

Câu 1: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 + 3x + 1$ B. $y = \tan x$ C. $y = x^2 + 2$ D. $y = 2x^4 + x^2$

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{x+d}$. Biết đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$ và đi qua điểm $A(2; 5)$ thì ta được hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \frac{x+2}{x-1}$ B. $y = \frac{x+1}{x-1}$ C. $y = \frac{-3x+2}{1-x}$ D. $y = \frac{2x+1}{x-1}$

Câu 3: Tìm giá trị của m để hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ có giá trị nhỏ nhất trên $[-1; 1]$ bằng 0?

- A. $m = 0$ B. $m = 6$ C. $m = 4$ D. $m = 2$

Câu 4: Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(0; +\infty)$ B. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ C. $(-\infty; 0)$ D. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Câu 5: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ có các đường tiệm cận là:

- A. $y = -2$ và $x = -2$ B. $y = 2$ và $x = -2$ C. $y = -2$ và $x = 2$ D. $y = 2$ và $x = 2$

Câu 6: Tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$:

- A. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ B. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$
C. $D = [-1; 3]$ D. $D = (-1; 3)$

Câu 7: Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x - 2$ là:

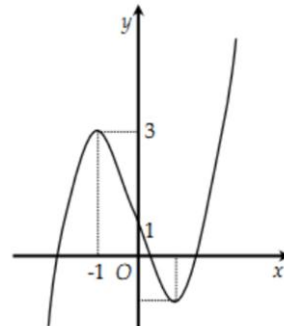
- A. 0 B. 4 C. -1 D. 1

Câu 8: Một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc α . Thể tích của hình chóp đó là:

- A. $\frac{a^2 \tan \alpha}{12}$ B. $\frac{a^3 \cot \alpha}{12}$ C. $\frac{a^3 \tan \alpha}{12}$ D. $\frac{a^2 \cot \alpha}{12}$

Câu 9: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 - 3x + 1$
B. $y = -x^3 + 3x - 1$
C. $y = x^3 + 3x + 1$
D. $y = x^3 - 3x + 1$



Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx}{1-x}$. Giá trị m để khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số trên bằng 10 là:

- A. $m = 2$ B. $m = 1$ C. $m = 3$ D. $m = 4$

Câu 11: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên $[2; 4]$.

- A. $\min_{[2;4]} y = -2$ B. $\min_{[2;4]} y = 6$ C. $\min_{[2;4]} y = -3$ D. $\min_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$

Câu 12: Đồ thị hàm số nào sau đây không có đường tiệm cận:

- A. $y = \frac{x}{2x^2 - 1}$ B. $y = -x$ C. $y = \frac{x - 2}{3x + 2}$ D. $y = x + 2 - \frac{1}{x + 3}$

Câu 13: Một khối chóp có đáy là đa giác n cạnh. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- A. Số mặt và số đỉnh bằng nhau B. Số đỉnh của khối chóp bằng $2n + 1$
C. Số cạnh của khối chóp bằng $n + 1$ D. Số mặt của khối chóp bằng $2n$

Câu 14: Một hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng b và cạnh bên tạo với đáy một góc α . Thể tích của khối chóp đó là:

- A. $\frac{3}{4}b^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha$ B. $\frac{3}{4}b^3 \cos \alpha \sin^2 \alpha$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}b^3 \cos \alpha \sin \alpha$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4}b^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha$

Câu 15: Tổng diện tích tất cả các mặt của hình lập phương bằng 96. Thể tích khối lập phương đó là:

- A. 91 B. 48 C. 84 D. 64

Câu 16: Các điểm cực tiểu của hàm số $y = x^4 + 3x^2 + 2$ là:

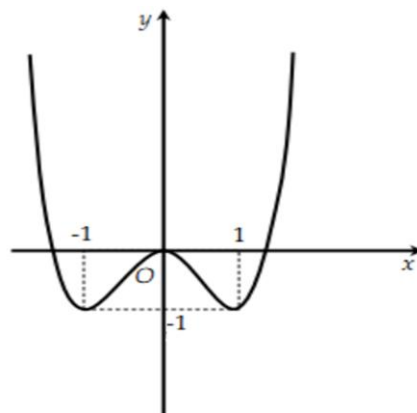
- A. $x = -1$ B. $x = 0$ C. $x = 5$ D. $x = 1, x = 2$

Câu 17: Cho (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$. Tìm các điểm trên (C) sao cho tổng khoảng cách từ điểm đó đến 2 tiệm cận là nhỏ nhất:

- A. $(1; 1)$ B. $(2 + \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3})$ và $(2 - \sqrt{3}; 1 - \sqrt{3})$
C. $(1 - \sqrt{3}; 1 - \sqrt{3})$ D. $(1 + \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3})$

Câu 18: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Đồ thị bên là đồ thị của hàm số nào sau đây:

- A. $y = -x^4 + 2x^2$
B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$
C. $y = x^4 - 2x^2$
D. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$



Câu 19: Một hình chóp tứ giác đều có mấy mặt đối xứng:

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 4

Câu 20: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x + \sqrt{5 - x^2}$ bằng:

- A. 5 B. $-2\sqrt{5}$ C. 6 D. $-2\sqrt{6}$

Câu 21: Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b :

- A. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$ B. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$

$$C. \log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$$

$$D. \log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$$

Câu 22: Hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (H); M là điểm bất kì thuộc (H). Khi đó tích khoảng cách từ M tới hai tiệm cận của (H) bằng:

A. 2

B. 5

C. 3

D. 4

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

X	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'			0	
Y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$

D. Hàm số có đúng một cực trị

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{3}{4}$

A. Hàm số đồng biến trên $(-2; +\infty)$

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$

C. Hàm số nghịch biến trên $(-2; 3)$

D. Hàm số đồng biến trên $(-2; 3)$

Câu 25: Một tấm bìa hình vuông, người ta cắt bỏ ở mỗi góc của tấm bìa một hình vuông có cạnh bằng 12 cm rồi gấp lại thành một hình hộp chữ nhật không nắp. Nếu dung tích của hộp bằng 4800 cm^3 thì cạnh của tấm bìa có độ dài là:

A. 38cm

B. 36cm

C. 44cm

D. 42cm

Câu 26: Hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1}$ nghịch biến trên

A. $\mathbb{R}$

B. $(-\infty; -2)$

C. $(-2; -1)$ và $(-1; 0)$

D. $(-1; +\infty)$

Câu 27: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{4}{x^2 + 2}$ là:

A. -5

B. 2

C. 3

D. 10

Câu 28: Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích khối chóp bằng:

A. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{a^3}{3}$

Câu 29: Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất:

A. Năm mặt

B. Hai mặt

C. Ba mặt

D. Bốn mặt

Câu 30: Tìm điểm M thuộc đồ thị (C): $y = x^3 - 3x^2 - 2$ biết hệ số góc của tiếp tuyến tại M bằng 9.

