

CHƯƠNG

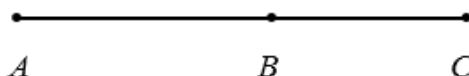
IV

VECTƠ

BÀI: VECTO
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng và B ở giữa như hình vẽ sau.



Cặp vector nào sau đây ngược hướng?

- A. $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{BA}$. C. $\overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC . Số các vector khác vector không, bằng với vector $\overrightarrow{MN}$ có điểm đầu và điểm cuối là các điểm M, N, P, A, B, C là

- A. 4. B. 2. C. 5. D. 7.

Câu 3: Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ thì:

- A. tam giác ABC là tam giác cân B. tam giác ABC là tam giác đều
C. A là trung điểm đoạn BC D. điểm B trùng với điểm C

Câu 4: Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó N nằm giữa hai điểm M và P . Khi đó cặp vector nào sau đây cùng hướng?

- A. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ B. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$ C. $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$ D. $\overrightarrow{NP}$ và $\overrightarrow{NM}$

Câu 5: Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

- A. $ABCD$ là hình bình hành B. $ACBD$ là hình bình hành
C. AD và BC có cùng trung điểm D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ và $AB // CD$

Câu 6: Cho ba điểm A, B, C cùng nằm trên một đường thẳng. Các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng khi và chỉ khi:

- A. Điểm B thuộc đoạn AC B. Điểm A thuộc đoạn BC
C. Điểm C thuộc đoạn AB D. Điểm A nằm ngoài đoạn BC

Câu 7: Cho hình thoi tâm O , cạnh bằng a và $\widehat{A} = 60^\circ$. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. $|\overrightarrow{AO}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $|\overrightarrow{OA}| = a$ C. $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}|$ D. $|\overrightarrow{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 8: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AD, BC và AC . Biết $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$. Chọn câu đúng.

- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ C. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$

- Câu 9:** Cho tam giác ABC có H là trực tâm và O là tâm đường tròn ngoại tiếp. Gọi D là điểm đối xứng với B qua O . Câu nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{DC}$ B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ C. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AH}$
- Câu 10:** Cho $\overrightarrow{AB}$ khác $\vec{0}$ và cho điểm C , có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.
- A. vô số điểm. B. 1 điểm.
C. 2 điểm. D. không có điểm nào.
- Câu 11:** Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó điểm N nằm giữa hai điểm M và P . Khi đó các cặp vector nào sau đây cùng hướng?
- A. $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$. B. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$. C. $\overrightarrow{NM}$ và $\overrightarrow{NP}$. D. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$.
- Câu 12:** Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?
- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO}$. C. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$. D. $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho tam giác ABC có M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Lấy điểm P đối xứng với điểm M qua N .
- a) $MN = BC$
b) $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{MN}|$
c) $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{BC}$ ngược hướng
d) $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BC}$.
- Câu 2:** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA .
- a) MN là đường trung bình của tam giác ACD
b) $PQ = \frac{1}{2} AC$
c) Tứ giác $MNPQ$ là hình thang
d) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$
- Câu 3:** Cho $\triangle ABC$ có trực tâm H và O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác. Gọi B' là điểm đối xứng của B qua O .
- a) $B'C \perp BC$
b) $B'C \parallel AB$
c) Tứ giác $AB'CH$ là hình bình hành.
d) $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}; \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$
- Câu 4:** Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a , trực tâm H .
- a) $AH \perp BC$
b) $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
c) $AH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$
d) $|\overrightarrow{HA}| = |\overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{HC}| = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

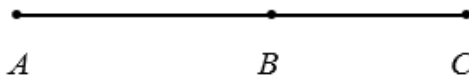
- Câu 1:** Cho hình thoi tâm O , cạnh bằng 1 và $\widehat{A} = 60^\circ$. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AO}$ bằng bao nhiêu? *Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.*
- Câu 2:** Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O có cạnh $AB = \sqrt{3}, AD = 1$. Tìm vectơ $\vec{u}$ khác vectơ không và cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{BD}$ (khác $\overrightarrow{BD}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ các điểm A, B, C, D, O . Tính độ dài vectơ $\vec{u}$ đó?
- Câu 3:** Cho hình chữ nhật $ABCD$. Có bao nhiêu vectơ được tạo thành mà điểm đầu và điểm cuối lấy từ các đỉnh của hình chữ nhật?
- Câu 4:** Cho hình thoi $ABCD$ cạnh 1 và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Tìm độ dài véc tơ $\overrightarrow{AC}$. *(kết quả làm tròn đến hàng phần chục).*
- Câu 5:** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DC, AB . P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB . Có bao nhiêu vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{DP}$ đúng hay sai?
- Câu 6:** Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh 1 . Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm đối xứng với C qua D . Độ dài của vectơ $\overrightarrow{MN}$ bằng bao nhiêu? *Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.*

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng và B ở giữa như hình vẽ sau.



Cặp vector nào sau đây ngược hướng?

- A. $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{BA}$. **C. $\overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{AC}$.** D. $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

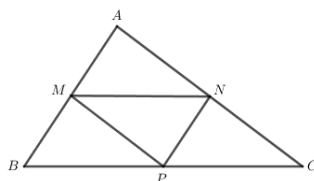
Cặp vector ngược hướng là $\overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC . Số các vector khác vector không, bằng với vector $\overrightarrow{MN}$ có điểm đầu và điểm cuối là các điểm M, N, P, A, B, C là

- A. 4. **B. 2.** C. 5. D. 7.

Lời giải

Chọn B



Các vector bằng với vector $\overrightarrow{MN}$ là $\overrightarrow{BP}, \overrightarrow{PC}$.

Câu 3: Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ thì:

- A. tam giác ABC là tam giác cân B. tam giác ABC là tam giác đều
C. A là trung điểm đoạn BC D. điểm B trùng với điểm C

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow B \equiv C$$

Câu 4: Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó N nằm giữa hai điểm M và P . Khi đó cặp vector nào sau đây cùng hướng?

- A. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ B. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$ C. $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$ **D. $\overrightarrow{NP}$ và $\overrightarrow{NM}$**

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

- A. $ABCD$ là hình bình hành B. $ACBD$ là hình bình hành
C. AD và BC có cùng trung điểm **D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ và $AB \parallel CD$**

Lời giải

Chọn C

Câu 6: Cho ba điểm A, B, C cùng nằm trên một đường thẳng. Các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng khi và chỉ khi:

- A. Điểm B thuộc đoạn AC **B. Điểm A thuộc đoạn BC**

C. Điểm C thuộc đoạn AB

D. Điểm A nằm ngoài đoạn BC

Lời giải

Chọn A



Câu 7: Cho hình thoi tâm O , cạnh bằng a và $\widehat{A} = 60^\circ$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $|\overrightarrow{AO}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

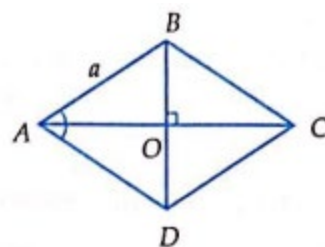
B. $|\overrightarrow{OA}| = a$

C. $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}|$

D. $|\overrightarrow{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn A



Vì $\widehat{A} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ đều $\Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |\overrightarrow{AO}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 8: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AD, BC và AC . Biết $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$. Chọn câu đúng.

A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$

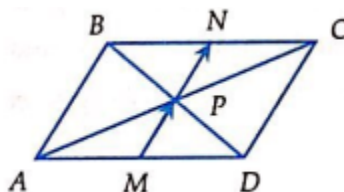
B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

D. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$

Lời giải

Chọn C



Ta có: $MP \parallel DC, MP = \frac{1}{2}DC, PN \parallel AB, PN = \frac{1}{2}AB$. Mà $MP = PN$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

Câu 9: Cho tam giác ABC có H là trực tâm và O là tâm đường tròn ngoại tiếp. Gọi D là điểm đối xứng với B qua O . Câu nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{DC}$

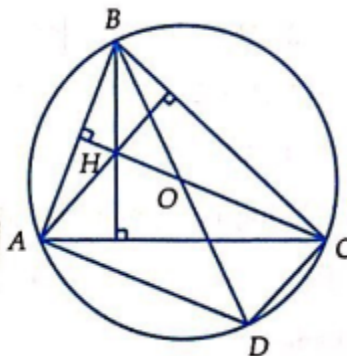
B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

C. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

D. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AH}$

Lời giải

Chọn A



Ta có thể chỉ ra được $ADCH$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{DC}$

Câu 10: Cho $\overrightarrow{AB}$ khác $\vec{0}$ và cho điểm C , có bao nhiêu điểm D thỏa mãn $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

- A. vô số điểm. B. 1 điểm.
C. 2 điểm. D. không có điểm nào.

Lời giải

Chọn A

$|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}| \Rightarrow AB = CD$. Mà AB là hằng số dương và C cố định cho trước nên D thuộc đường tròn tâm C bán kính là AB .

Câu 11: Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó điểm N nằm giữa hai điểm M và P . Khi đó các cặp vector nào sau đây cùng hướng?

- A. $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$. B. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$. C. $\overrightarrow{NM}$ và $\overrightarrow{NP}$. D. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$.

Lời giải

Chọn D



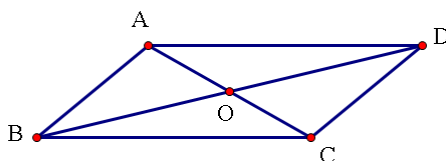
Cặp vector cùng hướng là $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$.

Câu 12: Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO}$. C. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$. D. $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA} \neq \overrightarrow{AD}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

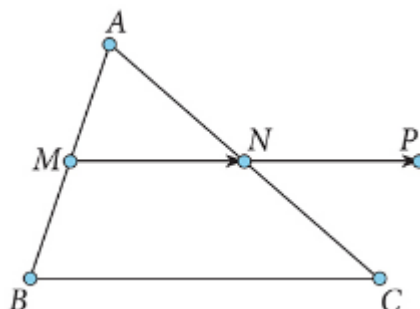
Câu 1: Cho tam giác ABC có M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Lấy điểm P đối xứng với điểm M qua N .

- a) $MN = BC$
b) $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{MN}|$
c) $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{BC}$ ngược hướng

d) $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------



a) $MN = BC$

Do MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN = \frac{1}{2}BC$.

Chọn SAI.

b) $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{MN}|$

Điểm P đối xứng với điểm M qua N nên $MP = 2MN = BC$, do đó $|\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{MP}|$. (1)

Chọn ĐÚNG.

c) $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{BC}$ ngược hướng

Xét nửa mặt phẳng bờ AB chứa C , ta có N là trung điểm AC

Nên N và C cùng phía AB hay cùng phía MB do đó $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng.

Lại có P đối xứng M qua N nên MP và MN cùng hướng,

Dễ thấy $\overrightarrow{MN} \neq \vec{0}$ nên MP và BC cùng hướng. (2)

Chọn SAI.

d) $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BC}$.

Từ (1) và (2), suy ra $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BC}$.

Chọn ĐÚNG.

Câu 2: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA .

a) MN là đường trung bình của tam giác ACD

b) $PQ = \frac{1}{2}AC$

c) Tứ giác $MNPQ$ là hình thang

d) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) MN là đường trung bình của tam giác ACD

Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC nên:
$$\begin{cases} MN \parallel AC \\ MN = \frac{1}{2}AC \end{cases}^{(1)}$$

Chọn SAI.

b) $PQ = \frac{1}{2}AC$

Tương tự, PQ là đường trung bình của tam giác ACD nên:
$$\begin{cases} PQ \parallel AC \\ PQ = \frac{1}{2}AC \end{cases} (2)$$

Chọn ĐÚNG.

c) Tứ giác $MNPQ$ là hình thang

Từ (1), (2) suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành

Chọn SAI.

d) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$

Nên $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$.

Chọn ĐÚNG.

Câu 3: Cho $\triangle ABC$ có trực tâm H và O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác. Gọi B' là điểm đối xứng của B qua O .

a) $B'C \perp BC$

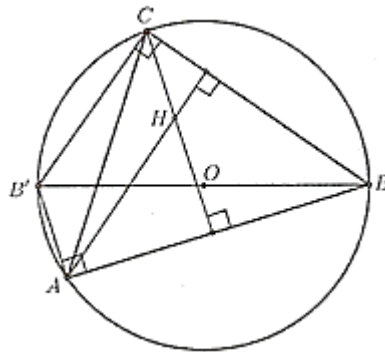
b) $B'C \parallel AB$

c) Tứ giác $AB'CH$ là hình bình hành.

d) $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}; \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



a) $B'C \perp BC$

Ta có BB' là đường kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên $\widehat{BCB'} = 90^\circ \Rightarrow B'C \perp BC$.

Chọn ĐÚNG.

b) $B'C \parallel AB$

Mặt khác $AH \perp BC$, suy ra $B'C \parallel AH$ (1).

Chọn SAI.

c) Tứ giác $AB'CH$ là hình bình hành.

Tương tự: $\widehat{BAB'} = 90^\circ$ hay $AB' \perp AB$ mà $CH \perp AB$ nên $CH \parallel AB'$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $AB'CH$ là hình bình hành.

Chọn ĐÚNG.

d) $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}; \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$

Vì vậy: $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}; \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$.

Chọn ĐÚNG.

Câu 4: Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a , trực tâm H .

a) $AH \perp BC$

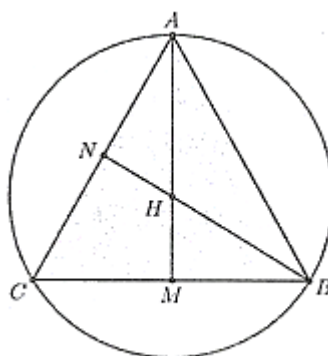
b) $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

c) $AH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

d) $|\overrightarrow{HA}| = |\overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{HC}| = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) $AH \perp BC$

$\triangle ABC$ đều có trực tâm H nên $AH \perp BC$

Chọn ĐÚNG.

b) $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BC, AB .

Do tam giác ABC đều nên AM, BN cũng là các đường cao của tam giác ABC ;

Vì vậy H vừa là trực tâm vừa là trọng tâm tam giác này.

Áp dụng định lí Py-tha-go cho $\triangle ABM$, ta có: $AM^2 = AB^2 - BM^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4}$

$\Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn ĐÚNG.

c) $AH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Theo tính chất trọng tâm, ta có: $AH = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chọn SAI.

d) $|\overrightarrow{HA}| = |\overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{HC}| = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Để thấy ba vector $\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}$ có độ dài bằng nhau: $|\overrightarrow{HA}| = |\overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{HC}| = AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

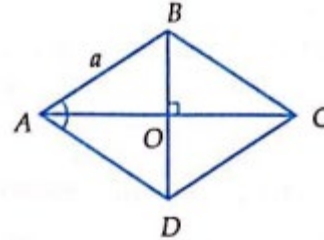
Chọn ĐÚNG.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình thoi tâm O , cạnh bằng 1 và $\widehat{A} = 60^\circ$. Độ dài của vector $\overrightarrow{AO}$ bằng bao nhiêu? Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.

Lời giải

Trả lời: 0,9



Vì $\widehat{A} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ đều $\Rightarrow AO = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |\overrightarrow{AO}| = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 2: Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O có cạnh $AB = \sqrt{3}, AD = 1$. Tìm vector $\vec{u}$ khác vector không và cùng hướng với vector $\overrightarrow{BD}$ (khác $\overrightarrow{BD}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ các điểm A, B, C, D, O . Tính độ dài vector $\vec{u}$ đó?

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có $\vec{u}$ khác vector không và cùng hướng với vector $\overrightarrow{BD}$ nên $\vec{u}$ là một trong hai vector $\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{OD}$.

Áp dụng định lí Py-ta-go cho tam giác ABD : $BD^2 = AB^2 + AD^2 = 3^2 + 1^2 = 4 \Rightarrow BD = 2$.

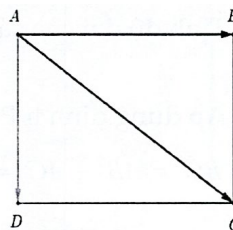
Vì vậy: $|\vec{u}| = |\overrightarrow{BO}| = |\overrightarrow{OD}| = \frac{BD}{2} = 1$.

Câu 3: Cho hình chữ nhật $ABCD$. Có bao nhiêu vector được tạo thành mà điểm đầu và điểm cuối lấy từ các đỉnh của hình chữ nhật?

Lời giải

Trả lời: 16

Để thấy có 4 Vector-không là: $\overrightarrow{AA}, \overrightarrow{BB}, \overrightarrow{CC}, \overrightarrow{DD}$.



Từ mỗi đỉnh của hình chữ nhật, ta lập được 3 vector khác vector-không nhận đỉnh đó làm điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh còn lại.

Chẳng hạn với đỉnh A ta có: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Suy ra có 12 vector khác $\vec{0}$.

Như vậy có tất cả 16 vector thỏa mãn.

Câu 4: Cho hình thoi $ABCD$ cạnh 1 và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Tìm độ dài véc tơ $\overrightarrow{AC}$. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Trả lời: 1,7

Theo qui tắc hình bình hành: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

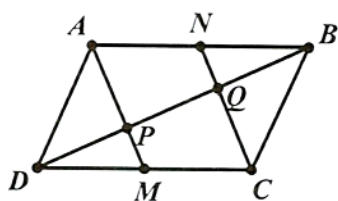
Tam giác ABD đều cạnh a , nên $AO = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Vậy $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 2AO = \sqrt{3} \approx 1,7$

Câu 5: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DC, AB . P là giao điểm của AM, DB và Q là giao điểm của CN, DB . Có bao nhiêu vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{DP}$ đúng hay sai?

Lời giải

Trả lời: 2



Ta có tứ giác $DMBN$ là hình bình hành vì $DM = NB = \frac{1}{2}AB$, $DM \parallel NB$.

Suy ra $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{NB}$.

Xét tam giác CDQ có M là trung điểm của DC và $MP \parallel QC$

Do đó P là trung điểm của DQ .

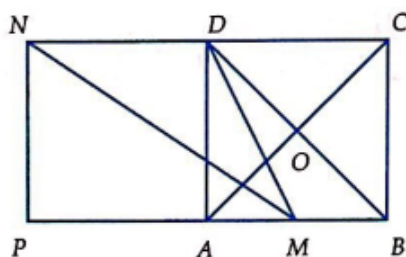
Tương tự xét tam giác ABP suy ra được Q là trung điểm của PB

Vì vậy $DP = PQ = QB$ từ đó suy ra $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{QB}$

Câu 6: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh 1. Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm đối xứng với C qua D . Độ dài của vectơ $\overrightarrow{MN}$ bằng bao nhiêu? Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.

Lời giải

Trả lời: 1,8



Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông MAD ta có:

$$DM^2 = AM^2 + AD^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow DM = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Qua N kẻ đường thẳng song song với AD cắt AB tại P .

Khi đó tứ giác $ADNP$ là hình vuông và $PM = PA + AM = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông NPM ta có:

$$MN^2 = NP^2 + PM^2 = 1^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{13}{4} \Rightarrow MN = \frac{\sqrt{13}}{2} \approx 1,8$$

$$\text{Suy ra } \left| \overrightarrow{MN} \right| = MN = \frac{\sqrt{13}}{2} \approx 1,8$$

----- **HẾT** -----

CHƯƠNG

IV

VECTƠ

BÀI: VECTO
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Cho hình bình hành $ABCD$. Có bao nhiêu vector khác $\vec{0}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ có điểm đầu và cuối là các đỉnh của hình bình hành?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 2:** Cho hình vuông $ABCD$, câu nào sau đây là đúng?
A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ **C.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ **D.** $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB}|$
- Câu 3:** Cho tứ giác đều $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Mệnh đề nào sau đây là sai?
A. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$ **B.** $|\overrightarrow{QP}| = |\overrightarrow{MN}|$ **C.** $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$ **D.** $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$
- Câu 4:** Cho 5 điểm A, B, C, D, E có bao nhiêu vector khác vector-không có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các điểm đã cho?
A. 4 **B.** 20 **C.** 10 **D.** 12
- Câu 5:** Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Hãy tìm các vector khác vector-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của lục giác và tâm O sao cho bằng với $\overrightarrow{AB}$?
A. $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{FD}$ **B.** $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{ED}$ **C.** $\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$ **D.** $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$
- Câu 6:** Cho tam giác ABC với trực tâm H . D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$ **B.** $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{HC}$
C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ **D.** $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$
- Câu 7:** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của AB, BC, AD . Lấy 8 điểm trên là gốc hoặc ngọn của các vector. Tìm mệnh đề sai?
A. Có 2 vector bằng $\overrightarrow{PR}$ **B.** Có 4 vector bằng $\overrightarrow{AR}$
C. Có 2 vector bằng $\overrightarrow{BO}$ **D.** Có 5 vector bằng $\overrightarrow{OP}$
- Câu 8:** Cho 3 điểm M, N, P thẳng hàng trong đó N nằm giữa M và P . khi đó các cặp véc tơ nào sau đây cùng hướng?
A. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$. **B.** $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$. **C.** $\overrightarrow{NM}$ và $\overrightarrow{NP}$. **D.** $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$.
- Câu 9:** Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC và BC . Có bao nhiêu véc tơ khác véc tơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm A, B, C, M, N, P bằng véc tơ $\overrightarrow{MN}$?
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3

- Câu 10:** Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là
A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.
- Câu 11:** Cho tam giác ABC có trực tâm H và tâm đường tròn ngoại tiếp O . Gọi D là điểm đối xứng với A qua O ; E là điểm đối xứng với O qua BC . Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{HE}$. **B.** $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{DE}$. **C.** $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{OE}$. **D.** $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{CD}$.
- Câu 12:** Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC và BC . Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm A, B, C, M, N, P bằng vectơ $\overrightarrow{MN}$?
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O .
a) Vectơ $\overrightarrow{OA}$ cùng phương với $\overrightarrow{OD}$
b) Có 9 vectơ khác vectơ không và cùng phương với vectơ $\overrightarrow{OA}$.
c) Vectơ $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng $\overrightarrow{OC}$
d) Có 3 vectơ khác vectơ không và cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$.
- Câu 2:** Cho $\triangle ABC$ có A', B', C' lần lượt là các trung điểm của các cạnh BC, CA, AB .
a) $BC' = C'A = A'B' = \frac{AB}{2}$.
b) Hai vectơ $\overrightarrow{BC'}, \overrightarrow{A'B'}$ ngược hướng
c) $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{A'B'}$.
d) $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{CA'}$.
- Câu 3:** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{3}, AC = 2\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm BC và H là hình chiếu vuông góc của A lên BC .
a) $BC^2 = AB^2 + AC^2$
b) $|\overrightarrow{AM}| = \frac{\sqrt{15}}{4}$
c) $AB \cdot AC = AH \cdot BC$
d) $|\overrightarrow{AH}| = \frac{\sqrt{15}}{5}$
- Câu 4:** Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và có $AB = AD = \frac{1}{2}DC = a$. Gọi BF là đường phân giác trong của tam giác ABD ($F \in AD$).
a) $CA^2 = DA^2 + DC^2$
b) $|\overrightarrow{CA}| = a\sqrt{3}$
c) $\widehat{ABF} = 45^\circ$
d) $|\overrightarrow{BF}| \approx 2,08a$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1:** Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC và BC . Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm A, B, C, M, N, P bằng vectơ $\overrightarrow{MN}$ (không trùng với $\overrightarrow{MN}$)?
- Câu 2:** Cho tam giác ABC đều cạnh 1 và G là trọng tâm. Gọi I là trung điểm của AG . Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{BI}$. *Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.*
- Câu 3:** Cho hình chữ nhật $ABCD$. Có bao nhiêu vectơ được tạo thành mà điểm đầu và điểm cuối lấy từ các đỉnh của hình chữ nhật?
- Câu 4:** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3, BC = 4$. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AC}$ là:
- Câu 5:** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Có bao nhiêu vectơ tạo thành từ các điểm đã cho tìm các vectơ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{MN}$
- Câu 6:** Cho hình bình hành $ABCD$ biết $AB = 3\sqrt{2}, AD = 5\sqrt{2}, \widehat{BAD} = 120^\circ$. Tính độ dài $\overline{BD}$. *(kết quả làm tròn đến hàng phần chục)*

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

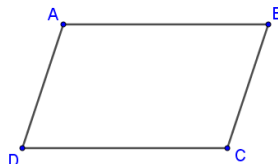
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình bình hành $ABCD$. Có bao nhiêu vector khác $\vec{0}$ cùng phương với $\vec{AB}$ có điểm đầu và cuối là các đỉnh của hình bình hành?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn C



Vector $\vec{AB}$ cùng phương với các vector $\vec{BA}, \vec{CD}, \vec{DC}$

Câu 2: Cho hình vuông $ABCD$, câu nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{AB} = \vec{BC}$ B. $\vec{AB} = \vec{CD}$ C. $\vec{AC} = \vec{BD}$ D. $|\vec{AD}| = |\vec{CB}|$

Lời giải

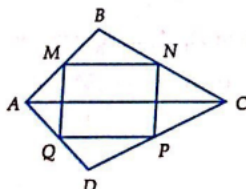
Chọn D

Câu 3: Cho tứ giác đều $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $\vec{MN} = \vec{QP}$ B. $|\vec{QP}| = |\vec{MN}|$ C. $\vec{MQ} = \vec{NP}$ D. $|\vec{MN}| = |\vec{AC}|$

Lời giải

Chọn D



Ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$.

Do đó $MNPQ$ là hình bình hành.

Câu 4: Cho 5 điểm A, B, C, D, E có bao nhiêu vector khác vector-không có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các điểm đã cho:

- A. 4 B. 20 C. 10 D. 12

Lời giải

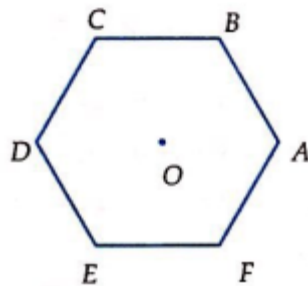
Chọn A

Câu 5: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Hãy tìm các vector khác vector-không có điểm đầu, điểm cuối là đỉnh của lục giác và tâm O sao cho bằng với $\vec{AB}$?

