

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

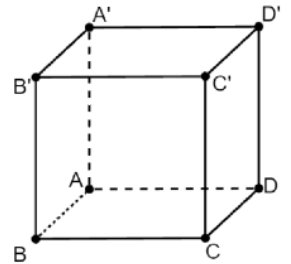
BÀI: VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Vector có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ và bằng vector $\overrightarrow{AD}$ là

- A. $\overrightarrow{B'C'}$. B. $\overrightarrow{DA}$.
C. $\overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AB}$.



Câu 2: Trong không gian, cho 3 điểm A, B, C phân biệt. Hiệu hai véc tơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ bằng

- A. $\overrightarrow{CB}$. B. $\overrightarrow{BC}$. C. $\overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{CA}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CA'}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BD'}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DB'}$.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$
C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$ D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN}$

Câu 5: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vector nào sau đây là vector đối của vector $\overrightarrow{AA'}$?

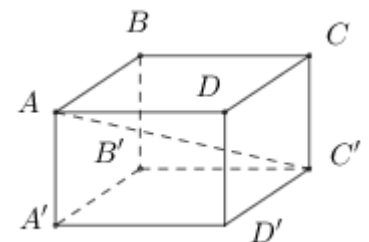
- A. $\overrightarrow{A'C'}$. B. $\overrightarrow{BA'}$. C. $\overrightarrow{BB'}$. D. $\overrightarrow{C'C}$.

Câu 6: Trong không gian, cho tứ diện $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CB}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Câu 7: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ dưới). Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{BD'}$.
B. $\overrightarrow{AD}$ cùng hướng với $\overrightarrow{B'C'}$.
C. $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng với $\overrightarrow{D'C'}$.
D. $\overrightarrow{AC'}$ cùng phương với $\overrightarrow{A'C'}$.

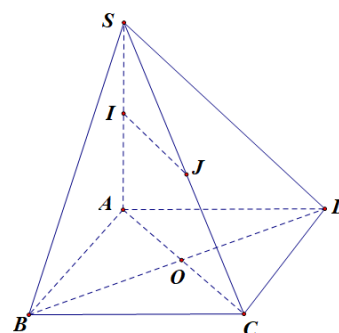


- Câu 8:** Cho $|\vec{a}| = 2; |\vec{b}| = 6$, góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 120° . Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$. **B.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 40$. **C.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = -6$. **D.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6\sqrt{3}$.
- Câu 9:** Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$. Góc giữa hai vector $\vec{BD}, \vec{B'C}$ bằng
A. 30° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 90° .
- Câu 10:** Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính số đo góc giữa hai véc tơ $\vec{CB}$ và $\vec{AC}$.
A. $(\vec{CB}, \vec{AC}) = 30^\circ$. **B.** $(\vec{CB}, \vec{AC}) = 60^\circ$. **C.** $(\vec{CB}, \vec{AC}) = 120^\circ$. **D.** $(\vec{CB}, \vec{AC}) = 150^\circ$.
- Câu 11:** Cho hình chóp $S.ABC$ có các tam giác SAB và SAC đều. Tính góc giữa hai đường thẳng SA và BC .
A. $(SA, BC) = 30^\circ$. **B.** $(SA, BC) = 45^\circ$. **C.** $(SA, BC) = 60^\circ$. **D.** $(SA, BC) = 90^\circ$.
- Câu 12:** Theo định luật II: Gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật:
 $\vec{F} = m\vec{a}$ trong đó $\vec{F}$ là vector lực (N), $\vec{a}$ là vector gia tốc (m/s^2), $m(kg)$ là khối lượng của vật. Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng $0,5(kg)$ một gia tốc $50(m/s^2)$ thì cần một lực đá có độ lớn là bao nhiêu?
A. $10N$. **B.** $5N$. **C.** $50N$. **D.** $25N$.

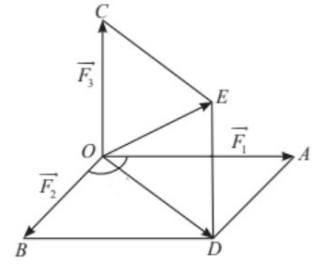


PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Trong không gian cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh là a . Gọi O là giao điểm của BD và AC .
a) Vector $\vec{A'C} - \vec{A'A} = \vec{AB} + \vec{AD}$
b) Vector $\vec{BC'} = \vec{A'A} + \vec{B'C'}$.
c) Vector $\vec{C'O} = \vec{C'A'} - \vec{OA'}$
d) $\vec{A'D} \cdot \vec{A'B} = 0$
- Câu 2:** Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M, N, G, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN, AC, BD .
a) $2\vec{QP} = \vec{AB} + \vec{CD}$
b) Giá trị tích vô hướng $\vec{AB} \cdot (\vec{AB} - \vec{CA})$ bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$
c) Giá trị của $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = -\vec{GD}$.
d) Góc giữa $\vec{AC}$ và $\vec{MN}$ là: 60°
- Câu 3:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA, SC . G là trọng tâm tam giác SBD
a) $\vec{AC} - \vec{AB} = \vec{AD}$.
b) $\vec{AS} + \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AG}$.
c) $\vec{IJ} \cdot \vec{BD} = 0$
d) $\vec{AG}^2 = \vec{AS}^2 + \vec{AB}^2 + \vec{AD}^2$.



Câu 4: Một vật nặng O được kéo từ ba hướng như hình vẽ và chịu tác dụng của 3 lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$, có độ lớn lần lượt là $24N, 12N, 6N$. Biết góc tạo bởi 2 lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ là 120° và lực thứ ba vuông góc với hai lực đầu tiên.



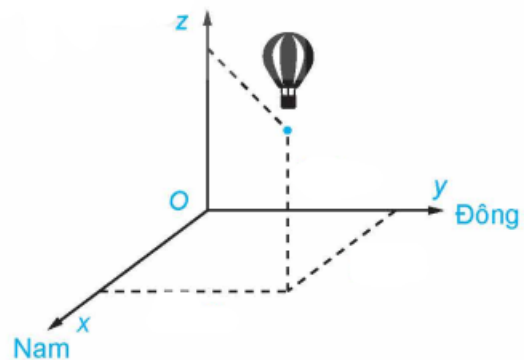
- a) $\vec{BO} + \vec{BA} = \vec{BD}$.
 b) $\vec{OE} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$.
 c) Độ dài của vector $\vec{OD}$ là $|\vec{OD}| = 12\sqrt{7}$.
 d) Độ lớn hợp lực tác dụng vào vật O là $6\sqrt{13}N$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ sao cho $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 2$ và hai vectơ $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc với nhau. Tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ (đơn vị độ)

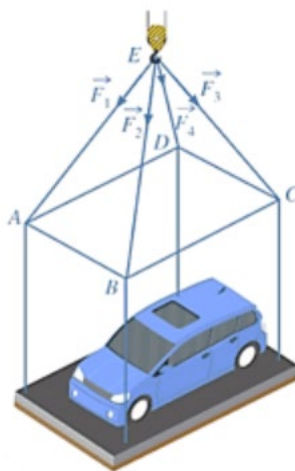
Câu 2: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\vec{AA'} = \vec{a}; \vec{AB} = \vec{b}; \vec{AC} = \vec{c}$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng $B'C$. Biết rằng $\vec{B'I} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$, tính $S = m + n + p$.

Câu 3: Một chiếc khinh khí cầu bay lên từ địa điểm cho trước. Sau khoảng thời gian bay, chiếc khinh khí cầu cách địa điểm xuất phát $2,5km$ về hướng nam và $1,7km$ về hướng đông, đồng thời cách mặt đất là $0,6km$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của chiếc khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilomet. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Tính khoảng cách từ địa điểm xuất phát đến địa điểm hiện tại của khinh khí cầu (đơn vị lấy theo kilomet và làm tròn đến 2 chữ số sau phần thập phân)

Câu 4: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được đặt vào móc E của chiếc cần cầu sao cho các đoạn dây cáp $EA; EB; EC; ED$ bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α . Chiếc cần cầu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết các lực căng $\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3; \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4800 N , trọng lượng của cả khung sắt chứa xe ô tô là $7200\sqrt{6}\text{ N}$. Tính $\sin \alpha$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Hình 16

Câu 5: Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N . Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N . Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên.

Câu 6: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho tam giác ABC đều. Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L . Trọng lượng của chiếc đèn là 27 N và bán kính của chiếc đèn là $0,5\text{ m}$.



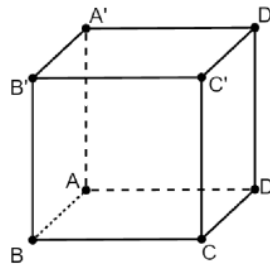
Tìm chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây, biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là 12 N . (Chiều dài tính theo đơn vị cm và làm tròn đến hàng phần mười)

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Vector có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ và bằng vector $\overrightarrow{AD}$ là



A. $\overrightarrow{B'C'}$.

B. $\overrightarrow{DA}$.

C. $\overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên ta có $AD = B'C'$

Ta thấy $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{B'C'}$ cùng hướng.

Do đó $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B'C'}$.

Câu 2: Trong không gian, cho 3 điểm A, B, C phân biệt. Hiệu hai véc tơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ bằng

A. $\overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{BA}$.

D. $\overrightarrow{CA}$.

Lời giải

Theo quy tắc hiệu hai véc tơ chung gốc, ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

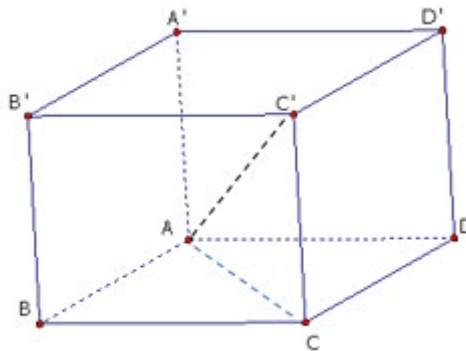
A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CA'}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BD'}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DB'}$.

Lời giải



Theo quy tắc hình bình hành ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$

Vậy $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. Suy ra đáp án đúng là A

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

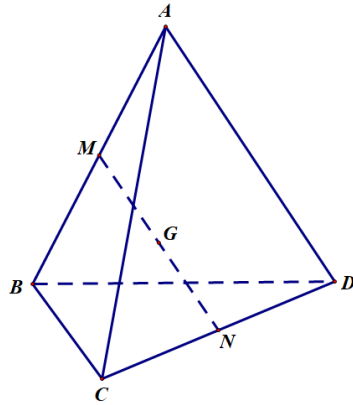
A. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$

C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$

D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN}$

Lời giải



Theo quy tắc trung điểm, ta có

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM}; \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN}; \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$$

$$\text{Suy ra: } \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GM} + 2\overrightarrow{GN} = 2(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}) = \vec{0}$$

hay $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GD}$, vậy A đúng, B sai

Xét đáp án C, ta có :

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 4\overrightarrow{MG} \text{ nên C đúng}$$

Xét đáp án D:

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND}$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC}$$

Cộng vế theo vế ta có: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{NC} = 2\overrightarrow{MN}$, suy ra D đúng

Câu 5: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD A'B'C'D'$. Vectơ nào sau đây là vectơ đối của vectơ $\overrightarrow{AA'}$?

- A. $\overrightarrow{A'C'}$. B. $\overrightarrow{BA'}$. C. $\overrightarrow{BB'}$. D. $\overrightarrow{C'C}$.

Lời giải

Câu 6: Trong không gian, cho tứ diện $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CB}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Theo quy tắc ba điểm, ta có:

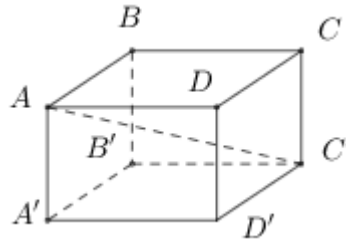
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$$

Do đó:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD}$$

$$= \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$$

Câu 7: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ dưới). Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{BD'}$.

C. $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng với $\overrightarrow{D'C'}$.

B. $\overrightarrow{AD}$ cùng hướng với $\overrightarrow{B'C'}$.

D. $\overrightarrow{AC'}$ cùng phương với $\overrightarrow{A'C'}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 8: Cho $|\vec{a}| = 2; |\vec{b}| = 6$, góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 120° . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 40$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -6$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6\sqrt{3}$.

Lời giải

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 2 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ = 2 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -6$$

Câu 9: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$. Góc giữa hai vector $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}$ bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B'D'}$. Do đó,

$$(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}) = (\overrightarrow{B'D'}, \overrightarrow{B'C}) = \widehat{D'B'C'}$$

Vì $B'C' = CD' = D'B'$ nên tam giác $B'CD'$ là tam giác đều.

Suy ra $\widehat{D'B'C'} = 60^\circ$

Vậy $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}) = 60^\circ$

Câu 10: Cho tứ diện đều $ABCD$. Tính số đo góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

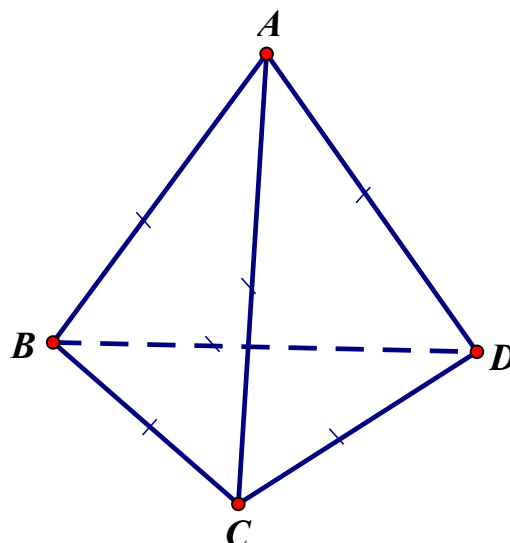
A. $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AC}) = 30^\circ$.

B. $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AC}) = 60^\circ$.

C. $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AC}) = 120^\circ$.

D. $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AC}) = 150^\circ$.

Lời giải



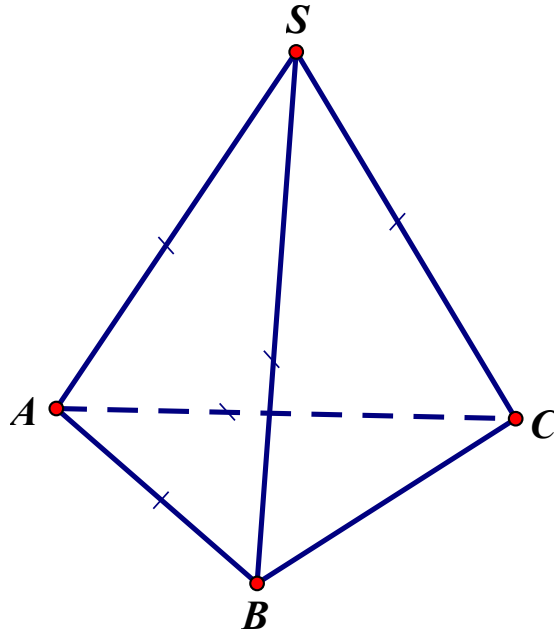
Ta có $ABCD$ là tứ diện đều suy ra tam giác ABC đều.

$$\Rightarrow \widehat{ACB} = 60^\circ \Rightarrow (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AC}) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có các tam giác SAB và SAC đều. Tính góc giữa hai đường thẳng SA và BC .

- A.** $(SA, BC) = 30^\circ$. **B.** $(SA, BC) = 45^\circ$. **C.** $(SA, BC) = 60^\circ$. **D.** $(SA, BC) = 90^\circ$.

Lời giải



Đặt $AB = a \Rightarrow AS = AC = a$, ta có:

$$\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AS} \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AB} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ - a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = 0$$

$$\Rightarrow SA \perp BC \Rightarrow (SA, BC) = 90^\circ.$$

Câu 12: Theo định luật II: Gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật:



$\vec{F} = m\vec{a}$ trong đó $\vec{F}$ là vector lực (N), $\vec{a}$ là vector gia tốc (m/s^2), $m(kg)$ là khối lượng của vật. Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng $0,5(kg)$ một gia tốc $50(m/s^2)$ thì cần một lực đã có độ lớn là bao nhiêu?

- A.** $10N$. **B.** $5N$. **C.** $50N$. **D.** $25N$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \vec{F} = m\vec{a}, \text{ suy ra } |\vec{F}| = |m\vec{a}| = m|\vec{a}| = 0,5 \cdot 50 = 25(N).$$

Vậy muốn truyền cho quả bóng khối lượng $0,5(kg)$ một gia tốc $50(m/s^2)$ thì cần một lực có độ lớn bằng $25N$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh là a . Gọi O là giao điểm của BD và AC .

a) Vector $\overrightarrow{A'C} - \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

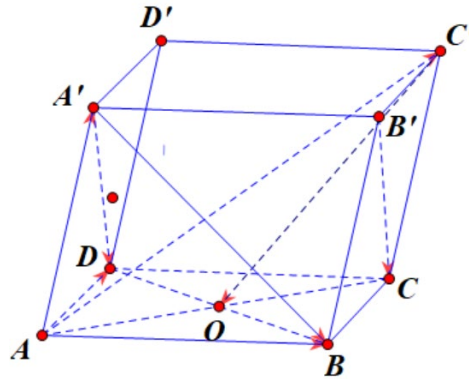
b) Vector $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'C'}$.

c) Vector $\overrightarrow{C'O} = \overrightarrow{C'A'} - \overrightarrow{OA'}$

d) $\overrightarrow{A'D} \cdot \overrightarrow{A'B} = 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



a) **Đúng:** Vì $\begin{cases} \overrightarrow{A'C} - \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{A'C} - \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

b) **Sai:** Vì $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{B'C'}$.

c) **Đúng:** Vì $\overrightarrow{C'O} = \overrightarrow{C'A'} + \overrightarrow{A'O} = \overrightarrow{C'A'} - \overrightarrow{OA'}$.

d) **Sai:** Ta có: $\overrightarrow{A'D} \cdot \overrightarrow{A'B} = |\overrightarrow{A'D}| \cdot |\overrightarrow{A'B}| \cdot \cos(\overrightarrow{A'D}, \overrightarrow{A'B}) = a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 60^\circ = a^2$

Câu 2: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M, N, G, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN, AC, BD .

a) $2\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

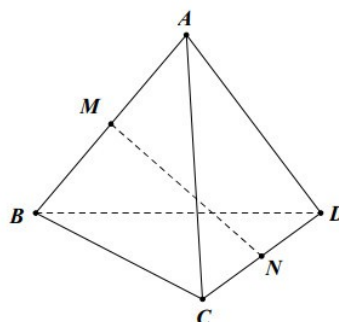
b) Giá trị tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA})$ bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

c) Giá trị của $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GD}$.

d) Góc giữa $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{MN}$ là: 60°

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------



a) $2\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

a) Sai:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QB}) + (\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QD}) = (\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{CP}) + 2\overrightarrow{PQ} + (\overrightarrow{QB} + \overrightarrow{QD}) = 2\overrightarrow{PQ}$$

b) Giá trị tích vô hướng $\overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA})$ bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

b) Sai: Ta có: $\overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}^2 + |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

$$= AB^2 + AB \cdot AC \cdot \cos(\widehat{BAC}) = a^2 + a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = a^2 + \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2}.$$

c) Giá trị của $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GD}$.

c) Đúng:

Ta có: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM}; \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN}; \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}.$

Suy ra: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ hay $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GD}.$

d) Góc giữa $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{MN}$ là: 60°

d) Sai:

Ta có $\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}) = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{MN}}{|\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{MN}|}.$

• $|\overrightarrow{AC}| = a$

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) \Rightarrow |\overrightarrow{MN}|^2 = \overrightarrow{MN}^2 = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AC}^2 + 2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BD}^2) = \frac{1}{4}(2a^2 + 2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD})$$

Mà

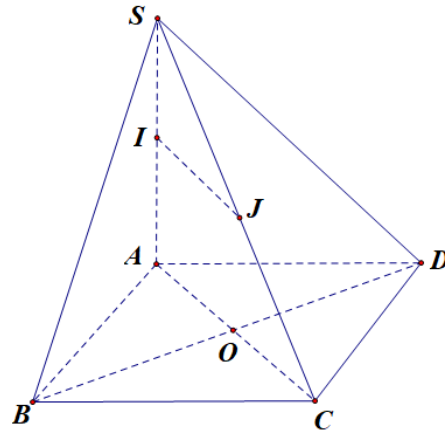
$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cos 60^\circ - |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos 60^\circ = 0$$

Vậy $|\overrightarrow{MN}| = \frac{a}{\sqrt{2}}.$

Ta có $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC}^2 + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}) = \frac{a^2}{2}.$

$$\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}) = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{MN}}{|\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{MN}|} = \frac{\frac{a^2}{2}}{a \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}) = 45^\circ.$$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA, SC . G là trọng tâm tam giác SBD



- a) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$.
 b) $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG}$.
 c) $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{BD} = \vec{0}$
 d) $\overrightarrow{AG}^2 = \overrightarrow{AS}^2 + \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AD}^2$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) đúng: Ta có $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ (qui tắc hình bình hành) suy ra $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$.

b) sai: Do G là trọng tâm tam giác SBD nên

$$\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AS}) + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AD}) = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}.$$

c) sai: Ta có $ABCD$ là hình vuông nên

$$AC \perp BD \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \Rightarrow 2\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$$

Mà $\vec{0} \neq \vec{0}$ nên mệnh đề sai.

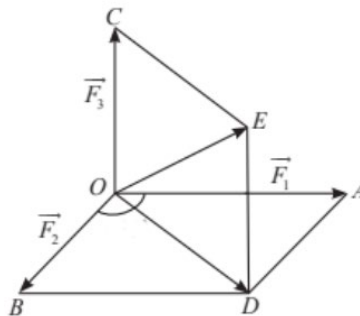
d) sai: Do G là trọng tâm tam giác SBD nên $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$

$$(\overrightarrow{3AG})^2 = (\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})^2 \Rightarrow 9AG^2 = AS^2 + AB^2 + AD^2 + 2\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} \quad (1)$$

Vì SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ nên $\begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp AD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \\ \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \quad (2)$

$ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \quad (3)$. Từ (1); (2); (3) ta được $9AG^2 = AS^2 + AB^2 + AD^2$.

Câu 4: Một vật nặng O được kéo từ ba hướng như hình vẽ và chịu tác dụng của 3 lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$, có độ lớn lần lượt là $24N, 12N, 6N$. Biết góc tạo bởi 2 lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ là 120° và lực thứ ba vuông góc với hai lực đầu tiên.



- a) $\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BD}$.
 b) $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$.
 c) Độ dài của vector $\overrightarrow{OD}$ là $|\overrightarrow{OD}| = 12\sqrt{7}$.
 d) Độ lớn hợp lực tác dụng vào vật O là $6\sqrt{13}N$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

- a) **sai**: Theo quy tắc hình bình hành, ta có: $\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA}$.
 b) **đúng**: Theo quy tắc hình bình hành, ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OE}$.
 c) **sai**: Ta có: $|\overrightarrow{OD}|^2 = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}|^2 = (\overrightarrow{OA}^2 + 2\overrightarrow{OA}\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OB}^2) = OA^2 + OB^2 + 2OA.OB.\cos(\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2})$
 Suy ra: $|\overrightarrow{OD}| = 12\sqrt{3}$.
 d) **đúng**: Độ lớn hợp lực tác dụng vào vật O là:
 $|\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3}| = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OE}| = \sqrt{OD^2 + OC^2} = 6\sqrt{13}N$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ sao cho $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 2$ và hai vectơ $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc với nhau. Tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ (đơn vị độ)

Lời giải.

Trả lời: 90

Vì hai vectơ $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc với nhau nên

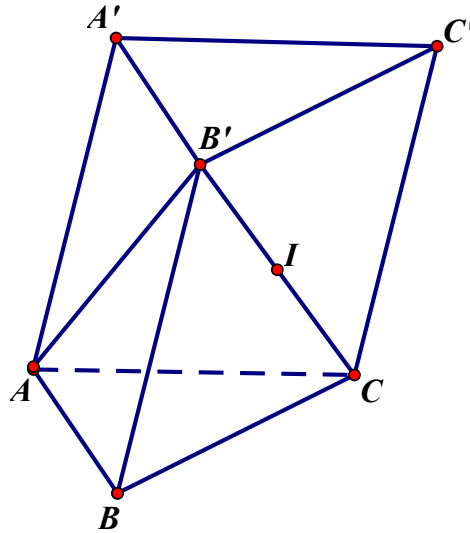
$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b}) = 0 \Leftrightarrow 2\vec{a}^2 - \vec{b}^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 2|\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 + |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot (\sqrt{2})^2 - 2^2 + 2\sqrt{2} \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 0 \Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 0 \Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ.$$

Câu 2: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$; $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$; $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng $B'C$. Biết rằng $\overrightarrow{B'I} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$, tính $S = m + n + p$.

Lời giải

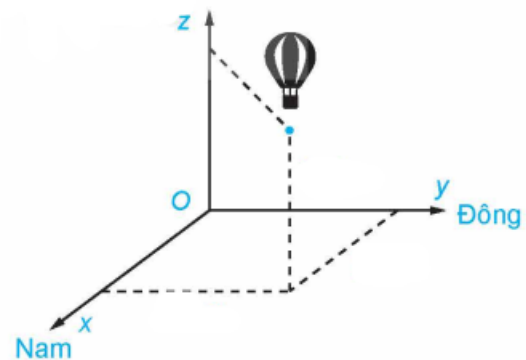
Trả lời: -0,5



$$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2} \overrightarrow{B'C} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB'}) = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AC} - (\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB})) = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AA'} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2} \vec{a} - \frac{1}{2} \vec{b} + \frac{1}{2} \vec{c}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ n = -\frac{1}{2} \\ p = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow S = -0,5.$$

Câu 3: Một chiếc khinh khí cầu bay lên từ địa điểm cho trước. Sau khoảng thời gian bay, chiếc khinh khí cầu cách địa điểm xuất phát $2,5\text{km}$ về hướng nam và $1,7\text{km}$ về hướng đông, đồng thời cách mặt đất là $0,6\text{km}$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của chiếc khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilomet. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Tính khoảng cách từ địa điểm xuất phát đến địa điểm hiện tại của khinh khí cầu (đơn vị lấy theo kilomet và làm tròn đến 2 chữ số sau phần thập phân)

Lời giải

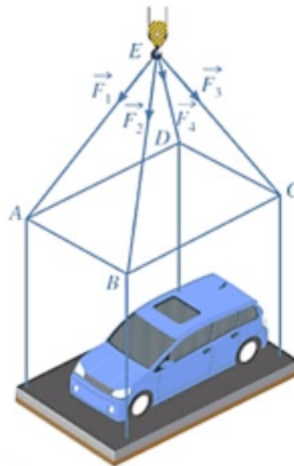
Trả lời: 3,08

Với hệ trục tọa độ đã chọn thì vị trí hiện tại của khinh khí cầu là $A(2,5;1,7;0,6)$.

Khi đó khoảng cách từ địa điểm xuất phát đến địa điểm hiện tại của khinh khí cầu là:

$$OA = \sqrt{2,5^2 + 1,7^2 + 0,6^2} \approx 3,08(\text{km})$$

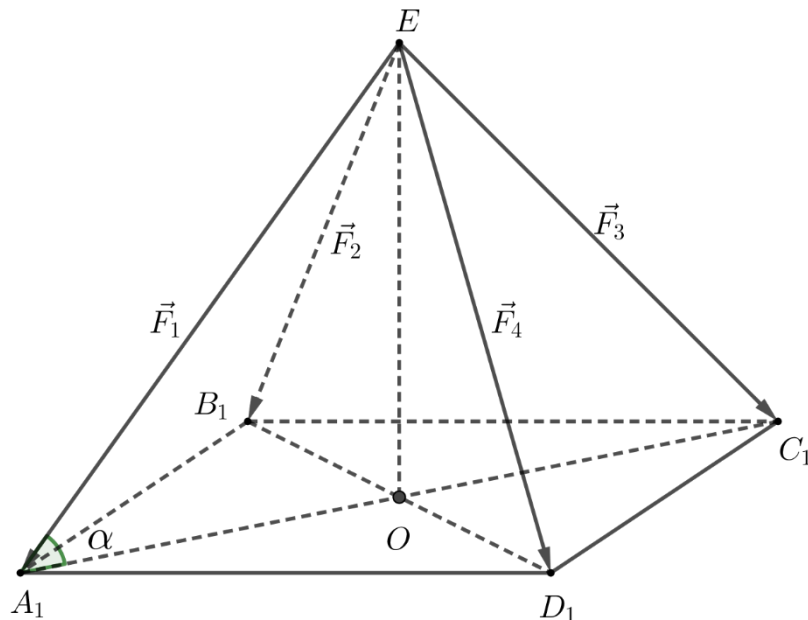
Câu 4: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được đặt vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp $EA; EB; EC; ED$ bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết các lực căng $\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3; \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4800 N , trọng lượng của cả khung sắt chứa xe ô tô là $7200\sqrt{6}\text{ N}$. Tính $\sin \alpha$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Hình 16

Lời giải

Trả lời: 0,92



Gọi $A_1; B_1; C_1; D_1$ là các điểm thỏa mãn: $\vec{EA_1} = \vec{F_1}$; $\vec{EB_1} = \vec{F_2}$; $\vec{EC_1} = \vec{F_3}$; $\vec{ED_1} = \vec{F_4}$.

Vì $EA; EB; EC; ED$ bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α nên

$EA_1; EB_1; EC_1; ED_1$ cũng bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(A_1B_1C_1D_1)$ một góc α .

Mặt khác $ABCD$ là hình chữ nhật nên $A_1B_1C_1D_1$ cũng là hình chữ nhật có tâm O .

Từ các điều kiện trên ta suy ra $EO \perp (A_1B_1C_1D_1)$. Khi đó $\alpha = (EA_1; (A_1B_1C_1D_1)) = \widehat{EA_1O}$.

Ta có: $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = |\vec{F}_4| = 4800N$ nên $EA_1 = EB_1 = EC_1 = ED_1 = 4800$

Xét tam giác EA_1O vuông tại O nên $EO = EA_1 \cdot \sin \alpha = 4800 \cdot \sin \alpha$.

Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{EA}_1 + \vec{EB}_1 + \vec{EC}_1 + \vec{ED}_1 = 4\vec{EO}$.

Mặt khác: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{P}$ với $\vec{P}$ là trọng lực tác động lên khung chứa xe ô tô.

Suy ra: $\vec{P} = 4\vec{EO}$.

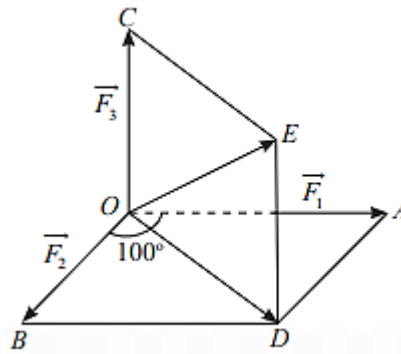
Trọng lượng của cả khung sắt chứa xe ô tô là $|\vec{P}| = 4EO = 19200 \cdot \sin \alpha$ (N).

Theo bài ra ta có: $19200 \cdot \sin \alpha = 7200\sqrt{6} \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{3\sqrt{6}}{8} \approx 0,92$.

Câu 5: Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N. Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên.

