

ĐỀ 01

Bài 1(1,5 điểm): Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 5x - 1}{x}$. Tìm một nguyên hàm $G(x)$ của $f(x)$, biết $G(1) = 2$.

Bài 2(6,5 điểm): Tính các tích phân sau:

$$I = \int_1^2 (x^2 - 2)^2 dx; \quad J = \int_0^1 (2x - 1)e^x dx; \quad K = \int_0^{\sqrt{5}} x\sqrt{x^2 + 4} dx$$

$$L = \int_3^4 \frac{8x - 7}{x^2 - x - 2} dx; \quad M = \int_2^6 \frac{dx}{2x + 1 + \sqrt{4x + 1}}.$$

Bài 3(2,0 điểm): Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường sau:

$$y = x^3 - 3x^2 + x \text{ và } y = x^2 - 2x.$$

-----**HẾT**-----

ĐÁP ÁN ĐỀ 01

Bài	Nội dung	Điểm
1	$G(x) = \int \frac{2x^2 + 5x - 1}{x} dx = \int \left(2x + 5 - \frac{1}{x} \right) dx = x^2 + 5x - \ln x + C$ $G(1) = 2 \Leftrightarrow 6 + C = 2 \Leftrightarrow C = -4. \text{ Vậy } G(x) = x^2 + 5x - \ln x - 4$	1,5
2	$I = \int_1^2 (x^2 - 2)^2 dx = \int_1^2 (x^4 - 4x^2 + 4) dx = \left(\frac{x^5}{5} - \frac{4x^3}{3} + 4x \right) \Big _1^2 =$ $= \left(\frac{32}{5} - \frac{32}{3} + 8 \right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{4}{3} + 4 \right) = \frac{13}{15}$	1,5
	$J = \int_0^1 (2x-1)e^x dx; \text{ Đặt } \begin{cases} u = 2x-1 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = e^x \end{cases}$ $J = (2x-1)e^x \Big _0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx = e + 1 - 2e^x \Big _0^1 = e + 1 - 2(e-1) = 3 - e$	1,5
	$K = \int_0^{\sqrt{5}} x\sqrt{x^2+4} dx; \text{ Đặt } t = \sqrt{x^2+4} \Rightarrow t^2 = x^2+4 \Rightarrow tdt = xdx$ $\text{Đổi cận: } x=0 \text{ thì } t=2; x=\sqrt{5} \text{ thì } t=3; K = \int_2^3 tdt = \frac{t^2}{2} \Big _2^3 = \frac{9}{2} - 2 = \frac{5}{2}$	1,0
	$L = \int_3^4 \frac{8x-7}{x^2-x-2} dx; \quad \frac{8x-7}{x^2-x-2} = \frac{3}{x-2} + \frac{5}{x+1} \text{ (dùng pp hệ số bất định)}$ $L = \int_3^4 \left(\frac{3}{x-2} + \frac{5}{x+1} \right) dx = (3\ln x-2 + 5\ln x+1) \Big _3^4 = (3\ln 2 + 5\ln 5) - (0 + 5\ln 4)$ $= 3\ln 2 - 5\ln \frac{5}{4}$	1,0
3	$M = \int_2^6 \frac{dx}{2x+1+\sqrt{4x+1}}; \text{ Đặt } t = \sqrt{4x+1} \Rightarrow t^2 = 4x+1 \Rightarrow tdt = 2dx$ $\text{Đổi cận: } x=2 \rightarrow t=3; x=6 \rightarrow t=5$ $M = \int_3^5 \frac{\frac{tdt}{2}}{\frac{t^2-1}{2} + 1+t} = \int_3^5 \frac{tdt}{(t+1)^2} = \int_3^5 \frac{xdx}{(x+1)^2}; \text{ đặt } t = x+1 \rightarrow dt = dx$ $\text{Đổi cận: } x=3 \rightarrow t=4; x=5 \rightarrow t=6$ $M = \int_3^5 \frac{xdx}{(x+1)^2} = \int_4^6 \frac{(t-1)dt}{t^2} = \int_4^6 \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t^2} \right) dt = \left(\ln t + \frac{1}{t} \right) \Big _4^6 = \left(\ln 6 + \frac{1}{6} \right) - \left(\ln 4 + \frac{1}{4} \right) = \ln \frac{3}{2} - \frac{1}{12}$	1,5
	Ta có: $x^3 - 3x^2 + x - (x^2 - 2x) = x^3 - 4x^2 + 3x = 0 \quad x=0; x=1; x=3$ $S = \int_0^3 x^3 - 4x^2 + 3x dx = \left \int_0^1 (x^3 - 4x^2 + 3x) dx \right + \left \int_1^3 (x^3 - 4x^2 + 3x) dx \right $ $= \left \left(\frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \right) \Big _0^1 \right + \left \left(\frac{x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} \right) \Big _1^3 \right = \frac{5}{12} + \frac{8}{3} = \frac{37}{12} (dvdt)$	2,0

ĐỀ 02

Bài 1(1,5 điểm): Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 10x + 1}{x}$. Tìm một nguyên hàm $G(x)$ của $f(x)$, biết $G(1) = 4$.

