

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề thi 1002

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2$ và công sai $d = -5$. Giá trị của u_7 bằng
A. 15623. B. -33. C. 16. D. -32.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-8; 8\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-8	0	8	$+\infty$
y'	—	—	—	—	
y	2 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 2 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 2 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 3	

Đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(8; 3; -9)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(0; 3; -9)$. B. $(8; 0; -9)$. C. $(0; 3; 0)$. D. $(8; 3; 0)$.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 7x^2 - 1$ bằng

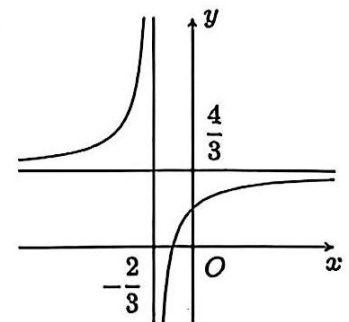
A. $-\frac{61}{4}$. B. -1. C. $-\frac{53}{4}$. D. 0.

Câu 5. Miền nghiệm của bất phương trình $2x - 5y + 19 > 0$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào?

A. $(1; 9)$. B. $(0; 4)$. C. $(0; 5)$. D. $(0; 3)$.

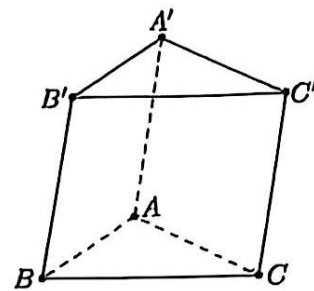
Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ac \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x = -\frac{1}{3}$. B. $x = -1$. C. $y = \frac{4}{3}$. D. $x = -\frac{2}{3}$.



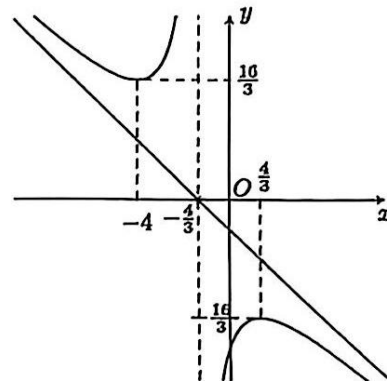
Câu 7. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (xem hình vẽ). Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'B'} = \overrightarrow{C'C}$.
 B. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{BA}$.
 C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{C'B'}$.
 D. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BC'}$.



Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận xiên là

- A. $x = -\frac{4}{3}$.
 B. $y = -x - \frac{4}{3}$.
 C. $y = \frac{4}{3} - x$.
 D. $y = x + \frac{4}{3}$.



Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách từ điểm $M(-7; 8)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 182 = 0$ bằng

- A. -47.
 B. $\frac{235}{\sqrt{7}}$.
 C. 48.
 D. 47.

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $8 \cos x + 8 = 0$ là

- A. $S = \{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
 B. $S = \{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
 C. $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
 D. $S = \{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 11. Một người chia thời lượng (đơn vị: giây) thực hiện các cuộc gọi điện thoại của mình trong một tuần thành sáu nhóm và lập bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[0; 40)	[40; 80)	[80; 120)	[120; 160)	[160; 200)	[200; 240)
Tần số	7	10	8	5	8	2

Tứ phân vị thứ ba Q_3 (đơn vị: giây) của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A. 145.
 B. 121.
 C. 160.
 D. 120.

Câu 12. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{4 - 5x}{x - 1}$?

- A. $x = -5$.
 B. $x = 1$.
 C. $y = -5$.
 D. $y = 5$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Giả sử công thức $\log E = 11,4 + 1,5M$ cho biết mối liên hệ giữa năng lượng E tạo ra (tính theo erg, 1 erg tương đương 10^{-7} jun) với độ lớn M theo thang Richter của một trận động đất.

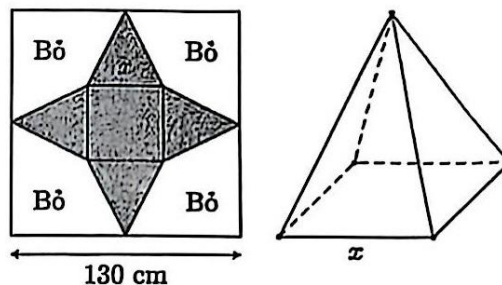
- a) Nếu năng lượng được tạo ra là $36 \cdot 10^{19}$ erg thì trận động đất phải có độ lớn bằng 6,2 độ Richter (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).
 b) Trận động đất có độ lớn 4 độ Richter tạo ra năng lượng bằng $10^{17,4}$ erg.
 c) Trận động đất có độ lớn 8 độ Richter tạo ra năng lượng gấp 100 lần so với trận động đất có độ lớn 6 độ Richter.

