

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 06 trang)

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Mã đề 1106

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$
y'		-	0	+	0	+

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(3; 4)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(1; 3)$.

Câu 2. Một mẫu số liệu ghép nhóm có độ lệch chuẩn bằng 3 thì có phương sai bằng

- A. $s^2 = 6$. B. $s^2 = 3$. C. $s^2 = 9$. D. $s^2 = \sqrt{3}$.

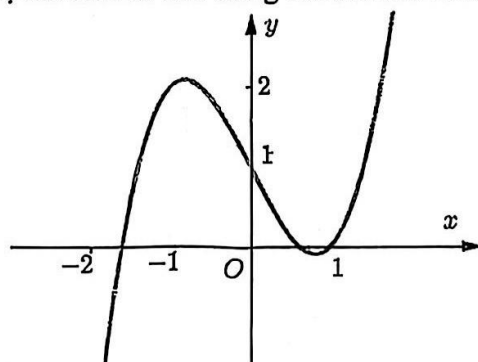
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	3	5	$+\infty$
y'		-	0	+	0	-

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 5.

Câu 4. Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

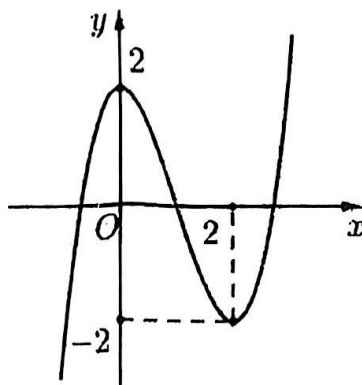


- A. $y = x^3 + 2x + 1$. B. $y = x^3 - 2x + 1$. C. $y = -x^3 + 2x + 1$. D. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $\vec{a} = (2; 3; 3)$, $\vec{b} = (0; -2; -1)$, $\vec{c} = (1; -2; 1)$. Khi đó tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ là

- A. $\vec{u} = (1; 2; 3)$. B. $\vec{u} = (3; 6; 4)$. C. $\vec{u} = (1; 3; 3)$. D. $\vec{u} = (3; -1; 5)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



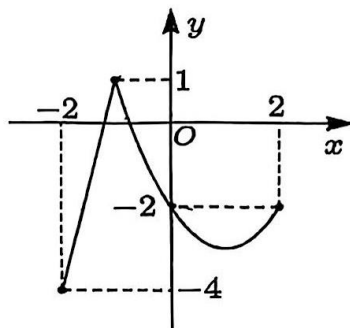
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng là?

- A. $y = 1$. B. $x = -3$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$, có đồ thị trên đoạn $[-2; 2]$ như hình vẽ.



Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $[-2; 2]$ lần lượt là M và m . Khi đó $M - m$ bằng

- A. 5 B. -4 C. 0 D. 3

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(2; 1; -3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -3)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 1; 0)$. B. $(0; 1; -3)$. C. $(2; 0; 0)$. D. $(0; 0; -3)$.

Câu 10. Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a} = (2; -2; 6)$. Khi đó độ dài của vector $\vec{a}$ là

- A. $|\vec{a}| = 44$. B. $|\vec{a}| = \sqrt{11}$. C. $|\vec{a}| = 6$. D. $|\vec{a}| = 2\sqrt{11}$.

Câu 11. Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	$[0; 4)$	$[4; 8)$	$[8; 12)$	$[12; 16)$	$[16; 20)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu?

- A. 16 B. 4 C. 20 D. 15

Câu 12. Trong không gian Oxyz, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 3; 3)$, $\vec{b} = (3; 2; -1)$. Khi đó tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 9$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 7$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 15$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$.

- a) Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(a; b)$. Khi đó, ta có $a^2 + b = 12$.
 b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x - 2$.
 c) Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = 2$ cắt hai đường tiệm cận tại A, B . Diện tích tam giác IAB bằng 12.

d) Có tất cả 9 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1} = m$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 2 < x_2 < 15$.

Câu 2. Mức nước h (đơn vị: mét) tại một cảng biển sau t giờ tính từ thời điểm nửa đêm được xác định bởi công thức: $h(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 10$ với $(0 \leq t \leq 24)$.

- a) Tại thời điểm nửa đêm $t = 0$, mực nước tại cảng là 15 mét.
 b) Tốc độ biến thiên của mực nước tại thời điểm t là $h'(t) = -\frac{2\pi}{3} \sin\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right)$.
 c) Trong một ngày (với $0 \leq t \leq 24$), mực nước thấp nhất là 6 mét và mức nước này xuất hiện tại hai thời điểm khác nhau.
 d) Phương trình $h'(t) = 0$ có một nghiệm trên đoạn $[0; 6]$ là $t = 4$.

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác $B'BD'$.

- a) Diện tích tam giác $A'B'C'$ bằng 4.5 (đvdt). b) Tọa độ của điểm C là $C(-3; -3; 0)$.
 c) Góc giữa hai đường thẳng AC và $B'G$ là 60° . d) Tọa độ trọng tâm G của tam giác $B'BD'$ là $(2; 1; -2)$.

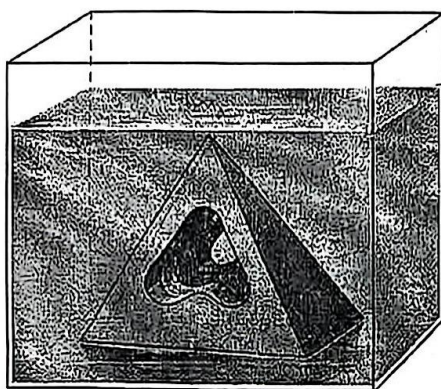
Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = 4a$ và $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Gọi H là trung điểm của AO . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$.

