

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -\frac{x^4}{4} + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ tại điểm có tung độ bằng 1.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn $(1-2i)z + 4 - 3i = (2+i)^2$. Tính môđun của số phức z .

b) Giải phương trình: $49^x + 7^{x+1} - 8 = 0$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân: $I = \int_1^2 (x^2 + 2x \ln x) dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$, $B(2;-1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB . Tìm tọa độ điểm M thuộc trục Ox sao cho khoảng cách từ điểm M đến A bằng $\frac{9}{4}$ lần khoảng cách từ M đến (P) .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình: $(\sin x + \cos x)^2 + \sin x + 2 \cos x = 0$.

b) Đội thanh niên tình nguyện của trường Đại học Cần Thơ tham gia chiến dịch Mùa hè xanh tại tỉnh Hậu Giang gồm 7 sinh viên Khoa Sư phạm (3 nữ, 4 nam) và 5 nam sinh viên Khoa Nông nghiệp. Chọn ngẫu nhiên 3 sinh viên trong đội thanh niên tình nguyện trên để phân công về địa bàn xã Hòa Tiến. Tính xác suất để 3 sinh viên được chọn có đủ nam lẫn nữ và sinh viên cả hai khoa.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $BC = \sqrt{5}$, đỉnh $A(-1;-1)$, đường thẳng BC có phương trình $x + 2y - 3 = 0$ và trọng tâm G của tam giác ABC thuộc đường thẳng $x + y - 2 = 0$. Xác định tọa độ các điểm B và C .

Câu 9 (1,0 điểm). Giải phương trình: $x^3 - 4x^2 - 5x + 6 = \sqrt[3]{7x^2 + 9x - 4}$ trên tập số thực.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho a, b, c là 3 số thực dương thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = a \left(\frac{a}{2} + \frac{1}{bc} \right) + b \left(\frac{b}{2} + \frac{1}{ca} \right) + c \left(\frac{c}{2} + \frac{1}{ab} \right) - \frac{1}{2}.$$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

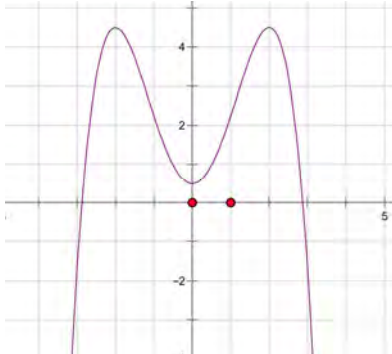
HƯỚNG DẪN CHẤM

(Bảng hướng dẫn chấm gồm 05 trang)

I. Hướng dẫn chung

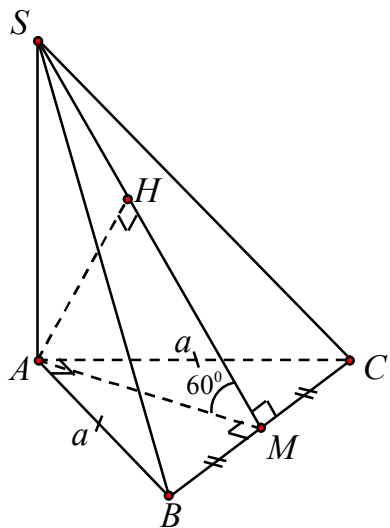
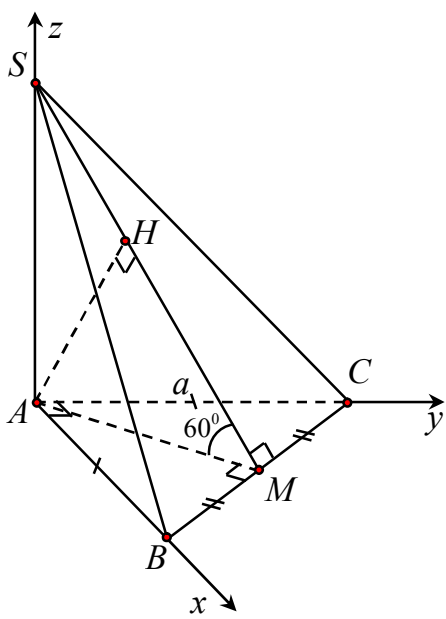
1. Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
2. Việc chi tiết hóa thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không bị sai lệch với hướng dẫn chấm và được thống nhất thực hiện trong tổ chấm thi.
3. Điểm bài thi là điểm sau khi cộng điểm toàn bài thi và không làm tròn.