A. M(1;6), M(3;2)

B. M(1;-6), M(-3;-2)

C. M(-1;-6), M(-3;-2)

D. M(-1;-6), M(3;-2)

Câu 31: Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là:

A. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$

Câu 32: Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ bằng 0 cắt hai trục tọa độ lần lượt tại A và B. Diện tích tam giác OAB bằng:

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{1}{4}$ D. 3

Câu 33: Cho hàm số $y = -\frac{4}{3}x^3 - 2x^2 - x - 3$. Khẳng định nào sau đây sai:

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$
B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$
C. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$
D. Hàm số đã cho chỉ nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình vuông; mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; $BC = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SCD).

- A. $h = \frac{3a}{\sqrt{7}}$ B. $h = \frac{a\sqrt{2}}{3}$ C. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ D. $h = \frac{a\sqrt{21}}{7}$

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} - \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{3-x}$ bằng:

- A. $\frac{9}{10}$ B. $2\sqrt{2} - 1$ C. $\frac{8}{10}$ D. $2\sqrt{2} - 2$

Câu 36: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m-1)x^2 + m^2x + 5$ có 2 điểm cực trị.

- A. $2 \leq m \leq 3$ B. $m < \frac{1}{2}$ C. $m > \frac{1}{3}$ D. $m = 1$

Câu 37: Hãy chọn cụm từ (hoặc từ) cho dưới đây để sau khi điền nó vào chỗ trống mệnh đề sau trở thành mệnh đề đúng: "Số cạnh của một hình đa diện luôn.....số đỉnh của hình đa diện ấy"

- A. nhỏ hơn B. nhỏ hơn hoặc bằng
C. lớn hơn D. bằng

Câu 38: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

- A. $m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$ D. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$

Câu 39: Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0

- A. $y_0 = 2$ B. $y_0 = 4$ C. $y_0 = 0$ D. $y_0 = -1$

Câu 40: Giải phương trình $\log_4(x-1) = 3$

- A. $x = 63$ B. $x = 65$ C. $x = 82$ D. $x = 80$

Câu 41: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. $y = \frac{x+5}{-x-1}$ B. $y = \frac{x-1}{x+1}$ C. $y = \frac{2x+1}{x-3}$ D. $y = \frac{x-2}{2x-1}$

Câu 42: Cho hình chóp S.ABC có cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy; $BC = 9m$, $AB = 10m$, $AC = 17m$. Biết thể tích khối chóp S.ABC bằng $72m^3$. Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SBC)

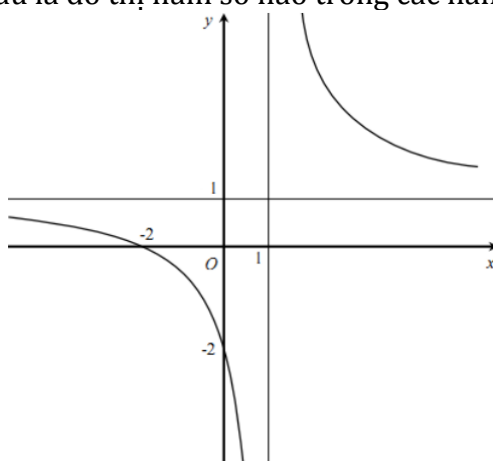
A. $h = \frac{42}{5}m$

B. $h = \frac{18}{5}m$

C. $h = \sqrt{34}m$

D. $h = \frac{24}{5}m$

Câu 43: Dạng đồ thị như hình vẽ sau là đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y = \frac{x+2}{x-1}$

B. $y = \frac{x-2}{x-1}$

C. $y = \frac{2-x}{x-1}$

D. $y = \frac{2-x}{1-x}$

Câu 44: Nếu $\log_{12} 18 = a$ thì $\log_2 3$ bằng:

A. $\frac{1-a}{a-2}$

B. $\frac{2a-1}{a-2}$

C. $\frac{a-1}{2a-2}$

D. $\frac{1-2a}{a-2}$

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$

Câu 46: Hãy chọn cụm từ (hoặc từ) cho dưới đây để sau khi điền nó vào chỗ trống mệnh đề sau trở thành mệnh đề đúng: “Số cạnh của một hình đa diện luôn.....số mặt của hình đa diện ấy”

A. nhỏ hơn

B. nhỏ hơn hoặc bằng

C. bằng

D. lớn hơn

Câu 47: Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$

B. $\log_{a^2}(ab) = 2 + \log_a b$

C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$

D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$

Câu 48: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang.

A. $m < 0$

B. $m = 0$

C. $m > 0$

D. Không có giá trị thực nào của m thỏa yêu cầu đề bài

Câu 49: Một khối lăng trụ tam giác có cạnh đáy lần lượt là 13cm, 14cm, 15cm; độ dài cạnh bên bằng 8 và tạo với đáy một góc 30° . Khi đó thể tích khối lăng trụ đó là:

A. $340cm^3$

B. $274\sqrt{3}cm^3$

C. $124\sqrt{3}cm^3$

D. $336cm^3$

Câu 50: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Hình tạo bởi hai tứ diện đều ghép với nhau là một đa diện lồi.