- a) Gọi α là số đo góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$, khi đó $\tan \alpha = \frac{2}{3}$.
 b) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $8a^3$.
 c) Góc tạo bởi đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng góc $\widehat{BSH}$.

d) Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của ba cạnh CD, BC và SA . Khoảng cách giữa hai đường thẳng PN và SM bằng $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một chi tiết máy mẫu bằng nhựa đúc đặc có dạng hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy bằng 20 cm. Do bị lỗi kỹ thuật, bên trong chi tiết này có một khoang rỗng. Để kiểm tra, kỹ sư thả chìm hoàn toàn chi tiết máy vào một bể chứa dung dịch chống gỉ có dạng hình lăng trụ đứng, có đáy là hình vuông cạnh bằng 30 cm. Khi đó, mực dung dịch trong bể dâng thêm 2 cm và dung dịch đã tràn vào và lấp đầy khoang rỗng bên trong. Sau khi vớt chi tiết ra và lau khô bề mặt, khối lượng của nó tăng thêm 160 gam so với ban đầu. Biết khối lượng riêng của dung dịch là $0,8 \text{ g/cm}^3$. Hãy tính độ dài cạnh bên của hình chóp nói trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



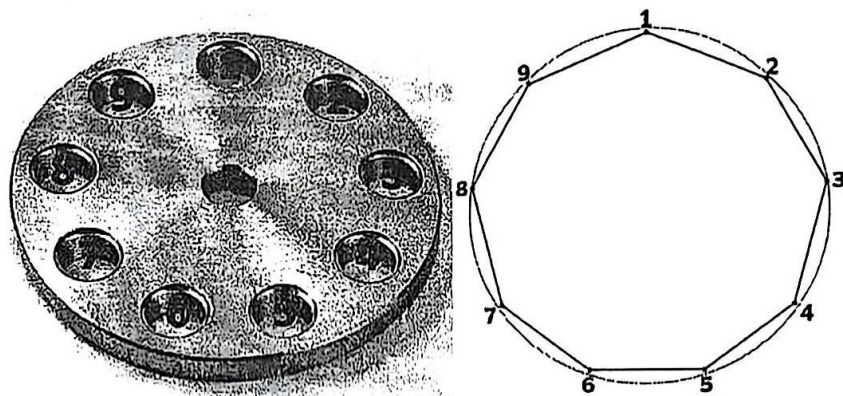
Câu 2. Cho hàm số $y = g(x) = \ln \frac{(x-2)^2(x+5)}{(x-4)(x+1)}$. Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận

(chỉ xét tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

Câu 3. Một kỹ sư tiến hành lắp ráp một rotor của động cơ phản lực. Rotor có 9 khe cắm cánh quạt được đánh số cố định từ 1 đến 9 theo vòng tròn (như hình vẽ). Khoảng cách giữa các khe đều nhau, tạo thành các đỉnh của một đa giác đều có 9 cạnh. Do sai số chế tạo, 9 cánh quạt có khối lượng thực tế là các số nguyên phân biệt từ 1 gam đến 9 gam. Để đảm bảo rotor cân bằng động học khi quay, kỹ sư lựa chọn phương án lắp đặt thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

- + Chia 9 cánh quạt thành 3 nhóm (mỗi nhóm 3 cánh).
- + Mỗi nhóm được lắp vào 3 khe cắm tạo thành một tam giác đều (ba khe cắm tạo thành một tam giác đều khi và chỉ khi chúng cách nhau đúng 3 khe theo vòng tròn).
- + Tổng khối lượng của 3 cánh quạt trong mỗi nhóm phải bằng nhau.

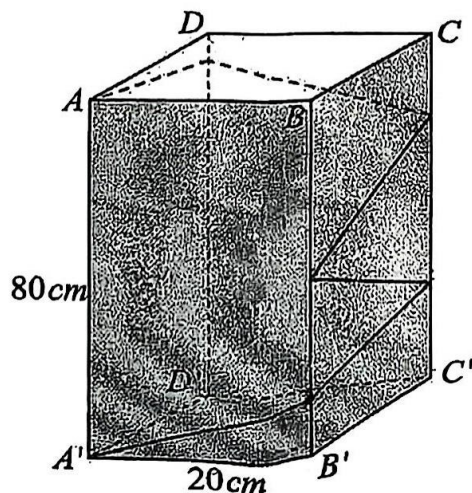
Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 9 cánh quạt vào 9 khe cắm thỏa mãn các điều kiện kỹ thuật trên? (Hai cách sắp xếp được coi là khác nhau nếu có ít nhất một cánh quạt ở một vị trí khe cắm khác nhau, không đồng nhất các cách lắp khác nhau bởi phép quay hay phép đối xứng của rotor).



Câu 4. Một nông trại dâu tây sạch tại Đà Lạt (Bên A) ký hợp đồng cung cấp độc quyền cho một chuỗi cửa hàng tại TP.HCM (Bên B). Dựa trên dữ liệu thị trường, Bên B dự tính rằng nếu mỗi ngày nhập và bán hết x ki-lô-gam (kg) dâu tây ($0 < x < 150$), thì tổng doanh thu bán lẻ là $R(x) = 300x - x^2$ (nghìn đồng). Tuy nhiên, để vận hành việc bán hàng (bảo quản, nhân sự, mặt bằng...), Bên B phải chịu chi phí vận hành (không bao gồm tiền nhập hàng) là $C(x) = x^2 + 20x + 500$ (nghìn đồng). Bên A sẽ quyết định mức giá bán sỉ là p cho Bên B. Giả sử Bên B là đơn vị kinh doanh tối ưu, họ sẽ luôn chọn lượng nhập hàng là x sao cho lợi nhuận thu được là cao nhất ứng với mức giá p . Hãy xác định mức giá sỉ p (nghìn đồng) mà nông trại nên thiết lập để tổng doanh thu của nông trại từ việc bán hàng cho Bên B là lớn nhất. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



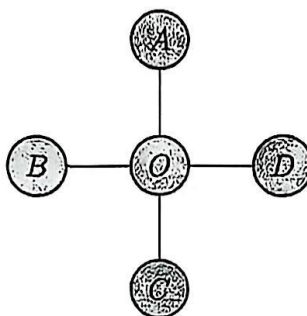
Câu 5. Cho một tòa nhà đồ chơi có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với đáy là hình vuông cạnh 20 cm và chiều cao 80 cm, $A'B'C'D'$ là mặt dưới, $ABCD$ là mặt trên.



Một con kiến xuất phát từ điểm A' và bò lên bề mặt xung quanh của tòa nhà để đến đích là điểm A (hình vẽ minh họa). Đường đi của con kiến là một đường gấp khúc liên tục, nằm hoàn toàn trên bốn mặt bên (không bò trên mặt trên và mặt dưới), không trùng với các cạnh của hình hộp và lần lượt gặp các cạnh bên theo đúng thứ tự BB' , CC' , BB' , CC' , DD' . Biết rằng con kiến chạm vào cạnh BB' ở các điểm cách B' một khoảng không nhỏ hơn 16 cm và chạm vào cạnh CC' ở các điểm cách C một khoảng không lớn hơn 16 cm. Tính độ dài ngắn nhất của quãng đường mà con kiến đi? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị độ dài là cm).

