

Câu 1 (2 điểm). Cho hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 2$ có đồ thị (C)

- Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số
- Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = 48$

Câu 2 (1 điểm).

- Giải phương trình: $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x - 2 \cos x + 1 = 0$
- Tìm số phức z biết: $(1+2i)z + \bar{z} = 2+4i$

Câu 3 (1 điểm).

- Giải bất phương trình: $\log_2(x-1) + 2\log_4(x-2) > \log_2(2x-4)$

Câu 4 (1 điểm). Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \sqrt{9y^2 + 4} + 3y = 2(\sqrt{9x^2 + 1} + 3x) \\ x^2 - y^2 + 2\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2} + y^3 = 2y\sqrt{y-1}(x + \sqrt[3]{x}) \end{cases}$$

Câu 5 (1 điểm). Tính tích phân sau: $I = \int_0^1 (e^{2x} + \frac{18x+6}{\sqrt{3x+1}+1}) dx$

Câu 6 (1 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi SC và mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Gọi E là trung điểm của BC . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng DE , SC theo a .

Câu 7 (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ tâm I , có diện tích bằng 20. Điểm $M(0; \frac{1}{3})$ thuộc đường thẳng AB , điểm $N(0; 7)$ thuộc đường thẳng CD , điểm $H(-2; 1)$ thuộc đường cao kẻ từ I của $\triangle IMN$, trọng tâm G của $\triangle IMN$ thuộc đường thẳng $\Delta: x+3y-9=0$. Tìm tọa độ đỉnh B , biết B có hoành độ dương và $AC > BD$.

Câu 8 (1 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $A(1; 0; 1)$, $B(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$

- Viết phương trình của mặt phẳng (Q) đi qua 2 điểm A ; B và vuông góc với mặt phẳng (P)
- Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng AB sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 2

Câu 9 (0,5 điểm) Trong một hộp kín đựng 2 viên bi đỏ, 5 viên bi trắng và 7 viên bi vàng (các viên bi chỉ khác nhau về màu sắc). Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi, tìm xác suất để 4 viên bi lấy ra không có đủ cả ba màu.

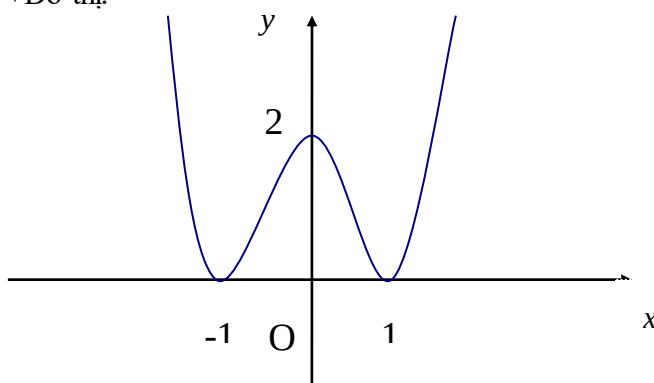
Câu 10 (1 điểm). Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn: $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = x^2 + y^2 + z^2$

