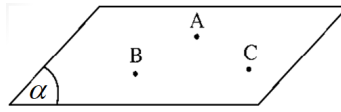


CHUYÊN ĐỀ 11_ QUAN HỆ SONG SONG

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. Xác định một mặt phẳng hay sử dụng:

Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định duy nhất một mặt phẳng.



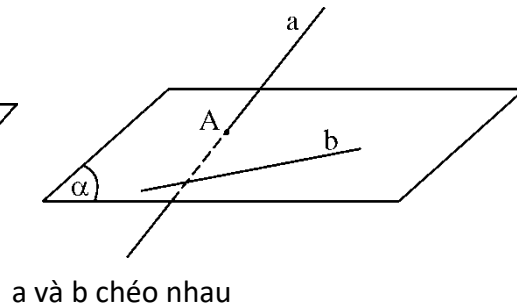
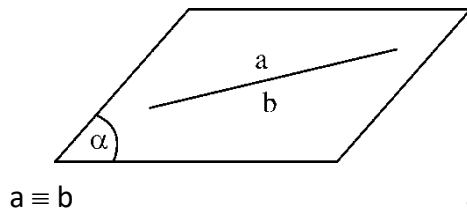
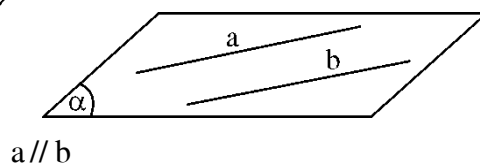
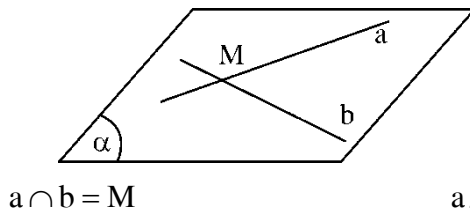
2. Định nghĩa Hình chóp:

Hình chóp là một hình đa diện có đáy là một đa giác, các mặt còn lại là những tam giác có chung một đỉnh. Hình chóp có đáy là tam giác gọi là hình tứ diện.

3. Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian:

a) Trường hợp 1: có một mặt phẳng chứa a và b

- + Hai đường thẳng cắt nhau.
- + Hai đường thẳng song song với nhau.
- + Hai đường thẳng trùng nhau.



b) Trường hợp 2: không có mặt phẳng nào chứa a và b. Ta nói a và b chéo nhau hay a chéo với b.

4. Giao tuyến hai mặt phẳng:

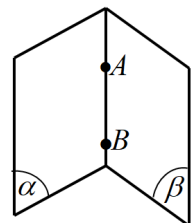
a) Định nghĩa:

Giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng chung của hai mặt phẳng.

b) Cách tìm giao tuyến của hai mặt phẳng:

Muốn tìm giao tuyến của hai mặt phẳng ta tìm hai điểm chung phân biệt của hai mặt phẳng rồi nối lại. Đường thẳng đi qua hai điểm chung đó gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng.

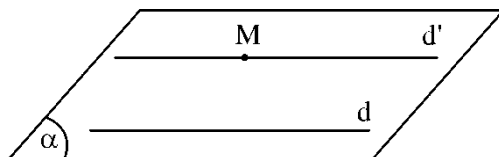
$$\begin{cases} A \in (\alpha) \cap (\beta) \\ B \in (\alpha) \cap (\beta) \end{cases} \Rightarrow AB = (\alpha) \cap (\beta)$$



5. Các định lý liên quan đến hai đường thẳng song song

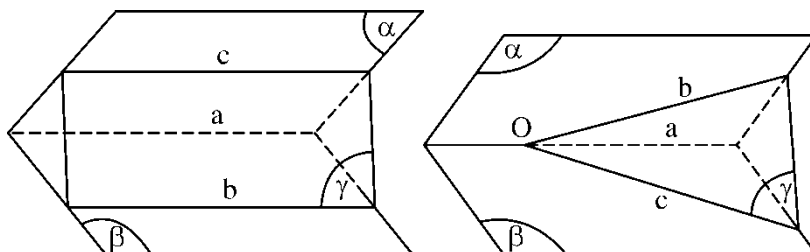
a) Định lý 1:

- + Trong không gian, qua một điểm không nằm trên đường thẳng cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.



b) Định lý 2: (Về giao tuyến của ba mặt phẳng)

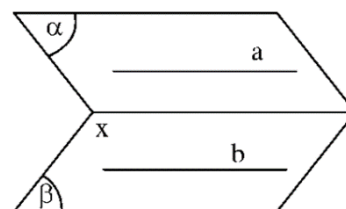
+ Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.



c) Hệ quả:

+ Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

$$\begin{cases} a \parallel b \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = x \end{cases} \Rightarrow x \parallel a \parallel b \text{ hoặc } x \equiv a \text{ hoặc } x \equiv b$$

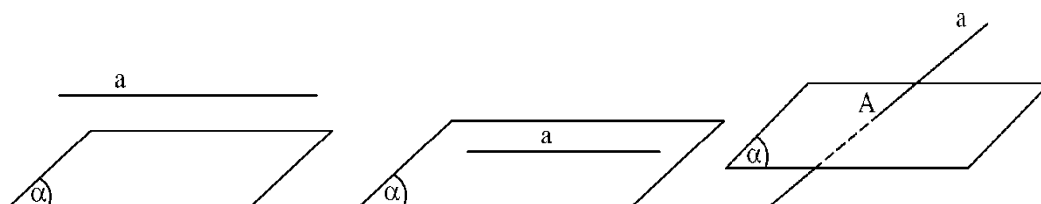


d) Định lý 3:

+ Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

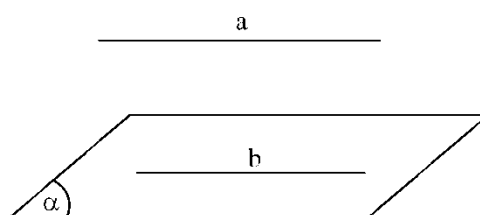
6. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng:

- + Đường thẳng song song với mp.
- + Đường thẳng nằm trong mp.
- + Đường thẳng cắt mp.



7. Cách chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng:

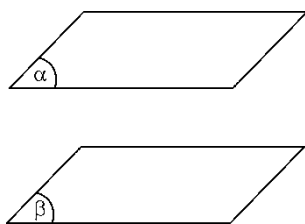
Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (α) và a song song với đường thẳng b nằm trong (α) thì a song song với (α) .



8. Hai mặt phẳng song song

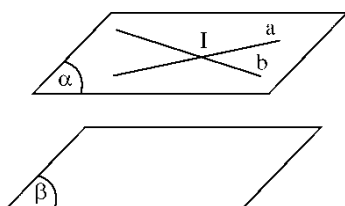
a) Định nghĩa hai mặt phẳng song song:

Hai mặt phẳng (α) và (β) được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.



b) Định lý 1:

Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β) .

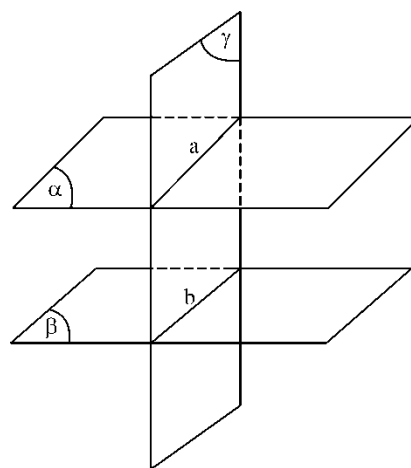


c) Định lý 2:

Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho. (Hình 1)

d) Hệ quả 1:

Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

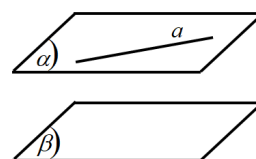


e) Định lý 3:

Cho hai mặt phẳng song song với nhau. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.

f) Hệ quả 2:

Cho 2 mặt phẳng song song. Nếu 1 đường thẳng bất kỳ nằm trong mặt phẳng này thì cũng song song với mặt phẳng kia.



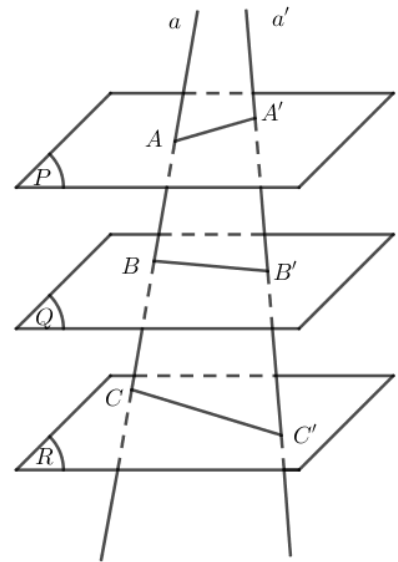
$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (\beta) \\ a \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow a \parallel (\beta)$$

9. Định lý THALES trong không gian:

Ba mặt phẳng song song cắt trên hai cát tuyến bất kỳ những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

• **Minh họa:** nếu d, d' là hai cát tuyến bất kỳ cắt ba mặt phẳng song song $(P), (Q), (R)$ lần lượt tại A, B, C và A', B', C' thì :

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}; \frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}; \frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{A'C'}; \dots$$



10. Hình lăng trụ và hình hộp:

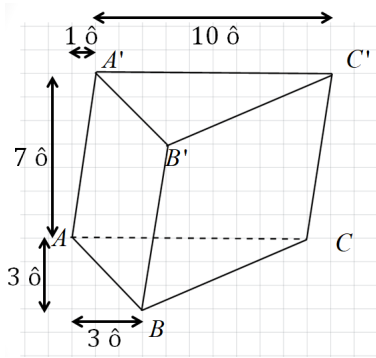
• Định nghĩa hình lăng trụ:

Hình lăng trụ là một hình đa diện có hai đáy là hai đa giác nằm trong hai mặt phẳng song song, tất cả các cạnh bên thì song song với nhau.