Câu 6. Chọn ngẫu nhiên 5 số phân biệt từ tập hợp $X = \{2; 4; 6; 8; 10; 12; 13; 14; 16; 18; 20\}$ để xếp vào 5 ô A, B, C, D, O như hình vẽ (mỗi ô xếp một số). Gọi Y là biến cố: "Số 13 xếp ở ô O và tổng các số xếp ở các ô A, O, C bằng tổng các số xếp ở các ô B, O, D ". Biết xác suất của biến cố Y là $P(Y) = \frac{a}{b}$

(với $a, b \in \mathbb{N}$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó giá trị $a + b$ bằng bao nhiêu?



----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu
Giáo viên coi thi không giải thích gì thêm

HƯỚNG DẪN GIẢI

TRƯỜNG THPT NGUYỄN TRÃI – HÀ NỘI

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
y'		-	0	+	0	+	0	-	0	+	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 2)$. **B. $(3; 4)$.** C. $(4; +\infty)$. D. $(1; 3)$.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm ta thấy $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (3; 4)$

Do đó hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; 4)$.

Câu 2. Một mẫu số liệu ghép nhóm có độ lệch chuẩn bằng 3 thì có phương sai bằng

- A. $s^2 = 6$. B. $s^2 = 3$. **C. $s^2 = 9$.** D. $s^2 = \sqrt{3}$.

Lời giải

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có độ lệch chuẩn bằng 3 là $s^2 = 9$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	0	-	

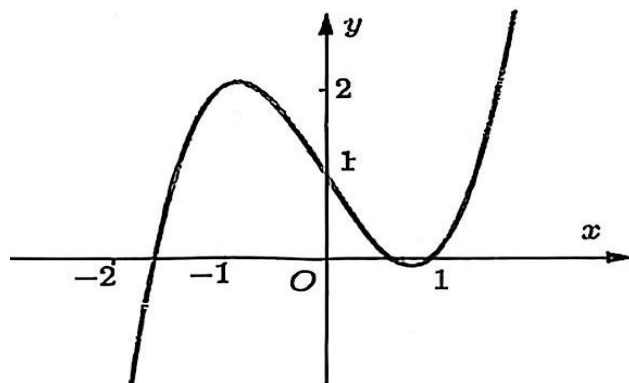
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. **B. 4.** C. 2. D. 5.

Lời giải

Từ bảng suy ra hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Câu 4. Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây ?



- A. $y = x^3 + 2x + 1$. **B. $y = x^3 - 2x + 1$.** C. $y = -x^3 + 2x + 1$. D. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Từ đồ thị suy ra:

Hệ số của x^3 phải là số dương. Suy ra loại phương án C.

Hàm số có hai điểm cực trị nên loại phương án A. (Phương án A hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ do có $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$)

Hàm số không có điểm cực trị $x = 0$ nên loại phương án D. (Phương án D hàm số có điểm cực trị $x = 0$ do có $y' = 3x^2 - 4x = x(3x - 4)$)

Vậy đáp án là phương án B.

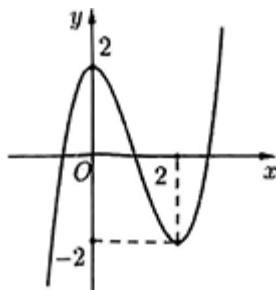
Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 3; 3), \vec{b} = (0; -2; -1), \vec{c} = (1; -2; 1)$. Khi đó tọa độ của vec – tơ $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ là

- A. $\vec{u} = (1; 2; 3)$. **B. $\vec{u} = (3; 6; 4)$.** C. $\vec{u} = (1; 3; 3)$. D. $\vec{u} = (3; -1; 5)$.

Lời giải

Ta có $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = (3; 6; 4)$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào ?

- A. $(0; 2)$. B. $(0; +\infty)$. **C. $(2; +\infty)$.** D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho nên chọn C

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng là

A. $y = 1$

B. $x = -3$

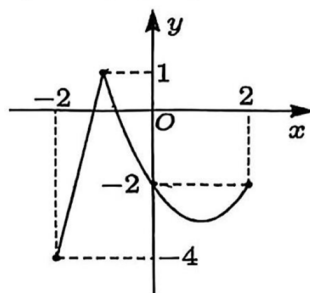
C. $x = 1$

D. $x = -1$

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2; 2]$ như hình vẽ dưới đây:



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$. Khi đó, giá trị của biểu thức $M - m$ bằng:

A. 5

B. -4

C. 0

D. 3

Lời giải

Tập xác định: $x \in [-2; 2]$.

Giá trị lớn nhất: Điểm cao nhất của đồ thị có tung độ là 1. Vậy $M = 1$.

Giá trị nhỏ nhất: Điểm thấp nhất của đồ thị có tung độ là -4 (tại $x = -2$). Vậy $m = -4$.

Yêu cầu: Tính $M - m = 1 - (-4) = 5$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; -3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -3)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0; 1; 0)$.

B. $(0; 1; -3)$.

C. $(2; 0; 0)$.

D. $(0; 0; -3)$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -3)$ trên trục Ox có tọa độ là $M(2; 0; 0)$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; -2; 6)$. Khi đó độ dài của vec tơ $\vec{a}$

A. $|\vec{a}| = 44$.

B. $|\vec{a}| = \sqrt{11}$.

C. $|\vec{a}| = 6$.

D. $|\vec{a}| = 2\sqrt{11}$.

Lời giải

Ta có $\vec{a} = (2; -2; 6) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 6^2} = 2\sqrt{11}$

Câu 11. Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	2	4	7	4	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu?