- A. $\vec{FO}, \vec{OC}, \vec{FD}$ B. $\vec{FO}, \vec{AC}, \vec{ED}$ C. $\vec{BO}, \vec{OC}, \vec{ED}$ D. $\vec{FO}, \vec{OC}, \vec{ED}$

Lời giải

Chọn D



Các vector bằng vector $\overrightarrow{AB}$ là:

$\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{ED}$

Câu 6: Cho tam giác ABC với trực tâm H . D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$

B. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{HC}$

C. $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$

D. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ và $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$

Lời giải

Chọn C

Ta có BD là đường kính $\Rightarrow \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$.

$AH \perp BC, DC \perp BC \Rightarrow AH \parallel DC$

Ta lại có $CH \perp AB, DA \perp AB \Rightarrow CH \parallel DA$

Từ và $\Rightarrow$ tứ giác $HADC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}; \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

Câu 7: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của AB, BC, AD . Lấy 8 điểm trên là gốc hoặc ngọn của các vector. Tìm mệnh đề sai?

A. Có 2 vector bằng $\overrightarrow{PR}$

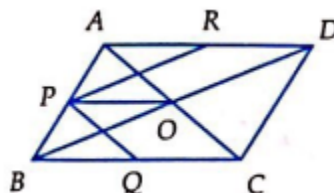
B. Có 4 vector bằng $\overrightarrow{AR}$

C. Có 2 vector bằng $\overrightarrow{BO}$

D. Có 5 vector bằng $\overrightarrow{OP}$

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$

$\overrightarrow{AR} = \overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{PO} = \overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{QC}, \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{PR}, \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{RA} = \overrightarrow{DR} = \overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{QB}$

Câu 8: Cho 3 điểm M, N, P thẳng hàng trong đó N nằm giữa M và P . khi đó các cặp véc tơ nào sau đây cùng hướng?

A. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$.

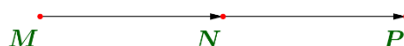
B. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$.

C. $\overrightarrow{NM}$ và $\overrightarrow{NP}$.

D. $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$.

Lời giải

Chọn A



Câu 9: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC và BC . Có bao nhiêu véc tơ khác véc tơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm A, B, C, M, N, P bằng véc tơ $\overrightarrow{MN}$?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3

Lời giải

Chọn C

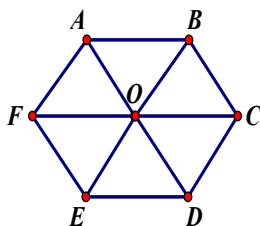
Các vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm A, B, C, M, N, P bằng vectơ $\overrightarrow{MN}$ là: $\overrightarrow{BP}$ và $\overrightarrow{PC}$

Câu 10: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{OC}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

- A. 6. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn C



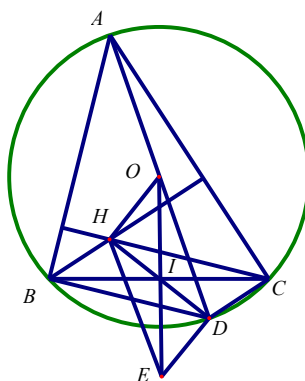
Các vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{OC}$ mà điểm đầu, điểm cuối là các đỉnh của lục giác là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{ED}$.

Câu 11: Cho tam giác ABC có trực tâm H và tâm đường tròn ngoại tiếp O . Gọi D là điểm đối xứng với A qua O ; E là điểm đối xứng với O qua BC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{HE}$. B. $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{DE}$. C. $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{OE}$. D. $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của BC .

Do E là điểm đối xứng với O qua BC nên I là trung điểm của OE .

Ta có, $CH \parallel DB$

Tương tự, $BH \parallel DC$

Từ đó suy ra $BHCD$ là hình bình hành nên I là trung điểm của HD .

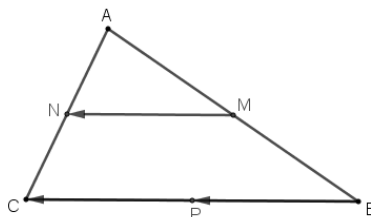
Từ và suy ra, $OHED$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{DE}$.

Câu 12: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC và BC . Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm A, B, C, M, N, P bằng vectơ $\overrightarrow{MN}$?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C



Các vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm A, B, C, M, N, P bằng vectơ $\overrightarrow{MN}$ là: $\overrightarrow{BP}$ và $\overrightarrow{PC}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O .

- a) Vectơ $\overrightarrow{OA}$ cùng phương với $\overrightarrow{OD}$
- b) Có 9 vectơ khác vectơ không và cùng phương với vectơ $\overrightarrow{OA}$.
- c) Vectơ $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng $\overrightarrow{OC}$
- d) Có 3 vectơ khác vectơ không và cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Vectơ $\overrightarrow{OA}$ cùng phương với $\overrightarrow{OD}$

Vectơ $\overrightarrow{OA}$ cùng phương với $\overrightarrow{OD}$

Chọn ĐÚNG.

b) Có 9 vectơ khác vectơ không và cùng phương với vectơ $\overrightarrow{OA}$.

Có 9 vectơ khác vectơ không và cùng phương với vectơ $\overrightarrow{OA}$:

$\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{OD}, \overrightarrow{DO}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{FE}$.

Chọn ĐÚNG.

c) Vectơ $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng $\overrightarrow{OC}$

Vectơ $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng $\overrightarrow{OC}$

Chọn SAI.

d) Có 3 vectơ khác vectơ không và cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$.

Có 4 vectơ khác vectơ không và cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$ là: $\overrightarrow{FO}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{FC}, \overrightarrow{ED}$.

Chọn SAI.

Câu 2: Cho $\triangle ABC$ có A', B', C' lần lượt là các trung điểm của các cạnh BC, CA, AB .

a) $BC' = C'A = A'B' = \frac{AB}{2}$.

b) Hai vectơ $\overrightarrow{BC'}, \overrightarrow{A'B'}$ ngược hướng

c) $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{A'B'}$.

d) $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{CA'}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) $BC' = C'A = A'B' = \frac{AB}{2}$.

Ta có C' là trung điểm của AB và $A'B'$ là đường trung bình của tam giác ứng với cạnh đáy

AB nên: $BC' = C'A = A'B' = \frac{AB}{2}$.

Chọn ĐÚNG.

b) Hai vector $\overrightarrow{BC'}, \overrightarrow{A'B'}$ ngược hướng

Mặt khác, ba vector $\overrightarrow{BC'}, \overrightarrow{C'A'}, \overrightarrow{A'B'}$ cùng hướng.

Chọn SAI.

c) $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{A'B'}$.

Do đó $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{A'B'}$.

Chọn ĐÚNG.

d) $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{CA'}$.

Ta xác định được: $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{A'B'}$; $\overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{B'C'}$.

Chọn ĐÚNG.

Câu 3: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{3}, AC = 2\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm BC và H là hình chiếu vuông góc của A lên BC .

a) $BC^2 = AB^2 + AC^2$

b) $|\overrightarrow{AM}| = \frac{\sqrt{15}}{4}$

c) $AB \cdot AC = AH \cdot BC$

d) $|\overrightarrow{AH}| = \frac{\sqrt{15}}{5}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Áp dụng định lí Py-ta-go trong $\triangle ABC$ vuông tại A , ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = \sqrt{3}^2 + (2\sqrt{3})^2 = 15 \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = BC = \sqrt{15}.$$

Chọn ĐÚNG.

b) $|\overrightarrow{AM}| = \frac{\sqrt{15}}{4}$

Ta có: AM là trung tuyến ứng với cạnh huyền $BC \Rightarrow |\overrightarrow{AM}| = AM = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{15}}{2}$.

Chọn SAI.

c) $AB \cdot AC = AH \cdot BC$

Ta có: $AB \cdot AC = AH \cdot BC$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

Chọn ĐÚNG.

d) $|\overrightarrow{AH}| = \frac{\sqrt{15}}{5}$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AH}| = AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}}{\sqrt{15}} = \frac{2\sqrt{15}}{5}.$$

Chọn SAI.

Câu 4: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và có $AB = AD = \frac{1}{2}DC = a$. Gọi BF là đường phân giác trong của tam giác ABD ($F \in AD$).

a) $CA^2 = DA^2 + DC^2$

b) $|\overrightarrow{CA}| = a\sqrt{3}$

c) $\widehat{ABF} = 45^\circ$

d) $|\overrightarrow{BF}| \approx 2,08a$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) $CA^2 = DA^2 + DC^2$

Chọn ĐÚNG.

b) $|\overrightarrow{CA}| = a\sqrt{3}$

Ta có: $CA^2 = DA^2 + DC^2 = a^2 + (2a)^2 = 5a^2$ (Theo định lí Py-ta-go)

$$\Rightarrow |\overrightarrow{CA}| = CA = a\sqrt{5}.$$

Chọn SAI.

c) $\widehat{ABF} = 45^\circ$

Tương tự: $|\overrightarrow{BD}| = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}.$

Dễ thấy $\triangle ABD$ vuông cân tại A , do đó: $\widehat{ABD} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ABF} = 22.5^\circ.$

Chọn SAI.

d) $|\overrightarrow{BF}| \approx 2,08a$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Xét $\triangle ABF$ vuông tại A , ta có: $|\overrightarrow{BF}| = BF = \frac{AB}{\cos \widehat{ABF}} = \frac{a}{\cos 22.5^\circ} \approx 1.08a.$

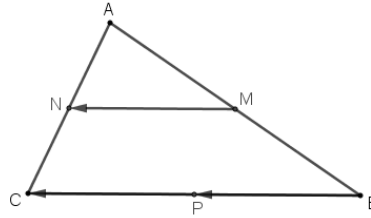
Chọn SAI.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC và BC . Có bao nhiêu vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm A, B, C, M, N, P bằng vectơ $\overrightarrow{MN}$ (không trùng với $\overrightarrow{MN}$)?

Lời giải

Trả lời: 2

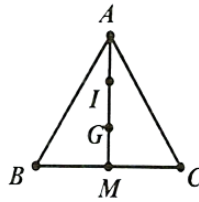


Các vectơ khác vectơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm trong các điểm A, B, C, M, N, P bằng vectơ $\overrightarrow{MN}$ là: $\overrightarrow{BP}$ và $\overrightarrow{PC}$

Câu 2: Cho tam giác ABC đều cạnh 1 và G là trọng tâm. Gọi I là trung điểm của AG . Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{BI}$. Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.

Lời giải

Trả lời: 0,7



Ta có $|\overrightarrow{AB}| = AB = 1$

Gọi M là trung điểm của BC ,

Ta có $|\overrightarrow{AG}| = AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \sqrt{AB^2 - BM^2} = \frac{2}{3} \sqrt{1^2 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

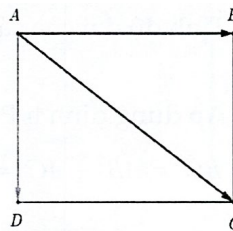
$|\overrightarrow{BI}| = BI = \sqrt{BM^2 + MI^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{21}}{6}$

Câu 3: Cho hình chữ nhật $ABCD$. Có bao nhiêu vectơ được tạo thành mà điểm đầu và điểm cuối lấy từ các đỉnh của hình chữ nhật?

Lời giải

Trả lời: 16

Dễ thấy có 4 Vector-không là: $\overrightarrow{AA}, \overrightarrow{BB}, \overrightarrow{CC}, \overrightarrow{DD}$.



Từ mỗi đỉnh của hình chữ nhật, ta lập được 3 vectơ khác vectơ-không nhận đỉnh đó làm điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh còn lại. Chẳng hạn với đỉnh A ta có: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Suy ra có 12 vectơ khác $\vec{0}$. Như vậy có tất cả 16 vectơ thỏa mãn.

Câu 4: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3$, $BC = 4$. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AC}$ là:

Lời giải

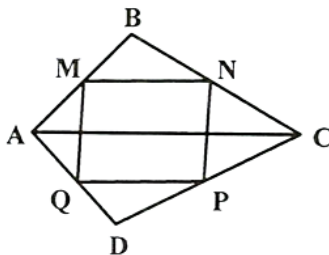
Trả lời: 5

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

Câu 5: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA . Có bao nhiêu vector tạo thành từ các điểm đã cho tìm các vec tơ cùng hướng với vec tơ $\overrightarrow{MN}$

Lời giải

Trả lời: 2



Ta có $MN \parallel PQ, MN = PQ$ (do cùng song song và bằng $\frac{1}{2}AC$).

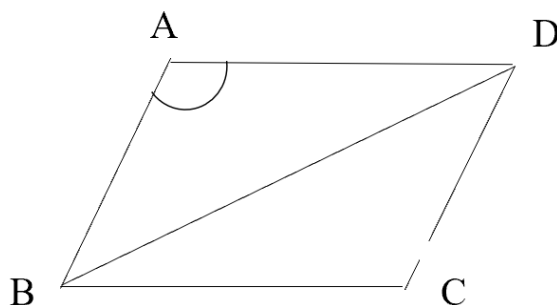
Do đó $MNPQ$ là hình bình hành.

Vậy các vec tơ cùng hướng với vec tơ $\overrightarrow{MN}$ là: $\overrightarrow{QP}, \overrightarrow{AC}$

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$ biết $AB = 3\sqrt{2}, AD = 5\sqrt{2}, \widehat{BAD} = 120^\circ$. Tính độ dài $\overline{BD}$. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Trả lời: 9,9



Áp dụng định lý Cosin trong $\triangle ABD$ ta có: $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos 120^\circ$
 $= 18 + 50 - 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 98 \Rightarrow BD = 7\sqrt{2}.$

----- HẾT -----

CHƯƠNG

IV

VECTƠ

BÀI: TỔNG VÀ HIỆU HAI VECTO
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CA}$.

Câu 3: Đẳng thức nào dưới đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NP}$. B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PN}$. C. $\overrightarrow{NM} - \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{PM}$. D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$.

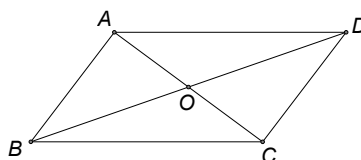
Câu 4: Cho tam giác ABC có trung tuyến AM và trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây là đúng

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$. B. $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}$. C. $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CM}$. D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GM} = \vec{0}$.

Câu 5: Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D . Vector tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$ bằng

- A. $\vec{0}$. B. $\overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{BD}$. D. $\overrightarrow{BA}$.

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O .



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$.
C. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 7: Cho M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC . Hỏi vector $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AP}$ bằng vector nào?

- A. $\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{PB}$. C. $\overrightarrow{MP}$. D. $\overrightarrow{AN}$.

Câu 8: Rút gọn véc tơ $\vec{u} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.

- A. $\vec{u} = \overrightarrow{MR}$. B. $\vec{u} = \overrightarrow{MN}$. C. $\vec{u} = \overrightarrow{PR}$. D. $\vec{u} = \overrightarrow{MP}$.

Câu 9: Cho $\triangle ABC, D, E, F$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB , **B.** Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DB}$
C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$ D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$

Câu 10: Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Độ dài của $\overrightarrow{BD}$ bằng

- A. $2a$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 11: Hai bạn An và Bình cùng di chuyển một xe đẩy trên đường phẳng bằng cách: bạn An đẩy xe từ phía sau theo hướng di chuyển của xe bằng một lực $F_1 = 2\text{ N}$, bạn Bình kéo xe từ phía trước theo hướng di chuyển của xe một lực $F_2 = 3\text{ N}$. Giả sử hai bạn thực hiện đúng kỹ thuật để xe di chuyển hiệu quả nhất. Hỏi xe di chuyển với lực tác động có độ lớn bằng bao nhiêu?

- A. 2 N . B. 3 N . C. 1 N . D. 5 N .

Câu 12: Giả sử có các lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M . Cường độ hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ lần lượt là 300 N , 400 N và $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ biết vật đứng yên.

- A. 700 N . B. 250 N . C. 500 N . D. 1000 N .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho bốn điểm A, B, C, D .

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$
b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$
c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$
d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$

Câu 2: Cho tam giác ABC đều cạnh a , có trọng tâm G .

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
b) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}| = 2a$;
c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$;
d) $|\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{BC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo.

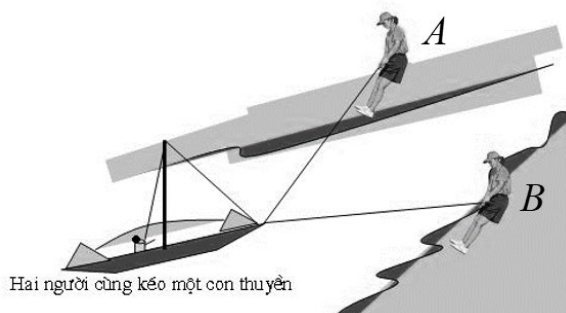
- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$
b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AD}$
c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = AC$
d) Nếu $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}|$ thì $ABCD$ là hình thoi.

Câu 4: Cho $ABCD$ là hình vuông tâm O có cạnh a . M là một điểm bất kì trong mặt phẳng.

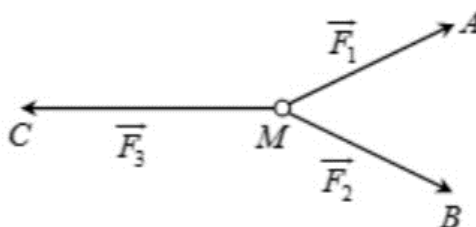
- a) $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO}$
b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}| = AO$
c) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = 0$
d) Độ dài vector $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$ bằng DC

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

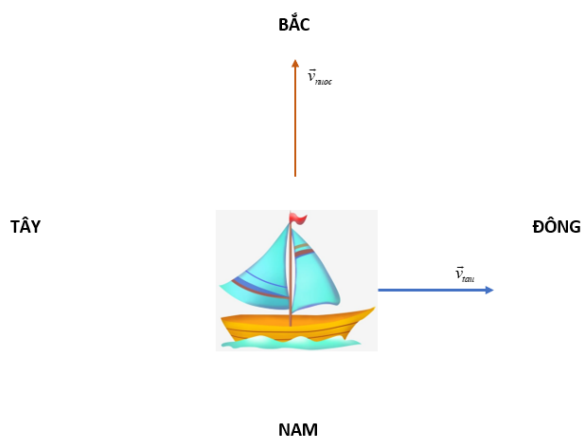
Câu 1: Hai người đứng hai bên bờ kênh, cùng kéo một chiếc thuyền xuôi trên kênh. Người A kéo với một lực bằng 60 N , người B kéo với một lực bằng 80 N , hai lực hợp nhau một góc bằng 90° . Vậy hợp lực mà hai người đã tác động lên thuyền có độ lớn bằng bao nhiêu?



Câu 2: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng 100 và $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Cường độ của lực $\vec{F}_3$ là (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

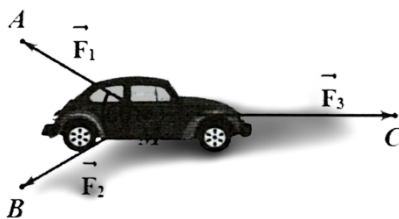


Câu 3: Một chiếc tàu di chuyển từ phía Tây sang phía Đông với vận tốc 30 km/h , dòng nước chảy từ phía Nam lên phía Bắc với vận tốc 5 km/h . Hỏi tàu di chuyển với vận tốc bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

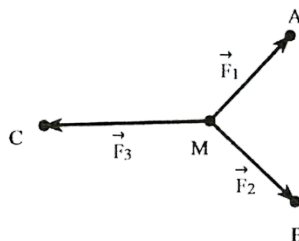


Câu 4: Cho hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có điểm đặt A tạo với nhau góc 45° , biết rằng cường độ của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ lần lượt bằng $60\text{ N}, 90\text{ N}$. Tính cường độ tổng hợp của hai lực trên? Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Câu 5: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}, \vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một ô tô tại điểm M và ô tô đứng yên. Cho biết cường độ hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $25N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ $\vec{F}_3$ đạt bao nhiêu niuton? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Câu 6: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}, \vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $100N$ và góc $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Khi đó tính cường độ của lực $\vec{F}_3$. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng quy tắc 3 điểm ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. **C.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CA}$.

Lời giải

Chọn C

Theo quy tắc hình bình hành $ABCD$ ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 3: Đẳng thức nào dưới đây sai?

- A.** $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NP}$. **B.** $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PN}$. **C.** $\overrightarrow{NM} - \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{PM}$. **D.** $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$.

Lời giải

Chọn A

Theo quy tắc trừ ba điểm, ta có $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$.

Câu 4: Cho tam giác ABC có trung tuyến AM và trọng tâm G . Khẳng định nào sau đây là đúng

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$. **B.** $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}$. **C.** $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CM}$. **D.** $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GM} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: G là trọng tâm của tam giác ABC nên:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{BG}$$

Câu 5: Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D . Vector tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$ bằng

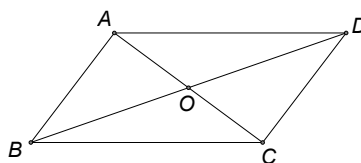
- A.** $\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{BD}$. **D.** $\overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}) + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}.$$

Câu 6: Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O .



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$.
C. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn C

* Áp dụng quy tắc trừ $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{DB}$; $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$

* $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} \Leftrightarrow \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD}$ vô lý

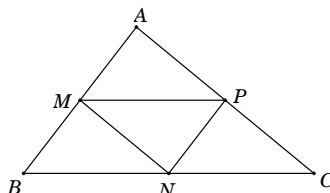
* $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ luôn luôn đúng

Câu 7: Cho M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC . Hỏi vector $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AP}$ bằng vector nào?

- A. $\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{PB}$. C. $\overrightarrow{MP}$. D. $\overrightarrow{AN}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} \rightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AN}$.

Câu 8: Rút gọn véc tơ $\vec{u} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.

- A. $\vec{u} = \overrightarrow{MR}$. B. $\vec{u} = \overrightarrow{MN}$. C. $\vec{u} = \overrightarrow{PR}$. D. $\vec{u} = \overrightarrow{MP}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

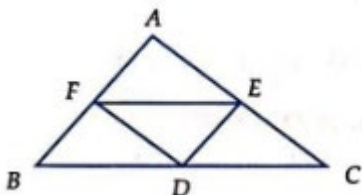
$$\begin{aligned} \vec{u} &= \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = (\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP}) + (\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}) \\ &= \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PR} = \overrightarrow{MR} \end{aligned}$$

Câu 9: Cho $\triangle ABC, D, E, F$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB , **B.** Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DB}$
C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$ D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$

Lời giải

Chọn C



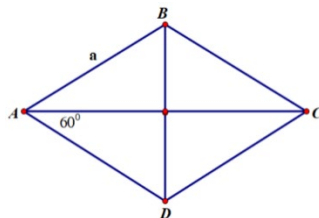
$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} &= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DF} \\ &= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} + (\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FE}) = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}. \end{aligned}$$

Câu 10: Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Độ dài của $\overrightarrow{BD}$ bằng

- A. $2a$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$,
suy ra tam giác ABD đều cạnh a nên độ dài $\overrightarrow{BD}$ bằng a .

Câu 11: Hai bạn An và Bình cùng di chuyển một xe đẩy trên đường phẳng bằng cách: bạn An đẩy xe từ phía sau theo hướng di chuyển của xe bằng một lực $F_1 = 2\text{ N}$, bạn Bình kéo xe từ phía trước theo hướng di chuyển của xe một lực $F_2 = 3\text{ N}$. Giả sử hai bạn thực hiện đúng kỹ thuật để xe di chuyển hiệu quả nhất. Hỏi xe di chuyển với lực tác động có độ lớn bằng bao nhiêu?

- A.** 2 N. **B.** 3 N. **C.** 1 N. **D.** 5 N.

Lời giải

Khi hai bạn An và Bình thực hiện đúng kỹ thuật để xe di chuyển hiệu quả nhất thì hai lực tác động vào xe là $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ phải cùng hướng. Khi đó, lực tổng hợp tác động vào xe là $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$ có độ lớn là $|\overrightarrow{F}| = F = F_1 + F_2 = 5\text{ N}$.

Câu 12: Giả sử có các lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M . Cường độ hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ lần lượt là 300 N , 400 N và $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ biết vật đứng yên.

- A.** 700 N. **B.** 250 N. **C.** 500 N. **D.** 1000 N.

Lời giải

Chọn C

Vật đứng yên nên ta có: $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{0}$.

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{F_3} = -(\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}) \Rightarrow |\overrightarrow{F_3}| = |\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}|. \text{ Do } \widehat{AMB} = 90^\circ \Leftrightarrow \overrightarrow{F_1} \perp \overrightarrow{F_2}.$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{F_3}| = |\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho bốn điểm A, B, C, D .

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$
b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$
c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$
d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CA}$

Chọn SAI.

b) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$

Ta có: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

Chọn ĐÚNG.

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0} \text{ (luôn đúng).}$$

Chọn ĐÚNG.

d) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$

Ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}) + (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0} \text{ (luôn đúng)}$$

Chọn ĐÚNG.

Câu 2: Cho tam giác ABC đều cạnh a , có trọng tâm G .

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

b) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}| = 2a$;

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$;

d) $|\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{BC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Chọn ĐÚNG.

b) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}| = 2a$;

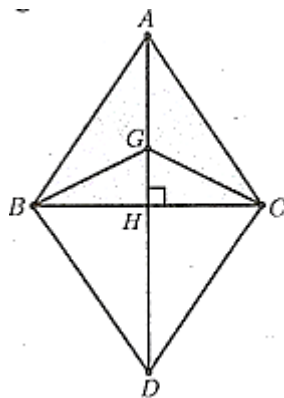
$$\Rightarrow |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a.$$

Chọn SAI.

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$;

Vẽ hình bình hành $ABDC$, gọi H là giao điểm AD và BC

Suy ra H là trung điểm của cả AD và BC .



Theo quy tắc hình bình hành: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

Ta có AH là đường cao của tam giác ABC nên $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Suy ra: $AD = 2AH = a\sqrt{3}$.

Vậy $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD = a\sqrt{3}$.

Chọn ĐÚNG.

d) $|\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{BC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có: $\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{CG}$.

Dễ thấy $CG = AG = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $|\overrightarrow{BG} - \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CG}| = CG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chọn SAI.

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo.

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$

b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AD}$

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = AC$

d) Nếu $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}|$ thì $ABCD$ là hình thoi.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{AD}$

Chọn SAI.

b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AD}$

Ta có: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ (vì $ABCD$ là hình bình hành).

