

ĐỀ THI CHÍNH THỨC  
(Đề thi có 04 trang)

MÔN: TOÁN  
Thời gian: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên học sinh:..... Số báo danh:.....

Mã đề thi: 1001

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên dưới.

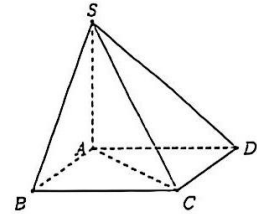
|      |           |    |           |           |   |   |           |
|------|-----------|----|-----------|-----------|---|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |    | 1         |           | 3 |   | $+\infty$ |
| $y'$ |           | +  |           | +         | 0 | - |           |
| $y$  |           |    | $+\infty$ |           | 2 |   | $-\infty$ |
|      |           | -1 |           | $-\infty$ |   |   |           |

Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây

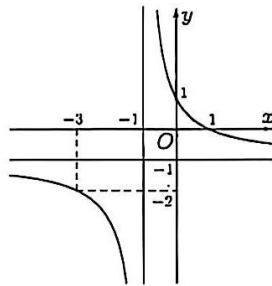
- A. (2;3). B. (0;3). C. (-1;2). D. (3;4).

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Đường thẳng  $SA$  không vuông góc với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

- A.  $SC$ . B.  $AB$ .  
C.  $AC$ . D.  $BD$ .



**Câu 3.** Xác định tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có dạng như hình dưới.



- A.  $x = 1$ . B.  $x = -1$ . C.  $y = 1$ . D.  $y = -1$ .

**Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x-2) > 2$  là

- A.  $(4; +\infty)$ . B.  $(2; 4)$ . C.  $(2; +\infty)$ . D.  $(6; +\infty)$ .

**Câu 5.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết  $u_3 = 4$  và  $u_4 = 2$ . Tìm công bội  $q$  của cấp số nhân đó.

- A.  $q = 2$ . B.  $q = 4$ . C.  $q = \frac{1}{2}$ . D.  $q = \sqrt{2}$ .

**Câu 6.** Xác định nguyên hàm của hàm số  $y = f(x) = 2x^2$ .

- A.  $x^3 + C$ . B.  $\frac{2x^3}{3} + C$ . C.  $\frac{x^3}{3} + C$ . D.  $6x^3 + C$ .

**Câu 7.** Xác định tập nghiệm của phương trình  $\cos x = 1$ .

- A.  $S = \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ . B.  $S = \{\pi + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .  
C.  $S = \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ . D.  $S = \{\pi + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ  $(Oxyz)$ , cho điểm  $A(2;1;-2)$  và điểm  $B(-4;3;4)$ . Tọa độ trung điểm  $M$  của đoạn  $AB$  là:

- A.  $(-1;2;1)$ .      B.  $(-2;2;2)$ .      C.  $(3;2;3)$ .      D.  $(-2;-2;2)$ .

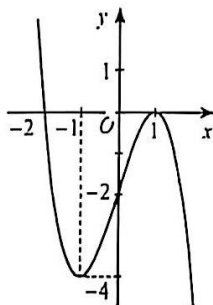
**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $x-3y+5=0$ . Xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ .

- A.  $\vec{n}=(1;-3;0)$ .      B.  $\vec{n}=(1;0;-3)$ .      C.  $\vec{n}=(1;-3;5)$ .      D.  $\vec{n}=(1;0;5)$ .

**Câu 10.** Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất một lần. Tính xác suất để xúc xắc xuất hiện mặt có số chấm là một số chia hết cho 3.

- A.  $\frac{1}{3}$ .      B.  $\frac{1}{2}$ .      C.  $\frac{1}{6}$ .      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 11.** Xác định giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[-1;1]$  của hàm số  $y=f(x)$  có đồ thị như hình dưới.



- A.  $-1$ .      B.  $-4$ .      C.  $0$ .      D.  $-2$ .

**Câu 12.** Mỗi ngày bác Bình đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Bình trong 20 ngày được thống kê ở bảng sau:

| Quãng đường | $[2;3)$ | $[3;4)$ | $[4;5)$ | $[5;6)$ | $[6;7)$ |
|-------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Số ngày     | 3       | 6       | 5       | 4       | 2       |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A. 7.      B. 6.      C. 1.      D. 5.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y=f(x)=\frac{x^2-5x+4}{x-5}$  với  $x \neq 5$ .

- a)  $f'(x)=1-\frac{4}{(x-5)^2}$  với mọi  $x \neq 5$ .  
b) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.  
c) Hàm số đạt cực đại tại  $x=3$ .  
d) Giá trị cực tiểu bằng 3.

**Câu 2.** Một hộp có 12 viên bi gồm 5 bi xanh, 6 bi đỏ và 1 bi vàng. Hai bạn tên là Xanh và Đỏ được trọng tài mời chơi trò chơi bốc bi ngẫu nhiên từ hộp (bi đã lấy ra không bỏ lại vào hộp). Đầu tiên trọng tài bốc một viên bi, nếu là bi xanh hoặc bi đỏ thì dừng bốc, nếu là bi vàng thì trọng tài bốc thêm một viên nữa rồi dừng bốc. Sau khi trọng tài dừng bốc, viên bi trọng tài bốc màu nào thì bạn có tên màu đó sẽ được bốc một viên và ngay sau đó trò chơi dừng lại. Người chơi bốc được viên bi có màu trùng với tên của mình sẽ là người thắng cuộc, còn nếu bốc được viên bi có màu khác với tên của mình sẽ bị thua cuộc.

a) Xác suất để trọng tài bốc được bi vàng trong lần bốc đầu tiên là  $\frac{1}{12}$ .

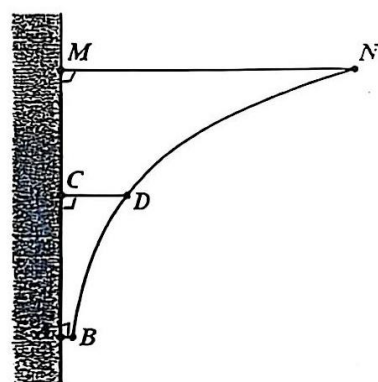
b) Giả sử rằng ở lần bốc đầu tiên trọng tài bốc được bi xanh. Khi đó xác suất để bạn Xanh thắng là  $\frac{5}{11}$ .

c) Giả sử rằng ở lần bốc đầu tiên trọng tài bốc được bi vàng và bốc tiếp thì được bi đỏ. Khi đó xác suất để bạn Xanh thắng là  $\frac{1}{2}$ .

d) Xác suất để bạn Đỏ thắng là  $\frac{6}{11}$ .