-----Hết-----

(Thí sinh không sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

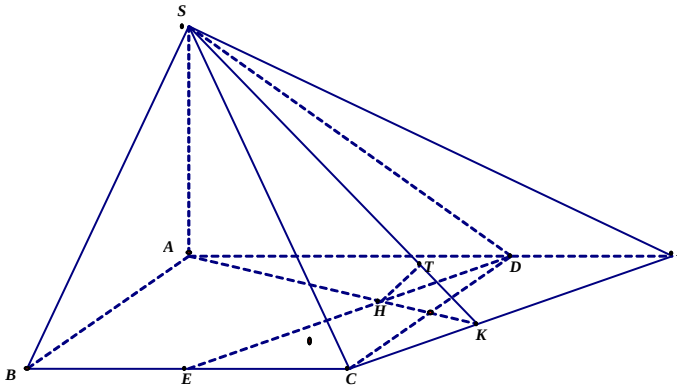
Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Câu1	Nội dung	Điểm																		
1a)	Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 2$	1đ																		
	Txd: $D=\mathbb{R}$ +Sự biến thiên: $y' = 8x^3 - 8x = 8x(x^2 - 1); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$	0,25																		
	+ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$ + Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$ +Hàm số đạt CĐ tại $x=0$; $y_{CD}=2$; Hàm số đạt CT tại $x = \pm 1$; $y_{CT} = 0$ + Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (2x^4 - 4x^2 + 2) = +\infty$	0,25																		
	+Bảng biến thiên : <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$y'(x)$</td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>$y(x)$</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	$y'(x)$		0	0	0		$y(x)$	$+\infty$		2		$+\infty$	0.25
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$															
$y'(x)$		0	0	0																
$y(x)$	$+\infty$		2		$+\infty$															
	+Đồ thị: 	0,25																		
1b	Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm ta có: $y'(x_0) = 48$	0,25																		
	$\Leftrightarrow 8x_0^3 - 8x_0 = 48 \Leftrightarrow x_0^3 - x_0 - 6 = 0$	0,25																		
	$\Leftrightarrow (x_0 - 2)(x_0^2 + 2x_0 + 3) = 0$ $\Leftrightarrow x_0 = 2 \Rightarrow M(2; 18)$	0,25																		
	Vậy phương trình tiếp tuyến là: $y = 48x - 78$	0,25																		

Câu2		1đ
2a	Giải phương trình: $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x - 2 \cos x + 1 = 0$	0,5
	$pt \Leftrightarrow 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 2 \cos^2 x - 1 - 2 \cos x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow 2 \cos x (\sqrt{3} \sin x + \cos x - 1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sqrt{3} \sin x + \cos x - 1 = 0 \end{cases}$	0,25
	$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$	

	$\sqrt{3} \sin x + \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$	0,25
2b	Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó $\bar{z} = a - bi$ Theo giả thiết ta có: $(1+2i)(a+bi) + a-bi = 2+4i$ $\Leftrightarrow 2a - 2b + 2ai = 2 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 2b = 2 \\ 2a = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1. \end{cases}$ Vậy $z = 2 + i$	0,5
3	Giải bất phương trình: $\log_2(x-1) + 2\log_4(x-2) > \log_2(2x-4)$ ĐK: $x > 2$ $BPT \Leftrightarrow \log_2(x-1) + \log_2(x-2) > \log_2(2x-4) \Leftrightarrow \log_2[(x-1)(x-2)] > \log_2(2x-4)$ $\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 3 \end{cases}$ Kết hợp với điều kiện tập nghiệm của BPT là: $T = (3; +\infty)$	0,5
4	Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} \sqrt{9y^2 + 4} + 3y = 2(\sqrt{9x^2 + 1} + 3x) & (1) \\ x^2 - y^2 + 2\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2} + y^3 = 2y\sqrt{y-1}(x + \sqrt[3]{x}) & (2) \end{cases}$	
Câu 5	Tính tích phân sau: $I = \int_0^1 \left(e^{2x} + \frac{18x+6}{\sqrt{3x+1}+1}\right) dx$	1đ
	Ta có: $I = \int_0^1 \left(e^{2x} + \frac{18x+6}{\sqrt{3x+1}+1}\right) dx = \int_0^1 e^{2x} dx + \int_0^1 \frac{18x+6}{\sqrt{3x+1}+1} dx$	0,25
	Tính $\int_0^1 e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} \Big _0^1 = \frac{1}{2} (e^2 - 1)$	0,25
	Tính $\int_0^1 \frac{18x+6}{\sqrt{3x+1}+1} dx$ Đặt $u = \sqrt{3x+1} \Rightarrow u^2 = 3x+1 \Rightarrow 2udu = 3dx$ Đổi cận: $x=0 \Rightarrow u=1; x=1 \Rightarrow u=2$	0,25
	Ta có $I = \int_0^1 \frac{6(3x+1)}{\sqrt{3x+1}+1} dx = \int_1^2 \frac{4u^3}{u+1} du = \int_1^2 \left(4u^2 - 4u + 4 - \frac{4}{u+1}\right) du$ $= \left(\frac{4u^3}{3} - 2u^2 + 4u - 4\ln(u+1)\right) \Big _1^2 = \frac{22}{3} + 4\ln \frac{2}{3}$ Vậy $I = \frac{1}{2} (e^2 - 1) + \frac{22}{3} + 4\ln \frac{2}{3}$	0,25
Câu 5		1đ