Chọn ĐÚNG.

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = AC$

Ta có $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC$ (vì $ABCD$ là hình bình hành).

Chọn ĐÚNG.

d) Nếu $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}|$ thì $ABCD$ là hình thoi.

Ta có: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{DB}| \Leftrightarrow AC = BD$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau nên $ABCD$ là hình chữ nhật.

Chọn SAI.

Câu 4: Cho $ABCD$ là hình vuông tâm O có cạnh a . M là một điểm bất kì trong mặt phẳng.

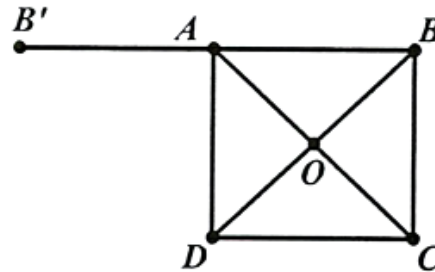
a) $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO}$

b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}| = AO$

c) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = 0$

d) Độ dài vectơ $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$ bằng DC

Lời giải



a) $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO}$

Chọn ĐÚNG.

b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}| = AO$

Ta có $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AO}$

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO}| = |\overrightarrow{AO}| = AO$

Chọn ĐÚNG.

c) $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = 0$

Ta có $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO}$

Suy ra $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}| = 0$

Chọn ĐÚNG.

d) Độ dài vectơ $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$ bằng DC

Áp dụng quy tắc trừ ta có $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DC}$

Lấy B' là điểm đối xứng của B qua A

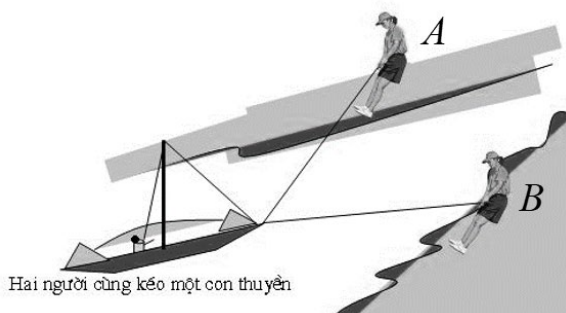
Khi đó $-\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB'} \Rightarrow \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{BB'}$

Suy ra $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |\overrightarrow{BB'}| = BB'$

Chọn SAI.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

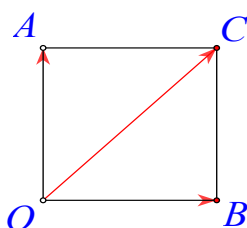
Câu 1: Hai người đứng hai bên bờ kênh, cùng kéo một chiếc thuyền xuôi trên kênh. Người A kéo với một lực bằng 60 N , người B kéo với một lực bằng 80 N , hai lực hợp nhau một góc bằng 90° . Vậy hợp lực mà hai người đã tác động lên thuyền có độ lớn bằng bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 100

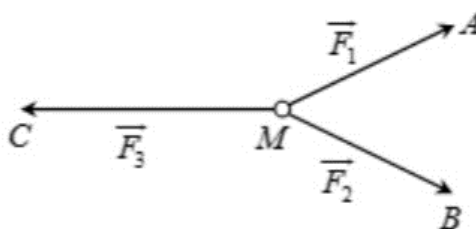
Hình trên biểu diễn hai lực tác động lên chiếc thuyền xuôi trên kênh hai lực $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ và



$|\overrightarrow{OA}| = 60\text{ N}$, $|\overrightarrow{OB}| = 80\text{ N}$. Khi đó hợp lực mà hai người đã tác động lên thuyền có độ lớn bằng $|\overrightarrow{OC}|$.

Xét tam giác vuông OAC ta có: $|\overrightarrow{OC}| = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100$

Câu 2: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng 100 và $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Cường độ của lực $\vec{F}_3$ là (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



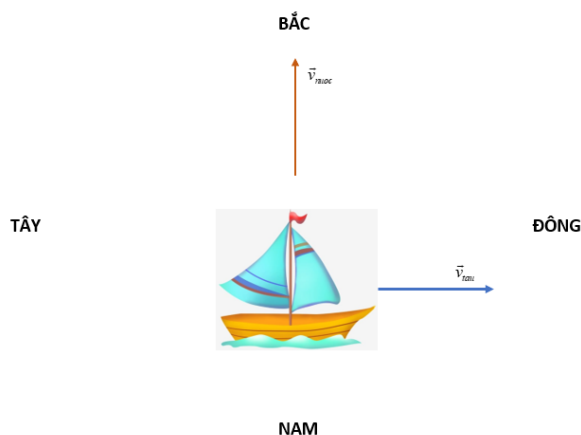
Lời giải

Trả lời: 173

Vì vật đứng yên nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$ do đó $|\vec{F}_3| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2|$

Mà tam giác MAB đều nên $F_3 = 100\sqrt{3}$.

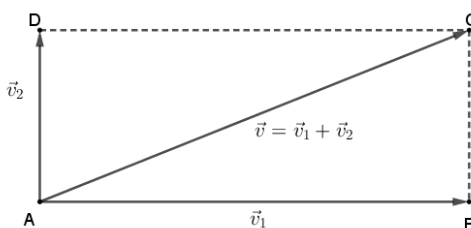
Câu 3: Một chiếc tàu di chuyển từ phía Tây sang phía Đông với vận tốc 30km/h, dòng nước chảy từ phía Nam lên phía Bắc với vận tốc 5km/h. Hỏi tàu di chuyển với vận tốc bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Lời giải

Trả lời: 30,4

Giả sử véc-tơ $\vec{v}_1$ biểu diễn cho vận tốc của tàu, ta có $|\vec{v}_1| = 30 \text{ km/h}$, véc-tơ $\vec{v}_2$ biểu diễn cho vận tốc của dòng nước. Khi đó, tàu sẽ di chuyển theo véc-tơ tổng $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ được xác định qua quy tắc hình bình hành như hình vẽ



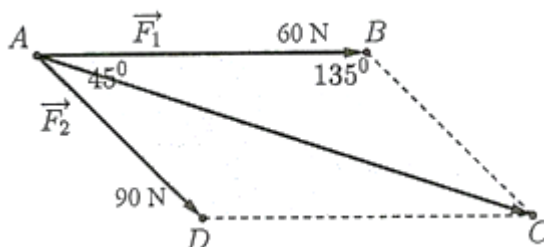
Ta có $|\vec{v}| = AC$. Vì ABCD là hình chữ nhật nên

$$AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{30^2 + 5^2} = 5\sqrt{37} \approx 30,4 \text{ km/h}.$$

Câu 4: Cho hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có điểm đặt A tạo với nhau góc 45° , biết rằng cường độ của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ lần lượt bằng 60N, 90N. Tính cường độ tổng hợp của hai lực trên? Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Lời giải

Trả lời: 139



Đặt $\vec{F}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{AD}$.

Vẽ hình bình hành ABCD.

Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

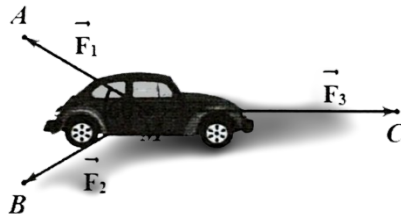
Vì $\widehat{BAD} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 135^\circ$; $AD = 90 = BC$

Theo định lí cosin ta có:

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 135^\circ \\ &= 60^2 + 90^2 - 2 \cdot 60 \cdot 90 \cdot \frac{-\sqrt{2}}{2} \approx 19336,75 \Rightarrow AC \approx 139 \end{aligned}$$

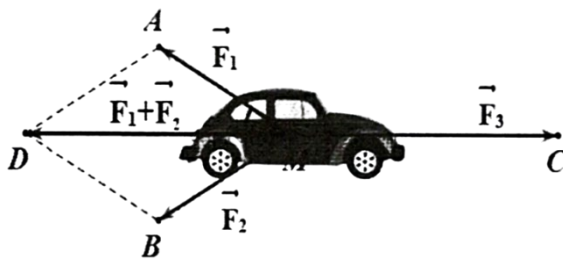
Vậy vector hợp lực của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có độ lớn là: $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \approx 139 \text{ N}$.

Câu 5: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}, \vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một ô tô tại điểm M và ô tô đứng yên. Cho biết cường độ hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng 25 N và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ $\vec{F}_3$ đạt bao nhiêu niuton? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Lời giải

Trả lời: 43,3



Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MD}$ (với D là điểm sao cho $AMBD$ là hình bình hành)

Ta có: $MA = |\vec{MA}| = |\vec{F}_1| = 25 \text{ N}$ và $MB = |\vec{MB}| = |\vec{F}_2| = 25 \text{ N}$

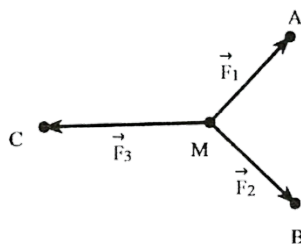
Do $\widehat{AMB} = 60^\circ$ nên $\triangle MAB$ là tam giác đều. Khi đó: $MD = 2 \cdot \frac{25\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3} \text{ (N)}$

Do ô tô đứng yên nên cường độ lực tác dụng lên ô tô bằng 0 hay $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

Suy ra: $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \Rightarrow |\vec{F}_3| = |-(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)| = |\vec{DM}| = MD = 25\sqrt{3} \text{ (N)}$

Vậy cường độ của $\vec{F}_3$ là $25\sqrt{3} \text{ (N)} \approx 43,3 \text{ (N)}$

Câu 6: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}, \vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng 100 N và góc $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Khi đó tính cường độ của lực $\vec{F}_3$. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



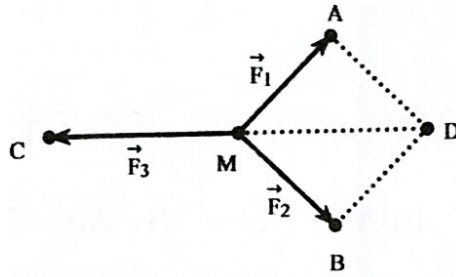
Lời giải

Trả lời: 141

Vẽ hình vuông $ADBM$, cạnh $MA = 100$ thì $MD = 100\sqrt{2}$.

Theo qui tắc hình bình hành có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MD}$. Vật đứng yên khi $\overrightarrow{F_3} = -\overrightarrow{MD}$.

Suy ra cường độ của lực $\overrightarrow{F_3}$ là: $|\overrightarrow{F_3}| = 100\sqrt{2}N$.



----- HẾT -----

CHƯƠNG

IV

VECTƠ

BÀI: TỔNG VÀ HIỆU HAI VECTO
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Mệnh đề nào sau đây **Sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$. C. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{CO} = \vec{0}$.

Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{CO} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$. C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$. D. $\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{BO} = \vec{0}$.

Câu 5: Cho đoạn thẳng AB có I là trung điểm, M là điểm bất kì. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. C. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.

Câu 6: Cho G là trọng tâm của tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

- A. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$. C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{CG}$. D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Câu 7: Cho 3 điểm M, N, P bất kì. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$. B. $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NP}$. C. $\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{NM}$. D. $\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NM}$.

Câu 8: Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm I tùy ý. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}$. B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IB}$.
C. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{ID}$. D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID}$.

Câu 9: Trong mặt phẳng, cho năm điểm phân biệt A, B, C, D, E . Vector $\vec{u} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CD}$ bằng vector nào sau đây?

- A. $\overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{AE}$. C. $\overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{BD}$.

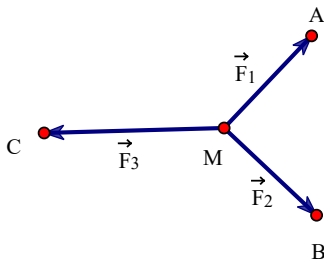
Câu 10: Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Khi đó $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ bằng

- A. $2a$. B. a . C. $a\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{3}a$.

Câu 11: Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB = 2, AC = 3$. Độ dài của vector $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$ bằng

- A. 5. B. 40. C. $\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{10}$.

Câu 12: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}, \vec{F}_2 = \vec{MB}, \vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng $100N$ và góc $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Khi đó xác định cường độ của lực $\vec{F}_3$.



- A. $|\vec{F}_3| = 100\sqrt{2}N$. B. $|\vec{F}_3| = 2\sqrt{2}N$. C. $|\vec{F}_3| = \sqrt{2}N$. D. $|\vec{F}_3| = 2\sqrt{3}N$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác ABC . Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC .

- a) $\vec{AM} - \vec{AN} = \vec{NM}$
 b) $\vec{MN} - \vec{NC} = \vec{MP}$
 c) $\vec{MN} - \vec{PN} = \vec{MP}$
 d) $\vec{BP} - \vec{CP} = \vec{PC}$

Câu 2: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , có O là giao điểm hai đường chéo.

- a) O là trung điểm của AC, BD
 b) $|\vec{OA} - \vec{CB}| = a\sqrt{2}$
 c) $|\vec{AB} + \vec{DC}| = a$
 d) $|\vec{CD} - \vec{DA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 3: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .

- a) Tứ giác $BMNP$ và $APMN$ là hình bình hành
 b) $\vec{BM} + \vec{CN} + \vec{AP} = \vec{0}$.
 c) $\vec{AP} + \vec{AN} - \vec{AC} = \vec{BM}$.
 d) $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OM} + \vec{ON} + \vec{OP}$ với O là điểm bất kì.

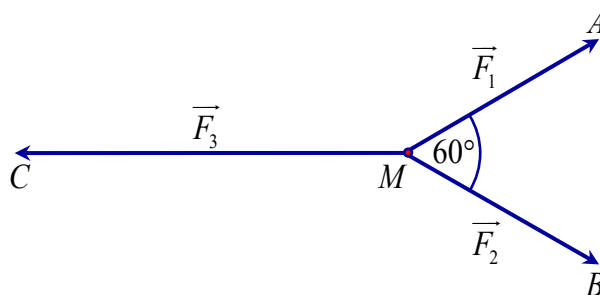
Câu 4: Cho hình bình hành $ABCD$ với M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD .

- a) $\vec{DA} + \vec{DC} = \vec{DB}$
 b) $\vec{CM} + \vec{CN} + \vec{AB} = \vec{CD}$
 c) $\vec{MA} + \vec{MC} = \vec{0}$
 d) $\vec{AM} + \vec{CD} = \vec{BM}$

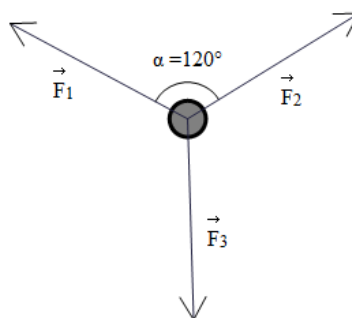
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4cm$, $AD = 3cm$. Tính $|\vec{BC} + \vec{BA}|$.

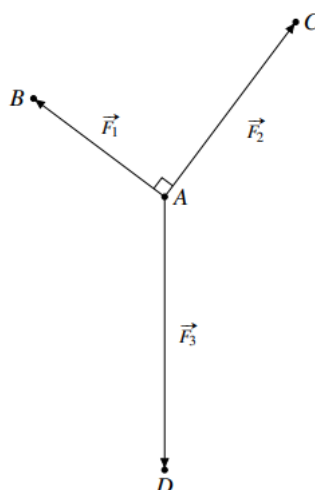
Câu 2: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng $25N$ và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Câu 3: Một vật nằm lơ lửng giữa không trung chịu tác dụng của ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ như hình vẽ. Để vật không bị rơi xuống thì $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$. Biết hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ có độ lớn là $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 8N$. Tính độ lớn của lực $\vec{F}_3$ để vật không bị rơi xuống.

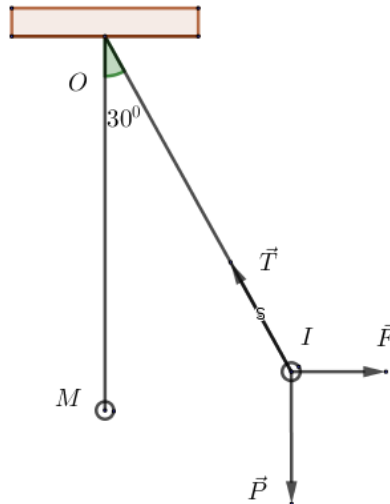


Câu 4: Trên hình biểu diễn ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào vật ở vị trí cân bằng A . Cho biết $|\vec{F}_1| = 50N$, $|\vec{F}_2| = 120N$. Tính cường độ của lực $\vec{F}_3$?



Câu 5: Một dòng sông chảy từ phía bắc xuống phía nam với vận tốc 5 km/h . Một tàu thủy chuyển động từ phía đông sang phía tây với vận tốc 35 km/h so với mặt nước C . Vận tốc tàu thủy so với bờ sông là

Câu 6: Một con lắc đơn đang đứng yên tại vị trí cân bằng M . Thực tập viên tác dụng một lực $\vec{F}$ lên con lắc đưa nó đến vị trí I và giữ yên như hình vẽ.



Biết rằng con lắc đang chịu tác động của lực căng dây $\vec{T}$ có cường độ $30N$, trọng lực $\vec{P}$ và lực tác dụng $\vec{F}$. Hãy xác định cường độ của lực $\vec{F}$?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Mệnh đề nào sau đây **Sai**?

- A.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$ sai phải sửa là $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$. **C.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn C

Theo quy tắc hình bình hành ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$. **C.** $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{CO} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có O là tâm hình bình hành $ABCD$ nên O là trung điểm của AC và BD . Do đó:

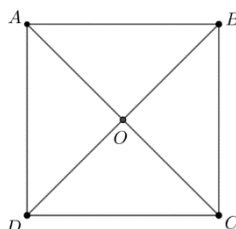
$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}.$$

Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{CO} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$. **C.** $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$. **D.** $\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{BO} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B



Vì O là tâm của hình vuông $ABCD$ nên O là trung điểm của AC và BD nên theo qui tắc trung điểm ta có: $\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$

Câu 5: Cho đoạn thẳng AB có I là trung điểm, M là điểm bất kì. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A.** $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB}$. **B.** $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. **C.** $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.

Lời giải

Chọn B

Đoạn thẳng AB có I là trung điểm nên $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. Vậy **B** sai.

Câu 6: Cho G là trọng tâm của tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

- A.** $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$. **C.** $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{CG}$. **D.** $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B

Do G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$. Vậy A, D đúng.

Lại có: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = -\overrightarrow{GC} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{CG}$. Vậy C đúng, B sai.

Câu 7: Cho 3 điểm M, N, P bất kì. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$. B. $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NP}$. C. $\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{NM}$. D. $\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NM}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM} = \overrightarrow{MN}$ do đó khẳng định C sai.

Câu 8: Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm I tùy ý. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}$. B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IB}$.
C. $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{ID}$. D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID}$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned}\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} &= \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{ID} - \overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BD} \\ \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{ID} &= \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IB} - \overrightarrow{ID} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DB} \\ \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{AI} &= \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{ID} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \\ \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} &= \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{ID} - \overrightarrow{IC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}\end{aligned}$$

Câu 9: Trong mặt phẳng, cho năm điểm phân biệt A, B, C, D, E . Vector $\vec{u} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CD}$ bằng vector nào sau đây?

- A. $\overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{AE}$. C. $\overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA}$.

Câu 10: Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Khi đó $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ bằng

- A. $2a$. B. a . C. $a\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{3}a$.

Lời giải

Chọn A

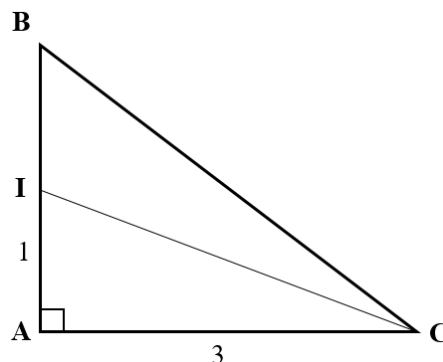
Ta có: $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CB}| = CB = 2a$.

Câu 11: Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB = 2, AC = 3$. Độ dài của vector $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$ bằng

- A. 5. B. 40. C. $\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{10}$.

Lời giải

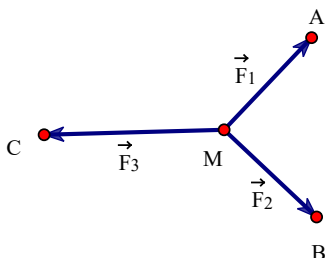
Chọn D



Ta có $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{CI}$ với I là trung điểm AB .

Vậy $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{CI}| = 2 \cdot \sqrt{1^2 + 3^2} = 2\sqrt{10}$.

Câu 12: Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}, \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ đều bằng $100N$ và góc $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Khi đó xác định cường độ của lực $\overrightarrow{F_3}$.



A. $|\overrightarrow{F_3}| = 100\sqrt{2}N$.

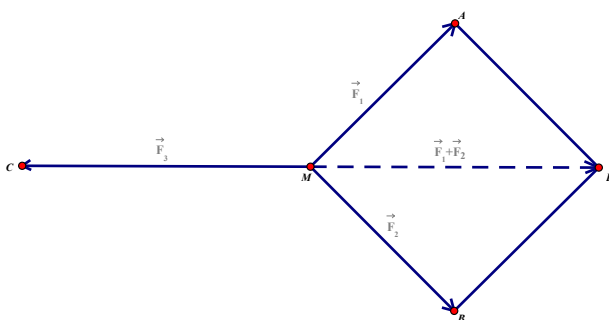
B. $|\overrightarrow{F_3}| = 2\sqrt{2}N$.

C. $|\overrightarrow{F_3}| = \sqrt{2}N$.

D. $|\overrightarrow{F_3}| = 2\sqrt{3}N$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MD}$ (D là đỉnh thứ 4 của hình bình hành $MADB$)

Do vật đứng yên nên

$$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{F_3} = -(\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}) \Rightarrow |\overrightarrow{F_3}| = |-(\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2})| = |\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}| = MD = 100\sqrt{2}N$$

Vậy $|\overrightarrow{F_3}| = 100\sqrt{2}N$ cùng phương và ngược hướng với $\overrightarrow{MD}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác ABC . Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC .

a) $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$

b) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP}$

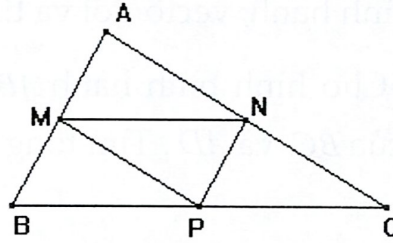
c) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MP}$

d) $\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{PC}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

Dễ thấy tứ giác $AMPN, MNCP$ là hình bình hành



a) $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$

$\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$

Chọn ĐÚNG.

b) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP}$

$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN} \quad (\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP})$

Chọn SAI.

c) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MP}$

$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$

Chọn ĐÚNG.

d) $\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{PC}$

$\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{BC}$

Chọn SAI.

Câu 2: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , có O là giao điểm hai đường chéo.

a) O là trung điểm của AC, BD

b) $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = a\sqrt{2}$

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| = a$

d) $|\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

a) O là trung điểm của AC, BD

O là giao điểm hai đường chéo nên O là trung điểm của AC, BD

Chọn ĐÚNG.

b) $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = a\sqrt{2}$

$|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{BO}| = BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Chọn SAI.

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| = a$

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}| = 2|\overrightarrow{AB}| = 2a$

Chọn SAI.

d) $|\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$$|\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA}| = |\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{BD}| = BD = a\sqrt{2}$$

Chọn SAI.

Câu 3: Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .

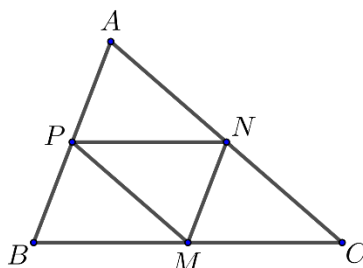
a) Tứ giác $BMNP$ và $APMN$ là hình bình hành

b) $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$.

c) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BM}$.

d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ với O là điểm bất kì.

Lời giải



a) Tứ giác $BMNP$ và $APMN$ là hình bình hành

Ta có $\begin{cases} BP \parallel MN; BP = MN \\ NP \parallel MB; NP = MB \end{cases} \Rightarrow BMNP \text{ là hình bình hành}$

Ta có $\begin{cases} AP \parallel MN; AP = MN \\ AN \parallel MP; AN = MP \end{cases} \Rightarrow APMN \text{ là hình bình hành}$

Chọn ĐÚNG.

b) $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0}$.

$BMNP$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PN}$.

Vì N là trung điểm của $AC \Rightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NA}$.

Do đó theo quy tắc ba điểm: $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = (\overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NA}) + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AP} = \vec{0} \quad (*)$

Chọn ĐÚNG.

c) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BM}$.

Vì tứ giác $APMN$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AM}$,

Kết hợp với quy tắc trừ $\Rightarrow \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM}$.

Mà $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$ do M là trung điểm của BC .

Vậy $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BM}$

Chọn SAI.

d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ với O là điểm bất kì.

Theo quy tắc ba điểm ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = (\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PA}) + (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NC})$

$= (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) + \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NC} = (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) - (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP})$

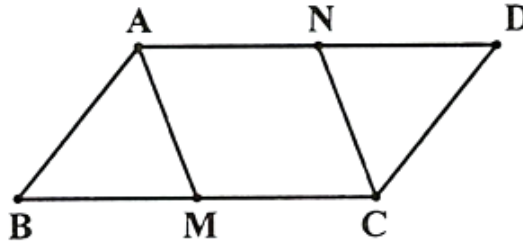
Lại có $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \vec{0} \quad (*)$ suy ra $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$.

Chọn ĐÚNG.

Câu 4: Cho hình bình hành $ABCD$ với M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD .

- a) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$
 b) $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
 c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$
 d) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BM}$

Lời giải



a) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$

Theo qui tắc hình bình hành ta có: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$

Chọn ĐÚNG.

b) $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

Do $AMCN$ là hình bình hành, ta có: $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA}$

Suy ra $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$

Chọn SAI.

c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

Do $AMCN$ là hình bình hành, ta có:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NM} = \vec{0}$$

Chọn SAI.

d) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BM}$

Do $ABCD$ là hình bình hành, ta có $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$, suy ra $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BM}$

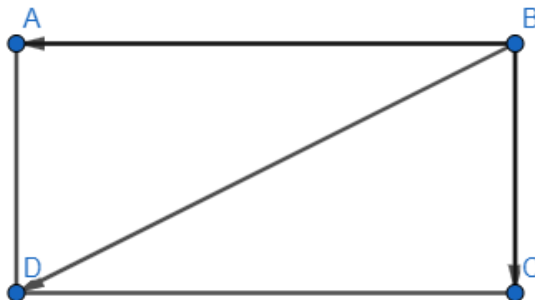
Chọn ĐÚNG.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4cm$, $AD = 3cm$. Tính $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}|$.

Lời giải

Trả lời: 5



Ta có $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{BD}| = BD$.

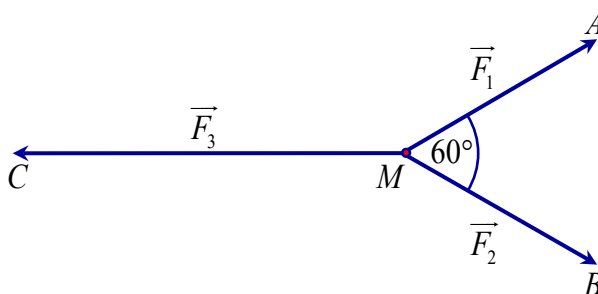
Mà $BD = AC$.

Xét tam giác ABD vuông tại A .

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

Vậy $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{BD}| = BD = 5\text{cm}$.

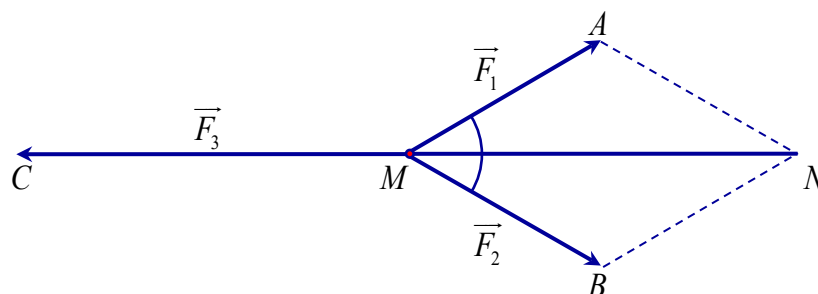
Câu 2: Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ đều bằng 25N và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\overrightarrow{F_3}$ là (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Lời giải

Trả lời: 43,3

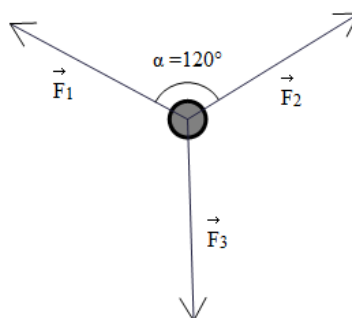
Vật đứng yên nên ba lực đã cho cân bằng. Ta được $\overrightarrow{F_3} = -(\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2})$.



Dựng hình bình hành $AMBN$. Ta có $-\overrightarrow{F_1} - \overrightarrow{F_2} = -\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MN}$.

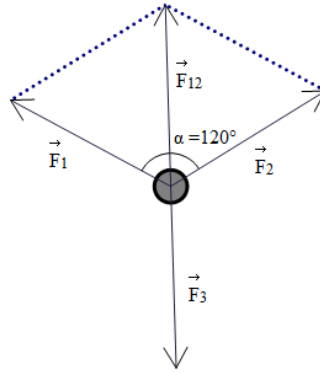
$$\text{Suy ra } |\overrightarrow{F_3}| = |-\overrightarrow{MN}| = MN = \frac{2\sqrt{3}MA}{2} = 25\sqrt{3}.$$

Câu 3: Một vật nằm lơ lửng giữa không trung chịu tác dụng của ba lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ như hình vẽ. Để vật không bị rơi xuống thì $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{0}$. Biết hai lực $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ có độ lớn là $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = 8\text{N}$. Tính độ lớn của lực $\overrightarrow{F_3}$ để vật không bị rơi xuống.



Lời giải

Trả lời: 8



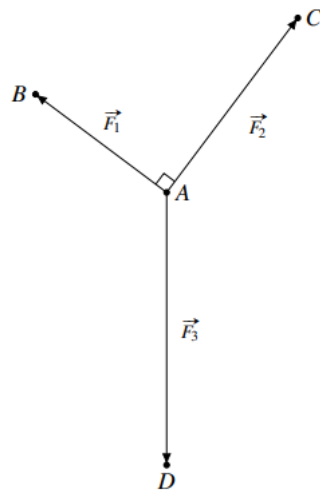
Gọi $\vec{F}_{12} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Theo quy tắc hình bình hành như hình vẽ bên.

Dễ thấy: $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_{12}| = 8N$.

Theo giả thiết $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$ nên $\vec{F}_{12}$ và $\vec{F}_3$ đối nhau.

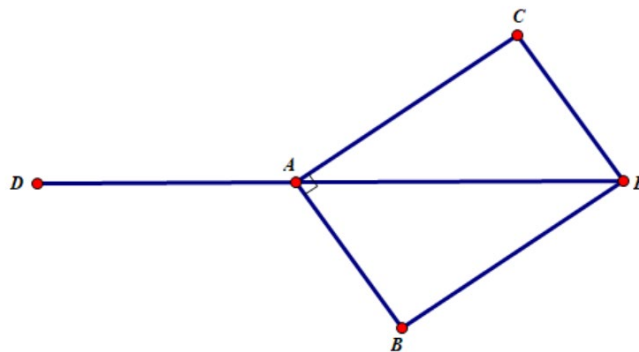
Suy ra: $|\vec{F}_3| = |\vec{F}_{12}| = 8N$.

Câu 4: Trên hình biểu diễn ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào vật ở vị trí cân bằng A . Cho biết $|\vec{F}_1| = 50N$, $|\vec{F}_2| = 120N$. Tính cường độ của lực $\vec{F}_3$?



Lời giải

Trả lời: 130



Ta có: ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào vật ở vị trí cân bằng A nên

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$

Suy ra: $|\vec{F}_3| = |-\vec{F}_3| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2|$

Dựng hình chữ nhật $ABEC$. Ta có: $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AE}$

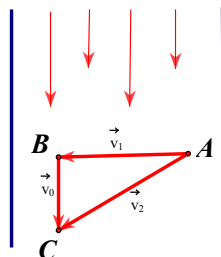
Với $AE = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{50^2 + 120^2} = 130$.

Do đó: lực tác động $\vec{F}_3$ có độ lớn bằng $|\vec{F}_3| = 130N$.

Câu 5: Một dòng sông chảy từ phía bắc xuống phía nam với vận tốc 5 km/h. Một tàu thủy chuyển động từ phía đông sang phía tây với vận tốc 35 km/h so với mặt nước. Vận tốc tàu thủy so với bờ sông là

Lời giải

Trả lời: 35,4



Giả sử tàu thủy chuyển động từ vị trí A bên phải con sông sang vị trí B bên trái con sông.

Gọi $\vec{v}_0$ là vận tốc của dòng nước so với bờ sông, $|\vec{v}_0| = 5 \text{ km/h}$.

$\vec{v}_1$ là vận tốc của tàu thủy so với mặt nước, $|\vec{v}_1| = 35 \text{ km/h}$.

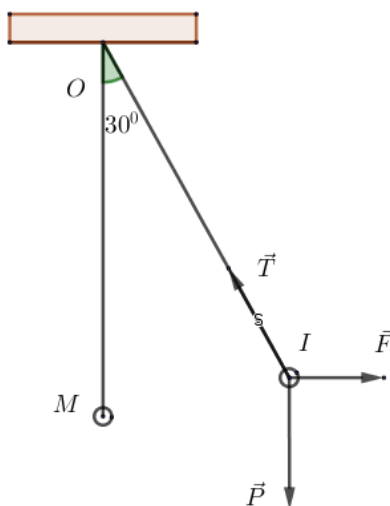
$\vec{v}_2$ là vận tốc của tàu thủy so với bờ sông.

Phương của $\vec{v}_0$ và $\vec{v}_1$ vuông góc nhau nên ta có:

$$|\vec{v}_0|^2 + |\vec{v}_1|^2 = |\vec{v}_2|^2 \Rightarrow |\vec{v}_2| = \sqrt{|\vec{v}_0|^2 + |\vec{v}_1|^2} = \sqrt{5^2 + 35^2} = 25\sqrt{2} \text{ km/h}.$$

Vậy vận tốc tàu thủy so với bờ sông theo hướng từ A đến C có độ lớn $25\sqrt{2} \text{ km/h}$.

Câu 6: Một con lắc đơn đang đứng yên tại vị trí cân bằng M . Thực tập viên tác dụng một lực $\vec{F}$ lên con lắc đưa nó đến vị trí I và giữ yên như hình vẽ.



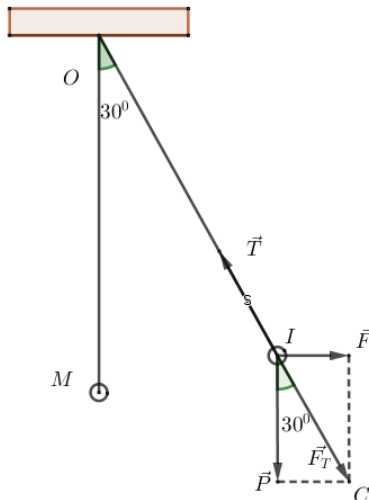
Biết rằng con lắc đang chịu tác động của lực căng dây $\vec{T}$ có cường độ $30N$, trọng lực $\vec{P}$ và lực tác dụng $\vec{F}$. Hãy xác định cường độ của lực $\vec{F}$?

Lời giải

Trả lời: 15

Giả sử $\vec{P} = \vec{IA}$; $\vec{F} = \vec{IB}$ có hợp lực $\vec{F}_T = \vec{IC}$, lực căng dây $\vec{T} = \vec{IN}$.

Đặt $x, x > 0$ là cường độ của lực $\vec{F}$, đơn vị N .



Dễ thấy $\widehat{IOM} = \widehat{ICB}$ suy ra $\widehat{ICB} = 30^\circ$.

Mà $\widehat{ICB} = \widehat{CIA}$ nên $\widehat{CIA} = 30^\circ$.

Ta có $AC = IB = x \Rightarrow IC = \frac{AC}{\sin 30^\circ} = 2x$.

Do con lắc đứng yên tại I nên lực căng dây $\vec{T}$ có cùng cường độ với hợp lực $\vec{F}_T$.

Nên $2x = 30 \Leftrightarrow x = 15$.

Vậy cường độ của lực tác dụng $\vec{F}$ bằng $15N$.

----- HẾT -----

CHƯƠNG

IV

VECTƠ

BÀI: TÍCH VECTO VỚI MỘT SỐ

ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tam giác ABC với trung tuyến AM và trọng tâm G . Tìm số thực k thỏa mãn $\overrightarrow{GA} = k \cdot \overrightarrow{GM}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. -2 . D. 2 .

Câu 2: Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB và $\overrightarrow{IA} = k \overrightarrow{AB}$ thì giá trị của k bằng

- A. 2 . B. $\frac{1}{2}$. C. 1 . D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 3: Cho đoạn thẳng AB và M là một điểm nằm trên đoạn AB sao cho $AM = \frac{1}{4}AB$. Phát biểu nào sau đây là đúng:

- A. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{MA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$. C. $\overrightarrow{MB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MA}$.

Câu 4: Cho tam giác ABC có M thuộc cạnh BC sao cho $CM = 2MB$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 5: Biết tam giác ABC có AM là đường trung tuyến và G là trọng tâm. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{GM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 6: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có E là trung điểm BC . Khi đó $\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{EC}$ bằng

- A. $\overrightarrow{DB}$. B. $\overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{BD}$. D. $\overrightarrow{DE}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC là tam giác đều cạnh $2a$ với G là trọng tâm. Tính $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}|$

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 8: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a . Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ bằng

- A. $3a$. B. $2a\sqrt{2}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $2a$.

Câu 9: Cho $\triangle ABC$ có E là trung điểm BC , trọng tâm G . Gọi I là trung điểm AG , M thuộc AB sao cho $4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$. Phân tích $\overrightarrow{CI}$ theo $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$.

A. $\overrightarrow{CI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$.

B. $\overrightarrow{CI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{CI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{CI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{CB}$.

Câu 10: Cho tam giác ABC . Lấy điểm N thuộc cạnh BC sao cho $NB = \frac{5}{6}BC$. Hãy phân tích $\overrightarrow{AN}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AN} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$.

Câu 11: Cho tam giác ABC , I là trung điểm của đoạn AB . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = 2MC$ là

A. Đường trung trực của đoạn IC .

B. Đường tròn tâm I bán kính IC .

C. Đường tròn tâm I đường kính IC .

D. Đường tròn tâm I bán kính MC .

Câu 12: Cho tam giác ABC . Các điểm M, N được xác định bởi các hệ thức $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CN} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$. Xác định x để A, M, N thẳng hàng.

A. $x = 2$.

B. $x = -1$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $x = -\frac{1}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho bốn điểm A, B, C, D có M, N là trung điểm của AB, CD .

a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$

c) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}$

d) $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

Câu 2: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi D là điểm đối xứng của B qua G , M là trung điểm của BC .

a) $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD}$

b) $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

c) $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BN}$

d) $\overrightarrow{MD} = -\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD và P là điểm thỏa mãn hệ thức: $\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$.

- a) $\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OP} = \vec{0}$
- b) $3\overrightarrow{AP} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$
- c) Ba điểm B, P, N không thẳng hàng
- d) Ba đường thẳng AC, BD, MN đồng quy

Câu 4: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Lấy hai điểm I, J sao cho: $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ và $2\overrightarrow{JA} + 5\overrightarrow{JB} + 3\overrightarrow{JC} = \vec{0}$.

- a) M, N, J thẳng hàng.
- b) $\overrightarrow{JM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{JN}$
- c) J là trung điểm của BI .
- d) Gọi E là điểm thuộc AB sao cho $\overrightarrow{AE} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AB}$ thì C, E, J thẳng hàng.

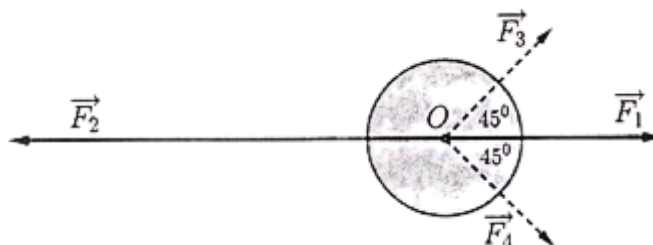
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\triangle ABC$ vuông tại B có $\hat{A} = 30^\circ, AB = 1$. Gọi I là trung điểm của AC . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$, kết quả làm tròn đến hàng phần mười

Câu 2: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BD . Biết $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = k.\overrightarrow{IJ}$, khi đó $k = ?$

Câu 3: Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Các điểm D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB và I là giao điểm của AD và EF . Đặt $\vec{u} = \overrightarrow{AE}, \vec{v} = \overrightarrow{AF}$. Phân tích vector $\overrightarrow{AI}$ theo hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ ta thu được kết quả dạng $a.\vec{u} + b.\vec{v}$ với $a; b$ là các số hữu tỷ. Tính giá trị $S = a + b$.

Câu 4: Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$, trong đó độ lớn lực $\vec{F}_2$ lớn gấp đôi độ lớn lực $\vec{F}_1$. Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực $\vec{F}_3, \vec{F}_4$ có phương hợp với lực $\vec{F}_1$ các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng 20 N . Tính tổng độ lớn của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



Câu 5: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E và F là 2 điểm thỏa $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BD}$. Khi đó $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AF}$. Vậy $k = ?$ Kết quả làm tròn đến hàng phần chục

Câu 6: Cho tam giác ABC . Gọi D, E lần lượt là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{BD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Gọi BE cắt AD tại K . Tỉ số $\frac{AK}{AD}$ bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

----- **HẾT** -----

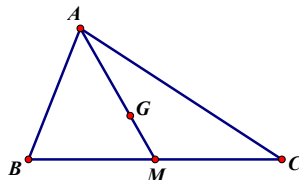
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Cho tam giác ABC với trung tuyến AM và trọng tâm G . Tìm số thực k thỏa mãn $\overrightarrow{GA} = k \cdot \overrightarrow{GM}$.
- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. -2 . D. 2 .

Lời giải

Chọn C

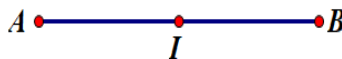


Vì $GA = 2GM$, $\overrightarrow{GA}$ và $\overrightarrow{GM}$ ngược hướng nên $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GM}$. Vậy $k = -2$.

- Câu 2:** Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB và $\overrightarrow{IA} = k\overrightarrow{AB}$ thì giá trị của k bằng
- A. 2 . B. $\frac{1}{2}$. C. 1 . D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

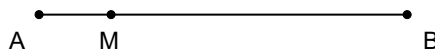


Ta có $\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{AB}$ ngược hướng và $IA = \frac{1}{2}AB \Rightarrow \overrightarrow{IA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Vậy $k = -\frac{1}{2}$

- Câu 3:** Cho đoạn thẳng AB và M là một điểm nằm trên đoạn AB sao cho $AM = \frac{1}{4}AB$. Phát biểu nào sau đây là đúng:
- A. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{MA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$. C. $\overrightarrow{MB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MA}$.

Lời giải

Chọn D



Vì $\overrightarrow{AM}$ cùng hướng $\overrightarrow{AB}$ mà $AM = \frac{1}{4}AB$ nên $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$

Vì $\overrightarrow{MA}$ ngược hướng $\overrightarrow{MB}$ mà $MA = \frac{1}{3}MB$ nên $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$

Vì $\overrightarrow{MB}$ ngược hướng $\overrightarrow{AB}$ mà $MB = \frac{3}{4}AB$ nên $\overrightarrow{MB} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$

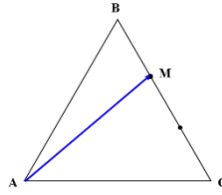
Vì $\overrightarrow{MB}$ ngược hướng $\overrightarrow{MA}$ mà $MB = 3MA$ nên $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MA}$.

- Câu 4:** Cho tam giác ABC có M thuộc cạnh BC sao cho $CM = 2MB$. Đẳng thức nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 5: Biết tam giác ABC có AM là đường trung tuyến và G là trọng tâm. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{GM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: M là trung điểm BC nên với điểm G là trọng tâm, ta có:

$$\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \overrightarrow{GM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$$

hay $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Câu 6: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có E là trung điểm BC . Khi đó $\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{EC}$ bằng

A. $\overrightarrow{DB}$.

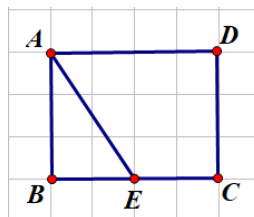
B. $\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BD}$.

D. $\overrightarrow{DE}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC là tam giác đều cạnh $2a$ với G là trọng tâm. Tính $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}|$

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

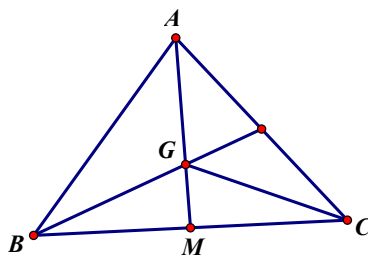
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC .

Ta có: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GA}$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = |-\overrightarrow{GA}| = GA = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot 2a \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Câu 8: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a . Độ dài của vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ bằng

A. $3a$.

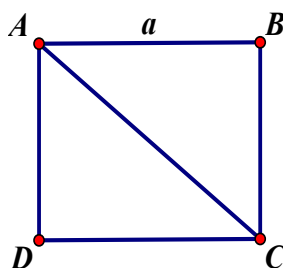
B. $2a\sqrt{2}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $2a$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}$.

Suy ra $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = |2\overrightarrow{AC}| = 2a\sqrt{2}$.

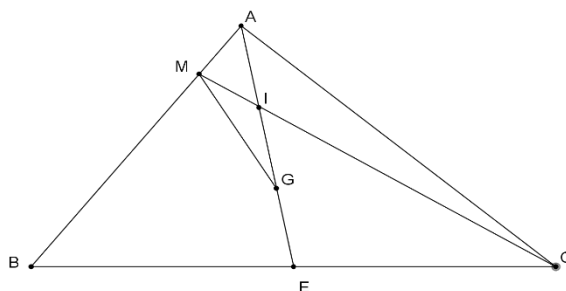
Câu 9: Cho $\triangle ABC$ có E là trung điểm BC , trọng tâm G . Gọi I là trung điểm AG , M thuộc AB sao cho $4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$. Phân tích $\overrightarrow{CI}$ theo $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$.

A. $\overrightarrow{CI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{CI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{CI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{CI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CA} + \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

$$= \overrightarrow{CA} + \frac{1}{6}(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}) - \frac{1}{6}\overrightarrow{CA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{CB}.$$

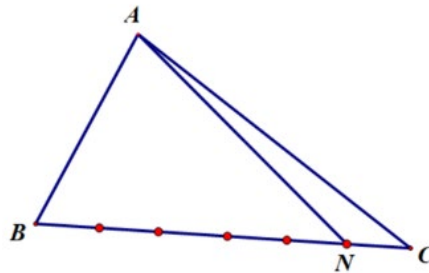
Câu 10: Cho tam giác ABC . Lấy điểm N thuộc cạnh BC sao cho $NB = \frac{5}{6}BC$. Hãy phân tích $\overrightarrow{AN}$ theo các vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AN} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có N thuộc cạnh BC sao cho $MB = \frac{5}{6}BC \Rightarrow \overrightarrow{CN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{CB}$

$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{6}\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}.$$

Vậy $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$.

Câu 11: Cho tam giác ABC , I là trung điểm của đoạn AB . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = 2MC$ là

A. Đường trung trực của đoạn IC .

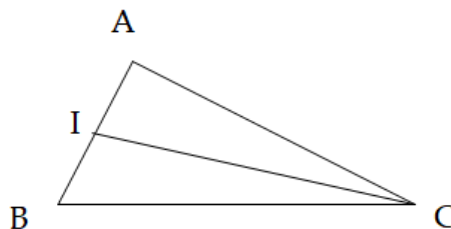
B. Đường tròn tâm I bán kính IC .

C. Đường tròn tâm I đường kính IC .

D. Đường tròn tâm I bán kính MC .

Lời giải

Chọn A



Áp dụng tính chất trung điểm của đoạn thẳng ta có:

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI} \Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = 2|\overrightarrow{MI}| = 2MI.$$

Nên ta được: $2MI = 2MC \Rightarrow MI = MC$, trong đó các điểm I, C cố định. Khoảng cách từ điểm M tới các điểm I, C bằng nhau nên M thuộc đường trung trực của đoạn IC .

Câu 12: Cho tam giác ABC . Các điểm M, N được xác định bởi các hệ thức $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CN} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$. Xác định x để A, M, N thẳng hàng.

- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = \frac{1}{2}$. D. $x = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$$

$$\text{Và } \overrightarrow{CN} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AN} = x\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{BC} + (x+1)\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BC} + (x+1)(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = (x+1)\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{BC}$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AN} = x\overrightarrow{BC} + (x+1)\overrightarrow{AB} \end{cases}$$

$$\text{Để } A, N, M \text{ thẳng hàng thì } \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AN}, (k \neq 0) \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{-1}{x+1} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho bốn điểm A, B, C, D có M, N là trung điểm của AB, CD .

- a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$
b) $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$
c) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}$
d) $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$

M là trung điểm của AB nên ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$

Chọn ĐÚNG.

b) $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$

N là trung điểm của CD nên ta có: $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$

Chọn ĐÚNG.

c) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN}$$

Chọn SAI.

d) $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

$$\text{Ta lại có } \begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} \\ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DN} \end{cases}$$

Cộng hai đẳng thức trên vế theo vế, ta chứng minh được $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

Chọn ĐÚNG.

Câu 2: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi D là điểm đối xứng của B qua G , M là trung điểm của BC .

a) $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD}$

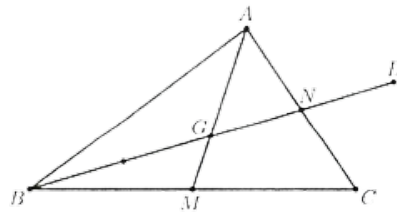
b) $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

c) $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BN}$

d) $\overrightarrow{MD} = -\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



a) $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD}$

$\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD}$

Chọn ĐÚNG.

b) $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

Ta có: $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Chọn SAI.

c) $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BN}$

Ta có: $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BN}$

Chọn SAI.

d) $\overrightarrow{MD} = -\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Ta có: $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AM} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BN}$

$= -\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN})$

$= -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = -\frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

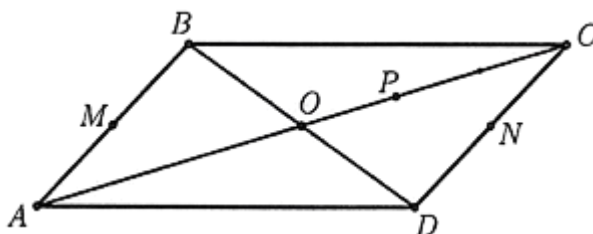
Chọn ĐÚNG.

Câu 3: Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O . Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD và P là điểm thỏa mãn hệ thức: $\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$.

- a) $\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OP} = \vec{0}$
 b) $3\overrightarrow{AP} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$
 c) Ba điểm B, P, N không thẳng hàng
 d) Ba đường thẳng AC, BD, MN đồng quy

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



a) $\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OP} = \vec{0}$

Ta có: $\overrightarrow{OA} = -3\overrightarrow{OP} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OP} = \vec{0}$.

Chọn ĐÚNG.

b) $3\overrightarrow{AP} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$

Khi đó: $3\overrightarrow{AP} - 2\overrightarrow{AC} = 3(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OP}) - 2.2\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OP} = \vec{0}$.

Chọn SAI.

c) Ba điểm B, P, N không thẳng hàng

Ta có: $\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{OA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OC} \Rightarrow P$ là trọng tâm của tam giác BCD ,

Do vậy trung tuyến BN của tam giác BCD đi qua trọng tâm P đó.