**Câu 3.** Người ta muốn tạo một giá đỡ bằng sắt bên cạnh một bức tường có hình dạng là đoạn cong  $BDN$  như hình vẽ dưới, giá đỡ được gắn với tường bằng ba thanh sắt  $AB, CD, MN$  cùng vuông góc với tường ( $A, C, M$  thẳng hàng). Giá đỡ được xem như là một phần của đồ thị hàm số  $y = \log x$  trong mặt phẳng tọa độ ( $Oxy$ ) với trục tung trùng với hình chiếu vuông góc của giá đỡ lên mặt tường (đơn vị trên trục tính bằng mét). Biết  $AB = 10 \text{ cm}$ ,  $AM = 1,4 \text{ m}$  và độ dài phần đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  được tính

theo công thức  $L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$ .



a) Đạo hàm của hàm số  $y = \log x$  là  $y' = \frac{1}{x \ln 10}$ .

b) Trong mặt phẳng tọa độ ( $Oxy$ ), điểm  $B$  có hoành độ bằng 0,1.

c) Trong mặt phẳng tọa độ ( $Oxy$ ), điểm  $N$  có tung độ bằng 1,4.

d) Độ dài giá đỡ bằng 2,97 mét (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ ( $Oxyz$ ) cho điểm  $A(1;2;3)$  và điểm  $B(2;3;4)$ . Gọi  $M$  là giao điểm của đường thẳng qua hai điểm  $A, B$  với mặt phẳng ( $Oxy$ ),  $N$  thuộc trục  $Oz$  sao cho  $AN$  vuông góc với  $AB$ .

a)  $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$ .

b) Hoành độ của điểm  $M$  bằng -1.

c)  $\overrightarrow{MA} = -3\overrightarrow{AB}$ .

d)  $\tan \widehat{NMB} = \frac{\sqrt{42}}{9}$ .

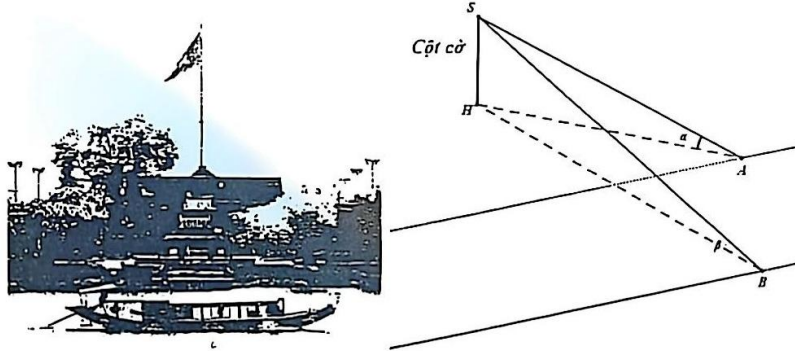
**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** An và Bình rất giỏi Toán, cùng tham gia một trò chơi, đầu tiên An bốc ngẫu nhiên một thẻ từ hộp thứ nhất chứa sáu thẻ giống nhau được đánh số từ 1 đến 6, tiếp theo Bình bốc ngẫu nhiên một thẻ từ hộp thứ hai chứa bốn thẻ giống nhau được đánh số từ 1 đến 4. Gọi số An bốc được là  $a$  và số của Bình là  $b$ , sau đó hai người cùng tính giá trị của tích phân  $I = \int_0^a x^b dx$ . Nếu kết quả  $I$  là một số nguyên thì An thắng,

ngược lại Bình thắng. Tính xác suất An thắng cuộc (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 2.** Dòng Hương hiền hòa trong xanh, lững lờ trôi giữa lòng thành phố Huế cổ kính và mộng mơ. Nhìn từ trên cao, hai bờ sông trải dài như hai đường thẳng song song. Cột cờ Phú Văn Lâu sừng sững cao 54,5 mét như là một chứng tích hào hùng của lịch sử. Biết rằng hai bờ sông cách nhau 400 mét và

chân cột cờ (hình chiếu vuông góc của đỉnh cột cờ xuống mặt đất) nằm cách mép sông gần nhất một khoảng 200 mét. Có hai bạn học sinh đứng ở hai bờ sông, bạn học sinh A ở cùng bờ với cột cờ nhìn đỉnh cột cờ so với mặt đất một góc  $\alpha$  với  $\tan \alpha = 0,1$  và bạn học sinh B đứng ở bờ bên kia nhìn đỉnh cột cờ so với mặt đất một góc  $\beta$  với  $\tan \beta = 0,07$ . Hỏi hai bạn học sinh cách nhau xa nhất là bao nhiêu mét? (Giả sử rằng mặt đất là bằng phẳng và tầm mắt hai bạn học sinh ngang với mặt đất, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



