

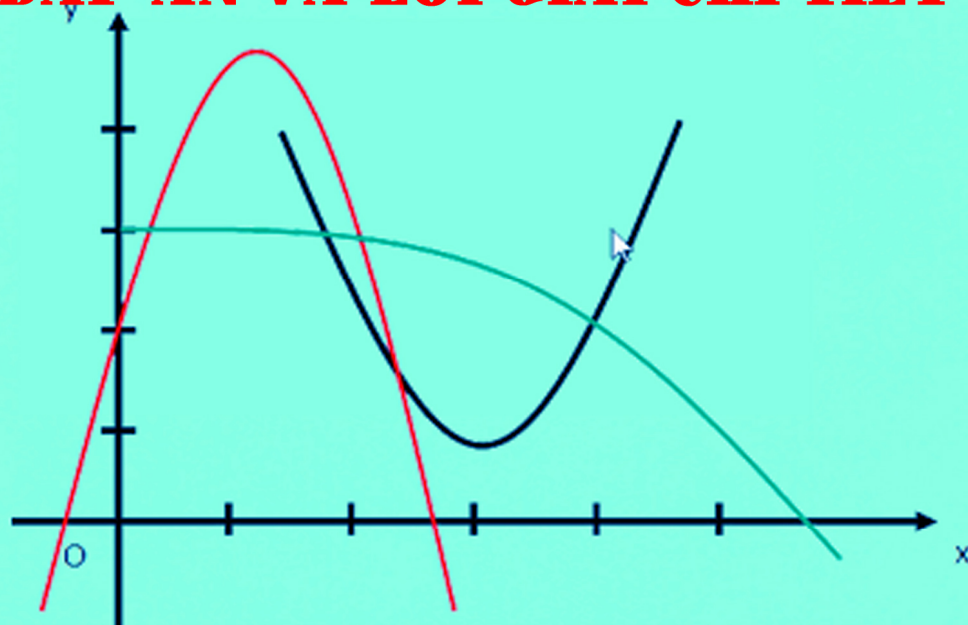
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

NEW!

CHUYÊN ĐỀ

HÀM SỐ

CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT



ÔN THI THPT QUỐC GIA NĂM HỌC 2017 - 2018

TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ**A – KIẾN THỨC CHUNG****1. Định nghĩa:**

+) Đường thẳng $x = a$ là TCD của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu có một trong các điều kiện sau:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} y = +\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow a^+} y = -\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow a^-} y = +\infty \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow a^-} y = -\infty$$

+) Đường thẳng $y = b$ là TCN của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu có một trong các điều kiện sau:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = b \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = b$$

2. Dấu hiệu:

+) Hàm phân thức mà nghiệm của mẫu không là nghiệm của tử có tiệm cận đứng.

+) Hàm phân thức mà bậc của tử $\leq$ bậc của mẫu có TCN.

+) Hàm căn thức dạng: $y = \sqrt{x} - \sqrt{x}$, $y = \sqrt{x} - bt$, $y = bt - \sqrt{x}$ có TCN. (Dùng liên hợp)

+) Hàm $y = a^x$, ($0 < a \neq 1$) có TCN $y = 0$

+) Hàm số $y = \log_a x$, ($0 < a \neq 1$) có TCD $x = 0$

3. Cách tìm:

+) TCD: Tìm nghiệm của mẫu không là nghiệm của tử.

+) TCN: Tính 2 giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$

4. Chú ý:

+) Nếu $x \rightarrow +\infty \Rightarrow x > 0 \Rightarrow \sqrt{x^2} = |x| = x$

+) Nếu $x \rightarrow -\infty \Rightarrow x < 0 \Rightarrow \sqrt{x^2} = |x| = -x$

B – BÀI TẬP**DẠNG 1: BÀI TOÁN KHÔNG CHỨA THAM SỐ**

Câu 1: Trong các hàm số sau, đồ thị hàm số nào có đường tiệm cận ngang:

A. $y = x^3 + 25x^2 + 8$ **B.** $y = x^4 - 8x^2 + 99$ **C.** $y = \frac{-3x-1}{x^2-2}$ **D.** $y = \frac{2x^2-1}{x-2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

Đồ thị hàm số ở câu A và B không có tiệm cận, đồ thị hàm số ở câu D có tiệm cận xiên

Xét ý C: Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-3x-1}{x^2-2} = 0$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang.

Câu 2: Đường thẳng $y = -8$ là tiệm cận ngang của đồ thị của hàm số nào ?

A. $y = \frac{2x+7}{x^2-9}$ **B.** $y = \frac{16x-25}{3-2x}$ **C.** $y = \frac{2x^2-1}{16x-2}$ **D.** $y = \frac{8x-25}{1-3x}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{a}{c}$ ($c \neq 0; ad \neq bc$) nên đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0; ad \neq bc$) nhận đường

thẳng $y = \frac{a}{c}$ là tiệm cận ngang. Do vậy đường thẳng $y = -8$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm

$$\text{số } y = \frac{16x-25}{-2x+3}.$$

Câu 3: Phương trình các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là:

A. $y = 1, x = 2$

B. $y = 2, x = 1$

C. $y = \frac{1}{2}, x = 1$

D. $y = 1, x = \frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+3}{x-1} = 2$ Do đó là tiệm cận ngang là $y = 2$

Lại có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+3}{x-1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+3}{x-1} = -\infty$ nên tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-2x+6}}{x-1}$ và $y = \frac{x^2-4x+3}{x^2-9}$. Tổng số đường tiệm cận của hai đồ thị là

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Xét $y = \sqrt{\frac{x^2-2x+6}{x-1}}$ có 1 tiệm cận đứng là $x = 1$

Mặt khác

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y \frac{\sqrt{x^2-2x+6}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} y \frac{|x| \sqrt{1 - \frac{2x}{x^2} + \frac{6}{x^2}}}{x \left(1 - \frac{1}{x}\right)} = 1; \lim_{x \rightarrow -\infty} y \frac{\sqrt{x^2-2x+6}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} y \frac{|x| \sqrt{1 - \frac{2x}{x^2} + \frac{6}{x^2}}}{x \left(1 - \frac{1}{x}\right)} = -1$$

Nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là $y = \pm 1$

Xét $y = \frac{x^2-4x+3}{x^2-9} = \frac{(x-1)(x-3)}{(x+3)(x-3)}$ ta có đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 1$ và chỉ có một

tiệm cận đứng là $x = -3$. Do vậy tổng số tiệm cận là 5. Chú ý: Do $\lim_{x \rightarrow 3} y = \frac{x-1}{x-3} = \frac{2}{5}$ nên $x = 3$ không là tiệm cận đứng.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{3}{x+1}$ có đồ thị là (C). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. (C) có tiệm cận ngang là $y = 3$

B. (C) có tiệm cận ngang là $y = 0$

C. (C) có tiệm cận đứng là $x = 1$

D. (C) chỉ có một tiệm cận

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = -1$, tiệm cận ngang là $y = 0$ nên B đúng

Câu 6: Đồ thị hàm số $y = \frac{3-2x}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang là:

A. $x = -1; y = -2$

B. $x = 1; y = 2$

C. $x = 1; y = -2$

D. $x = 2; y = 1$

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án C**

$$\text{Ta có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2 \end{cases} \Rightarrow \text{hàm số có TCN là đường thẳng } y = -2$$

$$\text{Lại có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \end{cases} \Rightarrow \text{Hàm số có TCD là đường thẳng } x = 1$$

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{1-2x}$ có đường tiệm cận đứng là

A. $x = -\frac{1}{2}$.

B. $x = 2$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $y = -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án C****Câu 8:** Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-2x}{x+1}$.