- d) Trận động đất Tōhoku (Nhật Bản, 2011) có độ lớn khoảng 9,0 độ Richter và trận động đất Tứ Xuyên (Trung Quốc, 2008) có độ lớn khoảng 7,9 độ Richter. Năng lượng do trận động đất Tōhoku giải phóng gấp khoảng 45 lần năng lượng của trận động đất Tứ Xuyên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 - 18x^2 + 48x + 3$.

- Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = 6x^2 - 36x + 48$.
- Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x = 4$.
- Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3; 8)$.
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 3.

Câu 3. Từ một miếng bìa hình vuông cạnh bằng 130 cm, người ta cắt bỏ 4 phần ở 4 góc như hình vẽ và giữ lại một mảnh được tô màu (gồm 1 hình vuông cạnh bằng x cm và 4 tam giác cân). Tiến hành gấp mảnh còn lại thành một hình chóp tứ giác đều (H).



- Diện tích đáy của hình chóp (H) bằng $x^2 \text{ cm}^2$.
- Diện tích phần bị cắt bỏ là $S = 130x \text{ cm}^2$.
- Thể tích của khối chóp (H) là $V = \frac{1}{3}x^2\sqrt{4225 - 65x} \text{ cm}^3$.
- Thể tích của khối chóp (H) lớn nhất khi $x = 39 \text{ cm}$.

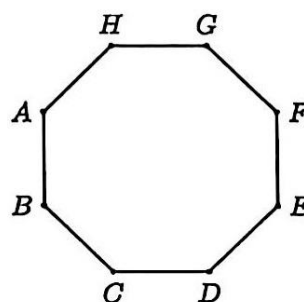
Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 10$, $AD = 8$, $AA' = 6$, $\widehat{BAA'} = \widehat{DAA'} = 90^\circ$, $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Gọi O là tâm của hình bình hành $BCC'B'$ và G là trọng tâm tam giác ADC .

- $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC}$.
- Nếu $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{A'D'} = k$ thì $1 - 5k = -119$.
- Góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{DA'}$ và $\overrightarrow{AC}$ nhỏ hơn 106° .
- Dộ dài đoạn thẳng GO bằng $\frac{2}{3}\sqrt{577}$.

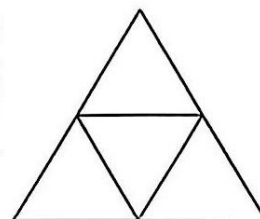
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho một hình bát giác đều có tám đỉnh A, B, C, D, E, F, G, H . Người ta gắn ngẫu nhiên vào 8 đỉnh này 8 số tự nhiên 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21 (mỗi đỉnh gắn một số). Chọn ngẫu nhiên một tam giác có 3 đỉnh lấy từ 8 đỉnh của bát giác đã cho. Gọi P là xác suất để thu được một tam giác vuông với 3 số trên 3 đỉnh của tam giác đó lập thành một cấp số cộng. Biết $P = \frac{m}{n}$ (m, n là các số tự nhiên, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản).

Tính $9m + 19n$.



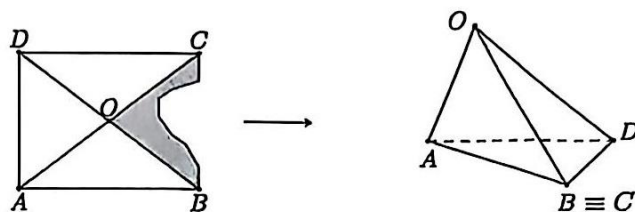
Câu 2. Cho hình vẽ bên gồm 4 tam giác. Người ta chọn 3 số phân biệt từ tập hợp $S = \{1; 2; \dots; 25\}$ để xếp vào 3 tam giác ở 3 góc. Sau đó, tính tổng lập phương của 3 số đó rồi ghi kết quả vào tam giác còn lại ở giữa. Gọi M là số cách xếp sao cho số ghi ở tam giác giữa là một số chia hết cho 9. Tính $M - 19$.



