

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN. (Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án, mỗi phương án đúng 0,25 điểm).

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là:

- A. $(3;0;-1)$. B. $(0;1;0)$. C. $(3;0;0)$. D. $(0;0;-1)$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $3^x = 10$ là:

- A. $x = \frac{10}{3}$. B. $x = \log_3 10$. C. $x = \log_{10} 3$. D. $x = -\frac{10}{3}$.

Câu 3. Hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

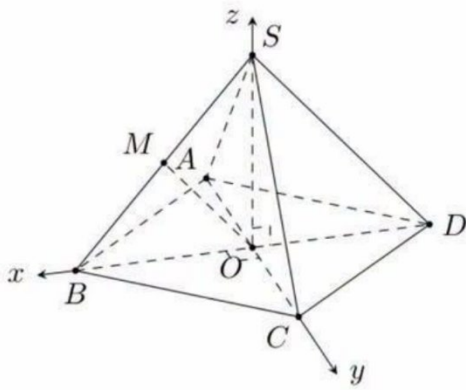
Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{4}$ và công sai $d = -\frac{1}{4}$. Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:

- A. $S_5 = \frac{5}{4}$. B. $S_5 = \frac{4}{5}$. C. $S_5 = -\frac{5}{4}$. D. $S_5 = -\frac{4}{5}$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x-1}$ là đường thẳng:

- A. $y = 2$. B. $x = 1$. C. $y = 1$. D. $y = 0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 5, giao điểm của hai đường chéo AC và BD trùng với gốc tọa độ O . Các véc-tơ $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OS}$ lần lượt cùng hướng với các véc-tơ $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ và $OA = 3$, $OS = 2$. Gọi M là trung điểm cạnh SB .



Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{OM}$ là:

- A. $(3;1;2)$. B. $(2;0;1)$. C. $(3;0;2)$. D. $(1;0;2)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(1;1;1)$, $N(2;3;4)$, $P(7;7;5)$. Tìm tọa độ điểm Q để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

- A. $Q(6;5;2)$. B. $Q(-6;-5;-2)$. C. $Q(-2;-3;-4)$. D. $Q(-4;-3;0)$.

Câu 8. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $2a^2$ và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A. $5a^3$. B. $3a^3$. C. $6a^3$. D. $2a^3$.

Câu 9. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng:

- A. 0° . B. 60° . C. 90° . D. 135° .

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.
C. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$. D. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 11. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + 1 + \frac{4}{x-1}$ trên đoạn $[2;30]$ bằng:

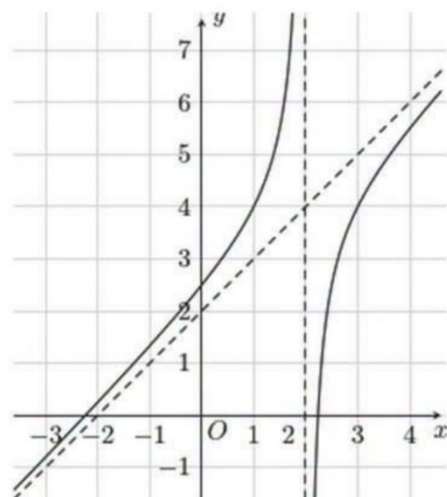
- A. 6. B. 8. C. 7. D. 4.

Câu 12. Khối lượng còn lại của một chất phóng xạ sau t ngày phân rã được cho bởi công thức $m = 15 \cdot e^{-0,012t}$. Khối lượng thay đổi như thế nào khi t đủ lớn?

- A. Khối lượng giảm dần về giá trị 0. B. Khối lượng giảm dần về giá trị $15e$.
C. Khối lượng giảm dần về giá trị 1. D. Khối lượng còn lại một nửa.

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI. (Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a) b) c) d) ở mỗi câu, thí sinh chỉ chọn Đúng hoặc Sai).

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x - d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

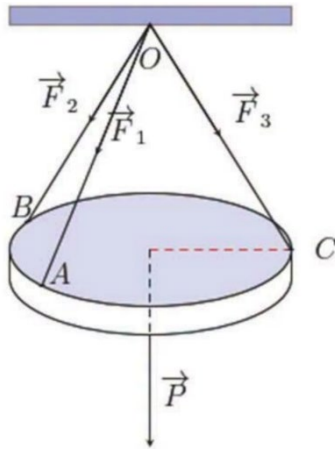


- a) Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- b) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 2$.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 1]$ là 5.
- d) Các hệ số a, b, c, d thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 30$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = 2 \cos x + x$.