A. $x = -2$

B. $y = -2$

C. $y = -1$

D. $x = -1$

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án B**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-2x}{x+1} = -2 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-2x}{x+1} = -2 \end{cases} \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang } y = -2.$$

Câu 9: Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ lần lượt là

A. $x = 2; y = 1$

B. $y = 2; x = 1$

C. $x = 2; y = -1$

D. $x = -2; y = 1$

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A**Tiệm cận đứng: $x = 2$, tiệm cận ngang $y = 1$.**Câu 10:** Cho hàm số $y = \frac{x^3 + 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = 3$.D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 1$ và $x = 3$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án D**

TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$

+) $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 3^+} y = -\infty$ Vậy $x = 1, x = 3$ là 2 đường TCD.+) **Chú ý:** chỉ cần tính 1 giới hạn bên trái hoặc bên phải**Câu 11:** Trong các hàm số sau, hàm số nào có đúng một đường tiệm cận (gồm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang).

A. $y = \sqrt{x^2 + 1} - x$.

B. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

C. $y = x^4 + x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 2x + 1$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A**

Ta có: Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$ và:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+1} + x} \right) = 0; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+1} - x) = 0$$

Vậy đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-2; -1)$ và có $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -\infty$.

Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định **đúng**?

A. Đồ thị hàm số $f(x)$ có đúng hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -1$

B. Đồ thị hàm số $f(x)$ có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$

C. Đồ thị hàm số $f(x)$ có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$

D. Đồ thị hàm số $f(x)$ có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = -2$ và $x = -1$

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án B**

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số $f(x)$ có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$

Câu 13: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $y = \frac{\sqrt{4x^2-1} + 3x^2 + 2}{x^2 - x}$ là:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A**

$$\text{Tập xác định: } D = \left(-\infty; -\frac{1}{2} \right] \cup \left[\frac{1}{2}; 1 \right) \cup (1; +\infty)$$

Tiệm cận đứng:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{4x^2-1} + 3x^2 + 2}{x(x-1)} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{4x^2-1} + 3x^2 + 2}{x(x-1)} = -\infty$$

Suy ra $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Tiệm cận ngang:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2-1} + 3x^2 + 2}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{4}{x^2} - \frac{1}{x^4}} + 3 + \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{1}{x}} = 3 \Rightarrow y = 3 \text{ là tiệm cận ngang}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2-1} + 3x^2 + 2}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{\frac{4}{x^2} - \frac{1}{x^4}} + 3 + \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{1}{x}} = 3 \Rightarrow y = 3 \text{ là tiệm cận ngang}$$

Vậy đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

Câu 14: Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$. Chọn khẳng định **đúng**?

A. Tiệm cận đứng $x = 2$.

B. Tiệm cận ngang $y = 2$.

C. Hàm số có hai cực trị.

D. Hàm số có một cực trị.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án B**

Với hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{a}{c}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{a}{c}$ suy ra tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$

Tiệm cận ngang $y = 2$

Câu 15: Xét các mệnh đề sau:

1. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2x-3}$ có một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.
2. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{x}$ có hai đường tiệm cận ngang và một đường tiệm cận đứng.
3. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2-1}$ có một đường tiệm cận ngang và hai đường tiệm cận đứng.

Số mệnh đề ĐÚNG là

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

$y = \frac{1}{2x-3}$ có một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{x} = 2$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{x}$ có hai đường tiệm cận ngang và một đường tiệm cận đứng.

$y = \frac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2-1}$ có tập xác định $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{1\}$ nên có tối đa một đường tiệm cận đứng.

Câu 16: Cho các hàm số $y = 3^x$; $y = \log_3 x$; $y = \frac{1}{3x}$; $y = x^3$. Chọn phát biểu sai

A. Có hai đồ thị có tiệm cận đứng.

B. Có hai đồ thị có tiệm cận ngang.

C. Có đúng hai đồ thị có tiệm cận.

D. Có hai đồ thị có chung một đường tiệm cận.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Dựa vào đáp án ta thấy

Đồ thị hai hàm số $y = \log_3 x$; $y = \frac{1}{3x}$ cùng có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 0$

Đồ thị hai hàm số $y = 3^x$; $y = \frac{1}{3x}$ cùng có tiệm cận ngang là: $y = 0$

Có 3 đồ thị hàm số có tiệm cận nên C sai.

Câu 17: Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

TXĐ: $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm 1$ đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \left(-\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = +\infty \text{ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng } x = 1$$

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

Câu 18: Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$?

- A. $x = -\frac{1}{2}$. B. $y = -1$. C. $y = 2$. D. $x = 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

☑ Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 19: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}-2x}{x+1}$ là:

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}-2x}{x+1} = -1$ nên đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang khi $x \rightarrow +\infty$.

+) $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}-2x}{x+1} = -3$ nên đường thẳng $y = -3$ là tiệm cận ngang khi $x \rightarrow -\infty$.

+) Mà đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 20: Tìm tất cả các đường tiệm cận ngang và đứng của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{3x+2}{|x|+1}$

A. Đồ thị hàm số $f(x)$ có tất cả hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = -3$, $y = 3$ và không có tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số $f(x)$ không có tiệm cận ngang và có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$

C. Đồ thị hàm số $f(x)$ không có tiệm cận ngang và có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = -1$, $x = 1$.

D. Đồ thị hàm số $f(x)$ có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 3$ và không có tiệm cận đứng.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{|x|+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3+\frac{2}{x}}{1+\frac{1}{x}} = 3 \Rightarrow y = 3$ là TCN.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+2}{|x|+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3+\frac{2}{x}}{1+\frac{1}{x}} = -3 \Rightarrow y = -3$ là TCN.

Không tồn tại giá trị x_0 để $\lim_{x \rightarrow x_0} y = 0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có TCĐ.

Câu 21: Đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{2x+3}{|x|+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. không có B. 1 C. 4 D. 2

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2x+3}{|x|+1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2 + \frac{3}{x}}{1 + \frac{1}{x}} \right) = 3 \Rightarrow y = 3 \text{ là TCN}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{2x+3}{|x|+1} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{2 + \frac{3}{x}}{-1 + \frac{1}{x}} \right) = -1 \Rightarrow y = -1 \text{ là TCN}$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Cách 2 : Dùng **CALC** của **CASIO**

Câu 22: Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{2}{x+1}$. B. $y = \frac{1+x}{1-2x}$. C. $y = \frac{2x-2}{x+2}$. D. $y = \frac{-2x+3}{x-2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} = 2$

Câu 23: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}-x}$ là

A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

$$y = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}-x}$$

$$\sqrt{x^2+1} > |x| > x \rightarrow \sqrt{x^2+1}-x > 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}-1} = -1. \text{ Tiệm cận ngang : } y = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x(\sqrt{x^2+1}+x)}{x^2+1-x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x(\sqrt{x^2+1}+x) = +\infty.$$

Câu 24: Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ là

A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

$$\text{TXĐ: } D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty).$$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm 1$ đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \left(-\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \right) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = +\infty \text{ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng } x = 1$$

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

Câu 25: Cho hàm số $y = \frac{6-2x}{3-x}$. Khi đó tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là

- A. Không có. B. $x = -3; y = -2$. C. $x = 3; y = 2$. D. $x = 2; y = 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Dựa vào định nghĩa tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Câu 26: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+x+2}}$

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Ta phải tính các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+x+2}} = -2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+x+2}} = 2$

Hàm số có 2 tiệm cận ngang $y=2$ và $y = -2$

Câu 27: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$?

- A. $y = 2$. B. $y = -2$. C. $x = -2$. D. $x = 2$.

đứng là $x = 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

Ta có : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} = -2$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = -2$.