B. Tứ diện là đa diện lồi.

C. Hình lập phương là đa diện lồi

D. Hình hộp là đa diện lồi.

ĐÁP ÁN

1A	2D	3C	4A	5B	6A	7A	8C	9D	10D
11B	12B	13A	14D	15D	16B	17B	18C	19D	20A
21C	22C	23C	24C	25C	26C	27B	28A	29C	30D
31D	32A	33D	34A	35D	36B	37C	38B	39A	40B
41C	42D	43A	44D	45B	46D	47A	48C	49D	50A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

- Phương pháp: Điều kiện để hàm số $f(x)$ đồng biến (nghịch biến) trên $\mathbb{R}$:

+ $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$

+ $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ (≤ 0) $\mathbb{R}$ và số giá trị x để $f'(x) = 0$ là hữu hạn.

- Cách giải:

Hàm số $y = \tan x$ không liên tục trên $\mathbb{R}$ (gián đoạn tại các giá trị nên không đồng biến trên $\mathbb{R}$ (chỉ đồng biến trên từng khoảng xác định) $\Rightarrow$ Loại B.

Các hàm số đa thức bậc chẵn không đồng biến trên $\mathbb{R}$ vì có đạo hàm $f'(x)$ là đa thức bậc lẻ nên điều kiện $f'(x) \geq 0$ $\mathbb{R}$ không xảy ra $\Rightarrow$ Loại C, D

Hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $y' = 3x^2 + 3 > 0$ $\mathbb{R}$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- Đáp án: Chọn A

Câu 2:

- Phương pháp:

Đồ thị hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ có các tiệm cận đứng là $x = x_1, x = x_2, \dots, x = x_n$ với $x_1, x_2, \dots, x_n$ là các nghiệm của $g(x)$ mà không là nghiệm của $f(x)$.

- Cách giải:

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng Đa thức $x + d$ nhận $x = 1$ là nghiệm $\Rightarrow 1 + d = 0$ $\Rightarrow d = -1$.

Đồ thị hàm số đi qua $A(2;5) \Rightarrow 5 = \frac{a \cdot 2 + 1}{2 - 1} \Rightarrow a = 2$.

- Đáp án: Chọn D

Câu 3:

- Phương pháp:

Tìm giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số trên 1 đoạn $[a; b]$

+ Tính y' , tìm các nghiệm $x_1, x_2, \dots$ thuộc $[a; b]$ của phương trình

+ Tính $y(a), y(b), y(x_1), y(x_2), \dots$

+ So sánh các giá trị vừa tính, giá trị lớn nhất trong các giá trị đó chính là GTLN của hàm số trên $[a; b]$, giá trị nhỏ nhất trong các giá trị đó chính là GTNN của hàm số trên $[a; b]$.

- Cách giải:

Với $x \in [-1; 1]$ có $y' = -3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (tm) hoặc $x = -2$ (loại)

Có $y(-1) = -2 + m$; $y(0) = m$; $y(1) = -4 + m$

$\Rightarrow$ Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ là $y(0) = -4 + m$

Ta có: $-4 + m = 0 \Leftrightarrow m = 4$

- Đáp án: Chọn C

Câu 4:

- Phương pháp:

Cách tìm khoảng đồng biến của $f(x)$:

+ Tính y' . Giải phương trình $y' = 0$.

+ Giải bất phương trình $y' > 0$ hoặc $y' < 0$.

+ Suy ra khoảng đồng biến của hàm số (là khoảng mà tại đó $y' > 0$ hoặc $y' < 0$) và có hữu hạn giá trị x để $y' = 0$)

- Cách giải: Ta có: $y' = 8x^3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$; $y' > 0 \Leftrightarrow x > 0$; $y' < 0 \Leftrightarrow x < 0$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$

- Đáp án: Chọn A

Câu 5:

- Phương pháp:

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a, c \neq 0$; $ad \neq bc$ có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$ và tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$

- Cách giải: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ có tiệm cận đứng $x = -2$, tiệm cận ngang $y = 2$

- Đáp án: Chọn B

Câu 6:

- Phương pháp: $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

Hàm số $y = \log_a(f(x))$ xác định $\Leftrightarrow f(x) > 0$; $0 < a \neq 1$

- Cách giải: Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) > 0 \Leftrightarrow x > 3$ hoặc $x < -1$
 $\Rightarrow D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

- Đáp án: Chọn A

Câu 7:

- Phương pháp:

Nếu hàm số y có $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.

- Cách giải: Ta có: $y' = 3x^2 - 3$; $y'' = 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

$y''(-1) = -6 < 0 \Rightarrow x = -1$ là điểm cực đại

$y''(1) = 6 > 0 \Rightarrow x = 1$ là điểm cực tiểu

Giá trị cực đại $y(-1) = 0$

- Đáp án: Chọn A

Câu 8:

- Phương pháp:

Hình chóp tam giác đều có đáy là tam giác đều và hình chiếu của đỉnh trên mặt phẳng đáy là tâm của đáy.

- Cách giải:

Giả sử hình chóp tam giác đều ABCD có đáy BCD là tam giác đều cạnh a . Góc giữa AB với đáy là α . Gọi O là tâm đáy, H là trung điểm CD.

Ta có: $\angle ABO = \alpha$

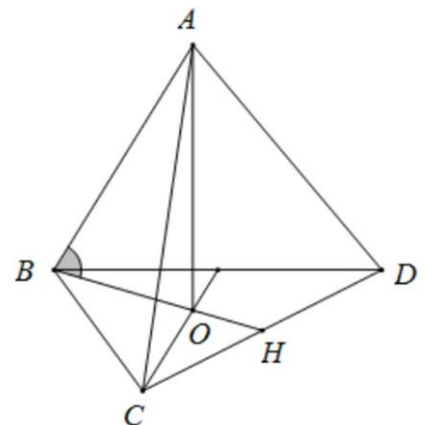
$$BH = BC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} CD \cdot BH = \frac{a^2\sqrt{3}}{42}$$

$$BO = \frac{2}{3} BH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$AO = BO \cdot \tan \alpha = \frac{a\sqrt{3} \cdot \tan \alpha}{3}$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} AO \cdot S_{BCD} = \frac{a^3 \tan \alpha}{12}$$



- Đáp án: Chọn C

Câu 9:

- Phương pháp:

+ Nếu hàm số bậc 3 có giới hạn tại $+\infty$ là $+\infty$ thì hệ số của x^3 là dương. Nếu hàm số bậc 3 có giới hạn tại $+\infty$ là $-\infty$ thì hệ số của x^3 là âm.