Lời giải

Trả lời: 26



Hình 12

Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ là ba lực tác động vào vật đặt tại điểm O lần lượt có độ lớn là 25 N, 12 N, 4 N.

Vẽ $\vec{OA} = \vec{F}_1$, $\vec{OB} = \vec{F}_2$, $\vec{OC} = \vec{F}_3$.

Dựng hình bình hành $OADB$ và hình bình hành $ODEC$.

Hợp lực tác động vào vật là

$$\vec{F} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD} + \vec{OC} = \vec{OE}$$

Áp dụng định lý côsin trong tam giác OBD , ta có

$$OD^2 = BD^2 + OB^2 - 2 \cdot BD \cdot OB \cdot \cos \widehat{OBD} = OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ.$$

Vì $OC \perp (OADB)$ nên $OC \perp OD$, suy ra $ODEC$ là hình chữ nhật.

Do đó tam giác ODE vuông tại D .

$$Ta \text{ có } OE^2 = OC^2 + OD^2 = OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ.$$

$$Suy \text{ ra } OE = \sqrt{OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ}$$

$$= \sqrt{4^2 + 25^2 + 12^2 + 2 \cdot 25 \cdot 12 \cdot \cos 100^\circ} \approx 26,092.$$

Vậy độ lớn của hợp lực là $F = OE \approx 26$ N.

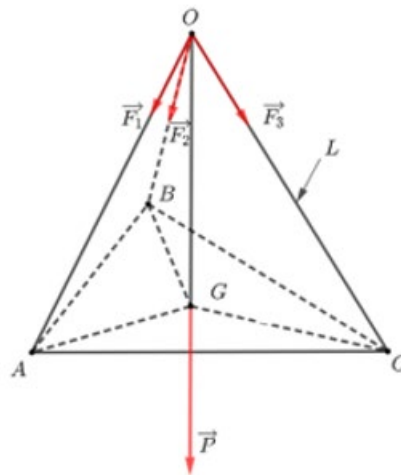
Câu 6: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho tam giác ABC đều. Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L . Trọng lượng của chiếc đèn là 27 N và bán kính của chiếc đèn là 0,5 m.



Tìm chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây, biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là $12N$. (Chiều dài tính theo đơn vị cm và làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 75,6



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

Vì tam giác ABC đều nên G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Do đó, $GA = GB = GC = 0,5m$.

Gọi F là độ lớn của các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ trên mỗi sợi dây. Khi đó, $F = F(L)$ là một hàm số với biến số là L .

Theo bài ra ta có $OA = OB = OC = L$ nên $OG \perp (ABC)$ và $|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = |\vec{OC}| = L$

Do đó, $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3|$

Vì vậy, tồn tại hằng số $c \neq 0$ sao cho: $\vec{F}_1 = c\vec{OA}$, $\vec{F}_2 = c\vec{OB}$, $\vec{F}_3 = c\vec{OC}$. Suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = c(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})$.

Theo quy tắc ba điểm ta có: $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$.

Do đó: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 3c\vec{OG}$.

Mặt khác ta lại có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P}$, với $\vec{P}$ là trọng lực tác dụng lên chiếc đèn.

Mà trọng lượng tác dụng lên chiếc đèn là $20N$ nên $|\vec{P}| = 27 \Leftrightarrow 3c|\vec{OG}| = 27N \Leftrightarrow c = \frac{9}{OG}$.

Tam giác OAG vuông tại G (do $OG \perp (ABC)$) nên ta suy ra

$$OG = \sqrt{OA^2 - GA^2} = \sqrt{L^2 - 0,5^2} \text{ (m) với } L > 0,5.$$

$$\text{Do đó } |\overrightarrow{OG}| = \sqrt{L^2 - 0,5^2} \Rightarrow c = \frac{9}{\sqrt{L^2 - 0,5^2}}.$$

$$\text{Khi đó } |\overrightarrow{F}| = |\overrightarrow{F_1}| = c|\overrightarrow{OA}| = \frac{9L}{\sqrt{L^2 - 0,5^2}} \text{ (với } L > 0,5)$$

Ta có lực căng tối đa của mỗi sợi dây là 12 N

$$\Rightarrow F(L) \leq 12 \Leftrightarrow \frac{9L}{\sqrt{L^2 - 0,5^2}} \leq 12 \Leftrightarrow 3L \leq 4\sqrt{L^2 - 0,5^2}$$

$$\Leftrightarrow 9L^2 \leq 16L^2 - 4 \Leftrightarrow 7L^2 \geq 4 \Rightarrow L \geq \frac{2}{\sqrt{7}} \approx 0,756 \text{ (m)}.$$

Vậy chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây là $L = 0,756m = 75,6cm$.

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIANBÀI: VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian cho 3 điểm M, N, P phân biệt. Tính $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{NM}$.

B. $\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{NP}$.

D. $\overrightarrow{PN}$.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Kết quả của phép toán $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH}$ là

A. $\overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{AE}$.

C. $\overrightarrow{DB}$.

D. $\overrightarrow{BH}$.

Câu 3: Cho hình hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, có đáy $ABCD$ hình bình hành tâm O . Khi đó $2.\overrightarrow{AO}$ bằng véc tơ nào sau đây?

A. $\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{A'C}$.

D. $\overrightarrow{AB}$.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh là a . Khi đó $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ bằng

A. a^2 .

B. 0 .

C. a .

D. $\frac{a^2}{2}$.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$

A. $k = \frac{1}{3}$.

B. $k = 2$.

C. $k = 3$.

D. $k = \frac{1}{2}$.

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức sai?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$.

B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$.

D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 7: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi H là trọng tâm của tam giác BCD . Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AH}$ là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG}$.

B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SG}$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}$.

D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 4\overrightarrow{SG}$.

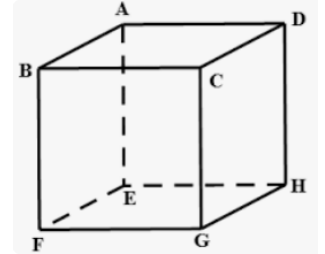
Câu 9: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình hộp, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OA'} = \vec{0}$

B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC'} = \vec{0}$

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$



Câu 10: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khi đó biểu diễn $\overrightarrow{BC'}$ theo các véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

- A.** $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. **C.** $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

Câu 11: Cho ΔABC có $AB = AC = 5a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Độ dài của vector tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ bằng

- A.** $10a$. **B.** $\frac{5a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $5a$. **D.** $5a\sqrt{3}$.

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G , gọi M là trung điểm AD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD})$. **B.** $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB})$.
C. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD})$. **D.** $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD})$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, OC .

a) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC})$.

b) $\cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{CM}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

c) $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{OA} = -\frac{a^2}{2}$.

d) $|\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{OA}| = a\sqrt{2}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bằng a , $\widehat{BAD} = 120^\circ$, $SA = SC$, $SB = SD$ và $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi P là điểm trên đường thẳng BD sao cho $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$.

a) $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| \Leftrightarrow M$ thuộc mặt cầu tâm O bán kính $\frac{a}{2}$.

b) $(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BO}) = 135^\circ$.

c) I là trung điểm đoạn BC . Khi đó: $\overrightarrow{SI} \cdot \overrightarrow{BD} = \frac{3a^2}{4}$.

d) $|\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}| = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

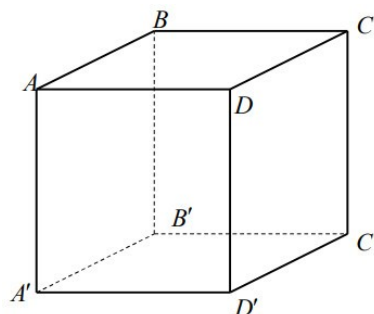
Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a .

a) $\overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$.

b) $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{CC'} = a^2$.

c) Gọi $M = CD' \cap C'D$. Khi đó: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$

d) Góc giữa $A'C$ và BD là: 60°



Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của các tam giác $\triangle BDA'$ và $\triangle CB'D'$. Khi đó:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) $\vec{AB} = \vec{AG} + \vec{GB}$		
b) $\vec{AB} - \vec{D'A'} + \vec{C'A'} = \vec{0}$		
c) $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = 4\vec{AG}$		
d) Biết $\vec{B'G'} = m\vec{AB} + n\vec{AD} + k\vec{AA'}$, khi đó $m + n + k = 1$		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ vuông góc với nhau và $|\vec{a}| = 6, |\vec{b}| = 4$. Tính $(\vec{a} - \vec{b})(2\vec{a} + \vec{b})$

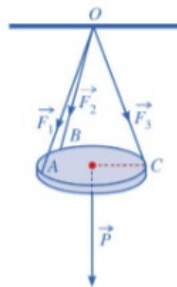
Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình thoi cạnh $\sqrt{6}$ và các góc $\widehat{BAA'} = \widehat{BAD} = \widehat{DAA'} = 60^\circ$. Tính độ dài AC'

Câu 3: Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = 1$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Tính góc giữa hai đường thẳng OM và AC . (đơn vị độ)

Câu 4: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\vec{AA'} = \vec{a}, \vec{AB} = \vec{b}, \vec{AC} = \vec{c}$. Gọi D là điểm đối xứng với B qua C . Biết $\vec{A'D} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$. Giá trị của biểu thức $T = 1000p + 100m + 10n$ là bao nhiêu?

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = 1$. và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ, \widehat{CAD} = 90^\circ$. Gọi I là điểm trên cạnh AB sao cho $AI = 3IB$ và J là trung điểm của CD . Tính độ dài đoạn thẳng IJ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đều có độ lớn bằng $60(N)$. Cho biết các đường thẳng OA, OB, OC cùng tạo với mặt phẳng ngang một góc bằng 30° . Tính trọng lượng của chiếc đèn tròn đó.



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

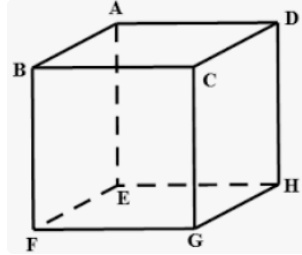
Câu 1: Trong không gian cho 3 điểm M, N, P phân biệt. Tính $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN}$.

- A. $\overrightarrow{NM}$. B. $\overrightarrow{MN}$. C. $\overrightarrow{NP}$. D. $\overrightarrow{PN}$.

Lời giải

Theo quy tắc ba điểm ta có $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PN}$.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Kết quả của phép toán $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH}$ là



- A. $\overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AE}$. C. $\overrightarrow{DB}$. D. $\overrightarrow{BH}$.

Lời giải

Do $ABCD.EFGH$ là hình hộp nên $EH = AD$ và hai vectơ $\overrightarrow{EH}, \overrightarrow{AD}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AD}$

Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$.

Câu 3: Cho hình hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, có đáy $ABCD$ hình bình hành tâm O . Khi đó $2\overrightarrow{AO}$ bằng véc tơ nào sau đây?

- A. $\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AD}$. C. $\overrightarrow{A'C}$. D. $\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Trong hình hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, ta có $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AO}$ cùng hướng và $AC = 2AO$

Do đó $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO}$.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh là a . Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ bằng

- A. a^2 . B. 0 . C. a . D. $\frac{a^2}{2}$.

Lời giải

Do $AB \perp AD$ nên $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = 90^\circ$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$

- A. $k = \frac{1}{3}$. B. $k = 2$. C. $k = 3$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow (\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DG}) + (\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DG}) + (\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DG}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}.$$

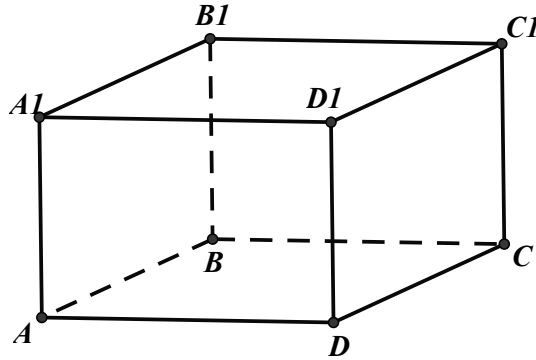
Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức sai?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$. B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$.

D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BD_1} \neq \overrightarrow{BC}$ nên D sai.

Do $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B_1C_1}$ và $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1A_1}$ nên $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$. A đúng

Do $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{DC}$ nên

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$ nên B đúng.

Do $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{BD_1}$ nên C đúng.

Câu 7: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi H là trọng tâm của tam giác BCD . Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AH}$ là

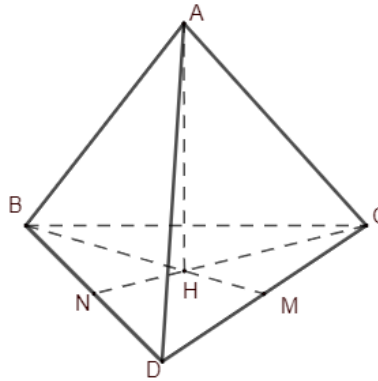
A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải



Vì $\triangle BCD$ đều có cạnh bằng a và có H là trọng tâm nên $BH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$\triangle AHB$ vuông tại H , có $|\overrightarrow{AH}| = AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SG}$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 4\overrightarrow{SG}$.

Lời giải.

Ta có G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

Suy ra $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{SG} + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = 3\overrightarrow{SG}$.

Câu 9: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình hộp, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OA'} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC'} = \vec{0}$ C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$ D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

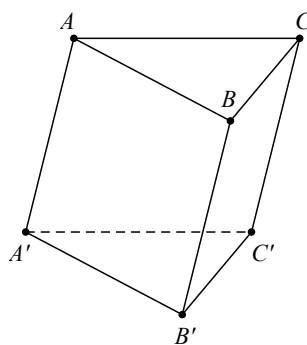
Lời giải

Vì O là trung điểm của AC' nên $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC'} = \vec{0}$

Câu 10: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khi đó biểu diễn $\overrightarrow{BC'}$ theo các véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

- A. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. B. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. C. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

Lời giải



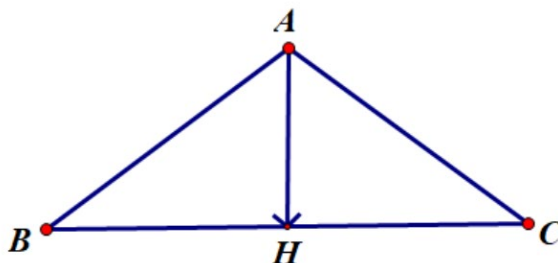
Do $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ nên $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC}$ nên ta có

$$\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{AB} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$$

Câu 11: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC = 5a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Độ dài của vector tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ bằng

- A. $10a$. B. $\frac{5a\sqrt{3}}{2}$. C. $5a$. D. $5a\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của BC , suy ra $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AH} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{AH}| = 2AH$.

Trong $\triangle ABC$ có $\widehat{B} = \widehat{C} = 30^\circ \Rightarrow AH = AC \cdot \sin 30^\circ = \frac{5a}{2}$.

Vậy $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 5a$.

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G , gọi M là trung điểm AD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD})$. B. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB})$.
C. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD})$. D. $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD})$.

Lời giải

Gọi N là trung điểm BC thì G chính là trung điểm của MN do đó ta có:

$$\overrightarrow{MG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}).$$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, OC .

a) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC}).$

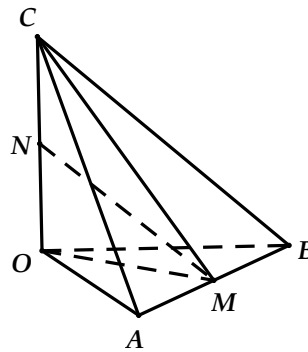
b) $\cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{CM}) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$

c) $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{OA} = -\frac{a^2}{2}.$

d) $|\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{OA}| = a\sqrt{2}.$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------



a) Sai

Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{ON}$

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}$

$\Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BC}.$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BC}).$

b) Đúng

Ta có: $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{CM}) = \widehat{OMC}.$

Xét $\triangle OAB$ vuông cân tại O : $AB = a\sqrt{2}$; $OM = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

Xét $\triangle OMC$ vuông tại O : $CM = \sqrt{OM^2 + OC^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$

$\cos \widehat{OMC} = \frac{OM}{CM} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$

c) Đúng

Ta có: $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{OA} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{OA} = -\frac{1}{2}AO^2 + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OA} = -\frac{1}{2}a^2.$

(Vì $BC \perp OA \Rightarrow \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OA} = 0$).

d) Sai

$$\text{Ta có: } (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{OA})^2 = CB^2 + OA^2 + 2\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{OA} = 2a^2 + a^2 = 3a^2.$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{OA}| = a\sqrt{3}.$$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh bằng a , $\widehat{BAD} = 120^\circ$, $SA = SC$, $SB = SD$ và $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi P là điểm trên đường thẳng BD sao cho $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$.

a) $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| \Leftrightarrow M$ thuộc mặt cầu tâm O bán kính $\frac{a}{2}$.

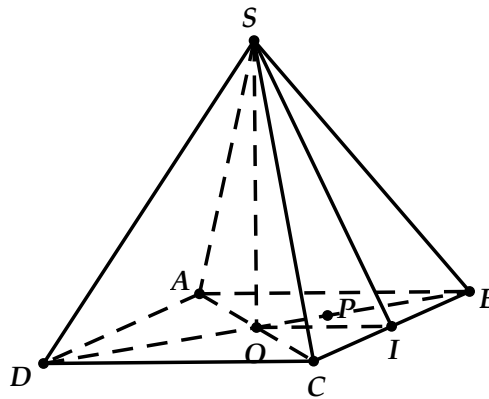
b) $(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BO}) = 135^\circ$.

c) I là trung điểm đoạn BC . Khi đó: $\overrightarrow{SI} \cdot \overrightarrow{BD} = \frac{3a^2}{4}$.

d) $|\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}| = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



Ta có: $\widehat{BAD} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ đều cạnh bằng $a \Rightarrow BO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

+ $SA = SC \Rightarrow SO \perp AC$; $SB = SD \Rightarrow SO \perp BD$. Vậy: $SO \perp (ABCD)$.

+ $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BO} \Rightarrow P$ là trọng tâm $\triangle ABC$.

a) Đúng

Ta có: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}|$

$$\Leftrightarrow |4\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD}|$$

$$\Leftrightarrow |4\overrightarrow{MO} + \vec{0}| = 2|\overrightarrow{BA}|$$

$$\Leftrightarrow 4MO = 2AB \Rightarrow MO = \frac{a}{2}.$$

$$\Rightarrow M \text{ thuộc mặt cầu tâm } O \text{ bán kính } \frac{a}{2}.$$

b) Đúng

Ta có: $(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BO}) = 180^\circ - \widehat{SBO}$.

Xét $\triangle SOB$ vuông cân tại O : $SO = OB = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \triangle SOB$ vuông cân tại $O \Rightarrow \widehat{SBO} = 45^\circ$.

Vậy: $(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BO}) = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.

c) Sai

Ta có: $\overrightarrow{SI} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{SO} + \overrightarrow{OI}) \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{SO} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{BD} = OI \cdot BD \cdot \cos(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{BD})$
 $= \frac{a}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{3a^2}{4}$. (vì $(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{BD}) = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$)

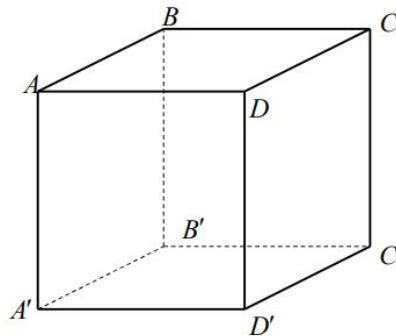
d) Sai

Ta có: $PO = \frac{1}{3}BO = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Xét $\triangle SPO$ Vuông tại O : $SP = \sqrt{SO^2 + OP^2} = \frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Ta có: $|\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}| = |3\overrightarrow{SP} + \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}| = 3SP = \frac{a\sqrt{30}}{2}$.

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a .



a) $\overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$.

b) $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{CC'} = a^2$.

c) Gọi $M = CD' \cap C'D$. Khi đó: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$

d) Góc giữa $A'C$ và BD là: 60°

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) đúng: Vì $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DC'}$

b) $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{CC'} = a^2$.

b) đúng: Ta có: $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AA'} = |\overrightarrow{AD'}| \cdot |\overrightarrow{AA'}| \cdot \cos 45^\circ = a^2$.

c) Gọi $M = CD' \cap C'D$. Khi đó: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$

c) đúng: Ta có:

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CC'}) = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$$

d) Góc giữa $A'C$ và BD là: 60°

d) sai:

Ta có: $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A}$.

$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A}) \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB})$.

$= \overrightarrow{AD} \cdot (\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A}) - \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A})$

$= \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{A'A} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'B'} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'D'} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'A}$

$\Rightarrow \overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 - x^2 + x^2 - 0 + 0 - 0 = 0$.

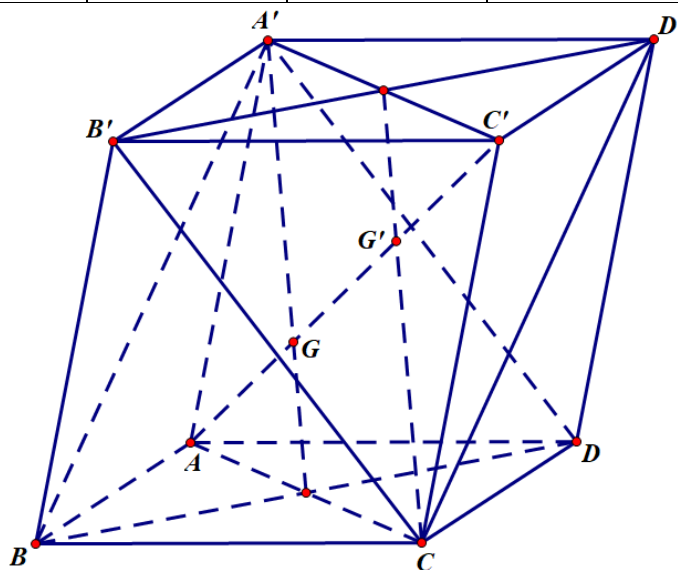
Vậy $\overrightarrow{A'C} \perp \overrightarrow{BD}$ hay góc giữa $A'C$ và BD bằng 90° .

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của các tam giác $\triangle BDA'$ và $\triangle CB'D'$. Khi đó:

Mệnh đề	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB}$		
b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{D'A'} + \overrightarrow{C'A'} = \vec{0}$		
c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = 4\overrightarrow{AG}$		
d) Biết $\overrightarrow{B'G'} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AD} + k\overrightarrow{AA'}$, khi đó $m + n + k = 1$		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



a) ĐÚNG

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB}$ (đúng theo quy tắc 3 điểm).

b) ĐÚNG

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{D'A'} + \overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} - \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'D'} = \vec{0}$ (vì $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{C'D'}$ đối nhau).

c) SAI

Ta có G là trọng tâm của $\triangle BDA'$ nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GA'} = \vec{0}$.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AG} = \vec{0}$.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = 3\overrightarrow{AG}$.

d) SAI

Ta có G' là trọng tâm của $\triangle CB'D'$ nên $\overrightarrow{G'C} + \overrightarrow{G'B'} + \overrightarrow{G'D'} = \vec{0}$.

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AG'} + \overrightarrow{AB'} - \overrightarrow{AG'} + \overrightarrow{AD'} - \overrightarrow{AG'} = \vec{0}.$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'} = 3\overrightarrow{AG'}.$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{B'G'} = \overrightarrow{AG'} - \overrightarrow{AB'} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}) - \overrightarrow{AB'}.$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{B'G'} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}) - (\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB}).$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{B'G'} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AA'}.$$

$$\text{Suy ra } m = -\frac{1}{3}, n = \frac{2}{3} \text{ và } k = -\frac{1}{3} \text{ nên } m + n + k = 0.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ vuông góc với nhau và $|\vec{a}| = 6, |\vec{b}| = 4$. Tính $(\vec{a} - \vec{b})(2\vec{a} + \vec{b})$

Lời giải

Trả lời: 56

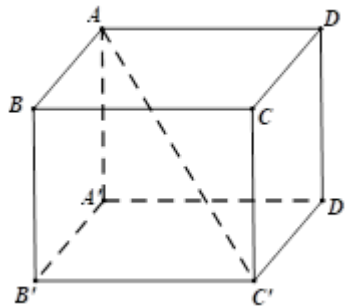
$\vec{a}, \vec{b}$ vuông góc nên $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$$\text{Ta có } (\vec{a} - \vec{b})(2\vec{a} + \vec{b}) = 2\vec{a}^2 - \vec{b}^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot 6^2 - 4^2 - 0 = 56$$

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình thoi cạnh $\sqrt{6}$ và các góc $\widehat{BAA'} = \widehat{BAD} = \widehat{DAA'} = 60^\circ$. Tính độ dài AC'

Lời giải

Trả lời: 6



$$\text{Ta có } \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$$

$$\text{Xét } AC'^2 = \overrightarrow{AC'}^2 = (\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})^2$$

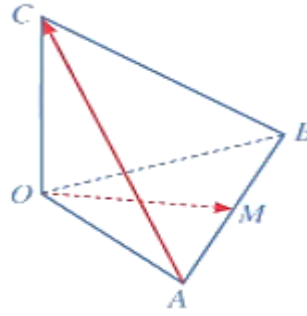
$$= AA'^2 + AB^2 + AD^2 + 2AA' \cdot AB \cdot \cos \widehat{BAA'} + 2AA' \cdot AD \cdot \cos \widehat{A'AD} + 2AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD}$$

$$= 3(\sqrt{6})^2 + 3 \cdot 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} \cdot \cos 60^\circ = 6$$

Câu 3: Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = 1$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Tính góc giữa hai đường thẳng OM và AC . (đơn vị độ)

Lời giải

Trả lời: 60



Đặt $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$.

Khi đó, $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$.

Ta có: $\cos(\overrightarrow{OM}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{OM}| \cdot |\overrightarrow{AC}|}$.

Mặt khác, do $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$ và $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \vec{c} - \vec{a}$.

nên $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{c} - \vec{a}) = \frac{1}{2}(\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a}^2 + \vec{b} \cdot \vec{c} - \vec{a} \cdot \vec{b}) = -\frac{1}{2}$.

Ta lại có: $|\overrightarrow{OM}| = OM = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $|\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{2}$.

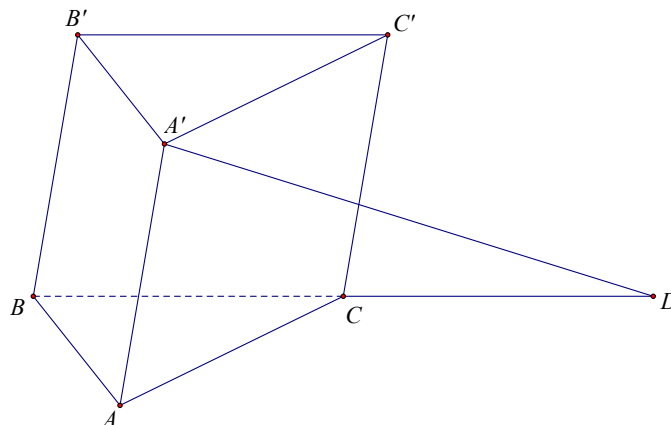
Do đó: $\cos(\overrightarrow{OM}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{OM}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2}} = -\frac{1}{2}$.

Vậy: $\cos(\overrightarrow{OM}; \overrightarrow{AC}) = 120^\circ$. Vậy góc giữa hai đường thẳng OM và AC bằng 60° .

Câu 4: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi D là điểm đối xứng với B qua C . Biết $\overrightarrow{A'D} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$. Giá trị của biểu thức $T = 1000p + 100m + 10n$ là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 1890



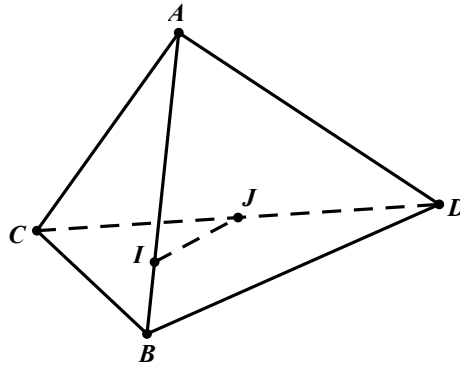
$$\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}.$$

Khi đó $T = 1000p + 100m + 10n = 2000 - 100 - 10 = 1890$.

Câu 5: Cho tứ diện ABCD có $AB = AC = AD = 1$, và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ, \widehat{CAD} = 90^\circ$. Gọi I là điểm trên cạnh AB sao cho $AI = 3IB$ và J là trung điểm của CD . Tính độ dài đoạn thẳng IJ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,56



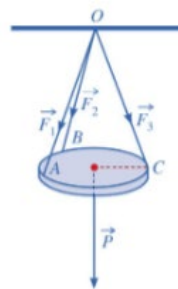
Ta có: $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$; $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = AB \cdot AD \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$; $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}$.

$$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}\right)$$

$$\Rightarrow IJ^2 = \overrightarrow{IJ}^2 = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{17}{4} + 2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} - 3\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}\right) = \frac{5}{16}.$$

$$\Rightarrow IJ = \frac{\sqrt{5}}{4} \approx 0,56.$$

Câu 6: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đều có độ lớn bằng $60(N)$. Cho biết các đường thẳng OA, OB, OC cùng tạo với mặt phẳng ngang một góc bằng 30° . Tính trọng lượng của chiếc đèn tròn đó.



Lời giải

Trả lời: 90

Theo giả thiết ta có $O.ABC$ là hình chóp đều với $OA = OB = OC = 60$ và góc tạo bởi mỗi đường thẳng OA, OB, OC với (ABC) là 30° .

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC thì $OG \perp (ABC)$ và $\widehat{OAG} = \widehat{OBG} = \widehat{OCG} = 30^\circ$.

Gọi T là trọng lượng của đèn tròn thì $T = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = |3\overrightarrow{OG}| = 3OG$.

Trong tam giác OAG vuông tại G , ta có: $OG = OA \sin \widehat{OAG} = 60 \sin 30^\circ = 30$.

Vậy trọng lượng của đèn là $T = 3.30 = 90(N)$.

