;1).

C. (2;3).

D. (3;4).

Câu 58. Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + ax + b$ có điểm cực trị là $A(1;3)$. Khi đó giá trị của $4a - b$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 59. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$. Gọi a, b lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đó. Giá trị của $2a^2 + b$ là:

A. -8.

B. -2.

C. 2.

D. 4.

Câu 60. Cho hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 3$ đạt cực trị tại x_1, x_2, x_3 . Khi đó, giá trị của tích $x_1 x_2 x_3$ là:

A. 0.

B. 5.

C. 1.

D. 3.

Câu 61. Hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ đạt cực đại tại x bằng :

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. -1.

Câu 62. Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 5$

A. -4.

B. -5.

C. -2.

D. -6.

Câu 63. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x - 1$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A.1.

B. 0.

C.2.

D. 3.

Câu 64. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Khẳng định nào sau đây đúng :

A. Hàm số có cực đại, cực tiểu .

B. Hàm số không có cực trị.

C. Hàm số có cực đại , không có cực tiểu.

D. Hàm số có cực tiểu không có cực đại.

Câu 65. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	x_0	x_1	x_2	$+\infty$			
y'	-		+	0	-	+		-
y								

Khi đó hàm số đã cho có :

A. Một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

B. Một điểm cực đại , hai điểm cực tiểu.

C. 1 điểm cực đại, không có điểm cực tiểu.

D. 2 điểm cực đại , 1 điểm cực tiểu.

Câu 66. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = mx^4 - (m+1)x^2 + 2m - 1$ có 3 điểm cực trị ?

- A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$. B. $m < -1$. C. $-1 < m < 0$. D. $m > -1$.

Câu 67. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m+3)x - 1$ không có cực trị?

- A. $m \geq -\frac{8}{3}$. B. $m > -\frac{5}{3}$. C. $m \geq -\frac{5}{3}$. D. $m \leq -\frac{8}{3}$.

Câu 68. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+1)x - 1$ đạt cực đại tại $x = -2$?

- A. Không tồn tại m . B. -1 . C. 2 . D. 3 .

Câu 69. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên .

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘		↗		↘	
			$-\frac{1}{3}$		1		$-\infty$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.
C. Hàm số có giá trị cực tiểu là $-\frac{1}{3}$. D. Hàm số không có cực trị.

Câu 70. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 + 2x^2 + mx + 1$ có 2 điểm cực trị thỏa mãn $x_{CD} < x_{CT}$.

- A. $m < 2$. B. $-2 < m < 0$. C. $-2 < m < 2$. D. $0 < m < 2$.

Câu 71. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m+6)x + m$ có cực đại và cực tiểu.

- A. $-2 < m < 3$. B. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 3 \end{cases}$. D. $-2 \leq m \leq 3$.

Câu 72. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx - 6$ có 2 cực trị ?

- A. $m \in (-3; 1) \setminus \{-2\}$. B. $m \in (-3; 1)$.
C. $m \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. D. $m \in [-3; 1]$.

Câu 73. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+3)x^2 + 4(m+3)x + m^3 - m$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $-1 < x_1 < x_2$.

- A. $-\frac{7}{2} < m < -2$. B. $-3 < m < 1$. C. $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$. D. $-\frac{7}{2} < m < -3$.

Câu 74. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m^2 - m + 2)x^2 + (3m^2 + 1)x$ đạt cực tiểu tại $x = -2$.

- A. $\begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$. B. $m = 3$. C. $m = 1$. D. $\begin{cases} m = -3 \\ m = -1 \end{cases}$.

Câu 75. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số: $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \frac{1}{6}$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$.

- A. $1 - \frac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ m = 2 \end{cases}$.
C. $m \in \left(1 - \frac{\sqrt{6}}{2}; 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}\right) \setminus \{0\}$. D. $m = 2$.

Câu 76. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + m$ chỉ có đúng một cực trị.

- A. $0 < m \leq 1$. B. $\begin{cases} m < 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$. D. $0 \leq m \leq 1$.

Câu 77. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 4m + 3)x^2 + 2m - 1$ có ba điểm cực trị.

A. $m \in (-\infty; 0)$.

B. $m \in (0; 1) \cup (3; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; 3)$.

D. $m \in (1; 3)$.

Câu 78. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân.

A. $m = -1$.

B. $m \neq 0$.

C. $m = 1$.

D. $m = \pm 1$.

Câu 79. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân.

A. Không tồn tại m .

B. $m = 0$.

C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases}$.

D. $m = -1$.

Câu 80. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác đều.

A. Không tồn tại m .

B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = \sqrt[3]{3} \end{cases}$.

C. $m = \sqrt[3]{3}$.

D. $m = \pm\sqrt{3}$.

Câu 81. Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ là:

A. $4\sqrt{5}$.

B. 2.

C. $2\sqrt{5}$.

D. 4.

Câu 82. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$ có đồ thị là (C). Diện tích tam giác có các đỉnh là các điểm cực trị của đồ thị (C) là:

A. $m = 8$.

B. $m = 16$.

C. $m = 32$.

D. $m = 4$.

Câu 83. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - 3$ có cực trị.