+ Nếu hàm số bậc 3 có 2 cực trị thì y' có 2 nghiệm phân biệt.

- Cách giải: Cả 4 đáp án là các hàm số bậc 3.

Khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow +\infty \Rightarrow$ Hệ số của x^3 là dương $\Rightarrow$ Loại A, B

Đồ thị có dạng chữ N $\Rightarrow$ Hàm số đã cho có hai cực trị $\Rightarrow y'$ có 2 nghiệm

Hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ có $y' = 3x^2 + 3 > 0 \forall x$

Hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có $y' = 3x^2 - 3$ có 2 nghiệm

- Đáp án: Chọn D

Câu 10:

- Phương pháp:

Với các hàm số đa thức, hàm phân thức, số điểm cực trị chính là số nghiệm của y' .

Các điểm cực trị (nếu có) của đồ thị hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ sẽ nằm trên đồ thị hàm số $y = \frac{f'(x)}{g'(x)}$

- Cách giải: Ta có:

$$y' = \frac{(2x+m)(1-x) + x^2 + mx}{(1-x)^2} = \frac{-x^2 + 2x + m}{(1-x)^2}; \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - 2x - m = 0 (*) \end{cases}$$

Hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 + m > 0 \\ 1^2 - 2 \cdot 1 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -1$$

Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$y = \frac{(x^2 + mx)'}{(1-x)'} = \frac{2x+m}{-1} = -2x - m$$

Giả sử 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A = (x_1; -2x_1 - m)$, $B = (x_2; -2x_2 - m)$ với $x_1; x_2$ là nghiệm của (*). Theo Viét ta có $x_1 + x_2 = 2$; $x_1 \cdot x_2 = -m$.

$$\text{Suy ra: } AB = 10 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 + (2x_1 - 2x_2)^2 = 100 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 20$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 = 20 \Leftrightarrow 2^2 - 4(-m) = 20 \Leftrightarrow m = 4 \text{ (thỏa mãn)}$$

- Đáp án: Chọn D

Câu 11:

- Phương pháp:

Tìm giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số trên 1 đoạn $[a; b]$

+ Tính y' , tìm các nghiệm $x_1, x_2, \dots$ thuộc $[a; b]$ của phương trình $y' = 0$

+ Tính $y(a), y(b), y(x_1), y(x_2), \dots$

+ So sánh các giá trị vừa tính, giá trị lớn nhất trong các giá trị đó chính là GTLN của hàm số trên $[a; b]$, giá trị nhỏ nhất trong các giá trị đó chính là GTNN của hàm số trên $[a; b]$.

- Cách giải:

$$y' = \frac{2x(x-1) - (x^2+3)}{(x-1)^2} \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$y(2) = 7; y(3) = 6; y(4) = \frac{19}{3} \Rightarrow \min_{[2;4]} y = 6$$

- Đáp án: Chọn B

Câu 12:

- Phương pháp:

Hàm đa thức không có tiệm cận, hàm phân thức luôn có ít nhất một tiệm cận

- Cách giải:

Các hàm số ở ý A, C, D là các hàm phân thức, luôn có ít nhất một tiệm cận. Hàm $y = -x$ là hàm đa thức, không có tiệm cận

- Đáp án: Chọn B

Câu 13:

- Cách giải:

Khối chóp có đáy là đa giác n cạnh thì có $n + 1$ đỉnh (gồm đỉnh S và n đỉnh của đa giác đáy), $n + 1$ mặt (1 mặt đáy và n mặt bên) và $2n$ cạnh (n cạnh bên và n cạnh đáy). Do đó chỉ có ý A đúng.

- Đáp án: Chọn A

Câu 14:

- Phương pháp:

Hình chóp tam giác đều có đáy là tam giác đều và hình chiếu của đỉnh trên mặt phẳng đáy là tâm của đáy.

- Cách giải:

Giả sử hình chóp tam giác đều ABCD có cạnh bên bằng b , đáy là tam giác BCD đều và góc giữa AB và đáy là α .

Gọi O là tâm đáy, H là trung điểm CD.

$$AO = AB \cdot \sin \alpha = b \sin \alpha; \quad BO = AB \cdot \cos \alpha = b \cos \alpha$$

$$BH = \frac{3}{2} BO = \frac{3}{2} b \cos \alpha$$

$$BC = \frac{BH}{\sin 60^\circ} = b \cos \alpha \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} CD \cdot BH = \frac{1}{2} BC \cdot BH = \frac{3\sqrt{3}}{4} b^2 \cos^2 \alpha$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} AO \cdot S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} b^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha$$

- Đáp án: Chọn D

Câu 15:

- Phương pháp:

Hình lập phương cạnh a có diện tích toàn phần là $6a^2$ và thể tích là a^3

- Cách giải:

Gọi a là cạnh hình lập phương thì tổng diện tích các mặt của hình lập phương đó là $6a^2 = 96 \Rightarrow a = 4$.

Thể tích hình lập phương đó là $4^3 = 64$

- Đáp án: Chọn D

Câu 16:

- Phương pháp:

Nếu hàm số y có $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

- Cách giải:

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 + 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$y'' = 12x + 6; y''(0) = 6 > 0 \Rightarrow x = 0 \text{ là điểm cực tiểu của hàm số}$$

- Đáp án: Chọn B

Câu 17:

- Phương pháp:

+ Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a, c \neq 0, ad \neq bc$ có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$ và tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$

+ Khoảng cách từ $M(m;n)$ đến đường thẳng $x = a$ là $|m-a|$ và đến đường thẳng $y = b$ là $|n-b|$

+ Bất đẳng thức Côsi cho hai số không âm a, b : $a+b \geq 2\sqrt{ab}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a = b$.