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

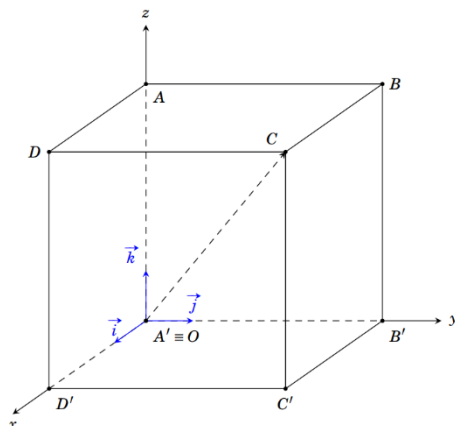
BÀI: HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là
A. $(-2; 1; -5)$. **B.** $(2; -1; 5)$. **C.** $(1; -2; -5)$. **D.** $(2; 1; -5)$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho đoạn thẳng AB có $A(3; 1; -1)$ và $B(-1; 5; 7)$. Tọa độ trung điểm M của AB là
A. $M(2; 6; 6)$. **B.** $M(1; 3; 3)$. **C.** $M(-1; 3; -3)$. **D.** $\vec{a}(-2; -6; -6)$.
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(1; 0; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tìm tọa độ tâm I của hình hộp.
A. $I(5; 5; -2)$. **B.** $I\left(-\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$. **C.** $I\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; 2\right)$. **D.** $I\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$.
- Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{OA}$ là
A. $(2; 2; 1)$. **B.** $(1; 2; 2)$. **C.** $(2; 1; 2)$. **D.** $(1; 1; 2)$.
- Câu 5:** Cho tứ giác $ABCD$ biết $A(0; -2; 1)$, $B(1; 3; -2)$, $C(1; 0; 0)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $D(0; -5; 3)$. **B.** $D(0; 5; 3)$. **C.** $D(1; 5; -3)$. **D.** $D(0; -5; -3)$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$ tìm tọa độ của điểm A biết điểm A nằm trên tia Oy và $OA = 3$.
A. $A(0; 3; 0)$. **B.** $A(1; -3; 0)$. **C.** $A(3; 0; 0)$. **D.** $A(0; 0; 3)$.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(-5; 0; 5)$ là trung điểm của đoạn MN , biết $M(1; -4; 7)$. Tìm tọa độ của điểm N .
A. $N(-10; 4; 3)$. **B.** $N(-11; -4; 3)$. **C.** $N(-2; -2; 6)$. **D.** $N(-11; 4; 3)$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(-5; 2; 8)$ trên trục Oy là
A. $(-5; 0; 0)$. **B.** $(0; 2; 0)$. **C.** $(-5; 0; 8)$. **D.** $(0; 0; 8)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A' trùng với gốc O và các đỉnh D', B', A lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz như hình vẽ. Giả sử đỉnh C có tọa độ là $(2; 3; 4)$ đối với hệ tọa độ $Oxyz$. Khi đó tọa độ điểm B là



- A.** $B(3; 0; 4)$. **B.** $B(0; 3; 4)$. **C.** $B(2; 4; 0)$. **D.** $B(0; 2; 4)$.

Câu 10: Cho hình hộp chữ nhật $OABC.O'B'C'$ có cạnh $OA = 4, OC = 6, OO' = 3$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O ; các điểm A, C, O' lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz . Khi đó tọa độ điểm B' là

- A.** $B'(6; 3; 4)$. **B.** $B'(6; 4; 3)$. **C.** $B'(4; 6; 3)$. **D.** $B'(4; 3; 6)$.

Câu 11: Cho điểm $M(3; -2; 0); N(2; 4; 1)$. Tọa độ của $\overrightarrow{MN}$ là:

- A.** $(1; -6; -1)$. **B.** $(-1; 6; 1)$. **C.** $(1; 0; 6)$. **D.** $(-1; 6; -1)$.

Câu 12: Một căn phòng có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với chiều rộng $AB = 4$, chiều dài $AD = 8$, chiều cao $AA' = 10$ được gắn vào hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ. Người ta muốn treo một bóng đèn ở tâm hình hộp. Tìm tọa độ vị trí điểm M để treo bóng đèn.

- A.** $M(4; 8; 5)$. **B.** $M(2; 4; 10)$. **C.** $M(4; 4; 5)$. **D.** $M(2; 4; 5)$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

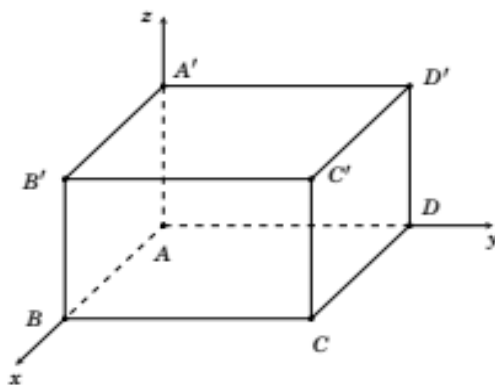
Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$.

- a) Tọa độ của vector $\vec{a}$ là $\vec{a} = (2; -3; 4)$.
 b) Nếu vector $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ thì điểm A có tọa độ là $A(-2; 3; -4)$.
 c) Biết $\vec{a} = \vec{b}$ và $\vec{b} = (3x - y; x - 4y; 4)$. Khi đó $x + y = 2$.
 d) Biết $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ và $A(1; 2; -1)$ thì điểm B có tọa độ là $B(3; -1; 3)$.

Câu 2: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -2; 1); B(-2; -2; -1); C(3; 1; -2)$.

- a) Hình chiếu của A lên mặt phẳng (Oxz) là $A'(0; 0; 1)$.
 b) Tam giác ABC là tam giác vuông tại A .
 c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ của $D(5; 1; 4)$.
 d) Trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{1}{3}; 1; \frac{-2}{3}\right)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O và các đỉnh B ; C ; D' có tọa độ lần lượt là $(2;0;0)$; $(2;4;0)$; $(0;4;3)$.



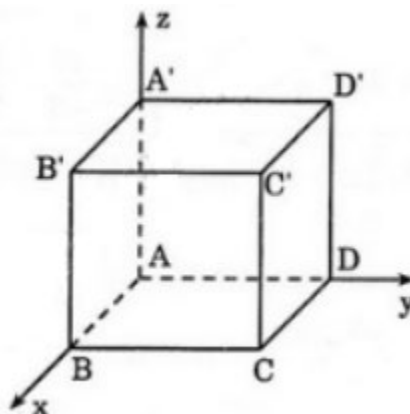
- a) Tọa độ $D(0;4;0)$.
- b) Tọa độ $C'(2;3;4)$.
- c) Tọa độ của $\overline{AA'} = (0;0;3)$.
- d) Tọa độ của $\overline{B'D} = (-2;4;-3)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;1)$, B nằm trên trục Oy sao cho $OB = 2$.

- a) $\overline{OA} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.
- b) Tọa độ điểm $B(2;0;0)$.
- c) Điểm $M(2;2;-1)$ đối xứng với A qua trục Ox .
- d) Tọa độ điểm $N(-2;2;1)$ đối xứng với A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy) .

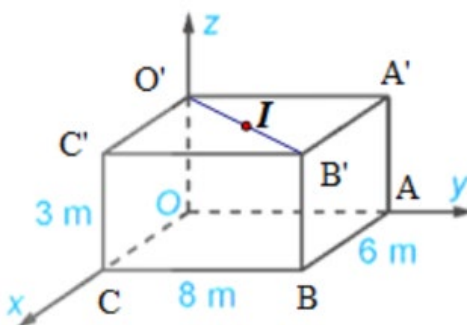
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$; $D(0;2;0)$; $A'(0;0;2)$. Khi đó, tọa độ điểm $C'(a;b;c)$, hãy tính: $a + b + c$



Câu 2: Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(100;50;5)$ đến điểm $B(200;100;10)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(x;y;z)$. Khi đó tính $x + y + z$.

Câu 3: Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 8 m , chiều rộng là 6 m và chiều cao là 3 m . Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét. Khi đó, tọa độ của điểm treo đèn là $I(x; y; z)$, hãy tính $x + y + z$.

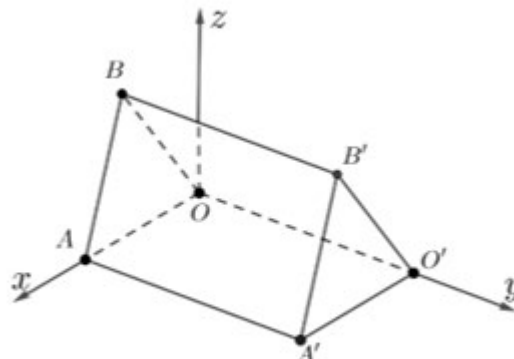


Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ΔABC biết $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(1;1;3)$. $H(x_0; y_0; z_0)$ là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC . Khi đó $x_0 + y_0 + z_0$ bằng. (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5: Những căn lều gỗ trong Hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong Hình 2. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như Hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimet), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240;450;0)$ và $(120;450;300)$. Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là $a\text{ cm}$, chiều rộng là $b\text{ cm}$, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là $c\text{ cm}$. Tính $a + b + c$ (Làm tròn đến hàng đơn vị).



Hình 1



Hình 2

Câu 6: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát $2,5\text{ km}$ về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,8\text{ km}$. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát $1,5\text{ km}$ về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất $0,6\text{ km}$. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là $a\text{ km}$ theo hướng nam và $b\text{ km}$ theo hướng tây. Tính tổng $2a + 3b$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là
A. $(-2; 1; -5)$. **B.** $(2; -1; 5)$. **C.** $(1; -2; -5)$. **D.** $(2; 1; -5)$.

Lời giải

$$\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (-2; 1; -5).$$

- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho đoạn thẳng AB có $A(3; 1; -1)$ và $B(-1; 5; 7)$. Tọa độ trung điểm M của AB là
A. $M(2; 6; 6)$. **B.** $M(1; 3; 3)$. **C.** $M(-1; 3; -3)$. **D.** $\vec{a}(-2; -6; -6)$.

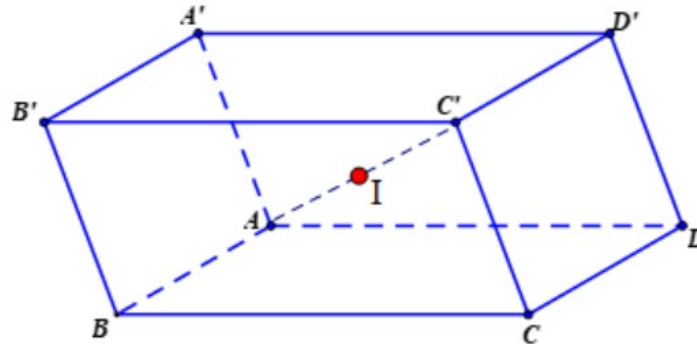
Lời giải

Tọa độ trung điểm M của AB là $M(1; 3; 3)$.

- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(1; 0; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tìm tọa độ tâm I của hình hộp.

- A.** $I(5; 5; -2)$. **B.** $I\left(-\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$. **C.** $I\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; 2\right)$. **D.** $I\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$.

Lời giải



Ta có : I là trung điểm của AC' suy ra tọa độ điểm $I\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$.

- Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tọa độ của vector $\vec{OA}$ là
A. $(2; 2; 1)$. **B.** $(1; 2; 2)$. **C.** $(2; 1; 2)$. **D.** $(1; 1; 2)$.

Lời giải

$$\vec{OA} = (2; 2; 1).$$

- Câu 5:** Cho tứ giác $ABCD$ biết $A(0; -2; 1)$, $B(1; 3; -2)$, $C(1; 0; 0)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A.** $D(0; -5; 3)$. **B.** $D(0; 5; 3)$. **C.** $D(1; 5; -3)$. **D.** $D(0; -5; -3)$.

Lời giải

Gọi tọa độ điểm D là: $D(x; y; z)$. Để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì $\vec{AB} = \vec{DC}$

$$\text{Ta có: } \vec{AB} = (1; 5; -3); \vec{DC} = (1 - x; -y; -z)$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x=1 \\ -y=5 \\ -z=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-5 \\ z=3 \end{cases} \Rightarrow D(0; -5; 3).$$

Vậy điểm $D(0; -5; 3)$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ tìm tọa độ của điểm A biết điểm A nằm trên tia Oy và $OA = 3$.

- A.** $A(0; 3; 0)$. **B.** $A(1; -3; 0)$. **C.** $A(3; 0; 0)$. **D.** $A(0; 0; 3)$.

Lời giải

Ta có: A nằm trên tia Oy và $OA = 3$ nên $\overrightarrow{OA} = 3\vec{j}$ suy ra $A(0; 3; 0)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(-5; 0; 5)$ là trung điểm của đoạn MN , biết $M(1; -4; 7)$. Tìm tọa độ của điểm N .

- A.** $N(-10; 4; 3)$. **B.** $N(-11; -4; 3)$. **C.** $N(-2; -2; 6)$. **D.** $N(-11; 4; 3)$.

Lời giải

Ta có: $I(-5; 0; 5)$ là trung điểm của đoạn MN nên ta có.

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_M + x_N}{2} \\ y_I = \frac{y_M + y_N}{2} \\ z_I = \frac{z_M + z_N}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_N = 2x_I - x_M \\ y_N = 2y_I - y_M \\ z_N = 2z_I - z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2(-5) - 1 \\ y_N = 2 \cdot 0 - (-4) \\ z_N = 2 \cdot 5 - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -11 \\ y_N = 4 \\ z_N = 3 \end{cases} \text{ . Suy ra } N(-11; 4; 3).$$

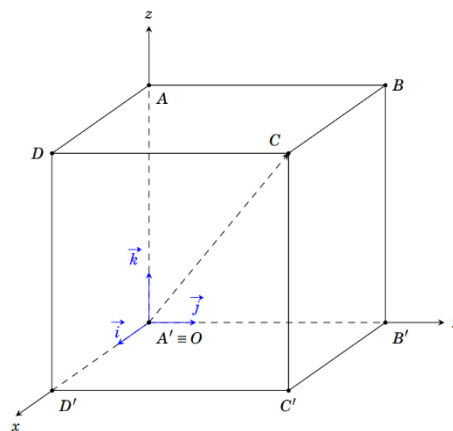
Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(-5; 2; 8)$ trên trục Oy là

- A.** $(-5; 0; 0)$. **B.** $(0; 2; 0)$. **C.** $(-5; 0; 8)$. **D.** $(0; 0; 8)$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(-5; 2; 8)$ trên trục Oy là $(0; 2; 0)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A' trùng với gốc O và các đỉnh D', B', A lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz như hình vẽ. Giả sử đỉnh C có tọa độ là $(2; 3; 4)$ đối với hệ tọa độ $Oxyz$. Khi đó tọa độ điểm B là



- A.** $B(3; 0; 4)$. **B.** $B(0; 3; 4)$. **C.** $B(2; 4; 0)$. **D.** $B(0; 2; 4)$.

Lời giải

Ta có B là hình chiếu của C lên mặt phẳng (Oyz) suy ra $B(0; 3; 4)$.

Câu 10: Cho hình hộp chữ nhật $OABC.O'B'C'$ có cạnh $OA = 4$, $OC = 6$, $OO' = 3$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O ; các điểm A, C, O' lần lượt nằm trên các tia Ox , Oy , Oz . Khi đó tọa độ điểm B' là

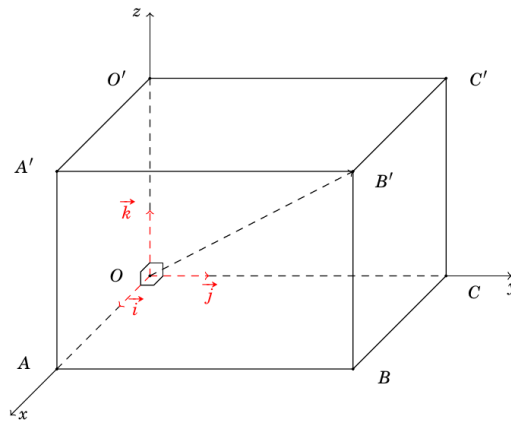
A. $B'(6;3;4)$.

B. $B'(6;4;3)$.

C. $B'(4;6;3)$.

D. $B'(4;3;6)$.

Lời giải



Áp dụng quy tắc hình hộp, ta có $\overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OO'} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 3\vec{k} \Rightarrow B'(4;6;3)$.

Câu 11: Cho điểm $M(3;-2;0); N(2;4;1)$. Tọa độ của $\overrightarrow{MN}$ là:

A. $(1;-6;-1)$.

B. $(-1;6;1)$.

C. $(1;0;6)$.

D. $(-1;6;-1)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2-3; 4+2; 1-0) = (-1;6;1)$.

Câu 12: Một căn phòng có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với chiều rộng $AB = 4$, chiều dài $AD = 8$, chiều cao $AA' = 10$ được gắn vào hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ. Người ta muốn treo một bóng đèn ở tâm hình hộp. Tìm tọa độ vị trí điểm M để treo bóng đèn.

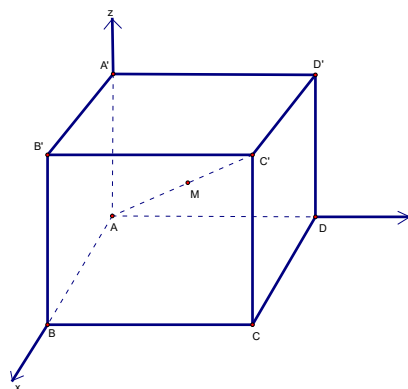
A. $M(4;8;5)$.

B. $M(2;4;10)$.

C. $M(4;4;5)$.

D. $M(2;4;5)$.

Lời giải



Từ giả thiết ta có $A(0;0;0), C(4;8;10)$

Gọi M là tâm của hình hộp. Khi đó M là trung điểm của AC'

Suy ra $M(2;4;5)$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$.

a) Tọa độ của vector $\vec{a}$ là $\vec{a} = (2;-3;4)$.

- b) Nếu vector $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ thì điểm A có tọa độ là $A(-2; 3; -4)$.
- c) Biết $\vec{a} = \vec{b}$ và $\vec{b} = (3x - y; x - 4y; 4)$. Khi đó $x + y = 2$.
- d) Biết $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ và $A(1; 2; -1)$ thì điểm B có tọa độ là $B(3; -1; 3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Đúng.

Có $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} \Leftrightarrow \vec{a} = (2; -3; 4)$

b) Sai.

Ta có: $\overrightarrow{OA} = \vec{a} = (2; -3; 4) \Rightarrow A(2; -3; 4)$

c) Đúng.

Có $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 2 \\ x - 4y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow x + y = 2$.

d) Đúng.

Gọi $B(x; y; z)$. Có $\overrightarrow{AB} = \vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 2 \\ y - 2 = -3 \\ z + 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \\ z = 3 \end{cases}$. Vậy $B(3; -1; 3)$.

Câu 2: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -2; 1); B(-2; -2; -1); C(3; 1; -2)$.

- a) Hình chiếu của A lên mặt phẳng (Oxz) là $A'(0; 0; 1)$.
- b) Tam giác ABC là tam giác vuông tại A .
- c) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ của $D(5; 1; 4)$.
- d) Trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{1}{3}; 1; \frac{-2}{3}\right)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Đúng.

Hình chiếu của A lên mặt phẳng (Oxz) là $A'(0; 0; 1)$.

b) Đúng

Ta có: $\overrightarrow{AC} = (3; 3; -3)$; $\overrightarrow{AB} = (-2; 0; -2)$.

Khi đó $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 3 \cdot (-2) + 3 \cdot 0 + (-3) \cdot (-2) = 0 \Rightarrow AC \perp AB$

c) Sai.

Giả sử $D(x; y; z)$. Ta có: $\overrightarrow{BA} = (2; 0; 2)$; $\overrightarrow{CD} = (x - 3; y - 1; z + 2)$

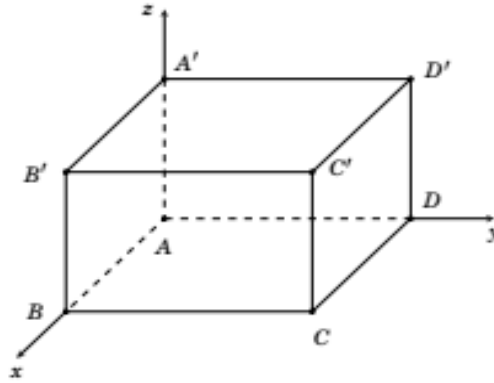
Để $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = 2 \\ y - 1 = 0 \\ z + 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$

Vậy $D(5; 1; 0)$

d) Sai.

Trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{1}{3}; -1; \frac{-2}{3}\right)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O và các đỉnh B ; C ; D' có tọa độ lần lượt là $(2;0;0)$; $(2;4;0)$; $(0;4;3)$.



- a) Tọa độ $D(0;4;0)$.
- b) Tọa độ $C'(2;3;4)$.
- c) Tọa độ của $\overrightarrow{AA'} = (0;0;3)$.
- d) Tọa độ của $\overrightarrow{B'D} = (-2;4;-3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Từ giả thiết, ta suy ra $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$; $\overrightarrow{AD} = 4\vec{j}$ và $\overrightarrow{AA'} = 3\vec{k}$.

- a) Đúng. Tọa độ của $D(0;4;0)$.
- b) Sai. Tọa độ của $C'(2;4;3)$.
- c) Đúng. Tọa độ của $A'(0;0;3)$ nên $\overrightarrow{AA'} = (0;0;3)$.
- d) Đúng. Tọa độ của $B'(2;0;3)$ và $D(0;4;0)$ nên $\overrightarrow{B'D} = (-2;4;-3)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;1)$, B nằm trên trục Oy sao cho $OB = 2$.

- a) $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.
- b) Tọa độ điểm $B(2;0;0)$.
- c) Điểm $M(2;2;-1)$ đối xứng với A qua trục Ox .
- d) Tọa độ điểm $N(-2;2;1)$ đối xứng với A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy) .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng.

Theo định nghĩa tọa độ điểm.

b) Sai

Tọa độ đúng $B(0;2;0)$.

c) Đúng

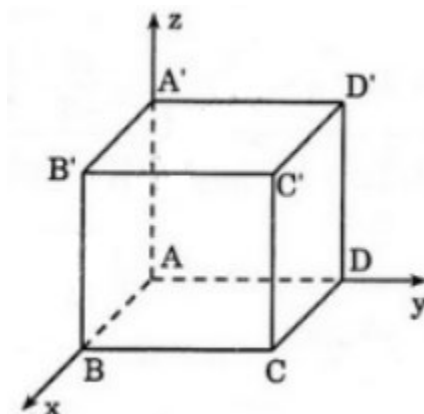
Điểm đối xứng qua Ox giữ nguyên tọa độ x , đổi dấu y ; z .

d) Sai

Khi đối xứng qua mặt phẳng (Oxy) , tọa độ x và y của điểm sẽ được giữ nguyên, trong khi tọa độ z sẽ thay đổi dấu.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0), B(2;0;0); D(0;2;0); A'(0;0;2)$. Khi đó, tọa độ điểm $C'(a;b;c)$, hãy tính: $a+b+c$



Lời giải

Trả lời: 6

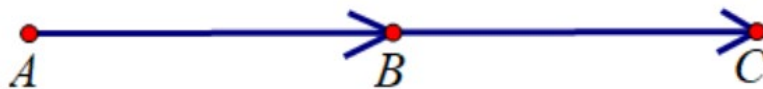
Ta có: $A(0;0;0), B(2;0;0); D(0;2;0); A'(0;0;2)$

$\Rightarrow C(2;2;0); B'(2;0;2); D'(0;2;2); C'(2;2;2)$.

Câu 2: Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(100;50;5)$ đến điểm $B(200;100;10)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(x;y;z)$. Khi đó tính $x+y+z$

Lời giải

Trả lời: 465



Gọi $C(x;y;z)$ là tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo.

$$\overrightarrow{AB} = (100; 50; 5).$$

$$\overrightarrow{BC} = (x-200; y-100; z-10).$$

Vì máy bay giữ nguyên hướng bay nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng.

Do máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và thời gian bay từ $A \rightarrow B$ bằng thời gian bay từ $B \rightarrow C$ nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$

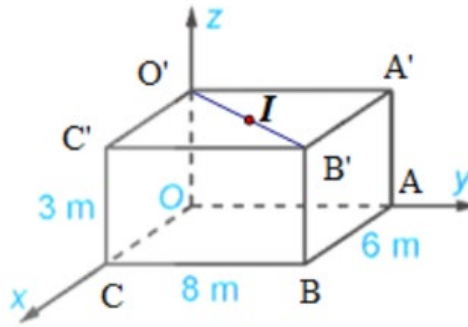
$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} 100 = x - 200 \\ 50 = y - 100 \\ 5 = z - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 150 \\ z = 15 \end{cases} \Rightarrow C(300; 150; 15).$$

Tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(300;150;15)$.

$$x+y+z = 300+150+15 = 465$$

Câu 3: Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là $8m$, chiều rộng là $6m$ và chiều cao là $3m$. Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa

độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét. Khi đó, tọa độ của điểm treo đèn là $I(x; y; z)$, hãy tính $x + y + z$.



Lời giải.

Trả lời: 10

Giả sử căn phòng hình hộp chữ nhật được mô phỏng như hình vẽ.

Khi đó ta có $B'(6; 8; 3)$ và $O'(0; 0; 3)$.

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm chính giữa trần nhà của phòng học.

Vì $O'A'B'C'$ là hình chữ nhật nên $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{IB'}$.

Ta có $\overrightarrow{OI} = (x - 0; y - 0; z - 3)$, $\overrightarrow{IB'} = (6 - x; 8 - y; 3 - z)$ nên:

$$\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{IB'} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 0 = 6 - x \\ y - 0 = 8 - y \\ z - 3 = 3 - z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \\ z = 3 \end{cases}.$$

Vậy tọa độ điểm treo đèn là $I(3; 4; 3) \Rightarrow x + y + z = 3 + 4 + 3 = 10$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\triangle ABC$ biết $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(1; 1; 3)$. $H(x_0; y_0; z_0)$ là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC . Khi đó $x_0 + y_0 + z_0$ bằng. (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 3,09

$$\overrightarrow{BC} = (1; -1; 3); \overrightarrow{BH} = (x_0; y_0 - 2; z_0)$$

$$\text{Vì } B, C, H \text{ thẳng hàng nên } \overrightarrow{BH} = t\overrightarrow{BC}, t \in \mathbb{R}. \text{ Ta có } \begin{cases} x_0 = t \\ y_0 - 2 = -t \\ z_0 = 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

$$\text{Nên } H(t; 2 - t; 3t) \in BC.$$

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{AH} = (t - 2; 2 - t; 3t).$$

Mà H là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC nên

$$\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow t - 2 - 2 + t + 9t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4}{11}.$$

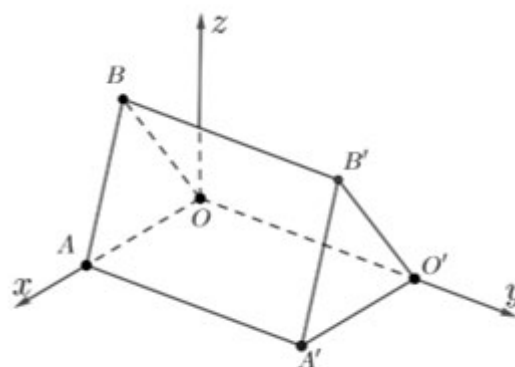
$$\Rightarrow H\left(\frac{4}{11}; \frac{18}{11}; \frac{12}{11}\right) \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = \frac{34}{11} \approx 3,09.$$

Câu 5: Những căn lều gỗ trong Hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong Hình 2. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như Hình 2 (đơn vị đo lấy theo

centimét), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240;450;0)$ và $(120;450;300)$. Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là a cm, chiều rộng là b cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là c cm. Tính $a+b+c$ (Làm tròn đến hàng đơn vị).



Hình 1



Hình 2

Lời giải

Trả lời: 1013

Vì điểm A' có tọa độ là $(240;450;0)$ nên khoảng cách từ A' đến các trục Ox, Oy lần lượt là 450cm và 240cm. Suy ra $A'A = 450$ cm và $A'O' = 240$ cm. Từ giả thiết suy ra $\overrightarrow{A'B'} = (-120;0;300)$, do đó $A'B' = |\overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{(-120)^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323$ (cm).

Vì $O'O = A'A = 450$ cm và O' nằm trên trục Oy nên tọa độ của điểm O' là $(0;450;0)$.

Do đó $\overrightarrow{O'B'} = (120;0;300)$ và $O'B' = |\overrightarrow{O'B'}| = \sqrt{120^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323$ (cm).

Vậy mỗi căn lều gỗ có chiều dài là 450cm, chiều rộng là 240cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là 323 cm.

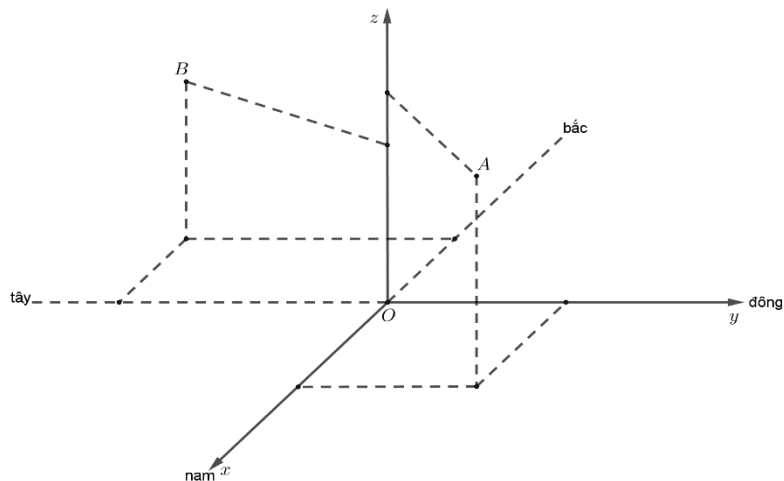
$\Rightarrow a+b+c = 1013$.

Câu 6: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là a km theo hướng nam và b km theo hướng tây. Tính tổng $2a+3b$.

Lời giải

Trả lời: 3

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ), đơn vị đo lấy theo kilômét.



Chiếc khinh khí cầu thứ nhất và thứ hai ở vị trí A, B . Ta có $A\left(\frac{5}{2}; 2; \frac{4}{5}\right), B\left(-\frac{3}{2}; -3; \frac{3}{5}\right)$.

Gọi C là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oxy) , $C\left(\frac{5}{2}; 2; -\frac{4}{5}\right)$. Khi đó $I = BC \cap (Oxy)$.

$$\overrightarrow{BC} = \left(4; 5; -\frac{7}{5}\right). I \in (Oxy) \Rightarrow I(x; y; 0) \Rightarrow \overrightarrow{BI} = \left(x + \frac{3}{2}; y + 3; -\frac{3}{5}\right)$$

$$\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BI} \text{ cùng phương nên } \frac{x + \frac{3}{2}}{4} = \frac{y + 3}{5} = \frac{3}{7} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{14} \\ y = -\frac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{14} \\ b = \frac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow 2a + 3b = 3.$$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIANBÀI: HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 1)$ và $\vec{b} = (m; n; 1)$. Biết rằng vector $\vec{a} = \vec{b}$, khi đó giá trị $m + 2n$ bằng

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $K(4; -1; 3)$ trên mặt phẳng (Oxz) là

- A. $(0; -1; 0)$. B. $(4; 0; 0)$. C. $(0; -1; 3)$. D. $(4; 0; -3)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của điểm M nằm trên tia đối của tia Oz thỏa $OM = 3$.

- A. $M(0; 0; -3)$. B. $M(0; 3; 0)$. C. $M(3; 0; 0)$. D. $M(3; 3; 0)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của điểm M đối xứng với điểm $N(1; 3; -2)$ qua gốc tọa độ O .

- A. $M(-1; 0; 2)$. B. $M(-1; -3; 2)$. C. $M(-2; 3; 1)$. D. $M(1; -3; 2)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(-1; -1; -3)$. B. $(3; 1; 1)$. C. $(1; 1; 3)$. D. $(3; 3; -1)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $(-4; -2; 9)$. B. $(4; 2; 9)$. C. $(-2; 4; -5)$. D. $(6; 2; -3)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$. Tính tọa độ đỉnh C của hình hộp.

- A. $C(4; 6; -5)$. B. $C(2; 0; 2)$. C. $C(3; 5; -6)$. D. $C(3; 4; -6)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ tâm I có tọa độ các đỉnh $B(3; 1; 0)$, $D(0; 4; -6)$. Tìm tọa độ điểm I .