Câu 3. Nhiệt độ bên trong một lò nung gồm được mô hình hóa bằng hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ (đơn vị: độ C), với x ($1 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{N}$) là thứ tự lần đo kể từ khi bắt đầu nạp phôi (hai lần đo

liên tiếp cách nhau 5 phút) và $f(x)$ là nhiệt độ đo được ở lần đo thứ x . Ở lần đo đầu tiên nhiệt độ lò là 183 độ C, sau đó giảm dần do phôi nguội được đưa vào và đến lần đo thứ 4 nhiệt độ xuống thấp nhất, chỉ còn 138 độ C. Kể từ lần đo thứ 4 trở đi, bộ đốt hoạt động trở lại nên nhiệt độ tăng dần. Tính nhiệt độ lò đo được ở lần đo thứ 9.

Câu 4. Trên công trường xây dựng, một công nhân muốn tạo ra một dụng cụ để đựng vật liệu lỏng từ một tấm thép hình chữ nhật tâm O có $AB = 4,64$ m, $AD = 3,48$ m. Do tấm thép bị hỏng một phần



nên người đó cắt bỏ tam giác OBC và hàn hai mép OB, OC với nhau để thu được một hình tứ diện $OABD$ (không có mặt ABD). Dụng cụ này sẽ được vùi đất xung quanh sao cho đỉnh O quay xuống và mặt ABD hướng lên trên, khi đựng đầy vật liệu lỏng thì phần không gian trong lòng của dụng cụ hoàn toàn bị lấp đầy. Tính thể tích của vật liệu lỏng được đựng đầy trong dụng cụ. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười của đơn vị m^3 và xem độ dày của tấm thép không đáng kể).

Câu 5. Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^*; 1 \leq x \leq 4800$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0,01x^2 + 410x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{23000}{x} + 200$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 150 triệu đồng?

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một đơn vị dài trên các trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Trên một khu đất bằng phẳng (mặt phẳng (Oxy)), có hai trạm phát tín hiệu định vị đặt cố định tại $A(3; 0; 0)$ và $B(-3; 0; 0)$. Một thiết bị dò tìm M di chuyển trên mặt đất, có bộ thu tín hiệu từ cả hai trạm; theo đó thiết bị chỉ hoạt động ổn định tại các vị trí sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai trạm A, B luôn bằng 10 đơn vị (tương ứng 100 mét trên thực tế). Tại vị trí $C(0; 5; 4)$ có đặt một trạm chỉ huy. Khoảng cách ngắn nhất từ thiết bị M đến trạm chỉ huy C bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần mười).

———— HẾT ————

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO
Được thực hiện bởi [AI](#) & [TOANMATH.com](#)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1. $u_7 = u_1 + 6d = -2 + 6 \cdot (-5) = -32$. Chọn D.

Câu 2. Từ bảng biến thiên: $\lim_{x \rightarrow -8^-} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -8^+} y = -\infty$ nên $x = -8$, $x = 8$ là hai tiệm cận đứng;
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3$ nên $y = 2$, $y = 3$ là hai tiệm cận ngang. Đồ thị có 4 đường tiệm cận. Chọn D.

Câu 3. Hình chiếu vuông góc của $M(8;3;-9)$ lên (Oyz) là $(0;3;-9)$. Chọn A.

Câu 4. Đặt $t = x^2 \geq 0$, ta có $f = t^2 - 7t - 1 = \left(t - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{53}{4} \geq -\frac{53}{4}$, dấu bằng khi $x^2 = \frac{7}{2}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ bằng $-\frac{53}{4}$. Chọn C.

Câu 5. Thay $(0;3)$: $2 \cdot 0 - 5 \cdot 3 + 19 = 4 > 0$ (các điểm còn lại cho giá trị âm). Chọn D.

Câu 6. Từ đồ thị, tiệm cận đứng là $x = -\frac{2}{3}$. Chọn D.

Câu 7. Vì $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'}$ nên $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BC'}$. Chọn D.