- Cách giải:

Gọi $M\left(m; \frac{m+1}{m-2}\right) \in (C) (m \neq 2)$. Tổng khoảng cách từ M đến 2 đường tiệm cận $x = 2$ và $y = 1$ là:

$$S = |m-2| + \left| \frac{m+1}{m-2} - 1 \right| = |m-2| + \frac{3}{|m-2|} \geq 2\sqrt{|m-2| \cdot \frac{3}{|m-2|}} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow |m-2| = \frac{3}{|m-2|} \Leftrightarrow |m-2| = \sqrt{3} \Leftrightarrow m = 2 \pm \sqrt{3}$$

Vậy có 2 điểm thỏa mãn bài toán là $M_1(2+\sqrt{3}; 1+\sqrt{3}), M_2(2-\sqrt{3}; 1-\sqrt{3})$

- Đáp án: Chọn B

Câu 18:

- Phương pháp:

Hàm số bậc 4 có giới hạn tại $+\infty$ là $+\infty$ thì có hệ số của x^4 dương.

- Cách giải: Các đáp án là các hàm số bậc 4.

Khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow +\infty$ nên hệ số của x^4 dương $\Rightarrow$ Loại A, D

Đồ thị hàm số đi qua $(0; 0) \Rightarrow$ Loại B

- Đáp án: Chọn C

Câu 19:

- Phương pháp:

Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, hình chiếu của đỉnh S trên đáy trùng với tâm đáy. Hình chóp $S.ABCD$ có các mặt đối xứng là $(SAC), (SBD), (SGI), (SHJ)$ với G, H, I, J lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA

- Đáp án: Chọn D

Câu 20:

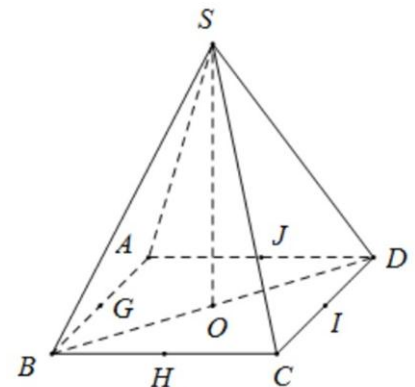
- Phương pháp: Tìm giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số:

+ Tìm tập xác định của hàm số (thường là 1 đoạn)

+ Tìm giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số trên đoạn đó.

- Cách giải: Tập xác định: $D = [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$. Với $x \in D$, ta có:

$$y' = 2 + \frac{-2x}{2\sqrt{5-x^2}} = 2 - \frac{x}{\sqrt{5-x^2}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{5-x^2} \\ \sqrt{5-x^2} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = 4(5-x^2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \text{ (thỏa mãn)}$$



$$y'(-\sqrt{5}) = -2\sqrt{5}; y(2) = 5; y(\sqrt{5}) = 2\sqrt{5} \Rightarrow \max_{x \in D} y = y(2) = 5$$

- Đáp án: Chọn A

Câu 21:

- Phương pháp:

+ Chọn cơ số thích hợp nhất (thường là số xuất hiện nhiều lần)

+ Tính các logarit cơ số đó theo a và b

+ Sử dụng các công thức $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$; $\log_c (a^m \cdot b^n) = m \log_c a + n \log_c b$ biểu diễn logarit cần tính theo logarit cơ số đó.

- Cách giải: Ta có: $a = \log_2 3 \Rightarrow \log_3 2 = \frac{1}{a}$; $b = \log_5 3 \Rightarrow \log_3 5 = \frac{1}{b}$

$$\log_6 45 = \frac{\log_3 45}{\log_3 6} = \frac{\log_3 (3^2 \cdot 5)}{\log_3 (2 \cdot 3)} = \frac{2 + \log_3 5}{\log_3 2 + 1} = \frac{2 + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} + 1} = \frac{2ab + a}{ab + b}$$

- Đáp án: Chọn C

Câu 22:

- Phương pháp:

Tính chất: Tích khoảng cách của 1 điểm bất kì thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, c \neq 0, ad \neq bc$) tới 2

đường tiệm cận của đồ thị hàm số đó bằng $\frac{|bc-ad|}{c^2}$

- Cách giải: $a = 2, b = -1, c = 1, d = 1 \Rightarrow$ Tích khoảng cách cần tìm là $\frac{|-1 \cdot 1 - 2 \cdot 1|}{1^2} = 3$.

- Đáp án: Chọn C

Câu 23:

- Phương pháp:

Định nghĩa điểm cực trị: Hàm số $f(x)$ liên tục trên $(a; b)$, nếu tồn tại $h > 0$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ (hay $f(x) > f(x_0)$) với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h) \setminus \{x_0\}$ thì x_0 là điểm cực đại (hay điểm cực tiểu) của hàm số $f(x)$. Khi đó $f(x_0)$ là giá trị cực đại (hay giá trị cực tiểu) của hàm số.

Định nghĩa GTLN (GTNN) của hàm số: Hàm số $f(x)$ có tập xác định là D , nếu tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x) \leq f(x_0)$ (hay $f(x) \geq f(x_0)$) $\forall x \in D$ thì $f(x_0)$ là GTLN (hay GTNN) của hàm số.

Chú ý: Tại điểm cực trị của hàm số, đạo hàm có thể bằng 0, hoặc không xác định.

Có thể hiểu: Cực trị là xét trên một lân cận của x_0 (một khoảng $(x_0 - h; x_0 + h)$), còn GTLN, GTNN là xét trên toàn bộ tập xác định.

- Cách giải:

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $\forall x \in (-1; 1)$, ta có $f(x) < f(0) \Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$

$\forall x \in (0; 2)$, ta có $f(x) > f(1) \Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Vì giới hạn tại vô cực của hàm số là $\pm\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.