- A. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$. B. $I(3; 5; -6)$. C. $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -3\right)$. D. $I(-3; 5; -6)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O , điểm $B(1; 0; 0)$, $D(0; 1; 0)$, $D'(0; 1; -1)$. Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{CA'}$ tương ứng là

- A. $(-1; 1; 0)$. B. $(1; -1; -1)$. C. $(-1; -1; -1)$. D. $(1; 0; -1)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc tọa độ O , điểm B nằm trên tia Ox , điểm D nằm trên tia Oy , điểm A' nằm trên tia Oz . Biết $AB = 2, AD = 4, AA' = 3$. Gọi tọa độ của C' là $(a;b;c)$ khi đó biểu thức $a + b - c$ có giá trị là.

- A. -4. B. 9. C. 3. D. 6.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm B trùng với gốc tọa độ O và tọa độ các điểm $A(3;0;0)$, $D(3;1;0)$, $B'(0;0;5)$. Gọi tọa độ $C'(m;n;p)$. Tính $m^2 + n^2 + p^2$

- A. 26. B. 9. C. 16. D. 37.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là

- A. $B'(8;4;10)$ B. $B'(6;12;0)$ C. $B'(10;8;6)$ D. $B'(13;0;17)$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(-1;1;2)$; $B(1;0;3)$ và $\overrightarrow{OC} = 2\vec{j} - 2\vec{k}$.

- a) Tọa độ $C(0;2;-2)$.
b) Hình chiếu vuông góc của A lên Oz có tọa độ $A'(0;0;2)$.
c) Hình chiếu của B lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ $B'(-1;0;0)$.
d) Tọa độ $D(-2;3;-3)$.

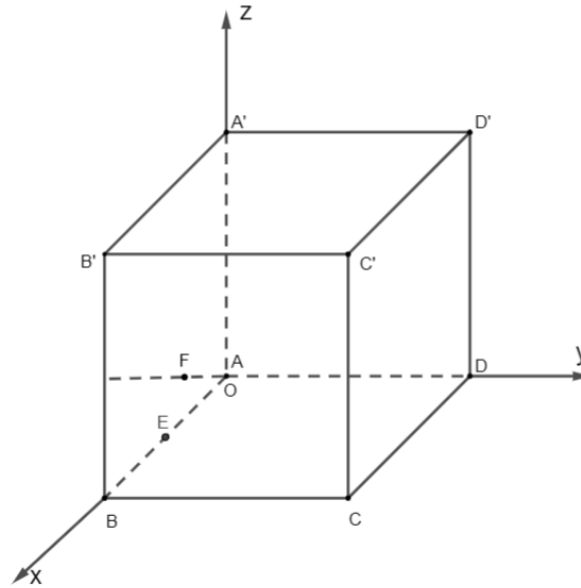
Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{u} = (3;1;-2)$, $\vec{v} = (1;-1;1)$, $\vec{w} = (-1;-3;4)$.

- a) $\vec{u} + \vec{v} = (4;0;-2)$.
b) $\vec{u} \perp \vec{v}$.
c) Hai vectơ $\vec{u} - 2\vec{v}$ và $\vec{w}$ cùng hướng.
d) $|\vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w}| = \sqrt{41}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;0;-2)$, $B(-2;3;4)$, $C(4;-6;1)$.

- a) Tọa độ trọng tâm G của tam giác là $(1;-1;1)$.
b) $\overrightarrow{AB} = (3;-3;6)$, $\overrightarrow{AC} = (-3;6;-3)$.
c) Tam giác ABC là tam giác cân.
d) Nếu $ABDC$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là $(7;-9;-5)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(4;0;0)$, $D(0;4;0)$. Gọi E là trung điểm của AB và F là điểm nằm trên tia đối của tia AD sao cho $AF = 1$.

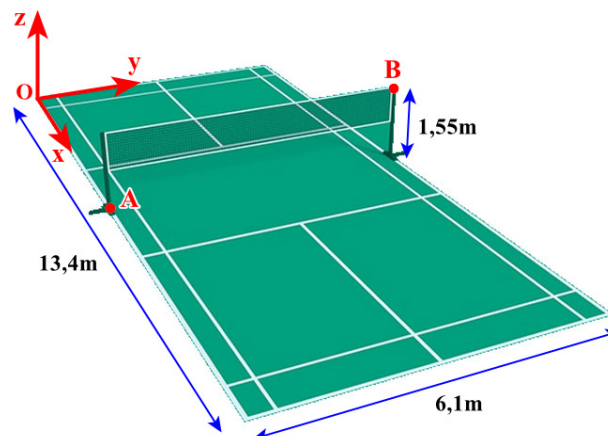


- a) Tọa độ của điểm C là $C(0;4;4)$.
- b) Tọa độ của điểm B' là $B'(4;0;4)$.
- c) Tọa độ của điểm E là $(2;2;0)$.
- d) Tọa độ của điểm F là $(0;1;0)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (-4; 2; 5)$ và $\vec{b} = (3m + 2; 2; 6 - n)$. Tính giá trị biểu thức $6m + 2n$ để hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ bằng nhau.

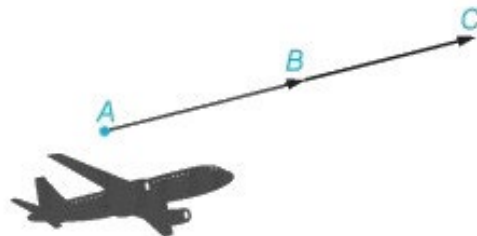
Câu 2: Hình dưới đây mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân đó (đơn vị trên mỗi trục là mét) và hai điểm A, B như hình. Khi đó, tọa độ của $\overrightarrow{AB} = (a; b; c)$, hãy tính: $a + b + c$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



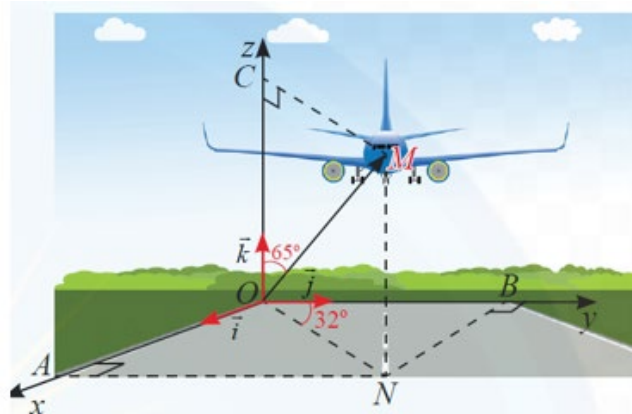
Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;-4;0)$. Gọi I, J lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp của tam giác OAB . Tính độ dài đoạn thẳng IJ . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

ĐỀ TEST THEO BÀI – CHUYÊN ĐỀ II – VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Câu 4: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong vòng 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(x; y; z)$, hãy tính $x + y + z$.



Câu 5: Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên dưới, cho biết M là vị trí của máy bay, $OM = 14$, $\widehat{NOB} = 32^\circ$, $\widehat{MOC} = 65^\circ$. Khi đó, toạ độ điểm $M(a;b;c)$, tính $a+b+c$. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Câu 6: Một công ty viễn thông đang lên kế hoạch xây dựng một tháp viễn thông tại một thành phố để cung cấp dịch vụ tốt hơn. Công ty cần xác định vị trí của tháp sao cho có thể phủ sóng hiệu quả đến ba toà nhà quan trọng trong thành phố. Giả sử các toà nhà này được đặt tại các vị trí có tọa độ như sau:

Toà nhà $A(0;0;0)$

Toà nhà $B(6; 0; 0)$ Toà nhà $C(3; \sqrt{3}; 2\sqrt{6})$

Tháp viễn thông phải đặt ở vị trí sao cho tổng khoảng cách từ tháp đến 3 toà nhà là nhỏ nhất. Khi đó tổng khoảng cách từ vị trí của tháp đến ba toà nhà bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 1)$ và $\vec{b} = (m; n; 1)$. Biết rằng vectơ $\vec{a} = \vec{b}$, khi đó giá trị $m + 2n$ bằng

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = m \\ 2 = n \end{cases} \Rightarrow m + 2n = 1 + 2 \cdot 2 = 5.$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $K(4; -1; 3)$ trên mặt phẳng (Oxz) là

A. $(0; -1; 0)$.

B. $(4; 0; 0)$.

C. $(0; -1; 3)$.

D. $(4; 0; -3)$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $K(4; -1; 3)$ trên mặt phẳng (Oxz) là $(4; 0; -3)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của điểm M nằm trên tia đối của tia Oz thỏa $OM = 3$.

A. $M(0; 0; -3)$.

B. $M(0; 3; 0)$.

C. $M(3; 0; 0)$.

D. $M(3; 3; 0)$.

Lời giải

M nằm trên tia đối của tia Oz nên $z_M < 0$.

Suy ra điểm $M(0; 0; -3)$ thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của điểm M đối xứng với điểm $N(1; 3; -2)$ qua gốc tọa độ O .

A. $M(-1; 0; 2)$.

B. $M(-1; -3; 2)$.

C. $M(-2; 3; 1)$.

D. $M(1; -3; 2)$.

Lời giải

Theo giả thiết ta có $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{NO} = (-1; -3; 2) \Rightarrow M(-1; -3; 2)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1; -1; -3)$.

B. $(3; 1; 1)$.

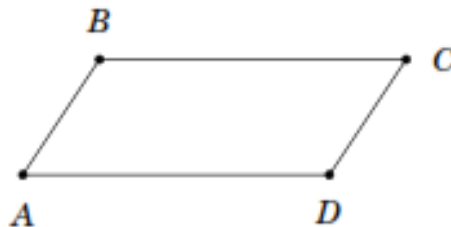
C. $(1; 1; 3)$.

D. $(3; 3; -1)$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = (2 - 1; 2 - 1; 1 - (-2)) \text{ hay } \overrightarrow{AB} = (1; 1; 3).$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.



A. $(-4; -2; 9)$.

B. $(4; 2; 9)$.

C. $(-2; 4; -5)$.

D. $(6; 2; -3)$.

Lời giải

$$\text{Gọi } D(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{CD} = (x + 3; y - 1; z - 2) \text{ và } \overrightarrow{BA} = (-1; -3; 7).$$

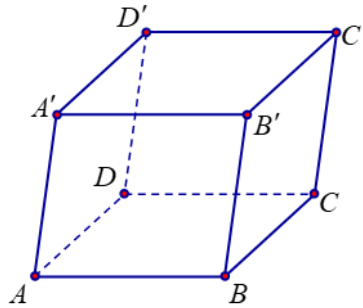
Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi: $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=-1 \\ y-1=-3 \\ z-2=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=-2 \\ z=9 \end{cases}$

$\Rightarrow C(-4; -2; 9)$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$. Tính tọa độ đỉnh C của hình hộp.

- A.** $C(4;6;-5)$. **B.** $C(2;0;2)$. **C.** $C(3;5;-6)$. **D.** $C(3;4;-6)$.

Lời giải



Vì $ABCD$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_A = x_C - x_D \\ y_B - y_A = y_C - y_D \\ z_B - z_A = z_C - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 0 \\ z_C = 2 \end{cases} \Rightarrow C(2;0;2)$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ tâm I có tọa độ các đỉnh $B(3;1;0)$, $D(0;4;-6)$. Tìm tọa độ điểm I .

- A.** $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$. **B.** $I(3;5;-6)$. **C.** $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -3\right)$. **D.** $I(-3;5;-6)$.

Lời giải

Gọi $I(a;b;c)$ suy ra $\overrightarrow{BI} = (a-3; b-1; c)$, $\overrightarrow{ID} = (-a; 4-b; -6-c)$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành tâm I nên $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{ID} \Rightarrow \begin{cases} a-3 = -a \\ b-1 = 4-b \\ c = -6-c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{5}{2} \\ c = -3 \end{cases}$.

Vậy $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O , điểm $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $D'(0;1;-1)$. Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{CA'}$ tương ứng là

- A.** $(-1;1;0)$. **B.** $(1;-1;-1)$. **C.** $(-1;-1;-1)$. **D.** $(1;0;-1)$.

Lời giải

Ta có $A'(0;0;-1), C'(1;1;0)$ nên $\overrightarrow{CA'} = (-1; -1; -1)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc tọa độ O , điểm B nằm trên tia Ox , điểm D nằm trên tia Oy , điểm A' nằm trên tia Oz . Biết $AB = 2, AD = 4, AA' = 3$. Gọi tọa độ của C' là $(a; b; c)$ khi đó biểu thức $a + b - c$ có giá trị là.

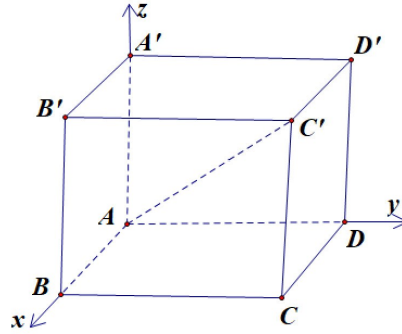
A. -4.

B. 9.

C. 3.

D. 6.

Lời giải



Theo giả thiết có $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}; \overrightarrow{AD} = 4\vec{j}; \overrightarrow{AA'} = 3\vec{k};$

Áp dụng quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$.

Do đó điểm C' có tọa độ là $(2; 4; 3)$. Vậy $a + b - c = 2 + 4 - 3 = 3$

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm B trùng với gốc tọa độ O và tọa độ các điểm $A(3;0;0), D(3;1;0), B'(0;0;5)$. Gọi tọa độ $C'(m;n;p)$. Tính $m^2 + n^2 + p^2$

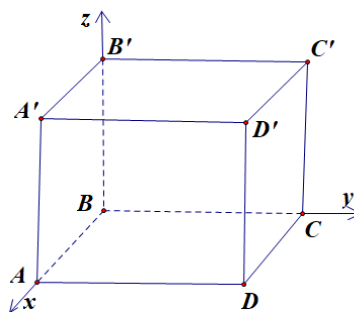
A. 26.

B. 9.

C. 16.

D. 37.

Lời giải



Vì tọa độ điểm $A(3;0;0) \Rightarrow \overrightarrow{BA} = 3\vec{i}$

Vì tọa độ điểm $D(3;1;0) \Rightarrow \overrightarrow{BD} = 3\vec{i} + \vec{j}$

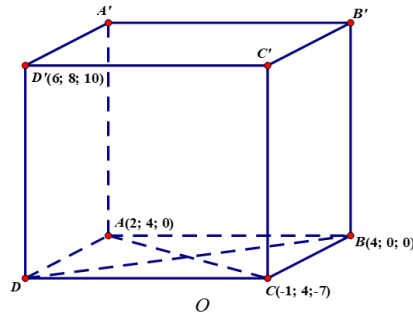
Mà $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} = 3\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{i} = \vec{j}$

Vì tọa độ điểm $B'(0;0;5) \Rightarrow \overrightarrow{BB'} = 5\vec{k}$

Ta có $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \vec{j} + 5\vec{k} \Rightarrow C'(0;1;5)$. Vậy $m^2 + n^2 + p^2 = 26$

- Câu 12:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là
- A. $B'(8;4;10)$ B. $B'(6;12;0)$ C. $B'(10;8;6)$ **D. $B'(13;0;17)$**

Lời giải



Giả sử $D(a;b;c)$, $B'(a';b';c')$

$$\text{Gọi } O = AC \cap BD \Rightarrow O\left(\frac{1}{2}; 4; \frac{-7}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 8 \\ c = -7 \end{cases}.$$

Vậy $\overrightarrow{DD'} = (9; 0; 17)$, $\overrightarrow{BB'} = (a' - 4; b'; c')$. Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{BB'}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a' = 13 \\ b' = 0 \\ c' = 17 \end{cases}. \text{ Vậy } B'(13; 0; 17).$$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(-1;1;2)$; $B(1;0;3)$ và $\overrightarrow{OC} = 2\vec{j} - 2\vec{k}$.
- a) Tọa độ $C(0;2;-2)$.
 b) Hình chiếu vuông góc của A lên Oz có tọa độ $A'(0;0;2)$.
 c) Hình chiếu của B lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ $B'(-1;0;0)$.
 d) Tọa độ $D(-2;3;-3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) **Đúng**

Theo định nghĩa tọa độ điểm.

b) **Đúng**

Hình chiếu vuông góc của A lên Oz giữ nguyên tọa độ z , tọa độ x, y bằng 0.

c) **Sai**

Hình chiếu của B lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ $B'(0;0;3)$.

d) **Đúng**

Gọi tọa độ điểm D là $(x; y; z)$

$$\overrightarrow{AB} = (2; -1; 1); \overrightarrow{DC} = (-x; 2 - y; -2 - z)$$

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} -x = 2 \\ 2 - y = -1 \\ -2 - z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \\ z = -3 \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm D là $D(-2; 3; -3)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{u} = (3; 1; -2)$, $\vec{v} = (1; -1; 1)$, $\vec{w} = (-1; -3; 4)$.

a) $\vec{u} + \vec{v} = (4; 0; -2)$.

b) $\vec{u} \perp \vec{v}$.

c) Hai vector $\vec{u} - 2\vec{v}$ và $\vec{w}$ cùng hướng.

d) $|\vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w}| = \sqrt{41}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) **Sai**

Do $\vec{u} + \vec{v} = (4; 0; -1)$.

b) **Đúng**

Do $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ nên $\vec{u} \perp \vec{v}$.

c) **Sai**

Do $\vec{u} - 2\vec{v} = (1; 3; -4) = -\vec{w}$ nên hai vector ngược hướng.

d) **Đúng**

Do $\vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w} = (0; -4; 5) \Rightarrow |\vec{u} - \vec{v} + 2\vec{w}| = \sqrt{0 + 16 + 25} = \sqrt{41}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 0; -2)$, $B(-2; 3; 4)$, $C(4; -6; 1)$.

a) Tọa độ trọng tâm G của tam giác là $(1; -1; 1)$.

b) $\overrightarrow{AB} = (3; -3; 6)$, $\overrightarrow{AC} = (-3; 6; -3)$.

c) Tam giác ABC là tam giác cân.

d) Nếu $ABDC$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là $(7; -9; -5)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) **Đúng**

b) **Sai**

Do $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; 6)$, $\overrightarrow{AC} = (3; -6; 3)$.

c) **Đúng**

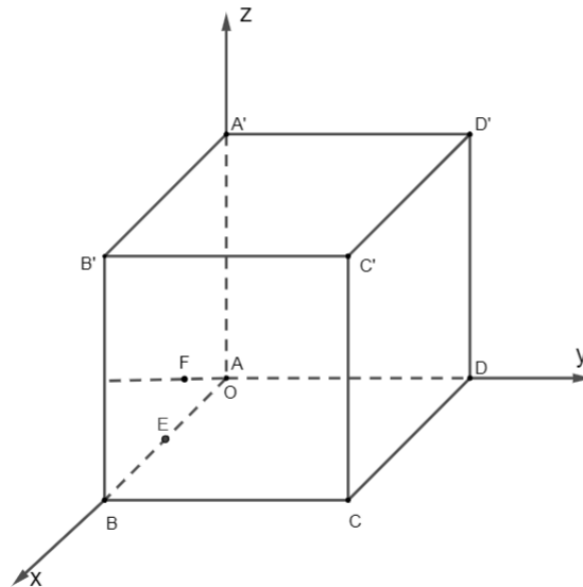
Do $AB = AC = 3\sqrt{6}$ nên tam giác ABC cân tại **A**.

d) **Sai**

Gọi $D(x; y; z)$, vì $ABDC$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow (-3; 3; 6) = (x - 4; y + 6; z - 1) \Leftrightarrow (x; y; z) = (1; -3; 7).$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $D(0; 4; 0)$. Gọi E là trung điểm của AB và F là điểm nằm trên tia đối của tia AD sao cho $AF = 1$.



- a) Tọa độ của điểm C là $C(0;4;4)$.
- b) Tọa độ của điểm B' là $B'(4;0;4)$.
- c) Tọa độ của điểm E là $(2;2;0)$.
- d) Tọa độ của điểm F là $(0;1;0)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

a) **Sai**

Tọa độ của điểm C là $C(4;4;0)$

b) **Đúng**

c) **Sai**

E nằm trên tia Ox và $OE = \frac{AB}{2} = 2$ nên $E(2;0;0)$.

d) **Sai**

F nằm trên tia đối của tia Oy và $OF = 1$ nên $F(0;-1;0)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

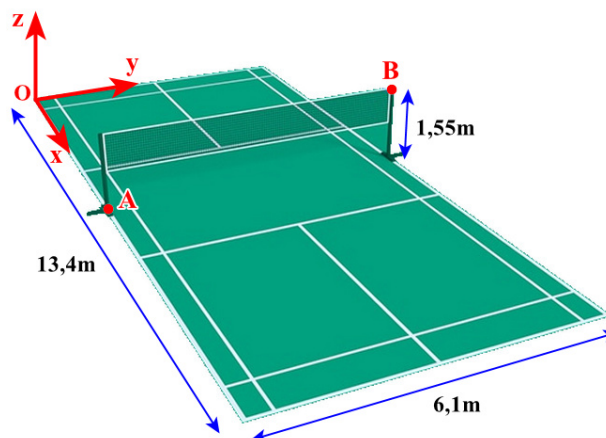
Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (-4;2;5)$ và $\vec{b} = (3m+2;2;6-n)$. Tính giá trị biểu thức $6m+2n$ để hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ bằng nhau.

Lời giải

Trả lời: -10

$$\vec{a} = \vec{b} \Rightarrow \begin{cases} 3m+2 = -4 \\ 2 = 2 \\ 6-n = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow 6m+2n = 6 \cdot (-2) + 2 \cdot 1 = -10.$$

Câu 2: Hình dưới đây mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân đó (đơn vị trên mỗi trục là mét) và hai điểm A, B như hình. Khi đó, tọa độ của $\overrightarrow{AB} = (a;b;c)$, hãy tính: $a+b+c$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Trả lời: 7,65

Từ hình vẽ ta có $A(6,7;0;0), B(6,7;6,1;1,55)$.

Vậy tọa độ $\overrightarrow{AB}$ là:

$$\overrightarrow{AB} = (6,7 - 6,7; 6,1 - 0; 1,55 - 0) = (0; 6,1; 1,55) \Rightarrow a + b + c = 0 + 6,1 + 1,55 = 7,65.$$

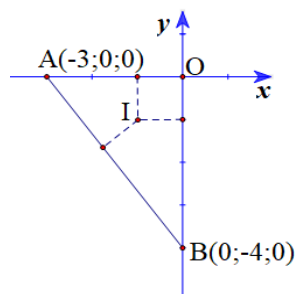
Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;-4;0)$. Gọi I , J lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp của tam giác OAB . Tính độ dài đoạn thẳng IJ . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 1,12

Ta có: $\overrightarrow{OA} = (-3;0;0) \Rightarrow OA = 3$; $\overrightarrow{OB} = (0;-4;0) \Rightarrow OB = 4$; $\overrightarrow{AB} = (3;-4;0) \Rightarrow AB = 5$.

ΔOAB vuông tại O , nằm trong mặt phẳng (Oxy) .



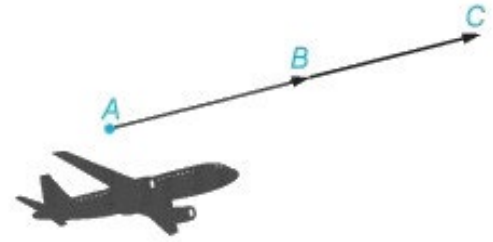
$$S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6; \quad p = \frac{OA + OB + AB}{2} = 6 \Rightarrow r = \frac{S_{OAB}}{p} = 1.$$

$\Rightarrow I(-1;-1;0)$ là tâm đường tròn nội tiếp ΔOAB .

Do ΔOAB vuông tại O nên J là trung điểm của $AB \Rightarrow J\left(-\frac{3}{2};-2;0\right)$.

$$\overrightarrow{IJ} = \left(-\frac{1}{2};-1;0\right) \Rightarrow IJ = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + (-1)^2 + 0^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \approx 1,12.$$

Câu 4: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong vòng 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(x;y;z)$, hãy tính $x+y+z$.



Lời giải.

Trả lời: 1689

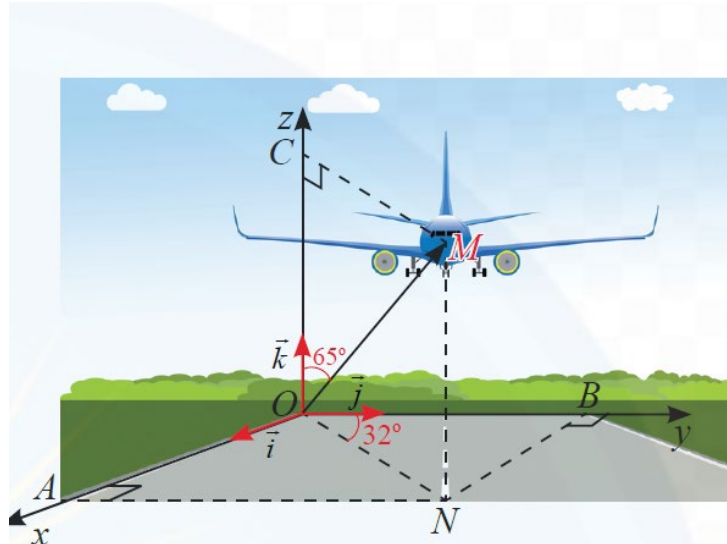
Gọi $C(x; y; z)$ là vị trí của máy bay sau 10 phút tiếp theo. Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ là cùng hướng. Do vận tốc của máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B bằng thời gian từ B đến C nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (940 - 800; 550 - 500; 8 - 7) = (140; 50; 1)$. $\overrightarrow{BC} = (x - 940; y - 550; z - 8)$.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} 140 = x - 940 \\ 50 = y - 550 \\ 1 = z - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1080 \\ y = 600 \\ z = 9 \end{cases}.$$

Vậy $C = (1080; 600; 9) \Rightarrow x + y + z = 1080 + 600 + 9 = 1689$.

Câu 5: Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên dưới, cho biết M là vị trí của máy bay, $OM = 14$, $\widehat{NOB} = 32^\circ$, $\widehat{MOC} = 65^\circ$. Khi đó, tọa độ điểm $M(a; b; c)$, tính $a + b + c$. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Lời giải

Trả lời: 23,4

Tam giác OCM vuông tại C có

$OC = OM \cdot \cos 65^\circ = 14 \cdot \cos 65^\circ \approx 5,9$ và $CM = OM \cdot \sin 65^\circ = 14 \cdot \sin 65^\circ \approx 12,7$.

$ON = CM$, $AN = OB$.

Có $\widehat{AON} = 90^\circ - \widehat{BON} = 58^\circ$

Tam giác OAN vuông tại A có

$OA = ON \cdot \cos 58^\circ = 12,7 \cdot \cos 58^\circ \approx 6,7$ và $AN = ON \cdot \sin 58^\circ = 12,7 \cdot \sin 58^\circ \approx 10,8$.

$$\overrightarrow{OM} = OA\vec{i} + OB\vec{j} + OC\vec{k} = 6,7\vec{i} + 10,8\vec{j} + 5,9\vec{k}.$$

$$\text{Vậy } M(6,7;10,8;5,9) \Rightarrow a+b+c = 6,7+10,8+5,9 = 23,4.$$

Câu 6: Một công ty viễn thông đang lên kế hoạch xây dựng một tháp viễn thông tại một thành phố để cung cấp dịch vụ tốt hơn. Công ty cần xác định vị trí của tháp sao cho có thể phủ sóng hiệu quả đến ba toà nhà quan trọng trong thành phố. Giả sử các toà nhà này được đặt tại các vị trí có tọa độ như sau:

Toà nhà $A(0;0;0)$

Toà nhà $B(6;0;0)$

Toà nhà $C(3;\sqrt{3};2\sqrt{6})$

Tháp viễn thông phải đặt ở vị trí sao cho tổng khoảng cách từ tháp đến 3 toà nhà là nhỏ nhất. Khi đó tổng khoảng cách từ vị trí của tháp đến ba toà nhà bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Lời giải

Trả lời: 10,3

Gọi vị trí tháp là $T(x; y; z)$. Vì $AB = AC = BC = 6$ nên tam giác ABC đều. Khi đó vị trí của tháp là trọng tâm của tam giác ABC .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x = \frac{0+6+3}{3} = \frac{9}{3} \\ y = \frac{0+0+\frac{\sqrt{3}}{2}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6} \\ z = \frac{0+0+2\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \end{cases} \Rightarrow T\left(\frac{9}{3}; \frac{\sqrt{3}}{6}; \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$$

Khi đó khoảng cách từ tháp đến các toà nhà là:

$$TA = TB = TC = \frac{\sqrt{47}}{2}.$$

$$\text{Vậy tổng khoảng cách cần tìm là: } S = TA + TB + TC = \frac{3\sqrt{47}}{2} \approx 10,3$$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIANBÀI: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; -1; -2)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$, $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$. Tọa độ $\vec{c}$ là

- A. $\vec{c} = (-2; -1; 1)$. B. $\vec{c} = (2; 1; 1)$ C. $\vec{c} = (-2; -1; -1)$. D. $\vec{c} = (2; -1; 1)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (4; -1; 5)$, $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{a}$. Tọa độ $\vec{b}$ là

- A. $\vec{b} = \left(2; -\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. B. $\vec{b} = \left(2; \frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ C. $\vec{b} = (8; -2; 5)$. D. $\vec{b} = (4; 1; 5)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (1; 1; 0)$, $\vec{b} = (3; -1; 0)$, và điểm $A(1; 2; -2)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = 2\vec{a} - \vec{b}$ là

- A. $M(-5; 1; 2)$. B. $M(3; -2; 1)$. C. $M(1; 4; -2)$. D. $M(0; 5; 2)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (3; 0; 1)$. Độ dài của véc tơ $\vec{u}$ bằng

- A. $|\vec{u}| = \sqrt{10}$. B. $|\vec{u}| = 10$. C. $|\vec{u}| = 4$. D. $|\vec{u}| = 3$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$ B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$ C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$ D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 0)$; $B(-1; 0; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc tia Ox sao cho tam giác ABM vuông tại M .

- A. $M(1; 0; 0)$. B. $M(-1; 0; 0)$. C. $M(0; 0; 1)$. D. $M(0; 0; -1)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; -2)$ và $B(-2; 4; 1)$. Biết B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Khi đó, tọa độ của điểm C là

- A. $(2; 5; 0)$. B. $(-4; 1; 3)$. C. $(6; 2; -5)$. D. $(-6; 5; 4)$.

- Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;2;8)$, $N(0;1;3)$ và $P(2;m;4)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .
A. $m = 25$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = -10$.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (1; -2; 3)$. Vector $2\vec{a}$ có tọa độ là
A. $(2; -4; 6)$. **B.** $(2; 4; 6)$. **C.** $(2; -4; -6)$. **D.** $(-2; -4; 6)$.
- Câu 11:** Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$, $\vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là
A. 120° . **B.** 45° . **C.** 135° . **D.** 60° .
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1)$, $B(0; 1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A , B , M thẳng hàng là
A. $M(4; 5; 0)$. **B.** $M(0; 0; 1)$. **C.** $M(4; -5; 0)$. **D.** $M(2; -3; 0)$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -4; 0)$; $\vec{b} = (-6; 15; 0)$.
 a) Tọa độ véc tơ $\vec{a} + \vec{b}$ là $(-5; 11; 0)$.
 b) Tọa độ véc tơ $\vec{a} - \vec{b}$ là $(-5; 10; 1)$.
 c) Tọa độ véc tơ $2\vec{a} + \vec{b}$ là $(-4; 7; 0)$.
 d) Tọa độ vectơ $\vec{u}$ thỏa mãn: $\vec{u} + \vec{a} = \vec{b}$ là $(-7; 19; 0)$.
- Câu 2:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; 2; 1)$, $B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$.
 a) Độ dài đoạn thẳng $AB = \sqrt{5}$.
 b) Tam giác OAB là tam giác nhọn.
 c) Chân đường phân giác trong góc $\widehat{AOB}$ là $D\left(0; \frac{12}{7}; \frac{12}{7}\right)$.
 d) Biết $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OAB . Khi đó: $S = a + b + c = 2$.
- Câu 3:** Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình 2) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét). Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10 km, cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?