Bài 2(6,5 điểm): Tính các tích phân sau:

$$I = \int_1^2 (3 - x^2)^2 dx; \quad J = \int_0^1 (2x + 1)e^x dx; \quad K = \int_0^2 3x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$$

$$L = \int_4^5 \frac{x + 13}{x^2 - 2x - 3} dx; \quad M = \int_5^{10} \frac{dx}{x - 2\sqrt{x - 1}}.$$

Bài 3(2,0 điểm): Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường sau:

$$y = x^3 - x^2 \text{ và } y = 2x^2 - 2x.$$

-----**HẾT**-----

ĐÁP ÁN ĐỀ 02

	Nội dung	Điểm
1	$G(x) = \int \frac{2x^2 - 10x + 1}{x} dx = \int \left(2x - 10 + \frac{1}{x} \right) dx = x^2 - 10x + \ln x + C$ $G(1) = 4 \Leftrightarrow -9 + C = 4 \Leftrightarrow C = 13. \text{ Vậy } G(x) = x^2 - 10x + \ln x + 13$	1,5
2	$I = \int_1^2 (3 - x^2)^2 dx = \int_1^2 (9 - 6x^2 + x^4) dx = \left(9x - 2x^3 + \frac{x^5}{5} \right) \Big _1^2 =$ $= \left(18 - 16 + \frac{32}{5} \right) - \left(9 - 2 + \frac{1}{5} \right) = \frac{6}{5}$	1,5
	$J = \int_0^1 (2x - 1)e^x dx; \text{ Đặt } \begin{cases} u = 2x + 1 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = e^x \end{cases}$ $J = (2x + 1)e^x \Big _0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx = 3e - 1 - 2e^x \Big _0^1 = 3e - 1 - 2(e - 1) = e + 1$	1,5
	$K = \int_0^2 3x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx; \text{ Đặt } t = \sqrt{x^3 + 1} \Rightarrow t^2 = x^3 + 1 \Rightarrow 2t dt = 3x^2 dx$ $\text{Đổi cận: } x = 0 \rightarrow t = 1; x = 2 \rightarrow t = 3; K = \int_1^3 t \cdot 2t dt = \frac{2t^3}{3} \Big _1^3 = 18 - \frac{16}{3} = \frac{38}{3}$	1,0
	$L = \int_4^5 \frac{x + 13}{x^2 - 2x - 3} dx; \quad \frac{x + 13}{x^2 - 2x - 3} = \frac{4}{x - 3} - \frac{3}{x + 1} \text{ (dùng pp hệ số bất định)}$ $L = \int_4^5 \left(\frac{4}{x - 3} - \frac{3}{x + 1} \right) dx = (4 \ln x - 3 - 3 \ln x + 1) \Big _4^5 = (4 \ln 2 - 3 \ln 6) - (0 - 3 \ln 5)$ $= 4 \ln 2 + 3 \ln \frac{5}{6}$	1,0
	$M = \int_5^{10} \frac{dx}{x - 2\sqrt{x - 1}}; \text{ Đặt } t = \sqrt{x - 1} \Rightarrow t^2 = x - 1 \Rightarrow 2t dt = dx$ $\text{Đổi cận: } x = 5 \rightarrow t = 2; x = 10 \rightarrow t = 3$ $M = \int_2^3 \frac{2t dt}{t^2 + 1 - 2t} = \int_2^3 \frac{2t dt}{(t - 1)^2} = \int_2^3 \frac{2x dx}{(x - 1)^2}; \text{ đặt } t = x - 1 \rightarrow dt = dx$ $\text{Đổi cận: } x = 2 \rightarrow t = 1; x = 3 \rightarrow t = 2$ $M = \int_1^2 \frac{2x dx}{(x - 1)^2} = \int_1^2 \frac{(2t + 2) dt}{t^2} = \int_1^2 \left(\frac{2}{t} + \frac{2}{t^2} \right) dt = \left(2 \ln t - \frac{2}{t} \right) \Big _1^2 = (\ln 2 - 1) - (0 - 2) = \ln 2 + 1$	1,5
3	Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường sau: $y = x^3 - x^2 \text{ và } y = 2x^2 - 2x.$ Ta có: $x^3 - x^2 - (2x^2 - 2x) = x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \rightarrow x = 0; x = 1; x = 2$ $S = \int_0^2 x^3 - 3x^2 + 2x dx = \left \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx \right + \left \int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx \right =$ $= \left \left(\frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 \right) \Big _0^1 \right + \left \left(\frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 \right) \Big _1^2 \right = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} (dvdt)$	2,0