- Đáp án: Chọn C

Câu 24:

- Phương pháp: Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số bậc 3

+ Tính y' , giải phương trình $y' = 0$.

+ Giải các bất phương trình $y' > 0$ và $y' < 0$.

+ Kết luận hàm số đồng biến trên (các) khoảng mà $y' > 0$, nghịch biến trên (các) khoảng mà $y' < 0$.

- Cách giải: Ta có:

$$f'(x) = x^2 - x - 6; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ hoặc } x = 3$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > 3 \text{ hoặc } x < -2; f'(x) < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 3$$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(3; +\infty)$, nghịch biến trên $(-2; 3)$.

- Đáp án: Chọn C

Câu 25:

- Phương pháp: Thể tích của hình hộp chữ nhật bằng diện tích đáy nhân chiều cao

- Cách giải:

Vì tấm bìa hình vuông được cắt ở mỗi góc 1 hình vuông nhỏ cạnh 12cm nên hình hộp thu được có đáy là hình vuông, chiều cao 12cm và thể tích 4800 cm^3 .

Suy ra diện tích đáy của hình hộp là: $4800 : 12 = 400 (\text{cm}^2) \Rightarrow$ Cạnh đáy của hình hộp là 20cm

Cạnh của tấm bìa hình vuông là $2 \cdot 12 + 20 = 44 (\text{cm})$

- Đáp án: Chọn C

Câu 26:

- Phương pháp: Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số phân thức

+ Tìm tập xác định D.

+ Tính y' giải phương trình $y' = 0$

+ Giải các bất phương trình $y' > 0$ và $y' < 0$.

+ Kết luận hàm số đồng biến trên (các) khoảng **liên tục** mà $y' > 0$, nghịch biến trên (các) khoảng **liên tục** mà $y' < 0$

- Cách giải: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$y' = \frac{(2x+2)(x+1) - (x^2+2x+2)}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -2 \end{cases}; y' < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(-1; 0)$.

- Đáp án: Chọn C

Câu 27:

- Phương pháp:

Sử dụng bất đẳng thức chứng minh $f(x) < f(x_0) \forall x \in D$ để suy ra $f(x_0)$ là GTLN của hàm số.

- Cách giải:

Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$. $\forall x \in \mathbb{R}$,

$$x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 2 \geq 2 > 0 \Rightarrow \frac{4}{x^2 + 2} \leq \frac{4}{2} = 2.$$

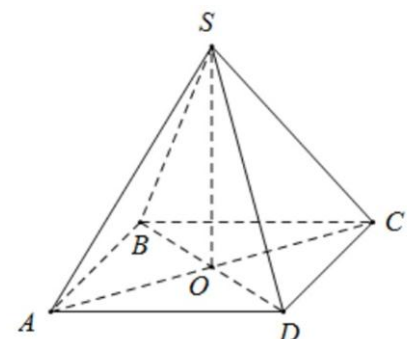
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 0$. GTLN của hàm số là 2

- Đáp án: Chọn B

Câu 28:

- Phương pháp:

Khối chóp tứ giác đều là khối chóp có đáy là hình vuông và hình chiếu của đỉnh xuống đáy trùng với tâm của đáy.



- Cách giải:

Giả sử khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a , O là tâm đáy $ABCD$, $SO \perp (ABCD)$.

$$\triangle AOB \text{ vuông cân tại } O \text{ nên: } OA = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}; \quad SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$$

- Đáp án: Chọn A

Câu 29:

- Mỗi đỉnh của đa diện là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt (ví dụ các đỉnh của hình tứ diện). Không tồn tại đỉnh nào đó của đa diện nào đó là đỉnh chung của ít hơn 3 mặt.

- Đáp án: Chọn C

Câu 30:

- Phương pháp:

Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(m; n)$ thuộc đồ thị hàm số đó $f'(m)$.

Cách tìm điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ sao cho hệ số góc của tiếp tuyến tại M bằng k :

+ Tính $f'(x)$.

+ Giải phương trình $f'(x) = k$ suy ra hoành độ các điểm M

+ Từ đó suy ra tọa độ các điểm M thỏa mãn.

- Cách giải: Ta có:

$$y' = 3x^2 - 6x; \quad y' = 9 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 3 \Rightarrow M(-1; -6) \text{ hoặc } M(3; -2)$$

- Đáp án: Chọn D

Câu 31:

- Phương pháp: Diện tích tam giác đều cạnh a là $\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

- Cách giải:

Hình lăng trụ đã cho có đáy là tam giác đều cạnh a nên có diện tích đáy $B = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, chiều cao lăng trụ

bằng $h = a$. Suy ra thể tích lăng trụ $V = B \cdot h = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

- Đáp án: Chọn D

Câu 32:

- Phương pháp:

Cách viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ m :

+ Tính $f'(x)$, $f(m)$, $f'(m)$.

+ Phương trình tiếp tuyến: $y = f'(m) \cdot (x - m) + f(m)$

- Cách giải:

$$\text{Ta có: } y' = \frac{1}{(x+1)^2}; \quad y'(0) = 1; \quad y(0) = 1$$

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ bằng 0 là:

$$y = 1(x - 0) + 1 \Leftrightarrow y = x + 1 \quad (d)$$

Ta có (d) cắt trục tọa độ tại $A(0; 1)$ và $B(-1; 0)$

Diện tích tam giác OAB là $S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$

- Đáp án: Chọn A

Câu 33:

- Phương pháp:

Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số bậc 3

+ Tính y' , giải phương trình $y' = 0$

+ Giải các bất phương trình $y' > 0$ và $y' < 0$

+ Kết luận hàm số đồng biến trên (các) khoảng mà $y' \geq 0$, nghịch biến trên (các) khoảng mà $y' \leq 0$

- Cách giải:

Ta có: $y' = -4x^2 - 4x - 1 = -(2x + 1)^2 \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

Dễ thấy chỉ có 1 giá trị $x = -\frac{1}{2}$ để $y' = 0$. Do đó hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Khẳng định “Hàm số chỉ nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là sai.