$$\begin{aligned} &\text{Vì } \begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB) \Rightarrow SB \text{ là hình chiếu của } SC \text{ lên mp}(SAB) \\ &\Rightarrow (SC, (SAB)) = (SC, SB) = CSB = 30^\circ \Rightarrow SB = BC \cdot \cot 30^\circ = a\sqrt{3} \Rightarrow SA = a\sqrt{2} \end{aligned}$$

0.25

Vậy thể tích khối chóp S.ABCD là:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{2}.a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3} (dvtt)$$

0.25

+ Từ C dựng $CI \parallel DE \Rightarrow CE = DI = \frac{a}{2}$ và $DE \parallel (SCI)$

$$\Rightarrow d(DE, SC) = d(DE, (CSI))$$

Từ A kẻ $AK \perp CI$ cắt ED tại H, cắt CI tại K

Ta có: $\begin{cases} SA \perp CI \\ AK \perp CI \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAK) \Rightarrow (SCI) \perp (SAK) \text{ và } (SCI) \cap (SAK) = SK$

Trong (SAK) kẻ: $HT \perp SK \Rightarrow HT \perp (SCI) \Rightarrow d(DE, SC) = d(H, (SCI)) = HT$

0.25

$$+ \text{Ta có: } S_{\Delta ACI} = \frac{1}{2} AK.CI = \frac{1}{2} CD.AI \Rightarrow AK = \frac{CD.AI}{CI} = \frac{a \cdot \frac{3}{2}a}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{3a}{\sqrt{5}}$$

Ta có: $\frac{AH}{AK} = \frac{AD}{AI} = \frac{2}{3} \Rightarrow AH = \frac{2}{3}AK \Rightarrow HK = \frac{1}{3}AK = \frac{a}{\sqrt{5}}$

Lại có ΔASK đồng dạng với ΔTHK

$$\Rightarrow \frac{AS}{TH} = \frac{SK}{HK} \Rightarrow TH = \frac{AS.HK}{SK} = \frac{a\sqrt{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{5}}}{\sqrt{(a\sqrt{2})^2 + (\frac{3a}{\sqrt{5}})^2}} = \frac{a\sqrt{38}}{19}$$

$$\text{Vậy } d(ED, SC) = \frac{a\sqrt{38}}{19}$$

0.25

Câu 6

1đ

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (0; 2; -4); \overrightarrow{n_{(P)}} = (2; 2; -1); [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_{(P)}}] = (6; -8; -4)$$

5a

$$\text{Mặt phẳng } (Q) \begin{cases} \text{Qua } A(1; 0; 1) \\ VTPT \vec{n} = (3; -4; -2) \end{cases}$$

0,5

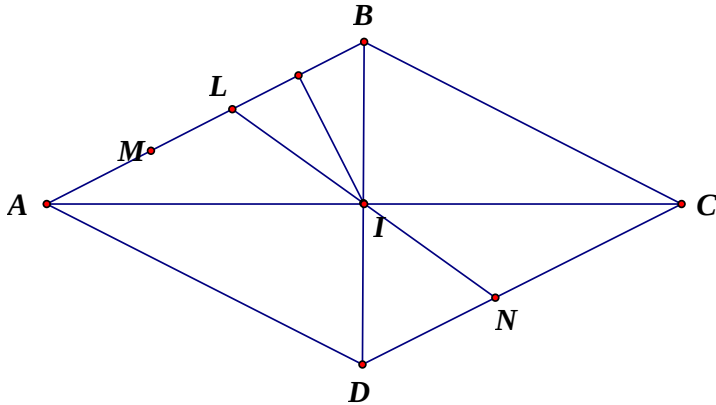
Ta có phương trình của (α) là : $3(x-1)-4y-2(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-4y-2z-1=0$