**Câu 3.** Đất sét là một dạng vật chất đặc và mềm, có thể tạo thành nhiều hình dạng khác nhau nhưng thể tích không đổi. Đầu tiên ta có một cục đất sét với thể tích  $1000\text{ cm}^3$ , người ta nặn thành một khối lập phương đặc, sau đó khoét phần đất sét ở giữa để tạo thành một chậu không nắp (phần trong của chậu có dạng hình hộp chữ nhật) có độ dày bốn mặt bên và độ dày đáy bằng nhau và bằng  $\frac{1}{10}$  độ dài cạnh của khối lập phương. Phần đất sét còn dư cũng được nặn thành một khối lập phương đặc và cũng khoét phần đất sét ở giữa để tạo thành một chậu không nắp với tỉ lệ giữa độ dày của các mặt và cạnh khối lập phương như trên. Cứ tiếp tục như vậy cho đến khi được 5 cái chậu. Tính tổng thể tích nước mà 5 chậu đó có thể chứa (đơn vị là  $\text{cm}^3$ , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 4.** Hằng năm trước ngày Khai giảng năm học mới, Ủy ban nhân dân thành phố Huế giao Sở Giáo dục và Đào tạo tổ chức Lễ Tuyên dương học sinh đạt danh hiệu “Học sinh danh dự toàn trường” dành cho những học sinh xuất sắc nhất của mỗi trường phổ thông trên địa bàn thành phố. Trong Lễ Tuyên dương, Ban tổ chức vinh danh các học sinh theo lượt nhận, mỗi lượt có 10 học sinh, với những lượt có 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ thì Ban tổ chức muốn các học sinh này đứng thành một hàng mà nam nữ xen kẽ. Tuy nhiên khi xếp hàng với lượt có 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ thì Ban tổ chức nhận thấy các học sinh này không đứng xen kẽ nhưng chỉ cần đổi chỗ hai học sinh nào đó thì được hàng có nam nữ đứng xen kẽ, cách xếp này gọi là “cách xếp lỗi”. Gọi  $D$  là số “cách xếp lỗi” như trên, xác định giá trị của  $\frac{D}{100}$ .

**Câu 5.** Một hộ sản xuất và kinh doanh một mặt hàng  $A$ , biết rằng chi phí để sản xuất  $x$  kg ( $x > 0$ ) mặt hàng  $A$  là  $\frac{2x^2 + x}{x + 1}$  (đơn vị triệu đồng), trong lúc đó bán ra mỗi kg là 3 triệu đồng. Hỏi cần sản xuất bao nhiêu kg mặt hàng  $A$  để lợi nhuận đạt 15 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phân chục).

**Câu 6.** Cho hình chóp cụt tam giác đều  $ABC.MNP$  có đáy lớn là tam giác  $ABC$  với độ dài cạnh bằng 6, chiều cao của hình chóp cụt bằng 8. Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $MNP$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AG$  và  $BC$  (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

| Phần      | I    | II   | III  |      |
|-----------|------|------|------|------|
| Số câu    | 12   | 4    | 6    |      |
| Câu/Mã đề | 1001 | 1002 | 1003 | 1004 |
| 1         | A    | D    | D    | B    |
| 2         | A    | B    | B    | D    |
| 3         | B    | A    | C    | B    |
| 4         | D    | C    | B    | B    |
| 5         | C    | C    | D    | D    |
| 6         | B    | A    | D    | A    |
| 7         | A    | C    | C    | C    |
| 8         | A    | D    | C    | D    |
| 9         | A    | C    | B    | C    |
| 10        | A    | D    | C    | A    |
| 11        | B    | D    | A    | D    |
| 12        | D    | C    | D    | D    |
| 1         | DDDS | DDSD | DDDS | DDDS |
| 2         | DSDS | DSDS | DSDS | DDSD |
| 3         | DDSD | DDDS | DSSD | DSSD |
| 4         | DSSD | DSSD | DDSD | DSDS |
| 1         | 0,38 | 14,1 | 14,1 | 1272 |
| 2         | 1080 | 0,38 | 1272 | 7200 |
| 3         | 1272 | 1080 | 7200 | 0,38 |
| 4         | 7200 | 4,77 | 1080 | 14,1 |
| 5         | 14,1 | 1272 | 4,77 | 1080 |
| 6         | 4,77 | 7200 | 0,38 | 4,77 |

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh trả lời một phương án.**

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên dưới.

|      |           |           |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 1         | 3         | $+\infty$ |           |
| $y'$ | +         |           | +         | 0         | -         |
| $y$  | -1        | $+\infty$ | $-\infty$ | 2         | $-\infty$ |

Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây

- A.  $(-1; 2)$ .      B.  $(2; 3)$ .      C.  $(0; 3)$ .      D.  $(3; 4)$ .

**Lời giải**

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(2; 3)$ .

**Câu 2:** Mỗi ngày bác Bình đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Bình trong 20 ngày được thống kê ở bảng sau:

|             |          |          |          |          |          |
|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Quãng đường | $[2; 3)$ | $[3; 4)$ | $[4; 5)$ | $[5; 6)$ | $[6; 7)$ |
| Số ngày     | 3        | 6        | 5        | 4        | 2        |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A. 7.      B. 6.      C. 1.      D. 5.

**Lời giải**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là  $R = 7 - 2 = 5$ .

**Câu 3:** Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất một lần. Tính xác suất để xúc xắc xuất hiện mặt có số chấm là một số chia hết cho 3.

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{1}{3}$ .      C.  $\frac{1}{4}$ .      D.  $\frac{1}{6}$ .

**Lời giải**

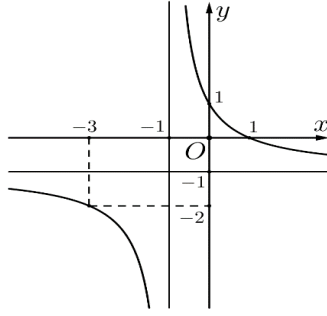
Không gian mẫu của phép thử  $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$ .

Gọi biến cố A: "Xúc xắc xuất hiện mặt có số chấm là một số chia hết cho 3". Nên  $A = \{3; 6\} \Rightarrow n(A) = 2$

Vậy xác suất để xúc xắc xuất hiện mặt có số chấm là một số chia hết cho 3 là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

**Câu 4:** Xác định tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có dạng như hình dưới.



A.  $x = 1$ .

**B.  $x = -1$ .**

C.  $y = 1$ .

D.  $y = -1$ .

**Lời giải**

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số trên là:  $x = -1$ .

**Câu 5:** Xác định tập nghiệm của phương trình  $\cos x = 1$ .

A.  $S = \{\pi + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .

B.  $S = \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .

C.  $S = \{\pi + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .

**D.  $S = \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .**

**Lời giải**

Ta có  $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $x - 3y + 5 = 0$ . Xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ .

**A.  $\vec{n} = (1; -3; 0)$ .**

B.  $\vec{n} = (1; 0; 5)$ .

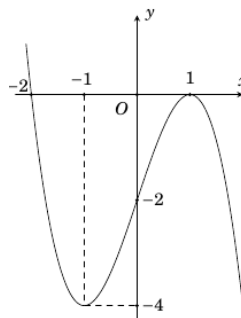
C.  $\vec{n} = (1; -3; 5)$ .