A. $m \neq 1$.

B. $\forall m$.

C. $m \leq 1$.

D. $m \geq 1$.

Câu 84. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 10$ có 3 điểm cực trị.

A. $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -3 \end{cases}$.

B. $m < -3$.

C. $0 < m \leq 3$.

D. $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m \leq -3 \end{cases}$.

Câu 85. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $m < -1$.

B. $-1 \leq m \leq 0$.

C. $m > 1$.

D. $-1 \leq m < 0$.

- Câu 86.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 2$ có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số có hoành độ dương.
 A. $0 \leq m \leq 1$. B. $m \geq 1$. C. $m \geq 0$. D. $m > 1$.
- Câu 87.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3mx + 1$ có 2 điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O (với O là gốc tọa độ).
 A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m = 1$. D. $m = \frac{1}{2}$.
- Câu 88.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 12mx - 3m + 4$ (C) có hai điểm cực trị là A và B sao cho hai điểm này cùng với điểm $C\left(-1; -\frac{9}{2}\right)$ lập thành tam giác nhận gốc tọa độ O làm trọng tâm.
 A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m = -\frac{1}{2}$.
- Câu 89.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$.
 A. $m = 0$. B. $m = -\frac{2}{3}$. C. $m = \frac{2}{3}$. D. $m = -\frac{1}{2}$.
- Câu 90.** Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để: $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$
 A. $m = \pm\sqrt{2}$. B. $m = \pm 2$. C. $m = 0$. D. $m = \pm 1$.
- Câu 91.** Cho hàm số $y = (m-1)x^4 - 3mx^2 + 5$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số có cực đại mà không có cực tiểu
 A. $m \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$. B. $m \in [0; 1]$.
 C. $m \in (0; 1)$. D. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.
- Câu 92.** Cho hàm số $y = x^4 - 2(1-m^2)x^2 + m + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành tam giác có diện tích lớn nhất.
 A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.

- Câu 93.** Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3(m-3)x^2 + 11 - 3m$ có hai điểm cực trị. Đồng thời hai điểm cực trị đó và điểm $C(0; -1)$ thẳng hàng.
- A. $m = 4$. B. $m = 1$. C. $m = -3$. D. $m = 2$.
- Câu 94.** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đường thẳng qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn tâm $I(1; 1)$ bán kính bằng 1 tại 2 điểm A, B mà diện tích tam giác IAB lớn nhất.
- A. $m = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $m = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.
C. $m = 1 \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $m = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$.
- Câu 95.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx$ có hai điểm cực trị A, B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng: $y = x + 2$.
- A. $\begin{cases} m = -3 \\ m = 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -3 \end{cases}$.
- Câu 96.** Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 3(m+2)x - m - 6$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số có 2 cực trị cùng dấu.
- A. $\frac{-23}{4} < m < 2$. B. $\frac{-15}{4} < m < 2$. C. $\frac{-21}{4} < m < 2$. D. $\frac{-17}{4} < m < 2$.
- Câu 97.** Cho hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + m$. Giả sử đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là A, B đồng thời A, B cùng với gốc tọa độ O không thẳng hàng. Khi đó chu vi ΔOAB nhỏ nhất bằng bao nhiêu?
- A. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$. B. $\sqrt{10} + \sqrt{2}$. C. $\sqrt{20} - \sqrt{10}$. D. $\sqrt{3} + \sqrt{2}$.
- Câu 98.** Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành 1 tam giác nhận gốc tọa độ O làm trực tâm.
- A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.
- Câu 99.** Tính theo m khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu (nếu có) của đồ thị hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$.
- A. $\frac{2}{3}\sqrt{(m^2+1)(4m^4+5m^2+9)}$. B. $\frac{4}{9}\sqrt{(2m^2+1)(4m^4+8m^2+13)}$.
C. $\frac{2}{3}\sqrt{(m^2+1)(4m^4+8m^2+13)}$. D. $\sqrt{(4m^2+4)(4m^4+8m^2+10)}$.

Câu 100. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6m(1-2m)x$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trên đường thẳng có phương trình: $y = -4x \ (d)$.

- A. $m \in \{1\}$. B. $m \in \{0; 1\}$. C. $m \in \left\{0; \frac{1}{2}; 1\right\}$. D. $m \in \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	A	B	A	C	B	D	B	B	A	C	D	C	A	C	D	C	B	D	D

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	C	C	B	D	A	D	A	A	D	B	C	B	D	B	A	A	B	C	C

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
C	B	B	C	B	C	D	D	D	D	B	A	A	C	D	B	A	A	C	A

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
D	A	B	A	A	A	C	A	C	D	B	A	D	B	B	C	C	D	B	C

81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
C	A	A	A	B	D	D	D	C	B	B	C	A	B	C	D	B	D	C	A