Câu 28: Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+1}$

- A. $x = -1$ B. $x = 1$ C. $y = 3$ D. $y = 2$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+2}{x+1} = 3$ suy ra $y = 3$ là tiệm cận ngang

Câu 29: Đồ thị hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận?

- A. $y = \frac{x+1}{x+3}$. B. $y = x^4 - 5x^2 + 1$.
C. $y = -x^3 + 2x - 3$. D. $y = -x^4 + x^2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

Câu 30: Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{-x+2}$ có phương trình lần lượt là

- A. $x = -2; y = 2$. B. $x = 2; y = -2$. C. $x = 2; y = 2$. D. $x = -2; y = -2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty \end{cases}$ nên đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$ nên đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 31: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

+ Ta có: $\sqrt{x^2+1}$ vô nghiệm suy ra hàm số không có tiệm cận đứng.

$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = -1 \Rightarrow y = -1 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị}$$

hàm số. Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là $y = -1$ và $y = 1$.

Câu 32: Cho hàm số $y = \frac{x + \sqrt{4x^2 - 3}}{2x + 3}$ có đồ thị là (C) . Gọi m là số tiệm cận của (C) và n là giá trị của hàm số tại $x = 1$ thì tích mn là:

A. $\frac{14}{5}$.B. $\frac{2}{15}$.C. $\frac{3}{5}$.D. $\frac{6}{5}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^+} \frac{x + \sqrt{4x^2 - 3}}{2x + 3} = +\infty, \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^-} \frac{x + \sqrt{4x^2 - 3}}{2x + 3} = -\infty \text{ nên } x = -\frac{3}{2} \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị}$$

hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{4x^2 - 3}}{2x + 3} = \frac{3}{2} \text{ nên } y = \frac{3}{2} \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{4x^2 - 3}}{2x + 3} = -\frac{1}{2} \text{ nên } y = -\frac{1}{2} \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

Đồ thị không có tiệm cận xiên.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận hay $m = 3$, $n = \frac{2}{5}$.

$$\text{Do đó } mn = \frac{6}{5}.$$

Câu 33: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 - 4}$. Khi đó:

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$; tiệm cận ngang $y = -2$ và $y = 2$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -2$ và $x = 2$; tiệm cận ngang $y = 1$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -2$ và $x = 2$; tiệm cận ngang $y = -1$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ và $x = 1$; tiệm cận ngang $y = 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}{1 - \frac{4}{x^2}} = 1$$

$$\text{và } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}{1 - \frac{4}{x^2}} = 1.$$

Do đó đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 - 4} = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -2^+} y = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 - 4} = -\infty.$$

Do đó đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -2$ và $x = 2$.

Câu 34: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2-x}$ có phương trình là

A. $y = \frac{1}{2}$

B. $y = 1$

C. $y = -1$

D. $y = 2$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2}{2-x} = -1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -1$

Câu 35: Đồ thị hàm số $f(x) = \frac{3x^2 - 1 - \sqrt{x^4 + x + 2}}{x^2 - 3x + 2}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là

A. Tiệm cận đứng $x = 2$, $x = 1$; tiệm cận ngang $y = 2$.

B. Tiệm cận đứng $x = 2$; tiệm cận ngang $y = 2$.

C. Tiệm cận đứng $x = 2$, $x = 1$; tiệm cận ngang $y = 2$, $y = 3$.

D. Tiệm cận đứng $x = 2$; tiệm cận ngang $y = 2$, $y = 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 1 - \sqrt{x^4 + x + 2}}{x^2 - 3x + 2} = 2 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 2$.

$$\text{Mặt khác } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 1 - \sqrt{x^4 + x + 2}}{x^2 - 3x + 2} = \frac{(3x^2 - 1 - \sqrt{x^4 + x + 2})(3x^2 - 1 + \sqrt{x^4 + x + 2})}{(x^2 - 3x + 2)(3x^2 - 1 - \sqrt{x^4 + x + 2})}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{8x^4 - 7x - 1}{(x^2 - 3x + 2)(3x^2 - 1 - \sqrt{x^4 + x + 2})} = \frac{(x-1)(8x^3 + 8x^2 + 8x + 1)}{(x-1)(x-2)(3x^2 - 1 - \sqrt{x^4 + x + 2})}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{(8x^3 + 8x^2 + 8x + 1)}{(x-2)(3x^2 - 1 - \sqrt{x^4 + x + 2})}$$

Suy ra $(x-2)(3x^2 - 1 - \sqrt{x^4 + x + 2}) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$.

Câu 36: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây là đúng.

A. (C) không có tiệm cận ngang

B. (C) có đúng một tiệm cận ngang $y = 1$

C. (C) có đúng một tiệm cận ngang $y = -1$

D. (C) có hai tiệm cận ngang $y = 1$ và $y = -1$

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{\sqrt{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}} = 1; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}} = -1$$

Suy ra đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang $y=1$ và $y=-1$ **Câu 37:** Đồ thị hàm số $y = \frac{x+4}{\sqrt{x^2-4}}$ có bao nhiêu tiệm cận?**A.** 3.**B.** 1.**C.** 2.**D.** 4.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án D**

Ta có:

$$\begin{aligned} \bullet & \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+4}{\sqrt{x^2-2}} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+4}{\sqrt{x^2-2}} = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.} \\ \bullet & \begin{cases} \sqrt{x^2-4} = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \\ \lim_{x \rightarrow \pm 2} y = \infty \end{cases} \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng.} \end{aligned}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận.

Câu 38: Đồ thị của hàm số nào sau đây có ba đường tiệm cận?

$$\text{A. } y = \frac{\sqrt{x}}{x^2-2x-3}. \quad \text{B. } y = \frac{x}{\sqrt{x^2-4}}. \quad \text{C. } y = \frac{\sqrt{x}}{x^2-3x+2}. \quad \text{D. } y = \frac{x+3}{2x-1}.$$

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án C**

Dựa vào đáp án, ta có các nhận xét sau:

- Đồ thị hàm số bậc nhất trên bậc nhất có hai đường tiệm cận.
- Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2-3x+2}$ có ba đường tiệm cận vì mẫu số có nghiệm $x=2, x=1 > 0$ và bậc tử nhỏ hơn bậc mẫu nên có tiệm cận ngang $y=0$.
- Đồ thị các hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2-2x-3}, y = \frac{x}{\sqrt{x^2-4}}$ có hai đường tiệm cận.

Câu 39: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$. Tìm khẳng định đúng?**A.** Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1, y=-1$.**B.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận.**C.** Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=0, y=1, y=-1$.**D.** Đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=0$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án D**Lưu ý với $m > 0$ thì đồ thị của hàm số $y = \frac{\sqrt{1-mx^2}}{x}$ không có tiệm cận ngang.

Thật vậy, ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^2} - m}}{1} = \sqrt{-m}$ với $m \leq 0$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{\sqrt{\frac{1}{x^2} - m}}{1} = -\sqrt{-m} \text{ với } m \leq 0.$$

Do đó để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-mx^2}}{x}$ có tiệm cận ngang thì bắt buộc $m > 0$.

Như vậy đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-mx^2}}{x}$ không có tiệm cận ngang.

Rõ ràng $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 40: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 3 + \frac{1}{x-3}$

A. $y = -3$ B. $x = 3$ C. $x = -3$ D. $y = 3$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{1}{x-3} \right) = 3 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 3$

Câu 41: Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 20}{x^2 - 5x - 14}$

A. $\begin{cases} x = -2 \\ x = 7 \end{cases}$ B. $x = -2$ C. $\begin{cases} x = 2 \\ x = -7 \end{cases}$ D. $x = 7$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D

Ta có $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 20}{x^2 - 5x - 14} = \frac{(x+2)(x^2 - 5x + 10)}{(x+2)(x-7)} = \frac{x^2 - 5x + 10}{x-7}$

Suy ra $x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = 7 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = 7$

Câu 42: Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4}{3 - 2x - 5x^2}$?