- a) $f(0) = 2$; $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$.
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2 \sin x + 1$.
- c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6}$.
- d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3} + \frac{\pi}{6}$.

Câu 3. Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho tam giác ABC đều. Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng l inch. Trọng lượng của chiếc đèn là 24 N và bán kính của chiếc đèn là 18 inch (biết 1 inch = 2,54 cm). Trọng lực $\vec{P}$ kéo chiếc đèn xuống dưới và làm căng ba sợi dây, tạo ra ba lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ tác dụng lên trần nhà lần lượt hướng dọc theo các véc-tơ $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$. Khi đèn ở trạng thái cân bằng, ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{P} = \vec{0}$.



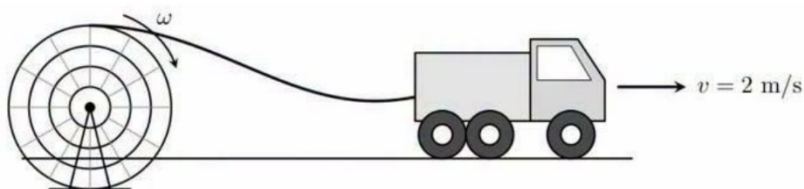
- a) Chu vi của chiếc đèn là 36π cm.
- b) $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3| = 24$ N.
- c) Khi độ dài của ba sợi dây càng tăng ($l > 18$ inch) thì độ lớn các lực căng F giảm nhưng không vượt quá 9 N.
- d) Chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây để lực căng mỗi sợi không vượt quá 24 N là $13,5\sqrt{2}$ inch.

Câu 4. Ba bạn An, Bình, Cường tham gia trò chơi lập team cho game X, mỗi bạn 1 team gồm 4 nhân vật. Máy tính chia ngẫu nhiên cho 3 bạn 9 nhân vật khác nhau (mỗi bạn nhận 3 nhân vật). Sau khi thực hiện chia các nhân vật xong, máy tính sẽ chọn ngẫu nhiên cho mỗi bạn 1 đội trưởng từ 7 nhân vật khác có thể làm đội trưởng (gồm 2 nhân vật tên J, 2 nhân vật tên S và 3 nhân vật tên T) theo thứ tự cho ba bạn An, Bình và Cường.

- a) Số cách chia 9 nhân vật cho 3 bạn là $C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$.
- b) Số cách chia 7 đội trưởng cho ba bạn là 210.
- c) Xác suất để An nhận đội trưởng J là $\frac{2}{7}$.
- d) Xác suất để Bình nhận đội trưởng J là $\frac{2}{7}$.

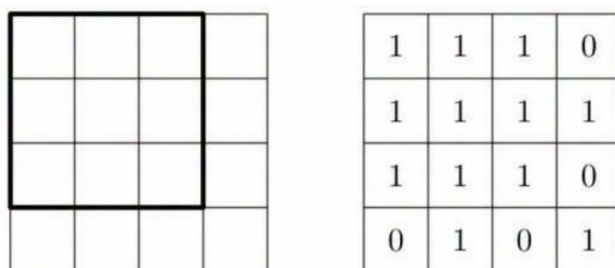
PHẦN III: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN. (Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 6, mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm).

Câu 1. Trong quá trình thi công mạng lưới viễn thông, cáp quang được kéo ra từ một cuộn cáp lớn để mắc lên các cột điện dọc theo tuyến đường. Khi tháo, cáp được trải ra khỏi cuộn theo từng lớp có bán kính không đổi. Biết rằng xe kéo cáp di chuyển với vận tốc đều là 2 m/s. Hãy tính tốc độ góc (tốc độ quay, tính bằng rad/s) của cuộn cáp tại thời điểm đoạn cáp đang được tháo ra thuộc lớp có bán kính 0,5 m.