- Đáp án: Chọn D

Câu 34:

- Phương pháp:

Cách tìm khoảng cách d từ 1 điểm đến 1 mặt phẳng:

+ Tìm chân đường vuông góc

+ Biểu diễn d theo khoảng cách từ chân đường vuông góc xuống mặt phẳng đó

+ Tính khoảng cách từ chân đường vuông góc xuống mặt phẳng đó, suy ra d.

- Cách giải:

Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD.

Vì SAB là tam giác đều và $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SM \perp (ABCD)$

Vì $AM \parallel CD \Rightarrow AM \parallel (SCD)$

$$\Rightarrow h = d(A; (SCD)) = d(M; (SCD))$$

Vì $MN \parallel BC$ nên $\Rightarrow MN \perp CD$, vẽ $MH \perp SN$ tại H

Vì $CD \perp MN$, $CD \perp SM$ nên $CD \perp (SMN) \Rightarrow CD \perp MH \Rightarrow MH \perp (SCD)$

$$MN = AB = BC = a\sqrt{3} ; SM = AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2}$$

$$\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SM^2} + \frac{1}{SN^2} \Rightarrow SH = \frac{3a}{\sqrt{7}} \Rightarrow h = \frac{3a}{\sqrt{7}}$$

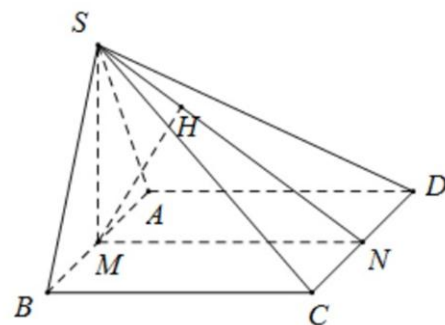
- Đáp án: Chọn A

Câu 35:

- Phương pháp:

Tìm GTLN, GTNN của hàm số dạng $y = \sqrt{f(x)} + \sqrt{a-f(x)} \pm \sqrt{f(x)} \cdot \sqrt{a-f(x)}$

+ Đặt $t = \sqrt{f(x)} + \sqrt{a-f(x)}$



$$+ \text{ Suy ra } \sqrt{f(x)} \cdot \sqrt{a-f(x)} = \frac{t^2 - a}{2}$$

+ Khảo sát hàm $f(t)$, tìm GTLN, GTNN rồi suy ra GTLN, GTNN của hàm số y

- Cách giải:

$$\text{Đặt } t = \sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} \Rightarrow t^2 = 4 + 2\sqrt{1+x} \cdot \sqrt{3-x} \geq 4 \Rightarrow t \geq 2 \text{ (vì } t \geq 0)$$

$$\text{Mặt khác: } 2\sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} \leq (1+x) + (3-x) = 4 \Rightarrow t^2 \leq 8 \Rightarrow t \leq 2\sqrt{2} \Rightarrow t \in [2; 2\sqrt{2}]$$

$$\text{Ta có: } \sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} = \frac{t^2 - 4}{2} \Rightarrow \sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} - \sqrt{1+x} \cdot \sqrt{3-x} = t - \frac{t^2 - 4}{2} = \frac{t^2}{2} + t + 2$$

$$\text{Xét hàm số: } f(t) = -\frac{t^2}{2} + t + 2 \text{ trên } [2; 2\sqrt{2}], \text{ có } f'(t) = -t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \text{ (loại)}$$

$$\text{Có: } f(2) = 2; f(2\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 2 \Rightarrow \min_{[-1;3]} y = \min_{[2;2\sqrt{2}]} f(t) = f(2\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 2$$

- Đáp án: chọn D

Câu 36:

- Phương pháp:

Hàm số bậc 3 có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

- Cách giải:

Hàm số đã cho có 2 cực trị $\Leftrightarrow$ Phương trình $y' = x^2 - 2(m-1)x + m^2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m-1)^2 - m^2 > 0 \Leftrightarrow -2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$$

- Đáp án: chọn B

Câu 37:

Số cạnh của một hình đa diện luôn lớn hơn hoặc bằng 1,5 lần số đỉnh của đa diện ấy

$\Rightarrow$ Số cạnh của một hình đa diện luôn **lớn hơn** số đỉnh của đa diện ấy.

- Đáp án: chọn C

Câu 38:

- Phương pháp:

Hàm số bậc 4 trùng phương có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt. Ba điểm cực trị của đồ thị luôn tạo thành 1 tam giác cân, có đỉnh nằm trên trục Oy.

- Cách giải:

Ta có: $y' = 4x^3 + 4mx = 4x(x^2 + m)$. Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m < 0 \Rightarrow$ Loại A, C.

Đến đây, có thể thử từng giá trị của 2 đáp án còn lại $\Rightarrow m = -1$ thỏa mãn.

Nếu giải chi tiết: Với $m < 0$, đồ thị hàm số có 3 cực trị là: $A(0;1)$, $B(-\sqrt{m}; 1-m)$, $C(\sqrt{m}; 1-m)$ tạo thành 1 tam giác cân có đáy.

$$a = BC = |x_B - x_C| = 2\sqrt{-m} \text{ và trung tuyến (hay chiều cao) kẻ từ A là } b = d(A; BC) = |y_A - y_B| = -m$$

$$\Delta ABC \text{ vuông cân tại A khi và chỉ khi } b = \frac{a}{2} \Leftrightarrow -m = \sqrt{-m} \Leftrightarrow m = -1 \text{ (do } m < 0)$$

- Đáp án: chọn B

Câu 39:

- Phương pháp:

Tìm giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = g(x)$

+ Giải phương trình $f(x) = g(x)$. Nghiệm của phương trình là hoành độ giao điểm.