A. $x = 1$ và $x = \frac{3}{5}$ B. $x = -1$ và $x = \frac{3}{5}$ C. $x = -1$ D. $x = \frac{3}{5}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

Ta có $\begin{cases} 3 - 2x - 5x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \left\{ -1; \frac{3}{5} \right\} \\ \lim_{x \rightarrow -1} y = \infty, \lim_{x \rightarrow \frac{3}{5}} y = \infty \end{cases} \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là

$$x = -1, x = \frac{3}{5}.$$

Câu 43: Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$?

A. $y = -2$ B. $y = 2$ C. $x = 1$ D. $x = -1$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

Ta có
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang } y = 2.$$

Câu 44: Cho hàm số $y = \frac{2x+2017}{|x|+1}$ (1). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.** Đồ thị hàm số (1) không có tiệm cận ngang và có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$
B. Đồ thị hàm số (1) có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = -2$, $y = 2$ và không có tiệm cận đứng.
C. Đồ thị hàm số (1) có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$ và không có tiệm cận đứng.
D. Đồ thị hàm số (1) không có tiệm cận ngang và có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = -1$, $x = 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

Hàm số $y = \frac{2x+2017}{|x|+1}$ (1) có tập xác định là $\mathbb{R}$, nên đồ thị không có tiệm cận đứng

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+2017}{|x|+1} = 2$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+2017}{|x|+1} = -2$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = -2$, $y = 2$

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{3x+1}{2x-1}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -\frac{1}{2}$. **B.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$.
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $y = \frac{1}{2}$. **D.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = \frac{1}{2}$ và tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$.

Câu 46: Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{4x-1-\sqrt{x^2+2x+6}}{x^2+x-2}$.

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số chính là số nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4x-1-\sqrt{x^2+2x+6} \neq 0 \\ x^2+x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-1-\sqrt{x^2+2x+6} \neq 0 \\ x=1 \vee x=-2 \end{cases} \Leftrightarrow x=-2$$

Vậy hàm số đã cho có duy nhất một tiệm cận đứng.

Câu 47: Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có phương trình lần lượt là

- A.** $x = -1$; $y = 2$ **B.** $y = -1$; $y = 2$
C. $x = 2$; $y = -1$ **D.** $x = -1$; $y = 2$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

Câu 48: Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-2x-3}}$. Đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án C**

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -1 \end{cases}$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-2x-3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \left(2 - \frac{3}{x} \right)}{|x| \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} = 2 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} = -2 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai TĐ. Vậy đồ thị hàm số đã cho có bốn đường tiệm cận.

Câu 49: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $y = \frac{1 - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + 1}$

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng

B. $x = 1$ C. $x = 0$ D. $x = -1$ **Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A**

$$y = \frac{1 - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + 1} = \frac{(1 - x^2 - x - 1)}{(x+1)(x^2 + x + 1)(1 + \sqrt{x^2 + x + 1})} = \frac{-x(x+1)}{(x+1)(x^2 + x + 1)(1 + \sqrt{x^2 + x + 1})}$$

$$= \frac{-x}{(x^2 + x + 1)(1 + \sqrt{x^2 + x + 1})}. \text{ Suy ra hàm số không có tiệm cận đứng.}$$

Câu 50: Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{3x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2

B. 1

C. 0

D. 3

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A**

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}^+} y = \lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}^+} \frac{1-2x}{3x+2} = +\infty \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \text{ là TĐ}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-2x}{3x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} - 2}{3 + \frac{2}{x}} = -\frac{2}{3} \Rightarrow y = -\frac{2}{3} \text{ là TCN}$$

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 đường tiệm cận

$x = -\frac{2}{3}$.

DẠNG 2: CÁC BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ

Câu 1: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{m^2x - 4}{mx - 1}$ có tiệm cận đi qua điểm $A(1;4)$

A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 3$ D. $m = 4$ **Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án A.**

Điều kiện để hàm số không suy biến là $m^2 \cdot (-1) \neq m \cdot (-4) \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 4 \end{cases}$

Khi đó đồ thị hàm số có hai tiệm cận là: $x = \frac{1}{m}; y = m$

Vì đồ thị hàm số có tiệm cận đi qua điểm $A(1;4)$ nên ta có $\begin{cases} \frac{1}{m} = 1 \Leftrightarrow m = 1 \\ m = 4 \text{ (loại)} \end{cases}$.

Câu 2: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{(m+1)x - 5m}{2x - m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

A. $m = 2$.B. $m = \frac{5}{2}$.C. $m = 0$.D. $m = 1$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án D.**

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{m+1}{2}$

Do đó hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$ khi chỉ khi $m+1 = 2 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 3: Cho M là giao điểm của đồ thị $(C): y = \frac{2x-1}{2x+3}$ với trục hoành. Khi đó tích các khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận là

A. 4.

B. 6.

C. 8.

D. 2.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D.**

Ta có: Tiệm cận đứng $x = -\frac{3}{2}$ và tiệm cận ngang $y = 1$

Tọa độ giao điểm của (C) và trục Ox : Với $y = 0 \Rightarrow \frac{2x-1}{2x+3} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; 0\right)$

Ta có: khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng là $d_1 = 1$ và khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang là $d_2 = 2$.

Vậy tích hai khoảng cách là $d_1 \cdot d_2 = 1 \cdot 2 = 2$

Câu 4: Tìm m để hàm số $y = \frac{x^3 - 6x + m}{4x - m}$ không có tiệm cận đứng?

A. $m = 2$.B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 8 \end{cases}$.C. $m = 16$.D. $m = 1$.**Hướng dẫn giải:****Chọn đáp án B.**

Ta có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{m}{4} \right\}$.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì $x = \frac{m}{4}$ là nghiệm của PT $x^2 - 6x + m = 0$.

$$\text{Suy ra } \left(\frac{m}{4} \right)^2 - 6 \cdot \frac{m}{4} + m = 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 8 \end{cases}.$$

Câu 5: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x+m}$ đi qua điểm $A(1; 2)$.

A. $m = 2$.

B. $m = -2$.

C. $m = 4$.

D. $m = -4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Ta có: $2x + m = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{m}{2}$.

ĐT $x = -\frac{m}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số và đi qua điểm A khi và chỉ khi

$$\begin{cases} -\frac{m}{2} \neq -1 \\ 1 = -\frac{m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = -2.$$

Câu 6: Biết rằng các đường tiệm cận của đường cong $(C): y = \frac{5x-1-\sqrt{x^2-1}}{x-4}$ và trục tung cắt nhau tạo thành một đa giác (H). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (H) là một hình vuông có chu vi bằng 16.

B. (H) là một hình chữ nhật có chu vi bằng 8.

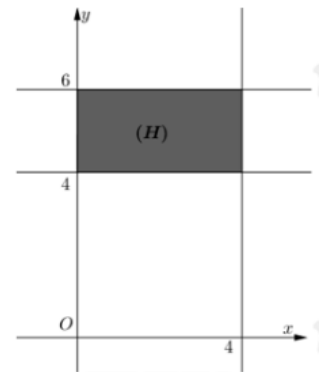
C. (H) là một hình chữ nhật có chu vi bằng 12.

D. (H) là một hình vuông có chu vi bằng 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

HD: Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x = 4, y = 4, y = 6$ như hình vẽ bên. Khi đó (H) là vùng được tô màu, là một hình chữ nhật có chu vi bằng 12



Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$. Tìm a, b để đồ thị hàm số có $x = 1$ là tiệm cận đứng và $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

A. $a = -1; b = -2$.

B. $a = 1; b = 2$.

C. $a = -1; b = 2$.

D. $a = 4; b = 4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

ĐK để hàm số không suy biến là $-2a - b \neq 0$

$$\text{Đồ thị hàm số có } x=1 \text{ là TCD và } y=\frac{1}{2} \text{ là TCN} \Leftrightarrow \begin{cases} b-2=0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+1}{bx-2} = \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ a=1 \end{cases}$$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm phía trên trục hoành
- C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là trục hoành.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là trục hoành.