Hình 2

- a) Ra đa ở vị trí có tọa độ $(0;0;0)$.
- b) Vị trí A có tọa độ $(300;200;10)$.
- c) Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là khoảng 360,69 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- d) Ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A .

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC biết: $A(1;-1;2)$, $B(-2;0;3)$, $C(0;1;-2)$.

- a) Điểm $G\left(\frac{1}{3};0;1\right)$ là trọng tâm tam giác ABC .
- b) Tam giác ABC có chu vi bằng $\sqrt{11} + \sqrt{21} + \sqrt{30}$.
- c) $\cos A = \frac{\sqrt{321}}{321}$.
- d) Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức

$S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $T = 12a + 12b + c = -1$.

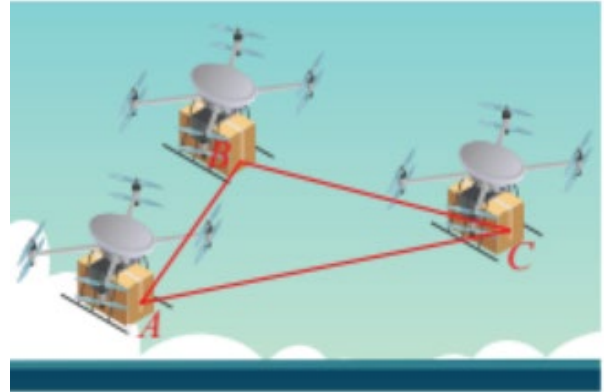
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(2;-1;3)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a+b$ bằng

Câu 2: Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc 20(km) và về phía Tây 10(km), đồng thời cách mặt đất 0,7(km). Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông 30(km) và về phía Nam 25(km), đồng thời cách mặt đất 1(km). Xác định khoảng cách giữa hai chiếc máy bay. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



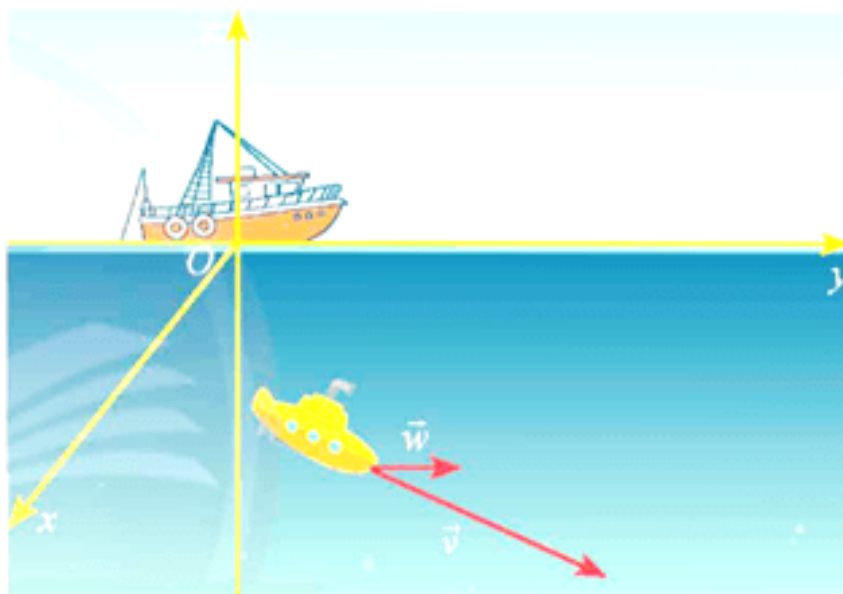
Câu 3: Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có tọa độ là $A(1; -3; 2)$, $B(m; m-2; 6)$, $C(m-2; m; 5)$, trong đó m là tham số, đơn vị đo độ dài tính bằng kilomet. Biết kho hàng đang ở tại điểm $I(1; 1; 0)$. Vì lý do nhiên liệu nên các drone không được di chuyển quá xa kho hàng, cụ thể là các drone không được cách kho hàng quá 100 km. Xác định số giá trị nguyên của tham số m để các drone cách kho hàng không quá 100km.



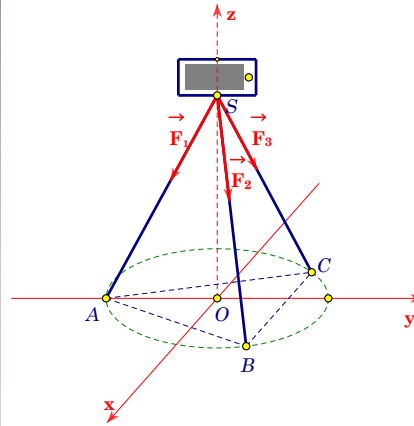
Câu 4: Tính công (đơn vị N) sinh bởi lực $\vec{F}(6; 8; -10)$ tạo bởi một drone giao hàng khi thực hiện một độ dịch chuyển $\vec{d}(100; 200; 200)$.



Câu 5: Một thiết bị thăm dò đáy biển đang lặn với vectơ vận tốc của thiết bị khi biển đứng yên là $\vec{v} = (11; 7; -4)$ (đơn vị: km/h). Cho biết vectơ vận tốc của dòng hải lưu của vùng biển là $\vec{w} = (4; 2; 0)$ (đơn vị: km/h). Tính tốc độ của thiết bị trong điều kiện có dòng hải lưu, các yếu tố khác không đáng kể (đơn vị km/h, làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 6: Một chiếc điện thoại iphone được đặt trên một giá đỡ có ba chân với điểm đặt $S(0;0;20)$ và các điểm chạm mặt đất của ba chân lần lượt là $A(0;-6;0)$, $B(3\sqrt{3};3;0)$, $C(-3\sqrt{3};3;0)$ (đơn vị cm). Cho biết điện thoại có trọng lượng là 2 N và ba lực tác dụng lên giá đỡ được phân bố như hình vẽ là ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau. Biết tọa độ của lực $\vec{F}_1 = (a;b;c)$, khi đó $T = 2a + 5b + 6c$ bằng?



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; -1; -2)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$, $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$. Tọa độ $\vec{c}$ là

- A. $\vec{c} = (-2; -1; 1)$. B. $\vec{c} = (2; 1; 1)$ C. $\vec{c} = (-2; -1; -1)$. D. $\vec{c} = (2; -1; 1)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = (1-3; -1-0; -2+1) = (-2; -1; -1)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (4; -1; 5)$, $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{a}$. Tọa độ $\vec{b}$ là

- A. $\vec{b} = \left(2; -\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. B. $\vec{b} = \left(2; \frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ C. $\vec{b} = (8; -2; 5)$. D. $\vec{b} = (4; 1; 5)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{a} = \left(2; -\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (1; 1; 0)$, $\vec{b} = (3; -1; 0)$, và điểm $A(1; 2; -2)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = 2\vec{a} - \vec{b}$ là

- A. $M(-5; 1; 2)$. B. $M(3; -2; 1)$. C. $M(1; 4; -2)$. D. $M(0; 5; 2)$.

Lời giải

Ta có $2\vec{a} - \vec{b} = (-1; 3; 0)$. Gọi $M(x; y; z)$, suy ra $\overrightarrow{AM} = (x-1; y-2; z+2)$.

Theo giả thiết, suy ra $\begin{cases} x-1 = -1 \\ y-2 = 3 \\ z+2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 5 \\ z = -2 \end{cases}$;

Suy ra $M(0; 5; 2)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.

Lời giải

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 6$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (3; 0; 1)$. Độ dài của véc tơ $\vec{u}$ bằng

- A. $|\vec{u}| = \sqrt{10}$. B. $|\vec{u}| = 10$. C. $|\vec{u}| = 4$. D. $|\vec{u}| = 3$.

Lời giải

Độ dài của véc tơ $|\vec{u}| = \sqrt{3^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{10}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$ B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$ C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$ D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = -\frac{2}{5}$$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 0)$; $B(-1; 0; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc tia Ox sao cho tam giác ABM vuông tại M .

- A.** $M(1; 0; 0)$. **B.** $M(-1; 0; 0)$. **C.** $M(0; 0; 1)$. **D.** $M(0; 0; -1)$.

Lời giải

Gọi $M(a; 0; 0)$ ($a > 0$) là điểm thuộc tia Ox . Ta có $\overrightarrow{AM} = (a-1; -2; 0)$; $\overrightarrow{BM} = (a+1; 0; -3)$.

Để tam giác ABM vuông tại M thì $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow (a-1)(a+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1(TM) \\ a=-1(L) \end{cases}$

Vậy $M(1; 0; 0)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; -2)$ và $B(-2; 4; 1)$. Biết B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Khi đó, tọa độ của điểm C là

- A.** $(2; 5; 0)$. **B.** $(-4; 1; 3)$. **C.** $(6; 2; -5)$. **D.** $(-6; 5; 4)$.

Lời giải.

Gọi $C(a; b; c)$. Vì B là trung điểm của đoạn thẳng AC nên
$$\begin{cases} -2 = \frac{2+a}{2} \\ 4 = \frac{3+b}{2} \\ 1 = \frac{-2+c}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 5 \\ c = 4 \end{cases}$$

Vậy $C(-6; 5; 4)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3; 2; 8)$, $N(0; 1; 3)$ và $P(2; m; 4)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- A.** $m = 25$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = -10$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{NM} = (3; 1; 5)$, $\overrightarrow{NP} = (2; m-1; 1)$.

Do tam giác MNP vuông tại N nên $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Rightarrow 6 + m - 1 + 5 = 0 \Rightarrow m = -10$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (1; -2; 3)$. Vector $2\vec{a}$ có tọa độ là

- A.** $(2; -4; 6)$. **B.** $(2; 4; 6)$. **C.** $(2; -4; -6)$. **D.** $(-2; -4; 6)$.

Lời giải

Ta có: $2\vec{a} = (2; -4; 6)$.

Câu 11: Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$, $\vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

- A.** 120° . **B.** 45° . **C.** 135° . **D.** 60° .

Lời giải:

$$\text{Ta có } \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{u}, \vec{v}) = 135^\circ.$$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1)$, $B(0; 1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc

mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

- A.** $M(4;5;0)$. **B.** $M(0;0;1)$. **C.** $M(4;-5;0)$. **D.** $M(2;-3;0)$.

Lời giải:

Ta có $M \in (Oxy) \Rightarrow M(x; y; 0)$; $\overrightarrow{AB} = (-2; 3; 1)$; $\overrightarrow{AM} = (x-2; y+2; -1)$.

Để A, B, M thẳng hàng thì $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AM}$ cùng phương, khi đó: $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+2}{3} = \frac{-1}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-5 \end{cases}$

.Vậy $M(4;-5;0)$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (1; -4; 0)$; $\vec{b} = (-6; 15; 0)$.

- a) Tọa độ véc tơ $\vec{a} + \vec{b}$ là $(-5; 11; 0)$.
 b) Tọa độ véc tơ $\vec{a} - \vec{b}$ là $(-5; 10; 1)$.
 c) Tọa độ véc tơ $2\vec{a} + \vec{b}$ là $(-4; 7; 0)$.
 d) Tọa độ vector $\vec{u}$ thỏa mãn: $\vec{u} + \vec{a} = \vec{b}$ là $(-7; 19; 0)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

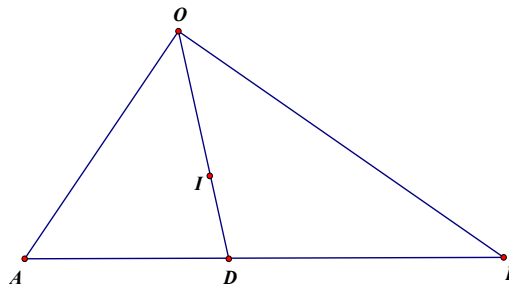
- a) Tọa độ véc tơ $\vec{a} + \vec{b} = (-5; 11; 0)$. Vậy ý a là đúng.
 b) Tọa độ véc tơ $\vec{a} - \vec{b} = (7; -19; 0)$. Vậy ý b là sai.
 c) Tọa độ véc tơ $2\vec{a} + \vec{b} = (-4; 7; 0)$. Vậy ý c là đúng.
 d) Ta có $\vec{u} + \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \vec{u} = \vec{b} - \vec{a} = (-7; 19; 0)$. Vậy ý d là đúng.

Câu 2: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; 2; 1)$, $B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

- a) Độ dài đoạn thẳng $AB = \sqrt{5}$.
 b) Tam giác OAB là tam giác nhọn.
 c) Chân đường phân giác trong góc $\widehat{AOB}$ là $D\left(0; \frac{12}{7}; \frac{12}{7}\right)$.
 d) Biết $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OAB . Khi đó: $S = a + b + c = 2$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------



a) Ta có: $AB = \sqrt{\left(-\frac{8}{3}-2\right)^2 + \left(\frac{4}{3}-2\right)^2 + \left(\frac{8}{3}-1\right)^2} = 5$.

Vậy a) **sai**.

b) Ta có: $\overrightarrow{OA} = (2; 2; 1)$, $\overrightarrow{OB} = \left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -\frac{16}{3} + \frac{8}{3} + \frac{8}{3} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$.

Do đó tam giác OAB vuông tại O . Vậy b) **sai**.

c) Lại có: $OA = 3$, $OB = 4$, $AB = 5$.

Gọi D là chân đường phân giác trong góc $\widehat{AOB} \Rightarrow D$ thuộc đoạn AB .

Theo tính chất của phân giác trong ta có:

$\frac{DA}{DB} = \frac{OA}{OB} = \frac{3}{4} \Rightarrow \overrightarrow{DA} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{DB} \Rightarrow D\left(0; \frac{12}{7}; \frac{12}{7}\right)$. Vậy c) **đúng**.

d) Tam giác OAB có diện tích $S = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = 6$, nửa chu vi $p = \frac{OA + OB + AB}{2} = 6$

$\Rightarrow r = \frac{S}{p} = 1$ là bán kính đường tròn nội tiếp; chiều cao $OH = \frac{OA \cdot OB}{AB} = \frac{12}{5}$.

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $OAB \Rightarrow I$ thuộc đoạn OD .

Ta có: $\frac{DI}{DO} = \frac{r}{OH} = \frac{5}{12} \Rightarrow \overrightarrow{DI} = \frac{5}{12}\overrightarrow{DO} \Rightarrow I = (0; 1; 1)$ hay $\begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$.

Vậy $S = a + b + c = 2$. Vậy d) **đúng**.

Câu 3: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình 2) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét). Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10 km, cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?



a) Radar ở vị trí có tọa độ $(0; 0; 0)$.

b) Vị trí A có tọa độ $(300; 200; 10)$.

c) Khoảng cách từ máy bay đến radar là khoảng 360,69 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) Radar của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A .

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

a) Theo giả thiết, ra đa ở vị trí có tọa độ $(0;0;0,08)$. Vậy a) **sai**.

b) Điểm $A(-300;-200;10)$. Vậy b) **sai**.

c) Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là:

$$\sqrt{(-300-0)^2 + (-200-0)^2 + (10-0,08)^2} \approx 360,69 \text{ (km)}. \text{ Vậy c) đúng.}$$

d) Vì $360,69 < 500$ nên ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu có phát hiện được máy bay tại vị trí A . Vậy d) **sai**.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC biết: $A(1;-1;2)$, $B(-2;0;3)$, $C(0;1;-2)$.

a) Điểm $G\left(\frac{1}{3};0;1\right)$ là trọng tâm tam giác ABC .

b) Tam giác ABC có chu vi bằng $\sqrt{11} + \sqrt{21} + \sqrt{30}$.

c) $\cos A = \frac{\sqrt{321}}{321}$.

d) Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức

$$S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} \text{ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó } T = 12a + 12b + c = -1.$$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

a) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{1-2+0}{3}; \frac{-1+0+1}{3}; \frac{2+3-2}{3}\right) \Rightarrow G\left(-\frac{1}{3}; 0; 1\right)$.

Vậy a) **sai**.

b) Ta có: $AB = \sqrt{11}$, $AC = \sqrt{21}$, $BC = \sqrt{30}$ nên tam giác ABC có chu vi bằng $\sqrt{11} + \sqrt{21} + \sqrt{30}$

Vậy b) **đúng**.

c) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3;1;1)$, $\overrightarrow{AC} = (-1;2;-4)$ nên $\cos A = \frac{3+2-4}{\sqrt{11} \cdot \sqrt{21}} = \frac{\sqrt{231}}{231}$.

Vậy c) **sai**.

d) Do $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $c = 0 \Rightarrow M(a;b;0)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} = (1-a;-1-b;2), \overrightarrow{MB} = (-2-a;-b;3), \overrightarrow{MC} = (-a;1-b;-2).$$

$$\text{Do đó: } \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = (1-a)(-2-a) + (-1-b)(-b) + 6 = a^2 + b^2 + a + b + 4$$

$$\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = (-2-a)(-a) + (-b)(1-b) - 6 = a^2 + b^2 + 2a - b - 6$$

$$\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} = (-a)(1-a) + (1-b)(-1-b) - 4 = a^2 + b^2 - a - 5$$

$$S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} = 6a^2 + 6b^2 + 2a - b - 23 = 6\left(a + \frac{1}{6}\right)^2 + 6\left(b - \frac{1}{12}\right)^2 - \frac{557}{24}.$$

$$\Rightarrow S \geq -\frac{557}{24}. \text{ Vậy } S \text{ đạt giá trị nhỏ nhất là } -\frac{557}{24} \text{ khi } \begin{cases} a = -\frac{1}{6} \\ b = \frac{1}{12} \end{cases} \Rightarrow T = 12a + 12b + c = -1.$$

Vậy d) **đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1), B(2;-1;3)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a+b$ bằng

Lời giải

Trả lời: 2

$$\text{Ta có: } MA^2 + MB^2 = (1-a)^2 + (2-b)^2 + 1^2 + (2-a)^2 + (-1-b)^2 + 3^2$$

$$= 2a^2 - 6a + 2b^2 - 2b + 20 = 2\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + 2\left(b - \frac{1}{2}\right)^2 + 15 \geq 15.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi } \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ khi đó } a+b=2.$$

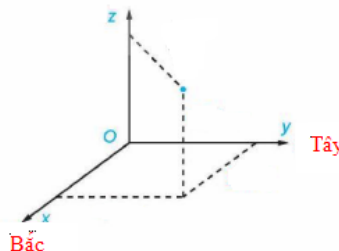
Câu 2: Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc $20(km)$ và về phía Tây $10(km)$, đồng thời cách mặt đất $0,7(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông $30(km)$ và về phía Nam $25(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Xác định khoảng cách giữa hai chiếc máy bay. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Trả lời: 61

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



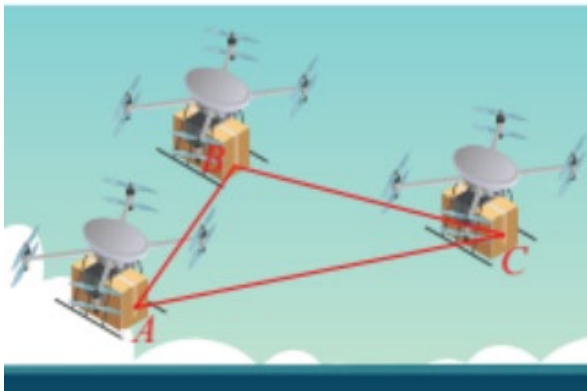
Chiếc máy bay thứ nhất có tọa độ $(20;10;0,7)$.

Chiếc máy bay thứ hai có tọa độ $(-30;-25;1)$.

Do đó khoảng cách giữa hai chiếc máy bay là: $\sqrt{(20+30)^2 + (10+25)^2 + (0,7-1)^2} \approx 61(km)$

Câu 3: Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có tọa độ là $A(1;-3;2)$, $B(m;m-2;6)$, $C(m-2;m;5)$, trong

đó m là tham số, đơn vị đo độ dài tính bằng kilomet. Biết kho hàng đang ở tại điểm $I(1;1;0)$. Vì lý do nhiên liệu nên các drone không được di chuyển quá xa kho hàng, cụ thể là các drone không được cách kho hàng quá 100 km. Xác định số giá trị nguyên của tham số m để các drone cách kho hàng không quá 100km.



Lời giải

Trả lời: 141

Ta có $IA = 2\sqrt{5} < 100$

$$IB = \sqrt{(m-1)^2 + (m-3)^2 + 36}$$

$$IC = \sqrt{(m-3)^2 + (m-1)^2 + 25}$$

Rõ ràng $IC < IB$ với mọi m , do vậy ta chỉ cần tìm m để drone B không xa kho hàng quá 100km. Tức là

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 + (m-3)^2 + 36 < 10000 \Leftrightarrow 2m^2 - 8m - 9954 < 0$$

$$\Leftrightarrow -68,6 < m < 72,6$$

Câu 4: Tính công (đơn vị N) sinh bởi lực $\vec{F}(6;8;-10)$ tạo bởi một drone giao hàng khi thực hiện một độ dịch chuyển $\vec{d}(100;200;200)$.



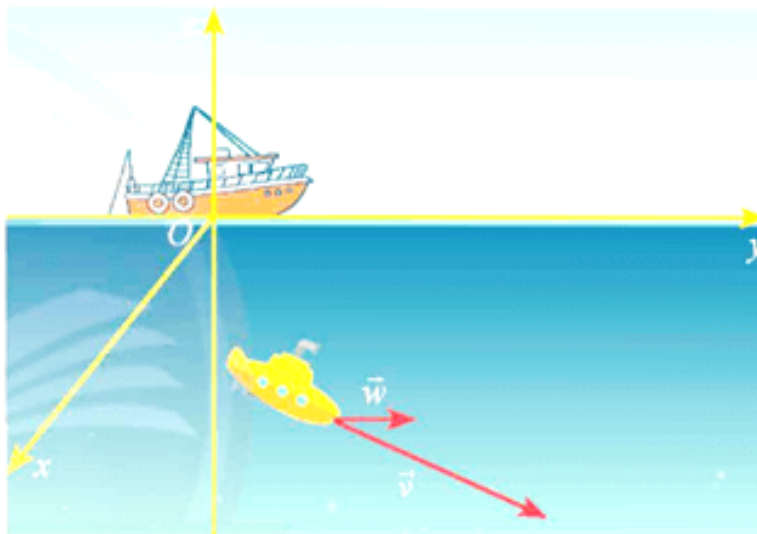
Lời giải

Trả lời: 200

$$A = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos(\vec{F}, \vec{d}) = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \frac{\vec{F} \cdot \vec{d}}{|\vec{F}| \cdot |\vec{d}|} = \vec{F} \cdot \vec{d} = 6 \cdot 100 + 8 \cdot 200 + (-10) \cdot 200 = 200 \text{ (N)}$$

Câu 5: Một thiết bị thăm dò đáy biển đang lặn với vectơ vận tốc của thiết bị khi biển đứng yên là $\vec{v} = (11; 7; -4)$ (đơn vị: km/h). Cho biết vectơ vận tốc của dòng hải lưu của vùng biển là

$\vec{w} = (4; 2; 0)$ (đơn vị: km/h). Tính tốc độ của thiết bị trong điều kiện có dòng hải lưu, các yếu tố khác không đáng kể (đơn vị km/h, làm tròn đến hàng phần chục).



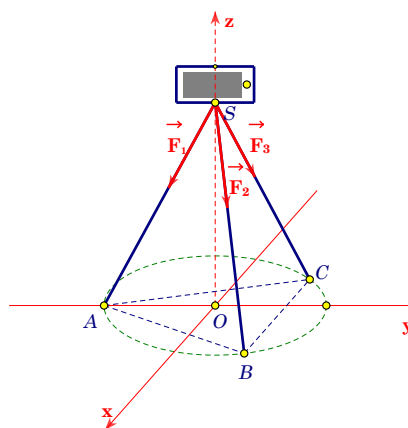
Lời giải

Trả lời: 17,9

Ta có $\vec{v} + \vec{w} = (11 + 4; 7 + 2; -4 + 0) = (15; 9; -4)$ là vector vận tốc của thiết bị trong điều kiện có dòng hải lưu. Khi đó tốc độ của thiết bị trong điều kiện có dòng hải lưu là

$$|\vec{v} + \vec{w}| = \sqrt{15^2 + 9^2 + (-4)^2} = \sqrt{322} \approx 17,9 \text{ (km/h)}.$$

Câu 6: Một chiếc điện thoại iphone được đặt trên một giá đỡ có ba chân với điểm đặt $S(0; 0; 20)$ và các điểm chạm mặt đất của ba chân lần lượt là $A(0; -6; 0)$, $B(3\sqrt{3}; 3; 0)$, $C(-3\sqrt{3}; 3; 0)$ (đơn vị cm). Cho biết điện thoại có trọng lượng là 2 N và ba lực tác dụng lên giá đỡ được phân bố như hình vẽ là ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau. Biết tọa độ của lực $\vec{F}_1 = (a; b; c)$, khi đó $T = 2a + 5b + 6c$ bằng?



Lời giải

Trả lời: -5

Theo giả thiết, ta có các điểm $S(0; 0; 20)$, $A(0; -6; 0)$, $B(3\sqrt{3}; 3; 0)$, $C(-3\sqrt{3}; 3; 0)$

Suy ra $\vec{SA} = (0; -6; -20)$; $\vec{SB} = (3\sqrt{3}; 3; -20)$; $\vec{SC} = (-3\sqrt{3}; 3; -20)$.

Suy ra $SA = SB = SC = \sqrt{436}$ mà $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| \Rightarrow \exists k \in \mathbb{R}$ sao cho

$$\begin{cases} \vec{F}_1 = k\vec{SA} = (0; -6k; -20k) \\ \vec{F}_2 = k\vec{SB} = (3\sqrt{3}k; 3k; -20k) \\ \vec{F}_3 = k\vec{SC} = (-3\sqrt{3}k; 3k; -20k) \end{cases}$$

Suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (0; 0; -60k)$. Gọi $\vec{F}$ là trọng lực tác dụng lên điện thoại $\Rightarrow \vec{F} = (0; 0; -2)$

Mặt khác, ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}$ suy ra $-60k = -2 \Rightarrow k = \frac{1}{30}$.

$$\text{Vậy } \vec{F}_1 = \left(0; -\frac{1}{5}; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -\frac{1}{5} \\ c = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \boxed{T = 2a + 5b + 6c = 0 - 1 - 4 = -5}.$$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIANBÀI: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ
ĐỀ TEST SỐ 02

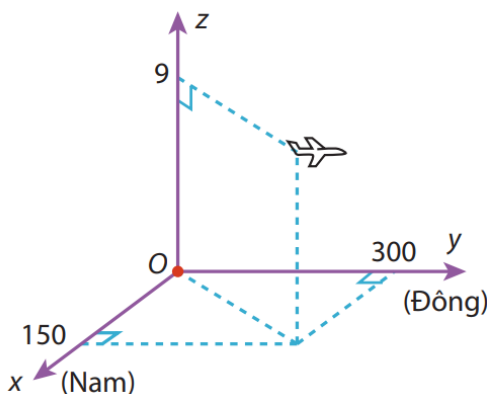
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; -1; 4)$ và $B(1; -3; -1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng:
A. $\sqrt{26}$. **B.** $\sqrt{22}$. **C.** $\sqrt{38}$. **D.** $\sqrt{34}$.
- Câu 2:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u}(2; 3; -1)$ và $\vec{v}(5; -4; m)$. Tìm m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.
A. $m = 0$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = -2$.
- Câu 3:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đoạn thẳng AB có trung điểm I . Biết $A(2; 1; -1)$, $I(1; 2; 0)$. Khi đó điểm B có tọa độ là
A. $(1; -1; -1)$. **B.** $(3; 0; -2)$. **C.** $(0; 3; 1)$. **D.** $(-1; 1; 1)$.
- Câu 4:** Trong không gian cho hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 3)$; $B(-1; 2; 5)$; $C(0; 0; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC
A. $G(0; 0; 3)$. **B.** $G(0; 0; 9)$. **C.** $G(-1; 0; 3)$. **D.** $G(0; 0; 1)$.
- Câu 5:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, tam giác ABC với $A(1; -3; 3)$, $B(2; -4; 5)$, $C(a; -2; b)$ nhận điểm $G(1; c; 3)$ làm trọng tâm của tam giác đó. Tính
A. $a + b + c = -5$. **B.** $a + b + c = -3$. **C.** $a + b + c = 2$. **D.** $a + b + c = -2$.
- Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$, $P(1; m - 1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .
A. $m = -6$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 6$. **D.** $m = 2$.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a}(2; -3; 1)$. Tọa độ vector $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{j}$ là
A. $(5; -6; 2)$. **B.** $(4; -5; 2)$. **C.** $(4; -6; 3)$. **D.** $(4; -6; 2)$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -4; 6)$. Biết A thuộc trục Ox và B thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khi đó, tọa độ của trung điểm của đoạn thẳng BM là
A. $(3; -2; 3)$. **B.** $(3; -6; 3)$. **C.** $(3; -2; 9)$. **D.** $(1; -6; 9)$.
- Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(2; 4; -3)$ và $\vec{AB} = (-3; -1; 1)$, $\vec{AC} = (2; -6; 6)$. Khi đó tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:
A. $G\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. **B.** $G\left(\frac{5}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$. **C.** $G\left(-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$. **D.** $G\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

- Câu 10:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(3;0;3)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho $G(2;2;2)$ là trọng tâm tam giác ABC .
- A. $C(-2;-4;-4)$. B. $C(0;2;2)$. C. $C(2;4;4)$. D. $C(8;10;10)$.
- Câu 11:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2;4;6)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của K lên Oz , khi đó trung điểm của OK' có tọa độ là:
- A. $(0;0;3)$. B. $(1;0;0)$. C. $(1;2;3)$. D. $(0;2;0)$.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;0;3)$, $\vec{b} = (1;-2;1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} - 2\vec{b}$ là
- A. $(1;2;2)$. B. $(0;4;1)$. C. $(-1;-2;-2)$. D. $(0;-4;-1)$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4;7;5)$.
- a) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là $(1;-3;4)$.
- b) Tọa độ của vectơ $\vec{x} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ là $(-3;-1;2)$
- c) Cho $\vec{u}$ thỏa mãn $2\vec{u} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. Tọa độ của $\vec{u}$ là $(2;-6;8)$
- d) Gọi D là chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác ABC . Tọa độ điểm D là $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$
- Câu 2:** Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 9h30 phút. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?



