

SỞ GD&ĐT THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020



Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề thi gồm có 06 trang - 50 câu trắc nghiệm

MÃ ĐỀ THI: 121

Họ và tên: SBD:

Câu 1: Cho hợp tập A có 10 phần tử. Số tập con có đúng 4 phần tử của tập hợp A là:

- A. C_{10}^4 . B. A_{10}^4 . C. P_4 . D. 2^4 .

Câu 2: Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = 1 - 2i$. Phần ảo của số phức $z_1 - z_2$ bằng:

- A. 1. B. 2. C. 4. D. -3.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1} \leq \frac{1}{27}$ là.

- A. $(-\infty; -2]$. B. $[-2; +\infty)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 4: Số nghiệm của phương trình $4^x - 2^{x+1} = 0$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+3}$ là

- A. $y = 2$. B. $x = 2$. C. $x = -3$. D. $y = -3$.

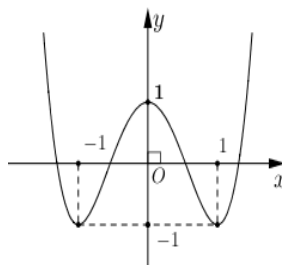
Câu 6: Cho mặt cầu có bán kính $r = 3$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. 12π . B. 27π . C. 9π . D. 36π .

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{1}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (1; -2; -1)$. B. $\vec{u}_4 = (2; 3; 1)$. C. $\vec{u}_1 = (1; 2; 3)$. D. $\vec{u}_3 = (1; 2; -1)$.

Câu 8: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = -2x^4 + 4x^2$.
C. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. D. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, bán kính của mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$ là

- A. $R = 81$. B. $R = 1$. C. $R = 3$. D. $R = 9$.

Câu 10: Nếu $\int_{-1}^0 f(x)dx = 1$ và $\int_0^1 f(x)dx = 3$ thì $\int_{-1}^1 f(x)dx$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$ là

- A. $x^2 + C$. B. $x^2 + x + C$. C. $x + C$. D. $x^2 - x + C$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 13: Cho cấp số nhân (u_n) , với $u_1 = 2$, $u_2 = \frac{1}{4}$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{8}$. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_4 = (2; 0; 3)$. B. $\vec{n}_1 = (2; 3; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$. D. $\vec{n}_2 = (2; 3; 0)$.

Câu 15: Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy R bằng

- A. $2\pi R^2 h$. B. $\frac{1}{3}\pi R^2 h$. C. $\pi R^2 h$. D. $\frac{4}{3}\pi R^2 h$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vector đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Tọa độ của vector $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ là

- A. $(0; 0; 0)$. B. $(1; 1; 1)$. C. $(1; 0; 1)$. D. $(0; 1; 1)$.

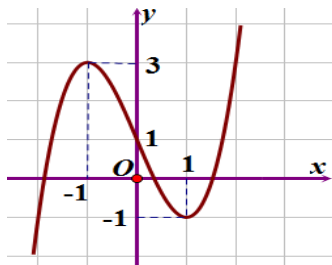
Câu 17: Mô đun của số phức $z = 3 - i$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{10}$. C. 3. D. 4.

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{-3}$ là

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = -\frac{1}{2}$ là:



- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 20: Cho khối lăng trụ có chiều cao $h = 2$ và diện tích mặt đáy $B = 3$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 2.

Câu 21: Cho khối trụ có chiều cao $h = 3$ và diện tích đáy $B = 2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 12. B. 6. C. 3. D. 2.

Câu 22: Phần thực của số phức $z = 3 - 2i$ bằng

- A. 3. B. 2. C. -2. D. -3.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		-4		4	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = 4$. B. $x = -3$. C. $x = 1$. D. $x = -4$.

Câu 24: Cho khối chóp có chiều cao $h = 3$ và diện tích đáy $B = 15$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 8. B. 3. C. 5. D. 15.

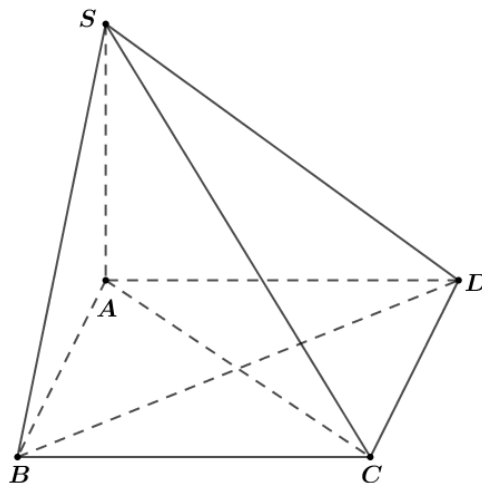
Câu 25: Với a là số thực dương tùy ý, $3^{2\log_3 a}$ bằng

- A. $2a$. B. a^2 . C. $3a$. D. a^3 .