5b

PTTS của đường thẳng AB là: $\begin{cases} x=1 \\ y=2t \\ z=1-4t \end{cases}$ Do điểm $M \in AB \Rightarrow M(1; 2t; 1-4t)$

0,25

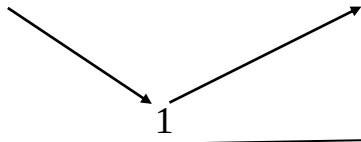
	$d(M, (P)) = 2 \Leftrightarrow \frac{ 2 + 2.2t - (1 - 4t) + 1 }{3} = 2$ $\Leftrightarrow 2 + 8t = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \Rightarrow M(1; 1; -1) \\ t = -1 \Rightarrow M(1; -2; 5) \end{cases}$	0,25
--	--	------

Câu 6		1đ
		
	$G \in \Delta \Rightarrow G(9 - 3a; a)$ Gọi $I(x; y)$. Do G là trọng tâm của tam giác IMN ta có: $\begin{cases} \frac{x}{3} = 9 - 3a \\ y + \frac{1}{3} + 7 = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 27 - 9a \\ y = 3a - \frac{22}{3} \end{cases} \Rightarrow I(27 - 9a; 3a - \frac{22}{3}) \Rightarrow \overrightarrow{IH}(9a - 29; \frac{25}{3} - 3a)$ Do H thuộc đường cao kẻ từ I của tam giác IMN nên: $\overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \Leftrightarrow \frac{20}{3}(\frac{25}{3} - 3a) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{25}{9} \Rightarrow I(2; 1)$	0,25
	Gọi L là điểm đối xứng với N qua $I \Rightarrow L(4; -5)$ Phương trình đường thẳng $AB: 4x + 3y - 1 = 0$ Khoảng cách từ I đến AB là: $d = \frac{ 4.2 + 3.1 - 1 }{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$ $S_{\Delta IAB} = \frac{1}{4} S_{ABCD} = 5 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot d \cdot AB = 5 \Leftrightarrow AB = 5$ Trong tam giác vuông ABI ta có: $\begin{cases} IA^2 + IB^2 = AB^2 \\ \frac{1}{IA^2} + \frac{1}{IB^2} = \frac{1}{d^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 + IB^2 = 25 \\ \frac{1}{IA^2} + \frac{1}{IB^2} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA = 2\sqrt{5} \\ IB = \sqrt{5} \end{cases} \quad (I)$ $\begin{cases} IA = \sqrt{5} \\ IB = 2\sqrt{5} \end{cases} \quad (II)$ Do $AC > BD \Rightarrow IA > IB$ nên hệ (II) không thỏa mãn	0.25
	(I) ta có: $IB = \sqrt{5}$ Điểm B là giao điểm của đường thẳng $4x + 3y - 1 = 0$ với đường tròn tâm I bán kính $\sqrt{5}$. Tọa độ B là nghiệm của hệ:	0.5