D.  $\vec{n} = (1; 0; -3)$

**Lời giải**

Mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $x - 3y + 5 = 0$ . Nên mặt phẳng  $(P)$  có một vector pháp tuyến là  $\vec{n} = (1; -3; 0)$ .

**Câu 7:** Xác định giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[-1; 1]$  của hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới.



A.  $-1$ .

**B.  $-4$ .**

C.  $0$ .

D.  $-2$ .

**Lời giải**

Quan sát đồ thị trên đoạn  $[-1; 1]$ , ta thấy điểm thấp nhất của đồ thị có tọa độ là  $(-1; -4)$ . Vậy  $\min_{[-1; 1]} f(x) = -4$  tại  $x = -1$ .

**Câu 8:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x - 2) > 2$  là

A.  $(4; +\infty)$ .

B.  $(2; 4)$ .

C.  $(2; +\infty)$ .

D.  $(6; +\infty)$ .

Lời giải

Điều kiện xác định:  $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$ .Ta có:  $\log_2(x - 2) > 2 \Leftrightarrow x - 2 > 2^2 \Leftrightarrow x - 2 > 4 \Leftrightarrow x > 6$ . (Thỏa mãn điều kiện). Tập nghiệm của bất phương trình là  $(6; +\infty)$ .**Câu 9:** Xác định nguyên hàm của hàm số  $y = f(x) = 2x^2$ .

A.  $x^3 + C$ .

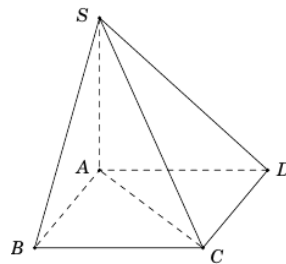
B.  $\frac{2x^3}{3} + C$ .

C.  $\frac{x^3}{3} + C$ .

D.  $6x^3 + C$ .

Lời giải

Ta có  $\int f(x) dx = \int 2x^2 dx = 2 \frac{x^3}{3} + C = \frac{2x^3}{3} + C$ .

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Đường thẳng  $SA$  không vuông góc với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A.  $SC$ .

B.  $AB$ .

C.  $AC$ .

D.  $BD$ .

Lời giải

Vì  $SA \perp (ABCD)$  nên  $SA$  vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(ABCD)$ . Do  $AB, AC, BD \subset (ABCD)$  nên  $SA \perp AB$ ,  $SA \perp AC$ ,  $SA \perp BD$ .Vậy  $SA$  không vuông góc với  $SC$ .**Câu 11:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết  $u_3 = 4$  và  $u_4 = 2$ . Tìm công bội  $q$  của cấp số nhân đó.

A.  $q = 2$ .

B.  $q = 4$ .

C.  $q = \frac{1}{2}$ .

D.  $q = \sqrt{2}$ .

Lời giải

Công bội của cấp số nhân được tính bằng công thức  $q = \frac{u_4}{u_3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 12:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; 1; -2)$  và điểm  $B(-4; 3; 4)$ . Tọa độ trung điểm  $M$  của đoạn  $AB$  là:

A.  $(-1; 2; 1)$ .

B.  $(-2; 2; 2)$ .

C.  $(3; 2; 3)$ .

D.  $(-2; -2; 2)$ .

Lời giải

Tọa độ trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB$  là  $M\left(\frac{2-4}{2}; \frac{1+3}{2}; \frac{-2+4}{2}\right) \Rightarrow M(-1; 2; 1)$ .

**PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 5}$ , với  $x \neq 5$ .

a)  $f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-5)^2}$ , với mọi  $x \neq 5$ .

b) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

c) Hàm số đạt cực đại tại  $x = 3$ .

d) Giá trị cực tiểu bằng 3.

**Lời giải**

$$y = f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 5} \text{ xác định với } x \neq 5.$$

$$f'(x) = \frac{(2x-5)(x-5) - (x^2 - 5x + 4)}{(x-5)^2} = \frac{x^2 - 10x + 21}{(x-5)^2} = \frac{(x-5)^2 - 4}{(x-5)^2} = 1 - \frac{4}{(x-5)^2}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 21 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 1 \\ x = 7 \Rightarrow y = 9 \end{cases}.$$

BBT của  $f(x)$ :

| $x$     | $-\infty$ | 3   | 5           | 7             | $+\infty$   |
|---------|-----------|-----|-------------|---------------|-------------|
| $f'(x)$ | +         | -   |             | -             | +           |
| $f(x)$  | $-\infty$ | ↗ 1 | ↘ $-\infty$ | $+\infty$ ↘ 9 | ↗ $+\infty$ |

**a) ĐÚNG**

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-5)^2}, \text{ với mọi } x \neq 5.$$

**b) ĐÚNG**

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Hoành độ điểm của đồ thị với trục hoành là nghiệm của phương trình:

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{x - 5} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 5 \\ x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases} \end{cases}.$$

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

**c) ĐÚNG**

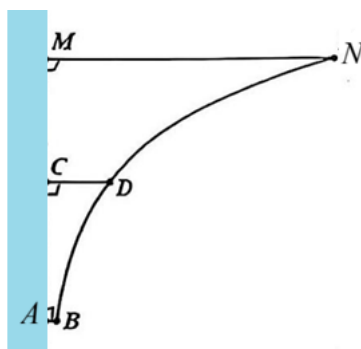
Hàm số đạt cực đại tại  $x = 3$ .

**d) ĐÚNG**

Giá trị cực tiểu bằng 3.