Câu 26: Cho z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- A. 5. B. 2. C. 10. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{6}$.



Góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc và cắt Δ có phương trình

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{1}$. D. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = 2\cos x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó

$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng:

- A. 0. B. -2. C. 2. D. 4.

Câu 30: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng

- A. -12. B. -1. C. 4. D. -13.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 32: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = -x^2 + 4x - 4$; $y = 0$; $x = 0$; $x = 3$ bằng

- A. 3. B. 5. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 33: Cho a, b là hai số thực và số phức $w = -1 + 2i$. Biết số phức $z = (a - 2b) - (a - b)i$ thỏa mãn $z = w \cdot i$. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. -7. B. 4. C. -3. D. 7.

Câu 34: Xét các số thực dương a và b khác 1, thỏa mãn $\log_a 2 + \log_b 2 = \log_b 2020 \cdot \log_a 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $ab = 2020$. B. $\frac{b}{a} = 2020$. C. $\frac{a}{b} = 1010$. D. $a = 2020b$.

Câu 35: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x^2 + 3x) < \log_{0,5}(x + 3)$ là

- A. $[1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-3; 1)$. D. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và chiều cao đều bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ bằng

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{8}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{6}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{4}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa trục Ox và đi qua điểm $M(-1; 1; -1)$ có phương trình là

- A. $x + y = 0$. B. $y + z = 0$. C. $x - z = 0$. D. $y - z = 0$.

Câu 38: Số giao điểm của đường cong $y = -x^3 - 2x^2 + 2x + 3$ và đường thẳng $y = 3$ là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = 1$ và $f'(x) = (1 - 3x)f(x)$. Khi đó $f(1)$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. $e^{-\frac{1}{2}}$. D. $e^{\frac{1}{2}}$.

Câu 40: Cho hình trụ bán kính $r = 1$, có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') . Trên các đường tròn (O) và (O') , lần lượt lấy các điểm A, B sao cho $AB = 2$. Biết góc giữa đường thẳng AB và mặt đáy bằng 30° . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. π . B. 3π . C. 2π . D. 4π .

Câu 41: Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m - 2)x^2 + (1 - 2m)x + 2020$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. 15. B. 14. C. 10. D. 9.

Câu 42: Giả sử sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn tuân theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng (tính bằng giờ). Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 300 con và sau hai giờ có 1500 con. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất n sao cho sau n giờ thì số lượng vi khuẩn đạt ít nhất 10^7 con.

- A. 10. B. 12. C. 13. D. 11.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		0		-1		$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m + 2$ có 4 nghiệm phân biệt.

- A. $0 < m < 1$. B. $-2 \leq m \leq -1$. C. $-1 < m < 0$. D. $-2 < m < -1$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Biết $AD = 2a, AB = BC = a$ và SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M trung điểm của AD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SC bằng

- A. $a\sqrt{2}$. B. a . C. $2a$. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 45: Đánh số thứ tự cho 20 học sinh lần lượt từ số thứ tự từ 1 đến số thứ tự 20. Chọn ngẫu nhiên ba học sinh từ 20 học sinh đó. Xác suất để ba học sinh được chọn không có hai học sinh nào được đánh số thứ tự liên tiếp bằng.

- A. $\frac{27}{95}$. B. $\frac{799}{1140}$. C. $\frac{139}{190}$. D. $\frac{68}{95}$.

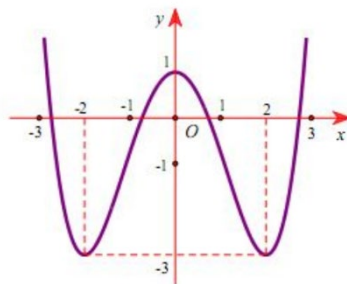
Câu 46: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$, M là trung điểm của $C'D'$. N là điểm trên cạnh AD sao cho $DN = 2AN$. Mặt phẳng $(B'MN)$ chia khối hộp thành hai phần có thể tích lần lượt là $V_1; V_2$ thỏa mãn $V_1 < V_2$. Tỷ lệ $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{47}{135}$. C. $\frac{47}{88}$. D. $\frac{88}{135}$.

Câu 47: Cho phương trình $\log_6(2018x + m) = \log_4(1009x)$. Số giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 2020 để phương trình có nghiệm là

- A. 2022. B. 2021. C. 2019. D. 2020.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $2f(2\cos 2x) + 1 = 0$ trong $\left[-\frac{\pi}{4}; \pi\right]$ là



- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 49: Xét các số thực a, b thỏa mãn $a > 1, b > 1$. Biết phương trình $a^x b^{x^2} = b^2$ có hai nghiệm phân biệt

x_1, x_2 . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \right)^2 - 4(x_1 + x_2)$ thuộc tập nào dưới đây?

- A. $(3; 4)$. B. $(6; 7]$. C. $\left[\frac{15}{2}; 8 \right)$. D. $[8; 9)$.

