

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT ĐỒNG QUAN
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 02 trang)

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP
TRƯỜNG
LỚP 11 - NĂM HỌC 2025 -2026
Môn: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời
gian phát đề

Họ, tên thí sinh: Số báo danh:

PHẦN I – Trả lời ngắn (10 điểm)

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10. Với mỗi câu hỏi, thí sinh ghi kết quả vào giấy thi.

Câu 1. Tìm số nghiệm của phương trình $\cos^2\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) - \cos x = \frac{1}{2}$ trong đoạn $[-3\pi; 4\pi]$.

Câu 2. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tiền lương hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) và số nhân viên như bảng sau. Tìm tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu đã cho (làm tròn đến hàng phần chục).

Lương (đơn vị: triệu đồng)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)
Số nhân viên	10	15	15	8	3

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^3 + ax^2 + bx - 1}{x - 1} & \text{khi } x < 1 \\ -x^2 + 2x & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ (a, b là các tham số). Tìm $a - b$

biết hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 4. Ba số a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số nhân với công bội q khác 1. Biết cũng theo thứ tự đó chúng lần lượt là số thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng có công sai d . Tìm giá trị của $\frac{a+b+c}{d}$.

Câu 5. Xét hàm số $y = \sqrt{4x^2 - x + 1} + mx + 3$ (m là tham số). Biết hàm số này có giới hạn hữu hạn tại $-\infty$ (tức là $x \rightarrow -\infty$). Giá trị của giới hạn này bằng?

Câu 6. Cho tứ diện $OABC$ có $OA = OB = OC = a$, $\widehat{AOB} = \widehat{AOC} = 60^\circ$, $\widehat{BOC} = 90^\circ$. Điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $MC = 2MB$. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng AM và OC .

Câu 7. Cho tam giác ABC không vuông, thỏa mãn điều kiện: $\tan A, \tan B, \tan C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của góc B .

Câu 8. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{3u_n^2 + 2} \end{cases}$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$). Tính tổng $S = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_{2025}^2$.

Câu 9. Có sáu tấm thẻ, mỗi thẻ ghi một trong các số của tập $E = \{1; 2; 3; 4; 6; 8\}$ (hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau). Rút ngẫu nhiên ba thẻ, tính xác suất để rút được ba thẻ ghi ba số là số đo ba cạnh của một tam giác có góc tù.

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O cạnh có độ dài bằng 1. Gọi M, P là hai điểm lần lượt nằm trên các cạnh AA', CC' sao cho $AM = \frac{3}{4}AA', CP = \frac{1}{4}CC'$. Mặt phẳng (α) thay đổi đi qua M, P đồng thời cắt hai cạnh BB', DD' lần lượt tại N và Q . Tìm giá trị nhỏ nhất của chu vi tứ giác $MNPQ$.

PHẦN II – Tự luận (10 điểm)

Thí sinh trả lời từ câu 11 đến câu 15. Với mỗi câu hỏi, thí sinh trình bày lời giải vào giấy thi.

Câu 11 (1,5 điểm). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4\cos^3 x - \cos 2x + (m-3)\cos x = 1$ có đúng 8 nghiệm phân biệt trong đoạn $[-\frac{\pi}{2}; 2\pi]$.

Câu 12 (1,5 điểm). Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_{n+1} = u_n + 1 + \sqrt{4u_n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

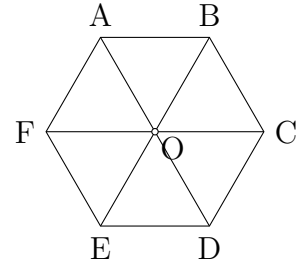
Tìm u_{2026} .

Câu 13 (2,5 điểm). Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n + 4}{u_n + 2}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

a) Chứng minh dãy số (u_n) là dãy giảm và bị chặn dưới.

b) Với mỗi $n \in \mathbb{N}^*$, ta kí hiệu $v_n = \frac{1}{u_1 - 4} + \frac{1}{u_2 - 4} + \dots + \frac{1}{u_n - 4}$. Tìm $\lim \left(v_n + \frac{n}{5}\right)$.

Câu 14 (1,5 điểm). Cho tập hợp $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$, và lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Ta đặt ngẫu nhiên các chữ số trong tập X vào các đỉnh và tâm của lục giác sao cho mỗi vị trí chứa đúng một số (hai vị trí khác nhau được đặt hai số khác nhau). Tính xác suất để số nằm ở tâm O là một số lẻ và tổng 3 số ở 3 vị trí thẳng hàng luôn bằng nhau.



Câu 15 (3,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a ; các mặt bên SAB, SAC là các tam giác vuông đỉnh A và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi K là trung điểm của cạnh BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Trên cạnh SA lấy điểm I sao cho $AI = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

a) Chứng minh rằng đường thẳng GI song song với mặt phẳng (SBC) .

b) Gọi M là một điểm di động trên cạnh AB (với M không trùng với A và B). Mặt phẳng (P) đi qua M và song song với các đường thẳng SA và BC . Mặt phẳng (P) và các mặt của hình chóp cắt nhau tạo thành tứ giác $MNPQ$ ($N \in AC, P \in SC, Q \in SB$). Kí hiệu S_{MNPQ}, S_{AMN} lần lượt là diện tích tứ giác $MNPQ$, diện tích tam giác AMN . Tìm vị trí của điểm M trên cạnh AB để tổng $S_{MNPQ} + S_{AMN}$ đạt giá trị lớn nhất.

—————Hết—————

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên, chữ kí của cán bộ coi thi:.....