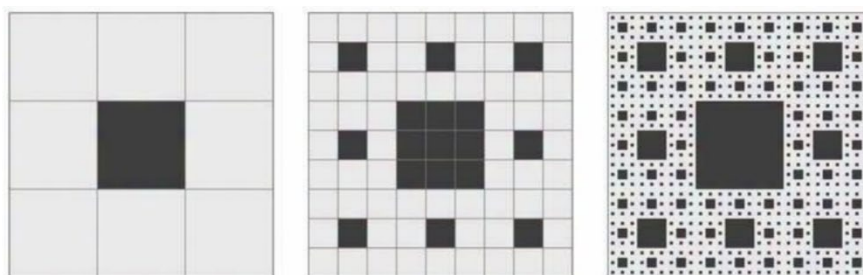
Câu 2. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = 6$, $BC = 8$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy (ABC) và $SA = 2\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của BC . Giá trị của $|\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{AM}| + \overrightarrow{SM} \cdot \overrightarrow{AB}$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. Bạn Mạnh có các ô của hình vuông 4×4 . Bạn muốn ghi 2 chữ số 1 hoặc 0 vào các ô vuông. Gọi T là số cách ghi sao cho không có hình vuông 3×3 nào được ghi hoàn toàn bằng số 1 (tham khảo hình vẽ), các cách ghi là khác nhau qua phép đối xứng hay phép quay. Hãy tính giá trị của $\frac{T}{4000}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Câu 4. Một đại lý nhập khẩu trái cây tươi để phân phối cho các cửa hàng. Mỗi lần nhập khẩu trái cây, khoản chi phí vận chuyển (không đổi) là 32 triệu đồng. Chi phí bảo quản mỗi tạ trái cây dự trữ trong kho là 50 nghìn đồng/ngày. Thời gian bảo quản trái cây trong kho tối đa là 15 ngày. Biết rằng, kể từ ngày đầu tiên nhập hàng, đại lý sẽ phân phối tới các cửa hàng 20 tạ trái cây mỗi ngày. Mỗi lần nhập hàng, đại lý phải nhập đủ trái cây cho bao nhiêu ngày phân phối để chi phí trung bình cho mỗi ngày thấp nhất (bao gồm chi phí vận chuyển và chi phí bảo quản trong kho)?

Câu 5. Một hình vuông có cạnh bằng 3. Chia hình vuông đó thành 9 hình vuông bằng nhau và tô màu hình vuông ở chính giữa. Với mỗi hình vuông nhỏ chưa được tô màu, lại chia thành 9 hình vuông bằng nhau và tô màu hình vuông ở chính giữa. Cứ như thế, quá trình trên được lặp lại. Gọi S là diện tích phần được tô màu sau 4 lần chia. Hãy tính giá trị của $729S$.



Câu 6. Một cuộc khảo sát xã hội học được tiến hành trên một nhóm gồm 70 người. Những người tham gia được phân loại vào 3 nhóm dựa trên mức chi tiêu hàng tháng như trong bảng.

Nhóm	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)
Tần số	n_1	n_2	n_3

Biết rằng ba số n_1, n_2, n_3 theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tứ phân vị thứ nhất của toàn bộ dữ liệu 70 người là $Q_1 = 23,75$ (triệu đồng). Từ 70 người đã được khảo sát, chọn ngẫu nhiên một mẫu gồm 7 người. Hãy tính xác suất để mức chi tiêu trung bình của 7 người được chọn đúng bằng mức chi tiêu trung bình của 70 người ban đầu (tính theo mức chi tiêu đại diện, đơn vị tính là triệu đồng và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

----- **HẾT** -----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO
Được thực hiện bởi [AI](#) & [TOANMATH.com](#)

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu	Đáp án
1	B
2	B
3	B
4	C
5	D
6	B
7	A
8	D
9	B
10	C
11	A
12	A

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu	a	b	c	d
1	S	Đ	S	Đ
2	Đ	S	Đ	Đ
3	S	Đ	S	Đ
4	Đ	Đ	Đ	Đ

PHẦN III: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu	Đáp số
1	4
2	60
3	16,3
4	8
5	2465
6	0,21

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ lên trục Oy là điểm có hoành độ và cao độ bằng 0, tung độ giữ nguyên: $(0;1;0)$.

Chọn B.

Câu 2.

$$3^x = 10 \Leftrightarrow x = \log_3 10.$$

Chọn B.

Câu 3.

$$f'(x) = 3x^2 - 4x = x(3x - 4).$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = \frac{4}{3}.$$

Vì $f'(x)$ đổi dấu qua mỗi nghiệm nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Chọn B.

Câu 4.

$$S_5 = \frac{5}{2}(2u_1 + 4d) = \frac{5}{2}\left(2 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)\right) = \frac{5}{2}\left(\frac{1}{2} - 1\right) = -\frac{5}{4}.$$

Chọn C.

Câu 5.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x-1} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x-1} = 0$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = 0$.

