

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x - 1$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x^2 - \ln(1 - 2x)$ trên đoạn $[-1; 0]$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải các phương trình sau:

a) $2^{x^2-1} - 3^{x^2} = 3^{x^2-1} - 2^{x^2+2}$

b) $\log_3(x+5) + \log_9(x-2)^2 - \log_{\sqrt{3}}(x-1) = \log_{\sqrt{3}}\sqrt{2}$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e x^3 \ln x dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -3; 0)$, $B(5; -1; -2)$. Tìm tọa độ điểm M trên mặt phẳng (P) sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $2\sqrt{3}\cos^2 x + 6\sin x \cdot \cos x = 3 + \sqrt{3}$

b) Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tìm xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , mặt bên SAD là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AD , SB theo a .

Câu 8 (1,0 điểm). Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A . Gọi M là trung điểm BC , G là trọng tâm $\triangle ABM$, điểm $D(7; -2)$ là điểm nằm trên đoạn MC sao cho $GA = GD$. Tìm tọa độ điểm A , lập phương trình AB , biết hoành độ của A nhỏ hơn 4 và AG có phương trình $3x - y - 13 = 0$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^3 - 4x^2 + 3x - 1 = 2x^3(2-y)\sqrt{3-2y} & (1) \\ \sqrt{x+2} = \sqrt[3]{14-x\sqrt{3-2y}} + 1 & (2) \end{cases}$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

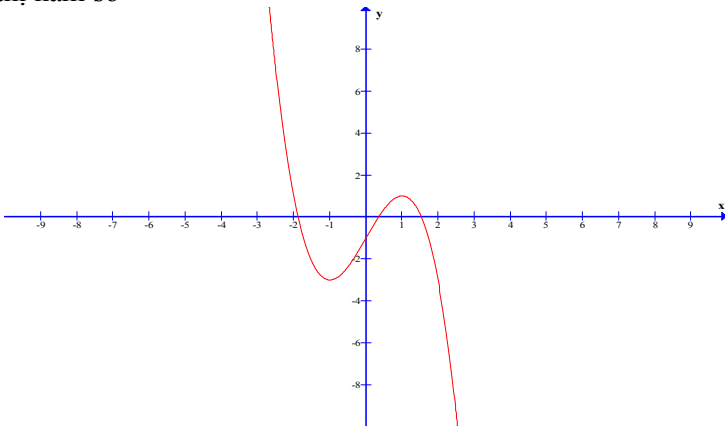
$$P = \frac{a+3c}{a+2b+c} + \frac{4b}{a+b+2c} - \frac{8c}{a+b+3c}.$$

—————Hết—————

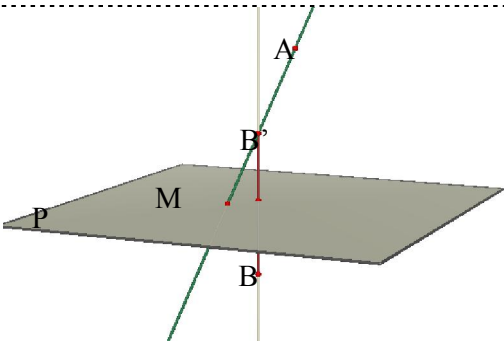
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

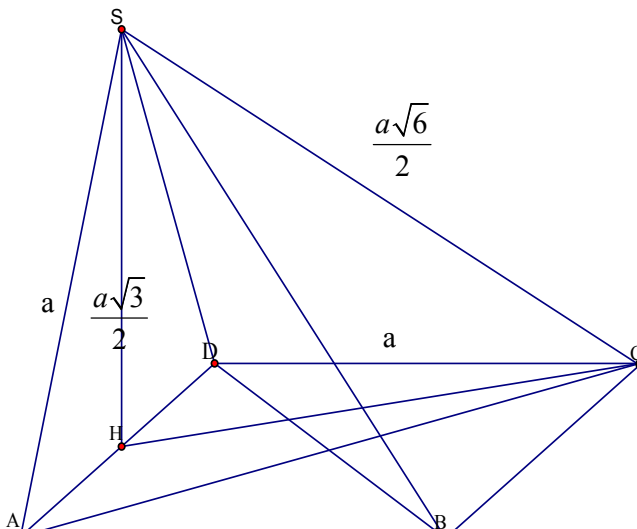
Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