Vậy ba điểm B, P, N thẳng hàng.

Chọn SAI.

d) Ba đường thẳng AC, BD, MN đồng quy

Nhận xét: AC và BD cắt nhau tại tâm O là trung điểm của mỗi đường.

Mặt khác $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}) = \vec{0}$.

Do đó O là trung điểm của MN hay AC, BD, MN đồng quy tại O .

Chọn ĐÚNG.

Câu 4: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC . Lấy hai điểm I, J sao cho: $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ và $2\overrightarrow{JA} + 5\overrightarrow{JB} + 3\overrightarrow{JC} = \vec{0}$.

a) M, N, J thẳng hàng.

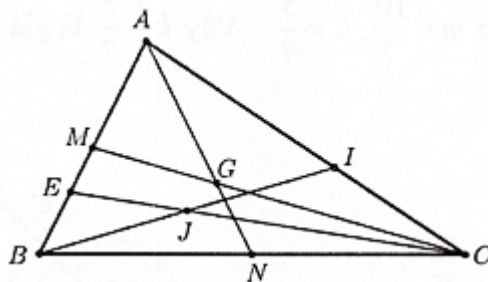
b) $\overrightarrow{JM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{JN}$

c) J là trung điểm của BI .

d) Gọi E là điểm thuộc AB sao cho $\overrightarrow{AE} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AB}$ thì C, E, J thẳng hàng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



a) M, N, J thẳng hàng.

Ta có: $2\overrightarrow{JA} + 5\overrightarrow{JB} + 3\overrightarrow{JC} = 2(\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JB}) + 3(\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JC}) = 4\overrightarrow{JM} + 6\overrightarrow{JN} = \vec{0}$

$\Rightarrow \overrightarrow{JM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{JN}$. Do đó J, M, N thẳng hàng.

Chọn ĐÚNG.

b) $\overrightarrow{JM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{JN}$

Và điểm J thuộc đoạn MN và thỏa mãn $JM = \frac{3}{2}JN$.

Do J nằm trong MN nên $\overrightarrow{JM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{JN}$

Chọn SAI.

c) J là trung điểm của BI .

Ta có: $\overrightarrow{JM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{JN} \Leftrightarrow \overrightarrow{JM} = -\frac{3}{2}(\overrightarrow{JM} + \overrightarrow{MN})$

$\Leftrightarrow \frac{5}{2}\overrightarrow{JM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \overrightarrow{JM} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{MN}$

$2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{IC} + 2\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CA}$.

Khi đó: $\overrightarrow{JB} = \overrightarrow{JM} + \overrightarrow{MB} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{MN} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = -\frac{3}{10}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{BC} + \frac{2}{5}\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} - \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$

$= \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = -2\left(-\frac{3}{10}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right) = -2\overrightarrow{JB}$ (do (1)).

Vậy J là trung điểm của BI .

Chọn ĐÚNG.

d) Gọi E là điểm thuộc AB sao cho $\overrightarrow{AE} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AB}$ thì C, E, J thẳng hàng.

$\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{NJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}\overrightarrow{CA}$

$= -\frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) - \frac{1}{5}\overrightarrow{AC} = -\frac{7}{10}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Mặt khác: $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AC} + k\overrightarrow{AB}$.

Để C, E, J thẳng hàng thì: $\exists m \in \mathbb{R}, \overrightarrow{CE} = m \cdot \overrightarrow{CJ} \Leftrightarrow -\overrightarrow{AC} + k\overrightarrow{AB} = -\frac{7m}{10}\overrightarrow{AC} + \frac{m}{2}\overrightarrow{AB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -\frac{7m}{10} \\ k = \frac{m}{2} \end{cases} \Rightarrow m = \frac{10}{7}, k = \frac{5}{7} \Rightarrow k = \frac{5}{7}$$

Vậy $\overrightarrow{AE} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AB}$

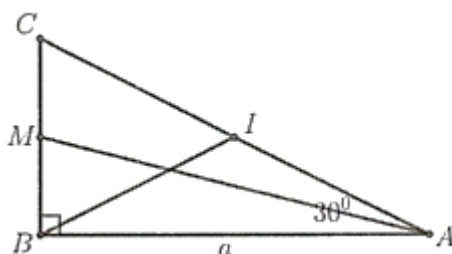
Chọn ĐÚNG.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho $\triangle ABC$ vuông tại B có $\hat{A} = 30^\circ, AB = 1$. Gọi I là trung điểm của AC . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$, kết quả làm tròn đến hàng phần mười

Lời giải

Trả lời: 2,1



Xét $\triangle ABC$ vuông tại B : $\tan A = \frac{BC}{AB} \Rightarrow BC = AB \cdot \tan A = 1 \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

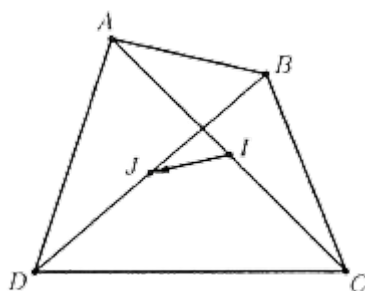
Gọi M là trung điểm của BC , ta có:

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AM}| = 2|\overrightarrow{AM}| = 2AM = 2\sqrt{AB^2 + BM^2} = 2\sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{39}}{3} \approx 2,1$$

Câu 2: Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BD . Biết $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = k \cdot \overrightarrow{IJ}$, khi đó $k = ?$

Lời giải

Trả lời: 2



$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BJ} & (1) \\ \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DJ} & (2) \end{cases}$$

Cộng theo vế (1) và (2), ta được:

$$2\overrightarrow{IJ} = (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC}) + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) + (\overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{DJ}) \Leftrightarrow 2\overrightarrow{IJ} = \vec{0} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \vec{0} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$$

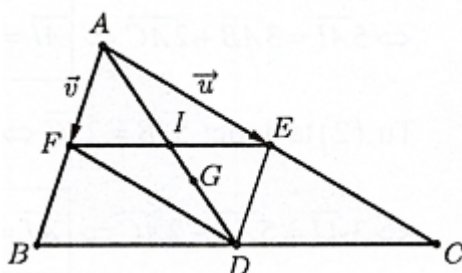
$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{IJ}$$

Suy ra $k = 2$

Câu 3: Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Các điểm D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB và I là giao điểm của AD và EF . Đặt $\vec{u} = \overrightarrow{AE}, \vec{v} = \overrightarrow{AF}$. Phân tích vector $\overrightarrow{AI}$ theo hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ ta thu được kết quả dạng $a\vec{u} + b\vec{v}$ với a, b là các số hữu tỷ. Tính giá trị $S = a + b$.

Lời giải

Trả lời: 1



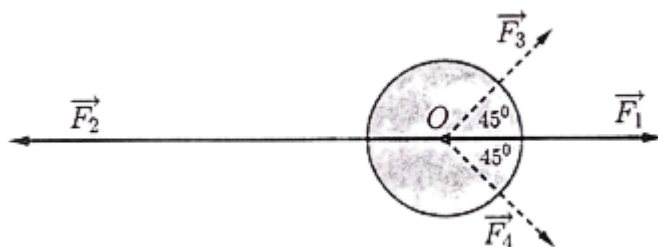
Theo tính chất đường trung bình thì $\begin{cases} DE \parallel AB \\ DF \parallel AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} DE \parallel AF \\ DF \parallel AE \end{cases}$

Suy ra: $AEDF$ là hình bình hành $\Rightarrow AD = AE + AF$.

Từ giả thiết ta có I là tâm của hình bình hành $AEDF$.

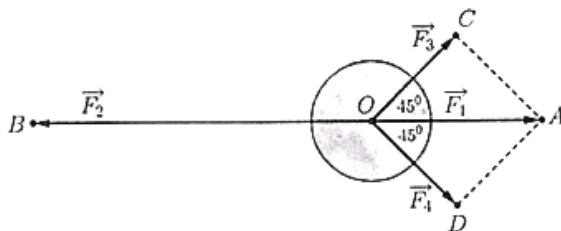
$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}) = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v}) = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow S = 1$$

Câu 4: Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$, trong đó độ lớn lực $\vec{F}_2$ lớn gấp đôi độ lớn lực $\vec{F}_1$. Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực $\vec{F}_3, \vec{F}_4$ có phương hợp với lực $\vec{F}_1$ các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng 20 N . Tính tổng độ lớn của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



Lời giải

Trả lời: 85



Ta có: $\vec{F}_2 = -2\vec{F}_1$. Để vật trở về trạng thái cân bằng thì hợp lực bằng $\vec{0}$.

$$\Leftrightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_1 - 2\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1.$$

Đặt $\vec{F}_1 = \vec{OA}, \vec{F}_2 = \vec{OB}, \vec{F}_3 = \vec{OC}, \vec{F}_4 = \vec{OD}$.

Ta có: $\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1 \Leftrightarrow \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{OA}$. Do đó OCAD là hình bình hành.

Mặt khác: $OC = OD = 20$ và $\widehat{COD} = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ nên OCAD là hình vuông.

Khi đó: $|\vec{F}_1| = OA = 20\sqrt{2} N, |\vec{F}_2| = 2|\vec{F}_1| = 40\sqrt{2} N$.

Vậy $|\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| = 20\sqrt{2} + 40\sqrt{2} = 80\sqrt{2} \approx 85$

Câu 5: Cho hình bình hành ABCD. Gọi E và F là 2 điểm thỏa $\vec{BE} = \frac{1}{3}\vec{BC}, \vec{BF} = \frac{1}{4}\vec{BD}$. Khi đó $\vec{AE} = k\vec{AF}$. Vậy $k = ?$ Kết quả làm tròn đến hàng phân chục

Lời giải

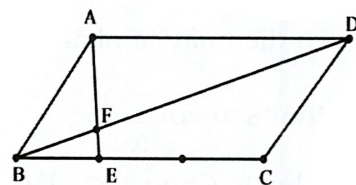
Trả lời: 1,3

Ta phân tích $\vec{AE}$ và $\vec{AF}$ theo 2 vector $\vec{AB}$ và $\vec{AD}$.

$$\vec{AE} = \vec{AB} + \vec{BE} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{BC} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD}$$

$$\vec{AF} = \vec{AB} + \vec{BF} = \vec{AB} + \frac{1}{4}(\vec{AD} - \vec{AB}) = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AD}.$$

$$\text{Xét hệ: } \begin{cases} \vec{AE} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD} \\ \vec{AF} = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AD} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AE} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD} \\ \frac{4}{3}\vec{AF} = \vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD} \end{cases} \Rightarrow \vec{AE} = \frac{4}{3}\vec{AF}$$

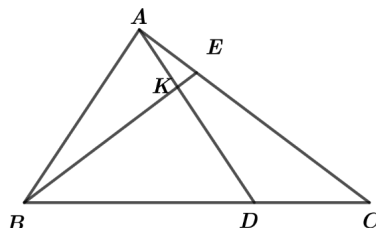


Câu 6: Cho tam giác ABC. Gọi D, E lần lượt là các điểm thỏa mãn: $\vec{BD} = \frac{3}{4}\vec{BC}, \vec{AE} = \frac{1}{4}\vec{AC}$. Gọi

BE cắt AD tại K. Tỉ số $\frac{AK}{AD}$ bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,31



$$\text{Vì } \overrightarrow{AE} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{BE} = \frac{1}{4} \overrightarrow{BC} + \frac{3}{4} \overrightarrow{BA} \quad (1).$$

$$\text{Giả sử } \overrightarrow{AK} = x \cdot \overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{BK} = x \cdot \overrightarrow{BD} + (1-x) \cdot \overrightarrow{BA}.$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{BD} = \frac{3}{4} \overrightarrow{BC} \text{ nên } \overrightarrow{BK} = \frac{3x}{4} \cdot \overrightarrow{BC} + (1-x) \cdot \overrightarrow{BA}.$$

$$\text{Vì } B, K, E \text{ thẳng hàng (} B \text{ không trùng } E \text{) nên có } m \text{ sao cho } \overrightarrow{BK} = m \cdot \overrightarrow{BE}.$$

$$\text{Do đó ta có: } \frac{3x}{4} \cdot \overrightarrow{BC} + (1-x) \cdot \overrightarrow{BA} = \frac{m}{4} \overrightarrow{BC} + \frac{3m}{4} \overrightarrow{BA}. \text{ Hay } \left(\frac{m}{4} - \frac{3x}{4} \right) \overrightarrow{BC} + \left(\frac{3m}{4} + x - 1 \right) \overrightarrow{BA} = \vec{0}.$$

$$\text{Do } \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA} \text{ không cùng phương nên ta có: } \begin{cases} \frac{m}{4} - \frac{3x}{4} = 0 \\ \frac{3m}{4} + x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{12}{13} \\ x = \frac{4}{13} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } \frac{AK}{AD} = \frac{4}{13}.$$

----- **HẾT** -----

CHƯƠNG

IV

VECTƠ

BÀI: TÍCH VECTO VỚI MỘT SỐ
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho đoạn thẳng AB , gọi M là trung điểm của AB . Đẳng thức vector nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MA}$. B. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$. C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BM}$.

Câu 2: Đẳng thức nào sau đây mô tả **đúng** hình vẽ bên



- A. $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AI}$. B. $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{IA}$. C. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI}$.

Câu 3: Máy bay A bay với vận tốc $\vec{a}$, máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp đôi máy bay A . Biểu diễn vector vận tốc $\vec{b}$ của máy bay B theo vector vận tốc $\vec{a}$ của máy bay A là:

- A. $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{a}$. B. $\vec{b} = 2\vec{a}$. C. $\vec{b} = \frac{1}{4}\vec{a}$. D. $\vec{b} = \vec{a}$.

Câu 4: Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $\overrightarrow{MP} = 3\overrightarrow{PN}$. Điểm P được xác định đúng trong hình vẽ nào sau đây.



Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Câu 5: Cho $\triangle ABC$ với trung tuyến AM và trọng tâm G . Khi đó đẳng thức nào đúng?

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GM}$. B. $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$. C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$. D. $\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

Câu 6: Cho đoạn thẳng AB và điểm I sao cho $3\overrightarrow{AI} = 5\overrightarrow{IB}$. Tìm k biết $\overrightarrow{AI} = k\overrightarrow{AB}$

- A. $k = \frac{5}{8}$. B. $k = 1$. C. $k = \frac{5}{3}$. D. $k = \frac{3}{5}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC với AD là đường phân giác trong. Biết $AB = 5$, $BC = 6$, $CA = 7$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AD} = \frac{7}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AD} = \frac{7}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$.

Câu 8: Cho hình bình hành $ABCD$, biểu diễn $\overrightarrow{DC}$ theo $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$.

A. $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{DC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

D. $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

Câu 9: Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Phân tích $\overrightarrow{AB}$ theo hai vector $\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{CP}$

A. $\overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{4}{3}\overrightarrow{CP}$.

B. $\overrightarrow{AB} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$.

D. $\overrightarrow{AB} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$.

Câu 10: Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là điểm trên cạnh AB sao cho $AN = 3NB$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Câu 11: Cho tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BG}$.

B. $\overrightarrow{AC} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BG}$.

C. $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{BG}$.

D. $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{BG}$.

Câu 12: Cho tứ giác $ABCD$. Điểm M thuộc cạnh AB , điểm N thuộc cạnh CD và thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{ND}{NC} = 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng khi phân tích $\overrightarrow{MN}$ theo hai vector $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$?

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD} - \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} - \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác ABC có M là trung điểm BC . Gọi G là trọng tâm, H là trực tâm, O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , AA' là đường kính của (O) .

a) $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{A'C}$

b) $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OM}$

c) $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 3\overrightarrow{HO}$

d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OH}$

Câu 2: Cho $\triangle ABC$. Gọi I là điểm trên cạnh BC sao cho $2CI = BI$. J là điểm trên cạnh BC kéo dài sao cho $5JB = JC$. G là trọng tâm $\triangle ABC$.

- a) $\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{CI}$
- b) $\overrightarrow{AI} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$
- c) $\overrightarrow{AJ} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
- d) $\overrightarrow{AG} = \frac{14}{27}\overrightarrow{AI} - \frac{172}{27}\overrightarrow{AJ}$

Câu 3: Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Gọi I, J là 2 điểm định bởi $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$, $3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$.

- a) $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AB}$
- b) $\overrightarrow{IJ} = -2\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$
- c) $\overrightarrow{IG} = \frac{-5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$
- d) 3 điểm I, J, G thẳng hàng.

Câu 4: Cho tam giác ABC . Hai điểm M, N được xác định bởi các hệ thức: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

- a) $\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{AC}$
- b) Hai vector $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương
- c) M thuộc đường thẳng AC
- d) Hai đường thẳng MN và AC song song.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Nếu G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$ thì $k\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$, khi đó $k = ?$

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Lấy các điểm I, J sao cho $3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IC} - 2\overrightarrow{ID} = \vec{0}$; $\overrightarrow{JA} - 2\overrightarrow{JB} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$. Khi đó $\overrightarrow{IJ} = k\overrightarrow{IO}$, vậy $k = ?$

Câu 3: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi M và N là các điểm lần lượt thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AC}$, $k \in \mathbb{R}$. Tìm k để ba điểm M, N, G thẳng hàng.

Câu 4: Cho tam giác BC đều có cạnh bằng M . Biết tập hợp các điểm $\left| \overrightarrow{MA} \right| = \left| \overrightarrow{BC} \right|$ thỏa mãn $\left| \overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} \right| = \left| \overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} \right|$ là một đường tròn. Hỏi đường tròn đó có bán kính bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 5: Cho tam giác ABC . Gọi M, N là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BP} = k\overrightarrow{BC}$. Tìm k để M, N, P thẳng hàng.

Câu 6: Cho $\triangle ABC$. Gọi J là điểm trên cạnh AC sao cho $JA = \frac{2}{3}JC$. Tính $\overrightarrow{BJ}$ theo 2 vector $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$. Tính $\overrightarrow{BJ}$ theo hai vector $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$ ta thu được kết quả dạng $a.\overrightarrow{BA} + b.\overrightarrow{BC}$ với $a; b$ là các số hữu tỷ. Tính giá trị $S = a + b$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho đoạn thẳng AB , gọi M là trung điểm của AB . Đẳng thức vector nào sau đây đúng?

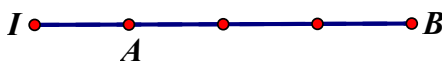
- A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MA}$. B. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$. C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BM}$.

Lời giải

Ta có $AM = \frac{1}{2}AB$

Mặt khác $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

Câu 2: Đẳng thức nào sau đây mô tả **đúng** hình vẽ bên



- A. $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AI}$. B. $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{IA}$. C. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI}$.

Lời giải

Ta có $AB = 3AI$

Mặt khác $\overrightarrow{AI}$ và $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AI}$.

Câu 3: Máy bay A bay với vận tốc $\vec{a}$, máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp đôi máy bay A. Biểu diễn vector vận tốc $\vec{b}$ của máy bay B theo vector vận tốc $\vec{a}$ của máy bay A là:

- A. $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{a}$. B. $\vec{b} = 2\vec{a}$. C. $\vec{b} = \frac{1}{4}\vec{a}$. D. $\vec{b} = \vec{a}$.

Lời giải

Vì vector vận tốc $\vec{b}$ của máy bay B cùng hướng theo vector vận tốc $\vec{a}$ của máy bay A và có độ lớn gấp đôi vector $\vec{a}$ nên $\vec{b} = 2\vec{a}$.

Câu 4: Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $\overrightarrow{MP} = 3\overrightarrow{PN}$. Điểm P được xác định đúng trong hình vẽ nào sau đây.



Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Lời giải

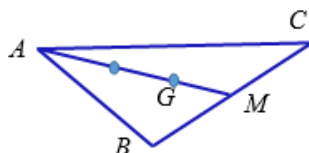
$\overrightarrow{MP} = 3\overrightarrow{PN}$. Khi đó $\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{PN}$ cùng hướng và $MP = 3PN$. Chọn hình 4.

Câu 5: Cho $\triangle ABC$ với trung tuyến AM và trọng tâm G . Khi đó đẳng thức nào đúng?

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GM}$. B. $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$. C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$. D. $\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

Lời giải

Chọn C



Vì G là trọng tâm $\triangle ABC$ nên ABC

Câu 6: Cho đoạn thẳng AB và điểm I sao cho $3\overrightarrow{AI} = 5\overrightarrow{IB}$. Tìm k biết $\overrightarrow{AI} = k\overrightarrow{AB}$

- A.** $k = \frac{5}{8}$. **B.** $k = 1$. **C.** $k = \frac{5}{3}$. **D.** $k = \frac{3}{5}$.

Lời giải

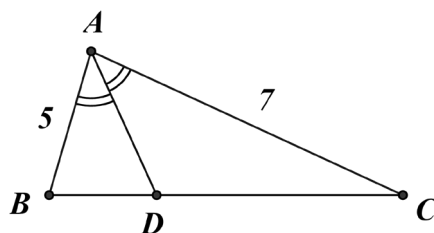
Chọn A

$$\text{Ta có } 3\overrightarrow{AI} = 5\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AI} = 5(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{5}{8}\overrightarrow{AB} \Rightarrow k = \frac{5}{8}.$$

Câu 7: Cho tam giác ABC với AD là đường phân giác trong. Biết $AB = 5$, $BC = 6$, $CA = 7$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AD} = \frac{7}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AD} = \frac{7}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{12}\overrightarrow{AB} - \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải



Vì AD là phân giác trong của tam giác ABC nên:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{7} \Rightarrow \overrightarrow{BD} = \frac{5}{7}\overrightarrow{DC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \frac{5}{7}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD})$$

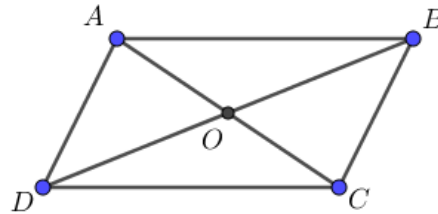
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{7}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{12}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 8: Cho hình bình hành $ABCD$, biểu diễn $\overrightarrow{DC}$ theo $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$.

- A.** $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.
C. $\overrightarrow{DC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$ **D.** $\overrightarrow{DC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

Câu 9: Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Phân tích $\overrightarrow{AB}$ theo hai vector $\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{CP}$

A. $\overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{4}{3}\overrightarrow{CP}$.

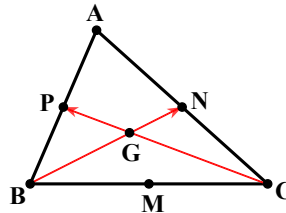
B. $\overrightarrow{AB} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$.

D. $\overrightarrow{AB} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$

Mà $\overrightarrow{GB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BN}; \overrightarrow{GC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$

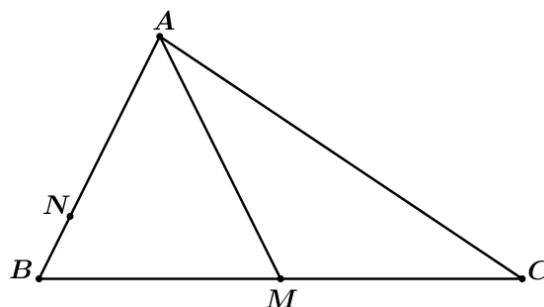
Do đó $\overrightarrow{AB} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{BN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CP}$

Câu 10: Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là điểm trên cạnh AB sao cho $AN = 3NB$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$. Do M là trung điểm của cạnh BC nên $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

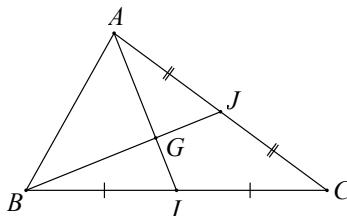
Do đó: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Câu 11: Cho tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BG}$. **B.** $\overrightarrow{AC} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BG}$. **C.** $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{BG}$. **D.** $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{BG}$.

Lời giải

Chọn B



Vì I là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Gọi J là trung điểm của $AC \Rightarrow \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$.

Suy ra $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC})$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GA}) = \frac{1}{2}(2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BG} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AI})$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AI} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BG} = \frac{1}{2}(2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BG} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AI} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BG}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AC} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BG}$.

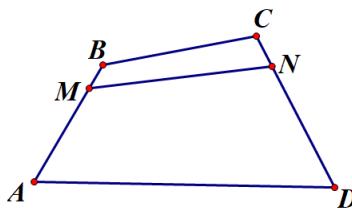
Câu 12: Cho tứ giác $ABCD$. Điểm M thuộc cạnh AB , điểm N thuộc cạnh CD và thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{ND}{NC} = 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng khi phân tích $\overrightarrow{MN}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$?

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD} - \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} - \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn A



Vì điểm M thuộc đoạn AB , N thuộc đoạn CD và thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{ND}{NC} = 4$ nên suy ra

$\overrightarrow{MA} = -4\overrightarrow{MB}$ hay $\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{DN} = -4\overrightarrow{CN}$ hay $\overrightarrow{DN} + 4\overrightarrow{CN} = \vec{0}$.

Ta có

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN},$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{BC} + 4\overrightarrow{CN}.$$

Cộng và về theo vế ta được

$$5\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB}) + \overrightarrow{AD} + 4\overrightarrow{BC} + (\overrightarrow{DN} + 4\overrightarrow{CN})$$

$$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{MN} = \vec{0} + \overrightarrow{AD} + 4\overrightarrow{BC} + \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác ABC có M là trung điểm BC . Gọi G là trọng tâm, H là trực tâm, O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , AA' là đường kính của (O) .

a) $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{A'C}$

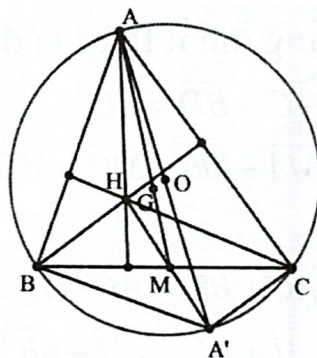
b) $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OM}$

c) $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 3\overrightarrow{HO}$

d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OH}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



a) $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{A'C}$

Do tứ giác $BHCA'$ có $BH \parallel A'C (\perp AC)$ và $CH \parallel BA' (\perp AB)$

Nên $BHCA'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{A'C}$

Chọn ĐÚNG.

b) $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OM}$

Lại có M là trung điểm của đường chéo BC

Nên M là trung điểm của HA' hay H, M, A' thẳng hàng.