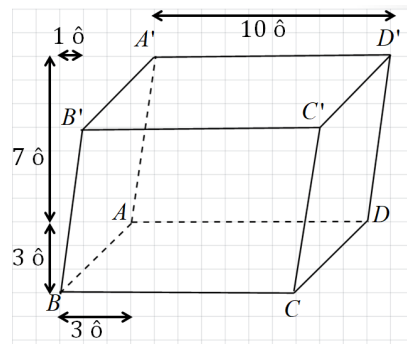
• Định nghĩa hình hộp:

Hình hộp là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.

• Cách vẽ hình lăng trụ - hình hộp:



Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$

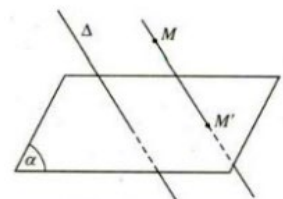


Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$

11. Phép chiếu song song

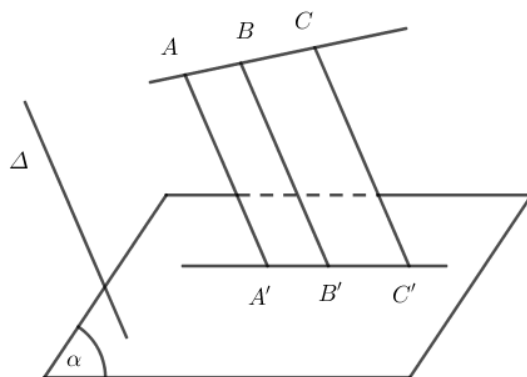
a) Định nghĩa.

- + Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ cắt (α) . Với mỗi điểm M trong không gian vẽ đường thẳng qua M và song song (hoặc trùng) với Δ , cắt (α) tại M' xác định.
- + Phép đặt tương ứng mỗi điểm M trong không gian với điểm M' như vậy gọi là phép chiếu song song lên mặt phẳng (α) theo phương Δ .
 - (α) : Mặt phẳng chiếu
 - Δ : phương chiếu
 - M' : Hình chiếu song song của điểm M qua phép chiếu trên.

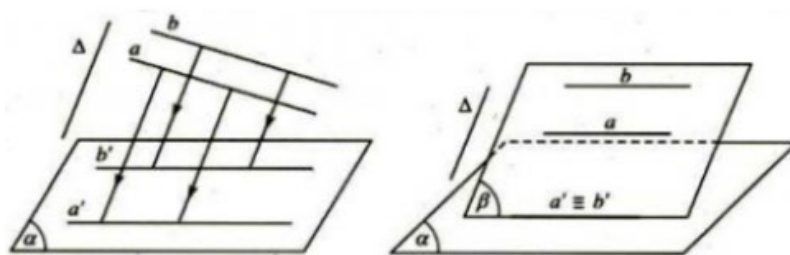


b) Các tính chất của phép chiếu song song.

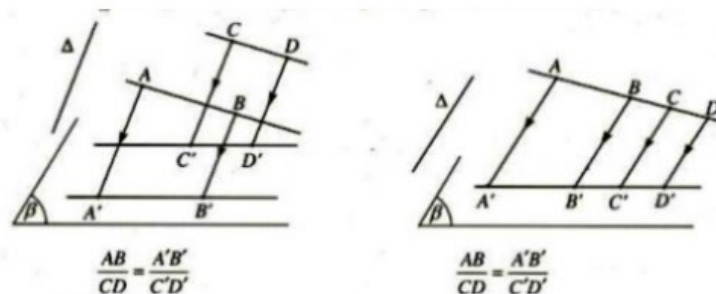
- + Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.



- + Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng.



- + Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
- + Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.



c) Hình biểu diễn của một hình không gian trên mặt phẳng

- + Hình biểu diễn của hình bình hành nói chung là hình bình hành (trường hợp đặc biệt thì là một đoạn thẳng)
- + Hình biểu diễn của hình thang là một hình thang (trường hợp đặc biệt thì là một đoạn thẳng)
- + Hình biểu diễn của hình thoi, hình chữ nhật, hình vuông đều là hình bình hành (đặc biệt là một đoạn thẳng)
- + Một tam giác bất kì đều có thể xem là hình biểu diễn của tam giác cân, tam giác vuông, tam giác đều
- + Hình biểu diễn của một đường tròn là một đường elip hoặc một đường tròn, hoặc đặc biệt có thể là một đoạn thẳng

B. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 1: Khi trát tường, dụng cụ không thể thiếu của người thợ là thước dẹt dài (Hình 28). Công dụng của thước dẹt này là gì? Giải thích.



Hình 28

Câu 2: Hình 29 là hình ảnh của chặn giấy bằng gỗ có bốn mặt phân biệt là các tam giác. Vẽ hình biểu diễn của chặn giấy bằng gỗ đó.



Hình 29

Câu 3: Thước laser phát ra tia laser, khi tia này quay sẽ tạo ra mặt phẳng ánh sáng (Hình 41). Giải thích tại sao các thước kẻ laser lại giúp người thợ xây dựng kẻ được đường thẳng trên tường hoặc sàn nhà.



Hình 41

Câu 4: Tại các nhà hàng, khách sạn, nhân viên phục vụ bàn thường xuyên phải bưng bê nhiều khay, đĩa đồ ăn khác nhau. Một trong những nguyên tắc nhân viên cần nhớ là khay phải được bưng bằng ít nhất 3 ngón tay. Hãy giải thích tại sao.

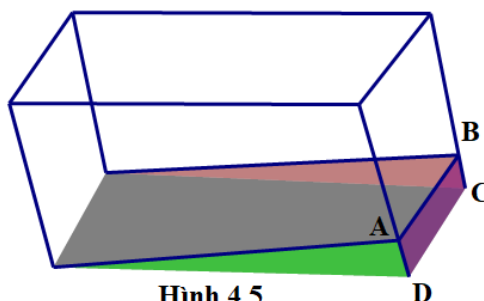


Câu 5: Bàn cắt giấy là một dụng cụ được sử dụng thường xuyên ở các cửa hàng photo-copy. Bàn cắt giấy gồm hai phần chính: phần bàn hình chữ nhật có chia kích thước giấy và phần dao cắt có một đầu được cố định vào bàn. Hãy giải thích tại sao khi sử dụng bàn cắt giấy thì các đường cắt luôn là đường thẳng.



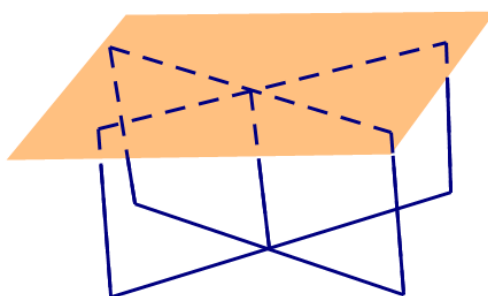
Câu 6: Đánh dấu một điểm trên mép của tờ giấy $A4$ và dùng kéo cắt một đường bán kính đi qua điểm đó (trong khi cắt không xoay kéo). Hãy giải thích vì sao đường cắt nhận được trên tờ giấy luôn là đường thẳng.

Câu 7: Bạn Huy đổ nước màu vào một chiếc bể cá có các mặt đều làm bằng kính phẳng. Sau một vài hôm nước bay hơi một phần và để lại trên thành bể các vệt màu như trong Hình 4.5. Huy quan sát thấy rằng, dù bể cá có hình dạng như thế nào, miễn là các mặt đều phẳng, thì vệt màu trên mỗi thành bể đều là các đường thẳng. Hãy giải thích vì sao.



Hình 4.5

Câu 8: Một số chiếc bàn có thiết kế khung sắt là hai hình chữ nhật có thể xoay quanh một trục, mặt bàn là một tấm gỗ phẳng được đặt lên phần khung như trong Hình 4.6. Tính chất hình học nào giải thích việc mặt bàn có thể được giữ cố định bởi khung sắt? (Giả sử khung sắt chắc chắn và được đặt cân đối).



Hình 4.6

Câu 9: Một đồ vật trang trí có bốn mặt phân biệt là các tam giác (Hình 7). Vẽ hình biểu diễn của đồ vật đó.



Hình 7

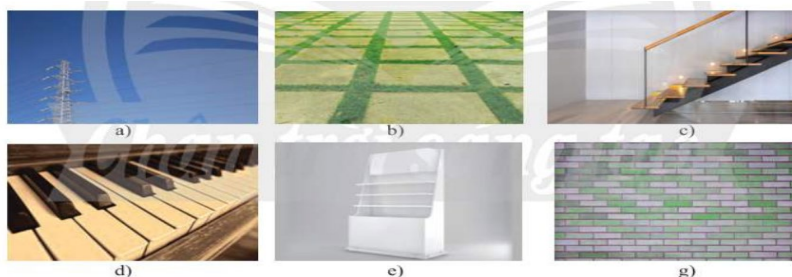
Câu 10: Quan sát Hình 43 và cho biết vị trí tương đối của hai trong ba cột tuabin gió có trong hình.



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Hình 43

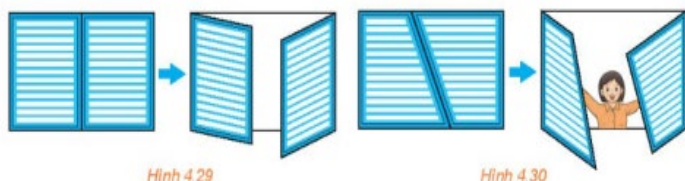
Câu 11: Chỉ ra các đường thẳng song song trong mỗi hình sau. Tìm thêm một số ví dụ khác về các đường thẳng song song trong thực tế.



Hình 18

Câu 12: Khi hai cánh cửa sổ hình chữ nhật được mở, dù ở vị trí nào, thì hai mép ngoài của chúng luôn song song với nhau (H4.29). Hãy giải thích tại sao.

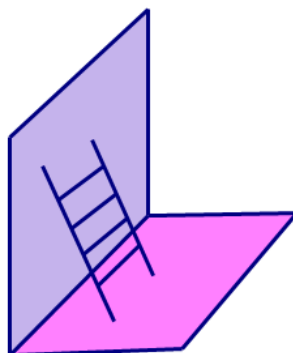
Nếu hai cánh cửa sổ có dạng hình thang như Hình 4.30 thì có vị trí nào của hai cánh cửa để hai mép ngoài của chúng song song với nhau hay không?