Câu 8. Đường $x = -\frac{4}{3}$ là đường thẳng đứng, không phải tiệm cận xiên, loại A. Từ hình vẽ, tiệm cận xiên đi xuống nên có hệ số góc âm, loại D. Tiệm cận xiên cắt trục Ox tại điểm có hoành độ $-\frac{4}{3}$, còn đường $y = \frac{4}{3} - x$ cắt Ox tại điểm có hoành độ $\frac{4}{3}$, loại C. Đường $y = -x - \frac{4}{3}$ có hệ số góc âm và cắt Ox tại điểm có hoành độ $-\frac{4}{3}$. Chọn B.

Câu 9. $d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot (-7) - 4 \cdot 8 - 182|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{235}{5} = 47$. Chọn D.

Câu 10. $8 \cos x + 8 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. Chọn A.

Câu 11. Cỡ mẫu $n = 40$, $\frac{3n}{4} = 30$. Tần số tích lũy lần lượt là 7;17;25;30;38;40. Tần số tích lũy đến hết nhóm $[120;160)$ bằng $30 = \frac{3n}{4}$ nên $Q_3 = \frac{x_{30} + x_{31}}{2}$ với x_{30} thuộc nhóm $[120;160)$, x_{31} thuộc nhóm $[160;200)$. Do đó Q_3 bằng đầu mút chung của hai nhóm này, tức là $Q_3 = 160$. Chọn C.

Câu 12. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4-5x}{x-1} = -\infty$ nên tiệm cận đứng là $x = 1$. Chọn B.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1.

a) $\log(36 \cdot 10^{19}) = 19 + \log 36$ nên $M = \frac{19 + \log 36 - 11,4}{1,5} \approx 6,1$. Sai.

b) $M = 4 \Rightarrow \log E = 11,4 + 1,5 \cdot 4 = 17,4 \Rightarrow E = 10^{17,4}$ erg. Đúng.

c) $\log E_1 - \log E_2 = 1,5 \cdot (8 - 6) = 3 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 10^3 = 1000$. Sai.

d) $\frac{E_1}{E_2} = 10^{1,5 \cdot (9,0 - 7,9)} = 10^{1,65} \approx 44,7 \approx 45$. Đúng.

Câu 2.

a) $f'(x) = 6x^2 - 36x + 48$. Đúng.

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ hoặc $x = 4$. $f'(x) > 0$ trên $(-\infty; 2)$ và $(4; +\infty)$, $f'(x) < 0$ trên $(2; 4)$. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$, đạt cực tiểu tại $x = 4$. Sai.

c) Hàm số nghịch biến trên $(3; 4)$ nên không đồng biến trên $(3; 8)$. Sai.

d) $f(0) = 3$, $f(2) = 43$, $f(3) = 39$ nên giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[0; 3]$ bằng 3. Đúng.

Câu 3. Mỗi tam giác cân có đáy x , chiều cao $\frac{130-x}{2}$ (đỉnh nằm trên cạnh miêng bìa), $0 < x < 65$.

a) Đáy của (H) là hình vuông cạnh x nên diện tích đáy bằng $x^2 \text{ cm}^2$. Đúng.

b) Diện tích phần giữ lại là $x^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{130-x}{2} = 130x$. Diện tích phần bị cắt bỏ là $130^2 - 130x = 16900 - 130x$. Sai.

c) Trung đoạn của hình chóp bằng $\frac{130-x}{2}$, khoảng cách từ tâm đáy đến cạnh đáy bằng $\frac{x}{2}$. Chiều

cao $h = \sqrt{\left(\frac{130-x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{4225 - 65x}$. Do đó $V = \frac{1}{3}x^2\sqrt{4225 - 65x} \text{ cm}^3$. Đúng.

d) $V = \frac{1}{3}\sqrt{4225x^4 - 65x^5}$. Xét $g(x) = 4225x^4 - 65x^5$ trên $(0; 65)$:

$g'(x) = 16900x^3 - 325x^4 = 325x^3(52 - x)$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 52$. g đồng biến trên $(0; 52)$, nghịch biến trên $(52; 65)$ nên V lớn nhất khi $x = 52 \text{ cm}$. Sai.