Do OM là đường trung bình của $\triangle AHA'$

Nên $AH = 2OM$, mà $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{OM}$ cùng hướng

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OM}.$$

Chọn ĐÚNG.

$$c) \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 3\overrightarrow{HO}$$

$$\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HA'} = \overrightarrow{HA} + 2\overrightarrow{HO}$$

Chọn SAI.

$$d) \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OH}$$

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$$

$$= \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HC} = 3\overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 3\overrightarrow{OH} + 2\overrightarrow{HO} = \overrightarrow{OH}.$$

Chọn SAI.

Câu 2: Cho $\triangle ABC$. Gọi I là điểm trên cạnh BC sao cho $2CI = BI$. J là điểm trên cạnh BC kéo dài sao cho $5JB = JC$. G là trọng tâm $\triangle ABC$.

$$a) \overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{CI}$$

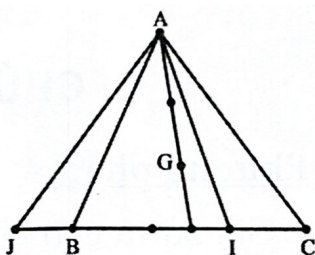
$$b) \overrightarrow{AI} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$$

$$c) \overrightarrow{AJ} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$$

$$d) \overrightarrow{AG} = \frac{14}{27}\overrightarrow{AI} - \frac{172}{27}\overrightarrow{AJ}$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



$$a) \overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{CI}$$

Vì $BI = 2CI$ và $\overrightarrow{BI}$ và $\overrightarrow{CI}$ cùng hướng $\Rightarrow \overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{CI}$

Chọn ĐÚNG.

$$b) \overrightarrow{AI} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{CI} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} - \overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{AI} - \overrightarrow{AC}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$$

Chọn SAI.

$$c) \overrightarrow{AJ} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$$

Vì $5JB = JC$ và $\overrightarrow{JB}$ và $\overrightarrow{JC}$ cùng hướng

$$\Rightarrow 5\overrightarrow{JB} = \overrightarrow{JC} \Leftrightarrow 5(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AJ}) = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AJ} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{AJ} = 5\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AJ} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}.$$

Chọn SAI.

$$d) \overrightarrow{AG} = \frac{14}{27}\overrightarrow{AI} - \frac{172}{27}\overrightarrow{AJ}$$

Gọi M là trung điểm cạnh BC :

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}.$$

Ta có hệ:
$$\begin{cases} \frac{5}{4} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{4} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AJ} \\ -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{AJ} \\ -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} = 8\overrightarrow{AJ} \\ -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = \frac{1}{9} \overrightarrow{AI} + \frac{8}{9} \overrightarrow{AJ} \\ \overrightarrow{AC} = 5\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AJ} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = \frac{1}{9} \overrightarrow{AI} + \frac{8}{9} \overrightarrow{AJ} \\ \overrightarrow{AC} = 5\left(\frac{1}{9} \overrightarrow{AI} - 4\overrightarrow{AJ}\right) + \frac{8}{9} \overrightarrow{AJ} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = \frac{1}{9} \overrightarrow{AI} + \frac{8}{9} \overrightarrow{AJ} \\ \overrightarrow{AC} = \frac{13}{9} \overrightarrow{AI} - 20\overrightarrow{AJ} \end{cases}$$

Vậy $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{9} \overrightarrow{AI} + \frac{8}{9} \overrightarrow{AJ} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{13}{9} \overrightarrow{AI} - \frac{20}{9} \overrightarrow{AJ} \right) = \frac{1}{27} \overrightarrow{AI} + \frac{8}{27} \overrightarrow{AJ} + \frac{13}{27} \overrightarrow{AI} - \frac{20}{27} \overrightarrow{AJ} = \frac{14}{27} \overrightarrow{AI} - \frac{12}{27} \overrightarrow{AJ}.$$

Chọn ĐÚNG.

Câu 3: Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Gọi I, J là 2 điểm định bởi $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$, $3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$.

a) $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AB}$

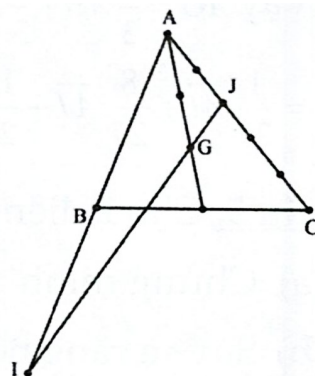
b) $\overrightarrow{IJ} = -2\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5} \overrightarrow{AC}$

c) $\overrightarrow{IG} = \frac{-5}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$

d) 3 điểm I, J, G thẳng hàng.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------



a) $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow -\overrightarrow{AI} = 2(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI}) \Leftrightarrow -\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AI} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB}$$

Chọn SAI.

$$b) \overrightarrow{IJ} = -2\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$$

$$3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0} \Leftrightarrow -3\overrightarrow{AJ} + 2(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AJ}) = \vec{0} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AJ} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{AI} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$$

Chọn ĐÚNG.

$$c) \overrightarrow{IG} = \frac{-5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

Gọi M là trung điểm BC

$$\overrightarrow{IG} = \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{AB}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) - 2\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB} = \frac{-5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}.$$

Chọn ĐÚNG.

d) 3 điểm I, J, G thẳng hàng.

$$\text{Xét hệ: } \begin{cases} \overrightarrow{IJ} = -2\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{IG} = \frac{-5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}\overrightarrow{IJ} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AC} \\ \frac{3}{5}\overrightarrow{IG} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\overrightarrow{IJ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{IG} \Leftrightarrow \overrightarrow{IJ} = \frac{6}{5}\overrightarrow{IG}$$

$\Rightarrow \overrightarrow{IJ}$ và $\overrightarrow{IG}$ cùng phương $\Rightarrow I, J, G$ thẳng hàng.

Chọn ĐÚNG.

Câu 4: Cho tam giác ABC. Hai điểm M, N được xác định bởi các hệ thức:

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}, \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}.$$

$$a) \overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{AC}$$

b) Hai vector $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương

c) M thuộc đường thẳng AC

d) Hai đường thẳng MN và AC song song.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

$$a) \overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{AC}$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) - 3\overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MN} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{AC}.$$

Chọn SAI.

b) Hai vector $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương

Suy ra hai vector $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

Chọn ĐÚNG.

c) M thuộc đường thẳng AC

Xét: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$.

Do đó M là một đỉnh của hình bình hành $ABCM$

Hay M không thuộc đường thẳng AC (2)

Chọn SAI.

d) Hai đường thẳng MN và AC song song.

Từ $\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{AC}$ và M không thuộc đường thẳng AC suy ra hai đường thẳng MN và AC song song.

Chọn ĐÚNG.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Nếu G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$ thì $k\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$, khi đó $k = ?$

Lời giải

Trả lời: 3

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} &= \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'A'} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'B'} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{GG'} + \overrightarrow{G'C'} \\ &= 3\overrightarrow{GG'} + (\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}) + (\overrightarrow{G'A'} + \overrightarrow{G'B'} + \overrightarrow{G'C'}) = 3\overrightarrow{GG'} + \vec{0} + \vec{0} = 3\overrightarrow{GG'}. \end{aligned}$$

Suy ra $k = 3$

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Lấy các điểm I, J sao cho $3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IC} - 2\overrightarrow{ID} = \vec{0}$; $\overrightarrow{JA} - 2\overrightarrow{JB} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$. Khi đó $\overrightarrow{IJ} = k\overrightarrow{IO}$, vậy $k = ?$

Lời giải

Trả lời: 4

$$\gg 3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IC} - 2\overrightarrow{ID} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{IA} + 2(\overrightarrow{IC} - \overrightarrow{ID}) = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AI} + 2\overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$$

$$\gg \overrightarrow{JA} - 2\overrightarrow{JB} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AJ} + 2(\overrightarrow{JC} - \overrightarrow{JB}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{AD}$$

$$\gg \overrightarrow{IO} = \overrightarrow{AO} - \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

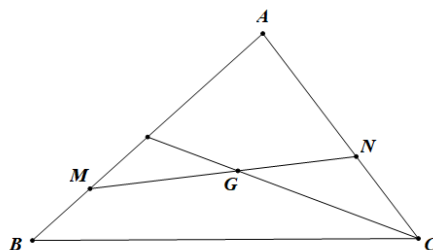
$$\gg \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AD} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{IO} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{IJ} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6\overrightarrow{IO} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD} \\ \frac{3}{2}\overrightarrow{IJ} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD} \end{cases} \Rightarrow 6\overrightarrow{IO} = \frac{3}{2}\overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow \overrightarrow{IJ} = 4\overrightarrow{IO}$$

Câu 3: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi M và N là các điểm lần lượt thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AC}$, $k \in \mathbb{R}$. Tìm k để ba điểm M, N, G thẳng hàng.

Lời giải

Trả lời: 0,6



Ta có $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GM} + 3(\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GM}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{GA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{GB}.$$

Lại có $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GN} - \overrightarrow{GA} = k(\overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GA})$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GN} = (1-k)\overrightarrow{GA} + k\overrightarrow{GC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GN} = (1-k)\overrightarrow{GA} + k(-\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB})$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{GN} = (1-2k)\overrightarrow{GA} - k\overrightarrow{GB}.$$

Ba điểm M, N, G thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{GN}$ và $\overrightarrow{GM}$ cùng phương.

$$\text{Suy ra } \frac{1-2k}{\frac{1}{4}} = \frac{-k}{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow k = \frac{3}{5}.$$

Cách 2:

Nếu $k = 0$ thì $N \equiv A$. Khi đó ba điểm M, G, N không thẳng hàng. Suy ra $k \neq 0$.

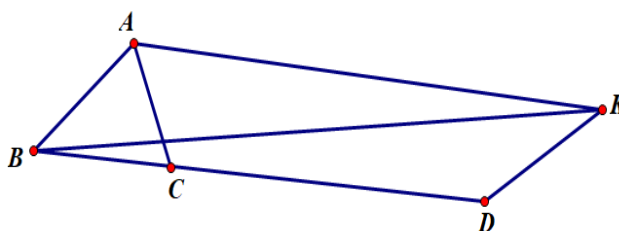
$$\text{Ta có } \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}\left(\frac{4}{3}\overrightarrow{AM} + \frac{1}{k}\overrightarrow{AN}\right) = \frac{4}{9}\overrightarrow{AM} + \frac{1}{3k}\overrightarrow{AN}$$

$$\text{Ba điểm } G, M, N \text{ thẳng hàng khi và chỉ khi } \frac{4}{9} + \frac{1}{3k} = 1 \Leftrightarrow k = \frac{3}{5}.$$

Câu 4: Cho tam giác BC đều có cạnh bằng M . Biết tập hợp các điểm $\left|\overrightarrow{MA}\right| = \left|\overrightarrow{BC}\right|$ thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}\right| = \left|\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}\right|$ là một đường tròn. Hỏi đường tròn đó có bán kính bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 4,58



Ta có: $|\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |-5\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BA} + 4\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BK}| = BK = 10\sqrt{21}$ với K là điểm sao cho tứ giác $ABDK$ là hình bình hành và D điểm sao cho $\overrightarrow{BD} = 4\overrightarrow{BC}$.

Gọi I là điểm sao cho $\overrightarrow{IA} + 5\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC} = \vec{0}$, khi đó $|\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |10\overrightarrow{MI}| = 10MI$.

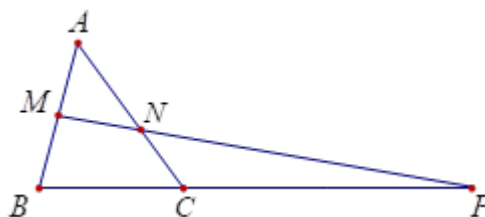
Từ đó: $|\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow 10MI = 10\sqrt{21} \Leftrightarrow MI = \sqrt{21}$.

Tức tập hợp các điểm M là một đường tròn tâm I bán kính bằng $\sqrt{21}$.

Câu 5: Cho tam giác ABC . Gọi M, N là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BP} = k\overrightarrow{BC}$. Tìm k để M, N, P thẳng hàng.

Lời giải

Trả lời: 3



Ta có $\overrightarrow{BP} = k\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AB} = k(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \Leftrightarrow \overrightarrow{AP} = (1-k)\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AN} = (1-k)\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC} - \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} = \left(k - \frac{3}{5}\right)\overrightarrow{AC} + (1-k)\overrightarrow{AB}. \quad (2)$$

$$\text{Khi đó } M, N, P \text{ thẳng hàng thì } \exists m \in \mathbb{R} : \overrightarrow{NP} = m\overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} k - \frac{3}{5} = \frac{3m}{5} \\ 1 - k = \frac{-m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ m = 4 \end{cases}$$

Vậy $k = 3$.

Câu 6: Cho $\triangle ABC$. Gọi J là điểm trên cạnh AC sao cho $JA = \frac{2}{3}JC$. Tính $\overrightarrow{BJ}$ theo 2 vector $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$

. Tính $\overrightarrow{BJ}$ theo hai vector $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$ ta thu được kết quả dạng $a\overrightarrow{BA} + b\overrightarrow{BC}$ với $a; b$ là các số hữu tỷ. Tính giá trị $S = a + b$.

Lời giải

Trả lời: 1

Cách 1. $JA = \frac{2}{3}JC \Leftrightarrow 3JA = 2JC$ mà $\overrightarrow{JA}$ và $\overrightarrow{JC}$ ngược hướng

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{JA} = -2\overrightarrow{JC} \Leftrightarrow 3(\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BJ}) + 2(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BJ}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{BJ} = 3\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BJ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}.$$

Cách 2: J thuộc cạnh AC và $JA = \frac{2}{3}JC \Rightarrow \frac{AJ}{AC} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow AJ = \frac{2}{5}AC$

$$\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AJ} = -\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) = \frac{3}{5}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$$

Khi đó $a = \frac{3}{5}; b = \frac{2}{5} \Rightarrow S = a + b = 1$

----- HẾT -----



VECTƠ

BÀI: VECTO TRONG MẶT PHẪNG TOẠ ĐỘ ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j}$. Khi đó tọa độ vector $\vec{a} + \vec{b}$ là
A. $(5; -2)$. **B.** $(2; -1)$. **C.** $(4; -3)$. **D.** $(2; 1)$.
- Câu 2:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(-2; 1)$ và $B(3; -5)$. Độ dài đoạn thẳng AB là
A. $\sqrt{61}$. **B.** $\sqrt{17}$. **C.** $\sqrt{41}$. **D.** $\sqrt{11}$.
- Câu 3:** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-3; 5)$ và $B(2; -2)$. Khi đó tọa độ điểm trung điểm M của đoạn thẳng AB là
A. $\left(\frac{-5}{2}; \frac{7}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2}; \frac{-3}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{5}{2}; \frac{-7}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{-1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.
- Câu 4:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(-1; 2)$, $B(3; 4)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $OABD$ là hình bình hành là
A. $(2; 6)$. **B.** $(4; 2)$. **C.** $(-2; -6)$ **D.** $(-4; -2)$.
- Câu 5:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(2; -3)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{OA}$ là
A. $(3; -2)$. **B.** $(2; -3)$. **C.** $(3; 2)$. **D.** $(2; 3)$.
- Câu 6:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , biết $\vec{a} = (1; -5)$ và $\vec{b} = (-2; 6)$. Tọa độ của vector $\vec{a} + \vec{b}$ là
A. $(3; -11)$. **B.** $(1; -1)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(-3; 11)$.
- Câu 7:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $C(-1; 5)$, $D(3; 1)$. Khi đó tọa độ điểm trung điểm I của CD là
A. $(-3; -1)$. **B.** $(-1; -3)$. **C.** $(3; 1)$. **D.** $(1; 3)$.
- Câu 8:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-2; 3)$, $B(5; 4)$, $C(1; -2)$. Tìm tọa độ đỉnh D sao cho tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.
A. $(8; -1)$. **B.** $(8; 1)$. **C.** $(-1; 8)$. **D.** $(-1; -8)$.
- Câu 9:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = (-1; -2)$, $\vec{v} = (2; 2)$. Tọa độ của vector $2\vec{u} + \vec{v}$ là
A. $(-1; 3)$. **B.** $(-2; 1)$. **C.** $(2; 4)$. **D.** $(0; -2)$.
- Câu 10:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(1; -2)$ là trung điểm của AB , với $A \in Ox$, $B \in Oy$. Khi đó
A. $A(0; 2)$ **B.** $B(0; 4)$. **C.** $B(-4; 0)$. **D.** $A(2; 0)$.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $M = (-2; 1)$. Tọa độ điểm đối xứng với M qua trục Ox là
A. $(2; -1)$. **B.** $(-2; -1)$. **C.** $(2; 1)$. **D.** $(1; 2)$.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , Cho tam giác ABC với $A(3; -1), B(-4; 2), C(4; 3)$. Tìm D để $ABCD$ là hình bình hành?
A. $D(3; 6)$. **B.** $D(11; 0)$. **C.** $D(3; -6)$. **D.** $D(-3; 6)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2; 1), B(-1; -4), C(-2; 0)$.

a) $\overrightarrow{OC} = -2\vec{j}$

b) $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{35}$

c) Tọa độ $I(-\frac{3}{2}; -2)$ với I là trung điểm của BC

d) Gọi D là điểm sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó $D(1; 5)$

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vector $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{b} = (-1; 2)$.

a) $\vec{a} = (0; 3)$.

b) $\vec{a} + \vec{b} = (0; 5)$.

c) $|\vec{b}| = \sqrt{3}$.

d) $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có các đỉnh thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{i} + \vec{j}$, $\overrightarrow{OC} = 4\vec{i} + \vec{j}$.

a) $A(2; -1), B(1; 1), C(4; 1)$.

b) Trung điểm của đoạn thẳng AB là điểm $E(\frac{3}{2}; 0)$.

c) Trọng tâm của ΔABC là điểm $G(\frac{2}{3}; \frac{1}{3})$.

d) Để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì điểm $D(2; -1)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 2), B(3; 1)$.

a) Tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = (2; -1)$.

b) Độ dài đoạn thẳng AB là $\sqrt{3}$.

c) Tam giác OAB là tam giác đều.

d) Với điểm $C(2; -1)$ thì tứ giác $ABCD$ là một hình vuông.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 0), B(0; 3), C(-3; -5)$. Tọa độ của điểm $M(m; n)$ thuộc trục Ox sao cho $|2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi đó giá trị của $m + n$ bằng ?

- Câu 2:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(2;1)$, lấy điểm B thuộc trục Ox có hoành độ $x \geq 0$ và điểm C thuộc Oy có tung độ $y \geq 0$ sao cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Diện tích $\triangle ABC$ nhỏ nhất bằng bao nhiêu ?
- Câu 3:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(2;3)$, $N(5;1)$. Điểm $I(a;0)$ thỏa mãn $|\overline{IM} + \overline{IN}|$ ngắn nhất. Tìm a (kết quả a làm tròn đến hàng phần mười).
- Câu 4:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;5)$, $B(-1;3)$, $C(4;1)$. Điểm D có tung độ dương thuộc đường thẳng AC sao cho $S_{BDC} = \frac{1}{4}S_{ABC}$. Tính tổng hoành độ và tung độ của điểm D (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).
- Câu 5:** Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ biết điểm $A(4;5)$, $C(-2;-1)$. Gọi M là trung điểm của BC , N là giao điểm của BD và AM . Biết $N(4;1)$, tọa độ điểm D có dạng $D(a;b)$, $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a+b$?
- Câu 6:** Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $A(2;3)$, $B(3;4)$. Tìm tọa độ điểm $M(x;0)$, $x \in \mathbb{R}$ thuộc trục hoành sao cho chu vi tam giác ABM đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của x ? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vector $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j}$. Khi đó tọa độ vector $\vec{a} + \vec{b}$ là
A. $(5; -2)$. **B.** $(2; -1)$. **C.** $(4; -3)$. **D.** $(2; 1)$.

Lời giải

Ta có $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} \Rightarrow \vec{a} = (3; -1)$; $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} \Rightarrow \vec{b} = (-1; 2)$. Khi đó $\vec{a} + \vec{b} = (2; 1)$.

- Câu 2:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(-2; 1)$ và $B(3; -5)$. Độ dài đoạn thẳng AB là
A. $\sqrt{61}$. **B.** $\sqrt{17}$. **C.** $\sqrt{41}$. **D.** $\sqrt{11}$.

Lời giải

Ta có $\overline{AB} = (5; -6) \Rightarrow |\overline{AB}| = \sqrt{5^2 + (-6)^2} = \sqrt{61}$.

- Câu 3:** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-3; 5)$ và $B(2; -2)$. Khi đó tọa độ điểm trung điểm M của đoạn thẳng AB là

- A.** $\left(\frac{-5}{2}; \frac{7}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2}; \frac{-3}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{5}{2}; \frac{-7}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{-1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là $M\left(\frac{-3+2}{2}; \frac{5-2}{2}\right) = \left(\frac{-1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

- Câu 4:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(-1; 2)$, $B(3; 4)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $OABD$ là hình bình hành là

- A.** $(2; 6)$. **B.** $(4; 2)$. **C.** $(-2; -6)$ **D.** $(-4; -2)$.

Lời giải

Giả sử tọa độ điểm $D(a; b)$. Khi đó ta có $\overline{OA} = (-1; 2)$; $\overline{DB} = (3-a; 4-b)$.

Vì tứ giác $OABD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overline{OA} = \overline{DB} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-a = -1 \\ 4-b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases}$. Vậy $D(4; 2)$.

- Câu 5:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(2; -3)$. Tọa độ của vector $\overline{OA}$ là

- A.** $(3; -2)$. **B.** $(2; -3)$. **C.** $(3; 2)$. **D.** $(2; 3)$.

Lời giải

Tọa độ của vector $\overline{OA} = (2; -3)$

- Câu 6:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , biết $\vec{a} = (1; -5)$ và $\vec{b} = (-2; 6)$. Tọa độ của vector $\vec{a} + \vec{b}$ là

- A.** $(3; -11)$. **B.** $(1; -1)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(-3; 11)$.

Lời giải

Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (1 + (-2); -5 + 6) = (-1; 1)$.

- Câu 7:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $C(-1; 5)$, $D(3; 1)$. Khi đó tọa độ điểm trung điểm I của CD là

- A.** $(-3; -1)$. **B.** $(-1; -3)$. **C.** $(3; 1)$. **D.** $(1; 3)$.

Lời giải

Do I là trung điểm của CD nên tọa độ $I = (1;3)$.

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-2;3), B(5;4), C(1;-2)$. Tìm tọa độ đỉnh D sao cho tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

- A.** $(8;-1)$. **B.** $(8;1)$. **C.** $(-1;8)$. **D.** $(-1;-8)$.

Lời giải

Gọi $D(x,y)$. Ta có $\overrightarrow{AC} = (3;-5)$, $\overrightarrow{BD} = (x-5; y-4)$ nên

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} \Leftrightarrow \begin{cases} x-5=3 \\ y-4=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ y=-1 \end{cases}$$

Vậy điểm D cần tìm là $D(8;-1)$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = (-1;-2), \vec{v} = (2;2)$. Tọa độ của vector $2\vec{u} + \vec{v}$ là

- A.** $(-1;3)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(0;-2)$.

Lời giải

$$2\vec{u} + \vec{v} = (2 \cdot (-1) + 2; 2 \cdot (-2) + 2) = (0;-2).$$

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(1;-2)$ là trung điểm của AB , với $A \in Ox$, $B \in Oy$. Khi đó

- A.** $A(0;2)$ **B.** $B(0;4)$. **C.** $B(-4;0)$. **D.** $A(2;0)$.

Lời giải

Gọi $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$.

Vì $A \in Ox$ nên $y_A = 0$. Suy ra $A(x_A; 0)$.

Vì $B \in Oy$ nên $x_B = 0$. Suy ra $B(0; y_B)$.

$$I(1;-2) \text{ là trung điểm của } AB \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{x_A + 0}{2} = \frac{x_A}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0 + y_B}{2} = \frac{y_B}{2} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 2 \\ y_B = -4 \end{cases}$$

Vậy $A(2;0)$, $B(0;-4)$.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $M = (-2;1)$. Tọa độ điểm đối xứng với M qua trục Ox là

- A.** $(2;-1)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(2;1)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Hai điểm đối xứng với nhau qua trục Ox thì cùng hoành độ và tung độ đối nhau.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , Cho tam giác ABC với $A(3;-1), B(-4;2), C(4;3)$. Tìm D để $ABCD$ là hình bình hành?

- A.** $D(3;6)$. **B.** $D(11;0)$. **C.** $D(3;-6)$. **D.** $D(-3;6)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -4-3=4-x_D \\ 2+1=3-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=11 \\ y_D=0 \end{cases} \Rightarrow D(11;0).$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2;1)$, $B(-1;-4)$, $C(-2;0)$.

- a) $\overrightarrow{OC} = -2\vec{j}$
 b) $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{35}$
 c) Tọa độ $I(-\frac{3}{2}; -2)$ với I là trung điểm của BC
 d) Gọi D là điểm sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó $D(1; 5)$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) **Sai**

Ta có: $\overrightarrow{OC} = (-2; 0)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OC} = -2\vec{i} + 0\vec{j} = -2\vec{i}$$

b) **Sai**

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3; -5) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + (-5)^2}$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{34}$$

c) **Đúng**

I là trung điểm của $BC \Rightarrow I(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2})$

$$\Rightarrow I(\frac{-1 - 2}{2}; \frac{-4 + 0}{2})$$

$$\Rightarrow I(-\frac{3}{2}; -2)$$

d) **Đúng**

Gọi $D(x; y)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} = (-3; -5)$ và $\overrightarrow{DC} = (-2 - x; -y)$

$$\text{Vì } ABCD \text{ là hình bình hành nên } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \begin{cases} -3 = -2 - x \\ -5 = -y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy $D(1; 5)$

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{b} = (-1; 2)$.