**Câu 2:** Người ta muốn tạo một giá đỡ bằng sắt bên cạnh một bức tường có hình dạng là một đoạn cong  $BDN$  như hình vẽ dưới, giá đỡ được gắn với tường bằng ba thanh sắt  $AB$ ,  $CD$ ,  $MN$  cùng vuông góc với tường ( $A$ ,  $C$ ,  $M$  thẳng hàng). Giá đỡ được xem như là một phần của đồ thị hàm số  $y = \log x$  trong mặt phẳng tọa độ ( $Oxy$ ) với trục tung trùng với hình chiếu vuông góc của giá đỡ lên mặt tường (đơn vị trên trục tính bằng mét). Biết  $AB = 10\text{cm}$ ,  $AM = 1,4\text{m}$  và độ dài phần đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  lên tục trên đoạn  $[a; b]$  được tính bằng công thức

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx.$$



a) Đạo hàm của hàm số  $y = \log x$  là  $y' = \frac{1}{x \log 10}$ .

b) Trong mặt phẳng tọa độ ( $Oxy$ ), điểm  $B$  có hoành độ bằng 0,1.

c) Trong mặt phẳng tọa độ ( $Oxy$ ), điểm  $N$  có tung độ bằng 1,4.

d) Độ dài giá đỡ bằng 2,97 mét (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

a) Đạo hàm của hàm số  $y = \log x$  là  $y' = \frac{1}{x \log 10}$ .

**Đúng**

b) Trong mặt phẳng tọa độ ( $Oxy$ ), điểm  $B$  có hoành độ bằng 0,1.

**Đúng**

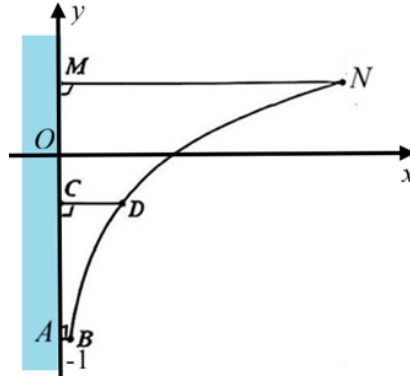
$AB = 10\text{cm} = 0,1\text{m}$  nên điểm  $B$  có hoành độ bằng 0,1.

c) Trong mặt phẳng tọa độ ( $Oxy$ ), điểm  $N$  có tung độ bằng 1,4.

$MN$  vuông góc với tường và trục tung trùng với hình chiếu vuông góc của giá đỡ lên mặt tường nên  $M, N$  cùng tung độ.

**Sai**

$B$  có hoành độ bằng 0,1 nên  $B$  có tung độ là  $\log 0,1 = \log \frac{1}{10} = -1$ .



$\Rightarrow OB = 1 \Rightarrow OA = 1$ .

Mà  $AM = 1,4m$  nên  $OM = 1,4 - 1 = 0,4 (m)$ .

$\Rightarrow N$  có tung độ bằng 0,4.

Mặt khác  $MN$  vuông góc với tường, nghĩa là  $MN$  vuông góc với  $Oy \Rightarrow M, N$  cùng tung độ.

Vậy,  $N$  có tung độ bằng 0,4.

**d)** Độ dài giá đỡ bằng 2,97 mét (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

**Đúng**

$N$  có tung độ bằng 0,4  $\Rightarrow \log x_N = 0,4 \Rightarrow x_N = 10^{0,4}$ .

Độ dài giá đỡ bằng

$$L = \int_{0,1}^{10^{0,4}} \sqrt{1 + \left[ (\log x)' \right]^2} dx = \int_{0,1}^{10^{0,4}} \sqrt{1 + \left[ \frac{1}{x \cdot \ln 10} \right]^2} dx = \int_{0,1}^{10^{0,4}} \frac{\sqrt{x^2 \ln^2 10 + 1}}{x \cdot \ln 10} dx.$$

$$\text{Đặt } \sqrt{x^2 \ln^2 10 + 1} = t \Rightarrow x^2 \ln^2 10 + 1 = t^2 \Rightarrow 2x \ln^2 10 dx = 2t \cdot dt \Rightarrow dx = \frac{t \cdot dt}{x \ln^2 10}.$$

$$\begin{aligned} \int \frac{\sqrt{x^2 \ln^2 10 + 1}}{x \cdot \ln 10} dx &= \int \frac{t}{x \cdot \ln 10} \cdot \frac{t \cdot dt}{x \cdot \ln^2 10} = \int \frac{t^2}{\ln 10 \cdot x^2 \cdot \ln^2 10} dt \\ &= \frac{1}{\ln 10} \int \frac{t^2}{t^2 - 1} dt = \frac{1}{\ln 10} \int \left( 1 + \frac{1}{(t-1)(t+1)} \right) dt = \frac{1}{\ln 10} \int \left( 1 + \frac{1}{2(t-1)} - \frac{1}{2(t+1)} \right) dt \\ &= \frac{1}{\ln 10} \cdot \left[ t + \frac{1}{2} (\ln |t-1| - \ln |t+1|) \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\ln 10} \cdot \left[ \sqrt{x^2 \ln^2 10 + 1} + \frac{1}{2} \left( \ln \left| \sqrt{x^2 \ln^2 10 + 1} - 1 \right| - \ln \left| \sqrt{x^2 \ln^2 10 + 1} + 1 \right| \right) \right]$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{\ln 10} \cdot \left[ \sqrt{x^2 \ln^2 10 + 1} + \frac{1}{2} \left( \ln \left| \sqrt{x^2 \ln^2 10 + 1} - 1 \right| - \ln \left| \sqrt{x^2 \ln^2 10 + 1} + 1 \right| \right) \right] \Bigg|_{0,1}^{10^{0,4}} \approx 2,97 \text{ (m)}.$$

**Câu 3:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $(Oxyz)$  cho điểm  $A(1;2;3)$  và điểm  $B(2;3;4)$ . Gọi  $M$  là giao điểm của đường thẳng qua hai điểm  $A, B$  với mặt phẳng  $(Oxyz)$ ,  $N$  thuộc trục  $Oz$  sao cho  $AN$  vuông góc với  $AB$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

a)  $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$ .

b) Hoành độ của điểm  $M$  bằng  $-1$ .

c)  $MA = -3AB$

d)  $\tan \widehat{NMB} = \frac{\sqrt{42}}{9}$ .