Câu 4. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Ta có $|\vec{a}| = 10$, $|\vec{b}| = 8$, $|\vec{c}| = 6$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 10 \cdot 8 \cdot \cos 120^\circ = -40$, $\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$.

a) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} \neq \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC}$. Sai.

b) $k = \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{A'D'} = (\vec{b} - \vec{a}) \cdot \vec{b} = 64 - (-40) = 104$, suy ra $1 - 5k = -519$. Sai.

c) $\overrightarrow{DA'} = \vec{c} - \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$. $\overrightarrow{DA'} \cdot \overrightarrow{AC} = -\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b}^2 = 40 - 64 = -24$. $|\overrightarrow{DA'}| = \sqrt{36 + 64} = 10$,
 $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{100 + 64 - 80} = 2\sqrt{21}$. $\cos(\overrightarrow{DA'}, \overrightarrow{AC}) = \frac{-24}{20\sqrt{21}} \approx -0,262$ nên góc giữa hai vector xấp xỉ
 $105,2^\circ < 106^\circ$. Đúng.

d) $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}) = \frac{\vec{a} + 2\vec{b}}{3}$. O là trung điểm BC' nên $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC'}) = \vec{a} + \frac{\vec{b} + \vec{c}}{2}$. Suy ra
 $\overrightarrow{GO} = \frac{1}{6}(4\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c})$. $|4\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}|^2 = 1600 + 64 + 324 - 8 \cdot (-40) = 2308$. $GO = \frac{\sqrt{2308}}{6} = \frac{\sqrt{577}}{3}$. Sai.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1. Phép thử gồm gắn 8 số vào 8 đỉnh ($8!$ cách) và chọn một tam giác ($C_8^3 = 56$ cách) nên $n(\Omega) = 8! \cdot 56$. Tam giác vuông phải có cạnh huyền là một đường chéo đi qua tâm bát giác: có 4 đường chéo như vậy, mỗi đường chéo có 6 cách chọn đỉnh thứ ba, nên có 24 tam giác vuông. Các bộ 3 số trong 14;15;...;21 lập thành cấp số cộng: công sai 1 có 6 bộ, công sai 2 có 4 bộ, công sai 3 có 2 bộ, tổng cộng 12 bộ. Gọi A là biến cố cần tính xác suất: chọn tam giác vuông có 24 cách, chọn bộ 3 số lập cấp số cộng có 12 cách, gắn 3 số đó vào 3 đỉnh của tam giác có $3!$ cách, gắn 5 số còn lại vào 5 đỉnh còn lại có $5!$ cách. Do đó $n(A) = 24 \cdot 12 \cdot 3! \cdot 5!$. $P = \frac{24 \cdot 12 \cdot 3! \cdot 5!}{8! \cdot 56} = \frac{9}{98}$, suy ra
 $m = 9$, $n = 98$. Vậy $9m + 19n = 81 + 1862 = 1943$.

Đáp số: 1943.

Câu 2. Chia các số trong S thành ba nhóm. Nhóm X gồm các số chia hết cho 3: 8 số; với $n = 3p$ thì $n^3 = 27p^3$ chia hết cho 9. Nhóm Y gồm các số chia 3 dư 1: 9 số; với $n = 3p + 1$ thì $n^3 - 1 = 27p^3 + 27p^2 + 9p$ chia hết cho 9. Nhóm Z gồm các số chia 3 dư 2: 8 số; với $n = 3p - 1$ thì $n^3 + 1 = 27p^3 - 27p^2 + 9p$ chia hết cho 9. Như vậy mỗi lập phương n^3 có dạng $9q + r$ với $r = 0$ (nếu $n \in X$), $r = 1$ (nếu $n \in Y$), $r = -1$ (nếu $n \in Z$). Khi đó $a^3 + b^3 + c^3$ bằng một bội của 9 cộng với $s = r_1 + r_2 + r_3$, trong đó $-3 \leq s \leq 3$. Do đó $a^3 + b^3 + c^3$ chia hết cho 9 khi và chỉ khi $s = 0$, tức là cả 3 số thuộc X , hoặc mỗi nhóm X, Y, Z có đúng 1 số. Số bộ 3 số thỏa mãn là $C_8^3 + 8 \cdot 9 \cdot 8 = 56 + 576 = 632$. Mỗi bộ có $3! = 6$ cách xếp vào 3 tam giác ở góc nên $M = 632 \cdot 6 = 3792$. Vậy $M - 19 = 3773$.

Đáp số: 3773.

Câu 3. Hiểu rằng trong mô hình nhiệt độ liên tục, nhiệt độ đạt cực tiểu tại thời điểm ứng với $x = 4$.