Hình 4.29

Hình 4.30

Câu 13: Một chiếc thang được đặt sao cho hai đầu của chân thang dựa vào tường, hai đầu còn lại nằm trên sàn nhà (H.4.12). Biết rằng chiếc thang có dạng hình chữ nhật, hãy giải thích vì sao hai đầu của chân thang nằm trên sàn nhà lại cách đều đường chân tường.



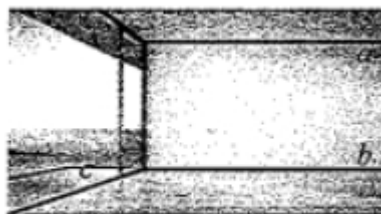
Hình 4.12

Câu 14: Bạn Hà lấy một tờ giấy hình chữ nhật và gấp tờ giấy sao cho hai mép của tờ giấy song song với nhau (H, 4.13). Hà thấy rằng dù gấp thế nào thì đường nếp gấp vẫn luôn song song với hai mép của tờ giấy. Hãy giải thích vì sao.



Hình 4.13

Câu 15: Quan sát hình căn phòng (Hình 16), hãy cho biết vị trí tương đối của các cặp đường thẳng a và b ; a và c ; b và c .



Hình 16

Câu 16: Trong phòng học của lớp, hãy nêu những hình ảnh về đường thẳng song song với mặt phẳng.

Câu 17: Trong Hình 57, khi cắt bánh sinh nhật, mặt cắt và mặt khay đựng bánh lần lượt gợi nên hình ảnh mặt phẳng (Q) và mặt phẳng (P); mép trên và mép dưới của lát cắt lần lượt gợi nên hình ảnh hai đường thẳng a và b trong đó a song song với mặt phẳng (P). Cho biết hai đường thẳng a, b có song song với nhau hay không.



Hình 57

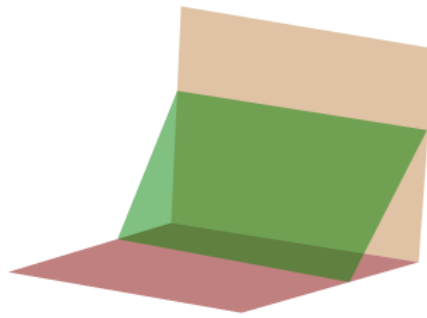
Câu 18: Mô tả vị trí tương đối của các đường thẳng a, b, c, d, e với mặt phẳng (P) là mặt trước của toà nhà (Hình 19).



Hình 19

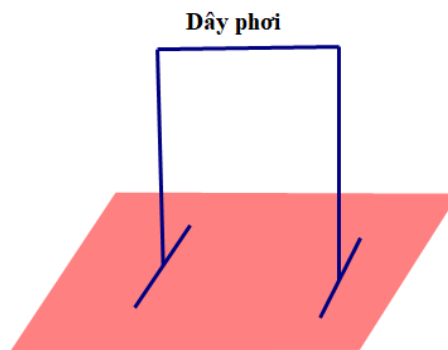
Câu 19: Bạn Nam quan sát thấy dù cửa ra vào được mở ở vị trí nào thì mép trên của cửa luôn song song với một mặt phẳng cố định. Hãy cho biết đó là mặt phẳng nào và giải thích tại sao.

Câu 20: Một tấm bảng hình chữ nhật được đặt dựa vào tường như trong Hình 4.18. Hãy giải thích vì sao mép trên của tấm bảng song song với mặt đất, mép dưới của tấm bảng song song với mặt tường.



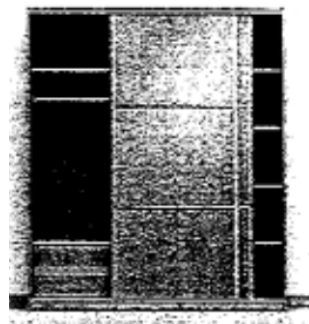
Hình 4.18

Câu 21: Để dựng dây phơi quần áo, bác Việt lắp hai thanh sắt thẳng đứng có chiều dài bằng nhau trên mặt đất và căng dây nối hai đầu còn lại của hai thanh sắt (H.4.19). Khi đó, dây phơi có song song với mặt đất không? Giải thích vì sao.



Hình 4.19

Câu 22: Trong không gian hẹp, người ta thường thiết kế tủ đựng quần áo có cánh cửa trượt. Tủ này bao gồm khoang tủ, cánh cửa trượt và hai đường ray trượt cho mép trên và mép dưới cánh cửa (Hình 25). Biết rằng cánh cửa trượt có dạng hình chữ nhật và có thể kéo trượt bình thường, khi đó bạn Minh nói: “Đường ray trượt ở mép trên cửa song song với mặt đáy của tủ quần áo”. Em hãy cho biết phát biểu của bạn Minh đúng hay sai? Vì sao?

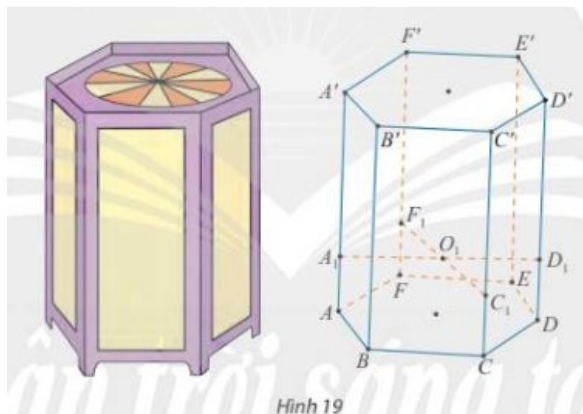


Hình 25

Câu 23: Để làm một khung lồng đèn kéo quân hình lăng trụ lục giác $ABCDEF A'B'C'D'E'F'$, Bình gắn hai thanh tre A_1D_1, F_1C_1 song song với mặt phẳng đáy và cắt nhau tại O_1 (Hình 19).

a) Xác định giao tuyến của $\text{mp}(A_1D_1, F_1C_1)$ với các mặt bên của lăng trụ.

b) Cho biết $A'A_1 = 6AA_1$ và $AA' = 70 \text{ cm}$. Tính CC_1 và C_1C' .



Hình 19

Câu 24: Cầu thang xương cá là dạng cầu thang có hình dáng tương tự như những đốt xương cá, thường có những bậc cầu thang với khoảng mở lớn, tạo được sự nhẹ nhàng và thoáng đãng cho không gian sống. Trong Hình 4.55, phần mép của mỗi bậc thang nằm trên tường song song với nhau. Hãy giải thích tại sao.



Câu 25: Khi cắt một chiếc bánh ga-tô hình hộp, Thuý nhận thấy vết cắt ở mặt trên và mặt dưới của bánh gợi nên hình ảnh về hai đường thẳng song song với nhau. Hỏi nhận xét của Thuý có đúng không? Vì sao?

Câu 26: Một chiếc bình nước hình trụ được đặt trên bàn, lượng nước trong bình bằng đúng một nửa dung tích của bình. Hoàng đặt một chiếc ống hút vào trong bình sao cho một đầu của ống hút chạm vào đáy bình còn một đầu chạm vào miệng bình. Hoàng nói rằng độ dài của phần ống hút bị ướt bằng $\frac{1}{3}$ độ dài của toàn bộ ống hút. Hỏi Hoàng nói đúng hay sai? Vì sao?

Câu 27: Vẽ hình biểu diễn của các vật trong Hình 89 và Hình 90.



Hình 89



Hình 90

Câu 28: Trong hình bên, AB và CD là bóng của hai thanh chắn của một chiếc thang dưới ánh mặt trời. Hãy giải thích tại sao AB song song với CD .

Câu 29: Vẽ hình biểu diễn của các vật sau.

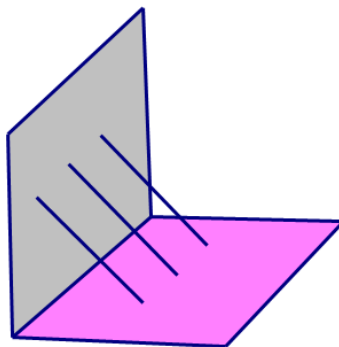


a)

b)

Hình 6

Câu 30: Ba chiếc gậy thẳng được đặt dựa vào tường và đôi một song song với nhau (H.4.32). Giải thích vì sao nếu ba đầu gậy trên tường thẳng hàng thì ba đầu gậy trên mặt sàn cũng thẳng hàng.



Hình 4.32

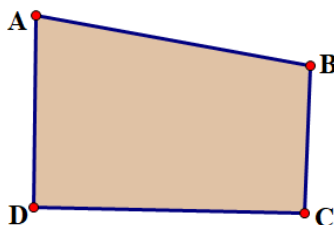
Câu 31: Phần trong của một bể đựng nước được xây có dạng hình hộp như Hình 38. Để xác định tỉ số của độ cao mực nước trong bể với chiều cao của lòng bể, bạn Minh làm như sau: "Lấy một thanh thước thẳng đủ dài cắm vào bể sao cho một đầu chạm đáy bể và để thước tựa vào mép dưới của thành miệng bể, đánh dấu điểm tựa. Sau đó rút thước lên, tính tỉ số độ dài của phần thước chìm trong nước và độ dài của phần thước từ điểm được đánh dấu đến điểm đầu chạm đáy bể. Tỉ số đó chính bằng tỉ số của độ cao mực nước trong bể với chiều cao của lòng bể". Bạn Minh làm có đúng không? Vì sao?



Hình 38

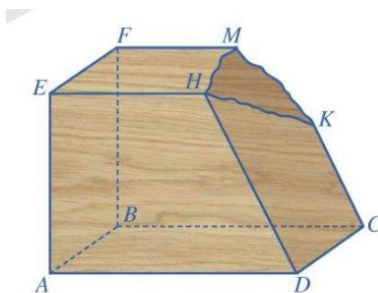
Câu 32: Một người thợ đang cố gắng đặt tấm kính $ABCD$ (mép AB không song song với CD) dựa vào tường sao cho mép kính CD song song với đường chân tường, còn mép kính AB nằm hoàn toàn trên tường. Sau một hồi loay hoay, người thợ vẫn không thể đặt được tấm kính như mong muốn. Hãy giải thích tại sao.