- A. 16
- B. 4
- C. 20
- D. 15

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: $R = 20 - 0 = 20$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2;3;3), \vec{b} = (3;2;-1)$. Khi đó tích vô hướng $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

- A. $\vec{a}.\vec{b} = 3$.
- B. $\vec{a}.\vec{b} = 9$.
- C. $\vec{a}.\vec{b} = 7$.
- D. $\vec{a}.\vec{b} = 15$

Lời giải

Tích vô hướng $\vec{a}.\vec{b} = 2.3 + 3.2 + 3.(-1) = 9$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$

- a) Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(a;b)$. Khi đó ta có $a^2 + b = 12$.
- b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x - 2$.
- c) Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = 2$ cắt hai đường tiệm cận tại A, B . Diện tích tam giác IAB bằng 12.
- d) Có tất cả 9 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1} = m$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 < 2 < x_2 < 15$.

Lời giải

a) Đúng

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-5	$+\infty$	3	$+\infty$	

Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(3;3)$. Khi đó ta có $3^2 + 3 = 12$.

b) Đúng

Ta có $y = x - 2 + \frac{4}{x-1}$.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x-2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x-1} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x-2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x-1} = 0$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên $y = x - 2$.

c) Sai

Vì $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$.

Nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 1$.

Giao điểm của 2 đường tiệm cận là $I(1; -1)$.

Gọi $M(2;4) \in (C)$, khi đó phương trình tiếp tuyến d tại M có dạng:

$$y = -3(x-2) + 4 = -3x + 10.$$

d cắt hai đường tiệm cận tại $A(1;7), B(3;1)$.

Diện tích tam giác IAB là $S = \frac{1}{2} IA \cdot d(B; IA) = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2 = 8$

d) Đúng

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	2	3	15	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	-5	$+\infty$	4	3	$93/7$	$+\infty$

Để phương trình $\frac{x^2 - 3x + 6}{x-1} = m$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 2 < x_2 < 15$ thì

$4 < m < \frac{93}{7}$. Mà m nguyên nên $m \in \{5; 6; \dots; 13\}$. Có tất cả 9 giá trị nguyên của tham số m để

phương trình $\frac{x^2 - 3x + 6}{x-1} = m$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 2 < x_2 < 15$.

Câu 2. Mức nước h (đơn vị: mét) tại một cảng biển sau t giờ tính từ thời điểm nửa đêm được xác định bởi công thức: $h(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 10$ với $0 \leq t \leq 24$.

a) Tại thời điểm nửa đêm $t = 0$, mực nước tại cảng là 15 mét.

b) Tốc độ biến thiên của mực nước tại thời điểm t là $h'(t) = -\frac{2\pi}{3} \sin\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right)$.

c) Trong một ngày (với $0 \leq t \leq 24$), mực nước thấp nhất là 6 mét và mực nước này xuất hiện tại hai thời điểm khác nhau.

d) Phương trình $h'(t) = 0$ có một nghiệm trên đoạn $[0; 6]$ là $t = 4$.

Lời giải

a) SAI

Tại thời điểm nửa đêm $t = 0$, mực nước tại cảng là: $h(0) = 4 \cos\left(\frac{\pi \cdot 0}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 10 = 12$ (mét).

b) ĐÚNG

Tốc độ biến thiên của mực nước tại thời điểm t là

$$h'(t) = 4 \cdot \frac{\pi}{6} \cdot -\sin\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{2\pi}{3} \sin\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right).$$

c) ĐÚNG

Ta có: $h(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 10 \geq 4 \cdot (-1) + 10 = 6$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} = \pi + k \cdot 2\pi \Leftrightarrow t = 4 + 12k$ (với $k \in \mathbb{Z}$).

Mà $0 \leq t \leq 24$, suy ra: $0 \leq 4 + 12k \leq 24 \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k = 1 \end{cases}$.

Với $k = 0$, khi đó $t = 4 + 12 \cdot 0 = 4$ (giờ).

Với $k = 1$, khi đó $t = 4 + 12 \cdot 1 = 16$ (giờ).

Vậy mực nước thấp là 6 mét tại thời điểm $t_1 = 4$ giờ và $t_2 = 16$ giờ.

d) ĐÚNG

Ta có:

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2\pi}{3} \sin\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} = k \cdot \pi \Leftrightarrow t = -2 + 6k \quad (\text{với } k \in \mathbb{Z}).$$

Mà $t \in [0; 6]$, suy ra: $0 \leq -2 + 6k \leq 6 \Rightarrow k = 1$.

Với $k = 1$, khi đó: $t = -2 + 6 \cdot 1 = 4$.

Vậy phương trình $h'(t) = 0$ có một nghiệm trên đoạn $[0; 6]$ là $t = 4$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0), B(3;0;0), D(0;3;0), D'(0;3;-3)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác $B'BD'$.

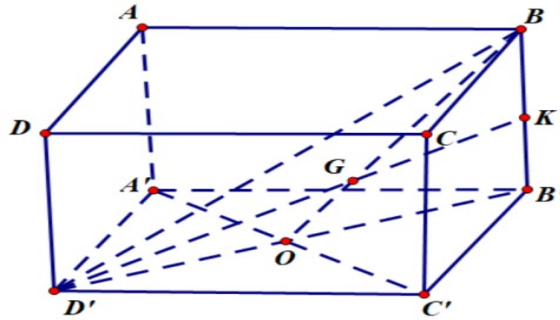
a) Tọa độ của điểm C là $C(-3;-3;0)$.

b) Tọa độ trọng tâm G của tam giác $B'BD'$ là $(2;1;-2)$.

c) Diện tích tam giác $A'B'C$ bằng 4,5 (đvdt).

d) Góc giữa hai đường thẳng AC và $B'G$ là 60° .