	$\begin{cases} 4x+3y-1=0 \\ (x-2)^2+(y-1)^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{1-4x}{3} \\ 25x^2-20x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{1-4x}{3} \\ x=1 \\ x=-\frac{1}{5}(\text{loại}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ $\Rightarrow B(1;-1)$	
Câu 8		1đ
	ĐK: $y > 1$ (1) $\Leftrightarrow \sqrt{9y^2+4}+3y=\sqrt{36x^2+4}+6x \Leftrightarrow \sqrt{(3y)^2+4}+3y=\sqrt{(6x)^2+4}+6x$ Xét hàm số: $f(t)=\sqrt{t^2+4}+t \Rightarrow f'(t)=\frac{t}{\sqrt{t^2+4}}+1 > 0 \forall t \text{ nên hàm số đồng biến}$ Từ đó suy ra: $3y=6x \Leftrightarrow y=2x$ (3)	0,25
	(2) $\Leftrightarrow x^2+2x\sqrt[3]{x}+(\sqrt[3]{x})^2+y^2(y-1)=2y\sqrt{y-1}(x+\sqrt[3]{x})$ $\Leftrightarrow (x+\sqrt[3]{x})^2+y^2(y-1)-2y\sqrt{y-1}(x+\sqrt[3]{x})=0$ $\Leftrightarrow (x+\sqrt[3]{x}-y\sqrt{y-1})^2=0 \Leftrightarrow x+\sqrt[3]{x}=y\sqrt{y-1}$ $\Leftrightarrow x+\sqrt[3]{x}=(y-1)\sqrt{y-1}+\sqrt{y-1} \Leftrightarrow (\sqrt[3]{x})^3+\sqrt[3]{x}=(\sqrt{y-1})^3+\sqrt{y-1}$ Xét hàm số: $g(t)=t^3+t \Rightarrow g'(t)=3t^2+1 \text{ nên hàm số đồng biến}$ Từ đó suy ra: $\sqrt[3]{x}=\sqrt{y-1} \Leftrightarrow x^2=(y-1)^3$ (4)	0,25
	Từ (3) và (4) ta có hệ: $\begin{cases} y=2x \\ x^2=(y-1)^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x \\ 8x^3-13x^2+6x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x \\ (x-1)(8x^2-5x+1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=1 \end{cases}$	0,25
	Vậy hệ phương trình có nghiệm là: $(x; y)=(1; 2)$	0,25
Câu 9	Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn: $x^3+y^3+z^3-3xyz=1$. Tìm giá nhỏ nhất của biểu thức: $P=x^2+y^2+z^2$	1đ
	Ta có: $1=x^3+y^3+z^3-3xyz$ $=(x^3+x^2y+x^2z)+(y^3+y^2x+y^2z)+(z^3+z^2y+z^2x)$ $-(x^2y+y^2x+xyz)-(x^2z+z^2x+xyz)-(y^2z+z^2y+xyz)$ $=x^2(x+y+z)+y^2(x+y+z)+z^2(x+y+z)$ $-xy(x+y+z)-xz(x+y+z)-yz(x+y+z)$ $=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$ $\Rightarrow 1=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx) \quad (*)$ $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx=\frac{1}{2}(x-y)^2+\frac{1}{2}(y-z)^2+\frac{1}{2}(z-x)^2 \geq 0$ Từ (*) $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx > 0 \Rightarrow x+y+z > 0$ Đặt $t=x+y+z, t > 0$ Từ (*) ta có: $P=x^2+y^2+z^2=\frac{1}{x+y+z}+xy+yz+zx=\frac{1}{t}+\frac{(x+y+z)^2-(x^2+y^2+z^2)}{2}$ $\Rightarrow P=\frac{1}{t}+\frac{t^2-P}{2} \Leftrightarrow 2P=\frac{2}{t}+t^2-P \Leftrightarrow P=\frac{2}{3t}+\frac{t^2}{3}$	0.5

Xét hàm số: $f(t) = \frac{2}{3t} + \frac{t^2}{3} \Rightarrow f'(t) = \frac{2t}{3} - \frac{2}{3t^2} = \frac{2}{3t^2}(t^3 - 1)$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

BBT	t	0	1	$+\infty$
	$f'(t)$	-	0	+
	$f(t)$			

Từ bảng biến thiên ta thấy $P = f(t) \geq 1$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 1, đẳng thức xảy ra nếu một trong ba số x,y,z bằng 1 và hai số còn lại bằng 0

0,5