**Lời giải**

a)  $\overrightarrow{AB} = (1;1;1) \Rightarrow$  **Đúng**

b)  $AB: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

$AB \cap (Oxyz) = M \Rightarrow z_M = 0 \Leftrightarrow t = -3 \Rightarrow M(-2; -2; 0) \Rightarrow$  **Sai**

**c) Sai**

**d) ĐÚNG**

$N \in Oz \Rightarrow N(0;0;z)$

$\overrightarrow{AN} = (-1; -2; z-3); \overrightarrow{AB} = (1;1;1)$

Có  $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow -1 - 2 + 1(z-3) = 0 \Leftrightarrow z - 6 = 0 \Leftrightarrow z = 6$

$\Rightarrow N(0;0;6); \overrightarrow{MN} = (2;1;6); \overrightarrow{MB} = (4;4;4)$

$\cos \widehat{NMB} = \frac{\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MB}}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{MB}|} = \frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot 4 + 6 \cdot 4}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 6^2} \cdot \sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2}} = \frac{36}{\sqrt{41} \cdot 4\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{123}}$

$\Rightarrow \widehat{NMB}$  nhọn

$\Rightarrow 1 + \tan^2 \widehat{NMB} = \frac{1}{\cos^2 \widehat{NMB}} = \frac{123}{81}$

$\Rightarrow \tan^2 \widehat{NMB} = \frac{123}{81} - 1 = \frac{42}{81} \Rightarrow \tan \widehat{NMB} = \frac{\sqrt{42}}{9}$

**Câu 4:** Một hộp có 12 viên bi gồm 5 bi xanh, 6 bi đỏ và 1 bi vàng. Hai bạn tên là Xanh và Đỏ được trọng tài mời chơi trò chơi bốc bi ngẫu nhiên từ hộp (bi đã lấy ra không bỏ lại vào hộp). Đầu tiên trọng tài bốc một viên bi, nếu là bi xanh hoặc bi đỏ thì dừng bốc, nếu là bi vàng thì trọng tài bốc thêm một viên nữa rồi dừng bốc. Sau khi trọng tài dừng bốc, viên bi trọng tài bốc màu nào thì bạn có

tên màu đỏ sẽ được bốc một viên và ngay sau đó trò chơi dừng lại. Người chơi bốc được viên bi có màu trùng với tên của mình sẽ là người thắng cuộc, còn nếu bốc được viên bi có màu khác với tên của mình sẽ bị thua cuộc.

a) Xác suất để trọng tài bốc được bi vàng trong lần bốc đầu tiên là  $\frac{1}{12}$ .

b) Giả sử rằng ở lần bốc đầu tiên trọng tài bốc được bi xanh. Khi đó xác suất để bạn Xanh thắng là  $\frac{5}{11}$ .

c) Giả sử rằng ở lần bốc đầu tiên trọng tài bốc được bi vàng và bốc tiếp thì được bi đỏ. Khi đó xác suất để bạn Xanh thắng là  $\frac{1}{2}$ .

d) Xác suất để bạn Đỏ thắng là  $\frac{6}{11}$ .

### Lời giải

**a) ĐÚNG**

Hộp có tổng cộng 12 bi, trong đó có 1 bi vàng. Xác suất trọng tài bốc được bi vàng lần đầu là  $\frac{1}{12}$ .

**b) SAI**

Nếu lần đầu trọng tài bốc được bi xanh, hộp còn 11 bi (4 xanh, 6 đỏ, 1 vàng). Trọng tài dừng, bạn Xanh được bốc. Bạn Xanh thắng khi bốc được bi xanh. Xác suất thắng của bạn Xanh lúc này là  $\frac{4}{11}$ . (Đề nói  $\frac{5}{11}$  là sai).

**c) SAI**

Trọng tài bốc vàng, sau đó bốc đỏ rồi dừng. Quyền bốc bi thuộc về bạn Đỏ. Bạn Xanh không được bốc nên xác suất Xanh thắng trong trường hợp này là 0. (Đề nói  $\frac{1}{2}$  là sai).

**d) SAI**

Tính tổng xác suất bạn Đỏ thắng:

- TH1: Trọng tài bốc bi đỏ ngay lần đầu (Xác suất  $\frac{6}{12}$ ). Bạn Đỏ bốc bi đỏ từ hộp còn 11 bi (Xác suất  $\frac{5}{11}$ ). Xác suất TH1:  $\frac{6}{12} \times \frac{5}{11} = \frac{5}{22}$ .

- TH2: Trọng tài bốc bi vàng (Xác suất  $\frac{1}{12}$ ), rồi bốc bi đỏ (Xác suất  $\frac{6}{11}$ ). Bạn Đỏ bốc bi đỏ từ hộp còn 10 bi (Xác suất  $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ ). Xác suất TH2:  $\frac{1}{12} \times \frac{6}{11} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{44}$ . Tổng xác suất Đỏ thắng:  $\frac{5}{22} + \frac{1}{44} = \frac{11}{44} = \frac{1}{4}$ . (Đề nói  $\frac{6}{11}$  là sai).

### PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Đất sét là một dạng vật chất đặc và mềm, có thể tạo thành nhiều hình dạng khác nhau nhưng thể tích không đổi. Đầu tiên ta có một cục đất sét với thể tích  $1000\text{cm}^3$ , người ta nặn thành một khối lập phương đặc, sau đó khoét phần đất sét ở giữa để tạo thành một chậu không nắp (phần trong của chậu có dạng hình hộp chữ nhật) có độ dày bốn mặt bên và độ dày đáy bằng nhau và bằng  $\frac{1}{10}$  cạnh của khối lập phương. Phần đất sét còn dư cũng được nặn thành một khối lập phương đặc và cũng khoét phần đất sét ở giữa để tạo thành một chậu không nắp với tỉ lệ giữa độ dày của các mặt và cạnh khối lập phương như trên. Cứ tiếp tục như vậy cho đến khi được 5 cái chậu. Tính tổng thể tích nước mà 5 chậu đó có thể chứa (đơn vị là  $\text{cm}^3$ , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

#### Lời giải

**Đáp số: 1273**

Giả sử khối lập phương thứ  $n$  có cạnh là  $a_n$ . Chậu nước tạo thành bị khoét rỗng phần giữa, với độ dày đáy và các mặt bên là  $0,1a_n$ . Kích thước phần rỗng (chứa nước): Chiều cao