Câu 50: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số

$y = |x^3 - 12x + m - 3|$ trên đoạn $[1; 4]$ bằng 17. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 8.

---- HẾT ----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.A	4.A	5.A	6.D	7.B	8.D	9.C	10.A
11.B	12.D	13.B	14.A	15.B	16.B	17.B	18.D	19.C	20.C
21.B	22.A	23.C	24.D	25.B	26.C	27.D	28.B	29.C	30.A
31.A	32.A	33.D	34.A	35.B	36.D	37.B	38.D	39.C	40.C
41.A	42.C	43.D	44.D	45.D	46.C	47.A	48.C	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hợp tập A có 10 phần tử. Số tập con có đúng 4 phần tử của tập hợp A là:

A. C_{10}^4 .

B. A_{10}^4 .

C. P_4 .

D. 2^4 .

Lời giải

Chọn A

Số tập con có đúng 4 phần tử của tập A là C_{10}^4 .

Câu 2: Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = 1 - 2i$. Phần ảo của số phức $z_1 - z_2$ bằng:

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. -3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z_1 - z_2 = 2 + i$ nên phần ảo của số phức $z_1 - z_2$ bằng 1.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1} \leq \frac{1}{27}$ là.

A. $(-\infty; -2]$.

B. $[-2; +\infty)$.

C. $(-2; +\infty)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3^{x-1} \leq \frac{1}{27} \Leftrightarrow 3^{x-1} \leq 3^{-3} \Leftrightarrow x \leq -2$. Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-\infty; -2]$.

Câu 4: Số nghiệm của phương trình $4^x - 2^{x+1} = 0$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $4^x - 2^{x+1} = 0 \Leftrightarrow 4^x = 2^{x+1} \Leftrightarrow 2x = x+1 \Leftrightarrow x=1$. Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+3}$ là

A. $y = 2$.

B. $x = 2$.

C. $x = -3$.

D. $y = -3$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6: Cho mặt cầu có bán kính $r = 3$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. 12π .

B. 27π .

C. 9π .

D. 36π .

Lời giải

Chọn D

$$S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi$$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{1}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

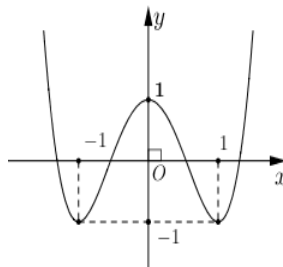
- A. $\vec{u}_2 = (1; -2; -1)$. B. $\vec{u}_4 = (2; 3; 1)$. C. $\vec{u}_1 = (1; 2; 3)$. D. $\vec{u}_3 = (1; 2; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình của $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{1}$, suy ra d có một vector chỉ phương là $\vec{u}_4 = (2; 3; 1)$.

Câu 8: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = -2x^4 + 4x^2$.
C. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. D. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị và các phương án, nhận thấy đồ thị ở hình vẽ là đồ thị của hàm số bậc bốn trùng phương có hệ số $a > 0$ nên hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$ thỏa.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, bán kính của mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$ là

- A. $R = 81$. B. $R = 1$. C. $R = 3$. D. $R = 9$.

Lời giải

Chọn C

Bán kính của mặt cầu là: $R = \sqrt{9} = 3$.

Câu 10: Nếu $\int_{-1}^0 f(x)dx = 1$ và $\int_0^1 f(x)dx = 3$ thì $\int_{-1}^1 f(x)dx$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-1}^0 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx = 1 + 3 = 4$.

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$ là

- A. $x^2 + C$. B. $x^2 + x + C$. C. $x + C$. D. $x^2 - x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F(x) = \int (2x+1)dx = x^2 + x + C$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x) > 0 \forall x \in (-1; 1) \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 13: Cho cấp số nhân (u_n) , với $u_1 = 2, u_2 = \frac{1}{4}$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. $-\frac{1}{8}$.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_2 = u_1 q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = -\frac{1}{8}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_4 = (2; 0; 3)$.

B. $\vec{n}_1 = (2; 3; 1)$.

C. $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$.

D. $\vec{n}_2 = (2; 3; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Từ phương trình mặt phẳng $(P): 2x + 3z + 1 = 0$ suy ra một vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (2; 0; 3)$.

Câu 15: Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy R bằng

A. $2\pi R^2 h$.

B. $\frac{1}{3}\pi R^2 h$.

C. $\pi R^2 h$.

D. $\frac{4}{3}\pi R^2 h$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối nón chiều cao h và bán kính đáy R được tính bởi công thức: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vector đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Tọa độ của vector $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ là

A. $(0; 0; 0)$.

B. $(1; 1; 1)$.

C. $(1; 0; 1)$.

D. $(0; 1; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\vec{i} = (1; 0; 0)$, $\vec{j} = (0; 1; 0)$, $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Vậy $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} = (1; 1; 1)$.

Câu 17: Mô đun của số phức $z = 3 - i$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{10}$.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|z| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$.