- a) Máy bay đang ở độ cao $9km$.
- b) Tọa độ của máy bay $(300;150;9)$.
- c) Phi công để máy bay ở chế độ tự động với vận tốc theo hướng đông là $750km/h$, độ cao không đổi. Biết rằng gió thổi theo hướng đông với vận tốc $10m/s$. Giả sử vận tốc và hướng gió không đổi thì lúc 10h30phút máy bay ở tọa độ $(150;1086;9)$.
- d) Sau khi bay đến vị trí lúc 10h30 thì máy bay bay ngược lại với vận tốc $800km/h$ với độ cao không đổi, biết lúc đó trời lặng gió thì lúc 11h máy bay ở tọa độ $(686;150;9)$.

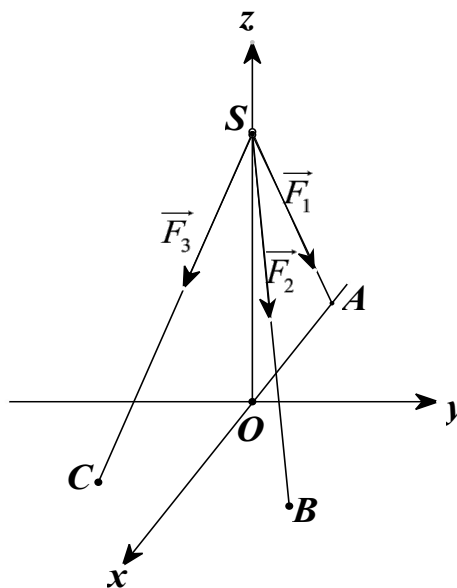
- Câu 3:** Cho các điểm $A(1;2;3), B(-1;0;4), C(1;3;5)$.
- Độ dài đoạn thẳng $AB = 3$.
 - Tam giác ABC là tam giác vuông.
 - Điểm N thuộc đoạn BC sao cho $S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ACN}$. Tọa độ điểm N là $N\left(\frac{1}{3}; 2; 3\right)$.
 - Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = 3$.
- Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba véc tơ $\vec{a}(1;1;0), \vec{b}(2;-1;1), \vec{c}(-3;1;3)$
- Tọa độ của véc tơ $\vec{a} + \vec{b}$ là $(3;0;1)$
 - Giả sử $\vec{a} + \vec{x} = 2\vec{b} - \vec{c}$. Tọa độ của $\vec{x}$ là $(6;-4;-1)$
 - Gọi φ là góc giữa hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b} - 2\vec{c}$. Khi đó $\cos \varphi = \frac{5}{14}$
 - Giả sử $\vec{v} = (-14;9;14)$ và $\vec{v} = k\vec{a} + m\vec{b} + p\vec{c}$. Khi đó $k + m + n = 9$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(2;3;4), B(0;2;2)$ và $C(3;-1;5)$. Điểm $H(a;b;c)$ là chân đường cao đỉnh A . Khi đó giá trị biểu thức $S = a + 2b - 5c$ bằng.
- Câu 2:** Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một drone giao hàng đang ở tọa độ $A(1;0;1)$ di chuyển đến địa điểm nhận hàng là $B(4;4;6)$. Mỗi đơn vị trên phần mềm bằng $1km$ ngoài thực tế. Biết tốc độ của drone là $80km/h$; giả sử rằng từ vị trí giao hàng và nhận hàng không gặp chướng ngại vật, sức cản gió không đáng kể để drone bay theo đường thẳng. Thời gian drone bay từ vị trí ban đầu đến địa điểm giao hàng mất bao nhiêu phút (làm tròn đến hàng phần mười)?
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(1;0;0), B(2;-1;2)$ và $C(3;4;-2)$. Điểm D là chân đường phân giác kẻ từ A . Độ dài OD bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?
- Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;4;5), B(-4;5;-1)$. Tìm điểm $M(x;y;0)$ với $x - y = -1$ sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tính: $3x + 4y$
- Câu 5:** Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu X di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000;600;14)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo bằng $Q(1400;800;16)$. Tọa độ vị trí điểm $N(a;b;c)$, tính $S = a + b + 2c$.



Câu 6: Một chiếc máy đo đạc trắc địa được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $S(0;0;4)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $A(-2;0;0)$, $B(1;\sqrt{3};0)$, $C(1;-\sqrt{3};0)$. Biết rằng trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là 30 N và được phân bố thành ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau như hình dưới. Tính tích vô hướng của $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$.



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;-1;4)$ và $B(1;-3;-1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng:
A. $\sqrt{26}$. **B.** $\sqrt{22}$. **C.** $\sqrt{38}$. **D.** $\sqrt{34}$.

Lời giải

$$AB = |\overline{AB}| = \sqrt{(1+2)^2 + (-3+1)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{38}.$$

- Câu 2:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u}(2;3;-1)$ và $\vec{v}(5;-4;m)$. Tìm m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.
A. $m = 0$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = -2$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow 10 - 12 - m = 0 \Leftrightarrow -2 - m = 0 \Leftrightarrow m = -2.$$

- Câu 3:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đoạn thẳng AB có trung điểm I . Biết $A(2;1;-1)$, $I(1;2;0)$. Khi đó điểm B có tọa độ là
A. $(1;-1;-1)$. **B.** $(3;0;-2)$. **C.** $(0;3;1)$. **D.** $(-1;1;1)$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overline{AB} = 2\overline{AI} &\Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_A = 2(x_I - x_A) \\ y_B - y_A = 2(y_I - y_A) \\ z_B - z_A = 2(z_I - z_A) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = x_A + 2(x_I - x_A) \\ y_B = y_A + 2(y_I - y_A) \\ z_B = z_A + 2(z_I - z_A) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 2x_I - x_A \\ y_B = 2y_I - y_A \\ z_B = 2z_I - z_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 2 \cdot 1 - 2 \\ y_B = 2 \cdot 2 - 1 \\ z_B = 2 \cdot 0 + 1 \end{cases} \Rightarrow B(0;3;1). \end{aligned}$$

- Câu 4:** Trong không gian cho hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;3); B(-1;2;5); C(0;0;1)$ Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC
A. $G(0;0;3)$. **B.** $G(0;0;9)$. **C.** $G(-1;0;3)$. **D.** $G(0;0;1)$.

Lời giải

$$\text{Tọa độ trọng tâm } G \text{ của tam giác } ABC \text{ bằng: } \begin{cases} x_G = \frac{1+(-1)+0}{3} = 0 \\ y_G = \frac{-2+2+0}{3} = 0 \\ z_G = \frac{3+5+1}{3} = 3 \end{cases}.$$

- Câu 5:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, tam giác ABC với $A(1;-3;3), B(2;-4;5), C(a;-2;b)$ nhận điểm $G(1;c;3)$ làm trọng tâm của tam giác đó. Tính
A. $a+b+c = -5$. **B.** $a+b+c = -3$. **C.** $a+b+c = 2$. **D.** $a+b+c = -2$.

Lời giải

Ta có $G(1;c;3)$ làm trọng tâm tam giác ABC nên

$$\begin{cases} x_G = \frac{1+2+a}{3} = 1 \\ y_G = \frac{-3+(-4)+(-2)}{3} = c \\ z_G = \frac{3+5+b}{3} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = -3 \end{cases}$$

Vậy. $a + b + c = -2$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;3;-1), N(-1;1;1), P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- A.** $m = -6$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 6$. **D.** $m = 2$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MN}(-3;-2;2); \overrightarrow{NP}(2;m-2;1)$$

Tam giác MNP vuông tại $N \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow -6 - 2(m-2) + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}(2;-3;1)$. Tọa độ vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{j}$ là

- A.** $(5;-6;2)$. **B.** $(4;-5;2)$. **C.** $(4;-6;3)$. **D.** $(4;-6;2)$.

Lời giải.

Ta có $2\vec{a} = (4;-6;2)$ và $\vec{j}(0;1;0)$ nên $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{j} = (4;-5;2)$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-4;6)$. Biết A thuộc trục Ox và B thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khi đó, tọa độ của trung điểm của đoạn thẳng BM là

- A.** $(3;-2;3)$. **B.** $(3;-6;3)$. **C.** $(3;-2;9)$. **D.** $(1;-6;9)$.

Lời giải.

Ta có A thuộc trục Ox và B thuộc mặt phẳng (Oyz) nên gọi $A(a;0;0)$ và $B(0;b;c)$.

$$\text{Vì } M \text{ là trung điểm của đoạn thẳng } AB \text{ nên } \begin{cases} 2 = \frac{a}{2} \\ -4 = \frac{b}{2} \\ 6 = \frac{c}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -8 \\ c = 12 \end{cases}$$

Suy ra $B(0;-8;12)$.

Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng $BM \Rightarrow N(1;-6;9)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(2;4;-3)$ và $\overrightarrow{AB} = (-3;-1;1)$, $\overrightarrow{AC} = (2;-6;6)$. Khi đó tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

- A.** $G\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. **B.** $G\left(\frac{5}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$. **C.** $G\left(-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$. **D.** $G\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Ta có : $A(2;4;-3)$ và $\overrightarrow{AB} = (-3;-1;1)$, suy ra $B(-1;3;-2)$.

$A(2;4;-3)$ và $\overrightarrow{AC} = (2;-6;6)$, suy ra $C(4;-2;3)$.

$$G \text{ là trọng tâm của tam giác } ABC \text{ nên ta có: } \begin{cases} x_G = \frac{2-1+4}{3} = \frac{5}{3} \\ y_G = \frac{4+3-2}{3} = \frac{5}{3} \\ z_G = \frac{-3-2+3}{3} = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right).$$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(3;0;3)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho $G(2;2;2)$ là trọng tâm tam giác ABC .

- A.** $C(-2;-4;-4)$. **B.** $C(0;2;2)$. **C.** $C(2;4;4)$. **D.** $C(8;10;10)$.

Lời giải

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 4 \\ z_C = 4 \end{cases} \Rightarrow C(2;4;4).$$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2;4;6)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của K lên Oz , khi đó trung điểm của OK' có tọa độ là:

- A.** $(0;0;3)$. **B.** $(1;0;0)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(0;2;0)$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của OK' .

Ta có $K'(0;0;6)$ là hình chiếu vuông góc của K lên $Oz \Rightarrow I(0;0;3)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;0;3)$, $\vec{b} = (1;-2;1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} - 2\vec{b}$ là

- A.** $(1;2;2)$. **B.** $(0;4;1)$. **C.** $(-1;-2;-2)$. **D.** $(0;-4;-1)$.

Lời giải

$$\vec{a} = (2;0;3); \quad -2\vec{b} = (-2;4;-2), \text{ do đó } \vec{a} - 2\vec{b} = (0;4;1).$$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4;7;5)$.

a) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là $(1;-3;4)$.

b) Tọa độ của vectơ $\vec{x} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ là $(-3;-1;2)$

c) Cho $\vec{u}$ thỏa mãn $2\vec{u} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. Tọa độ của $\vec{u}$ là $(2;-6;8)$

d) Gọi D là chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác ABC . Tọa độ điểm D là $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) $\overrightarrow{AB} = (1;-3;4)$. a) Đúng

b) $\overrightarrow{AC} = (-5; 5; 6) \Rightarrow \vec{x} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = (-3; -1; 14)$. **b) Sai**

c) $\overrightarrow{BC} = (-6; 8; 2)$

$\Rightarrow 2\vec{u} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow \vec{u} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}) = (1; -3; 4)$. **c) Sai.**

d) Gọi D là chân đường phân giác của $\widehat{ABC}$, khi đó $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC}$.

$\overrightarrow{AB} = (1; -3; 4) \Rightarrow AB = \sqrt{26}$.

$\overrightarrow{BC} = (-6; 8; 2) \Rightarrow BC = \sqrt{104}$

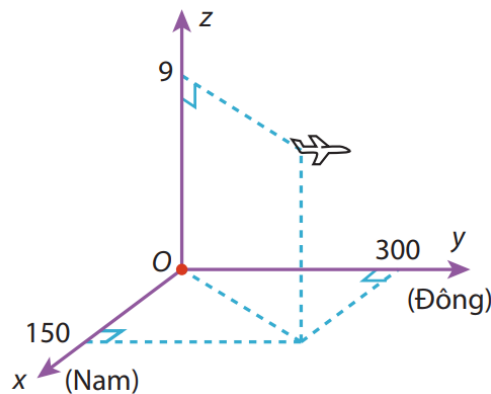
Do đó $\frac{DA}{DC} = \frac{\sqrt{26}}{\sqrt{104}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DA}$.

Gọi $D(a; b; c)$ ta có $\overrightarrow{DA} = (1-a; 2-b; -1-c)$, $\overrightarrow{DC} = (-4-a; 7-b; 5-c)$.

$$\overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DA} \Leftrightarrow \begin{cases} -4-a = -2(1-a) \\ 7-b = -2(2-b) \\ 5-c = -2(-1-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = \frac{11}{3} \\ c = 1 \end{cases}$$

Vậy $D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$. **d) Đúng.**

Câu 2: Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 9h30 phút. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?



a) Máy bay đang ở độ cao $9km$.

b) Tọa độ của máy bay $(300; 150; 9)$.

c) Phi công để máy bay ở chế độ tự động với vận tốc theo hướng đông là $750km/h$, độ cao không đổi. Biết rằng gió thổi theo hướng đông với vận tốc $10m/s$. Giả sử vận tốc và hướng gió không đổi thì lúc 10h30 phút máy bay ở tọa độ $(150; 1086; 9)$.

d) Sau khi bay đến vị trí lúc 10h30 thì máy bay bay ngược lại với vận tốc $800km/h$ với độ cao không đổi, biết lúc đó trời lặng gió thì lúc 11h máy bay ở tọa độ $(686; 150; 9)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Dựa vào hình vẽ ta thấy máy bay đang ở độ cao $9km$. Vậy a) **đúng**.

b) Máy bay ở tọa độ $(150;300;9)$. Vậy b) **sai**.

c) Vận tốc gió $10m/s = 36km/h$

Quãng đường máy bay bay được là: $750 + 36 = 786km$

Do đó tọa độ của máy bay là: $(150;1086;9)$. Vậy c) **đúng**.

d) Quãng đường máy bay bay được là: $800 \cdot \frac{1}{2} = 400km$. Do đó tọa độ máy bay là $(150;686;9)$.

Vậy d) **sai**.

Câu 3: Cho các điểm $A(1;2;3), B(-1;0;4), C(1;3;5)$.

a) Độ dài đoạn thẳng $AB = 3$.

b) Tam giác ABC là tam giác vuông.

c) Điểm N thuộc đoạn BC sao cho $S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ACN}$. Tọa độ điểm N là $N\left(\frac{1}{3};2;3\right)$.

d) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = 3$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) $AB = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3$. Vậy a) đúng

b) $\overrightarrow{AB}(-2;-2;1), \overrightarrow{AC}(0;1;2), \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$. Tam giác ABC vuông. Vậy b) đúng

c) Điểm N thuộc đoạn BC sao cho $S_{\triangle ABN} = 2S_{\triangle ACN}$. Suy ra

$$\overrightarrow{BN} = 2\overrightarrow{NC} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 2(1-x) \\ y = 2(3-y) \\ z-4 = 2(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = 2 \\ z = \frac{14}{3} \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{1}{3};2;\frac{14}{3}\right). \text{ Vậy c) sai}$$

d) Do tam giác ABC là tam giác vuông tại A nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm I của BC . $I\left(0;\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right)$

$$R = AI = \sqrt{(-1)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{14}}{2}. \text{ Vậy d) sai}$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba véc tơ $\vec{a}(1;1;0), \vec{b}(2;-1;1), \vec{c}(-3;1;3)$

a) Tọa độ của véc tơ $\vec{a} + \vec{b}$ là $(3;0;1)$

b) Giả sử $\vec{a} + \vec{x} = 2\vec{b} - \vec{c}$. Tọa độ của $\vec{x}$ là $(6;-4;-1)$

c) Gọi φ là góc giữa hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b} - 2\vec{c}$. Khi đó $\cos \varphi = \frac{5}{14}$

d) Giả sử $\vec{v} = (-14;9;14)$ và $\vec{v} = k\vec{a} + m\vec{b} + p\vec{c}$. Khi đó $k + m + n = 9$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Ta có: $\vec{a} + \vec{b} = (1+2;1+(-1);0+1)$, hay $\vec{a} + \vec{b} = (3;0;1)$. Vậy a) **đúng**.

b) $\vec{x} = 2\vec{b} - \vec{c} \Leftrightarrow \vec{x} = 2\vec{b} - \vec{a} - \vec{c} \Rightarrow \vec{x} = (6;-4;-1)$. Vậy b) **đúng**.

c) đặt $\vec{u} = \vec{b} - 2\vec{c} \Rightarrow \vec{u} = (8; -3; -5) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}$; $\vec{a} \cdot \vec{u} = 5, |\vec{a}| = \sqrt{2}$.

Khi đó: $\cos \varphi = \cos(\vec{a}, \vec{u}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{u}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{5}{\sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2}} = \frac{5}{14}$. Vậy c) đúng.

d) $k\vec{a} + m\vec{b} + n\vec{c} = (k + 2m - 3n; k - m + n; m + 3n)$. Khi đó:

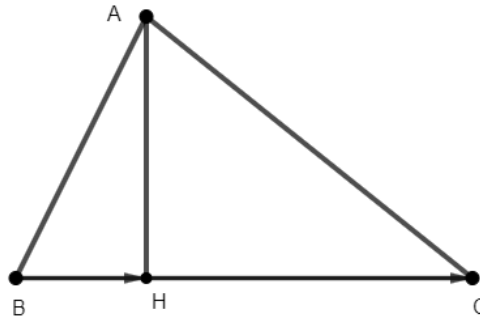
$$\vec{v} = k\vec{a} + m\vec{b} + n\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} k + 2m - 3n = -14 \\ k - m + n = 9 \\ m + 3n = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ m = -1 \\ n = 5 \end{cases} \Rightarrow k + m + n = 7. \text{ Vậy d) sai.}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(2; 3; 4)$, $B(0; 2; 2)$ và $C(3; -1; 5)$. Điểm $H(a; b; c)$ là chân đường cao đỉnh A . Khi đó giá trị biểu thức $S = a + 2b - 5c$ bằng.

Lời giải

Trả lời: -12



+) $\overrightarrow{BC} = (3; -3; 3)$; $\overrightarrow{BH} = (a; b - 2; c - 2)$ do B, C, H thẳng hàng nên $\overrightarrow{BH} = \frac{t}{3} \overrightarrow{BC}$ hay

$$(a; b - 2; c - 2) = \frac{t}{3}(3; -3; 3) = (t; -t; t) \text{ suy ra } \begin{cases} a = t \\ b = 2 - t \\ c = 2 + t \end{cases} \text{ từ đó được } H(t; 2 - t; 2 + t)$$

+) $\overrightarrow{AH} = (t - 2; -1 - t; t - 2)$, do H là chân đường cao nên

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \Leftrightarrow 3(t - 2) - 3(-1 - t) + 3(t - 2) = 0 \Leftrightarrow (t - 2) - (-1 - t) + (t - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \text{ từ đó } H(1; 1; 3) \text{ tính được } S = a + 2b - 5c = 1 + 2 - 3 \cdot 5 = -12.$$

Câu 2: Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một drone giao hàng đang ở tọa độ $A(1; 0; 1)$ di chuyển đến địa điểm nhận hàng là $B(4; 4; 6)$. Mỗi đơn vị trên phần mềm bằng $1km$ ngoài thực tế. Biết tốc độ của drone là $80km/h$; giả sử rằng từ vị trí giao hàng và nhận hàng không gặp chướng ngại vật, sức cản gió không đáng kể để drone bay theo đường thẳng. Thời gian drone bay từ vị trí ban đầu đến địa điểm giao hàng mất bao nhiêu phút (làm tròn đến hàng phần mười)?

Lời giải

Trả lời: 5,3

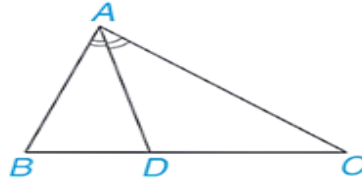
Tính được $AB = \sqrt{(4-1)^2 + (4-0)^2 + (6-1)^2} = 5\sqrt{2}$ (đơn vị trên phần mềm) khoảng cách ngoài thực tế sẽ là $5\sqrt{2} km$.

Thời gian bay của drone là $\frac{5\sqrt{2}}{80}$ giờ, đổi sang bằng $\frac{5\sqrt{2}}{80} \cdot 60 = \frac{15\sqrt{2}}{4} \approx 5,3$ phút.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(1;0;0)$, $B(2;-1;2)$ và $C(3;4;-2)$. Điểm D là chân đường phân giác kẻ từ A . Độ dài OD bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 2,52



$$+) AB = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{6}; AC = \sqrt{2^2 + 4^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{6}$$

+) Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác kẻ từ A ; theo tính chất đường phân giác ta có

$$\frac{CD}{BD} = \frac{AC}{AB} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = 2 \Rightarrow CD = 2BD \text{ từ đó } BC = 3BD \text{ mà hai vectơ } \overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BD} \text{ cùng hướng suy ra}$$

$$\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BD} \Leftrightarrow \overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}.$$

+) Tính được $\overrightarrow{BC} = (1;5;-4)$; $\overrightarrow{BD} = (a-2;b+1;c-2)$, từ đó

$$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2 = \frac{1}{3} \\ b+1 = \frac{5}{3} \\ c-2 = -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{3} \\ b = \frac{2}{3} \\ c = \frac{2}{3} \end{cases} \text{ suy ra } D\left(\frac{7}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right).$$

$$+) \text{ Độ dài } OD = \sqrt{\frac{49}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{57}}{3} \approx 2,52.$$

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;4;5)$, $B(-4;5;-1)$. Tìm điểm $M(x;y;0)$ với $x-y=-1$ sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tính: $3x+4y$

Lời giải

Trả lời: 11

Ta có :

$$AM^2 = (x-1)^2 + (y-4)^2 + 25 = (y-2)^2 + (y-4)^2 + 25$$

$$BM^2 = (x+4)^2 + (y-5)^2 + 1 = (y+3)^2 + (y-5)^2 + 1$$

$$\Rightarrow AM^2 + BM^2 = 4y^2 - 16y + 80 = 4(y-2)^2 + 64 \geq 64$$

Suy ra $\min(MA^2 + MB^2) = 64$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $y = 2 \Rightarrow x = 1$.

Khi đó, $M(1;2;0) \Rightarrow 3x+4y = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = 11$.

Câu 5: Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu X di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000;600;14)$ đến điểm

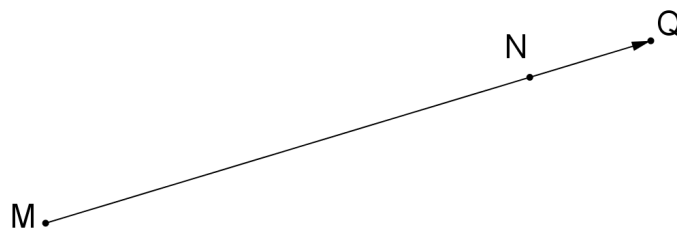
N trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo bằng $Q(1400; 800; 16)$. Tọa độ vị trí điểm $N(a; b; c)$, tính $S = a + b + 2c$.



Lời giải

Trả lời: 2081

Giải thích



Gọi $N(x; y; z)$ là tọa độ của máy bay sau 30 phút. $\overrightarrow{MQ} = (400; 200; 2)$

$$\overrightarrow{NQ} = (1400 - x; 800 - y; 16 - z)$$

Vì máy bay giữ nguyên hướng bay nên $\overrightarrow{MQ}$ và $\overrightarrow{NQ}$ cùng hướng.

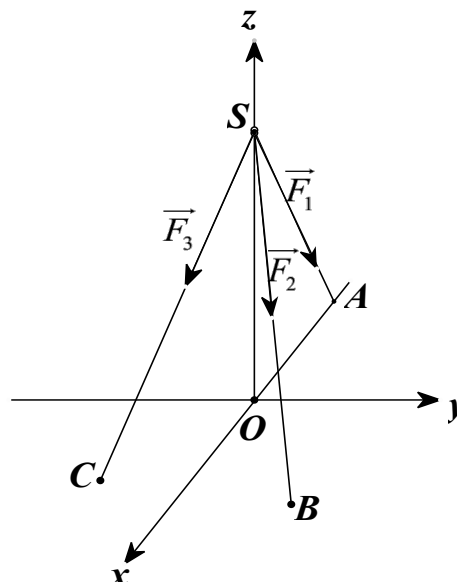
Do máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và thời gian bay từ $M \rightarrow Q$ gấp 4 lần thời gian bay từ $N \rightarrow Q$ nên $\overrightarrow{MQ} = 4\overrightarrow{NQ}$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MQ} = 4\overrightarrow{NQ} \Leftrightarrow \begin{cases} 400 = 4(1400 - x) \\ 200 = 4(800 - y) \\ 2 = 4(16 - z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1300 \\ y = 750 \\ z = 15,5 \end{cases} \Rightarrow N(1300; 750; 15,5)$$

Tọa độ vị trí điểm N là $(1300; 750; 15,5)$

$$\text{Suy ra } S = a + b + 2c = 1300 + 750 + 2 \cdot 15,5 = 2081$$

Câu 6: Một chiếc máy đo đặc trắc địa được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $S(0; 0; 4)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $A(-2; 0; 0)$, $B(1; \sqrt{3}; 0)$, $C(1; -\sqrt{3}; 0)$. Biết rằng trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là $30N$ và được phân bố thành ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau như hình dưới. Tính tích vô hướng của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$.



Lời giải

Trả lời: 87,5

Ta có: $\overrightarrow{SA} = (-2; 0; -4)$; $\overrightarrow{SB} = (1; \sqrt{3}; -4)$; $\overrightarrow{SC} = (1; -\sqrt{3}; -4) \Rightarrow SA = SB = SC = \sqrt{20}$.

Lại có $\overrightarrow{AB} = (3; \sqrt{3}; 0)$; $\overrightarrow{AC} = (3; -\sqrt{3}; 0)$; $\overrightarrow{BC} = (0; -2\sqrt{3}; 0) \Rightarrow AB = AC = BC = \sqrt{12}$. Dẫn đến hình chóp $S.ABC$ đều có đường cao là $SO = 4$, với $O(0; 0; 0)$ là trọng tâm tam giác ABC . Mặt khác,

$$\overrightarrow{F_1} = k\overrightarrow{SA} = (-2k; 0; -4k), \quad \overrightarrow{F_2} = k\overrightarrow{SB} = (k; \sqrt{3}k; -4k),$$

$$\overrightarrow{F_3} = k\overrightarrow{SC} = (k; -\sqrt{3}k; -4k) \Rightarrow \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = (0; 0; -12k)$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{P} = (0; 0; -30) \text{ nên } -12k = -30 \Leftrightarrow k = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{F_1} = (-5; 0; -10), \quad \overrightarrow{F_2} = \left(\frac{5}{2}; \frac{5\sqrt{3}}{2}; -10\right). \text{ Vậy, } \overrightarrow{F_1} \cdot \overrightarrow{F_2} = \frac{175}{2} = 87,5.$$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 2

ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

- A. 12. B. 4. C. 10. D. 8.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vector $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là?

- A. $(3; 4; 1)$. B. $(1; 2; 3)$. C. $(-1; -2; 3)$. D. $(3; 5; 1)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\vec{SA} = \vec{a}$; $\vec{SB} = \vec{b}$; $\vec{SC} = \vec{c}$; $\vec{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$. B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Câu 4: Cho ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng. Xét các véc tơ $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$; $\vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}$; $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng?

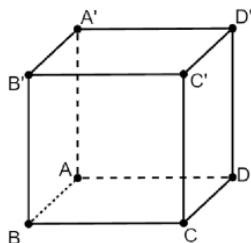
- A. Hai véc tơ $\vec{y}; \vec{z}$ cùng phương. B. Hai véc tơ $\vec{x}; \vec{y}$ cùng phương.

- C. Hai véc tơ $\vec{x}; \vec{z}$ cùng phương. D. Ba véc tơ $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$ đồng phẳng

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 5; -1)$, $B(7; x; 1)$ và $C(9; 2; y)$. Để A, B, C thẳng hàng thì giá trị $x + y$ bằng

- A. 5. B. 6. C. 4. D. 7.

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ vec tơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp bằng vec tơ $\vec{BC'}$ là



- A. $\vec{AC'}$. B. $\vec{AD'}$. C. $\vec{A'D}$. D. $\vec{BA'}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; -1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; -3)$. Khi đó tọa độ $\vec{a} + \vec{b}$ là

- A. $(3; 2; -3)$. B. $(3; 0; -3)$. C. $(1; 0; -3)$. D. $(3; 0; 3)$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{a}(5; 7; 2)$. Tọa độ của vector $2\vec{a}$ là

- A. $(10; 14; 4)$. B. $(10; 7; 2)$. C. $(10; 14; 2)$. D. $(10; 7; 4)$.

- Câu 9:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (-4; 2; -3)$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ là:
A. $B(3; 2; -4)$. **B.** $B(-3; 4; 0)$. **C.** $B(3; -4; 0)$. **D.** $B(-3; -4; -4)$.
- Câu 10:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}(1; 2; 2)$, $\vec{b}(3; 0; -1)$, $\vec{c}(-6; 1; -1)$. Biết vectơ $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ có tọa độ $(x; y; z)$. Tính $T = x + y + z$.
A. $T = 6$. **B.** $T = 5$. **C.** $T = -5$. **D.** $T = 7$.
- Câu 11:** Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 26; |\vec{b}| = 28; |\vec{a} + \vec{b}| = 48$. Độ dài vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ bằng?
A. 25. **B.** $\sqrt{616}$. **C.** 9. **D.** $\sqrt{618}$.
- Câu 12:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}(1; 2; -2)$, $\vec{b}(3; 1; -1)$ và vectơ $\vec{c}(x; y; 1)$. Biết $\vec{a} \perp \vec{c}$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = 2$. Tính $T = x \cdot y$
A. $T = \frac{6}{25}$. **B.** $T = \frac{12}{5}$. **C.** $T = \frac{12}{25}$. **D.** $T = -\frac{8}{25}$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

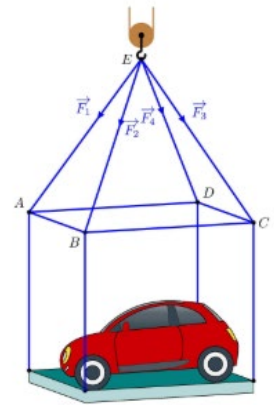
- Câu 1:** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 2a$, $CD = 2b$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD và $IJ = 2c$, M là một điểm bất kỳ và G là trọng tâm của tứ diện. Khẳng định nào sau đây **đúng**?
a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.
b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.
c) $MA^2 + MB^2 = 2MI^2$.
d) Giá trị nhỏ nhất của $P = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ bằng $2(a^2 + b^2 + 2c^2)$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3; 2; -1)$, $B(1; 4; -2)$ và $C(0; -2; 3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -1)$		
b)	$ \overrightarrow{AB} = 3$		
c)	Tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$ là $(1; -2; 2)$		
d)	Tọa độ điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy) , sao cho A, B, N thẳng hàng là $(5; 0; 0)$		

- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(0; 0; -1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(1; 0; 1)$ và M là điểm sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 1)$		
b)	$\cos \widehat{BAC} = \frac{2\sqrt{15}}{15}$		
c)	Tọa độ điểm D là $(2; -1; 0)$.		
d)	Tọa độ điểm M là $\left(\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}; 1\right)$.		

Câu 4: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4500 N và trọng lượng của khung sắt là 2900 N .