$h = a_n - 0,1a_n = 0,9a_n$ . Cạnh đáy  $w = a_n - 2(0,1a_n) = 0,8a_n$ . Thể tích nước chứa được (cũng là thể tích đất sét dư được khoét ra) ở bước  $n$ :  $V_n = (0,8a_n) \times (0,8a_n) \times (0,9a_n) = 0,576a_n^3$ . Vì toàn bộ phần đất sét dư được nặn thành khối lập phương tiếp theo nên thể tích khối lập phương thứ  $n+1$  bằng  $V_n$ , tức là  $a_{n+1}^3 = V_n$ . Suy ra  $V_{n+1} = 0,576a_{n+1}^3 = 0,576V_n$ . Do đó các thể tích chứa nước  $V_1, V_2, \dots$  lập thành một cấp số nhân với công bội  $q = 0,576$ . Với

$a_1^3 = 1000 \Rightarrow V_1 = 0,576 \times 1000 = 576$ . Tổng thể tích nước của 5 chậu là:

$$S_5 = V_1 \frac{1-q^5}{1-q} = 576 \times \frac{1-0,576^5}{1-0,576} \approx 1272,69. \text{ Làm tròn đến hàng đơn vị là } 1273.$$

**Câu 2:** Hằng năm trước ngày Khai giảng năm học mới, Ủy ban nhân dân thành phố Huế giao Sở Giáo dục và Đào tạo tổ chức Lễ Tuyên dương học sinh đạt danh hiệu “Học sinh danh dự toàn trường” dành cho những học sinh xuất sắc nhất của mỗi trường phổ thông trên địa bàn thành phố. Trong Lễ Tuyên dương, Ban tổ chức vinh danh các học sinh theo lượt nhận, mỗi lượt có 10 học sinh, với những lượt có 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ thì Ban tổ chức muốn các học sinh này đứng thành một hàng mà nam nữ xen kẽ. Tuy nhiên khi xếp hàng với lượt có 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ thì Ban tổ chức nhận thấy các học sinh này không đứng xen kẽ nhưng chỉ cần đổi chỗ hai học sinh nào đó thì được hàng có nam nữ đứng xen kẽ, cách xếp này gọi là “cách xếp lỗi”.

Gọi  $D$  là số “cách xếp lỗi” như trên, xác định giá trị của  $\frac{D}{100}$ .

#### Lời giải

**Đáp số: 7200**

Số cách xếp đúng (nam nữ xen kẽ hoàn toàn): Có 2 mẫu xếp là Nữ-Nam-Nữ... hoặc Nam-Nữ-Nam... Tổng số cách xếp đúng là:  $2 \times 5! \times 5! = 28800$  cách. Từ một cách xếp đúng bất kỳ, nếu ta thực hiện một phép hoán đổi vị trí của 1 nam và 1 nữ cho nhau, ta sẽ tạo ra một “cách xếp lỗi” (vì hàng đang xen kẽ chuẩn sẽ bị sai cấu trúc ở đúng 2 vị trí vừa hoán đổi). Số cách chọn 1 cặp nam-nữ để đổi chỗ là:  $C_5^1 \times C_5^1 = 25$  cách. Mỗi “cách xếp lỗi” chỉ được sinh ra từ duy nhất

một “cách xếp đúng” thông qua một phép hoán vị trái giới tính như vậy. Do đó tổng số “cách xếp lỗi” là:  $D = 28800 \times 25 = 720000$ . Vậy  $\frac{D}{100} = \frac{720000}{100} = 7200$ .

**Câu 3:** An và Bình rất giỏi Toán, cùng tham gia một trò chơi, đầu tiên An bốc ngẫu nhiên một thẻ từ hộp thứ nhất chứa sáu thẻ giống nhau được đánh số từ 1 đến 6, tiếp theo Bình bốc ngẫu nhiên một thẻ từ hộp thứ hai chứa bốn thẻ giống nhau được đánh số từ 1 đến 4. Gọi số An bốc được là  $a$  và số của Bình là  $b$ , sau đó hai người cùng tính giá trị của tích phân  $\int_0^a x^b dx$ . Nếu kết quả  $I$  là số nguyên thì An thắng, ngược lại Bình thắng. Tính xác suất để An thắng cuộc (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

**Lời giải**

**Đáp số: 0,38**

$$\text{Ta có } \int_0^a x^b dx = \frac{x^{b+1}}{b+1} \Big|_0^a = \frac{a^{b+1}}{b+1}.$$

Ta có  $a = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  và  $b = 1, 2, 3, 4$ .

Để An thắng thì  $\frac{a^{b+1}}{b+1} \in \mathbb{Z}^+$ .

+ Với  $b = 1 \Rightarrow b + 1 = 2$ . Suy ra  $a$  chẵn. Do đó  $(a; b) = (2; 1), (4; 1), (6; 1)$ .

+ Với  $b = 2 \Rightarrow b + 1 = 3$ . Suy ra  $a \vdots 3$ . Do đó  $(a; b) = (3; 2), (6; 2)$ .

+ Với  $b = 3 \Rightarrow b + 1 = 4$ . Suy ra  $a^4 \vdots 4$ . Do đó  $(a; b) = (2; 3), (4; 3), (6; 3)$ .

+ Với  $b = 4 \Rightarrow b + 1 = 5$ . Suy ra  $a^5 \vdots 5$ . Do đó  $(a; b) = (5; 4)$ . Do đó có 9 bộ  $(a; b)$  thỏa mãn.

Vậy xác suất An thắng là  $\frac{9}{24} \approx 0,38$ .