Có cách nào đặt tấm kính để một mép kính song song với đường chân tường, một mép kính khác nằm hoàn toàn trên tường không?



Hình 4.33

Câu 33: Một khối gỗ có các mặt đều là một phần của mặt phẳng với $(ABCD) \parallel (EFMH)$, $CK \parallel DH$. Khối gỗ bị hỏng một góc (Hình 91). Bác thợ mộc muốn làm đẹp khối gỗ bằng cách cắt khối gỗ theo mặt phẳng (R) đi qua K và song song với mặt phẳng $(ABCD)$.



Hình 91

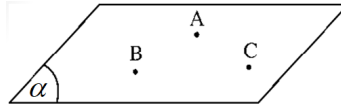
- a) Hãy giúp bác thợ mộc xác định giao tuyến của mặt phẳng (R) với các mặt của khối gỗ để cắt được chính xác.
- b) Gọi I, J lần lượt là giao điểm DH, BF với mặt phẳng (R) . Biết $BF = 60$ cm, $DH = 75$ cm, $CK = 40$ cm. Tính FJ .

CHUYÊN ĐỀ 11_ QUAN HỆ SONG SONG

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. Xác định một mặt phẳng hay sử dụng:

Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định duy nhất một mặt phẳng.



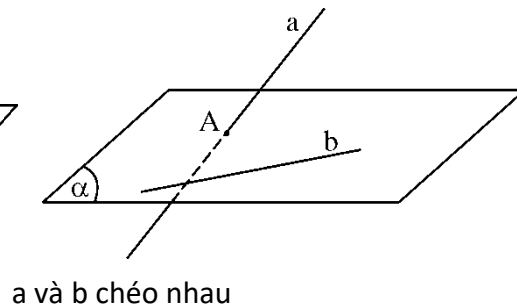
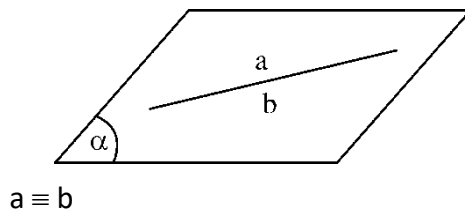
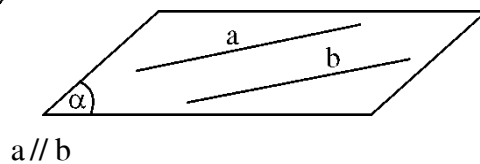
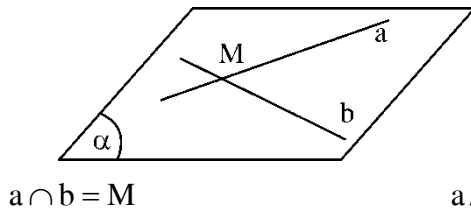
2. Định nghĩa Hình chóp:

Hình chóp là một hình đa diện có đáy là một đa giác, các mặt còn lại là những tam giác có chung một đỉnh. Hình chóp có đáy là tam giác gọi là hình tứ diện.

3. Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian:

a) Trường hợp 1: có một mặt phẳng chứa a và b

- + Hai đường thẳng cắt nhau.
- + Hai đường thẳng song song với nhau.
- + Hai đường thẳng trùng nhau.



b) Trường hợp 2: không có mặt phẳng nào chứa a và b. Ta nói a và b chéo nhau hay a chéo với b.

4. Giao tuyến hai mặt phẳng:

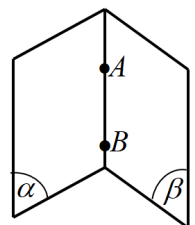
a) Định nghĩa:

Giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng chung của hai mặt phẳng.

b) Cách tìm giao tuyến của hai mặt phẳng:

Muốn tìm giao tuyến của hai mặt phẳng ta tìm hai điểm chung phân biệt của hai mặt phẳng rồi nối lại. Đường thẳng đi qua hai điểm chung đó gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng.

$$\begin{cases} A \in (\alpha) \cap (\beta) \\ B \in (\alpha) \cap (\beta) \end{cases} \Rightarrow AB = (\alpha) \cap (\beta)$$



5. Các định lý liên quan đến hai đường thẳng song song

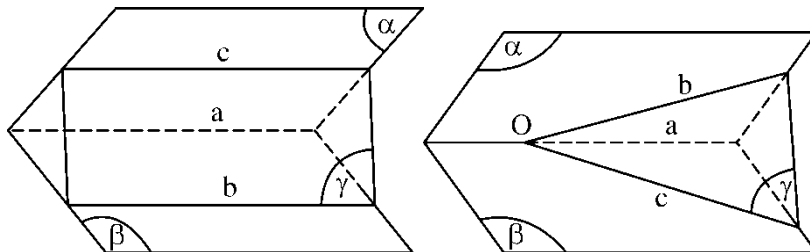
a) Định lý 1:

- + Trong không gian, qua một điểm không nằm trên đường thẳng cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.



b) Định lý 2: (Về giao tuyến của ba mặt phẳng)

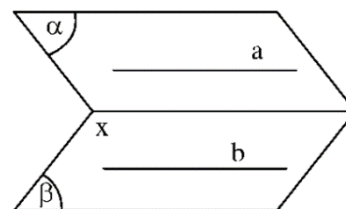
+ Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.



c) Hệ quả:

+ Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

$$\begin{cases} a \parallel b \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = x \end{cases} \Rightarrow x \parallel a \parallel b \text{ hoặc } x \equiv a \text{ hoặc } x \equiv b$$

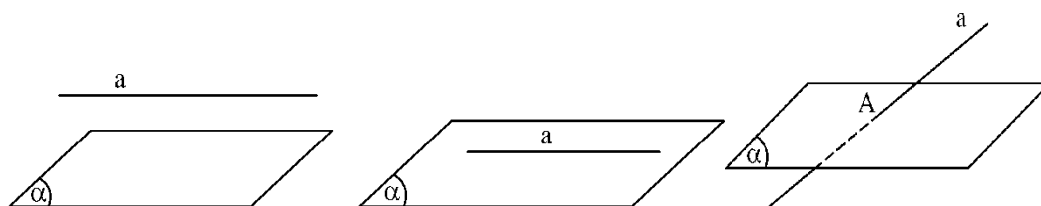


d) Định lý 3:

+ Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

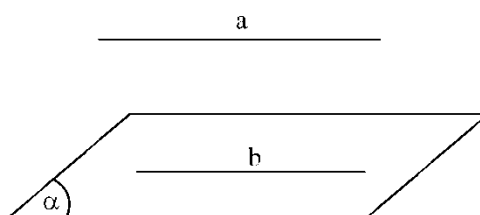
6. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng:

- + Đường thẳng song song với mp.
- + Đường thẳng nằm trong mp.
- + Đường thẳng cắt mp.



7. Cách chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng:

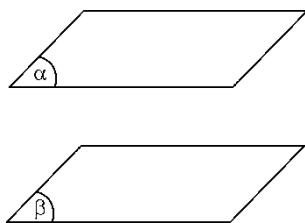
Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (α) và a song song với đường thẳng b nằm trong (α) thì a song song với (α) .



8. Hai mặt phẳng song song

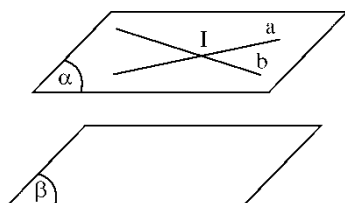
a) Định nghĩa hai mặt phẳng song song:

Hai mặt phẳng (α) và (β) được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.



b) Định lý 1:

Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β) .

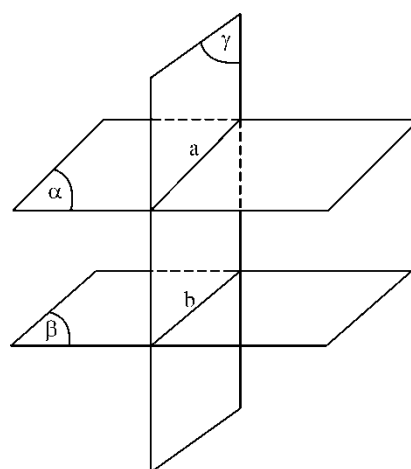


c) Định lý 2:

Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho. (Hình 1)

d) Hệ quả 1:

Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

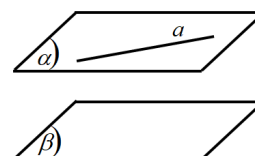


e) Định lý 3:

Cho hai mặt phẳng song song với nhau. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.

f) Hệ quả 2:

Cho 2 mặt phẳng song song. Nếu 1 đường thẳng bất kỳ nằm trong mặt phẳng này thì cũng song song với mặt phẳng kia.



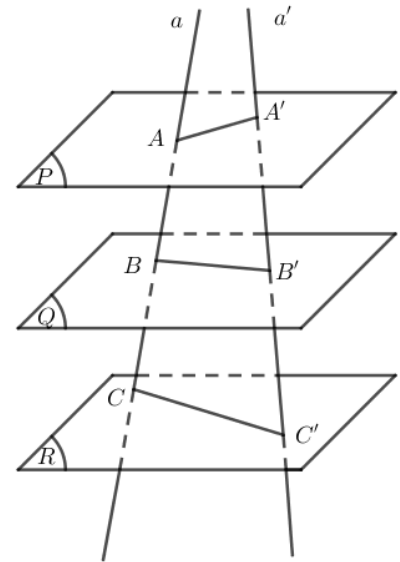
$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (\beta) \\ a \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow a \parallel (\beta)$$

9. Định lý THALES trong không gian:

Ba mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến bất kỳ những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

• **Minh họa:** nếu d, d' là hai cát tuyến bất kỳ cắt ba mặt phẳng song song $(P), (Q), (R)$ lần lượt tại A, B, C và A', B', C' thì :

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}; \frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}; \frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{A'C'}; \dots$$



10. Hình lăng trụ và hình hộp:

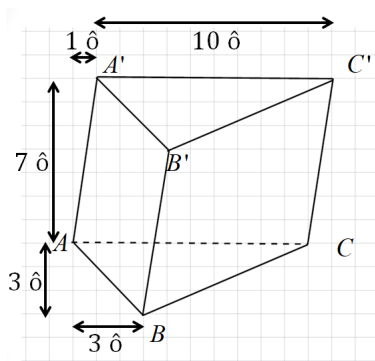
• Định nghĩa hình lăng trụ:

Hình lăng trụ là một hình đa diện có hai đáy là hai đa giác nằm trong hai mặt phẳng song song, tất cả các cạnh bên thì song song với nhau.