Chọn D.

Câu 6.

Gốc tọa độ O là giao điểm hai đường chéo của hình thoi $ABCD$.

$$OA = 3 \Rightarrow OC = 3. \text{ Tam giác } OBC \text{ vuông tại } O \text{ cho } OB = \sqrt{BC^2 - OC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4.$$

Do $\overrightarrow{OB}$ cùng hướng $\vec{i}$ nên $\overrightarrow{OB} = 4\vec{i}$.

Do $\overrightarrow{OS}$ cùng hướng $\vec{k}$ và $OS = 2$ nên $\overrightarrow{OS} = 2\vec{k}$.

$$\text{Điểm } M \text{ là trung điểm cạnh } SB \text{ nên } \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OS}) = \frac{1}{2}(4\vec{i} + 2\vec{k}) = 2\vec{i} + \vec{k} = (2; 0; 1).$$

Chọn B.

Câu 7.

Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$.

Tọa độ điểm Q là:

$$x_Q = 1 + 7 - 2 = 6.$$

$$y_Q = 1 + 7 - 3 = 5.$$

$$z_Q = 1 + 5 - 4 = 2.$$

Suy ra $Q(6; 5; 2)$.

Chọn A.

Câu 8.

Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot 3a = 2a^3$.

Chọn D.

Câu 9.

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} \Leftrightarrow 1 = 1 + 1 - 2\cos(\vec{a}, \vec{b}) \Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ.$$

Chọn B.

Câu 10.

Xét hình bình hành $ACC'A'$, theo quy tắc hình bình hành ta có: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$.

Chọn C.

Câu 11.

Với mọi $x \in [2; 30]$, ta có $x - 1 > 0$. Xét hiệu:

$$f(x) - 6 = (x - 1) + \frac{4}{x - 1} - 4 = \frac{(x - 3)^2}{x - 1} \geq 0.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 3 \in [2; 30]$, nên giá trị nhỏ nhất của hàm số là 6.

Chọn A.

Câu 12.

Khi $t \rightarrow +\infty$, $e^{-0,012t} \rightarrow 0$ nên $m = 15 \cdot e^{-0,012t} \rightarrow 0$.

Khối lượng giảm dần về giá trị 0.

Chọn A.

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1.

- a) Sai. Hàm số không xác định tại $x = 2$, nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- b) Đúng. Đồ thị có tiệm cận xiên đi qua hai điểm $(-2; 0)$ và $(0; 2)$ nên có phương trình $y = x + 2$.
- c) Sai. Trên đoạn $[-2; 1]$, đồ thị đi lên từ trái sang phải nên hàm số đồng biến; giá trị lớn nhất đạt tại $x = 1$ và bằng 4, không phải 5.
- d) Đúng. Hàm số có tiệm cận đứng $x = 2 \Rightarrow d = 2$ và tiệm cận xiên $y = x + 2$, nên có dạng $y = x + 2 + \frac{k}{x-2}$. Đồ thị đi qua điểm $(1; 4) \Rightarrow 4 = 1 + 2 + \frac{k}{1-2} \Rightarrow k = -1$. Suy ra $y = x + 2 - \frac{1}{x-2} = \frac{x^2 - 5}{x-2}$. Ta có $a = 1, b = 0, c = -5, d = 2$. Khi đó $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1^2 + 0^2 + (-5)^2 + 2^2 = 30$.

Câu 2.

$$f(x) = 2 \cos x + x.$$

- a) Đúng. $f(0) = 2 \cos 0 + 0 = 2$; $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$.
- b) Sai. $f'(x) = -2 \sin x + 1 = 1 - 2 \sin x$.
- c) Đúng. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2}$. Trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, phương trình có nghiệm duy nhất $x = \frac{\pi}{6}$.
- d) Đúng. Ta có $f'(x) > 0$ trên $\left[0; \frac{\pi}{6}\right)$ và $f'(x) < 0$ trên $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right]$. Hàm số tăng trên $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$ và giảm trên $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right]$, nên giá trị lớn nhất là $\max_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} f(x) = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \cos \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \sqrt{3} + \frac{\pi}{6}$.

Câu 3.