+ Suy ra tọa độ giao điểm

- Cách giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị:

$$-2x + 2 = x^3 + x + 2 \Leftrightarrow x^3 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 + 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Suy ra tọa độ giao điểm là $(0; 2) \Rightarrow y_0 = 2$

- Đáp án: chọn A

Câu 40:

- Phương pháp:

Tìm điều kiện để $f(x) \geq 0$

$$\text{Phương trình } \log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$$

- Cách giải: Điều kiện $x \geq 1$

$$\log_4(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 4^3 \Leftrightarrow x = 65$$

- Đáp án: Chọn B

Câu 41:

- Phương pháp:

Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ đồng biến (nghịch biến) trên từng khoảng xác định của nó

$$\Leftrightarrow y' > 0 (y' < 0) \forall x \in D$$

- Cách giải:

$$\text{Hàm số } y = \frac{x+5}{-x-1} \text{ có } y' = \frac{4}{(-x-1)^2} > 0, \forall x \in D$$

$$\text{Hàm số } y = \frac{x-1}{x+1} \text{ có } y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$$

$$\text{Hàm số } y = \frac{2x+1}{x-3} \text{ có } y' = -\frac{7}{(x-3)^2} < 0, \forall x \in D \text{ nên nghịch biến trên từng khoảng xác định.}$$

$$\text{Hàm số } y = \frac{x-2}{2x-1} \text{ có } y' = \frac{3}{(2x-1)^2} > 0, \forall x \in D$$

- Đáp án: Chọn C

Câu 42:

- Phương pháp:

Diện tích tam giác có 3 cạnh a, b, c bằng $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ với $p = \frac{a+b+c}{2}$ (công thức Hê-rông)

- Cách giải:

Vẽ $AH \perp BC$ tại H, vẽ $AK \perp SH$ tại K.

$$\text{Có } BC \perp AH, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp AK \Rightarrow AK \perp (SBC)$$

$$\Delta ABC \text{ có nửa chu vi } p = \frac{AB+BC+CA}{2} = 18\text{m}$$

$$\frac{1}{2} AH \cdot BC = S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-CA)} = 36(\text{m}^2) \Rightarrow AH = \frac{2S_{ABC}}{BC} = 8(\text{m})$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} \Rightarrow SA = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = 6(\text{m})$$

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} \Rightarrow h = AK = \frac{24}{5} \text{ (m)}$$

- Đáp án: Chọn D

Câu 43:

- Phương pháp:

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a, c \neq 0, ad \neq bc$ có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$ và tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$

- Cách giải:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 1$ nên hàm số có

$$\text{dạng } y = \frac{x+b}{x-1} \Rightarrow \text{Loại C}$$

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; -2) \Rightarrow$ Chỉ có đáp án A thỏa mãn.

- Đáp án: Chọn A

Câu 44:

- Phương pháp:

Sử dụng các công thức $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$; $\log_c (a^m \cdot b^n) = m \log_c a + n \log_c b$, biểu diễn logarit cần tính

theo logarit cơ sở đơn giản.

- Cách giải: Đặt $\log_2 3 = x$

$$a = \log_{12} 18 = \frac{\log_2 18}{\log_2 12} = \frac{\log_2 (2 \cdot 3^2)}{\log_2 (2^2 \cdot 3)} = \frac{1 + 2 \log_2 3}{2 + \log_2 3} = \frac{1 + 2x}{2 + x} \Rightarrow a(2 + x) = 1 + 2x \Rightarrow x(a - 2) = 1 - 2a$$

$$\Rightarrow \log_2 3 = x = \frac{1 - 2a}{a - 2}$$

- Đáp án: Chọn D

Câu 45:

- Phương pháp:

Đường thẳng $y = a$ là tiệm cận ngang của hàm số $y = f(x)$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$ hoặc

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$$

- Cách giải: Hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang $y = 1$ và $y = -1$.

- Đáp án: Chọn B

Câu 46:

- Phương pháp:

Số cạnh của một hình đa diện **lớn hơn hoặc bằng** 1,5 lần số mặt của hình đa diện đó.

$\Rightarrow$ Số cạnh của một hình đa diện **lớn hơn** số mặt của hình đa diện đó.

- Đáp án: Chọn D

Câu 47:

- Phương pháp:

Sử dụng công thức $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$; $\log_a (mn) = \log_a m + \log_a n$ (các công thức có nghĩa).

- Cách giải:

$$\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{2} \log_a (ab) = \frac{1}{2} (\log_a a + \log_a b) = \frac{1}{2} (1 + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$$

- Đáp án: Chọn A

Câu 48:

- Phương pháp:

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 tiệm cận ngang $\Leftrightarrow$ Tồn tại 2 giới hạn hữu hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$;

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ và $a \neq b$.

- Cách giải:

Với $m < 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (mx^2 + 1) = -\infty \Rightarrow$ Không tồn tại $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$

$m = 0 \Rightarrow y = x + 1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang

$$m > 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \frac{1+\frac{1}{x}}{-\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{-\sqrt{m}}; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}}$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số y có 2 tiệm cận ngang. Vậy $m > 0$

- Đáp án: Chọn C

Câu 49:

- Phương pháp:

Diện tích tam giác có 3 cạnh a, b, c bằng $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ với $p = \frac{a+b+c}{2}$ (công thức Hê-rông)

Lăng trụ có cạnh bên bằng a và hợp với đáy góc α thì có chiều cao là $h = a \cdot \sin \alpha$

- Cách giải:

$$\text{Tam giác đáy của lăng trụ có nửa chu vi } p = \frac{13+14+15}{2} = 21(\text{cm})$$

$$\text{Và diện tích } B = \sqrt{p(p-13)(p-14)(p-15)} = 84(\text{cm}^2)$$

$$\text{Chiều cao lăng trụ là } h = 8 \cdot \sin 30^\circ = 4(\text{cm})$$

$$\text{Thể tích lăng trụ là } V = Bh = 336(\text{cm}^3)$$

- Đáp án: Chọn D

Câu 50:

Các hình tứ diện, lập phương, hình hộp là các đa diện lồi. Hình tạo bởi hai tứ diện đều ghép với nhau có thể là đa diện lồi hoặc không phải là đa diện lồi.

$\Rightarrow$ Mệnh đề “Hình tạo bởi hai tứ diện đều ghép với nhau là đa diện lồi” là mệnh đề sai.

- Đáp án: Chọn A