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{-3}$ là

A. $(-\infty; +\infty)$.

B. $[1; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

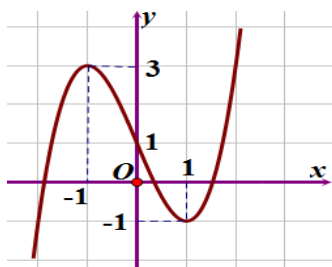
D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số là $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$. Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = -\frac{1}{2}$ là:



A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Câu 20: Cho khối lăng trụ có chiều cao $h = 2$ và diện tích mặt đáy $B = 3$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

$V = 3.2 = 6$.

Câu 21: Cho khối trụ có chiều cao $h = 3$ và diện tích đáy $B = 2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12.

B. 6.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối trụ đã cho là: $V = B.h = 2.3 = 6$.

Câu 22: Phần thực của số phức $z = 3 - 2i$ bằng

A. 3.

B. 2.

C. -2.

D. -3.

Lời giải

Chọn A

Phần thực của số phức $z = 3 - 2i$ bằng 3.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		-4		4	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x = 4$.

B. $x = -3$.

C. $x = 1$.

D. $x = -4$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 24: Cho khối chóp có chiều cao $h = 3$ và diện tích đáy $B = 15$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 8.

B. 3.

C. 5.

D. 15.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối chóp đã cho bằng: $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.15.3 = 15$.

Câu 25: Với a là số thực dương tùy ý, $3^{2\log_3 a}$ bằng

A. $2a$.

B. a^2 .

C. $3a$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{2\log_3 a} = 3^{\log_3 a^2} = a^2$.

Câu 26: Cho z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức

$|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. 5.

B. 2.

C. 10.

D. $2\sqrt{5}$.

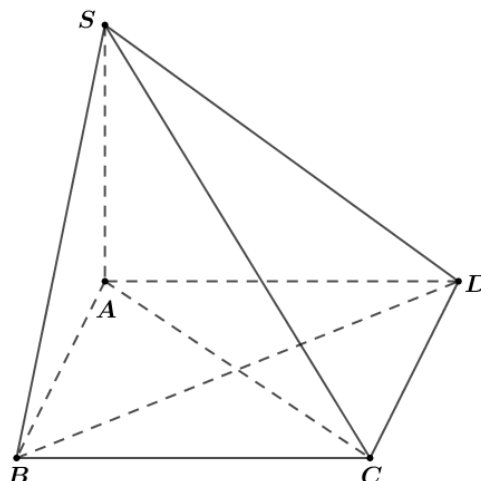
Lời giải

Chọn C

Ta có: $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 - 2i \\ z_2 = 1 + 2i \end{cases}$

Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 5 + 5 = 10$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{6}$.



Góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 90° .

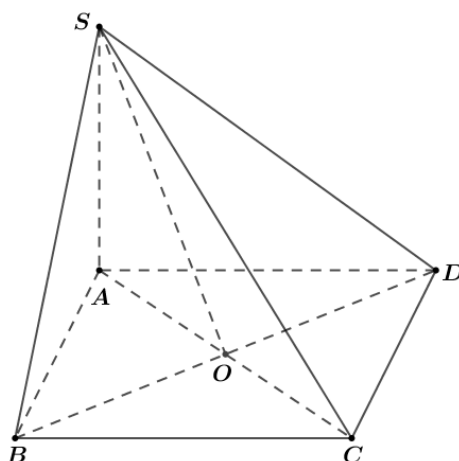
B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, suy ra $\begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AO \end{cases} \Rightarrow BD \perp SO$, do đó góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa SO và AO .

Xét tam giác SAO vuông tại A có $SA = a\sqrt{6}$, $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 2a\sqrt{2} = a\sqrt{2}$ nên

$$\tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{AO} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SOA} = 60^\circ.$$

Vậy góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$ là 60° .

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc và cắt Δ có phương trình

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$.

B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$.

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{1}$.

D. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình tham số của Δ là
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}.$$

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

$$B = \Delta \cap d \Rightarrow B(1+t; t; -1+2t).$$

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (t-2; t-2; 2t-1).$

Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1; 2).$

$$\text{Vì } d \perp \Delta \text{ nên } \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (t-2) + (t-2) + 2(2t-1) = 0 \Leftrightarrow 6t-6=0 \Leftrightarrow t=1.$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{AB} = (-1; -1; 1) = -\vec{u}, \text{ với } \vec{u} = (1; 1; -1).$$

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng } d \text{ là } \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}.$$

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = 2 \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx \text{ bằng:}$$

A. 0.

B. -2.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét } I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$$

$$\text{Đặt } x = -t \Rightarrow dx = -dt$$

Đổi cận:

x	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
t	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$

$$\text{Khi đó } I = \int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} f(-t)(-dt) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-t) dt = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-x) dx$$

Từ giả thiết bài cho: $f(x) + f(-x) = 2 \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$, lấy tích phân hai vế ta được

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-x) dx = 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx \Leftrightarrow I + I = 2 \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \Leftrightarrow 2I = 4 \Leftrightarrow I = 2.$$

Câu 30: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng

A. -12.

B. -1.

C. 4.

D. -13.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$.

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-2; 1] \\ x = 3 \notin [-2; 1] \end{cases}.$$

Mà $f(-2) = -3$; $f(-1) = 4$; $f(1) = -12$.