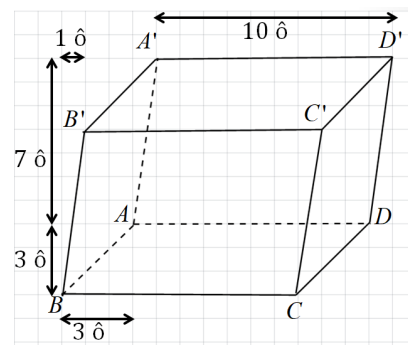
• Định nghĩa hình hộp:

Hình hộp là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.

• Cách vẽ hình lăng trụ - hình hộp:



Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$

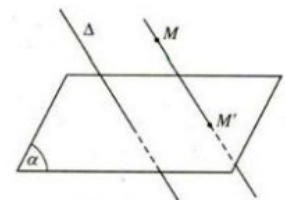


Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$

11. Phép chiếu song song

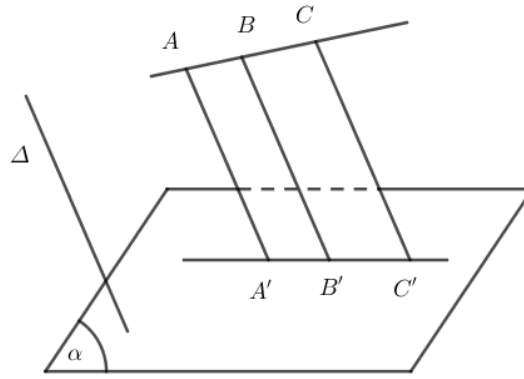
a) Định nghĩa.

- + Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ cắt (α) . Với mỗi điểm M trong không gian vẽ đường thẳng qua M và song song (hoặc trùng) với Δ , cắt (α) tại M' xác định.
- + Phép đặt tương ứng mỗi điểm M trong không gian với điểm M' như vậy gọi là phép chiếu song song lên mặt phẳng (α) theo phương Δ .
 - (α) : Mặt phẳng chiếu
 - Δ : phương chiếu
 - M' : Hình chiếu song song của điểm M qua phép chiếu trên.

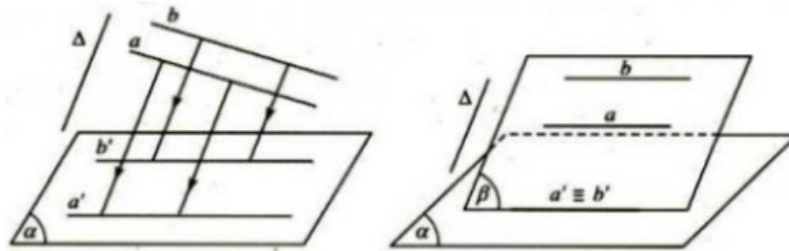


b) Các tính chất của phép chiếu song song.

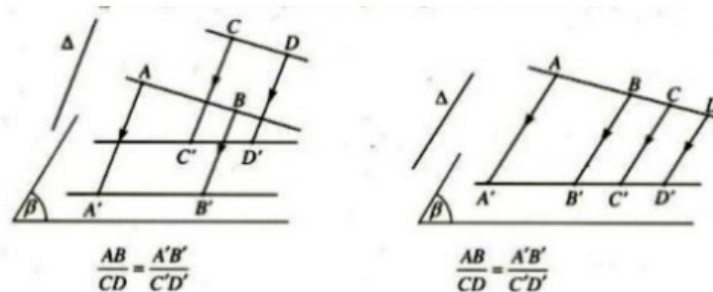
- + Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.



- + Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng.



- + Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
- + Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.



c) Hình biểu diễn của một hình không gian trên mặt phẳng

- + Hình biểu diễn của hình bình hành nói chung là hình bình hành (trường hợp đặc biệt thì là một đoạn thẳng)
- + Hình biểu diễn của hình thang là một hình thang (trường hợp đặc biệt thì là một đoạn thẳng)
- + Hình biểu diễn của hình thoi, hình chữ nhật, hình vuông đều là hình bình hành (đặc biệt là một đoạn thẳng)
- + Một tam giác bất kì đều có thể xem là hình biểu diễn của tam giác cân, tam giác vuông, tam giác đều
- + Hình biểu diễn của một đường tròn là một đường elip hoặc một đường tròn, hoặc đặc biệt có thể là một đoạn thẳng

B. BÀI TẬP VẬN DỤNG

- Câu 1:** Khi trát tường, dụng cụ không thể thiếu của người thợ là thước dẹt dài (Hình 28). Công dụng của thước dẹt này là gì? Giải thích.



Hình 28

Lời giải

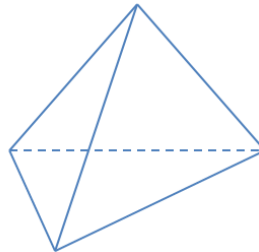
Thước dẹt làm cho mặt lớp vữa phẳng và dải mốc cùng nằm trên mặt phẳng.

Câu 2: Hình 29 là hình ảnh của chặn giấy bằng gỗ có bốn mặt phân biệt là các tam giác. Vẽ hình biểu diễn của chặn giấy bằng gỗ đó.



Hình 29

Lời giải



Câu 3: Thước laser phát ra tia laser, khi tia này quay sẽ tạo ra mặt phẳng ánh sáng (Hình 41). Giải thích tại sao các thước kẻ laser lại giúp người thợ xây dựng kẻ được đường thẳng trên tường hoặc sàn nhà.



Hình 41

Lời giải

Do tia laser tạo ra một mặt phẳng, mặt phẳng này giao với mặt phẳng tường hoặc sàn nhà tại một đường thẳng.

Do đó có thể giúp người thợ kẻ được đường thẳng trên tường hoặc sàn nhà

Câu 4: Tại các nhà hàng, khách sạn, nhân viên phục vụ bàn thường xuyên phải bưng bê nhiều khay, đĩa đồ ăn khác nhau. Một trong những nguyên tắc nhân viên cần nhớ là khay phải được bưng bằng ít nhất 3 ngón tay. Hãy giải thích tại sao.



Lời giải

Việc bưng ít nhất 3 ngón tay sẽ tạo thành mặt phẳng cố định chứa mặt khay giúp cố định khay trong quá trình di chuyển.

Câu 5: Bàn cắt giấy là một dụng cụ được sử dụng thường xuyên ở các cửa hàng photo-copy. Bàn cắt giấy gồm hai phần chính: phần bàn hình chữ nhật có chia kích thước giấy và phần dao cắt có một đầu được cố định vào bàn. Hãy giải thích tại sao khi sử dụng bàn cắt giấy thì các đường cắt luôn là đường thẳng.



Lời giải

Ta có: mặt phẳng chứa phần bàn và mặt phẳng chứa dao cắt, đường cắt chính là giao tuyến của hai mặt phẳng đó.

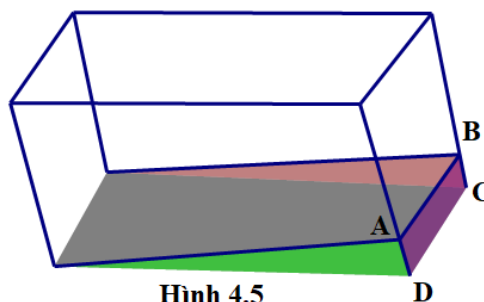
Giao tuyến của hai mặt phẳng là một đường thẳng nên đường cắt luôn là đường thẳng.

Câu 6: Đánh dấu một điểm trên mép của tờ giấy A4 và dùng kéo cắt một đường bán kính đi qua điểm đó (trong khi cắt không xoay kéo). Hãy giải thích vì sao đường cắt nhận được trên tờ giấy luôn là đường thẳng.

Lời giải

Đường cắt là giao tuyến của hai mặt phẳng: mặt phẳng chứa tờ giấy và mặt phẳng tạo bởi hai lưỡi kéo. Do đó đường cắt luôn là đường thẳng.

Câu 7: Bạn Huy đổ nước màu vào một chiếc bể cá có các mặt đều làm bằng kính phẳng. Sau một vài hôm nước bay hơi một phần và để lại trên thành bể các vệt màu như trong Hình 4.5. Huy quan sát thấy rằng, dù bể cá có hình dạng như thế nào, miễn là các mặt đều phẳng, thì vệt màu trên mỗi thành bể đều là các đường thẳng. Hãy giải thích vì sao.

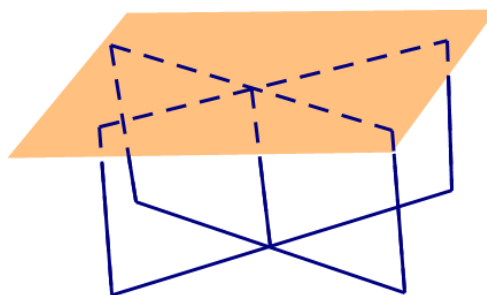


Hình 4.5

Lời giải

Vệt màu trên mỗi thành bể là giao tuyến của hai mặt phẳng: mặt phẳng tạo bởi thành bể và mặt nước. Do đó vệt màu luôn là đường thẳng.

Câu 8: Một số chiếc bàn có thiết kế khung sắt là hai hình chữ nhật có thể xoay quanh một trục, mặt bàn là một tấm gỗ phẳng được đặt lên phần khung như trong Hình 4.6. Tính chất hình học nào giải thích việc mặt bàn có thể được giữ cố định bởi khung sắt? (Giả sử khung sắt chắc chắn và được đặt cân đối).