**Câu 4:** Một hộ sản xuất và kinh doanh một mặt hàng  $A$ , biết rằng chi phí để sản xuất  $x$  kg ( $(x > 0)$  mặt hàng  $A$  là  $\frac{2x^2 + x}{x + 1}$  (đơn vị triệu đồng), trong lúc đó bán ra mỗi kg là 3 triệu đồng. Hỏi cần sản xuất bao nhiêu kg mặt hàng  $A$  để lợi nhuận đạt 15 triệu đồng (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*)

**Lời giải**

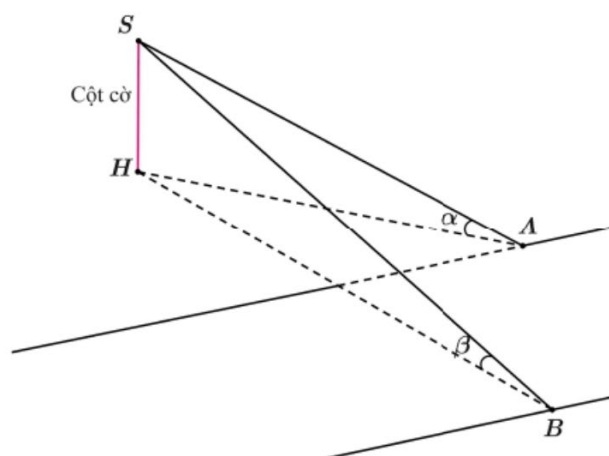
**Đáp số: 14,1**

Ta có lợi nhuận = Doanh thu – Chi phí

$$15 = 3x - \frac{2x^2 + x}{x + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \approx 14,1 \\ x \approx -1,1 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

**Câu 5:** Dòng Hương hiền hòa trong xanh, lững lờ trôi giữa lòng thành phố Huế cổ kính và mộng mơ. Nhìn từ trên cao, hai bờ sông trải dài như hai đường thẳng song song. Cột cờ Phú Văn Lâu sừng sững cao 54,5 mét như là một chứng tích hào hùng của lịch sử. Biết rằng hai bờ sông cách nhau 400 mét và chân cột cờ (hình chiếu vuông góc của đỉnh cột cờ xuống mặt đất) nằm cách mép

sông gần nhất một khoảng 200 mét. Có hai bạn học sinh đứng ở hai bờ sông, bạn học sinh A ở cùng bờ với cột cờ nhìn đỉnh cột cờ so với mặt đất một góc  $\alpha$  với  $\tan \alpha = 0,1$  và bạn học sinh B đứng ở bờ bên kia nhìn đỉnh cột cờ so với mặt đất một góc  $\beta$  với  $\tan \beta = 0,07$ . Hỏi hai bạn học sinh cách nhau xa nhất là bao nhiêu mét? (Giả sử rằng mặt đất là bằng phẳng và tầm mắt hai bạn học sinh ngang với mặt đất, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



**Lời giải**

**Đáp số: 1080**

Ta có  $SH = 54,5$  m.

Gắn hệ trục tọa độ sao cho  $H(0;0)$ .

Bờ sông gần (chứa học sinh A) là đường thẳng  $y = 200$ .

Bờ sông xa (chứa học sinh B) là đường thẳng  $y = 200 + 400 = 600$ .

Bạn A ngắm với  $\tan \alpha = 0,1 \Rightarrow HA = \frac{SH}{\tan \alpha} = \frac{54,5}{0,1} = 545$  m.

Vì A thuộc bờ là đường thẳng  $y = 200 \Rightarrow A(x_A; 200)$ .

Ta có  $x_A^2 + 200^2 = 545^2 \Rightarrow x_A = \pm \sqrt{545^2 - 200^2} = \pm 507$ .

Bạn B ngắm với  $\tan \beta = 0,07 \Rightarrow HB = \frac{SH}{\tan \beta} = \frac{54,5}{0,07} = \frac{5450}{7}$  m.

Vì B thuộc bờ là đường thẳng  $y = 600 \Rightarrow B(x_B; 600)$ .

Ta có  $x_B^2 + 600^2 = \left(\frac{5450}{7}\right)^2 \Rightarrow x_B = \pm \sqrt{\left(\frac{5450}{7}\right)^2 - 600^2} \approx \pm 496,16$ .

Khoảng cách  $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (200 - 600)^2} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + 400^2}$ .

Để  $AB$  lớn nhất thì  $|x_A - x_B|$  phải lớn nhất, điều này xảy ra khi  $x_A$  và  $x_B$  trái dấu.

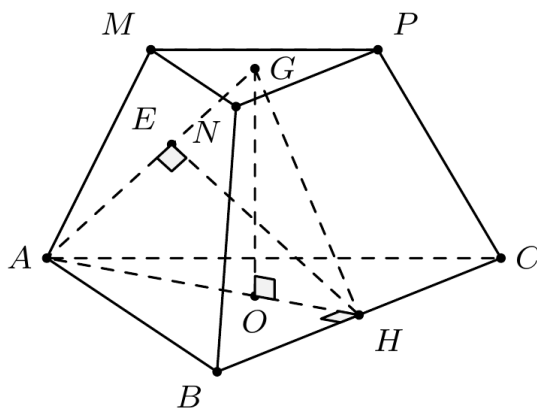
Vậy  $\max |x_A - x_B| \approx 507 + 496,16 = 1003,16$  m.

Khi đó  $\max AB = \sqrt{1003,16^2 + 400^2} \approx 1080 \text{ m}$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp cụt tam giác đều  $ABC.MNP$  có đáy lớn là tam giác  $ABC$  với độ dài cạnh bằng 6, chiều cao của hình chóp cụt bằng 8. Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $MNP$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AG$  và  $BC$  (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

**Đáp số: 4,77**



Gọi  $O$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Khi đó  $OG \perp (ABC)$ . Suy ra  $OG = 8$ .

Gọi  $H$  là trung điểm của  $BC$ , khi đó  $AH \perp BC$ .

Suy ra  $BC \perp (AOG)$  hay  $BC \perp (AGH)$ .

Trong  $(AGH)$ , kẻ  $HE \perp AG$  tại  $E$ .

Vì  $BC \perp (AGH)$  nên  $BC \perp HE$ . Suy ra  $HE = d(AG, BC)$ .

Trong  $\triangle AGO$  vuông tại  $O$  ta có  $OG = 8$ ,  $AO = \frac{2}{3} \cdot AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{6\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ .

Khi đó  $AG = \sqrt{OG^2 + AO^2} = \sqrt{64 + 12} = 2\sqrt{19}$ .

Diện tích  $\triangle AGH$  bằng

$$S = \frac{1}{2} \cdot OG \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot HE \cdot AG \Leftrightarrow HE = \frac{OG \cdot AH}{AG} = \frac{8 \cdot 3\sqrt{3}}{2\sqrt{19}} \approx 4,77.$$