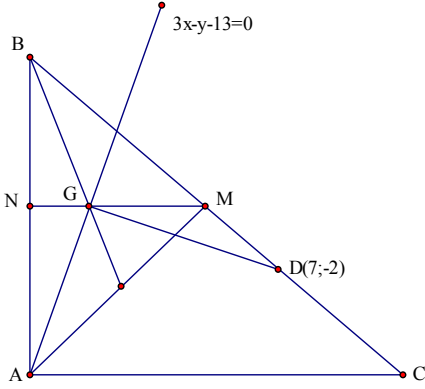
ĐÁP ÁN HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ THANG ĐIỂM (gồm 06nn trang)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm																	
1.		Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x - 1$.	1.00																	
		Tập xác định $\mathbb{R}$. Sự biến thiên $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 3x - 1) = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 3x - 1) = -\infty$ $y' = -3x^2 + 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$ Hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1), (1; +\infty)$ Hàm số đạt cực tiểu $y_{CT} = -5$ tại $x_{CT} = -1$ Hàm số đạt cực đại $y_{CD} = 1$ tại $x_{CD} = 1$ BBT <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>-3</td><td>1</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'		$-$	0	$+$	0	$-$	y	$+\infty$	-3	1	$-\infty$	0.25
	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$															
	y'		$-$	0	$+$	0	$-$													
	y	$+\infty$	-3	1	$-\infty$															
			0.25																	
		Đồ thị $y'' = -6x; y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ Điểm uốn $U(0; -1)$ Đồ thị hàm số 	0.25																	
		Đồ thị hàm số nhận điểm $U(0; -1)$ làm tâm đối xứng.																		
2.		Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x^2 - \ln(1 - 2x)$ trên đoạn $[-1; 0]$.	1.00																	
		Ta có $f'(x) = 2x + \frac{2}{1 - 2x}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$	0.25																	
		Tính $f(-1) = 1 - \ln 3; f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \ln 2; f(0) = 0$	0.25																	
		Vậy $\min_{[-1; 0]} f(x) = \frac{1}{4} - \ln 2; \max_{[-1; 0]} f(x) = 0$	0.50																	

3.	a)	$2^{x^2-1} - 3^{x^2} = 3^{x^2-1} - 2^{x^2+2} \quad (1)$	0.50
		Tập xác định $\mathbb{R}$.	0.25
		$2^{x^2-1} - 3^{x^2} = 3^{x^2-1} - 2^{x^2+2} \Leftrightarrow 2^{x^2-1}(1+8) = 3^{x^2-1}(1+3)$	0.25
		$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-1} = \frac{4}{9} \Leftrightarrow x^2 - 1 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}.$	
4.	b)	$\log_3(x+5) + \log_9(x-2)^2 - \log_{\sqrt{3}}(x-1) = \log_{\sqrt{3}}\sqrt{2}. \quad (2)$	0.50
		Tập xác định $D = (1; +\infty) \setminus \{2\}.$	
		$(2) \Leftrightarrow \log_3(x+5) + \log_3 x-2 - 2\log_3(x-1) = \log_3 2$	0.25
		$\Leftrightarrow \frac{(x+5) \cdot x-2 }{(x-1)^2} = 2 \Leftrightarrow (x+5) \cdot x-2 = 2(x-1)^2$	
5.		Với $x > 2$ ta có: $(x+5)(x-2) = 2(x-1)^2 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 2x^2 - 4x + 2$	
		$\Leftrightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$	
		Với $1 < x < 2$ ta có $(x+5)(2-x) = 2(x-1)^2 \Leftrightarrow -x^2 - 3x + 10 = 2x^2 - 4x + 2$	
		$\Leftrightarrow 3x^2 - x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{97}}{6} (t/m) \\ x = \frac{1 - \sqrt{97}}{6} (loại) \end{cases}$	
6.		Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm $x = \left\{ \frac{1 + \sqrt{97}}{6}; 3; 4 \right\}.$	0.25
		Tính tích phân $I = \int_1^e x^3 \ln x dx.$	1.00
		Đặt $\begin{cases} \ln x = u(x) \\ x^3 = v'(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} dx = u'(x) dx \\ v(x) = \frac{1}{4} x^4 \end{cases}$	0.50
		$I = \frac{1}{4} x^4 \cdot \ln x \Big _1^e - \int_1^e \frac{1}{4} x^4 \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{e^4}{4} - \frac{1}{16} x^4 \Big _1^e = \frac{3e^4 + 1}{16}$	0.50
7.		Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -3; 0), B(5; -1; -2)$. Tìm tọa độ điểm M trên mặt phẳng (P) sao cho $ MA - MB $ đạt giá trị lớn nhất.	1.00
		Kiểm tra thấy A và B nằm khác phía so với mặt phẳng (P) .	0.25
		Gọi $B'(x; y; z)$ là điểm đối xứng với $B(5; -1; -2)$	
		Suy ra $B'(-1; -3; 4)$	0.25
8.		Lại có $ MA - MB = MA - MB' \leq AB' = \text{const}$	
		Vậy $ MA - MB $ đạt giá trị lớn nhất khi M, A, B' thẳng hàng hay M là giao điểm của đường thẳng AB' với mặt phẳng (P)	0.25