Câu 9: Các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y = ax + \sqrt{4x^2 + 1}$ có tiệm cận ngang là:

- A. $a = \pm 2$
- B. $a = -2$ và $a = \frac{1}{2}$
- C. $a = \pm \frac{1}{2}$
- D. $a = \pm 1$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

$$\text{Ta có } y = ax + \sqrt{4x^2 + 1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} (ax + \sqrt{4x^2 + 1}) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(4-a^2)x^2 + 1}{\sqrt{4x^2 + 1} - ax}$$

Kí hiệu $\deg(u)$ là bậc của hàm số $u(x) = (4-a^2)x^2 + 1$ và $\deg v(x)$ là bậc của hàm số

$$v(x) = \sqrt{4x^2 + 1} - ax$$

Dễ thấy $\deg v(x) = 1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi

$$\deg u(x) \leq \deg v(x) \Rightarrow 4 - a^2 = 0 \Leftrightarrow a = \pm 2$$

Câu 10: Tìm m để hàm số $\frac{mx-1}{x-m}$ có tiệm cận đứng

- A. $m \notin \{-1; 1\}$
- B. $m \neq 1$
- C. $m \neq -1$
- D. không có m

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

Xét mẫu $x - m = 0$ thì $x = m$

Để đường thẳng $x = m$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số thì m không là nghiệm của tử tức là $m \cdot m - 1 \neq 0$ nên $m \neq 1$ và $m \neq -1$.

Câu 11: Số điểm thuộc đồ thị (H) của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có tổng các khoảng cách đến hai tiệm cận của (H) nhỏ nhất là

- A. 3
- B. 2
- C. 1
- D. 0

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

$$\text{TCD: } x = -1; \text{ TCN: } y = 2. \text{ Gọi } M\left(x; \frac{2x-1}{x+1}\right) \in (H)$$

Tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận là:

$$d = |x+1| + \left| \frac{2x-1}{x+1} - 2 \right| = |x+1| + \left| \frac{3}{x+1} \right| \geq 2\sqrt{|x+1| \cdot \frac{3}{|x+1|}} = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow d_{\min} = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow |x+1| = \frac{3}{|x+1|} \Leftrightarrow (x+1)^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3} - 1 \Rightarrow \text{có tất cả 2 điểm thuộc đồ thị (H)}$$

thỏa mãn đề bài.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Số điểm thuộc đồ thị (C) cách đều hai tiệm cận của đồ thị (C) là

A. 2

B. 4

C. 0

D. 1

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

TCD: $x = 1$; TCN: $y = 1$

Gọi $M\left(x; \frac{x+1}{x-1}\right) \in (C)$ cách đều hai tiệm cận

$$\Rightarrow |x-1| = \left| \frac{x+1}{x-1} - 1 \right| \Leftrightarrow |x-1| = \frac{2}{|x-1|} \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2} + 1 \Rightarrow \text{có tất cả 2 điểm thỏa mãn đề bài.}$$

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C). Tìm tọa độ điểm M có hoành độ dương thuộc (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận là nhỏ nhất.

A. $M(2; 2)$ B. $M(0; -1)$ C. $M(1; -3)$ D. $M(4; 3)$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D

+ Giả sử $M(x_0; y_0) \in (C) \forall x_0 > 0; x_0 \neq 2$

+ Đths có TCD: $x = 2$ và TCN: $y = 1$

+ Gọi A, B lần lượt là hình chiếu của M trên TCD và TCN thì

$$MA = |x_0 - 2|, MB = |y_0 - 1| = \left| \frac{x_0 + 2}{x_0 - 2} - 1 \right| = \frac{4}{|x_0 - 2|}$$

$$\text{Theo Cô-si thì } MA + MB \geq 2\sqrt{|x_0 - 2| \cdot \frac{4}{|x_0 - 2|}} = 4$$

$$\text{Min}(MA + MB) = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (KTM)} \\ x = 4 \text{ (TM)} \end{cases} \Rightarrow M(4; 3)$$

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{2x - \sqrt{(m-1)x^2 + 1}}{x-1}$ có đúng hai tiệm cận ngang?

A. $m = 1$ B. $m \in (1; 4) \cup (4; +\infty)$ C. $m < 1$ D. $m > 1$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - \sqrt{(m-1)x^2 + 1}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{\sqrt{(m-1)x^2 + 1}}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2 - \sqrt{m-1} \quad (\text{với } m \geq 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - \sqrt{(m-1)x^2 + 1}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{\sqrt{(m-1)x^2 + 1}}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \sqrt{\frac{(m-1)}{x^2} + \frac{1}{x^2}}}{1 - \frac{1}{x}} = 2 + \sqrt{(m-1)}$$

Để đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang thì $m > 1$

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) có đồ thị (H). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (H) đến một tiếp tuyến của (H). Giá trị lớn nhất của d có thể đạt được là:

- A. $a\sqrt{2}$ B. $d = |a|\sqrt{2}$ C. $d = \frac{a}{\sqrt{2}}$ D. $d = \frac{|a|}{\sqrt{2}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

Giao hai tiệm cận là $O(0;0)$. Gọi $M\left(x_0; \frac{a}{x_0}\right) \in (H) \Rightarrow$ tiếp tuyến tại M có dạng: $ax + x_0^2 y - 2ax_0 = 0$

Ta có: $d = d(O, \Delta) = 2|a|\sqrt{\frac{x_0^2}{1+x_0^4}} \leq \frac{2|a|}{\sqrt{2}} = |a|\sqrt{2}$ Dấu “=” xảy ra tại $x = \pm 1$

Câu 16: Tìm các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx+2}{\sqrt{x^2+1}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

- A. $m \geq 0$ B. Với mọi $m \in \mathbb{R}$ C. $m \neq 0$ D. $m \leq 0$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Hàm số có 2 tiệm cận ngang $\Leftrightarrow m \neq -m \Leftrightarrow m \neq 0$

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$ không có tiệm cận đứng.

- A. $m > 1$ B. $m \neq 0$ C. $m = 1$ D. $m = 1$ và $m = 0$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D

Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì $x = m$ là nghiệm của $p(x) = 2x^2 - 3x + m$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 3m + m = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow 2m(m-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

Câu 18: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x^2 - 2mx + 9}$, $m \neq 0$. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số đã cho có đúng một đường tiệm cận đứng?

- A. 3 B. 2 C. 1 D.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

nghiệm khác 1 hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 1

+ $\Delta' = m^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 3 \Rightarrow$ phương trình có một nghiệm $x=3$ hoặc $x=-3$ thỏa mãn

+ $\Delta' = m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases}$ khi đó phương trình có hai nghiệm phân biệt. Để đồ thị có một tiệm

cận đứng thì một nghiệm bằng 1 $\Leftrightarrow 1 - 2m + 9 = 0 \Leftrightarrow m = 5$

Vậy với $m = 3$, $m = -3$, $m = 5$ thì đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng.

Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{2mx+m}{x-1}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

A. $m = \pm 2$

B. $m = \pm \frac{1}{2}$

C. $m = \pm 4$

D. $m \neq \pm 2$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Diện tích hình chữ nhật giới hạn bởi 2 đường tiệm cận và 2 trục tọa độ là: $S = \left| \frac{-b'}{a'} \cdot \frac{a}{a'} \right|$

Tiệm cận đứng và ngang của hàm số đã cho là: $x = 1; y = 2m$. Diện tích hình chữ nhật giới hạn bởi 2 đường tiệm cận và 2 trục tọa độ là: $S = |2m| = 8 \Leftrightarrow m = \pm 4$

Câu 20: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2+2mx+3m+4}$ không có tiệm cận đứng

A. $m < -1$ hoặc $m > 4$

B. $m = -1$ hoặc $m = 4$

C. $-1 < m < 4$

D. $-1 \leq m \leq 4$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2+2mx+3m+4}$ không có tiệm cận đứng khi $x^2+2mx+3m+4 = 0$ vô nghiệm.

Phương trình $x^2+2mx+3m+4 = 0$ có $\Delta = 4m^2 - 4(3m+4)$. Để phương trình vô nghiệm thì

$$\Delta < 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 12m - 16 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 4$$

Câu 21: Biết đồ thị hàm số $y = \frac{(4a-b)x^2+ax+1}{x^2+ax+b-12}$ nhận trục hoành và trục tung làm hai tiệm cận thì giá trị $a+b$ bằng:

A. -10.

B. 2.

C. 10.

D. 15.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D

Do đồ thị nhận trục hoành làm tiệm cận ngang mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 4a - b = 0 \Rightarrow b = 4a$

Do đồ thị nhận trục tung làm tiệm cận đứng $\Rightarrow$ Biểu thức $x^2+ax+b-12$ nhận $x=0$ làm nghiệm $\Rightarrow b=12 \Rightarrow a=3 \Rightarrow a+b=15$

Câu 22: Số các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sqrt{mx^2-4x} - mx + 1$ có tiệm cận ngang là:

A. 3

B. 0

C. 1

D. 2

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

$y = x\sqrt{m - \frac{4}{x}} - mx + 1$. Để hàm số có giới hạn hữu hạn tại vô cực thì hệ số của x phải triệt tiêu

+) $x \rightarrow -\infty \Rightarrow y = -x\sqrt{m - \frac{4}{x}} - mx + 1$ suy ra hệ số của x là $-\sqrt{m} - m \neq 0$ nên giới hạn này không hữu hạn.

+) $x \rightarrow +\infty \Rightarrow y = x\sqrt{m - \frac{4}{x}} - mx + 1$ suy ra hệ số của x là $\sqrt{m} - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$

Với $m = 0$ thay trở lại hàm số không xác định khi $x \rightarrow +\infty$

Với $m = 1$

$$\Rightarrow y = \sqrt{x^2 - 4x} - x + 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x - (x-1)^2}{\sqrt{x^2 - 4x} + x + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x - 1}{\sqrt{x^2 - 4x} + x + 1} = \frac{-2}{2} = -1$$

Vậy có một giá trị thực của m để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang

Câu 23: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{x+3b+1}$. Đồ thị hàm số nhận trục hoành và trục tung làm tiệm cận ngang và tiệm cận đứng. Khi đó tổng $a+b$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$ B. 0 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

$$y = \frac{ax+1}{x+3b+1} \text{ có tiệm cận ngang là } y = a = 0, \text{ tiệm cận đứng là } x = -3b-1 = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{3}$$

$$\text{Suy ra } a+b = -\frac{1}{3}$$

Câu 24: Cho hàm số $y = \frac{4mx+3m}{x-2}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 2016.

- A. $m = 1008$. B. $m = \pm 504$. C. $m = \pm 252$. D. $m = \pm 1008$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$ và tiệm cận đứng $y = 4m$

$$\text{YCBT: } |4m| \cdot 2 = 2016 \Leftrightarrow m = \pm 252$$

Câu 25: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2 - mx + m}$ có đúng một tiệm cận đứng.

- A. $m = 0$ B. $m \leq 0$ C. $m \in \{0; 4\}$ D. $m \geq 4$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

$$\text{TH1. } x^2 - mx + m = 0 \text{ có nghiệm kép khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 4m = 0 \\ 1 - m + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}$$

TH2. $x^2 - mx + m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt, trong đó có 1 nghiệm bằng 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 4m > 0 \\ 1 - m + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Câu 26: Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+2}{\sqrt{mx^4+3}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

- A. $m = 0$ B. $m < 0$ C. $m > 0$ D. $m > 3$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+2}{\sqrt{mx^4+3}}$ có hai đường tiệm cận ngang khi và chỉ khi các giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = a (a \in \mathbb{R}), \lim_{x \rightarrow -\infty} y = b (b \in \mathbb{R}) \text{ tồn tại. Ta có:}$$

+ với $m = 0$ ta nhận thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

+ Với $m < 0$, khi đó hàm số có TXĐ $D = \left(-\sqrt[4]{-\frac{3}{m}}; \sqrt[4]{-\frac{3}{m}}\right)$, khi đó $\lim_{x \rightarrow +\infty} y, \lim_{x \rightarrow -\infty} y$ không tồn tại suy ra đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

+ Với $m > 0$, khi đó hàm số có TXĐ $D = \mathbb{R}$ suy ra $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 \left(1 + \frac{2}{x^2}\right)}{x^2 \sqrt{m + \frac{3}{x^2}}}, \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 + \frac{2}{x^2}}{x^2 \sqrt{m + \frac{3}{x^4}}} = \frac{1}{\sqrt{m}}$ suy ra

đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang.

Vậy $m > 0$ thỏa YCBT.

Câu 27: Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ có đồ thị là (C). Tìm điểm M thuộc đồ thị (C) sao cho khoảng cách từ

M đến tiệm cận đứng bằng hai lần khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang.

A. $M_1(1;-1); M_2(7;5)$

B. $M_1(1;1); M_2(-7;5)$

C. $M_1(-1;1); M_2(7;5)$

D. $M_1(1;1); M_2(7;-5)$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Đồ thị (C) có tiệm cận đứng: $\Delta_1: x-3=0$ và tiệm cận ngang $\Delta_2: y-3=0$

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ với $y_0 = \frac{3x_0-1}{x_0-3}$ ($x_0 \neq 3$). Ta có:

$$d(M, \Delta_1) = 2.d(M, \Delta_2) \Leftrightarrow |x_0 - 3| = 2.|y_0 - 3|$$

$$\Leftrightarrow |x_0 - 3| = 2.\left|\frac{3x_0-1}{x_0-3} - 3\right| \Leftrightarrow (x_0 - 3)^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 7 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn đề bài là $M_1(-1;1)$ và $M_2(7;5)$

Câu 28: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{mx-1}$ (m : tham số). Với giá trị nào của m thì hàm số đã cho có tiệm cận đứng

A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0;1\}$

B. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

C. $m \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

D. $\forall m \in \mathbb{R}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

$m = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow$ Không có tiệm cận

$m = 0 \Rightarrow y = -x + 1 \Rightarrow$ Không có tiệm cận. Suy ra A.

Câu 29: Tìm tất cả các giá trị của số thực m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{4x}{x^2 - 2mx + 4}$ có 2 đường tiệm cận.

A. $m = 2$

B. $m = 2 \cup m = -2$

C. $m = -2$

D. $m < -2 \cup m > 2$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0$ suy ra đường thẳng $y = 0$ là TCN.

Đồ thị hàm số có thêm một đường tiệm cận nữa khi phương trình $x^2 - 2mx + 4 = 0$ có một nghiệm, suy ra $m = \pm 2$.

Câu 30: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ (1). Xác định a và b để đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng và đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ làm tiệm cận ngang.