- a) $\vec{a} = (0; 3)$.
 b) $\vec{a} + \vec{b} = (0; 5)$.
 c) $|\vec{b}| = \sqrt{3}$.
 d) $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) **Sai.**

$$\vec{a} = (1; 3).$$

b) **Đúng.**

Ta có: $\vec{a} = (1; 3)$, $\vec{b} = (-1; 2)$.

$$\vec{a} + \vec{b} = (1 + (-1); 3 + 2). \text{ Vậy } \vec{a} + \vec{b} = (0; 5).$$

c) **Sai.**

$$|\vec{b}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}.$$

d) Đúng.

$$\vec{a} = (1; 3), \vec{b} = (-1; 2).$$

Ta có: $\frac{1}{-1} \neq \frac{3}{2}$ nên $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có các đỉnh thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{i} + \vec{j}$, $\overrightarrow{OC} = 4\vec{i} + \vec{j}$.

a) $A(2; -1), B(1; 1), C(4; 1).$

b) Trung điểm của đoạn thẳng AB là điểm $E\left(\frac{3}{2}; 0\right).$

c) Trọng tâm của $\triangle ABC$ là điểm $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right).$

d) Đề tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì điểm $D(2; -1).$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Chọn ĐÚNG.

$$A(2; -1), B(1; 1), C(4; 1).$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - \vec{j} \Rightarrow A(2; -1)$$

$$\overrightarrow{OB} = \vec{i} + \vec{j} \Rightarrow B(1; 1)$$

$$\overrightarrow{OC} = 4\vec{i} + \vec{j} \Rightarrow C(4; 1)$$

b) Chọn ĐÚNG.

$$\text{Trung điểm của đoạn thẳng } AB \text{ là điểm } E\left(\frac{3}{2}; 0\right).$$

$$E \text{ là trung điểm } AB \text{ nên } x_E = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}, y_E = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1+1}{2} = 0 \text{ hay } E\left(\frac{3}{2}; 0\right)$$

c) Chọn SAI.

$$\text{Trọng tâm của } \triangle ABC \text{ là điểm } G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

$$G \text{ là trọng tâm } \triangle ABC \text{ nên } x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{2+1+4}{3} = \frac{7}{3},$$

$$y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-1+1+1}{3} = \frac{1}{3} \text{ hay } G\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

d) Chọn SAI.

$$\text{Đề tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành thì điểm } D(2; -1).$$

Ta có: $ABCD$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - x_A = x_C - x_B \\ y_D - y_A = y_C - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = 4 - 1 \\ y_D + 1 = 1 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = -1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } D(5; -1).$$

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2)$, $B(3;1)$.

- a) Tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = (2; -1)$.
- b) Độ dài đoạn thẳng AB là $\sqrt{3}$.
- c) Tam giác OAB là tam giác đều.
- d) Với điểm $C(2; -1)$ thì tứ giác $ABCD$ là một hình vuông.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3-1; 1-2) = (2; -1)$

b) Sai

$$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}.$$

c) Sai

$$\overrightarrow{AO} = (-1; -2) \Rightarrow AO = \sqrt{5} = AB.$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO} = 0 \Rightarrow AO \perp AB.$$

Vậy tam giác AOB vuông cân tại A

d) Đúng

Tam giác AOB vuông cân tại A nên nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = -1 \end{cases}$ thì tứ giác $ABCD$ là một hình vuông.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1;0)$, $B(0;3)$, $C(-3;-5)$. Tọa độ của điểm $M(m;n)$ thuộc trục Ox sao cho $|2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi đó giá trị của $m+n$ bằng ?

Lời giải

Trả lời: -4

Gọi $M(m;0) \in Ox$ ta có: $\overrightarrow{MA} = (1-m;0)$; $\overrightarrow{MB} = (-m;3)$; $\overrightarrow{MC} = (-3-m;-5)$.

$$\Rightarrow 2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = (2-2m+3m-6-2m; -9-10) = (-m-4; -19)$$

$$\Rightarrow |2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}| = \sqrt{(m+4)^2 + 19^2} \geq \sqrt{19^2} = 19.$$

Dấu "=" xảy ra khi: $m+4=0 \Leftrightarrow m=-4$

Vậy $|2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất bằng 19 tại $M(-4;0)$.

Do đó: $m+n=-4$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(2;1)$, lấy điểm B thuộc trục Ox có hoành độ $x \geq 0$ và điểm C thuộc Oy có tung độ $y \geq 0$ sao cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Diện tích $\triangle ABC$ nhỏ nhất bằng bao nhiêu ?

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có $A(2;1)$, $B(b;0)$, $C(0;c)$ với $b, c \geq 0$.

Suy ra: $\overrightarrow{AB} = (b-2; -1)$; $\overrightarrow{AC} = (-2; c-1)$.

$$\bullet \Delta ABC \text{ vuông tại } A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -2(b-2) - (c-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow c-1 = -2(b-2) \Rightarrow c = -2b+5 \geq 0 \rightarrow 0 \leq b \leq \frac{5}{2}.$$

$$\text{Lại có: } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(b-2)^2 + 1} \cdot \sqrt{4 + (c-1)^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(b-2)^2 + 1} \cdot \sqrt{4 + (-2b+5-1)^2} \\ = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(b-2)^2 + 1} \cdot \sqrt{4 + 4(b-2)^2} = (b-2)^2 + 1 \geq 1.$$

Dấu "=" xảy ra khi: $b-2=0 \Leftrightarrow b=2$ (TMĐK) $\Rightarrow c=1$

Vậy diện tích ΔABC nhỏ nhất bằng 1 tại $B(2;0), C(0;1)$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(2;3)$, $N(5;1)$. Điểm $I(a;0)$ thỏa mãn $|\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}|$ ngắn nhất. Tìm a (kết quả a làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Trả lời: 3,5

Ta có: $I(a;0)$.

Khi đó $\overrightarrow{IM} = (2-a;3)$; $\overrightarrow{IN} = (5-a;1)$

$$\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN} = (7-2a;4)$$

$$|\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}| = \sqrt{(2a-7)^2 + 16} \geq 4.$$

Dấu "=" xảy ra khi $2a-7=0 \Leftrightarrow a = \frac{7}{2} = 3,5$.

Vậy $|\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}|$ ngắn nhất bằng 4.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;5)$, $B(-1;3)$, $C(4;1)$. Điểm D có tung độ dương thuộc đường thẳng AC sao cho $S_{BDC} = \frac{1}{4} S_{ABC}$. Tính tổng hoành độ và tung độ của điểm D (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Trả lời: 5,5

Gọi $D(a;b)$ ($b > 0$). Ta có $S_{BDC} = \frac{1}{4} S_{ABC} \Leftrightarrow AC = 4DC \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \pm 4\overrightarrow{DC}$

Mà $\overrightarrow{AC} = (2;-4)$; $\overrightarrow{DC} = (a-4;b-1)$

$$+ \text{ TH1: } \overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a-16=2 \\ 4b-4=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{18}{4} \\ b=0 \end{cases} \text{ (loại)}$$

$$+ \text{ TH2: } \overrightarrow{AC} = -4\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a+16=2 \\ -4b+4=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{14}{4} \\ b=2 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

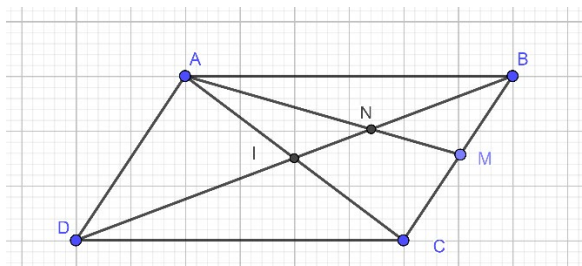
$$\text{Vậy } D\left(\frac{14}{4};2\right) \Rightarrow \frac{14}{4} + 2 = \frac{11}{2} = 5,5.$$

Đáp án: 5,5.

Câu 5: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho hình bình hành ABCD biết điểm $A(4;5), C(-2;-1)$. Gọi M là trung điểm của BC, N là giao điểm của BD và AM. Biết $N(4;1)$, tọa độ điểm D có dạng $D(a;b)$, $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a+b$?

Lời giải

Trả lời: -3



Gọi I là giao điểm của AC và BD suy ra I là trung điểm của AC

Suy ra:

$$\begin{cases} x_I = \frac{4-2}{2} = 1 \\ y_I = \frac{5-1}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow I(1;2).$$

Xét tam giác ABC có AM, BI là hai trung tuyến cắt nhau tại N nên N là trọng tâm của tam giác ABC suy ra $\overrightarrow{IN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DI}$.

Gọi $D(x;y) \Rightarrow \overrightarrow{DI} = (1-x; 2-y)$, $\overrightarrow{IN} = (3;-1)$.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{IN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DI} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = \frac{1}{3}(1-x) \\ -1 = \frac{1}{3}(2-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow D(-8;5).$$

Vậy $a+b = -3$.

Câu 6: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho điểm $A(2;3), B(3;4)$. Tìm tọa độ điểm $M(x;0)$, $x \in \mathbb{R}$ thuộc trục hoành sao cho chu vi tam giác ABM đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của x? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Trả lời: 2,4

Ta thấy: $y_A \cdot y_B > 0$ nên hai điểm A, B nằm cùng phía so với trục hoành.

Gọi A' là điểm đối xứng với điểm A qua Ox suy ra $A'(2;-3)$.

Chu vi tam giác ABM: $P = MA + MB + AB = MA' + MB + AB \geq A'B + AB$.

Suy ra $P_{\min} = A'B + AB$ đạt được khi A', M, B thẳng hàng.

Gọi $M(x;0) \Rightarrow \overrightarrow{A'M} = (x-2;3)$.

$$A', M, B \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{A'M}, \overrightarrow{A'B} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow 7(x-2) = 3 \cdot 1 \Leftrightarrow x = \frac{17}{7}.$$

Vậy $x \approx 2,4$.

----- HẾT -----

CHƯƠNG

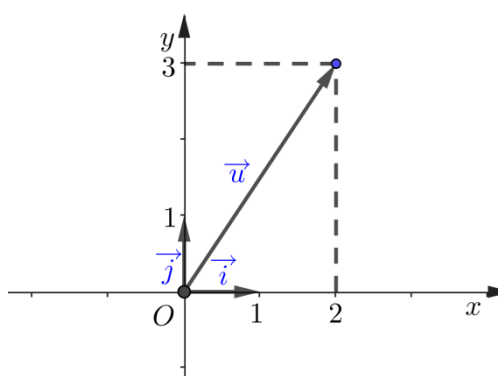
IV

VECTƠ

BÀI: VECTO TRONG MẶT PHẪNG TOẠ ĐỘ
ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{u}$ được biểu diễn như hình vẽ. Tìm tọa độ của $\vec{u}$?



- A. $(1;3)$. B. $(3;1)$. C. $(3;2)$. D. $(2;3)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{u} = (x-4;3)$ và $\vec{v} = (-2;y+1)$, tìm giá trị của biểu thức $x+y$ biết $\vec{u} = \vec{v}$?

- A. 2. B. -2. C. 4. D. 0.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ và $\vec{v} = 2\vec{i} + \frac{3}{4}\vec{j}$. Tọa độ của vectơ $2\vec{u} - 4\vec{v}$ là:

- A. $(-7;-13)$. B. $(-7;-7)$. C. $(-7;13)$. D. $(9;-13)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $M(-2;3)$ và $N(1;-4)$. Tìm tọa độ của điểm P thuộc trục tung sao cho $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{NP}$ cùng phương.

- A. $P\left(0;-\frac{5}{3}\right)$. B. $P\left(0;\frac{5}{3}\right)$. C. $P\left(-\frac{5}{3};0\right)$. D. $P\left(\frac{5}{3};0\right)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2), B(-2;x)$. Biết rằng 3 điểm O, A, B thẳng hàng, khi đó giá trị biểu thức $S = 2x^2$ bằng

- A. 2. B. 8. C. -32. D. 32.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;2), B(3;2)$. Biết I là trung điểm của đoạn AB khi đó tung độ của điểm I bằng

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 7: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho vectơ $\vec{u} = (-5;12)$. Khi đó độ dài của $\vec{u}$ bằng

- A. 13. B. 7. C. $\sqrt{119}$. D. 12.

- Câu 8:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho vector $\vec{v} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$. Khi đó độ dài của $\vec{v}$ bằng
A. $\sqrt{7}$. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.
- Câu 9:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2;4)$, $B(1;3)$. Khoảng cách giữa hai điểm A và B là
A. $\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 10. **D.** $2\sqrt{5}$.
- Câu 10:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(0;2)$, $B(-4;3)$. Khi đó chu vi của tam giác OAB là
A. $\sqrt{17}$. **B.** $7 + \sqrt{17}$. **C.** 11. **D.** $2 + \sqrt{5}$.
- Câu 11:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;2)$, $B(4;-2)$. Biểu diễn vector $\overrightarrow{AB}$ dưới dạng $\overrightarrow{AB} = x\vec{i} + y\vec{j}$. Tính $x + 2y$?
A. 3. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -4.
- Câu 12:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(2;-1)$, $N(3;m)$. Tìm m để $MN = \sqrt{5}$.
A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}$. **B.** $m = \pm 3$. **C.** $m = \pm 1$. **D.** $\begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm $M(-2;1)$, $N(4;5)$, $P(3;0)$, $Q(0;11)$.
a) $\overrightarrow{MN}(6;4)$.
b) Hai vector $\overrightarrow{MQ}$ và $\overrightarrow{PN}$ cùng phương.
c) Ba điểm M, N, P thẳng hàng.
d) Gọi R là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{RM} + 2\overrightarrow{RN} = \vec{0}$, khi đó ba điểm P, Q, R thẳng hàng.
- Câu 2:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;2)$, $B(3;-1)$, $C(2;0)$.
a) Trung điểm của đoạn thẳng AB là điểm $I\left(2; \frac{1}{2}\right)$.
b) Các điểm A, B, C thẳng hàng.
c) Cho điểm $D(x; y)$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó $2y - 1 = 6$.
d) Đường tròn tâm B đi qua điểm A cắt tia Oy tại điểm $M(a; b)$. Khi đó $a + b + 1 = 2$.
- Câu 3:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vector $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{b} = (2;5)$ và ba điểm $A(-2;1)$, $B(3;-2)$, $C(14;3)$.
a) $2\vec{a} + \vec{b} = (8;3)$.
b) Các điểm O, A, B thẳng hàng.
c) $\overrightarrow{AC} = 2(\overrightarrow{2a} + \vec{b})$.
d) Cho điểm $D(x; y)$ thì tứ giác $OABD$ là hình bình hành. Khi đó $x + y = 2$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(1;3), B(4;5), C(1;-2)$.

- Ba điểm A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.
- Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng BC là $I(-3;-7)$.
- Toạ độ trọng tâm của tam giác ABC là $G(2;2)$.
- Khi điểm $D(2;-2)$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2;3); B(-1;2); C(-2;0)$. Điểm M thuộc đường thẳng $y = -1$ sao cho tứ giác $ACMB$ là hình thang có một cạnh đáy là AC . Hoành độ của điểm M bằng bao nhiêu?

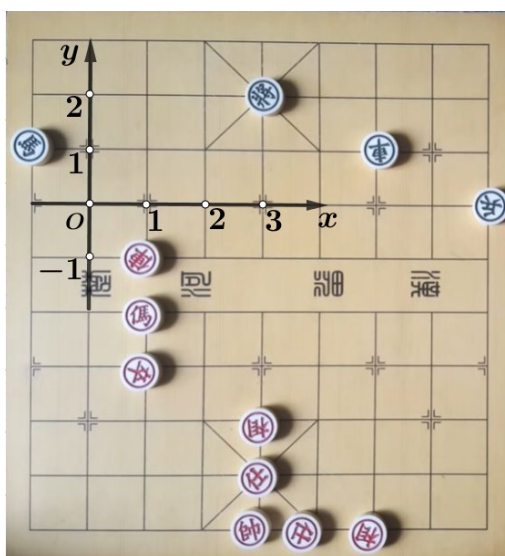
Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;3); B(-1;2)$. Điểm $M(x;y)$ thuộc tia AB sao cho $AM = \sqrt{80}$. Giá trị của $x + y$ bằng bao nhiêu?

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $M(4;1); N(n;n+1)$. Độ dài đoạn thẳng MN nhỏ nhất bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(2;3); B(4;2-3a)$. Tam giác OAB vuông tại O thì a có giá trị bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5: Cho biết sự chuyển động của một chiếc thuyền được thể hiện trên một mặt phẳng tọa độ như sau: Thuyền rời bến từ vị trí $A(2;3)$ chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu thị bởi vectơ $\vec{v} = (a;b)$, sau khi khởi hành 2 giờ thì vị trí của tàu (trên mặt phẳng tọa độ) là $B(8;9)$. Tính $a + b$.

Câu 6: Trong hình vẽ bên dưới, quân xe bên cờ đỏ đang ở vị trí có tọa độ $(1;-1)$. Biết rằng sau một nước đi, quân xe bên cờ đỏ đến vị trí có tọa độ là $(a;b)$ thì sẽ chiếu tướng được bên cờ xanh mà không bị quân mã cờ xanh ăn quân xe đỏ. Biết rằng luật chơi cờ tướng đối với quân xe chỉ được đi dọc hoặc ngang khắp bàn cờ miễn không có quân nào cản, quân mã đi theo đường chéo hình chữ nhật kích thước là 1×2 và không bị quân nào cản ngay cạnh nó theo đường ngang hoặc đường dọc. Ví dụ quân mã đen ở tọa độ trên có thể đi đến tọa độ $(0;-1), (1;0)$. Tính $a^2 + b^2$.

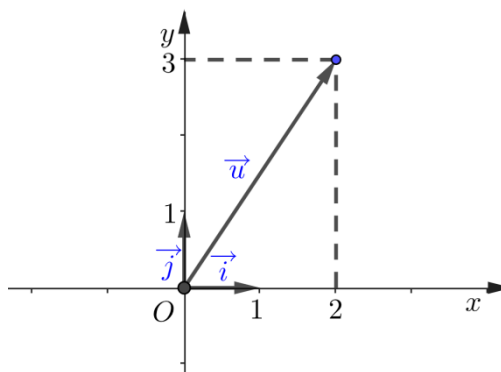


----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{u}$ được biểu diễn như hình vẽ. Tìm tọa độ của $\vec{u}$?



A. $(1;3)$.

B. $(3;1)$.

C. $(3;2)$.

D. $(2;3)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ nên $\vec{u} = (2;3)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{u} = (x-4;3)$ và $\vec{v} = (-2;y+1)$, tìm giá trị của biểu thức $x+y$ biết $\vec{u} = \vec{v}$?

A. 2.

B. -2.

C. 4.

D. 0.

Lời giải

Ta có: $\vec{u} = \vec{v}$ suy ra $\begin{cases} x-4=-2 \\ y+1=3 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$.

Vậy $x+y=4$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ và $\vec{v} = 2\vec{i} + \frac{3}{4}\vec{j}$. Tọa độ của vecto $2\vec{u} - 4\vec{v}$ là:

A. $(-7;-13)$.

B. $(-7;-7)$.

C. $(-7;13)$.

D. $(9;-13)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ suy ra $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$, $\vec{v} = 2\vec{i} + \frac{3}{4}\vec{j}$ suy ra $\vec{v} = \left(2; \frac{3}{4}\right)$.

Vậy $2\vec{u} - 4\vec{v} = (-7;-13)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $M(-2;3)$ và $N(1;-4)$. Tìm tọa độ của điểm P thuộc trục tung sao cho $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{NP}$ cùng phương.

A. $P\left(0; -\frac{5}{3}\right)$.

B. $P\left(0; \frac{5}{3}\right)$.

C. $P\left(-\frac{5}{3}; 0\right)$.

D. $P\left(\frac{5}{3}; 0\right)$.

Lời giải

Giả sử $P(0;b) \in Oy$.

Ta có: $\overrightarrow{MP} = (2;b-3)$, $\overrightarrow{NP} = (-1;b+4)$.

$\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{NP}$ cùng phương khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{2}{-1} = \frac{b-3}{b+4} \\ b+4 \neq 0 \end{cases}$ hay $b = -\frac{5}{3}$.

Vậy $P\left(0; -\frac{5}{3}\right)$.

- Câu 5:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2), B(-2;x)$. Biết rằng 3 điểm O, A, B thẳng hàng, khi đó giá trị biểu thức $S = 2x^2$ bằng
- A. 2. B. 8. C. -32. D. 32.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{OA} = (1;2), \overrightarrow{OB} = (-2;x)$.

Để 3 điểm O, A, B thẳng hàng thì $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ cùng phương

$$\Rightarrow \frac{-2}{1} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = -4 \Rightarrow S = 2 \cdot (-4)^2 = 32.$$

- Câu 6:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;2), B(3;2)$. Biết I là trung điểm của đoạn AB khi đó tung độ của điểm I bằng
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Do I là trung điểm của đoạn AB nên suy ra $I = (1;2)$.

- Câu 7:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho vector $\vec{u} = (-5;12)$. Khi đó độ dài của $\vec{u}$ bằng
- A. 13. B. 7. C. $\sqrt{119}$. D. 12.

Lời giải

$$\text{Ta có } |\vec{u}| = \sqrt{(-5)^2 + 12^2} = 13.$$

- Câu 8:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho vector $\vec{v} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$. Khi đó độ dài của $\vec{v}$ bằng
- A. $\sqrt{7}$. B. 4. C. 5. D. 3.

Lời giải

$$\text{Do } \vec{v} = 3\vec{i} - 4\vec{j} \Rightarrow \vec{v} = (3;-4) \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5.$$

- Câu 9:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2;4), B(1;3)$. Khoảng cách giữa hai điểm A và B là
- A. $\sqrt{10}$. B. $\sqrt{5}$. C. 10. D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Khoảng cách giữa hai điểm A và B là

$$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(1+2)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{10}$$

- Câu 10:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(0;2), B(-4;3)$. Khi đó chu vi của tam giác OAB là
- A. $\sqrt{17}$. B. $7 + \sqrt{17}$. C. 11. D. $2 + \sqrt{5}$.

Lời giải

Ta có:

$$OA = \sqrt{0^2 + 2^2} = 2; OB = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5; AB = \sqrt{(-4-0)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{17}.$$

Suy ra chu vi của tam giác OAB bằng $OA + AB + OB = 2 + 5 + \sqrt{17} = 7 + \sqrt{17}$.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;2), B(4;-2)$. Biểu diễn vector $\overrightarrow{AB}$ dưới dạng $\overrightarrow{AB} = x\vec{i} + y\vec{j}$. Tính $x+2y$?

- A. 3. B. 1. C. -2. D. -4.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (5; -4)$

Do $\overrightarrow{AB} = x\vec{i} + y\vec{j}$ suy ra $x=5, y=-4$

Vậy $x+2y=-3$

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(2;-1), N(3;m)$. Tìm m để $MN = \sqrt{5}$.

- A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}$. B. $m = \pm 3$. C. $m = \pm 1$. D. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (1; m+1)$

$$MN = \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{1+(m+1)^2} = \sqrt{5} \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm $M(-2;1), N(4;5), P(3;0), Q(0;11)$.

- a) $\overrightarrow{MN}(6;4)$.
b) Hai vector $\overrightarrow{MQ}$ và $\overrightarrow{PN}$ cùng phương.
c) Ba điểm M, N, P thẳng hàng.
d) Gọi R là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{RM} + 2\overrightarrow{RN} = \vec{0}$, khi đó ba điểm P, Q, R thẳng hàng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng

Vì ta có $\overrightarrow{MN}(6;4)$.

b) Đúng

Ta có $\overrightarrow{MQ}(2;10), \overrightarrow{PN}(1;5) \Rightarrow \overrightarrow{MQ} = 2\overrightarrow{PN}$ nên hai vector $\overrightarrow{MQ}$ và $\overrightarrow{PN}$ cùng phương.

c) Sai

Ta có $\overrightarrow{MN}(6;4), \overrightarrow{MP}(5;-1)$. Ta có $\frac{6}{5} \neq \frac{4}{-1} \Rightarrow \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}$ không cùng phương nên ba điểm M, N, P không thẳng hàng.

d) Đúng

$$\overrightarrow{RM} + 2\overrightarrow{RN} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{RM} + 2(\overrightarrow{RM} + \overrightarrow{MN}) = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{MR} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MN}.$$

Giả sử $R(a;b) \Rightarrow \overrightarrow{MR}(a+2;b-1)$

Lại có $\overrightarrow{MN}(6;4)$

$$\text{Nên } \overrightarrow{MR} = \frac{2}{3} \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2 = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4 \\ b-1 = \frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{11}{3} \end{cases} \Rightarrow R\left(2; \frac{11}{3}\right)$$

Ta có $\overrightarrow{PQ}(-3;11)$, $\overrightarrow{PR}\left(-1; \frac{11}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{PQ} = 3\overrightarrow{PR}$ suy ra $\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}$ cùng phương nên ba điểm P, Q, R thẳng hàng.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(1;2), B(3;-1), C(2;0)$.

a) Trung điểm của đoạn thẳng AB là điểm $I\left(2; \frac{1}{2}\right)$.

b) Các điểm A, B, C thẳng hàng.

c) Cho điểm $D(x; y)$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó $2y - 1 = 6$.

d) Đường tròn tâm B đi qua điểm A cắt tia Oy tại điểm $M(a; b)$. Khi đó $a + b + 1 = 2$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) ĐÚNG

Vì I là trung điểm của đoạn thẳng AB nên
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1+3}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2+(-1)}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy $I\left(2; \frac{1}{2}\right)$.

b) SAI

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -2)$

Vì $\frac{2}{1} \neq \frac{-3}{-2}$ nên hai vector $\overrightarrow{AB} = (2; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -2)$ không cùng phương. Suy ra các điểm A, B, C không thẳng hàng.

c) SAI

Các điểm A, B, C không thẳng hàng.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -3)$; $\overrightarrow{DC} = (2 - x; -y)$

Suy ra $\begin{cases} 2 = 2 - x \\ -3 = -y \end{cases}$ hay $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$

Suy ra $2y - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$

d) ĐÚNG

Vì M thuộc tia Oy nên $M(0; b), (b > 0)$

Ta có: $BA = \sqrt{13}$, $BM = \sqrt{(0-3)^2 + (b+1)^2} = \sqrt{9 + (b+1)^2}$

Vì $BA = BM = R$ nên suy ra

$$\sqrt{13} = \sqrt{9 + (b+1)^2}$$

$$\Leftrightarrow 13 = 9 + (b+1)^2$$

$$\Leftrightarrow 13 = 9 + b^2 + 2b + 1$$

$$\Leftrightarrow b^2 + 2b - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 1(n) \\ b = -3(l) \end{cases}$$

Khi đó $a + b + 1 = 0 + 1 + 1 = 2$

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vector $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}, \vec{b} = (2; 5)$ và ba điểm $A(-2; 1), B(3; -2), C(14; 3)$.

a) $2\vec{a} + \vec{b} = (8; 3)$.

b) Các điểm O, A, B thẳng hàng.

c) $\vec{AC} = 2(\vec{2a} + \vec{b})$.

d) Cho điểm $D(x; y)$ thì tứ giác $OABD$ là hình bình hành. Khi đó $x + y = 2$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Sai

Ta có: $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = (3; -2) \Rightarrow \vec{2a} + \vec{b} = (8; 1)$

b) Sai

Ta có $\vec{OA} = (-2; 1); \vec{OB} = (3; -2)$

Hai vector $\vec{OA}, \vec{OB}$ không cùng phương vì $\frac{-2}{3} \neq \frac{1}{-2}$. Suy ra các điểm O, A, B không thẳng hàng.

c) Đúng

Ta có: $\vec{AC} = (16; 2)$

$$\vec{2a} + \vec{b} = (8; 1) \Rightarrow 2(\vec{2a} + \vec{b}) = (16; 2)$$

$$\text{Suy ra } \vec{AC} = 2(\vec{2a} + \vec{b})$$

d) Đúng

Các điểm O, A, B không thẳng hàng.