Lời giải



+ Do $A \equiv O, B \in Ox, D \in Oy$ nên $ABCD$ là hình chữ nhật.

$$\overrightarrow{DD'} = (0;0;-3), \overrightarrow{AB} = (3;0;0), \overrightarrow{AD} = (0;3;0)$$

$\Rightarrow \overrightarrow{DD'} \cdot \overrightarrow{AB} = 0; \overrightarrow{DD'} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \Rightarrow DD' \perp AB, DD' \perp AD \Rightarrow DD' \perp (ABCD)$. Suy ra hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật.

a) Sai.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{AC} = (3;3;0) \Rightarrow C(3;3;0).$$

b) Đúng.

$$\text{Giả sử } B'(a;b;c) \Rightarrow \overrightarrow{BB'} = (a-3;b;c), \text{ do}$$

$$\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'} \Rightarrow \begin{cases} a-3=0 \\ b=0 \\ c=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=0 \\ c=-3 \end{cases} \Rightarrow B'(3;0;-3)$$

$$\text{Giả sử } G(x;y;z), \text{ do } G \text{ là trọng tâm của tam giác } B'BD' \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3+3+0}{3} = 2 \\ y = \frac{0+0+3}{3} = 1 \\ z = \frac{-3+0-3}{3} = -2 \end{cases} \Rightarrow G(2;1;-2)$$

c) Sai.

$$\text{Ta có } A'B' \perp (BCC'B') \Rightarrow A'B' \perp B'C \Rightarrow \Delta A'B'C \text{ vuông tại } B'$$

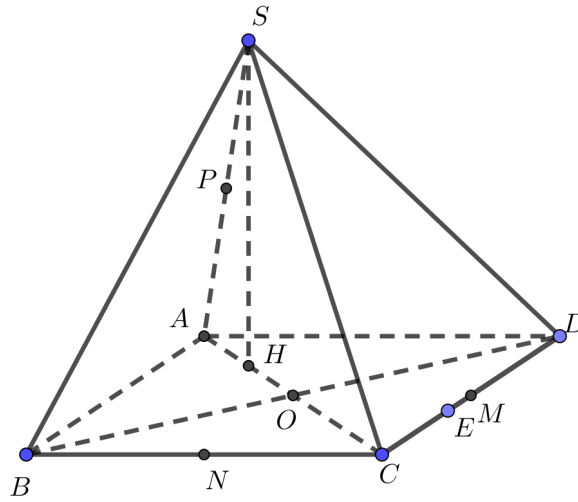
$$A'B' = AB = 3; B'C = 3\sqrt{2} \Rightarrow S_{\Delta A'B'C} = \frac{1}{2} A'B' \cdot B'C = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

d) Sai.

$$\overrightarrow{AC} = (3;3;0), \overrightarrow{B'G} = (-1;1;1) \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{B'G} = 0 \Rightarrow AC \perp B'G. \text{ Vậy góc giữa } AC \text{ và } B'G \text{ bằng } 90^\circ$$

- Câu 4.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = 4a$ và $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Gọi H là trung điểm của AO . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$.
- a) Gọi α là số đo góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$, khi đó $\tan \alpha = \frac{2}{3}$.
- b) Góc tạo bởi đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng góc $\widehat{BSH}$.
- c) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $8a^3$.
- d) Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của ba cạnh CD, BC và SA . Khoảng cách giữa hai đường thẳng PN và SM bằng $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

Lời giải



Vì $\widehat{BAD} = 120^\circ$ nên suy ra $\widehat{CAD} = 60^\circ$. Lại có $DA = DC$ nên tam giác $\triangle ACD$ đều. Do đó $AM = 2a\sqrt{3}$.

a) Đúng

Kẻ $HE \perp CD$ ($E \in CD$).

Ta có: $\left. \begin{array}{l} HE \perp CD \\ AM \perp CD \end{array} \right\} \Rightarrow HE \parallel AM$.

Áp dụng định lý Thalès: $\frac{HE}{AM} = \frac{HC}{AC} = \frac{3}{4}$.

Theo giả thiết, ta có $\frac{HE}{AM} = \frac{HC}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow HE = \frac{3}{4}AM = \frac{3}{4} \cdot 2a\sqrt{3} = \frac{3a\sqrt{3}}{2}$.

Mặt khác: $CD \perp SH$, $CD \perp HE$ nên suy ra $CD \perp SE$.

Ta có: $\left. \begin{array}{l} (SCD) \cap (ACD) = CD \\ HE \subset (ACD), HE \perp CD \\ SE \subset (SCD), SE \perp CD \end{array} \right\} \Rightarrow [S, CD, A] = \widehat{SEH} = \alpha$.

Vì $SH \perp (ABCD)$ nên $SH \perp HE$, do đó $\tan \alpha = \frac{SH}{HE} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{3a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{3}$.

b) Sai

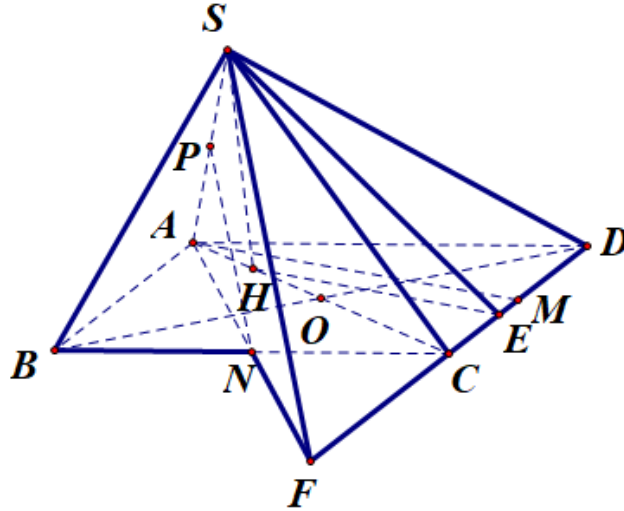
Vì $BH \not\subset (SAC)$ nên SH không là hình chiếu của SB lên (SAC)

$\Rightarrow (SB, (SAC))$ không bằng góc $\widehat{BSH}$.

c) Đúng

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = 2S_{ACD} = 2 \cdot \frac{16a^2\sqrt{3}}{4} = 8a^2\sqrt{3} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 8a^2\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = 8a^3.$$

d) Đúng



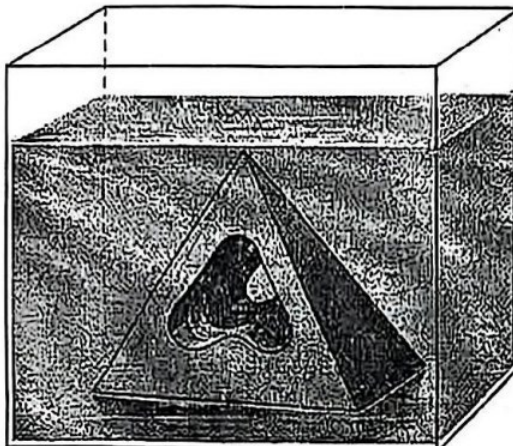
Gọi $AN \cap CD = F$. Suy ra $PN \parallel SF$

$$\text{Do đó } d(PN, SM) = d(PN, (SFD)) = d(P, (SFD)) = \frac{1}{2} d(A, (SFD)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot d(H, (SFD))$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{SH \cdot HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3a^2 + \frac{27a^2}{4}}} = \frac{2a\sqrt{39}}{13}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn: *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.*