A. $a = 2; b = -2$

B. $a = -1; b = -2$

C. $a = 2; b = 2$

D. $a = 1; b = 2$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D

$$\text{Tiệm cận đứng } x = \frac{2}{b} = 1 \Rightarrow b = 2$$

$$\text{Tiệm cận ngang } y = \frac{a}{b} = \frac{a}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1$$

Câu 31: Cho hàm số $y = \frac{5x-3}{x^2+4x-m}$ với m là tham số thực. Chọn khẳng định sai:

A. Nếu $m < -4$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang.

B. Nếu $m = -4$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.

C. Nếu $m > -4$ đồ thị hàm số có ít nhất một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

D. Với mọi m hàm số luôn có hai tiệm cận đứng.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

Xét phương trình $x^2 + 4x - m = 0$, với $\Delta' = 4 + m < 0 \Leftrightarrow m < -4$ thì phương trình này vô nghiệm nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Câu 32: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Tìm điểm M trên (C) để khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng của đồ thị (C) bằng khoảng cách từ M đến trục Ox.

A. $\begin{bmatrix} M(0; -1) \\ M(4; 3) \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} M(0; 1) \\ M(4; 3) \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} M(0; -1) \\ M(4; 5) \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} M(1; -1) \\ M(4; 3) \end{bmatrix}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

$$\text{Gọi } M(x_0; y_0), (x_0 \neq 1), y_0 = \frac{2x_0+1}{x_0-1}. \text{ Ta có } d(M, \Delta_1) = d(M, Ox) \Leftrightarrow |x_0-1| = |y_0|$$

$$\Leftrightarrow |x_0-1| = \left| \frac{2x_0+1}{x_0-1} \right| \Leftrightarrow (x_0-1)^2 = |2x_0+1|$$

$$\text{Với } x_0 \geq -\frac{1}{2}, \text{ ta có: } x_0^2 - 2x_0 + 1 = 2x_0 + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 4 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } M(0; -1), M(4; 3)$$

$$\text{Với } x_0 < -\frac{1}{2}, \text{ ta có phương trình: } x_0^2 - 2x_0 + 1 = -2x_0 - 1 \Leftrightarrow x_0^2 + 2 = 0 \text{ (vô nghiệm).}$$

$$\text{Vậy } M(0; -1), M(4; 3)$$

Câu 33: Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x^2-6x+m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang?

A. -27.

B. 9 hoặc -27.

C. 0.

D. 9.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

• Điều kiện cần ($\Rightarrow$): Đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng khi mẫu số chỉ có một nghiệm hoặc có hai nghiệm nhưng một nghiệm là $x = -3 \Rightarrow \begin{cases} 6^2 - 4m = 0 \\ (-3)^2 - 6 \cdot (-3) + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ m = -27 \end{cases}$

• Điều kiện đủ ($\Leftarrow$)

+ Với $m = 9$, hàm số $y = \frac{x+3}{x^2-6x+9} \Leftrightarrow y = \frac{x+3}{(x-3)^2}$: đồ thị có TCD: $x = 3$, TCN: $y = 0$.

+ Với $m = -27$, hàm số $y = \frac{x+3}{x^2-6x-27} \Leftrightarrow y = \frac{x+3}{(x+3)(x-9)} \Leftrightarrow y = \frac{1}{x-9}, (x \neq -3)$ đồ thị có TCD: $x = 9$, TCN: $y = 0$.

Câu 34: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{3x-m}$ có đường tiệm cận đứng

A. $m \neq 1$

B. $m = 1$

C. $\forall m \in \mathbb{R}$

D. $m \neq \frac{3}{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng khi và chỉ khi PT $3x - m = 0$ không có nghiệm $x = \frac{1}{2}$

Khi đó $3 \cdot \frac{1}{2} - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{3}{2}$

Câu 35: Cho hàm số $y = \sqrt{mx^2 + 2x} - x$. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang

A. $m = 1$.

B. $m \in \{-2; 2\}$.

C. $m \in \{-1; 1\}$.

D. $m > 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{mx^2 + 2x} - x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx^2 + 2x - x^2}{\sqrt{mx^2 + 2x} + x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(m-1)x^2 + 2x}{\sqrt{mx^2 + 2x} + x}$$

Hàm số có tiệm cận ngang khi $m = 1$.

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2(m-1) + 2x}{\sqrt{mx^2 + 2x} + x} = 2 \text{ khi } m = 1.$$

Câu 36: Giả sử đường thẳng $d: x = a$ ($a > 0$) cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại một điểm duy nhất, biết khoảng cách từ điểm đó đến tiệm cận đứng của đồ thị hàm số bằng 1; ký hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

A. $y_0 = -1$.

B. $y_0 = 5$.

C. $y_0 = 1$.

D. $y_0 = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Gọi $M\left(a; \frac{2a+1}{a-1}\right)$ ($a > 0$) là điểm cần tìm. Đồ thị hàm số có TCD là đường $x = 1$.

$$\text{Khi đó: } d(M; x=1) = 1 \Leftrightarrow |a-1| = 1 \xrightarrow{a>0} a = 2 \Rightarrow y_0 = \frac{2a+1}{a-1} = 5.$$

Câu 37: Cho hàm số: $y = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$, điểm trên đồ thị mà tiếp tuyến tại đó lập với 2 đường tiệm cận một tam giác có chu vi nhỏ nhất thì hoành độ bằng

A. $2 \pm \sqrt[4]{10}$

B. $2 \pm \sqrt[4]{6}$

C. $2 \pm \sqrt[4]{12}$

D. $2 \pm \sqrt[4]{8}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D

ta có TCĐ của hàm đã cho là $x = 2$ và $\frac{x^2 + x - 2}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x + 3) + 4}{x - 2} = x + 3 + \frac{4}{x - 2}$ nên sẽ có TCX

là: $y = x + 3$

$$y' = \left(\frac{x^2 + x - 2}{x - 2} \right)' = \frac{(2x + 1)(x - 2) - (x^2 + x - 2)}{(x - 2)^2} = \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2}$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến: } y = \frac{x_0^2 - 4x_0}{(x_0 - 2)^2}(x - x_0) + \frac{x_0^2 + x_0 - 2}{x_0 - 2}$$

Giao của tiếp tuyến với $y = x + 3$ tại điểm có hoành độ là nghiệm của:

$$x + 3 = \frac{-4x_0}{(x_0 - 2)^2}(x - x_0) + \frac{x_0^2 + x_0 - 2}{x_0 - 2} \rightarrow x \cdot \left(1 + \frac{4x_0}{(x_0 - 2)^2} \right) = \frac{4x_0^2}{(x_0 - 2)^2} - 3 + \frac{x_0^2 + x_0 - 2}{x_0 - 2}$$

$$\rightarrow x \cdot \frac{x_0^2 + 4}{(x_0 - 2)^2} = \frac{4x_0^2 - 3(x_0^2 - 4x_0 + 4) + (x_0^2 + x_0 - 2)(x_0 - 2)}{(x_0 - 2)^2} = \frac{x_0^3 + 12x_0 - 16}{(x_0 - 2)^2}$$

$$\rightarrow x = \frac{x_0^3 + 12x_0 - 16}{x_0^2 + 4} \rightarrow C \left(\frac{x_0^3 + 12x_0 - 16}{x_0^2 + 4}, \frac{x_0^3 + 3x_0^2 + 12x_0 - 4}{x_0^2 + 4} \right)$$

$$A(2; 5); B \left(2; \frac{x_0^2 + 5x_0 - 2}{x_0 - 2} \right)$$

Các giao điểm còn lại:

Đến đây nhanh nhất vẫn là thử từng đáp án để xem đâu là chu vi nhỏ nhất

Câu 38: Cho hàm số $y = \frac{mx + 1}{x + n}$. Nếu đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 3$ và có tiệm cận ngang và đi qua điểm $A(2; 5)$ thì phương trình hàm số là:

A. $\frac{-2x + 1}{x - 3}$

B. $\frac{-3x + 1}{x - 3}$

C. $\frac{-5x + 1}{x - 3}$

D. $\frac{3x + 1}{x - 3}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

$$\text{Xét } y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - 2mx + m^2 - 1} = \frac{(x - 1)^2 + 1}{[x - (m - 1)][x - (m + 1)]}; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$$

Chú ý $m - 1 \neq m + 1 \forall m$ do vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng $x = m - 1; x = m + 1$ và 1 1 tiệm cận ngang $y = 1$.