		 AB' có phương trình $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 \\ z = -2t \end{cases}$ Tọa độ $M(x; y; z)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 \\ z = -2t \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ x = -2 \\ y = -3 \\ z = 6 \end{cases}$ Vậy điểm $M(-2; -3; 6)$	0.25
	a)	Giải phương trình $2\sqrt{3} \cos^2 x + 6 \sin x \cdot \cos x = 3 + \sqrt{3}$ (*) Tập xác định $\mathbb{R}$. $(*) \Leftrightarrow \sqrt{3}(1 + \cos 2x) + 3 \sin 2x = 3 + \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{3} \cos 2x + 3 \sin 2x = 3$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}.$	0.50
		$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 0.25	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}.$ 0.25	
6.	b)	Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tìm xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10. Gọi Ω là tập hợp các cách chọn ra 10 tấm thẻ từ 30 tấm thẻ đã cho Suy ra $\Omega = C_{30}^{10}$ Trong 30 tấm thẻ có 15 tấm thẻ mang số lẻ, 15 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 10. Gọi Ω_A là tập hợp các cách chọn ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 Suy ra $\Omega_A = C_{15}^5 \cdot C_{12}^4 \cdot C_3^1$ Vậy $P(A) = \frac{C_{15}^5 \cdot C_{12}^4 \cdot C_3^1}{C_{30}^{10}} = \frac{99}{667}$.	0.50
		Trong 30 tấm thẻ có 15 tấm thẻ mang số lẻ, 15 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 10. Gọi Ω_A là tập hợp các cách chọn ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 Suy ra $\Omega_A = C_{15}^5 \cdot C_{12}^4 \cdot C_3^1$ Vậy $P(A) = \frac{C_{15}^5 \cdot C_{12}^4 \cdot C_3^1}{C_{30}^{10}} = \frac{99}{667}$. 0.25	
7.		Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, mặt bên SAD là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AD, SB theo a.	1.00

	 Gọi H là chân đường cao hạ từ S của tam giác đều SAD Suy ra: $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } SH \perp (ABCD)$ Trong tam giác vuông HSC có $HC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $\cos \widehat{HDC} = \frac{DH^2 + DC^2 - CH^2}{2DH \cdot DC} = \frac{\frac{a^2}{4} + a^2 - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot a} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \widehat{HDC} = 60^\circ$ Suy ra $S_{ABCD} = DA \cdot DC \cdot \sin \widehat{ADC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} a^3$	0.25
	Ta có $\triangle ADC$ đều cạnh $a \Rightarrow CH \perp AD \Rightarrow CH \perp BC$ hay $BC \perp (SHC) \Rightarrow BC \perp SC \Rightarrow \triangle CSB$ vuông tại C Lại có $V_{D.SBC} = V_{S.BCD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^3}{4} = \frac{a^3}{8}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{3} d(D; (SBC)) \cdot S_{\triangle SBC} = \frac{a^3}{8} \Leftrightarrow d(D; (SBC)) = \frac{3a^3}{8 \cdot S_{\triangle SBC}}$ $\Rightarrow d(D; (SBC)) = \frac{3a^3}{8 \cdot \frac{1}{2} CS \cdot CB} = \frac{3a^3}{4 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$ Vậy $d(AD; SB) = d(D; (SBC)) = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.	0.25
8.	Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm BC, G là trọng tâm $\triangle ABM$, điểm $D(7; -2)$ là điểm nằm trên đoạn MC sao cho $GA = GD$. Tìm tọa độ điểm A, lập phương trình AB, biết hoành độ của A nhỏ hơn 4 và AG có phương trình $3x - y - 13 = 0$.	1.00