- a) Sai. Bán kính $R = 18$ inch nên chu vi đáy là $2\pi R = 36\pi$ inch $= 36\pi \cdot 2,54$ cm $\neq 36\pi$ cm.
- b) Đúng. Trạng thái cân bằng cho $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3| = |\vec{P}| = 24$ N.

c) Sai. Gọi α là góc giữa dây và phương thẳng đứng, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{\ell^2 - 18^2}}{\ell}$. Lực căng mỗi sợi là

$$F = \frac{P}{3 \cos \alpha} = \frac{8\ell}{\sqrt{\ell^2 - 18^2}}. \text{ Với } \ell = 18\sqrt{2} \text{ inch thì } F = \frac{8 \cdot 18\sqrt{2}}{\sqrt{2 \cdot 18^2 - 18^2}} = 8\sqrt{2} \approx 11,31 \text{ N} > 9 \text{ N}.$$

d) Đúng. $F \leq 24 \Leftrightarrow \frac{8\ell}{\sqrt{\ell^2 - 18^2}} \leq 24 \Leftrightarrow \ell^2 \leq 9(\ell^2 - 18^2) \Leftrightarrow 8\ell^2 \geq 9 \cdot 18^2 \Leftrightarrow \ell \geq \frac{27}{\sqrt{2}} = 13,5\sqrt{2} \text{ inch}.$

Câu 4.

a) Đúng. Số cách chia 9 nhân vật cho 3 bạn là $C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$.

b) Đúng. Số cách chọn 3 đội trưởng từ 7 người và gán cho 3 bạn theo thứ tự là $A_7^3 = 210$.

c) Đúng. Nhóm J có 2 người trong tổng 7 người nên xác suất An nhận đội trưởng J là $\frac{2}{7}$.

d) Đúng. Do tính đối xứng giữa ba bạn, xác suất Bình nhận đội trưởng J cũng là $\frac{2}{7}$.

PHẦN III: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1.

Tốc độ góc của cuộn cáp: $\omega = \frac{v}{R} = \frac{2}{0,5} = 4 \text{ rad/s}.$

Đáp số: 4

Câu 2.

Rút gọn biểu thức véc-tơ:

$$\vec{u} = \vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{AM} = (\vec{SA} + \vec{AM}) + (\vec{SB} + \vec{SC}) = \vec{SM} + 2\vec{SM} = 3\vec{SM}.$$

Tam giác ABC vuông tại B nên $BM = \frac{BC}{2} = 4$, $AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52}.$

Tam giác SAM vuông tại A nên $SM = \sqrt{SA^2 + AM^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 52} = \sqrt{64} = 8.$

Suy ra $|\vec{u}| = 3 \cdot 8 = 24.$

Tính tích vô hướng:

$$\vec{SM} \cdot \vec{AB} = (\vec{SA} + \vec{AB} + \vec{BM}) \cdot \vec{AB} = \vec{SA} \cdot \vec{AB} + AB^2 + \vec{BM} \cdot \vec{AB} = 0 + 6^2 + 0 = 36 \text{ (do } SA \perp AB \text{ và } BM \perp AB).$$

Tổng giá trị biểu thức là: $24 + 36 = 60.$

Đáp số: 60

Câu 3.

Số cách điền chữ số 0 hoặc 1 vào lưới 4×4 là $2^{16} = 65536$.

Lưới 4×4 có 4 hình vuông con 3×3 . Số ô bị buộc bằng 1 trong các trường hợp cùng chứa toàn số 1:

- * Một hình vuông 3×3 : có 4 trường hợp, mỗi trường hợp buộc 9 ô bằng 1.
- * Hai hình vuông 3×3 kề nhau: có 4 trường hợp, mỗi trường hợp buộc 12 ô bằng 1.
- * Hai hình vuông 3×3 chéo nhau: có 2 trường hợp, mỗi trường hợp buộc 14 ô bằng 1.
- * Ba hình vuông 3×3 : có 4 trường hợp, mỗi trường hợp buộc 15 ô bằng 1.
- * Cả bốn hình vuông 3×3 : có 1 trường hợp, buộc cả 16 ô bằng 1.

Khi có m ô bị buộc bằng 1, các ô còn lại có 2^{16-m} cách điền. Áp dụng công thức bù trừ, số cách điền không thỏa mãn là:

$$N_{\text{không đạt}} = 4 \cdot 2^{16-9} - (4 \cdot 2^{16-12} + 2 \cdot 2^{16-14}) + 4 \cdot 2^{16-15} - 2^{16-16} = 4 \cdot 2^7 - (4 \cdot 2^4 + 2 \cdot 2^2) + 4 \cdot 2^1 - 1 = 447.$$

Số cách thỏa mãn: $T = 65536 - 447 = 65089$.

$$\frac{T}{4000} = \frac{65089}{4000} \approx 16,3.$$

Đáp số: 16,3

Câu 4.