Câu 39: Gọi A là 1 điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x + 3}{x - 3}(C)$. Gọi S là tổng khoảng cách từ A đến 2 đường tiệm cận của (C). Giá trị nhỏ nhất của S là

A. $\sqrt{6}$

B. $2\sqrt{6}$

C. 6

D. 12

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

Gọi $A\left(x_0; \frac{x_0+3}{x_0-3}\right) \in (C)$. Hàm số $y = \frac{x+3}{x-3}$ có tiệm cận đứng $x = 3$, và tiệm cận ngang $y = 1$.

Tổng khoảng cách từ A đến hai đường tiệm cận

$$S = d(A, d_1) + d(A, d_2) = |x_0 - 3| + \left| \frac{x_0+3}{x_0-3} - 1 \right| = |x_0 - 3| + \left| \frac{6}{x_0-3} \right| \geq 2\sqrt{|x_0-3| \cdot \left| \frac{6}{x_0-3} \right|} = 2\sqrt{6}.$$

Câu 40: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$, có đồ thị (C). Gọi P, Q là 2 điểm phân biệt nằm trên (C) sao cho tổng khoảng cách từ P hoặc Q tới 2 đường tiệm cận là nhỏ nhất. Độ dài đoạn thẳng PQ là:

A. $4\sqrt{2}$

B. $5\sqrt{2}$

C. 4

D. $2\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có tiệm cận ngang $y = 1$ và tiệm cận đứng $x = 2$. Suy ra tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận là I (2;1)

Gọi $P\left(x_0; \frac{x_0+2}{x_0-2}\right) \in (C)$. Khi đó tổng khoảng cách từ P đến hai đường tiệm

$$\text{cận } S = d(A, d_1) + d(A, d_2) = |x_0 - 2| + \left| \frac{x_0+2}{x_0-2} - 1 \right| = |x_0 - 2| + \left| \frac{4}{x_0-2} \right| \geq 2\sqrt{|x_0-2| \cdot \left| \frac{4}{x_0-2} \right|} = 4$$

$$\Rightarrow S_{\min} = 4 \Leftrightarrow |x_0 - 2| = \left| \frac{4}{x_0-2} \right| \Leftrightarrow (x_0 - 2)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 2 = 2 \\ x_0 - 2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 4; y = -3 \\ x_0 = 0; y = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(4; -3), Q(0; -1)$$

$$\Rightarrow PQ = 4\sqrt{2}.$$

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4x+m}$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng?

A. $m = 4$

B. $m \geq 4$

C. $m < 4$

D. $m \in \emptyset$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

Cần nhớ số tiệm cận đứng của hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ bằng với số nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = 4 - m = 0 \Leftrightarrow m = 4$. Kiểm tra lại với $m = 4$ ta được $y = \frac{x-2}{x^2-4x+4} = \frac{1}{x-2}$. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-2}$ luôn có 1 tiệm cận đứng.

Câu 42: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường cong $y = \frac{mx^3-2}{x^3-3x+2}$ có hai tiệm cận đứng ?

A. $m \notin \left\{2; \frac{1}{4}\right\}$

B. $m \notin \left\{3; \frac{1}{2}\right\}$

C. $m \neq -1$

D. $m \in \{2; 1\}$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

Cần nhớ số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số bằng với số giá trị x mà tại đó hàm số không xác định. Ta có $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$

Đề hàm số $y = \frac{mx^3 - 2}{x^2 - 3x + 2}$ có hai tiệm cận đứng thì phương trình $g(x) = mx^3 - 2 \neq 0$ và phương trình $g(x) = mx^3 - 2 = 0$ có nghiệm khác 1 và 2

$$\text{Suy ra } \begin{cases} g(1) = m - 2 \neq 0 \\ g(2) = 8m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq \frac{1}{4} \end{cases}.$$

Câu 43: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường cong $y = \frac{4x^2 - m}{x^2 - 4x + 3}$ có hai tiệm cận đứng.

A. $m \in \{4; 36\}$

B. $m \notin \{2; 1\}$

C. $m \notin \{3; 4\}$

D. $m \neq -1$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

Ta có $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$

Đề đường cong $y = \frac{4x^2 - m}{x^2 - 4x + 3}$ có hai tiệm cận đứng thì phương trình $g(x) = 4x^2 - m \neq 0$ và phương trình $g(x) = 4x^2 - m = 0$ có nghiệm khác 1 và 3

$$\text{Suy ra } \begin{cases} g(1) = 4 - m \neq 0 \\ g(3) = 36 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 4 \\ m \neq 36 \end{cases}.$$

Câu 44: Giả sử $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của đường phân giác góc phần tư thứ nhất (của mặt phẳng tọa độ) với tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$. Tính $x_0 + y_0$

A. 2

B. 3

C. 4

D. 8

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A

Đường phân giác của góc phần tư thứ nhất có phương trình $y = x$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right) = -1 \Rightarrow y = -1 \text{ là tiệm cận ngang}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} \right) = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ là tiệm cận ngang}$$

Trường hợp 1: $y = -1 \Rightarrow x = y = -1 \Rightarrow x + y = -2$

Trường hợp 2: $y = 1 \Rightarrow x = y = 1 \Rightarrow x + y = 2$.

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{2mx + m}{x - 1}$. Với giá trị nào của tham số m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

A. $m = 2$.

B. $m = \pm \frac{1}{2}$.

C. $m = \pm 4$.

D. $m \neq \pm 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

Đề đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận thì $m \neq 0$.

Khi đó đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận là $x = 1, y = 2m$. Hình chữ nhật tạo bởi 2 tiệm cận và 2 trục tọa độ có diện tích là $|2m| \cdot 1 = 8 \Leftrightarrow m = \pm 4$

Câu 47: Giả sử đường thẳng $d: x = a$, $a > 0$, cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại một điểm duy nhất, biết khoảng cách từ điểm đó đến tiệm cận đứng của đồ thị hàm số bằng 1; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

A. $y_0 = -1$

B. $y_0 = 5$

C. $y_0 = 1$

D. $y_0 = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

d cắt đồ thị tại $M\left(a; \frac{2a+1}{a-1}\right)$

Đồ thị có tiệm cận đứng $\Delta: x = 1$

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = 1 \Leftrightarrow \frac{|a-1|}{1} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 2 > 0$$

$$\text{Với } a = 2 \Rightarrow x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 5$$

Câu 48: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{(m^2-1)x^2 + x + 2}}{x+1} \text{ có đúng một tiệm cận ngang.}$$

A. $m < -1$ hoặc $m > 1$

B. $m > 0$

C. $m = \pm 1$

D. Với mọi giá trị m

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{(m^2-1)x^2 + x + 2}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{(m^2-1) + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x}} = \sqrt{m^2-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{(m^2-1)x^2 + x + 2}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\sqrt{(m^2-1) + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x}} = -\sqrt{m^2-1}$$

$$\text{Do đó nếu } m^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases} \text{ đồ thị hàm số có hai tiệm cận}$$

$$\text{Nếu: } m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases} \text{ đồ thị hàm số có một tiệm cận } y = 0$$

$$\text{Nếu } m^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1 \text{ đồ thị hàm số không có tiệm cận}$$