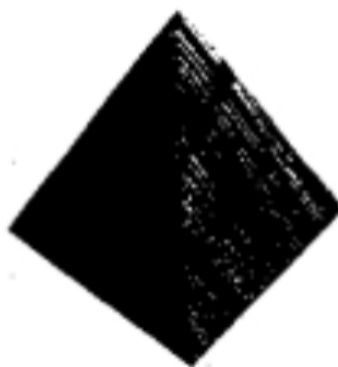


Hình 4.6

Lời giải

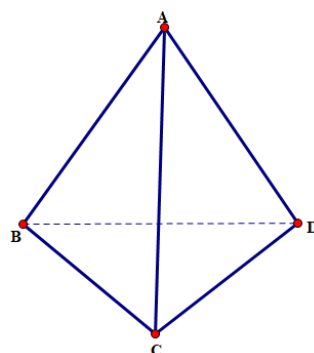
Mặt bàn có thể được đỡ cố định bằng khung sắt dựa theo tính chất: một mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

Câu 9: Một đồ vật trang trí có bốn mặt phân biệt là các tam giác (Hình 7). Vẽ hình biểu diễn của đồ vật đó.



Hình 7

Lời giải



Câu 10: Quan sát Hình 43 và cho biết vị trí tương đối của hai trong ba cột tuabin gió có trong hình.



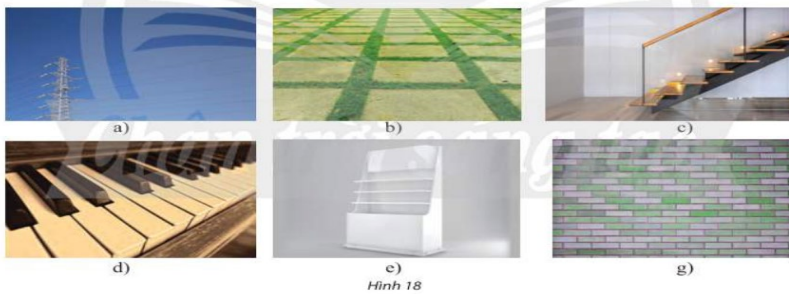
(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Hình 43

Lời giải

Ba cột tuabin gió đôi một song song với nhau.

Câu 11: Chỉ ra các đường thẳng song song trong mỗi hình sau. Tìm thêm một số ví dụ khác về các đường thẳng song song trong thực tế.



Lời giải

Hình a: Các dây điện song song với nhau.

Hình b: Các mép của viên gạch lát song song với nhau.

Hình c: Các mép của bậc thang song song với nhau.

Hình d: Các mép của phím đàn piano song song với nhau.

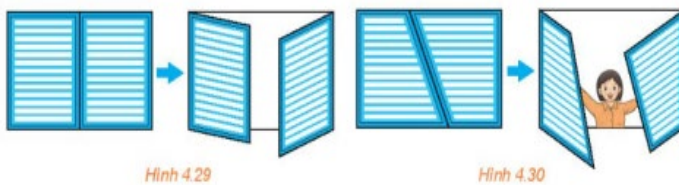
Hình e: Các mép của tầng ngăn kệ song song với nhau.

Hình g: Các mép của viên gạch song song với nhau.

Một số ví dụ khác về đường thẳng song song: các gáy của quyển sách trong chồng sách, các mép của chân bàn thẳng đứng,.

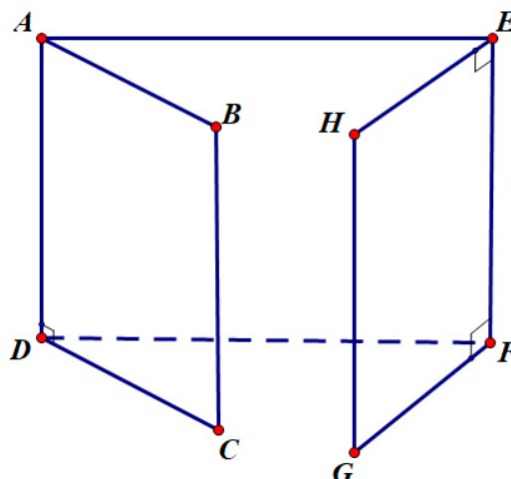
Câu 12: Khi hai cánh cửa sổ hình chữ nhật được mở, dù ở vị trí nào, thì hai mép ngoài của chúng luôn song song với nhau (H4.29). Hãy giải thích tại sao.

Nếu hai cánh cửa sổ có dạng hình thang như Hình 4.30 thì có vị trí nào của hai cánh cửa để hai mép ngoài của chúng song song với nhau hay không?



Lời giải

a) Khi mở cửa BC, GH là hai đường thẳng phân biệt



Vì $ABCD$ là hình chữ nhật $\Rightarrow BC \parallel AD$

Vì $AEFD$ là hình chữ nhật $\Rightarrow EF \parallel AD$

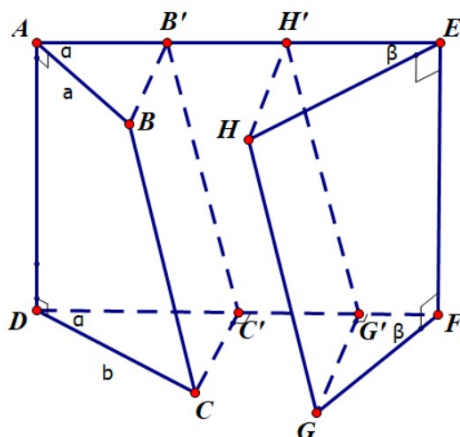
Suy ra $BC \parallel EF$ (1)

Vì $HEFG$ là hình chữ nhật $\Rightarrow HG \parallel EF$ (2)

Vì BC, GH là hai đường thẳng phân biệt nên từ (1) và (2) ta có $BC \parallel HG$.

Vậy khi mở cửa thì hai mép ngoài của hai lá cửa song song với nhau

b) Hình thang $ABCD$ có $AB = a, DC = b (a \neq b)$ thì hình thang $EFGH$ có $EH = b, FG = a$



Giả sử lá cửa $ABCD, EFGH$ được mở ra và góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD), (EFGH)$ là α ; góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABEF), (EFGH)$ là β

Khi đó $\widehat{EAB} = \widehat{FDC} = \alpha \leq 90^\circ; \widehat{AEH} = \widehat{DFG} = \beta \leq 90^\circ$

Gọi B', C', G', H' lần lượt là hình chiếu vuông góc của B, C, G, H lên $(AEFD)$ thì B', H' thuộc AE ; C', G' thuộc DF

Ta có $BC = HG$ do đó nếu $BC \parallel HG$ thì $B'H' \parallel C'G'$

$$\Rightarrow AB' + HE = DC' + G'F \Leftrightarrow a \cos \alpha + b \cos \beta = b \cos \alpha + a \cos \beta$$

$$\Leftrightarrow (a - b) \cos \alpha - (a - b) \cos \beta = 0 \Leftrightarrow (a - b)(\cos \alpha - \cos \beta) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = b \Rightarrow \cos \alpha = \cos \beta \Leftrightarrow \alpha = \beta$$

Khi $\alpha = \beta$ thì $\triangle ABB' = \triangle FGG' \Rightarrow BB' = GG'$ do đó $BB'G'G$ là hình chữ nhật

$$\Rightarrow BG \parallel B'G' \Rightarrow BG \parallel (AEFD)$$

Do $a \neq b \Rightarrow BB' \neq CC'$ do đó $(CBG) \cap (AEFD) = d_1, d_1 \parallel BG$ (1)

Ta cũng có $\triangle HEE' = \triangle DCC' \Rightarrow HH' = CC'$ nên $HH'C'C$ là hình chữ nhật

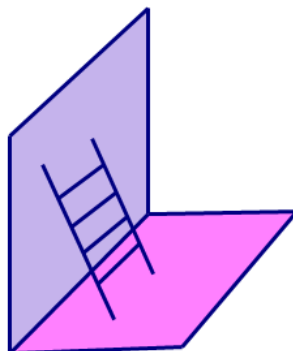
$$\Rightarrow HC \parallel H'C' \Rightarrow HC \parallel (AEFD)$$

Mà $BB' \neq CC'$ nên $(BCH) \cap (AEFD) = d_2, d_2 \parallel HC$ (2)

Từ (1) và (2) ta có B, C, G, H không đồng phẳng $\Rightarrow BC$ không song song GH .

Vậy $BC \parallel GH$ khi $a = b = \frac{1}{2} AE$.

Câu 13: Một chiếc thang được đặt sao cho hai đầu của chân thang dựa vào tường, hai đầu còn lại nằm trên sàn nhà (H.4.12). Biết rằng chiếc thang có dạng hình chữ nhật, hãy giải thích vì sao hai đầu của chân thang nằm trên sàn nhà lại cách đều đường chân tường.



Hình 4.12

Lời giải

Áp dụng định lý về ba đường giao tuyến cho ba mặt phẳng: mặt sàn nhà, mặt chân tường và mặt phẳng tạo bởi bốn đầu của chân thang. Từ đó suy ra đường thẳng đi qua hai đầu của chân thang trên sàn nhà song song với đường chân tường.

Câu 14: Bạn Hà lấy một tờ giấy hình chữ nhật và gấp tờ giấy sao cho hai mép của tờ giấy song song với nhau (H.4.13). Hà thấy rằng dù gấp thế nào thì đường nếp gấp vẫn luôn song song với hai mép của tờ giấy. Hãy giải thích vì sao.

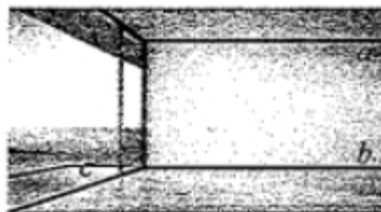


Hình 4.13

Lời giải

Hai nửa của tờ giấy có thể coi như hai mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song là hai mép giấy. Đường nếp gấp chính là giao tuyến của hai mặt phẳng này nên nó song song với hai mép giấy.

Câu 15: Quan sát hình căn phòng (Hình 16), hãy cho biết vị trí tương đối của các cặp đường thẳng a và b ; a và c ; b và c .



Hình 16

Lời giải

a và b song song; a và c chéo nhau; b và c cắt nhau.

Câu 16: Trong phòng học của lớp, hãy nêu những hình ảnh về đường thẳng song song với mặt phẳng.