Câu 1: Một chi tiết máy mẫu bằng nhựa đúc đặc có dạng hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy bằng 20 cm. Do bị lỗi kỹ thuật, bên trong chi tiết này có một khoang rỗng. Để kiểm tra, kỹ sư thả chìm hoàn toàn chi tiết máy vào một bể chứa dung dịch chống gỉ có dạng hình lăng trụ đứng có đáy là hình vuông cạnh bằng 30 cm. Khi đó, mực dung dịch trong bể dâng lên thêm 2 cm và dung dịch đã tràn vào lấp đầy khoang rỗng bên trong. Sau khi vớt chi tiết ra và lau khô bề mặt, khối lượng của nó tăng thêm 160 gam so với ban đầu. Biết khối lượng riêng của dung dịch là $0,8 \text{ gam/cm}^3$. Hãy tính độ dài cạnh bên của hình chóp nói trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

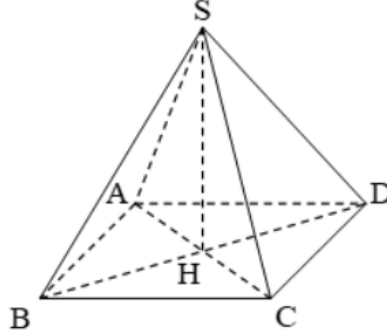


Lời giải

Đáp số: 20,6

Ta có : $V_{\text{KhoangRong}} = \frac{160}{0.8} = 200(\text{cm}^3)$, $V_{\text{DungDichDangLen}} = 30^2 \cdot 2 = 1800(\text{cm}^3)$.

Suy ra: $V_{\text{KhoiChop}} = 200 + 1800 = 2000(\text{cm}^3)$.



Mà $V_{\text{KhoiChop}} = \frac{1}{3} \cdot 20^2 \cdot SH \Rightarrow SH = 15$, $BD = 20\sqrt{2} \Rightarrow BH = 10\sqrt{2}$.

Suy ra: $SB = \sqrt{SH^2 + BH^2} = 5\sqrt{17} \approx 20,6$.

Câu 2: Cho hàm số $y = g(x) = \ln \frac{(x-2)^2(x+5)}{(x-4)(x+1)}$. Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận(chỉ xét tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)

Lời giải

Đáp số: 3

Điều kiện xác định: $\frac{(x-2)^2(x+5)}{(x-4)(x+1)} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < x < -1 \\ x > 4 \end{cases}$.

Vậy tập xác định $D = (-5; -1) \cup (4; +\infty)$.

- Trước hết ta tìm tiệm cận đứng: Ta biết với $a > 1$ thì $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = +\infty$.

Đặt $f(x) = \frac{(x-2)^2(x+5)}{(x-4)(x+1)}$. Ta xét các giá trị của x để $f(x) \rightarrow 0^+$; $f(x) \rightarrow +\infty$

+ Xét $x \rightarrow -5^+ \Rightarrow f(x) \rightarrow 0^+$. Do đó $\lim_{x \rightarrow -5^+} \ln f(x) = -\infty$; Vậy $x = -5$ là một đường tiệm cận

đứng của đồ thị $y = g(x) = \ln \frac{(x-2)^2(x+5)}{(x-4)(x+1)}$.

+ Xét $x \rightarrow -1^- \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty$. Do đó $\lim_{x \rightarrow -1^-} \ln f(x) = +\infty$; Vậy $x = -1$ là một đường tiệm cận

đứng của đồ thị $y = g(x) = \ln \frac{(x-2)^2(x+5)}{(x-4)(x+1)}$.

+ Xét $x \rightarrow 4^+ \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty$. Do đó $\lim_{x \rightarrow 4^+} \ln f(x) = +\infty$; Vậy $x = 4$ là một đường tiệm cận đứng

của đồ thị $y = g(x) = \ln \frac{(x-2)^2(x+5)}{(x-4)(x+1)}$.

Vậy đồ thị đã cho có 3 đường tiệm cận đứng.

- Xét $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty$ nên $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln f(x) = +\infty$; Vậy đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

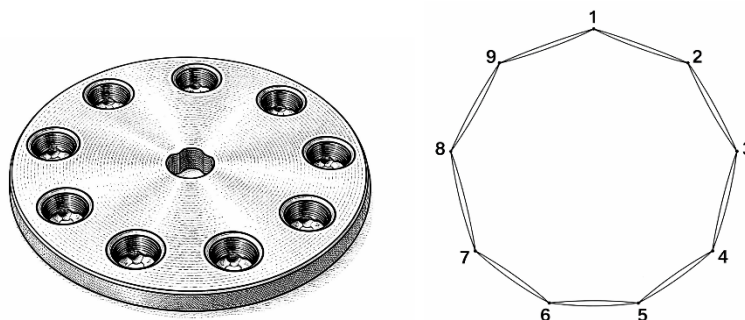
Câu 3: Một kỹ sư tiến hành lắp ráp một rotor của động cơ phản lực. Rotor có 9 khe cắm cánh quạt được đánh số cố định từ 1 đến 9 theo vòng tròn (như hình vẽ). Khoảng cách giữa các khe đều nhau, tạo thành các đỉnh của một đa giác đều có 9 cạnh. Do sai số chế tạo, 9 cánh quạt có khối lượng thực tế là các số nguyên phân biệt từ 1 gam đến 9 gam. Để đảm bảo rotor cân bằng động học khi quay, kỹ sư lựa chọn phương án lắp đặt thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

+ Chia 9 cánh quạt thành 3 nhóm (mỗi nhóm 3 cánh).

+ Mỗi nhóm được lắp vào 3 khe cắm tạo thành một tam giác đều (ba khe cắm tạo thành một tam giác đều khi và chỉ khi chúng cách nhau đúng 3 khe theo vòng tròn).

+ Tổng khối lượng của 3 cánh quạt trong mỗi nhóm phải bằng nhau.

Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 9 cánh quạt vào 9 khe cắm thỏa mãn các điều kiện kỹ thuật trên? (Hai cách sắp xếp được coi là khác nhau nếu có ít nhất một cánh quạt ở một vị trí khe cắm khác nhau, không đồng nhất các cách lắp khác nhau bởi phép quay hay phép đối xứng của rotor).



Lời giải

Đáp số: 2592

Tổng khối lượng của các cánh quạt: $1 + 2 + \dots + 9 = 45$ gam.

Ta chia 3 nhóm cánh quạt sao cho tổng khối lượng của 3 cánh quạt trong mỗi nhóm phải bằng nhau. Suy ra, khối lượng của mỗi nhóm bằng: $\frac{45}{3} = 15$ gam.

Các bộ gồm 3 số lấy từ tập $\{1; 2; \dots; 9\}$ mà tổng của chúng bằng 15 là:

$$\{1; 5; 9\}, \{1; 6; 8\}, \{2; 4; 9\}, \{2; 5; 8\}, \{2; 6; 7\}, \{3; 4; 8\}, \{3; 5; 7\}.$$

Chọn 3 bộ trong số 7 bộ trên sao cho các chữ số không trùng nhau để có được 3 nhóm cánh quạt có tổng khối lượng thỏa mãn.

Trường hợp 1: $\{1; 5; 9\}, \{2; 6; 7\}, \{3; 4; 8\}$.

Chọn ra 3 tam giác đều thỏa đề bài có: $3!$ cách;

với mỗi tam giác đều, để lấp 3 số vào 3 đỉnh ta có: $3!$ cách.

Có tất cả 3 tam giác đều, do đó số cách xếp trong trường hợp này là: $3! \cdot (3!)^3 = 1296$ cách.

Trường hợp 2: $\{1; 6; 8\}, \{2; 4; 9\}, \{3; 5; 7\}$.

Tương tự trường hợp 1, có 1296 cách.

Vậy có tất cả $1296 + 1296 = 2592$ cách xếp.

Câu 4. Một nông trại dâu tây sạch tại Đà Lạt (Bên A) ký hợp đồng cung cấp độc quyền cho một chuỗi cửa hàng tại TP.HCM (Bên B). Dựa trên dữ liệu thị trường, Bên B dự tính rằng nếu mỗi ngày nhập và bán hết x ki-lô-gam (kg) dâu tây ($0 < x < 150$), thì tổng doanh thu bán lẻ là $R(x) = 300x - x^2$ (nghìn đồng). Tuy nhiên, để vận hành việc bán hàng (bảo quản, nhân sự, mặt bằng,...), Bên B phải chịu chi phí vận hành (không bao gồm tiền nhập hàng) là $C(x) = x^2 + 20x + 500$ (nghìn đồng). Bên A sẽ quyết định giá bán sỉ là p cho Bên B. Giả sử Bên B là đơn vị kinh doanh tối ưu, họ sẽ luôn chọn phương án nhập hàng là x sao cho lợi nhuận thu được là cao nhất ứng với mức giá p . Hãy xác định mức giá sỉ p (nghìn đồng) mà nông trại nên thiết lập để tổng doanh thu của nông trại từ việc bán hàng cho Bên B là lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Đáp số: 140

Lời giải

Bên B (Cửa hàng):

Doanh thu: $R(x) = 300x - x^2$ (nghìn đồng)

Chi phí vận hành: $C(x) = x^2 + 20x + 500$ (nghìn đồng)

Chi phí nhập hàng: $p \cdot x$ (nghìn đồng)

Lợi nhuận Bên B thu được là $L_B(x) = R(x) - C(x) - px = -2x^2 + (280 - p)x - 500$

Ta có $L'_B(x) = -4x + 280 - p$ ($0 < x < 150$), $L'_B(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{280 - p}{4}$

Do đó $L_B(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $(0; 150)$ tại $x = \frac{280 - p}{4} \Rightarrow p = 280 - 4x$.

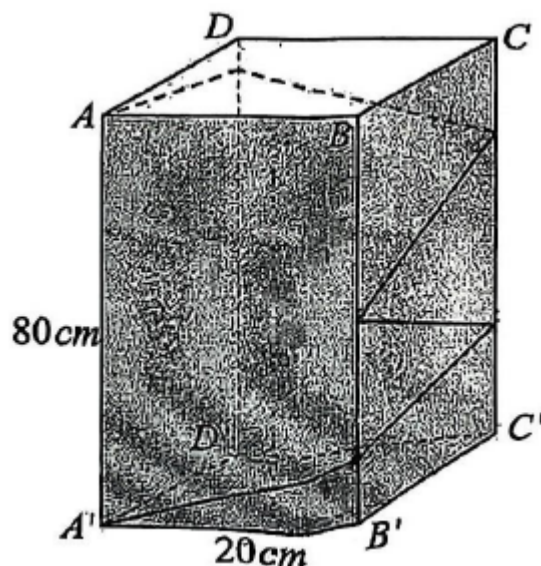
Bên A (Nông trại) :

Doanh thu của Bên A là $L_A(x) = p \cdot x = (280 - 4x) \cdot x = -4x^2 + 280x$

$L'_A(x) = -8x + 280$, $L'_A(x) = 0 \Leftrightarrow x = 35$

Do đó $L_A(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $(0;150)$ tại $x = 35 \Rightarrow p = 280 - 4.35 = 140$ (nghìn đồng).

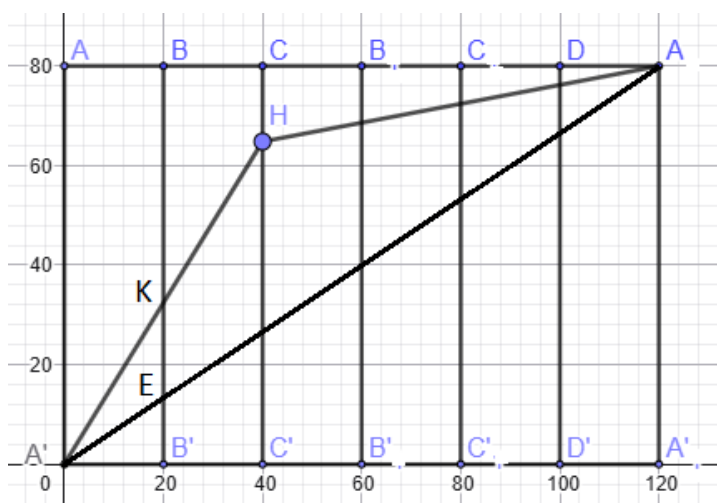
Câu 5. Cho một tòa nhà đồ chơi có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với đáy là hình vuông cạnh 20 cm và chiều cao 80 cm, $A'B'C'D'$ là mặt dưới, $ABCD$ là mặt trên.