Vậy $\min_{[-2; 1]} f(x) = -12$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x = -2$; $x = 4$ nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 32: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = -x^2 + 4x - 4$; $y = 0$; $x = 0$; $x = 3$ bằng

A. 3.

B. 5.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Diện tích hình phẳng bằng } S = \int_0^3 |-x^2 + 4x - 4| dx = \int_0^3 (x-2)^2 dx = \left. \frac{(x-2)^3}{3} \right|_0^3 = \frac{1}{3} + \frac{8}{3} = 3.$$

Câu 33: Cho a, b là hai số thực và số phức $w = -1 + 2i$. Biết số phức $z = (a - 2b) - (a - b)i$ thỏa mãn $z = w.i$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. -7.

B. 4.

C. -3.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } z = w.i \Leftrightarrow (a - 2b) - (a - b)i = (-1 + 2i).i \Leftrightarrow (a - 2b) - (a - b)i = -2 - i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b = -2 \\ -a + b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}. \text{ Vậy } a + b = 4 + 3 = 7.$$

Câu 34: Xét các số thực dương a và b khác 1, thỏa mãn $\log_a 2 + \log_b 2 = \log_b 2020 \cdot \log_a 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $ab = 2020$.

B. $\frac{b}{a} = 2020$.

C. $\frac{a}{b} = 1010$.

D. $a = 2020b$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_a 2 + \log_b 2 = \log_b 2020 \cdot \log_a 2 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_2 a} + \frac{1}{\log_2 b} = \log_b 2020 \cdot \log_a 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(ab) = \log_2 b \cdot \log_b 2020 \cdot \log_2 a \cdot \log_a 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(ab) = \log_2 2020 \cdot \log_2 2 \Leftrightarrow \log_2(ab) = \log_2 2020 \Leftrightarrow ab = 2020.$$

Câu 35: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x^2 + 3x) < \log_{0,5}(x + 3)$ là

A. $[1; +\infty)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-3; 1)$.

D. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_{0,5}(x^2 + 3x) < \log_{0,5}(x + 3) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3x > x + 3 \\ x + 3 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 3 > 0 \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho bằng $(1; +\infty)$.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và chiều cao đều bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ bằng

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{8}$.

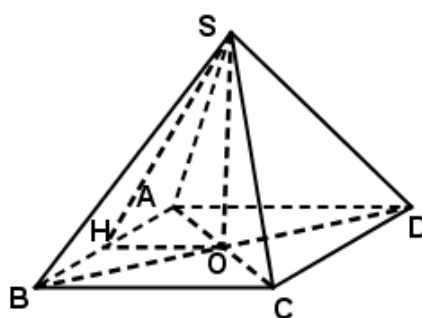
B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{2}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{6}$.

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm AB . Hình nón có hình tròn đáy tâm O , bán kính $r = OH = \frac{a}{2}$ và độ dài

$$\text{đường sinh } l = SH = \sqrt{SO^2 + OH^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Vậy diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng } S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{4}.$$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa trục Ox và đi qua điểm $M(-1;1;-1)$ có phương trình là

A. $x + y = 0$.

B. $y + z = 0$.

C. $x - z = 0$.

D. $y - z = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) qua điểm $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{OM}; \vec{i}] = (0; -1; -1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) : $y + z = 0$.

Câu 38: Số giao điểm của đường cong $y = -x^3 - 2x^2 + 2x + 3$ và đường thẳng $y = 3$ là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm

$$-x^3 - 2x^2 + 2x + 3 = 3$$

$$\Leftrightarrow -x^3 - 2x^2 + 2x = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm có ba nghiệm phân biệt, suy ra số giao điểm là 3.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = 1$ và $f'(x) = (1 - 3x)f(x)$. Khi đó $f(1)$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. $e^{-\frac{1}{2}}$.

D. $e^{\frac{1}{2}}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \frac{f'(x)}{f(x)} = 1 - 3x \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int (1 - 3x) dx \Leftrightarrow \ln |f(x)| = x - \frac{3x^2}{2} + C$$

$$\Leftrightarrow \ln f(x) = x - \frac{3x^2}{2} + C \text{ (vì } f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow f(x) = e^{x - \frac{3x^2}{2} + C}$$

$$f(0) = 1 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = e^{x - \frac{3x^2}{2}} \Rightarrow f(1) = e^{-\frac{1}{2}}$$

Câu 40: Cho hình trụ bán kính $r = 1$, có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') . Trên các đường tròn (O) và (O') , lần lượt lấy các điểm A, B sao cho $AB = 2$. Biết góc giữa đường thẳng AB và mặt đáy bằng 30° . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. π .