Mệnh đề	Đúng	Sai
a) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_3 + \vec{F}_4$		
b) $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_2 + \vec{F}_4$		
c) $ \vec{F}_1 + \vec{F}_3 = 8000\text{ N}$ (làm tròn đến hàng đơn vị).		
d) Trọng lượng của chiếc xe ô tô là 12688 N (làm tròn đến hàng đơn vị).		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -2; -1), B(1; -1; 2)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc đoạn thẳng AB thỏa mãn $MA = 2MB$. Tính giá trị của biểu thức $T = a - b + c$?

Câu 2: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của CD ; G là trung điểm của AM biết $\vec{BG} \cdot \vec{AC} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

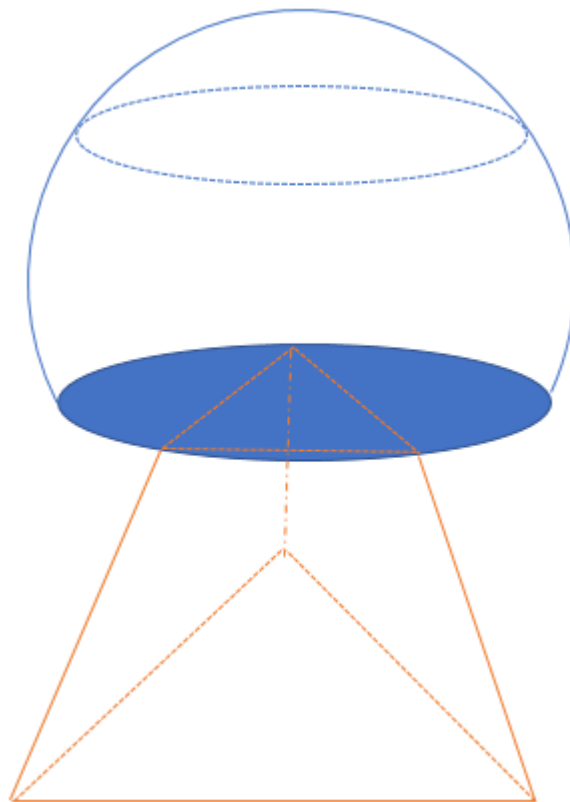
Câu 3: Trong hệ trục tọa độ $(Oxyz)$, một thiết bị âm thanh được phát từ vị trí $A(1; 5; 8)$. Người ta dự định đặt một máy thu tín hiệu trên mặt phẳng (Oxy) . Biết máy thu đặt ở vị trí $M(a; b; c)$ sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất. Khi đó $a + 2b + 3c$ bằng.

Câu 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc 120° . Biết rằng $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3$, tính giá trị của biểu thức $A = |\vec{a} - \vec{b}| + |\vec{a} + \vec{b}|$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 5: Để theo dõi hành trình của một chiếc máy bay, người ta lập hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O trùng với vị trí của trung tâm kiểm soát không lưu, mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất (được coi là mặt phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Sau khi cất cánh và đạt độ cao nhất định, chiếc máy bay A duy trì hướng bay về phía nam với tốc độ 840 km/h . Sau thời điểm đó nửa giờ và ở độ cao thấp hơn vị trí máy bay A 50 km , máy bay B cũng duy trì hướng bay về phía nam với tốc độ 960 km/h . Tìm thời gian máy bay B bay trong khoảng thời gian 6h tính từ lúc máy bay B bay theo hướng nam để khoảng cách giữa hai máy bay A và B ngắn nhất.



Câu 6: Một bình cá cảnh có dạng một chòm cầu được đặt trên một chân đế (tham khảo hình vẽ). Biết tổng khối lượng bể cá là 20kg, ba chân đế là ba cạnh bên của một hình chóp cụt đều có độ dài cạnh bên bằng 50cm, hai đáy có độ dài lần lượt là 30cm và 20cm. Biết gia tốc trọng trường bằng 10m/s^2 , tính độ lớn lực tác dụng của bể cá lên từng chân đế (Kết quả làm tròn đến chữ số thứ nhất phần thập phân)



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

- A.** 12. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Số vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là số các chỉnh hợp chập 2 của phần tử $\Rightarrow$ số vectơ là $A_4^2 = 12$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là?

- A.** $(3; 4; 1)$. **B.** $(1; 2; 3)$. **C.** $(-1; -2; 3)$. **D.** $(3; 5; 1)$.

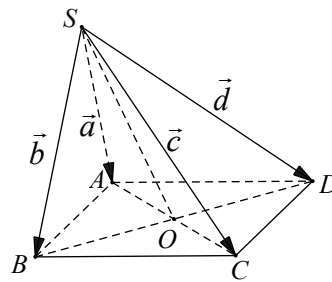
Lời giải

Ta có: $\vec{a} - \vec{b} = (2 - 1; 3 - 1; 2 + 1) = (1; 2; 3)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\vec{SA} = \vec{a}$; $\vec{SB} = \vec{b}$; $\vec{SC} = \vec{c}$; $\vec{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$. **B.** $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. **C.** $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. **D.** $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Lời giải



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. Ta phân tích như sau:

$$\begin{cases} \vec{SA} + \vec{SC} = 2\vec{SO} \\ \vec{SB} + \vec{SD} = 2\vec{SO} \end{cases} \text{ (do tính chất của đường trung tuyến)}$$

$$\Rightarrow \vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD} \Leftrightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}.$$

Câu 4: Cho ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng. Xét các véc tơ $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$; $\vec{y} = -4\vec{a} + 2\vec{b}$; $\vec{z} = -3\vec{b} - 2\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng?.

- A.** Hai véc tơ $\vec{y}; \vec{z}$ cùng phương. **B.** Hai véc tơ $\vec{x}; \vec{y}$ cùng phương. **C.** Hai véc tơ $\vec{x}; \vec{z}$ cùng phương. **D.** Ba véc tơ $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$ đồng phẳng.

Lời giải

Nhận thấy $\vec{y} = -2\vec{x}$ nên $\vec{x}, \vec{y}$ cùng phương.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 5; -1)$, $B(7; x; 1)$ và $C(9; 2; y)$. Để A, B, C thẳng hàng thì giá trị $x + y$ bằng

- A.** 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

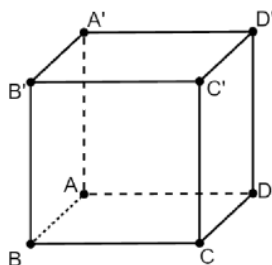
Ta có $\vec{AB} = (4; x - 5; 2)$, $\vec{AC} = (6; -3; y + 1)$

$$A, B, C \text{ thẳng hàng khi } \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{4}{6} = \frac{x-5}{-3} = \frac{2}{y+1} \Leftrightarrow \begin{cases} 6(x-5) = -12 \\ 4(y+1) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy $x + y = 5$.

Do $ACC'A'$ là hình bình hành, theo quy tắc hình bình hành ta có: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ vec tơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp bằng vec tơ $\overrightarrow{BC'}$ là



A. $\overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{AD'}$.

C. $\overrightarrow{A'D}$.

D. $\overrightarrow{BA'}$.

Lời giải

Do $BC'D'A$ là hình bình hành nên ta có: $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AD'}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; -1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; -3)$. Khi đó tọa độ $\vec{a} + \vec{b}$ là

A. $(3; 2; -3)$.

B. $(3; 0; -3)$.

C. $(1; 0; -3)$.

D. $(3; 0; 3)$.

Lời giải

Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (2+1; -1+1; 0-3) = (3; 0; -3)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} (5; 7; 2)$. Tọa độ của vectơ $2\vec{a}$ là

A. $(10; 14; 4)$.

B. $(10; 7; 2)$.

C. $(10; 14; 2)$.

D. $(10; 7; 4)$.

Lời giải

Ta có $2\vec{a} = (2.5; 2.7; 2.2) = (10; 14; 4)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (-4; 2; -3)$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ là:

A. $B(3; 2; -4)$.

B. $B(-3; 4; 0)$.

C. $B(3; -4; 0)$.

D. $B(-3; -4; -4)$.

Lời giải

Gọi $B(x; y; z)$

Khi đó $\overrightarrow{AB} = (x-1; y-2; z-3)$.

$$\overrightarrow{AB} = \vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = -4 \\ y-2 = 2 \\ z-3 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \\ z = 0 \end{cases} \text{ . Vậy } B(3; -4; 0) \text{ .}$$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} (1; 2; 2)$, $\vec{b} (3; 0; -1)$, $\vec{c} (-6; 1; -1)$. Biết vectơ $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ có tọa độ $(x; y; z)$. Tính $T = x + y + z$.

A. $T = 6$.

B. $T = 5$.

C. $T = -5$.

D. $T = 7$.

Lời giải

$$\vec{a} (1; 2; 2) \Rightarrow 3\vec{a} (3; 6; 6); \vec{b} (3; 0; -1) \Rightarrow 2\vec{b} (6; 0; -2).$$

$$\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} = (3 - 6 + (-6); 6 - 0 + 1; 6 - (-2) + (-1)) = (-9; 7; 7)$$

$$T = -9 + 7 + 7 = 5.$$

Câu 11: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 26; |\vec{b}| = 28; |\vec{a} + \vec{b}| = 48$. Độ dài vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ bằng?

A. 25.

B. $\sqrt{616}$.

C. 9.

D. $\sqrt{618}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} |\vec{a} - \vec{b}|^2 &= (\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 2(\vec{a}^2 + \vec{b}^2) - (\vec{a} + \vec{b})^2 \\ &= 2(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2) - |\vec{a} + \vec{b}|^2 = 2(26^2 + 28^2) - 48^2 = 616 \\ \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| &= \sqrt{616}. \end{aligned}$$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}(1; 2; -2)$, $\vec{b}(3; 1; -1)$ và vectơ $\vec{c}(x; y; 1)$.

Biết $\vec{a} \perp \vec{c}$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = 2$. Tính $T = x \cdot y$

A. $T = \frac{6}{25}$.

B. $T = \frac{12}{5}$.

C. $T = \frac{12}{25}$.

D. $T = -\frac{8}{25}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} \vec{a} \perp \vec{c} \\ \vec{b} \cdot \vec{c} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \\ \vec{b} \cdot \vec{c} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ 3x + y - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 2 \\ 3x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{5} \\ y = \frac{3}{5} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } T = xy = \frac{12}{25}.$$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 2a$, $CD = 2b$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD và $IJ = 2c$, M là một điểm bất kỳ và G là trọng tâm của tứ diện. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

a) $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{CB}$.

b) $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$.

c) $MA^2 + MB^2 = 2MI^2$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $P = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ bằng $2(a^2 + b^2 + 2c^2)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Ta có $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{DB} + \vec{CB} + \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{CB} + \underbrace{\vec{DB} + \vec{BD}}_0 = \vec{AD} + \vec{CB}$.

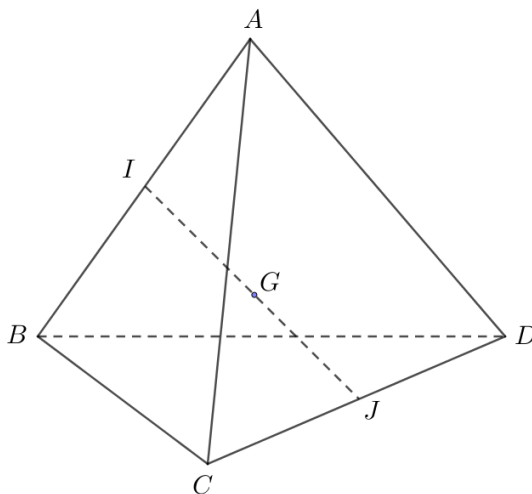
Vậy a) ĐÚNG.

b) Do I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên G trung điểm IJ và nên ta có

$$\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 2\vec{AI} + 2\vec{AJ} = 2(\vec{AI} + \vec{AJ}) = 2.2\vec{AG} = 4\vec{AG}.$$

Vậy b) SAI

c) $MA^2 + MB^2 = 2MI^2$



Ta có $MA^2 = \overline{MA}^2 = (\overline{MI} + \overline{IA})^2 = MI^2 + IA^2 + 2\overline{MI} \cdot \overline{IA}$

và $MB^2 = \overline{MB}^2 = (\overline{MI} + \overline{IB})^2 = MI^2 + IB^2 + 2\overline{MI} \cdot \overline{IB}$.

Suy ra $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + 2a^2 + 2\overline{MI}(\overline{IA} + \overline{IB})$ (do $IA = IB = a$)
 $= 2MI^2 + 2a^2$ (do $\overline{IA} + \overline{IB} = \vec{0}$). (1)

Vậy c) SAI.

d) Tương tự câu c), ta có $MC^2 + MD^2 = 2MJ^2 + 2b^2$. (2)

Do G là trung điểm IJ nên ta cũng có $MI^2 + MJ^2 = 2MG^2 + 2c^2$. (3)

Từ (1), (2) và (3), suy ra $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 4MG^2 + 2(a^2 + b^2 + 2c^2)$.

Do đó $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 \geq 2(a^2 + b^2 + 2c^2)$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $MG = 0$ hay M trùng với G .

Vậy $P_{\min} = 2(a^2 + b^2 + 2c^2)$ khi điểm M trùng với trọng tâm tứ diện.

Vậy d) ĐÚNG.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3; 2; -1), B(1; 4; -2)$ và $C(0; -2; 3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\overline{AB} = (-2; 2; -1)$		
b)	$ \overline{AB} = 3$		
c)	Toạ độ điểm M sao cho $\overline{AB} + \overline{CM} = \vec{0}$ là $(1; -2; 2)$		
d)	Toạ độ điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy) , sao cho A, B, N thẳng hàng là $(5; 0; 0)$		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) $\overline{AB} = (1-3; 4-2; -2-(-1)) = (-2; 2; -1)$

b) $|\overline{AB}| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-1)^2} = 3$

c) Gọi $M(x; y; z)$ thì $\overline{MC} = (-x; -2-y; 3-z)$.

$$\text{Vì } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC} \Rightarrow \begin{cases} -x = -2 \\ -2 - y = 2 \\ 3 - z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \\ z = 4 \end{cases} \Rightarrow M(2; -4; 4).$$

d) Vì N thuộc mặt phẳng (Oxy) nên tọa độ điểm N là $N(x; y; 0)$

Ta có: $\overrightarrow{AN}(x-3; y-2; 1); \overrightarrow{BN}(x-1; y-4; 2)$

Để A, B, N thẳng hàng thì hai vectơ $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{BN}$ cùng phương. Do đó, $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{BN}$ (với $k \neq 0$)

$$\text{Suy ra, } \begin{cases} x-3 = k(x-1) \\ y-2 = k(y-4) \\ 1 = 2k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-3 = \frac{1}{2}(x-1) \\ y-2 = \frac{1}{2}(y-4) \\ k = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 0 \end{cases}. \text{ Vậy } N(5; 0; 0).$$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(0; 0; -1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(1; 0; 1)$ và M là điểm sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 1)$		
b)	$\cos \widehat{BAC} = \frac{2\sqrt{15}}{15}$		
c)	Tọa độ điểm D là $(2; -1; 0)$.		
d)	Tọa độ điểm M là $\left(\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}; 1\right)$.		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 1).$$

b) Sai

$$\overrightarrow{AC} = (1; 0; 2)$$

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{-1 + 0 + 2}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{15}.$$

c) Đúng

$$\text{Vì tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành nên } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 0 = 1 + 1 \\ y_D - 0 = 0 - 1 \\ z_D + 1 = 1 - 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = -1 \\ z_D = 0 \end{cases}.$$

d) Sai

$$\text{Gọi } M(x; y; z) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = (x; y; z+1) \\ \overrightarrow{BM} = (x+1; y-1; z) \\ \overrightarrow{CM} = (x-1; y; z-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AM^2 = x^2 + y^2 + (z+1)^2 \\ BM^2 = (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 \\ CM^2 = (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 \end{cases}$$

Ta có

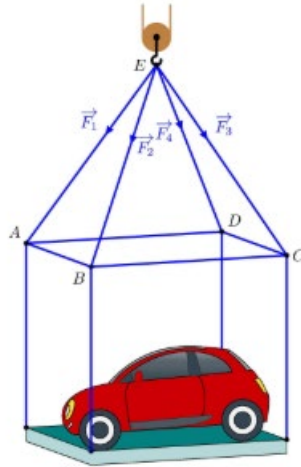
$$3MA^2 + 2MB^2 - MC^2 = 3\left[x^2 + y^2 + (z+1)^2\right] + 2\left[(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2\right] - \left[(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2\right]$$

$$= 4x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 6x - 4y + 8z + 6 = \left(2x + \frac{3}{2}\right)^2 + (2y-1)^2 + (2z+2)^2 - \frac{9}{4} \geq -\frac{9}{4}.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}, y = \frac{1}{2}, z = -1$.

Vậy $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Câu 4: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4500 N và trọng lượng của khung sắt là 2900 N.



Mệnh đề	Đúng	Sai
a) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_3 + \vec{F}_4$		
b) $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_2 + \vec{F}_4$		
c) $ \vec{F}_1 + \vec{F}_3 = 8000 \text{ N}$ (làm tròn đến hàng đơn vị).		
d) Trọng lượng của chiếc xe ô tô là 12688 N (làm tròn đến hàng đơn vị).		

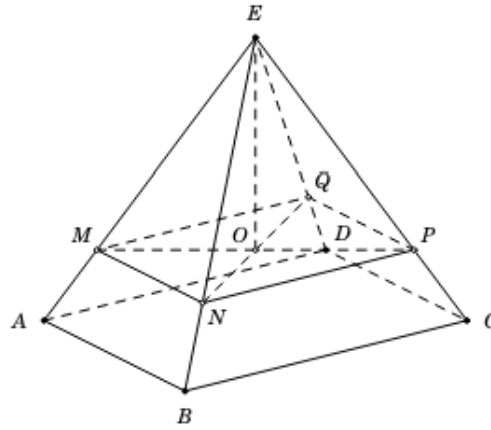
Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Lấy các điểm M, N, P, Q lần lượt trên các tia EA, EB, EC, ED sao cho

$$\vec{EM} = \vec{F}_1, \vec{EN} = \vec{F}_2, \vec{EP} = \vec{F}_3, \vec{EQ} = \vec{F}_4.$$

Do các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4500 N nên $EM = EN = EP = EQ = 4500$.



a) SAI

Ta có

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{EM} + \vec{EN} = 2\vec{EH}, \text{ với } H \text{ là trung điểm của } MN$$

$$\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{EP} + \vec{EQ} = 2\vec{EK}, \text{ với } K \text{ là trung điểm của } PQ.$$

$$\text{Suy ra } \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \neq \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

b) ĐÚNG

Ta có

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{EM} + \vec{EP} = 2\vec{EO}, \text{ với } O \text{ là trung điểm của } MP$$

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_4 = \vec{EN} + \vec{EQ} = 2\vec{EO}, \text{ với } O \text{ là trung điểm của } MP.$$

$$\text{Suy ra } \vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_2 + \vec{F}_4.$$

c) SAI

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = |2\vec{EO}| = 2EO.$$

Theo giả thiết, góc giữa EA với $(ABCD)$ bằng 60° , suy ra góc giữa EM với $(MNPQ)$ cũng bằng 60° hay $\widehat{SMO} = 60^\circ$.

$$\text{Xét } \triangle EMO \text{ có } EM = 4500, \widehat{SMO} = 60^\circ. \text{ Suy ra } EO = EM \sin 60^\circ = 2250\sqrt{3}.$$

$$\text{Từ đây, ta tính được } |\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = 2EO = 7794N.$$

d) ĐÚNG

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4| = |4\vec{EO}| = 4EO = 4.2250\sqrt{3} = 9000\sqrt{3} \approx 15588N \text{ là trọng lượng của Ô tô và khung sắt.}$$

$$\text{Vậy trọng lượng của Ô tô là: } 15588 - 2900 = 12688N.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -2; -1), B(1; -1; 2)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc đoạn thẳng AB thỏa mãn $MA = 2MB$. Tính giá trị của biểu thức $T = a - b + c$?

Lời giải

Trả lời: 3

Do điểm $M(a; b; c)$ thuộc đoạn thẳng AB thỏa mãn $MA = 2MB$ nên $\vec{MA} = -2\vec{MB}$

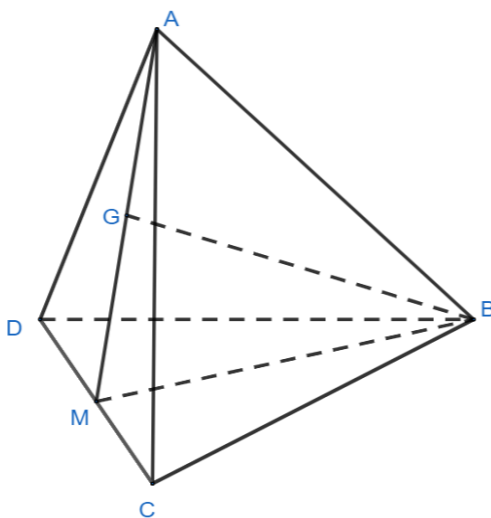
$$\text{Ta có: } \vec{MA} = (-a; -2-b; -1-c) \text{ và } \vec{MB} = (1-a; -1-b; 2-c).$$

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} -a = -2(1-a) \\ -2-b = -2(-1-b) \\ -1-c = -2(2-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = -\frac{4}{3} \\ c = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } T = a - b + c = \frac{2}{3} + \frac{4}{3} + 1 = 3.$$

Câu 2: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của CD ; G là trung điểm của AM biết $\overrightarrow{BG} \cdot \overrightarrow{AC} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: -0,1



Xét tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a , ta có: $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BA} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$.

Do M là trung điểm của CD ; G là trung điểm của AM nên ta có:

$$\overrightarrow{BG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM}) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}\right)$$

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{BG} \cdot \overrightarrow{AC} = \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BD}\right)(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) = \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{8} + \frac{a^2}{8} - \frac{a^2}{8} = -\frac{a^2}{8}.$$

Vậy $n = -0,125 \approx -0,1$.

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ $(Oxyz)$, một thiết bị âm thanh được phát từ vị trí $A(1; 5; 8)$. Người ta dự định đặt một máy thu tín hiệu trên mặt phẳng (Oxy) . Biết máy thu đặt ở vị trí $M(a; b; c)$ sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất. Khi đó $a + 2b + 3c$ bằng.

Lời giải

Trả lời: 11

Người ta đặt máy thu trên mặt phẳng (Oxy) sao cho nhận được tín hiệu sớm nhất nên bài toán trở thành: Tìm $M \in (Oxy)$ sao cho MA đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) . Do đó $M(1; 5; 0)$.

Vậy $a + 2b + 3c = 1 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 0 = 11$.

Câu 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc 120° . Biết rằng $|\vec{a}| = 4$; $|\vec{b}| = 3$, tính giá trị của biểu thức $A = |\vec{a} - \vec{b}| + |\vec{a} + \vec{b}|$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 82,7

$$\text{Ta có: } |\vec{a} - \vec{b}|^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = 16 - 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 120^\circ + 9 = 37$$

$$\text{Tương tự } |\vec{a} + \vec{b}|^2 = (\vec{a} + \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = 16 + 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 120^\circ + 9 = 13$$

$$\text{Do đó } A = |\vec{a} - \vec{b}| + |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{37} + \sqrt{13} \approx 9,69.$$

$$\text{Vậy } P = a + b + c = 50(\cos 43^\circ \cdot \cos 65^\circ + \cos 43^\circ \cdot \cos 25^\circ + \sin 43^\circ) \approx 82,7.$$

Câu 5: Để theo dõi hành trình của một chiếc máy bay, người ta lập hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O trùng với vị trí của trung tâm kiểm soát không lưu, mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất (được coi là mặt phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Sau khi cất cánh và đạt độ cao nhất định, chiếc máy bay A duy trì hướng bay về phía nam với tốc độ 840 km/h. Sau thời điểm đó nửa giờ và ở độ cao thấp hơn vị trí máy bay A 50km, máy bay B cũng duy trì hướng bay về phía nam với tốc độ 960km/h. Tìm thời gian máy bay B bay trong khoảng thời gian 6h tính từ lúc máy bay B bay theo hướng nam để khoảng cách giữa hai máy bay A và B ngắn nhất.



Lời giải

Trả lời: 3,5

Gọi z_0 là độ cao của máy bay A.

Gọi t giờ là thời gian di chuyển của máy bay B kể từ khi bắt đầu xuất phát về hướng nam, khi đó máy bay A di chuyển được $t + 0,5$ giờ.

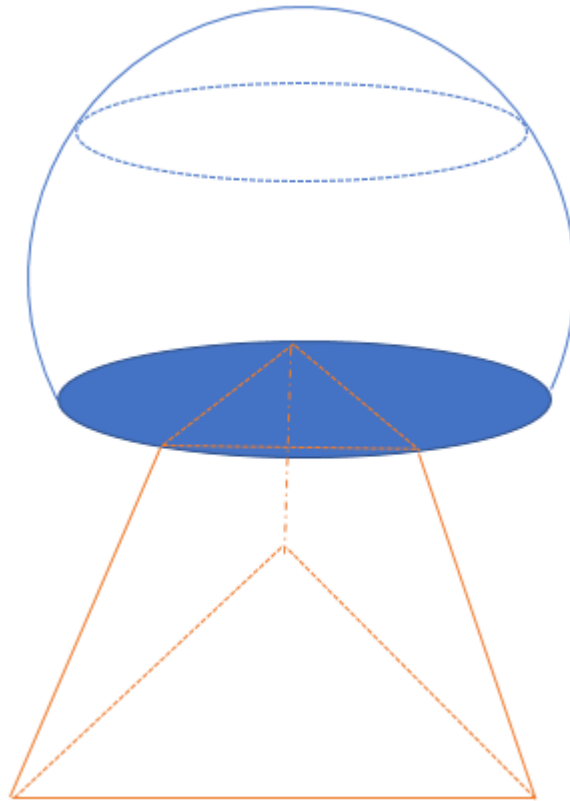
Tại thời điểm t , máy bay A ở vị trí điểm có tọa độ $M(0; 840(t + 0,5); z_0)$, máy bay B ở vị trí điểm có tọa độ $N(0; 960t; z_0 - 50)$

$$\text{Khoảng cách giữa hai máy bay bằng } MN = \sqrt{(120t - 420)^2 + 50^2}$$

Với $0 \leq t \leq 6$, ta có $(120t - 420)^2 \geq 0 \Rightarrow MN \geq 50$. Dấu = xảy ra khi $t = 3,5$

Vậy máy bay B bay 3,5 giờ kể từ thời điểm bay theo hướng nam thì khoảng cách giữa hai máy bay A và B là ngắn nhất.

Câu 6: Một bình cá cảnh có dạng một chòm cầu được đặt trên một chân đế (tham khảo hình vẽ). Biết tổng khối lượng bể cá là 20kg, ba chân đế là ba cạnh bên của một hình chóp cắt đều có độ dài cạnh bên bằng 50cm, hai đáy có độ dài lần lượt là 30cm và 20cm. Biết gia tốc trọng trường bằng 10m/s^2 , tính độ lớn lực tác dụng của bể cá lên từng chân đế (Kết quả làm tròn đến chữ số thứ nhất phần thập phân)



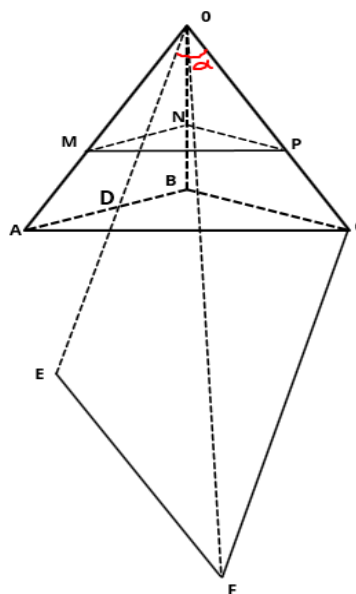
Lời giải

Trả lời: 67,1

Phần giải chi tiết

Trọng lực của bể cá là $20 \cdot 10 = 200\text{N}$

Kéo dài các cạnh bên của hình chóp cắt đều, ta được khối chóp đều $O.ABC$ (Hình vẽ bên dưới)



Giả sử các vectơ lực của bể cá tác dụng lên các chân đế là $\vec{F}_1 = \vec{OA}; \vec{F}_2 = \vec{OB}; \vec{F}_3 = \vec{OC}$

Để thấy ba lực này có độ lớn bằng nhau và $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{OF}$; $|\vec{OF}| = F = 200N$

Tính được $OM = ON = OP = 100$; $OE = 2.OD = 2\sqrt{150^2 - 15^2} = 90\sqrt{11}$; $DC = \frac{\sqrt{3}}{2}.AB = 15\sqrt{3}$.

$$\cos \alpha = \frac{OD^2 + OC^2 - DC^2}{2.OD.OC} = \sqrt{\frac{2401}{2475}};$$

$$OF^2 = OE^2 + EF^2 + 2.OE.EF.\cos \alpha = 199800 \Rightarrow OF = 30\sqrt{222}$$

$$\text{Ta có } \frac{F_1}{F} = \frac{OA}{OF} \Rightarrow F_1 = \frac{OA}{OF}.F \approx 67,1.$$

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIANÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG 2
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

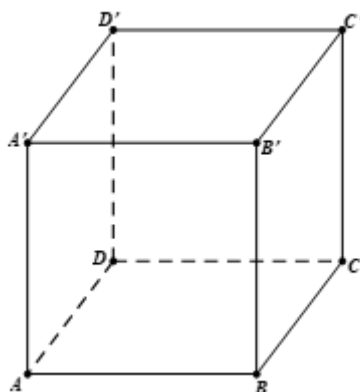
Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Có bao nhiêu vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện.

- A. 1. B. 2 C. 3. D. 4.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; -3; 1)$. Khi đó, $2\vec{u}$ có tọa độ là

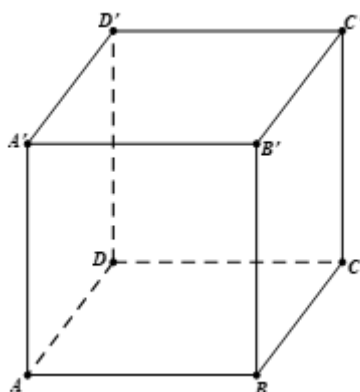
- A. $2\vec{u} = (4; -6; 2)$. B. $2\vec{u} = (2; -2; 2)$. C. $2\vec{u} = (-4; 6; -2)$. D. $2\vec{u} = (2; -3; -2)$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vector nào sau đây là vector đối của $\overrightarrow{AB}$?



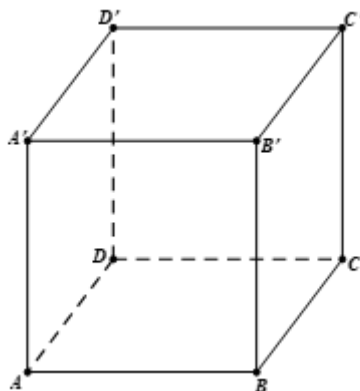
- A. $\overrightarrow{DC}$. B. $\overrightarrow{A'B'}$. C. $\overrightarrow{D'C'}$. D. $\overrightarrow{C'D'}$.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo góc giữa hai vector $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{CD}$ là



- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$



- A. 1. B. -1. C. 0. D. 2.