II. Đáp án và thang điểm

Câu	Đáp án	Điểm																									
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -\frac{x^4}{4} + 2x^2 + \frac{1}{2}$.	1,0đ																									
	• Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ • Sự biến thiên: • Chiều biến thiên: $y' = -x^3 + 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$	0,25																									
	Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$, $(0; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-2; 0)$, $(2; +\infty)$ Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = \pm 2$, $y_{CD} = \frac{9}{2}$; đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$, $y_{CT} = \frac{1}{2}$.	0,25																									
	• Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td>$\frac{9}{2}$</td><td></td><td>$\frac{1}{2}$</td><td></td><td>$\frac{9}{2}$</td><td></td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	y			$\frac{9}{2}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{9}{2}$		$-\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$																					
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$																			
y			$\frac{9}{2}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{9}{2}$		$-\infty$																		
• Đồ thị: 	0,25																										

2	Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ tại điểm có tung độ bằng 1.	1,0đ
	Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm, ta có phương trình $1 = \frac{2x_0-1}{x_0+1} \Leftrightarrow x_0 = 3$.	0,25
	Vậy $M(3;1)$	0,25
	Ta có: $y'(3) = \frac{1}{5}$ Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm $M(3;1)$ là: $y = \frac{1}{5}(x-3)+1 \Leftrightarrow y = \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$	0,5
3	a) Cho số phức z thỏa mãn $(1-2i)z + 4 - 3i = (2+i)^2$. Tính môđun của z .	0,5đ
	Ta có $(1-2i)z + 4 - 3i = (2+i)^2 \Leftrightarrow (1-2i)z + 4 - 3i = 3 + 4i \Leftrightarrow (1-2i)z = -1 + 7i$ $\Leftrightarrow z = \frac{-1+7i}{1-2i} = \frac{(-1+7i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)} = \frac{-15+5i}{5} = -3+i$	0,25
	Môđun của z là: $ z = \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{10}$	0,25
	b) Giải phương trình: $49^x + 7^{x+1} - 8 = 0$	0,5đ
	Phương trình $49^x + 7^{x+1} - 8 = 0 \Leftrightarrow 7^{2x} + 7 \cdot 7^x - 8 = 0$ (1) Đặt $t = 7^x$, (điều kiện $t > 0$). Phương trình (1) trở thành $t^2 + 7t - 8 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (nhân)} \\ t = -8 \text{ (loại)} \end{cases}$ Với $t = 1 \Rightarrow 7^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$ Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = 0$	0,25
4	Tính tích phân: $I = \int_1^2 (x^2 + 2x \ln x) dx$	1,0đ
	Ta có: $I = \int_1^2 (x^2 + 2x \ln x) dx = \frac{x^3}{3} \Big _1^2 + \int_1^2 2x \ln x dx$	0,25
	$= \frac{7}{3} + \int_1^2 2x \ln x dx$	0,25
	Xét $I_1 = \int_1^2 2x \ln x dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = x^2 \end{cases}$	0,25
	$I_1 = x^2 \ln x \Big _1^2 - \int_1^2 x^2 \cdot \frac{1}{x} dx = 4 \ln 2 - \frac{x^2}{2} \Big _1^2 = 4 \ln 2 - \frac{3}{2}$	
	Vậy $I = 4 \ln 2 + \frac{5}{6}$	0,25