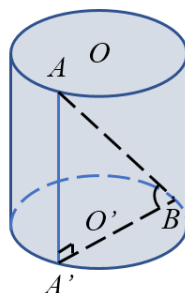
B. 3π .

C. 2π .

D. 4π .

Lời giải

Chọn C



Kẻ đường sinh AA' của hình trụ, ta có $\widehat{ABA'} = 30^\circ \Rightarrow l = AA' = AB \cdot \sin 30^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$

$$\Rightarrow S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 1 \cdot 1 = 2\pi.$$

Câu 41: Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-2)x^2 + (1-2m)x + 2020$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 15.

B. 14.

C. 10.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

TXĐ $D = \mathbb{R}$.

$$y' = -x^2 + 2(m-2)x + 1 - 2m.$$

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -x^2 + 2(m-2)x + 1 - 2m \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m-2)^2 + 1 - 2m \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 5. \text{ Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}.$$

Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m là: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$.

Câu 42: Giả sử sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn tuân theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng (tính bằng giờ). Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 300 con và sau hai giờ có 1500 con. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất n sao cho sau n giờ thì số lượng vi khuẩn đạt ít nhất 10^7 con.

A. 10.

B. 12.

C. 13.

D. 11.

Lời giải

Chọn C

Do số lượng vi khuẩn ban đầu là 300 con và sau hai giờ có 1500 con nên ta có

$$1500 = 300.e^{r \cdot 2} \Leftrightarrow e^{2r} = 5 \Leftrightarrow r = \frac{1}{2} \ln 5 = \ln \sqrt{5}.$$

Để sau n giờ thì số lượng vi khuẩn đạt ít nhất 10^7 con thì

$$300.e^{\ln \sqrt{5} \cdot n} \geq 10^7 \Leftrightarrow e^{\ln \sqrt{5} \cdot n} \geq \frac{10^7}{300} \Leftrightarrow n \geq \frac{\ln \left(\frac{10^7}{300} \right)}{\ln \sqrt{5}} \approx 12,94.$$

Vậy số tự nhiên nhỏ nhất n sao cho sau n giờ thì số lượng vi khuẩn đạt ít nhất 10^7 con là 13.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			0				$+\infty$
	$-\infty$				-1		

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m + 2$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $0 < m < 1$.

B. $-2 \leq m \leq -1$.

C. $-1 < m < 0$.

D. $-2 < m < -1$.

Lời giải

Chọn D

Từ BBT của $y = f(x)$ ta có BBT của $y = f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		a		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$				1				$+\infty$

Phương trình $|f(x)| = m + 2$ có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m + 2 < 1 \Leftrightarrow -2 < m < -1$

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Biết $AD = 2a$, $AB = BC = a$ và SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M trung điểm của AD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SC bằng

A. $a\sqrt{2}$.

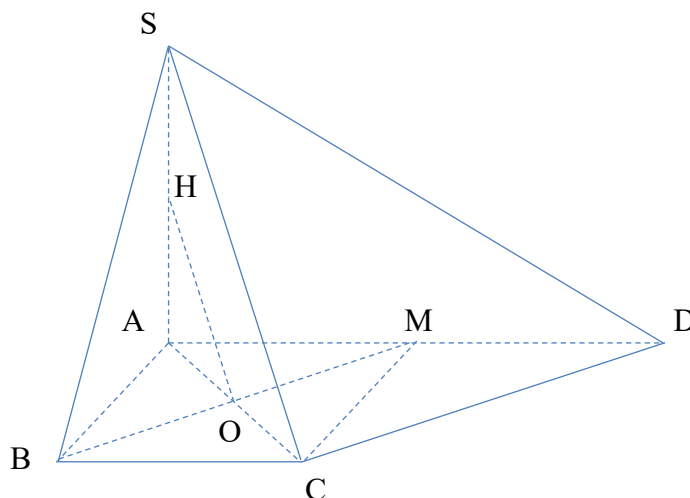
B. a .

C. $2a$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCM$, H là trung điểm của $SA \Rightarrow HO$ song song với SC

Nên SC song song với mặt phẳng $(HBM) \Rightarrow d_{[SC, BM]} = d_{[SC, (HBM)]} = d_{[C, (HBM)]} = d_{[A, (HBM)]}$

Xét tứ diện vuông $AHBM$ ta có: $\frac{1}{d_{[C, (HBM)]}^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow d_{[C, (HBM)]} = \frac{a}{2}$

Câu 45: Đánh số thứ tự cho 20 học sinh lần lượt từ số thứ tự từ 1 đến số thứ tự 20. Chọn ngẫu nhiên ba học sinh từ 20 học sinh đó. Xác suất để ba học sinh được chọn không có hai học sinh nào được đánh số thứ tự liên tiếp bằng.

