

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 03 trang)

PHẦN I. TRẢ LỜI NGẮN (15,0 điểm)

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 15. Với mỗi câu hỏi, thí sinh viết kết quả vào giấy thi.

Câu 1. (1,0 điểm) Cho hàm số $y = 3\sin^2 x - 2\cos^2 x + 1$. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $\mathbb{R}$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. (1,0 điểm) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $4\sin^2 x - 3 = 0$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. (1,0 điểm) Một chất điểm chuyển động trên trục Ox có phương trình chuyển động là $x = 2\cos(\pi t) + 1$ (đơn vị: centimet), với $t \geq 0$ (đơn vị: giây). Trong 10 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, chất điểm đi qua gốc tọa độ O bao nhiêu lần?

Câu 4. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy có đơn vị trên mỗi trục là centimet. Một chất điểm xuất phát từ điểm $A(1;0)$ và chuyển động ngược chiều kim đồng hồ trên đường tròn tâm O bán kính bằng 2 với tốc độ 2 vòng/giây. Hỏi trong 6,125 giây chất điểm đó đã chuyển động được quãng đường bao nhiêu centimet?

Câu 5. (1,0 điểm) Một cấp số cộng có số hạng thứ hai bằng 4, số hạng thứ chín bằng 81. Số hạng thứ 2026 của cấp số cộng đó bằng bao nhiêu?

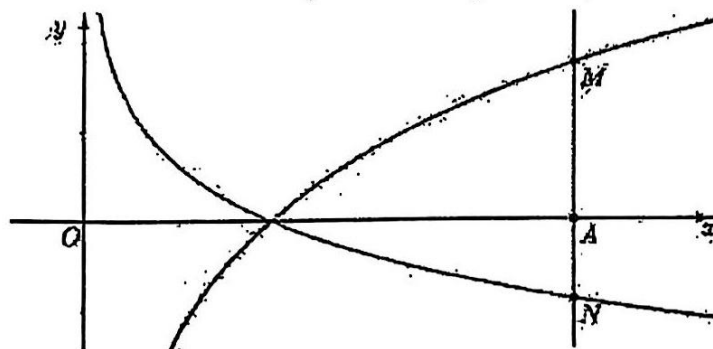
Câu 6. (1,0 điểm) Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{x+2} - 2}$ bằng bao nhiêu?

Câu 7. (1,0 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+a & \text{khi } x < 1 \\ 4x-2b & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Biết rằng hàm số đã cho liên tục tại điểm $x=1$, giá trị của $a+2b$ bằng bao nhiêu?

Câu 8. (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương và khác 1 thỏa mãn $\log_a b = 3; \log_c b = 4$.

Giá trị của biểu thức $P = \log_{ab}(b\sqrt{c})$ bằng bao nhiêu?

Câu 9. (1,0 điểm) Cho số thực dương a thỏa mãn $0 < a < 1$. Biết rằng bất kì đường thẳng $x = m (m > 1)$ nào cắt trục hoành tại điểm A và cắt các đồ thị hàm số $y = \log_3 x$ và $\log_a x$ lần lượt tại hai điểm M và N thì $AM = 2AN$ (hình vẽ bên). Giá trị của a bằng bao nhiêu?



Câu 10. (1,0 điểm) Phương trình $\log_4 (x-1)^2 + \log_2 (x+5) = 4$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

Câu 11. (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy lớn $AB = x$, đáy bé $CD = 6$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và điểm Q thuộc cạnh AD thỏa mãn $AD = 3QD$. Mặt phẳng (MNQ) cắt đường thẳng BC tại điểm P . Biết rằng tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành, giá trị của x bằng bao nhiêu?

Câu 12. (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của cạnh SB và G là trọng tâm tam giác ACD . Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng (SBC) theo phương chiếu AM biến điểm G thành điểm H . Tỉ số $\frac{GH}{AM}$ bằng bao nhiêu?

Câu 13. (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $A, AB = AC = 2$, cạnh bên $SA = 2$ và vuông góc với mặt đáy (ABC) . Gọi O là trung điểm của cạnh BC . Số đo góc giữa hai đường thẳng SB và AO bằng bao nhiêu?

Câu 14. (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 2, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SA = 2$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD và α là số đo góc tạo bởi đường thẳng CM và mặt phẳng (SAC) . Giá trị của $\tan \alpha$ bằng bao nhiêu?

Câu 15. (1,0 điểm) Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 2 và β là số đo góc nhị diện $[A; CD; B]$. Giá trị của $\cos \beta$ bằng bao nhiêu?

PHẦN II. TỰ LUẬN (5,0 điểm)

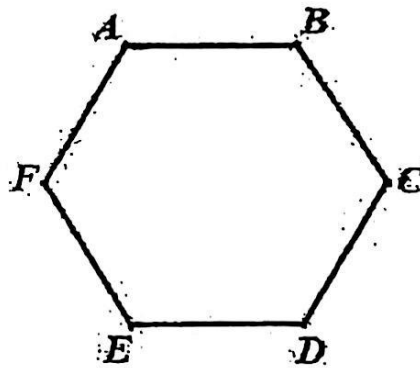
Thí sinh trả lời từ câu 16 đến câu 20. Với mỗi câu hỏi, thí sinh trình bày lời giải vào giấy thi.

Câu 16. (1,0 điểm) Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (tính theo đơn vị mét) của mực nước trong kênh tại thời điểm t giờ trong ngày được cho bởi công thức $h = 2\cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{6}\right) + 12$. $0 \leq t \leq 24$. Xác định thời điểm trong ngày khi độ sâu của mực nước trong kênh là 13 mét.

Câu 17. (1,0 điểm) Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_n = \frac{u_{n-1}}{u_{n-1} + 2}, \forall n \geq 2$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số đã cho.

Câu 18. (1,0 điểm) Một sinh viên được gia đình lập cho một sổ tiết kiệm ngân hàng trị giá 300 triệu đồng với lãi suất 0,6%/tháng. Biết rằng mỗi tháng sinh viên đó đều rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi và sau đúng 4 năm đại học thì vừa hết số tiền trong ngân hàng. Giả sử lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình gửi thì mỗi tháng sinh viên đó rút được bao nhiêu triệu đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 19. (1,0 điểm) Một trò chơi phá khóa có ổ khóa là một lục giác đều như hình vẽ.



Theo quy tắc trò chơi, người chơi cần chọn ra 6 số từ tập hợp $H = \{1; 2; 3; \dots; 15\}$ và sắp xếp mỗi số vào đúng một vị trí A, B, C, D, E, F sao cho mỗi vị trí chỉ được xếp một số. Ổ khóa sẽ được mở khi các bộ ba số xuất hiện ở những bộ ba vị trí $(A, B, C); (C, D, E); (E, F, A)$ lập thành cấp số cộng. Bạn Lan chọn ngẫu nhiên sáu số trong tập H và xếp ngẫu nhiên vào các vị trí được yêu cầu. Tính xác suất để bạn Lan giải được ổ khóa.

Câu 20. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng 12. Một điểm S thay đổi trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại điểm A (A khác S). Gọi O và H lần lượt là trực tâm tam giác ABC và tam giác SBC .

- Chứng minh OH vuông góc với mặt phẳng (SBC) .
- Gọi α là số đo góc tạo bởi đường thẳng AH và mặt phẳng (ABC) . Tìm giá trị lớn nhất của $\tan \alpha$.

-----HẾT-----