5	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$, $B(2;-1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB . Tìm tọa độ điểm M thuộc trục Ox sao cho khoảng cách từ điểm M đến A bằng $\frac{9}{4}$ lần khoảng cách từ M đến (P) .	1,0đ
	Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -2)$.	0,25
	Phương trình mặt phẳng $(P): x - 1 - 2(y - 1) - 2(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 2z + 5 = 0$	0,25
	Gọi $M(m; 0; 0)$ thuộc trục Ox là điểm cần tìm. Theo đề bài, ta có: $MA = \frac{9}{4}d(M, (P)) \Leftrightarrow \sqrt{(1-m)^2 + 1^2 + 2^2} = \frac{9}{4} \cdot \frac{ m+5 }{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}}$	0,25
	$\Leftrightarrow (1-m)^2 + 5 = \frac{9}{16}(m+5)^2 \Leftrightarrow 7m^2 - 122m - 129 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{129}{7} \\ m = -1 \end{cases}$ Vậy có 2 điểm M thỏa yêu cầu bài toán là $M\left(\frac{129}{7}; 0; 0\right)$ hoặc $M(-1; 0; 0)$.	0,25
6	a) Giải phương trình: $(\sin x + \cos x)^2 + \sin x + 2\cos x = 0$.	0,5đ
	Phương trình $\Leftrightarrow 1 + 2\sin x \cos x + \sin x + 2\cos x = 0 \Leftrightarrow (2\cos x + 1)(\sin x + 1) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos x + 1 = 0 \\ \sin x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	0,25
	Đội thanh niên tình nguyện của trường Đại học Cần Thơ tham gia chiến dịch Mùa hè xanh tại tỉnh Hậu Giang gồm 7 sinh viên Khoa Sư Phạm (3 nữ, 4 nam) và 5 nam sinh viên Khoa Nông Nghiệp. Chọn ngẫu nhiên 3 sinh viên trong đội thanh niên tình nguyện trên để phân công về địa bàn xã Hòa Tiến. Tính xác suất để 3 sinh viên được chọn có đủ nam lẫn nữ và sinh viên cả hai khoa.	0,5đ
	Có cách chọn ngẫu nhiên 3 sinh viên từ đội thanh niên tình nguyện là $C_{12}^3 = 220$	0,25
	Để chọn được 3 nhóm sinh viên thỏa mãn yêu cầu bài toán, ta có hai phương án để chọn như sau: • <i>Phương án 1</i>: Chọn 2 nữ sinh viên khoa Sư Phạm và 1 nam sinh viên khoa Nông Nghiệp, số cách chọn theo phương án 1 là: $C_3^2 \cdot C_5^1 = 15$ • <i>Phương án 2</i>: Chọn 1 nữ sinh viên khoa Sư Phạm và 2 nam sinh viên còn lại thuộc khoa Nông Nghiệp hoặc 1 thuộc khoa Nông Nghiệp và 1 thuộc khoa Sư Phạm, số cách chọn theo phương án 2 là: $C_3^1 \cdot C_5^2 + C_3^1 \cdot C_5^1 C_4^1 = 90$ Do đó, số cách chọn 3 sinh viên thỏa mãn yêu cầu bài toán là $15 + 90 = 105$ Xác suất cần tìm là $P = \frac{105}{220} = \frac{21}{44}$.	0,25

	Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0 . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .	1,0đ
	Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow BC \perp AM$ $\Rightarrow BC \perp SM \Rightarrow \widehat{SMA}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) $\Rightarrow \widehat{SMA} = 60^0$. Xét tam giác vuông SAM (vuông tại A), có $\tan 60^0 = \frac{SA}{AM} \Rightarrow SA = AM \cdot \tan 60^0 = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{12} \text{ (đvtt)}$	0,25
7	Dựng $AH \perp SM, (H \in SM) \Rightarrow AH \perp (SBC)$ $\Rightarrow$ độ dài đoạn AH là khoảng cách từ A đến (SBC)	0,25
	Xét tam giác SAM (vuông tại A) có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{2}{3a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{8}{3a^2}$ $\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{4}$	0,25
	❖ Cách khác: Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ Ta được $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(0;a;0), S\left(0;0;\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)$ Phương trình mặt phẳng (SBC): $x\sqrt{6} + y\sqrt{6} + 2z - a\sqrt{6} = 0$ $d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{4}$	0,25