A. $\frac{27}{95}$.

B. $\frac{799}{1140}$.

C. $\frac{139}{190}$.

D. $\frac{68}{95}$.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn ra ngẫu nhiên ba số là: C_{20}^3 .

Ta tìm số cách chọn ra bộ ba số $(a; b; c)$ thỏa mãn, theo giả thiết ta có $1 \leq a < b-1 < c-2 \leq 18$

Đặt $b' = b-1, c' = c-2 \Rightarrow 1 \leq a < b' < c' \leq 18$

Mỗi cách chọn ra bộ ba số $(a; b'; c')$ từ tập $\{1, 2, \dots, 18\}$ tương ứng với bộ ba số $(a; b; c)$ thỏa mãn. Vậy có tất cả C_{18}^3 cách chọn thỏa mãn.

Xác suất cần tính bằng $\frac{C_{18}^3}{C_{20}^3} = \frac{68}{95}$.

Câu 46: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$, M là trung điểm của $C'D'$, N là điểm trên cạnh AD sao cho $DN = 2AN$. Mặt phẳng $(B'MN)$ chia khối hộp thành hai phần có thể tích lần lượt là $V_1; V_2$ thỏa mãn $V_1 < V_2$. Tỷ lệ $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$.

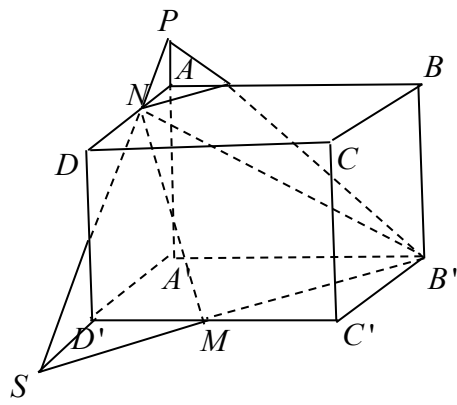
B. $\frac{47}{135}$.

C. $\frac{47}{88}$.

D. $\frac{88}{135}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi V_1 là thể tích hình chứa cạnh AA'

Để dàng chứng minh được $\frac{PA'}{AA'} = \frac{6}{5}; V_{A.A'B'C'D'} = \frac{1}{3}V_{hop}; V_1 = \frac{6}{5}V_{A.A'B'C'D'}$.

Suy ra: $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5} \cdot \left(1 - \frac{1}{6^3} - \frac{1}{2^3}\right) = \frac{47}{135} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{47}{88}$.

Câu 47: Cho phương trình $\log_6(2018x + m) = \log_4(1009x)$. Số giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 2020 để phương trình có nghiệm là

A. 2022.

B. 2021.

C. 2019.

D. 2020.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} 2018x + m > 0 \\ x > 0 \end{cases}$

Đặt $\log_6(2018x + m) = \log_4(1009x) = t \Leftrightarrow \begin{cases} 2018x + m = 6^t & (1) \\ 1009x = 4^t & (2) \end{cases}$

Thế (2) vào (1) ta được $2 \cdot 4^t + m = 6^t \Leftrightarrow m = 6^t - 2 \cdot 4^t$

Xét hàm số $f(t) = 6^t - 2 \cdot 4^t$

Ta có: $f'(t) = 6^t \ln 6 - 2 \cdot 4^t \ln 4$

Có $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 6^t \ln 6 - 2 \cdot 4^t \ln 4 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{\ln 6}{2 \ln 4} \Leftrightarrow t = \log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{\ln 6}{2 \ln 4}\right)$

Bảng biến thiên

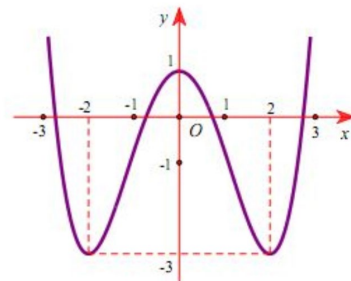
x	$-\infty$	$\log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{\ln 6}{2 \ln 4}\right)$	$+\infty$
y'	-	0	+
y	0	$-2,01$	$+\infty$

Để phương trình có nghiệm thì $m \geq -2,01$

Vì m là các số nguyên nhỏ hơn 2020 nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; \dots; 2019\}$

Vậy có 2022 số nguyên m thỏa mãn.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $2f(2\cos 2x) + 1 = 0$ trong $\left[-\frac{\pi}{4}; \pi\right]$ là



A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

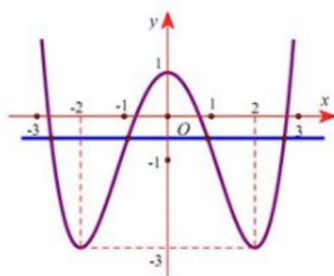
Chọn C

Ta có $2f(2\cos 2x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(2\cos 2x) = -\frac{1}{2}$