Khi đó $f(1) = 183$, $f(4) = 138$ và $f'(4) = 0$. Do đó
$$\begin{cases} 1 + a + b + c = 183 \\ 64 + 16a + 4b + c = 138 \\ 48 + 8a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = -16 \\ c = 202 \end{cases}$$
 Thử lại:

$f'(x) = 3x^2 - 8x - 16 = (x - 4)(3x + 4)$, f nghịch biến trên $[1; 4]$ và đồng biến trên $[4; 10]$, phù hợp với giả thiết. Vậy $f(9) = 729 - 324 - 144 + 202 = 463$.

Đáp số: 463.

Câu 4. Ta có $AC = \sqrt{4,64^2 + 3,48^2} = 5,8$ nên $OA = OB = OC = OD = 2,9$. Đặt $k = 1,16$ thì $AB = 4k$, $AD = 3k$, $OA = 2,5k$. Sau khi hàn, $B \equiv C$ nên tứ diện $OABD$ có $OA = OB = OD = 2,5k$, $AB = 4k$, $AD = 3k$, $BD = CD = 4k$. Gọi K là trung điểm AD . Tam giác OAD cân tại O nên $OK \perp AD$; tam giác BAD cân tại B nên $BK \perp AD$. Suy ra $AD \perp (OBK)$ tại K , do đó

$$V_{OABD} = V_{A.OBK} + V_{D.OBK} = \frac{1}{3} S_{OBK} (AK + DK) = \frac{1}{3} S_{OBK} \cdot AD. \text{ Ta có}$$

$$OK = \sqrt{OA^2 - AK^2} = \sqrt{\frac{25}{4}k^2 - \frac{9}{4}k^2} = 2k, \quad BK = \sqrt{BA^2 - AK^2} = \sqrt{16k^2 - \frac{9}{4}k^2} = \frac{\sqrt{55}}{2}k, \quad OB = 2,5k.$$

$$\cos \widehat{OKB} = \frac{OK^2 + BK^2 - OB^2}{2 \cdot OK \cdot BK} = \frac{4 + \frac{55}{4} - \frac{25}{4}}{2 \cdot \frac{\sqrt{55}}{2}k} = \frac{23}{4\sqrt{55}}, \text{ suy ra } \sin \widehat{OKB} = \sqrt{1 - \frac{529}{880}} = \frac{3\sqrt{39}}{4\sqrt{55}}.$$

$$S_{OBK} = \frac{1}{2} \cdot OK \cdot BK \cdot \sin \widehat{OKB} = \frac{1}{2} \cdot 2k \cdot \frac{\sqrt{55}}{2}k \cdot \frac{3\sqrt{39}}{4\sqrt{55}} = \frac{3\sqrt{39}}{8}k^2. \text{ Thể tích vật liệu lỏng bằng thể tích tứ}$$

$$\text{diện: } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{39}}{8}k^2 \cdot 3k = \frac{3\sqrt{39}}{8} \cdot 1,16^3 \approx 3,7 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Đáp số: 3,7.

Câu 5. Tổng chi phí là $x \cdot G(x) = 23000 + 200x$ (nghìn đồng). Lợi nhuận

$L(x) = F(x) - x \cdot G(x) = -0,01x^2 + 210x - 23000$ (nghìn đồng). Trên $[1; 4800]$ ta có

$L'(x) = 210 - 0,02x \geq 210 - 0,02 \cdot 4800 = 114 > 0$ nên lợi nhuận tăng theo số sản phẩm. Mà

$L(858) = 149818,36 < 150000$ và $L(859) = 150011,19 > 150000$ nên cần sản xuất ít nhất 859 sản phẩm.

Đáp số: 859.

Câu 6. Gọi $M(x; y; 0)$. Vì $MA + MB = 10 > AB = 6$ nên M thuộc elip có hai tiêu điểm A, B , với

$a = 5$, $c = 3$, $b = \sqrt{a^2 - c^2} = 4$, phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Từ đó $y \leq 4$ nên $5 - y \geq 1$. Vì vậy

$MC^2 = x^2 + (5 - y)^2 + 16 \geq 0 + 1 + 16 = 17$. Dấu bằng xảy ra tại $M(0; 4; 0)$, là điểm thuộc elip. Vậy

khoảng cách ngắn nhất là $\sqrt{17}$ đơn vị, tức là $10\sqrt{17} \approx 41,2$ mét.

Đáp số: 41,2.