Lời giải

Những hình ảnh về đường thẳng song song với mặt phẳng: mép cột dọc với bảng; xà ngang trần nhà với mặt sàn;

Câu 17: Trong Hình 57, khi cắt bánh sinh nhật, mặt cắt và mặt khay đựng bánh lần lượt gọi nên hình ảnh mặt phẳng (Q) và mặt phẳng (P); mép trên và mép dưới của lát cắt lần lượt gọi nên hình ảnh hai đường thẳng a và b trong đó a song song với mặt phẳng (P). Cho biết hai đường thẳng a, b có song song với nhau hay không.



Lời giải

Hai đường thẳng a, b có song song với nhau vì a song song với (P) mà (Q) cắt (P) tại giao tuyến b .

Câu 18: Mô tả vị trí tương đối của các đường thẳng a, b, c, d, e với mặt phẳng (P) là mặt trước của toà nhà (Hình 19).



Hình 19

Lời giải

Đường thẳng a, e nằm trong mặt phẳng (P).

Đường thẳng b, c song song với mặt phẳng (P).

Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P).

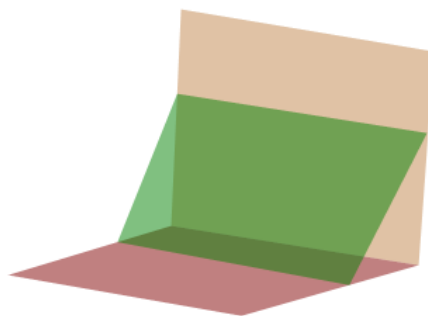
Câu 19: Bạn Nam quan sát thấy dù cửa ra vào được mở ở vị trí nào thì mép trên của cửa luôn song song với một mặt phẳng cố định. Hãy cho biết đó là mặt phẳng nào và giải thích tại sao.

Lời giải

Ta có: Mép trên của cửa luôn song song với mép dưới của cửa.

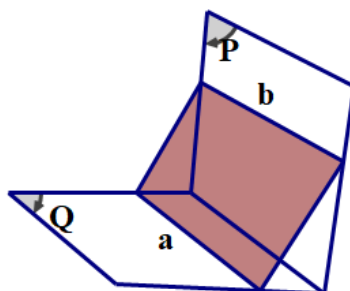
Và khi cửa được mở ra, dù được mở ở vị trí nào thì mép dưới của cửa cũng thuộc mặt sàn. Vì vậy mép trên của cửa luôn song song với mặt phẳng sàn cố định

Câu 20: Một tấm bảng hình chữ nhật được đặt dựa vào tường như trong Hình 4.18. Hãy giải thích vì sao mép trên của tấm bảng song song với mặt đất, mép dưới của tấm bảng song song với mặt tường.



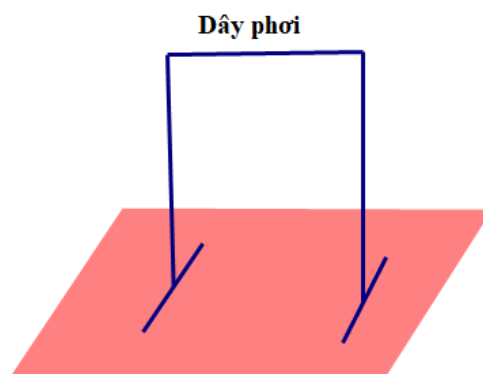
Hình 4.18

Lời giải



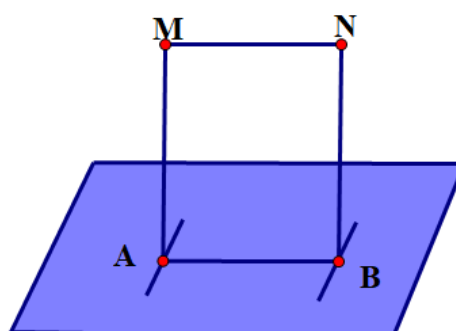
Gọi (P) là mặt tường và (Q) là mặt bảng. Gọi a là mép dưới của bảng và b là mép trên thì b nằm trong (P) . Vì bảng có dạng hình chữ nhật nên $a \parallel b$, do đó $a \parallel (P)$, tức là mép dưới của bảng song song với mặt tường. Giải thích tương tự suy ra mép trên của bảng song song với mặt đất.

Câu 21: Để dựng dây phơi quần áo, bác Việt lắp hai thanh sắt thẳng đứng có chiều dài bằng nhau trên mặt đất và căng dây nối hai đầu còn lại của hai thanh sắt (H.4.19). Khi đó, dây phơi có song song với mặt đất không? Giải thích vì sao.



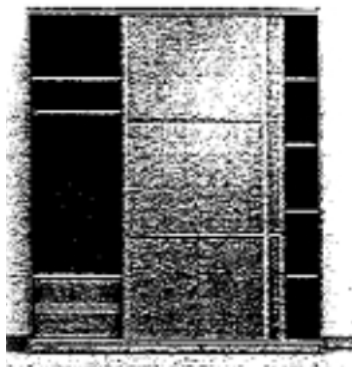
Hình 4.19

Lời giải



Gọi hai đầu của hai thanh sắt trên mặt đất là A, B và hai đầu tương ứng còn lại là M, N thì $AM \parallel BN$ và $AM = BN$, suy ra $ABNM$ là hình bình hành. Vì vậy $MN \parallel AB$ và do đó dây phoi (nối hai điểm M, N) song song với mặt đất (chứa đường thẳng AB).

Câu 22: Trong không gian hẹp, người ta thường thiết kế tủ đựng quần áo có cánh cửa trượt. Tủ này bao gồm khoang tủ, cánh cửa trượt và hai đường ray trượt cho mép trên và mép dưới cánh cửa (Hình 25). Biết rằng cánh cửa trượt có dạng hình chữ nhật và có thể kéo trượt bình thường, khi đó bạn Minh nói: “Đường ray trượt ở mép trên cửa song song với mặt đáy của tủ quần áo”. Em hãy cho biết phát biểu của bạn Minh đúng hay sai? Vì sao?



Hình 25

Lời giải

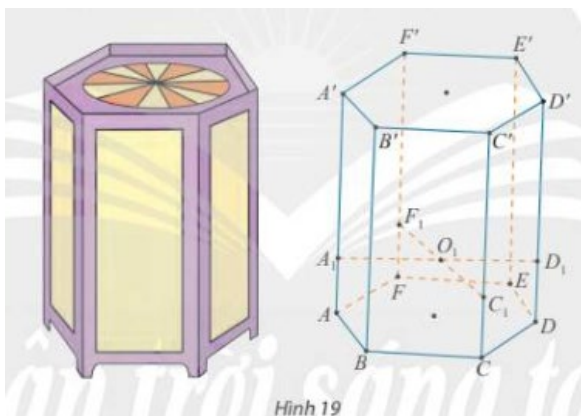
Phát biểu của bạn Minh là đúng.

Vì cánh cửa là hình chữ nhật và có thể kéo trượt bình thường nên đường ray trên và đường ray dưới của cánh cửa song song với nhau. Đường ray dưới có thể xem là đường thẳng thuộc mặt đáy của tủ. Vì vậy đường ray trượt ở mép trên cánh cửa song song với mặt đáy của tủ quần áo.

Câu 23: Để làm một khung lồng đèn kéo quân hình lăng trụ lục giác $ABCDEF A' B' C' D' E' F'$, Bình gắn hai thanh tre $A_1 D_1, F_1 C_1$ song song với mặt phẳng đáy và cắt nhau tại O_1 (Hình 19).

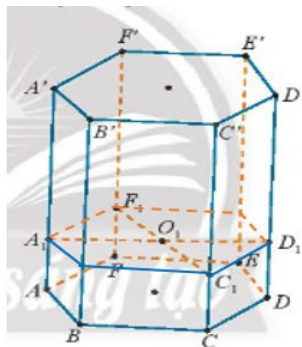
a) Xác định giao tuyến của $\text{mp}(A_1 D_1, F_1 C_1)$ với các mặt bên của lăng trụ.

b) Cho biết $A' A_1 = 6 A A_1$ và $A A' = 70 \text{ cm}$. Tính $C C_1$ và $C_1 C'$.



Hình 19

Lời giải



a) Do mặt phẳng $(A_1C_1D_1F_1)$ chứa hai đường thẳng cắt nhau A_1D_1 và C_1F_1 và cùng song song với mặt phẳng $(ABCDEF)$.

Nên $(A_1C_1D_1F_1) // (ABCDEF)$.

Gọi B_1, E_1 lần lượt là giao của mặt phẳng $(A_1C_1D_1F_1)$ với BB' và EE' .

Ta có giao tuyến của $(A_1C_1D_1F_1)$ với các mặt bên của lăng trụ là

$A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1E_1, E_1F_1, F_1A_1$

b) Ta có: $A'A_1 = 6AA_1; AA' = 70$ nên $AA_1 = 10$.

Do $(ACC'A')$ cắt hai mặt phẳng $(A_1C_1D_1F_1) // (ABCDEF)$ lần lượt tại A_1C_1 và AC nên $A_1C_1 // AC$.

Mà $AA_1 // CC_1$ nên tứ giác AA_1C_1C là hình bình hành.

Suy ra $CC_1 = AA_1 = 10$

Mà $C' = AA' = 70$

Nên $C_1C' = 70 - 10 = 60$

Câu 24: Cầu thang xương cá là dạng cầu thang có hình dáng tương tự như những đốt xương cá, thường có những bậc cầu thang với khoảng mở lớn, tạo được sự nhẹ nhàng và thoáng đãng cho không gian sống. Trong Hình 4.55, phần mép của mỗi bậc thang nằm trên tường song song với nhau. Hãy giải thích tại sao.



Lời giải

Các mặt của bậc thang đều song song với mặt sàn nên chúng đôi một song song với nhau.

Mặt phẳng tường cắt các mặt bậc thang tại các mép nằm trên bờ tường nên chúng song song với nhau.

Câu 25: Khi cắt một chiếc bánh ga-tô hình hộp, Thuý nhận thấy vết cắt ở mặt trên và mặt dưới của bánh gợi nên hình ảnh về hai đường thẳng song song với nhau. Hỏi nhận xét của Thuý có đúng không? Vì sao?