Câu 6: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (0; -1; 8)$ và $\vec{v} = (-5; -3; 7)$. Toạ độ của vector $\vec{u} + \vec{v}$ là

- A. $(5; -4; 15)$. B. $(-5; -2; -1)$. C. $(5; 2; 1)$. D. $(-5; -4; 15)$.

Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Khi đó, tích $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{AD'}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}a^2$. B. $\sqrt{2}a^2$. C. a^2 . D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

Câu 8: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(2; 0; -1)$, $B(-1; 3; 5)$ và $C(8; -3; 2)$. Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $(1; 3; 4)$. B. $(3; 0; 2)$. C. $(-2; 0; 3)$. D. $(9; 0; 6)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (-2; 1; 3)$. Toạ độ vector $-2\vec{u}$ là:

- A. $(-4; 2; 6)$. B. $(4; -2; -6)$. C. $(4; -2; 6)$. D. $\left(1; -\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, tính độ dài của vector $\vec{u} = (2; -1; 2)$

- A. $|\vec{u}| = 9$. B. $|\vec{u}| = 2\sqrt{2}$. C. $|\vec{u}| = \sqrt{7}$. D. $|\vec{u}| = 3$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai vector $\vec{u} = (3; -2; -1)$, $\vec{v} = (2; 1; -4)$ là

- A. 8. B. $7\sqrt{6}$. C. 0. D. -48.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- A. $m = 0$ B. $m = 2$. C. $m = -6$ D. $m = -2$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 3; 1)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(1; 1; -2)$.

a) $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$

b) $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$

c) Gọi D là điểm sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó $D(4; 2; -1)$

d) H là trực tâm tam giác ABC , khi đó, độ dài đoạn OH bằng $\frac{\sqrt{870}}{15}$.

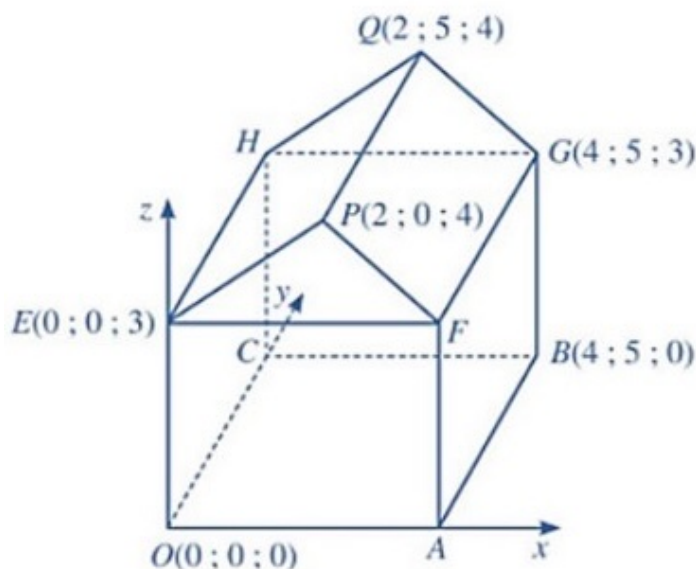
Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;3;2), B(2;-1;4), C(5;1;-2)$.

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Trung điểm của đoạn thẳng AC là $M(3;2;0)$.		
b)	Khoảng cách giữa hai điểm A và B là $AB = \sqrt{21}$.		
c)	Điểm C là trọng tâm tam giác ABM thì tọa độ $M(12;1;-12)$.		
d)	Giá trị cosin của góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\sqrt{21}}{63}$.		

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;3;0), B(1;2;3), C(-1;2;0)$ và $D(2;4;0)$.

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Trọng tâm của tam giác ABC là điểm $G\left(\frac{2}{3}; \frac{7}{3}; 1\right)$.		
b)	Góc giữa 2 vec tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ xấp xỉ bằng 113° .		
c)	Điểm E thỏa mãn $2\overrightarrow{EA} + 4\overrightarrow{EB} - 3\overrightarrow{EC} = \vec{0}$ thì $E\left(\frac{10}{3}; \frac{8}{3}; -4\right)$.		
d)	Gọi $H(x_0; y_0; z_0)$ là trực tâm của tam giác ACD thì $3x_0 - y_0 + 2024z_0 = 6$.		

Câu 4: Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



- Toạ độ điểm $F(4;0;3)$.
- Toạ độ vector $\overrightarrow{AH} = (4;5;3)$.
- $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$.
- Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng $26,6^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

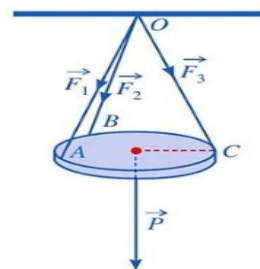
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{a} + \vec{b}| = 6$. Tính $|\vec{a} - \vec{b}|$. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

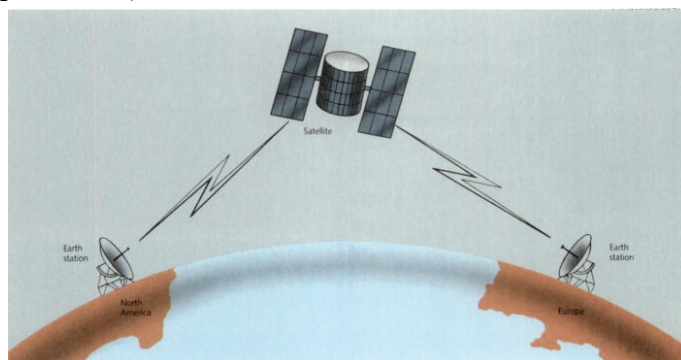
Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-4; 7; 5)$. Gọi D là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC . Độ dài đoạn $AD = \frac{\sqrt{a}}{3}$, giá trị của a là?

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3; AD = 4; SA$ vuông góc với mặt đáy $SA = 2\sqrt{6}$. Tính $(\vec{SC}; \vec{BD})$ theo đơn vị đo góc bằng độ? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 4: Một chiếc đèn trang trí hình tròn được treo song song với mặt phẳng trần nhà nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn OA, OB, OC đôi một vuông góc (như hình vẽ dưới đây). Biết lực căng dây tương ứng trên mỗi dây OA, OB, OC lần lượt là $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ thỏa mãn $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 16$ (N). Tính trọng lượng (đơn vị: N) của chiếc đèn đó. (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Câu 5: Có hai trạm thu phát sóng tín hiệu mặt đất đặt ở hai điểm O, A và vệ tinh thu phát tín hiệu tại vị trí M , biết vệ tinh di chuyển luôn cách mặt đất 35000 km. Tín hiệu tại O phát lên vệ tinh M rồi truyền đến trạm thu tại **A**. Xét hệ trục $Oxyz$ được chọn thỏa $O(0; 0; 0), A(30; 40; 0)$ $M(x; y; 35)$ (đơn vị tọa độ là ngàn km).



Biết vận tốc trung bình truyền tín hiệu giữa vệ tinh với trạm thu phát khoảng 270000 km/s. Một tín hiệu phát từ O đến M , rồi truyền về A mất ít nhất bao nhiêu giây (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6: Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của bốn lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học. Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900 km/h lên 920 km/h, trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc 900 km/h và 920 km/h lần lượt được biểu diễn bởi hai vectơ $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$. Biết $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ với k là một số thực dương nào đó. Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Có bao nhiêu vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện.

A. 1.

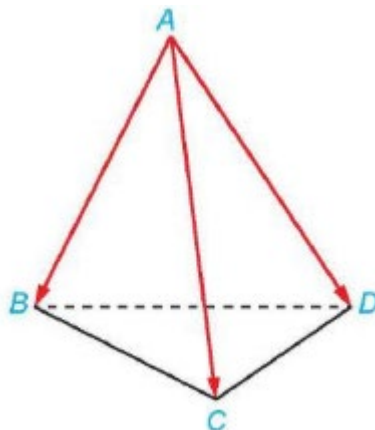
B. 2

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Ba véc tơ: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.



Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; -3; 1)$. Khi đó, $2\vec{u}$ có tọa độ là

A. $2\vec{u} = (4; -6; 2)$.

B. $2\vec{u} = (2; -2; 2)$.

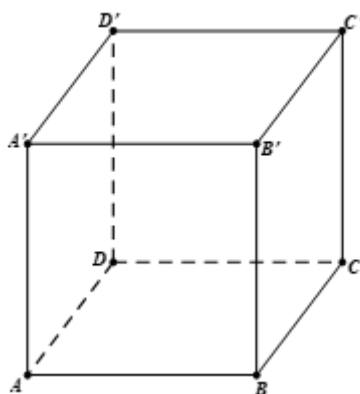
C. $2\vec{u} = (-4; 6; -2)$.

D. $2\vec{u} = (2; -3; -2)$.

Lời giải

Có $2\vec{u} = (4; -6; 2)$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vector nào sau đây là vector đối của $\overrightarrow{AB}$?



A. $\overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{A'B'}$.

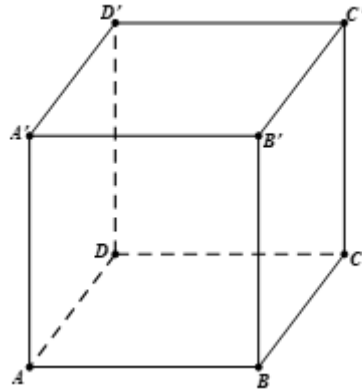
C. $\overrightarrow{D'C'}$.

D. $\overrightarrow{C'D'}$.

Lời giải

Hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{C'D'}$ là hai vector cùng phương, cùng độ dài nhưng ngược hướng nên hai vector trên là hai vector đối nhau.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo góc giữa hai vector $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{CD}$ là



A. 90° .

B. 60° .

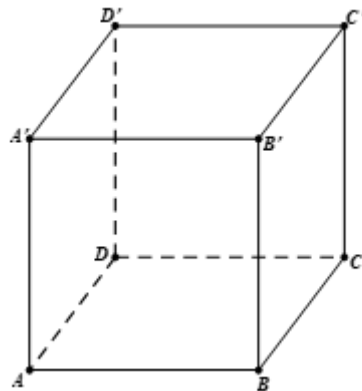
C. 45° .

D. 30° .

Lời giải

Ta có: AA' vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ nên $AA' \perp CD$. Vậy, $(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{CD}) = 90^\circ$.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$



A. 1.

B. -1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 1 \cdot 1 \cdot \cos 180^\circ = -1$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (0; -1; 8)$ và $\vec{v} = (-5; -3; 7)$. Tọa độ của vector $\vec{u} + \vec{v}$ là

A. $(5; -4; 15)$.

B. $(-5; -2; -1)$.

C. $(5; 2; 1)$.

D. $(-5; -4; 15)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u} + \vec{v} = (0 - 5; -1 - 3; 8 + 7)$ hay $\vec{u} = (-5; -4; 15)$.

Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Khi đó, tích $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{AD'}$ bằng

A. $\frac{1}{2}a^2$.

B. $\sqrt{2}a^2$.

C. a^2 .

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

Lời giải

Có $AB' = AD' = B'D' = a\sqrt{2} \Rightarrow \triangle AB'D'$ là tam giác đều

$\Rightarrow \widehat{B'AD'} = 60^\circ$

Có $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{AD'} = AB' \cdot AD' \cdot \cos \widehat{B'AD'} = a^2$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(2; 0; -1)$, $B(-1; 3; 5)$ và $C(8; -3; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $(1; 3; 4)$. B. $(3; 0; 2)$. C. $(-2; 0; 3)$. D. $(9; 0; 6)$.

Lời giải

Ta có: $G\left(\frac{2-1+8}{3}; \frac{0+3-3}{3}; \frac{-1+5+2}{3}\right)$ hay $G(3; 0; 2)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (-2; 1; 3)$. Tọa độ vector $-2\vec{u}$ là:

- A. $(-4; 2; 6)$. B. $(4; -2; -6)$. C. $(4; -2; 6)$. D. $\left(1; -\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Tọa độ của $-2\vec{u} = (4; -2; -6)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, tính độ dài của vector $\vec{u} = (2; -1; 2)$

- A. $|\vec{u}| = 9$. B. $|\vec{u}| = 2\sqrt{2}$. C. $|\vec{u}| = \sqrt{7}$. D. $|\vec{u}| = 3$.

Lời giải

Độ dài của vector $|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = 3$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai vector $\vec{u} = (3; -2; -1)$, $\vec{v} = (2; 1; -4)$ là

- A. 8. B. $7\sqrt{6}$. C. 0. D. -48.

Lời giải

Ta có: $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot 2 + (-2) \cdot 1 + (-1) \cdot (-4) = 8$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- A. $m = 0$ B. $m = 2$. C. $m = -6$ D. $m = -2$.

Lời giải

$\overrightarrow{NM} = (3; 2; -2)$, $\overrightarrow{NP} = (2; m-2; 1)$.

Tam giác MNP vuông tại N khi

$\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow 6 + 2(m-2) - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 3; 1)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(1; 1; -2)$.

a) $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$

b) $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$

c) Gọi D là điểm sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó $D(4; 2; -1)$

d) H là trực tâm tam giác ABC , khi đó, độ dài đoạn OH bằng $\frac{\sqrt{870}}{15}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

c) Đ

Gọi $D(x; y; z)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} = (-3; -1; -1)$, $\overrightarrow{DC} = (1-x; 1-y; -2-z)$

$$\text{Vì } ABCD \text{ là hình bình hành nên } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \begin{cases} -3 = 1 - x \\ -1 = 1 - y \\ -1 = -2 - z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \\ z = -1 \end{cases}$$

Vậy $D(4; 2; -1)$

d) Đ

Gọi $H(x; y; z)$ là trực tâm tam giác ABC .

$$\text{Khi đó tọa độ điểm } H \text{ thỏa mãn } \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AH} \text{ đồng phẳng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x - y - 2z = -1 \\ x + 2y + 3z = 3 \\ x - 8y + 5z = -17 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } H\left(\frac{2}{15}; \frac{29}{15}; -\frac{1}{3}\right).$$

$$\text{Vậy } OH = \frac{\sqrt{870}}{15}.$$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 3; 2), B(2; -1; 4), C(5; 1; -2)$.

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Trung điểm của đoạn thẳng AC là $M(3; 2; 0)$.		
b)	Khoảng cách giữa hai điểm A và B là $AB = \sqrt{21}$.		
c)	Điểm C là trọng tâm tam giác ABM thì tọa độ $M(12; 1; -12)$.		
d)	Giá trị cosin của góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\sqrt{21}}{63}$.		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng.

$$\text{Ta có trung điểm của đoạn thẳng } AC \text{ là } M \text{ thì } M\left(\frac{1+5}{2}; \frac{3+1}{2}; \frac{2+(-2)}{2}\right) = M(3; 2; 0).$$

b) Đúng.

$$\text{Khoảng cách giữa hai điểm } A \text{ và } B \text{ là } AB = \sqrt{(2-1)^2 + (-1-3)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{21}.$$

c) Đúng.

Ta có C là trọng tâm tam giác ABM thì tọa độ điểm M có dạng

$$M(3x_C - x_A - x_B; 3y_C - y_A - y_B; 3z_C - z_A - z_B). \text{ Từ đó tìm được } M(12; 1; -12).$$

d) Sai.

$$\text{Ta có } A(1; 3; 2), B(2; -1; 4) \text{ nên } \overrightarrow{AB} = (1; -4; 2) \Rightarrow AB = \sqrt{21}$$

$$\text{Và } A(1; 3; 2), C(5; 1; -2) \Rightarrow \overrightarrow{AC} = (4; -2; -4) \Rightarrow AC = 6.$$

$$\text{Ta có } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{1.4 + (-4)(-2) + 2(-4)}{\sqrt{21} \cdot 6} = \frac{2\sqrt{21}}{63}.$$

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;3;0)$, $B(1;2;3)$, $C(-1;2;0)$ và $D(2;4;0)$.

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Trọng tâm của tam giác ABC là điểm $G\left(\frac{2}{3}; \frac{7}{3}; 1\right)$.		
b)	Góc giữa 2 véc tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ xấp xỉ bằng 113° .		
c)	Điểm E thỏa mãn $2\overrightarrow{EA} + 4\overrightarrow{EB} - 3\overrightarrow{EC} = \vec{0}$ thì $E\left(\frac{10}{3}; \frac{8}{3}; -4\right)$.		
d)	Gọi $H(x_0; y_0; z_0)$ là trực tâm của tam giác ACD thì $3x_0 - y_0 + 2024z_0 = 6$.		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) **ĐÚNG**

Trọng tâm của tam giác ABC là điểm $G\left(\frac{2+1-1}{3}; \frac{3+2+2}{3}; \frac{0+3+0}{3}\right)$ hay $G\left(\frac{2}{3}; \frac{7}{3}; 1\right)$.

b) **SAI**

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; -1; 3)$ và $\overrightarrow{CD} = (3; 2; 0)$.

$$\text{Khi đó } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}|} = \frac{-3 - 2 + 0}{\sqrt{11} \cdot \sqrt{13}} = -\frac{5}{\sqrt{143}}.$$

Suy ra góc giữa 2 véc tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ xấp xỉ bằng 115° .

c) **SAI**

Ta có $\overrightarrow{EA} = (2-x; 3-y; -z)$, $\overrightarrow{EB} = (1-x; 2-y; 3-z)$ và $\overrightarrow{EC} = (-1-x; 2-y; -z)$.

Khi đó $2\overrightarrow{EA} + 4\overrightarrow{EB} - 3\overrightarrow{EC} = (4-2x+4-4x+3+3x; 6-2y+8-4y-6+3y; -2z+12-4z+3z)$

$$\text{Suy ra } 2\overrightarrow{EA} + 4\overrightarrow{EB} - 3\overrightarrow{EC} = (11-3x; 8-3y; 12-3z) = (0; 0; 0) \text{ nên } \begin{cases} x = \frac{11}{3} \\ y = \frac{8}{3} \\ z = 4 \end{cases} \text{ hay } E\left(\frac{11}{3}; \frac{8}{3}; 4\right).$$

d) **ĐÚNG**

Dễ thấy A, C, D cùng thuộc (Oxy) nên trực tâm $H(x_0; y_0; 0)$, suy ra $z_0 = 0$.

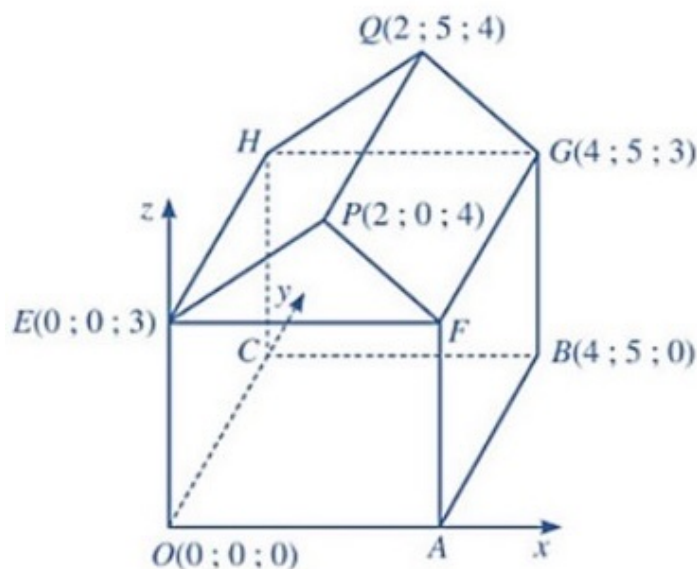
$$\text{Vì } \begin{cases} AH \perp CD \\ CH \perp AD \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \end{cases} (*)$$

Ta có $\overrightarrow{AH} = (x_0 - 2; y_0 - 3; 0)$, $\overrightarrow{CD} = (3; 2; 0)$, $\overrightarrow{CH} = (x_0 + 1; y_0 - 2; 0)$ và $\overrightarrow{AD} = (0; 1; 0)$.

$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_0 - 2) + 2(y_0 - 3) = 0 \\ 0.(x_0 + 1) + 1.(y_0 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_0 + 2y_0 = 12 \\ y_0 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{8}{3} \\ y_0 = 2 \end{cases}$$

Vậy $H\left(\frac{8}{3}; 2; 0\right)$ nên $3x_0 - y_0 + 2024z_0 = 6$.

Câu 4: Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



- Toạ độ điểm $F(4;0;3)$.
- Toạ độ vector $\overrightarrow{AH} = (4;5;3)$.
- $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$.
- Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng $26,6^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Vì nền nhà là hình chữ nhật nên $OACB$ là hình chữ nhật, suy ra $x_A = x_B = 4$, $y_C = y_B = 5$. Do điểm A nằm trên trục Ox nên toạ độ điểm $A(4;0;0)$; điểm C nằm trên trục Oy nên toạ độ điểm $C(0;5;0)$.

Tường nhà là hình chữ nhật nên $OCHE$ là hình chữ nhật, suy ra $y_H = y_C = 5$, $z_H = z_E = 3$.

Do H nằm trên mặt phẳng (Oyz) nên toạ độ điểm $H(0;5;3)$.

Tứ giác $OAFE$ là hình chữ nhật nên $x_F = x_A = 4$, $z_F = z_E = 3$

Do F nằm trên mặt phẳng (Oxz) nên toạ độ điểm $F(4;0;3)$.

b) Ta có toạ độ vector $\overrightarrow{AH} = (-4;5;3)$.

c) Ta có $\overrightarrow{AF} = (0;0;3)$. Suy ra $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 0 + 0 + 9 = 9$.

d) Để tính góc dốc của mái nhà, ta tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$.

Do mặt phẳng (Ozx) vuông góc với hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(FGHE)$ nên $\widehat{PFE}$ là góc phẳng nhị diện cần tìm.

Ta có $\overrightarrow{FP} = (-2; 0; 1)$, $\overrightarrow{FE} = (-4; 0; 0)$ suy ra

$$\cos \widehat{PFE} = \cos(\overrightarrow{FP}, \overrightarrow{FE}) = \frac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{|\overrightarrow{FP}| \cdot |\overrightarrow{FE}|} = \frac{(-2)(-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Do đó, $\widehat{PFE} \approx 26,6^\circ$. Vậy góc đốc mái nhà khoảng $26,6^\circ$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{a} + \vec{b}| = 6$. Tính $|\vec{a} - \vec{b}|$. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 3,74

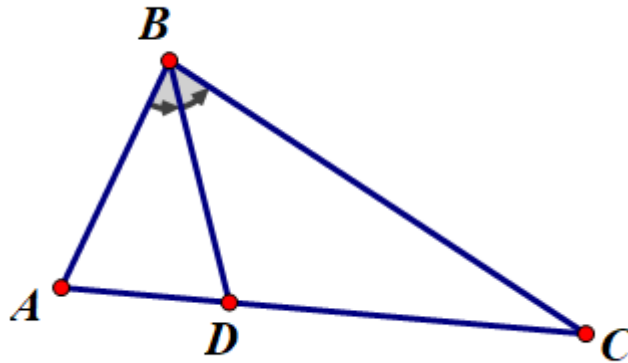
$$\text{Ta có: } |\vec{a} + \vec{b}|^2 = (\vec{a} + \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 + 2\vec{a}\vec{b} + |\vec{b}|^2 \Rightarrow 2\vec{a}\vec{b} = |\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 = 11.$$

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a}\vec{b} + |\vec{b}|^2 = 9 - 11 + 16 = 14 \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{14} \approx 3,74.$$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Gọi D là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC . Độ dài đoạn $AD = \frac{\sqrt{a}}{3}$, giá trị của a là?

Lời giải

Trả lời: 86



$$\text{Ta có } AB = \sqrt{26}, BC = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}.$$

Gọi $D(x; y; z)$ là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC , theo tính chất phân giác ta có $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}$. Suy ra $\overrightarrow{DA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ (*).

$$\text{Ta có } \overrightarrow{DA} = (1 - x; 2 - y; -1 - z) \text{ và } \overrightarrow{DC} = (-4 - x; 7 - y; 5 - z).$$

$$\text{Do đó } (*) \Rightarrow \begin{cases} 1-x = -\frac{1}{2}(-4-x) \\ 2-y = -\frac{1}{2}(7-y) \\ -1-z = -\frac{1}{2}(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right).$$

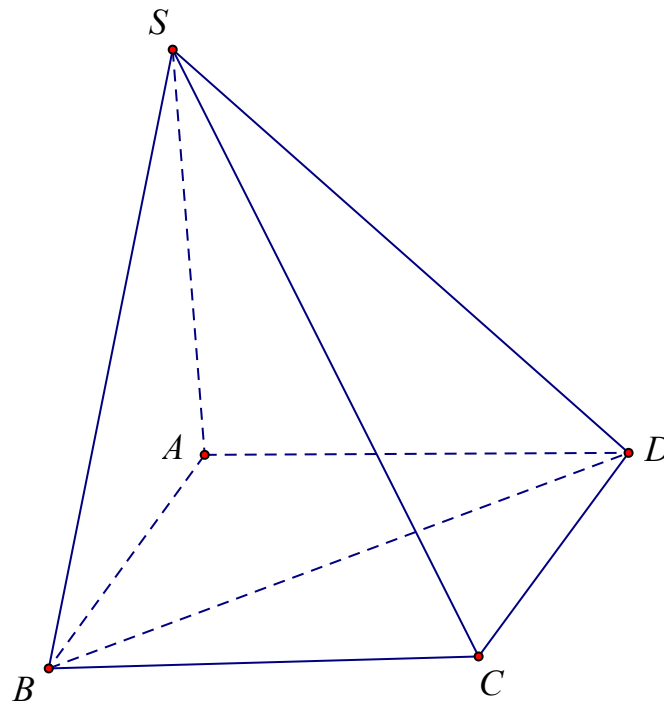
$$\overrightarrow{AD} = \left(-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; 2\right)$$

$$\text{Vậy } AD = \frac{\sqrt{86}}{3} = \frac{\sqrt{a}}{3} \Rightarrow a = 86$$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3; AD = 4$; SA vuông góc với mặt đáy $SA = 2\sqrt{6}$. Tính $(\overrightarrow{SC}; \overrightarrow{BD})$ theo đơn vị đo góc bằng độ? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 78,5

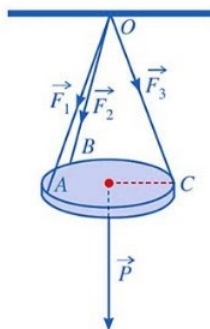


Do $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 3; AD = 4$ nên $AC = BD = 5, SC = \sqrt{AC^2 + SA^2} = 7$.

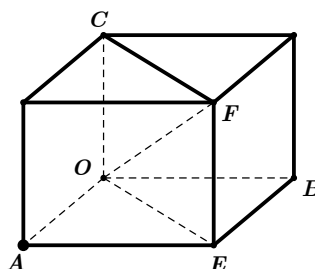
$$\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = 7.$$

$$\cos(\overrightarrow{SC}; \overrightarrow{BD}) = \frac{\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{BD}}{|\overrightarrow{SC}| \cdot |\overrightarrow{BD}|} = \frac{7}{7.5} = \frac{1}{5} \Rightarrow (\overrightarrow{SC}; \overrightarrow{BD}) \approx 78,5^\circ.$$

Câu 4: Một chiếc đèn trang trí hình tròn được treo song song với mặt phẳng trần nhà nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn OA, OB, OC đôi một vuông góc (như hình vẽ dưới đây). Biết lực căng dây tương ứng trên mỗi dây OA, OB, OC lần lượt là $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ thỏa mãn $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}| = 16$ (N). Tính trọng lượng (đơn vị: N) của chiếc đèn đó. (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Lời giải



Trả lời: 27,7

Ta có: $P = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3| = |\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}|$.

Vẽ hình vuông $OAEB$, ta có $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OE}$. (Quy tắc hình bình hành)

Vẽ hình chữ nhật $OCFE$, ta có $\vec{OC} + \vec{OE} = \vec{OF}$. (Quy tắc hình bình hành)

Suy ra: $P = |\vec{OF}| = OF$.

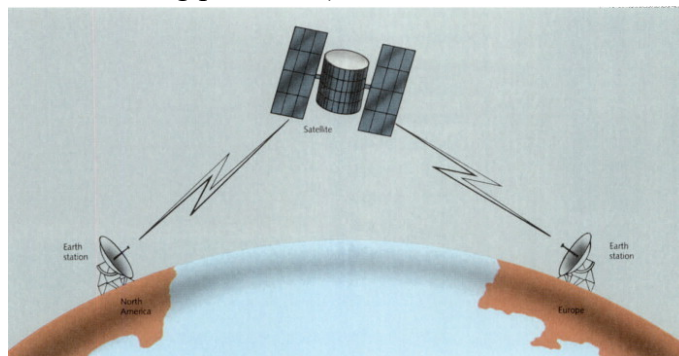
Xét hình vuông $OAEB$, cạnh 16, có đường chéo $OE = 16\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông OEF , vuông tại E , có

$$OF = \sqrt{OE^2 + EF^2} = \sqrt{(16\sqrt{2})^2 + 16^2} = 16\sqrt{3} \approx 27,7$$

Vậy $P \approx 27,7$ (N).

Câu 5: Có hai trạm thu phát sóng tín hiệu mặt đất đặt ở hai điểm O, A và vệ tinh thu phát tín hiệu tại vị trí M , biết vệ tinh di chuyển luôn cách mặt đất 35000km. Tín hiệu tại O phát lên vệ tinh M rồi truyền đến trạm thu tại **A**. Xét hệ trục $Oxyz$ được chọn thỏa $O(0;0;0)$, $A(30;40;0)$ $M(x; y; 35)$ (đơn vị tọa độ là ngàn km). Biết vận tốc trung bình truyền tín hiệu giữa vệ tinh với trạm thu phát khoảng 270000km/s. Một tín hiệu phát từ O đến M , rồi truyền về A mất ít nhất bao nhiêu giây (làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Trả lời: 0,32

Ta có, độ dài quãng đường truyền tín hiệu

$$T = OM + MA = \sqrt{x^2 + y^2 + 35^2} + \sqrt{(30-x)^2 + (40-y)^2 + 35^2}$$

$$\geq \sqrt{(x+30-x)^2 + (y+40-y)^2 + (35+35)^2} = 10\sqrt{74} \text{ (ngàn km)}$$

Thời gian ít nhất để A nhận được tín hiệu từ O là: $\frac{10\sqrt{74}}{270} \approx 0,32 \text{ (s)}$.

Câu 6: Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của bốn lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học. Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900 km/h lên 920 km/h, trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc 900 km/h và 920 km/h lần lượt được biểu diễn bởi hai vector $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$. Biết $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ với k là một số thực dương nào đó. Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Lời giải

Trả lời: 0,96

Vì trong quá trình máy bay tăng vận tốc từ 900 km/h lên 920 km/h máy bay giữ nguyên hướng bay nên vector $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ có cùng hướng. Do đó, $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ với k là một số thực dương nào đó (1).

Gọi v_1, v_2 lần lượt là vận tốc của của chiếc máy bay khi đạt 900 km/h và 920 km/h.

Suy ra $v_1 = 900 \text{ (km/h)}, v_2 = 920 \text{ (km/h)}$

Vì lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình

phương vận tốc máy bay nên $\frac{|\vec{F}_1|}{|\vec{F}_2|} = \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{900^2}{920^2} = \frac{2025}{2116} \Rightarrow |\vec{F}_1| = \frac{2025}{2116} |\vec{F}_2|$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\vec{F}_1 = \frac{2025}{2116} \vec{F}_2 \Rightarrow k = \frac{2025}{2116} \approx 0,96$.