	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $BC = \sqrt{5}$, đỉnh $A(-1;-1)$, đường thẳng BC có phương trình $x + 2y - 3 = 0$ và trọng tâm G của tam giác ABC thuộc đường thẳng $x + y - 2 = 0$. Xác định tọa độ các điểm B và C .	1,0đ
	Gọi $M(x; y)$ là trung điểm BC $\Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AM} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{2x-1}{3} \\ y = \frac{2y-1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{2x-1}{3}; \frac{2y-1}{3}\right)$	0,25
8	Điểm $G \in d : x + y - 2 = 0 \Rightarrow \frac{2x-1}{3} + \frac{2y-1}{3} - 2 = 0 \Leftrightarrow x + y - 4 = 0$ Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow M(5; -1)$	0,25
	Gọi $B(x_B; y_B) \Rightarrow MB^2 = (x_B - 5)^2 + (y_B + 1)^2 = \left(\frac{BC}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$ Mặt khác: $B \in d' : x + 2y - 3 = 0 \Rightarrow x_B + 2y_B - 3 = 0$	0,25
	Do đó tọa độ điểm B là nghiệm hệ phương trình: $\begin{cases} (x_B - 5)^2 + (y_B + 1)^2 = \frac{5}{4} \\ x_B + 2y_B - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 4 \\ y_B = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_B = 6 \\ y_B = -\frac{3}{2} \end{cases}$ Vậy $B\left(4; -\frac{1}{2}\right), C\left(6; -\frac{3}{2}\right)$ hoặc $B\left(6; -\frac{3}{2}\right), C\left(4; -\frac{1}{2}\right)$	0,25
	Giải phương trình: $x^3 - 4x^2 - 5x + 6 = \sqrt[3]{7x^2 + 9x - 4}$ trên tập số thực.	1,0đ
9	Đặt $y = \sqrt[3]{7x^2 + 9x - 4}$, khi đó phương trình đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 4x^2 - 5x + 6 = y \\ 7x^2 + 9x - 4 = y^3 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 4x^2 - 5x + 6 = y \\ x^3 + 3x^2 + 4x + 2 = y^3 + y \end{cases} \Leftrightarrow (I): \begin{cases} x^3 - 4x^2 - 5x + 6 = y & (1) \\ (x+1)^3 + (x+1) = y^3 + y & (2) \end{cases}$	0,25
	Xét hàm số $f(t) = t^3 + t, (t \in \mathbb{R})$. Vì $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên $f(t)$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$. Mặt khác phương trình (2) có dạng $f(x+1) = f(y) \Leftrightarrow x+1 = y$	0,25
	Khi đó hệ (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 4x^2 - 5x + 6 = y \\ y = x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 4x^2 - 6x + 5 = 0 \\ y = x+1 \end{cases}$ Giải phương trình (*) ta được tập nghiệm $S = \left\{5; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}; \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right\}$	0,25

10

Cho a, b, c là 3 số thực dương thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = a\left(\frac{a}{2} + \frac{1}{bc}\right) + b\left(\frac{b}{2} + \frac{1}{ca}\right) + c\left(\frac{c}{2} + \frac{1}{ab}\right) - \frac{1}{2}.$$

Đặt $Q = a\left(\frac{a}{2} + \frac{1}{bc}\right) + b\left(\frac{b}{2} + \frac{1}{ca}\right) + c\left(\frac{c}{2} + \frac{1}{ab}\right) \Rightarrow Q = \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} + \frac{c^2}{2} + \frac{a^2 + b^2 + c^2}{abc}$

Do $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} + \frac{b^2 + c^2}{2} + \frac{c^2 + a^2}{2} \geq ab + bc + ca$

Nên $Q \geq \left(\frac{a^2}{2} + \frac{1}{a}\right) + \left(\frac{b^2}{2} + \frac{1}{b}\right) + \left(\frac{c^2}{2} + \frac{1}{c}\right)$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2}{2} + \frac{1}{t}$ với $t > 0$. Có $f'(t) = t - \frac{1}{t^2} = \frac{t^3 - 1}{t^2}$

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$		0	
		-	-

$f(t)$

$+\infty$

$\frac{3}{2}$

$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra: $f(t) \geq \frac{3}{2} \Rightarrow Q \geq \frac{9}{2} \Rightarrow P \geq \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 4$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P bằng 4 xảy ra khi $a = b = c = 1$

1,0đ

0,25

0,25

0,25