	Ta có $d(D; AG) = \frac{ 3 \cdot 7 - (-2) - 13 }{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \sqrt{10}$  $\triangle ABM$ vuông cân $\Rightarrow GA = GB \Rightarrow GA = GB = GD$ Vậy G là tâm đường tròn ngoại tiếp $ABD \Rightarrow \widehat{AGD} = 2\widehat{ABD} = 90^\circ \Rightarrow \triangle GAD$ vuông cân tại G. Do đó $GA = GD = d(D; AG) = \sqrt{10} \Rightarrow AD^2 = 20$; Gọi $A(a; 3a-13); a < 4$ $AD^2 = 20 \Leftrightarrow (a-7)^2 + (3a-11)^2 = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5(\text{loại}) \\ a = 3 \end{cases}$ Vậy $A(3; -4)$ Gọi VTPT của AB là $\vec{n}_{AB}(a; b)$ $\cos \widehat{NAG} = \cos(\vec{n}_{AB}, \vec{n}_{AG}) = \frac{ 3a-b }{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{10}} \quad (1)$ Mặt khác $\cos \widehat{NAG} = \frac{NA}{AG} = \frac{NM}{\sqrt{NA^2 + NG^2}} = \frac{3NG}{\sqrt{9 \cdot NG^2 + NG^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \quad (2)$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{ 3a-b }{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow 6ab + 8b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 3a = -4b \end{cases}$ Với $b = 0$ chọn $a = 1$ ta có $AB: x - 3 = 0$; Với $3a = -4b$ chọn $a = 4; b = -3$ ta có $AB: 4x - 3y - 24 = 0$ Nhận thấy với $AB: 4x - 3y - 24 = 0$ $d(D; AB) = \frac{ 4 \cdot 7 - 3 \cdot (-2) - 24 }{\sqrt{16+9}} = 2 < d(D; AG) = \sqrt{10}$ (loại) Vậy $AB: x - 3 = 0$.	0.25 0.25 0.25 0.25
9.	Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^3 - 4x^2 + 3x - 1 = 2x^3(2-y)\sqrt{3-2y} & (1) \\ \sqrt{x+2} = \sqrt[3]{14-x}\sqrt{3-2y} + 1 & (2) \end{cases}$ Ta thấy $x = 0$ không phải là nghiệm của hệ, chia cả hai vế của (1) cho x^3 ta được $(1) \Leftrightarrow 2 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2} - \frac{1}{x^3} = 2(2-y)\sqrt{3-2y}$ $\Leftrightarrow \left(1 - \frac{1}{x}\right)^3 + \left(1 - \frac{1}{x}\right) = (3-2y)\sqrt{3-2y} + \sqrt{3-2y} \quad (*)$ Xét hàm $f(t) = t^3 + t$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ $(*) \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{x} = \sqrt{3-2y} \quad (3)$	1.00 0.25 0.25

		Thế (3) vào (2) ta được $\sqrt{x+2} = \sqrt[3]{15-x} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} - 3 + 2 - \sqrt[3]{15-x} = 0$ $\Leftrightarrow (x-7) \left(\underbrace{\frac{1}{\sqrt{x+2}+3} + \frac{1}{4-2\sqrt[3]{x+15} + (\sqrt[3]{x+15})^2}}_{>0} \right) = 0$ Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x; y) = \left(7; \frac{111}{98} \right)$.	0.25
			0.25
		Cho a, b, c là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{a+3c}{a+2b+c} + \frac{4b}{a+b+2c} - \frac{8c}{a+b+3c}.$	1.00
10.		Đặt $\begin{cases} x = a + 2b + c \\ y = a + b + 2c \\ z = a + b + 3c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -x + 5y - 3z \\ b = x - 2y + z \\ c = -y + z \end{cases}$ Do đó ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{-x+2y}{x} + \frac{4x-8y+4z}{y} - \frac{-8y+8z}{z} = \left(\frac{4x}{y} + \frac{2y}{x} \right) + \left(\frac{8y}{z} + \frac{4z}{y} \right) - 17$ $P \geq 2\sqrt{\frac{4x}{y} \cdot \frac{2y}{x}} + 2\sqrt{\frac{8y}{z} \cdot \frac{4z}{y}} - 17 = 12\sqrt{2} - 17;$ Đẳng thức xảy ra khi $b = (1 + \sqrt{2})a, c = (4 + 3\sqrt{2})a$ Vậy GTNN của P là $12\sqrt{2} - 17$.	0.25
			0.25
			0.25
			0.25

Chú ý: Học sinh làm cách khác đúng, vẫn cho điểm tối đa theo thang điểm