Gọi x là số ngày phân phối cho mỗi lần nhập hàng ($1 \leq x \leq 15, x \in \mathbb{N}^*$).

Coi hàng được phân phối đều trong thời gian giữa hai lần nhập, lượng tồn kho giảm đều từ $20x$ tạ xuống 0 tạ. Khi đó lượng tồn kho trung bình mỗi ngày là $\frac{20x}{2} = 10x$ tạ.

Chi phí vận chuyển trung bình mỗi ngày: $\frac{32}{x}$ triệu đồng.

Chi phí bảo quản trung bình mỗi ngày: $10x \cdot 0,05 = \frac{x}{2}$ triệu đồng.

Tổng chi phí trung bình mỗi ngày là $C(x) = \frac{32}{x} + \frac{x}{2}$.

Xét hiệu:

$$C(x) - 8 = \frac{32}{x} + \frac{x}{2} - 8 = \frac{(x-8)^2}{2x} \geq 0.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 8 \in [1; 15]$.

Đại lý nên chọn chu kỳ nhập hàng là 8 ngày.

Đáp số: 8

Câu 5.

Diện tích hình vuông ban đầu là $S_0 = 3^2 = 9$.

Sau mỗi lần chia, diện tích phần chưa tô màu bằng $\frac{8}{9}$ diện tích phần chưa tô trước đó.

Sau 4 lần chia, diện tích phần chưa tô màu là $S_{\text{chưa}} = 9 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^4$.

Diện tích phần đã tô màu là $S = 9 - 9 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^4$.

$$729S = 729 \cdot 9 - 729 \cdot 9 \cdot \frac{8^4}{9^4} = 9^4 - 8^4 = 6561 - 4096 = 2465.$$

Đáp số: 2465

Câu 6.

Tổng số người $n_1 + n_2 + n_3 = 70$ và $n_2^2 = n_1 n_3$.

Vị trí của Q_1 là 17,5 thuộc nhóm $[20; 30)$:

$$Q_1 = 20 + \frac{17,5 - n_1}{n_2} \cdot 10 = 23,75 \Leftrightarrow 8n_1 + 3n_2 = 140.$$

Kết hợp với $n_2^2 = n_1(70 - n_1 - n_2)$, nghiệm nguyên dương duy nhất là $n_1 = 10, n_2 = 20, n_3 = 40$.

Giá trị đại diện các nhóm là $c_1 = 15, c_2 = 25, c_3 = 35$.

$$\text{Mức chi tiêu trung bình của 70 người là } \bar{x} = \frac{10 \cdot 15 + 20 \cdot 25 + 40 \cdot 35}{70} = \frac{205}{7}.$$

Chọn mẫu 7 người gồm k_1, k_2, k_3 người từ các nhóm thỏa mãn:

$$k_1 + k_2 + k_3 = 7 \text{ và } 15k_1 + 25k_2 + 35k_3 = 205 \Leftrightarrow 3k_1 + 5k_2 + 7k_3 = 41.$$

Lấy phương trình sau trừ 5 lần phương trình trước:

$$-2k_1 + 2k_3 = 6 \Leftrightarrow k_3 = k_1 + 3 \Rightarrow k_2 = 4 - 2k_1.$$

Vì $k_2 \geq 0 \Rightarrow k_1 \in \{0; 1; 2\}$. Các bộ nghiệm $(k_1; k_2; k_3)$ là $(0; 4; 3), (1; 2; 4), (2; 0; 5)$.

Số trường hợp thuận lợi:

$$N = C_{10}^0 C_{20}^4 C_{40}^3 + C_{10}^1 C_{20}^2 C_{40}^4 + C_{10}^2 C_{20}^0 C_{40}^5 = 251119960 .$$

$$\text{Không gian mẫu: } C_{70}^7 = 1198774720 .$$

$$\text{Xác suất: } P = \frac{251119960}{1198774720} \approx 0,21 .$$

Đáp số: 0,21

----- **HẾT** -----

Lưu ý:

- + Đề thi được gõ lại từ ảnh chụp, không phải bản chính thức từ đơn vị ra đề.
- + Lời giải chi tiết do AI thực hiện, chỉ mang tính chất tham khảo, không thay thế đáp án chính thức.

TOANMATH.com