Lời giải

Khi Thuý cắt bánh thì lưỡi dao di chuyển tạo thành một mặt phẳng cắt hai mặt trên và dưới của chiếc bánh. Vì mặt trên và mặt dưới của chiếc bánh song song với nhau nên các vết cắt (chính là giao tuyến của mặt phẳng cắt và hai mặt bánh) song song với nhau.

Câu 26: Một chiếc bình nước hình trụ được đặt trên bàn, lượng nước trong bình bằng đúng một nửa dung tích của bình. Hoàng đặt một chiếc ống hút vào trong bình sao cho một đầu của ống hút chạm vào đáy bình còn một đầu chạm vào miệng bình. Hoàng nói rằng độ dài của phần ống hút bị ướt bằng $\frac{1}{3}$ độ dài của toàn bộ ống hút. Hỏi Hoàng nói đúng hay sai? Vì sao?

Lời giải

Hoàng nói sai. Theo định lí Thalès trong không gian thì độ dài của phần ống bị ướt bằng $\frac{1}{2}$ độ dài của toàn bộ ống hút. (Xem thêm Bài 13, Vận dụng 2).

Câu 27: Vẽ hình biểu diễn của các vật trong Hình 89 và Hình 90.

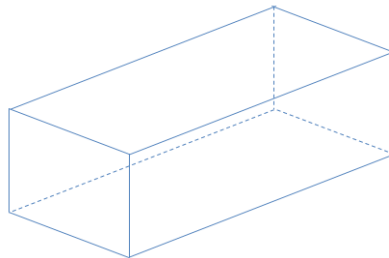
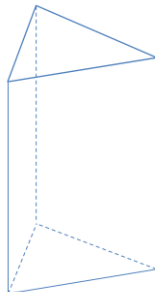


Hình 89



Hình 90

Lời giải



Câu 28: Trong hình bên, AB và CD là bóng của hai thanh chắn của một chiếc thang dưới ánh mặt trời. Hãy giải thích tại sao AB song song với CD .

Lời giải



Vì các thanh chắn của chiếc thang song song với với nhau nên hình chiếu của chúng cũng song song với nhau.

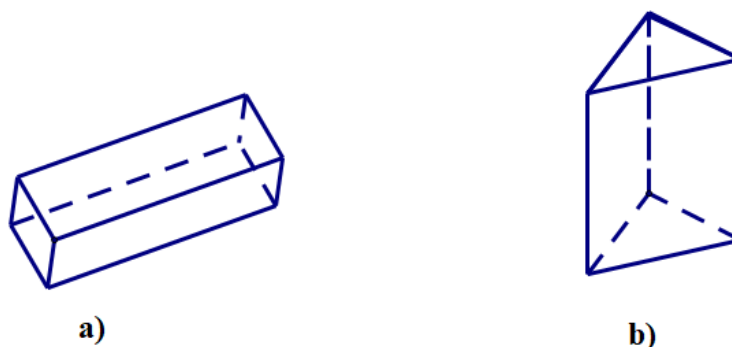
Câu 29: Vẽ hình biểu diễn của các vật sau.



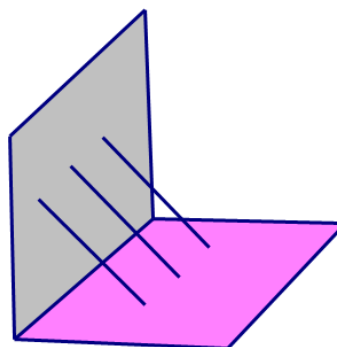
Hình 6

Lời giải

Hình 7a là hình biểu diễn của Hình 6a ; Hình 7 b là hình biểu diễn của Hình 6 b .



Câu 30: Ba chiếc gậy thẳng được đặt dựa vào tường và đôi một song song với nhau (H.4.32). Giải thích vì sao nếu ba đầu gậy trên tường thẳng hàng thì ba đầu gậy trên mặt sàn cũng thẳng hàng.



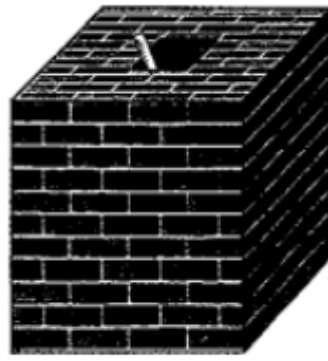
Hình 4.32

Lời giải

Gọi d là đường thẳng song song với ba chiếc gậy và (P) là mặt sàn. Khi đó ba đầu gậy trên sàn chính là hình chiếu của ba đầu gậy trên tường qua phép chiếu lên mặt phẳng (P) theo phương d . Vì phép chiếu song song bảo toàn tính thẳng hàng của các điểm nên nếu ba đầu gậy trên tường thẳng hàng thì ba đầu gậy trên sàn cũng thẳng hàng.

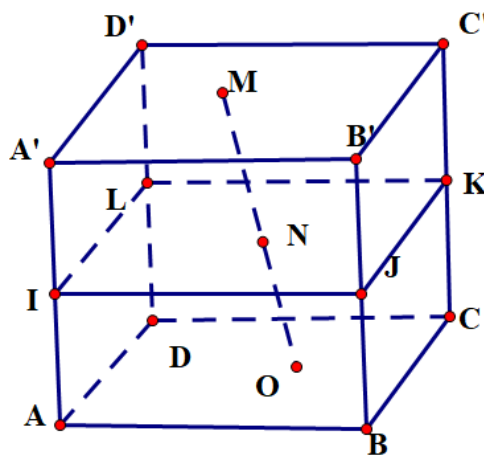
Câu 31: Phần trong của một bể đựng nước được xây có dạng hình hộp như Hình 38. Để xác định tỉ số của độ cao mực nước trong bể với chiều cao của lòng bể, bạn Minh làm như sau: "Lấy một thanh thước thẳng đủ dài cắm vào bể sao cho một đầu chạm đáy bể và để thước tựa vào mép dưới của thành miệng bể, đánh dấu điểm tựa. Sau đó rút thước lên, tính tỉ số độ dài của phần thước chìm trong nước và độ dài của phần thước từ điểm được đánh dấu đến điểm đầu chạm đáy bể.

Tỉ số đó chính bằng tỉ số của độ cao mực nước trong bể với chiều cao của lòng bể”. Bạn Minh làm có đúng không? Vì sao?



Hình 38

Lời giải

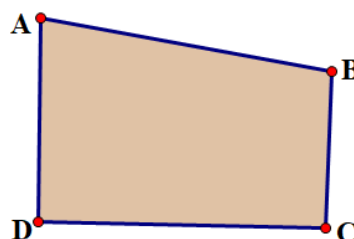


Bạn Minh làm như vậy là đúng. Giả sử phần trong bể nước và thước được biểu diễn bởi hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ và đường thẳng MO . Mặt nước được biểu diễn bởi mặt phẳng $(IJKL)$. Khi đó $(ABCD), (A'B'C'D'), (IJKL)$ đôi một song song, áp dụng định lí Thalès trong không gian ta có:

$$\frac{A'I}{MN} = \frac{IA}{NO} = \frac{AA'}{OM} \Rightarrow \frac{IA}{AA'} = \frac{NO}{OM}.$$

Câu 32: Một người thợ đang cố gắng đặt tấm kính $ABCD$ (mép AB không song song với CD) dựa vào tường sao cho mép kính CD song song với đường chân tường, còn mép kính AB nằm hoàn toàn trên tường. Sau một hồi loay hoay, người thợ vẫn không thể đặt được tấm kính như mong muốn. Hãy giải thích tại sao.

Có cách nào đặt tấm kính để một mép kính song song với đường chân tường, một mép kính khác nằm hoàn toàn trên tường không?

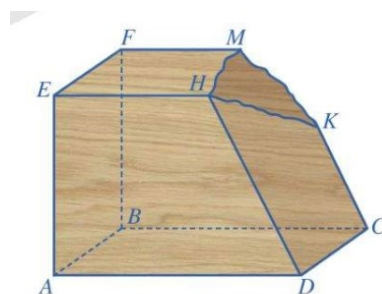


Hình 4.33

Lời giải

Áp dụng định lí ba đường giao tuyến cho ba mặt phẳng gồm: mặt đất, mặt tường và mặt kính. Khi đó ba giao tuyến là mép chân tường và hai mép kính AB, CD . Vì AB không song song với CD nên ba giao tuyến đồng quy, vì vậy không thể đặt tấm kính sao cho mép CD song song với đường chân tường. Có thể đặt tấm kính sao cho mép kính BC nằm trên tường và mép kính AD nằm trên mặt đất. Khi đó cả hai mép kính đều song song với đường chân tường.

Câu 33: Một khối gỗ có các mặt đều là một phần của mặt phẳng với $(ABCD) // (EFMH)$, $CK // DH$. Khối gỗ bị hỏng một góc (Hình 91). Bác thợ mộc muốn làm đẹp khối gỗ bằng cách cắt khối gỗ theo mặt phẳng (R) đi qua K và song song với mặt phẳng $(ABCD)$.



Hình 91

- a) Hãy giúp bác thợ mộc xác định giao tuyến của mặt phẳng (R) với các mặt của khối gỗ để cắt được chính xác.
- b) Gọi I, J lần lượt là giao điểm DH, BF với mặt phẳng (R) . Biết $BF = 60$ cm, $DH = 75$ cm, $CK = 40$ cm. Tính FJ .

Lời giải

a) Từ K kẻ $KJ // BC // MH$

Từ K kẻ $KI // CD$

Từ J kẻ $JP // AB$

Từ P kẻ $PI // AD$

Từ đó ta được $(KJPI)$ trùng với (R) đi qua K và song song với $(ABCD)$

b) Ta có: $DI = KC = 40$

Suy ra: $IH = DH - ID = 75 - 40 = 35$

$$\text{Do đó: } \frac{IH}{DH} = \frac{35}{75} = \frac{7}{15}$$

Mà $EH // IP // AD$

$$\text{Suy ra: } \frac{IH}{DH} = \frac{EP}{AE} = \frac{7}{15}$$

Mà $EF // PJ // AB$

$$\text{Suy ra: } \frac{EP}{AE} = \frac{FJ}{BF} = \frac{7}{15}$$

Mà $BF = 60$

$$\text{Nên } \frac{FJ}{60} = \frac{7}{15}. \text{ Do đó: } FJ = 28 \text{ (cm).}$$