Đặt $t = 2\cos 2x$, vì $-1 \leq \cos 2x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2\cos 2x \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq t \leq 2$

Khi đó phương trình trở thành $f(t) = -\frac{1}{2}$

Nghiệm của phương trình $f(t) = -\frac{1}{2}$ là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(t)$ và đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$



Dựa vào đồ thị hàm số ta có $f(t) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t = a_1 \ (-3 < a_1 < -2) \\ t = a_2 \ (-1 < a_2 < 0) \\ t = a_3 \ (0 < a_3 < 1) \\ t = a_4 \ (2 < a_4 < 3) \end{cases}$

Ta thấy $t = a_1, t = a_4$ không thỏa mãn

Với $t = a_2, t = a_3$

Xét hàm số $t = \cos 2x$

Ta có $t' = -2\sin 2x$

Có $t' = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}$. Vì $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \pi\right]$ nên $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$

BẢNG BIẾN THIÊN

x	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	
t'	$+$	0	$-$	0	$+$
t					

Dựa vào BBT ta thấy phương trình $\cos 2x = a_2$ có 2 nghiệm, phương trình $\cos 2x = a_3$ có 3 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm.

Câu 49: Xét các số thực a, b thỏa mãn $a > 1, b > 1$. Biết phương trình $a^x b^{x^2} = b^2$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \right)^2 - 4(x_1 + x_2)$ thuộc tập nào dưới đây?

A. $(3; 4)$.

B. $(6; 7]$.

C. $\left[\frac{15}{2}; 8 \right)$.

D. $[8; 9)$.

Lời giải

Chọn C

Theo bài ra:

$$\log_b (a^x b^{x^2}) = \log_b b^2$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \log_b a + x^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x \cdot \log_b a - 2 = 0$$

Đặt $\log_b a = t (t > 0)$ ta được phương trình mới:

$$x^2 + x \cdot t - 2 = 0$$

Vì $\Delta = t^2 + 8 > 0 \forall t > 0$ nên phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt.

$$\text{Theo định lý Vi-et: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -t \\ x_1 \cdot x_2 = -2 \end{cases}$$

Thay vào biểu thức S ta có:

$$S = \left(\frac{-2}{-t} \right)^2 - 4 \cdot (-t) = \frac{4}{t^2} + 4t = 4 \left(\frac{1}{t^2} + t \right)$$

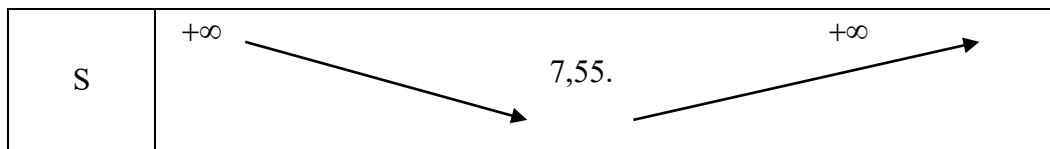
$$S' = 4 \left(1 - \frac{2}{t^3} \right)$$

$$S' = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{t^3} = 1 \Leftrightarrow t^3 = 2 \Leftrightarrow t = \sqrt[3]{2}$$

(Thỏa mãn điều kiện $t > 0$)

Lập bảng biến thiên:

t	0	$\sqrt[3]{2}$	$+\infty$
S'		0	



Quan sát bảng biến thiên, ta được $S_{\min} = 7,55... \in \left[\frac{15}{2}; 8 \right)$

Câu 50: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 12x + m - 3|$ trên đoạn $[1; 4]$ bằng 17. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

- A. 7. **B. 6.** C. 5. D. 8.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 12x + m - 3$:

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$$

Trên đoạn $[1; 4]$:

$$f(1) = m - 14; f(2) = m - 19; f(4) = m + 13$$

$$\text{Nhu vậy, } \max_{[1;4]} |f(x)| = \max \{ |m - 19|; |m + 13| \}$$

Xét các trường hợp:

Trường hợp 1: $m \geq 19$

$$\text{Khi đó: } \max_{[1;4]} |f(x)| = m + 13$$

$$\text{Suy ra: } m + 13 = 17 \Leftrightarrow m = 4 \text{ (Không thỏa mãn)}$$

Trường hợp 2: $m \leq -13$

$$\text{Khi đó: } \max_{[1;4]} |f(x)| = 19 - m$$

$$\text{Suy ra: } 19 - m = 17 \Leftrightarrow m = 2 \text{ (Không thỏa mãn)}$$

Trường hợp 3: $-13 < m < 19$

Khi đó:

$$\begin{cases} \max_{[1;4]} |f(x)| = 19 - m \\ \max_{[1;4]} |f(x)| = m + 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 19 - m = 17 \\ m + 13 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 4 \end{cases} \text{ (Thỏa mãn)}$$

Vậy tổng tất cả các phần tử của S bằng 6.

----- HẾT -----