Một con kiến xuất phát từ điểm A' và bò lên bề mặt xung quanh của tòa nhà để đến đích là điểm A (hình vẽ minh họa). Đường đi của con kiến là một đường gấp khúc liên tục, nằm hoàn toàn trên bốn mặt bên (không bò trên mặt trên và mặt dưới), không trùng với các cạnh của hình hộp và lần lượt gặp các cạnh bên theo đúng thứ tự BB', CC', BB', CC', DD' . Biết rằng con kiến chạm vào cạnh BB' ở các điểm cách B' một khoảng không nhỏ hơn 16 cm và chạm vào cạnh CC' ở các điểm cách C một khoảng không lớn hơn 16 cm. Tính độ dài ngắn nhất của quãng đường mà con kiến đi? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị độ dài là cm).

Đáp số: 157

Lời giải



Trải phẳng các mặt bên của hình hộp chữ nhật theo đường đi của con kiến ta được hình phẳng như hình vẽ.

Xét trường hợp con kiến đi thẳng từ A' đến A . Gọi E là điểm con kiến chạm vào cạnh BB' .

Khi đó:

$$\frac{EB'}{AA'} = \frac{20}{120} \Rightarrow EB' = \frac{80 \cdot 20}{120} \approx 13,3 \text{ cm} < 16 \text{ cm (không thỏa)}.$$

Xét trường hợp con kiến chạm vào cạnh CC' tại H (như hình vẽ), với $0 < CH \leq 16$.

Khi đó: $A'H$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $CH = 16$, suy ra $C'H = 64$ và $A'H = \sqrt{40^2 + 64^2} = 8\sqrt{89}$.

Gọi K là điểm con kiến chạm cạnh BB' trong trường hợp này.

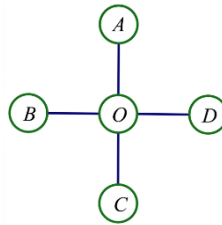
Ta có: $\frac{KB'}{HC'} = \frac{20}{40} \Rightarrow KB' = \frac{64 \cdot 20}{40} = 32 \text{ cm} > 16 \text{ cm}$ (thỏa ycbt).

Con kiến tiếp tục đi thẳng từ H đến A , $AH = \sqrt{16^2 + 80^2} = 16\sqrt{26}$.

Vậy độ dài ngắn nhất của quãng đường mà con kiến đi là

$$A'H + HA = 8\sqrt{89} + 16\sqrt{26} \approx 157,056 \text{ cm}.$$

Câu 6. Chọn ngẫu nhiên 5 số phân biệt từ tập $X = \{2; 4; 6; 8; 10; 12; 13; 14; 16; 18; 20\}$ để xếp vào 5 ô A, B, C, D, O như hình vẽ (mỗi ô xếp một số). Gọi Y là biến cố “số 13 xếp ở ô O và tổng các số xếp ở các ô A, O, C bằng tổng các số xếp ở các ô B, O, D ”. Biết xác suất của biến cố Y là $P(Y) = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{N}$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó giá trị $a + b$ bằng bao nhiêu?



Đáp số: 698

Lời giải

Tập X có 11 phần tử.

Chọn ngẫu nhiên 5 phần tử từ tập X và xếp vào 5 vị trí. Khi đó $n(\Omega) = A_{11}^5$.

Xét biến cố Y : “số 13 xếp ở ô O và tổng các số xếp ở các ô A, O, C bằng tổng các số xếp ở các ô B, O, D ”.

+) Số 13 được xếp ở ô O .

+) Các số xếp ở các ô A, B, C, D được chọn từ tập $Q = \{2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20\}$ và phải thỏa mãn điều kiện tổng các số xếp ở các ô A, O, C bằng tổng các số xếp ở các ô B, O, D nên ta tìm các tập con của Q có 2 phần tử có tổng bằng nhau. Ta có bảng sau

Tổng	Số tập thỏa mãn	Các tập thỏa mãn	Số cách chọn 2 tập
6	1	$\{2; 4\}$	0
8	1	$\{2; 6\}$	0
10	2	$\{2; 8\}; \{4; 6\}$	1
12	2	$\{2; 10\}; \{4; 8\}$	1
14	3	$\{2; 12\}; \{4; 10\}; \{6; 8\}$	$C_3^2 = 3$
16	3	$\{2; 14\}; \{4; 12\}; \{6; 10\}$	$C_3^2 = 3$

18	4	$\{2;16\};\{4;14\};\{6;12\};\{8;10\}$	$C_4^2 = 6$
20	4	$\{2;18\};\{4;16\};\{6;14\};\{8;12\}$	$C_4^2 = 6$
22	5	$\{2;20\};\{4;18\};\{6;16\};\{8;14\};\{10;12\}$	$C_5^2 = 10$
24	4	$\{4;20\};\{6;18\};\{8;16\};\{10;14\}$	$C_4^2 = 6$
26	4	$\{6;20\};\{8;18\};\{10;16\};\{12;14\}$	$C_4^2 = 6$
28	3	$\{8;20\};\{10;18\};\{12;16\}$	$C_3^2 = 3$
30	3	$\{10;20\};\{12;18\};\{14;16\}$	$C_3^2 = 3$
32	2	$\{12;20\};\{14;18\}$	1
34	2	$\{14;20\};\{16;18\}$	1
36	1	$\{16;20\}$	0
38	1	$\{18;20\}$	0
Tổng			50

Với mỗi cách chọn 2 tập trên, có $2.2.2 = 8$ cách xếp các phân tử đó vào 4 vị trí và thỏa mãn điều kiện của đề bài, do đó $n(Y) = 8.50 = 400$.

$$P(Y) = \frac{400}{A_{11}^5} = \frac{5}{693}. \text{ Vậy } a + b = 698.$$

--- Hết ---