Tứ giác $OABD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\vec{OA} = \vec{DB}$

Ta có $\vec{OA} = (-2; 1); \vec{DB} = (3 - x; -2 - y)$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} -2 = 3 - x \\ 1 = -2 - y \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x = 5 \\ y = -3 \end{cases}$$

Suy ra $x + y = 2$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(1; 3), B(4; 5), C(1; -2)$.

a) Ba điểm A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

b) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng BC là $I(-3; -7)$.

c) Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G(2; 2)$.

d) Khi điểm $D(2; -2)$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng

Hai vectơ không cùng phương. Do đó các điểm A, B, C không thẳng hàng. Hay ba điểm A, B, C là ba đỉnh của một tam giác. Vậy a) đúng.

b) Sai

Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng BC là $I\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$. Vậy b) sai.

c) Đúng

Toạ độ trọng tâm của tam giác ABC là $G(2; 2)$. Vậy c) đúng.

d) Sai

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 1 - x_D \\ 2 = -2 - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -2 \\ y_D = -4 \end{cases}$

Suy ra $D(-2; -4)$. Vậy d) sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2; 3); B(-1; 2); C(-2; 0)$. Điểm M thuộc đường thẳng $y = -1$ sao cho tứ giác $ACMB$ là hình thang có một cạnh đáy là AC . Hoành độ của điểm M bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: -5

Điểm M thuộc đường thẳng $y = -1$ nên có tọa độ là $M(x; -1)$

Ta có $\overrightarrow{AC}(-4; -3); \overrightarrow{BM}(x+1; -3)$

Tứ giác $ACMB$ là hình thang có một đáy là AC nên hai vectơ $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BM}$ cùng hướng nên:

$$\frac{x+1}{-4} = \frac{-3}{-3} = 1 > 0 \Leftrightarrow x+1 = -4 \Leftrightarrow x = -5.$$

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 3); B(-1; 2)$. Điểm $M(x; y)$ thuộc tia AB sao cho $AM = \sqrt{80}$. Giá trị của $x + y$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: -8

Ta có $\overrightarrow{AB}(-2; -1); \overrightarrow{AM}(x-1; y-3)$

Vì M thuộc tia AB nên hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AM}$ cùng hướng hay $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB} \ (k > 0)$

$$\frac{x-1}{-2} = \frac{y-3}{-1} = k \Leftrightarrow x = 2y - 5 \quad (1).$$

Mặt khác $AM = \sqrt{80} \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-3)^2 = 80 \quad (2)$. Thế (1) vào (2) ta được:

$$(2y-6)^2 + (y-3)^2 = 80 \Leftrightarrow 5y^2 - 30y - 35 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = 7 \end{cases}$$

- Với $y = -1$, ta có $x = -7$. Khi đó $k = 4$ (thỏa mãn).

- Với $y = 7$, ta có $x = 9$. Khi đó $k = -4$ (loại).

Vậy điểm $M(x; y)$ là $M(-7; -1)$ với $x + y = -8$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $M(4; 1); N(n; n + 1)$. Độ dài đoạn thẳng MN nhỏ nhất bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 2,83

$$\text{Ta có } MN = \sqrt{(n-4)^2 + n^2} = \sqrt{2(n-2)^2 + 8} \geq \sqrt{8}$$

$$MN_{\min} = \sqrt{8} \approx 2.83 \Leftrightarrow n = 2$$

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(2; 3); B(4; 2 - 3a)$. Tam giác OAB vuông tại O thì a có giá trị bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 1,56

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OA} = (2; 3); \overrightarrow{OB} = (4; 2 - 3a)$$

$$+) \text{ Tam giác } OAB \text{ tồn tại} \Leftrightarrow A, B, O \text{ không thẳng hàng} \Leftrightarrow \frac{4}{2} \neq \frac{2-3a}{3} \Leftrightarrow a \neq -\frac{4}{3}$$

$$+) OA = \sqrt{13}; OB = \sqrt{4^2 + (2-3a)^2} = \sqrt{20 - 12a + 9a^2};$$

$$AB = \sqrt{(2^2 + (-1-3a)^2)} = \sqrt{5 + 6a + 9a^2}$$

ΔAOB vuông tại O

$$\Leftrightarrow OA^2 + OB^2 = AB^2 \Leftrightarrow 13 + 20 - 12a + 9a^2 = 5 + 6a + 9a^2 \Leftrightarrow a = \frac{14}{9} \approx 1,56 \text{ (thỏa mãn)}$$

Câu 5: Cho biết sự chuyển động của một chiếc thuyền được thể hiện trên một mặt phẳng tọa độ như sau: Thuyền rời bến từ vị trí $A(2; 3)$ chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu thị bởi vector $\vec{v} = (a; b)$, sau khi khởi hành 2 giờ thì vị trí của tàu (trên mặt phẳng tọa độ) là $B(8; 9)$. Tính $a + b$.

Lời giải

Trả lời: 6

$$\text{Gọi } \vec{v} = (a; b).$$

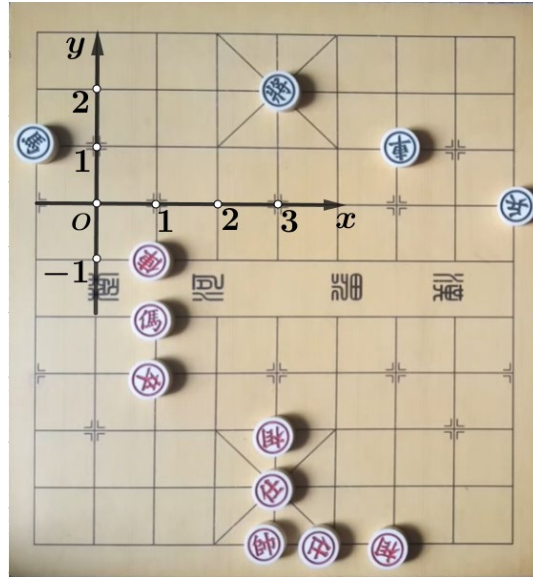
Do thuyền chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu thị bởi vector $\vec{v}$ nên cứ sau mỗi giờ thuyền di chuyển được một quãng đường là $|\vec{v}|$.

Sau 2 giờ thuyền di chuyển tới $B(8; 9)$ nên ta có:

$$\overrightarrow{AB} = 2\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} 8-2=2.a \\ 9-3=2.b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=3 \end{cases}.$$

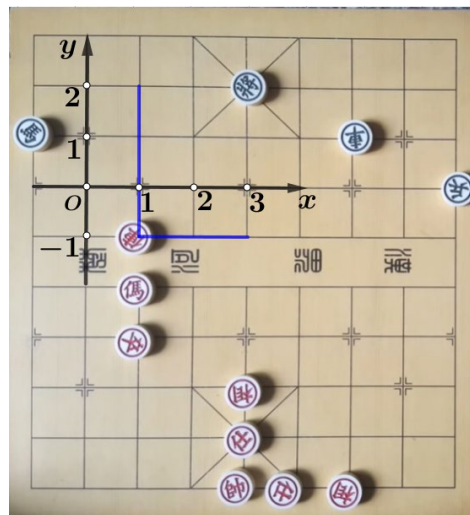
Vậy $a + b = 6$.

Câu 6: Trong hình vẽ bên dưới, quân xe bên cờ đỏ đang ở vị trí có tọa độ $(1; -1)$. Biết rằng sau một nước đi, quân xe bên cờ đỏ đến vị trí có tọa độ là $(a; b)$ thì sẽ chiếu tướng được bên cờ xanh mà không bị quân mã cờ xanh ăn quân xe đỏ. Biết rằng luật chơi cờ tướng đối với quân xe chỉ được đi dọc hoặc ngang khắp bàn cờ miễn không có quân nào cản, quân mã đi theo đường chéo hình chữ nhật kích thước là 1×2 và không bị quân nào cản ngay cạnh nó theo đường ngang hoặc đường dọc. Ví dụ quân mã đen ở tọa độ trên có thể đi đến tọa độ $(0; -1), (1; 0)$. Tính $a^2 + b^2$.



Lời giải

Trả lời: 10



Ta thấy quân xe bên cờ đỏ sau một nước đi đến các vị trí có tọa độ là $(1;2)$ hoặc $(3;-1)$ thì sẽ chiếu tướng được bên cờ xanh, nhưng nếu đến vị trí có tọa độ là $(1;2)$ thì sẽ bị quân mã bên cờ xanh ăn quân xe đỏ.

Do đó để quân xe bên cờ đỏ chiếu tướng được bên cờ xanh mà không bị mất quân xe đỏ thì quân xe đỏ phải ở vị trí có tọa độ là $(3;-1)$.

Khi đó $a = -3$, $b = -1$.

Vậy $a^2 + b^2 = 10$.

----- HẾT -----

CHƯƠNG

IV

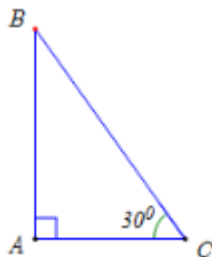
VECTƠ

BÀI: TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO

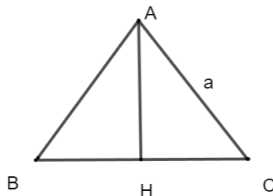
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Cho tam giác ABC đều. Góc giữa hai vector $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{CB}$ bằng
A. 30° . **B.** 60° . **C.** 120° . **D.** 90° .
- Câu 2:** Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Biết $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$?
A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** 1.
- Câu 3:** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = AC = a$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng
A. $-a^2$. **B.** a^2 . **C.** $-a^2\sqrt{2}$. **D.** $a^2\sqrt{2}$.
- Câu 4:** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DB}$ bằng
A. $-a^2$. **B.** a^2 . **C.** $-a^2\sqrt{2}$. **D.** $a^2\sqrt{2}$.
- Câu 5:** Cho tam giác ABC vuông tại A và có $\hat{C} = 30^\circ$. Góc giữa $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng



- A.** 60° . **B.** 30° . **C.** 90° . **D.** 45° .
- Câu 6:** Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a và H là trung điểm của BC . Tính $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC}$?



- A.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$. **B.** 0. **C.** a^2 . **D.** $\frac{a^2}{2}$.
- Câu 7:** Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a$. Tính $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BC}$.
A. $-9a^2$. **B.** $3a^2$. **C.** 0. **D.** $9a^2$.
- Câu 8:** Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 8$ và $BD = 6$. Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 24$. **B.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 26$. **C.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 28$. **D.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 32$.

- Câu 9:** Cho tam giác ABC có góc A nhọn. Vẽ bên ngoài tam giác ABC các tam giác vuông cân đỉnh A là ABD và ACE . Gọi M trung điểm của đoạn BC . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. AM song song với DE . B. AM vuông góc với BC .
C. AM vuông góc với DE . D. BC song song với DE .
- Câu 10:** Cho tam giác ABC là tam giác đều, G là trọng tâm của tam giác. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = \frac{3}{2} AB^2$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} AB^2$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = \frac{\sqrt{3}}{2} AB^2$.
- Câu 11:** Cho ba điểm A, B, C phân biệt không thẳng hàng. Tập hợp những điểm M khác A, B, C thỏa mãn $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ là
- A. đường tròn đường kính AB .
B. đường thẳng đi qua A và vuông góc với CB , không kể điểm A .
C. đường thẳng đi qua B và vuông góc với AC , không kể điểm B .
D. đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB , không kể điểm C .
- Câu 12:** Tập hợp các điểm M không nằm trên đường thẳng AB thỏa mãn $\overrightarrow{MB} \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) = 0$ với A, B là hai điểm phân biệt bất kỳ là
- A. đường thẳng. B. đường tròn. C. đoạn thẳng. D. một điểm.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho tam giác đều ABC , đường cao AH .
- a) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 60^\circ$.
b) $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ$.
c) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ$.
d) $(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{AB}) = 30^\circ$.
- Câu 2:** Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B , biết $AD = a, BC = 3a$ và cạnh $AB = 2a$.
- a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -4a^2$.
b) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD} = 2a^2$.
c) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = -2a^2$.
d) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD . Khi đó $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{IJ} = 6a^2$.
- Câu 3:** Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Gọi M là trung điểm AB , G là trọng tâm tam giác ADM .
- a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = a^2$.
b) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{3}$.
c) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$.
d) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC}) = a^2$.

Câu 4: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $BC = 2a$.

- a) $\widehat{ACB} = 30^\circ$.
- b) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$.
- c) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = 3a^2$.
- d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = -4a^2$.

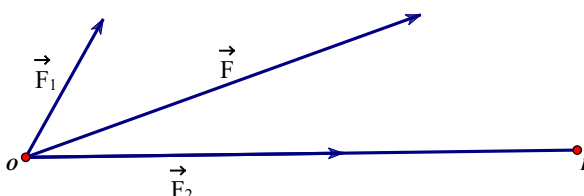
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Hai người cùng kéo một vật nặng bằng cách như sau. Mỗi người cầm vào một sợi dây cùng buộc vào vật nặng đó, và hai sợi dây đó hợp với nhau một góc 120° . Người thứ nhất kéo một lực là $100N$, người thứ hai kéo một lực là $120N$. Hỏi hợp lực tạo ra là bao nhiêu N ? (làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 2: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 3. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $BM = 1$, trên cạnh CD lấy điểm N sao cho $DN = 1$ và P là trung điểm BC . Tính $\cos \widehat{MNP}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3: Một máy bay bay từ hướng tây sang hướng đông với tốc độ $800(km/h)$ thì gặp luồng gió thổi từ hướng tây bắc sang hướng đông nam với tốc độ $100(km/h)$. Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm tốc độ mới của máy bay theo đơn vị km/h (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị km/h).

Câu 4: Hai lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ có độ lớn $|\overrightarrow{F_1}| = 10N, |\overrightarrow{F_2}| = 20N$ và tạo với nhau một góc $(\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}) = 60^\circ$ cùng tác dụng lên một vật đặt tại điểm O làm cho vật di chuyển theo hướng từ O đến B (như hình vẽ). Biết $OB = 100m$ và chỉ có hai lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ tác động lên vật.



Tính công A của hợp lực $\overrightarrow{F}$ của $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ khi di chuyển vật từ O đến B ?

Câu 5: Một khinh khí cầu đang bay từ hướng tây sang hướng đông với tốc độ $12km/h$ thì gặp luồng gió thổi từ hướng tây bắc sang hướng đông nam với vận tốc $10km/h$. Khinh khí cầu bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm vận tốc mới của khinh khí cầu (làm tròn kết quả đến hàng phần chục theo đơn vị km/h)?

Câu 6: Cho $AB = 1$. Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn thỏa mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 2$ là một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho tam giác ABC đều. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{CB}$ bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 120° . D. 90° .

Lời giải

Ta có: $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \widehat{ACB} = 60^\circ$

Câu 2: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Biết $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$?

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. $4\sqrt{3}$. D. 1.

Lời giải

Ta có: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3}$

Câu 3: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = AC = a$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng

- A. $-a^2$. B. a^2 . C. $-a^2\sqrt{2}$. D. $a^2\sqrt{2}$.

Lời giải

Từ giả thiết suy ra $BC = a\sqrt{2}$, $\widehat{ABC} = 45^\circ$.

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -BA \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = -a \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = -a^2$.

Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DB}$ bằng

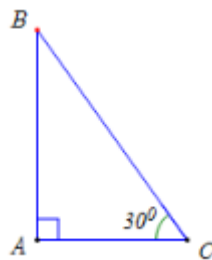
- A. $-a^2$. B. a^2 . C. $-a^2\sqrt{2}$. D. $a^2\sqrt{2}$.

Lời giải

Từ giả thiết suy ra $DB = a\sqrt{2}$, $\widehat{ABD} = 45^\circ$.

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DB} = (-\overrightarrow{BA}) \cdot (-\overrightarrow{BD}) = BA \cdot BD \cdot \cos \widehat{ABD} = a \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = a^2$.

Câu 5: Cho tam giác ABC vuông tại A và có $\widehat{C} = 30^\circ$. Góc giữa $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng



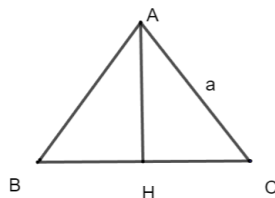
- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Lời giải

Ta có: $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \widehat{ABC}$.

Do $\triangle ABC$ vuông tại A và có $\widehat{C} = 30^\circ$ nên $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

Câu 6: Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a và H là trung điểm của BC . Tính $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC}$?



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

B. 0.

C. a^2 .

D. $\frac{a^2}{2}$.

Lời giải

Do $\triangle ABC$ đều và có H là trung điểm của BC nên $AH \perp BC$

Suy ra: $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$

Câu 7: Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a$. Tính $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

A. $-9a^2$.

B. $3a^2$.

C. 0.

D. $9a^2$.

Lời giải

Vì $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DA} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{AD} = -9a^2$.

Câu 8: Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 8$ và $BD = 6$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 24$.

B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 26$.

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 28$.

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 32$.

Lời giải

Gọi $O = AC \cap BD$, giả thiết không cho góc, ta phân tích các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ theo các vectơ có giá vuông góc với nhau.

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} + 0 = \frac{1}{2} AC^2 = 32$.

Câu 9: Cho tam giác ABC có góc A nhọn. Vẽ bên ngoài tam giác ABC các tam giác vuông cân đỉnh A là ABD và ACE . Gọi M trung điểm của đoạn BC . Khẳng định nào sau đây đúng?

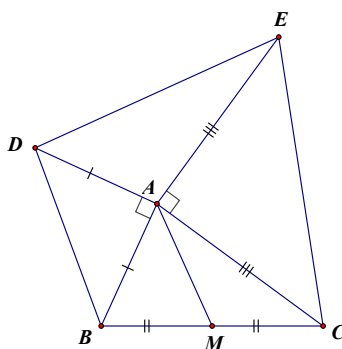
A. AM song song với DE .

B. AM vuông góc với BC .

C. AM vuông góc với DE .

D. BC song song với DE .

Lời giải



Ta chứng minh $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{DE} = 0$. Thật vậy:

$$2\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{DE} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$$

$$= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = AB \cdot AE \cdot \cos(90^\circ + A) - AC \cdot AD \cdot \cos(90^\circ + A) = 0 \quad (\text{do } AB = AD, AE = AC)$$

).

Nên $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{DE} = 0$ suy ra AM vuông góc với DE .

Câu 10: Cho tam giác ABC là tam giác đều, G là trọng tâm của tam giác. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = \frac{3}{2} AB^2$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} AB^2$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = \frac{\sqrt{3}}{2} AB^2$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = AB^2 \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} AB^2$.

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = AB \cdot AG \cdot \cos \widehat{BAG} = AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot AB \cdot \cos 30^\circ = \frac{1}{2} AB^2$

Câu 11: Cho ba điểm A, B, C phân biệt không thẳng hàng. Tập hợp những điểm M khác A, B, C thỏa mãn $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ là

- A. đường tròn đường kính AB .
 B. đường thẳng đi qua A và vuông góc với CB , không kể điểm A .
 C. đường thẳng đi qua B và vuông góc với AC , không kể điểm B .
 D. đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB , không kể điểm C .

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$

Do $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ và $\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}$ đều khác $\vec{0}$ nên $(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}) = 90^\circ \Rightarrow CM \perp AB$

Vậy tập hợp điểm M là đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB .

Câu 12: Tập hợp các điểm M không nằm trên đường thẳng AB thỏa mãn $\overrightarrow{MB} \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) = 0$ với A, B là hai điểm phân biệt bất kỳ là

- A. đường thẳng. B. đường tròn. C. đoạn thẳng. D. một điểm.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB , ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}, \forall M$. Khi đó

$\overrightarrow{MB} \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) = 0 \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MI} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MI} = 0$.

Vì $M \neq I$ nên $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MI} = 0 \Leftrightarrow MB \perp MI$.

Vậy điểm M luôn nhìn đoạn thẳng BI dưới một góc vuông, suy ra điểm M thuộc đường tròn đường kính BI .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác đều ABC , đường cao AH .

- a) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 60^\circ$.
 b) $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ$.
 c) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ$.
 d) $(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{AB}) = 30^\circ$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng

Ta có: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{BAC} = 60^\circ$.

b) Đúng

Tam giác ABC đều nên $AH \perp BC$. Suy ra $(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ$

c) Đúng

Dựng hình bình hành $ABCD$, ta có: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.

Suy ra: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \widehat{BAD} = 180^\circ - \widehat{ABC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

d) Sai

Dựng hình bình hành $ABEH$, ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{HE}$.

Suy ra: $(\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{AB}) = (\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HE}) = \widehat{AHE} = 180^\circ - \widehat{BAH} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$.

Câu 2: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B , biết $AD = a, BC = 3a$ và cạnh $AB = 2a$.

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -4a^2$.

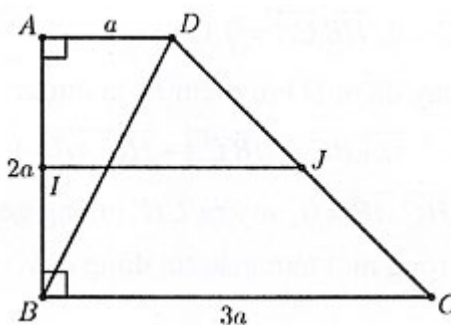
b) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD} = 2a^2$.

c) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = -2a^2$.

d) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD . Khi đó $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{IJ} = 6a^2$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



a) Đúng

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BA} + \underbrace{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}}_0 = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}^2 = -4a^2$.

b) Sai

Ta có: $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD} = BC \cdot BD \cdot \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}) = BC \cdot BD \cdot \cos \widehat{DBC}$
 $= BC \cdot BD \cdot \cos \widehat{BDA} = BC \cdot BD \cdot \frac{AD}{BD} = BC \cdot AD = 3a^2$.

(trong đó $\widehat{DBC} = \widehat{BDA}$ vì là hai góc so le trong).

c) Sai

Ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} \\ &= -\overrightarrow{AB}^2 + 0 + 0 + BC \cdot AD \cdot \cos 0 = -a^2. \end{aligned}$$

d) Đúng

Ta có: $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{IJ} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{IJ} = BC \cdot IJ \cdot \cos 0^\circ = 6a^2$.

Câu 3: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Gọi M là trung điểm AB , G là trọng tâm tam giác ADM .

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = a^2$.

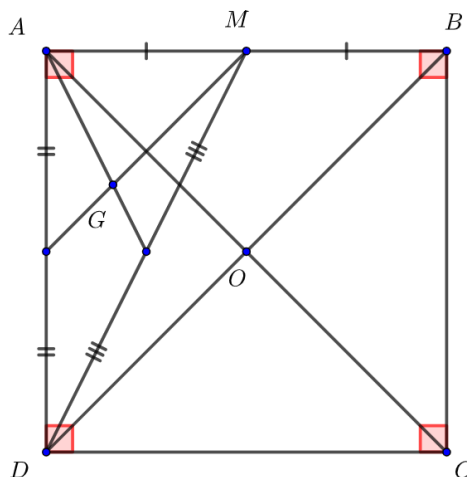
b) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{3}$.

c) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$.

d) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC}) = a^2$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------



Xét tam giác ABC vuông tại B có: $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (định lý Pythagore).

Suy ra $AC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$.

Do $ABCD$ là hình vuông nên ta có $AC = BD = a\sqrt{2}$ và $AC \perp BD$.

a) Sai.

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CA}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CA}) = a \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 135^\circ = -a^2$.

b) Sai.

Ta có: $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AM}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}) = \frac{a}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = \frac{a^2}{2}$.

c) Đúng.

Ta có:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AC} &= |\overrightarrow{AD}| \cdot |\overrightarrow{BD}| \cdot \cos(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BD}) + |\overrightarrow{OM}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AC}) \\ &= a \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ + \frac{a}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos 135^\circ = \frac{a^2}{2}. \end{aligned}$$

d) Đúng.

Ta có:

$$\begin{aligned} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC}) &= \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}) \\ &= a\sqrt{2} \cdot a \cdot \cos 45^\circ = a^2 \quad (\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \text{ vì } AC \perp BD). \end{aligned}$$

Câu 4: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $BC = 2a$.

a) $\widehat{ACB} = 30^\circ$.

b) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$.

c) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = 3a^2$.

d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = -4a^2$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng.

$$\text{Ta có } \sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{ACB} = 30^\circ.$$

b) Đúng.

$$\text{Ta có } AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Khi đó, } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}(BA^2 + BC^2 - AC^2) = \frac{1}{2}(a^2 + 4a^2 - 3a^2) = a^2.$$

c) Sai.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = -CB \cdot CA \cdot \cos \widehat{ACB} = -2a \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -3a^2$$

d) Đúng.

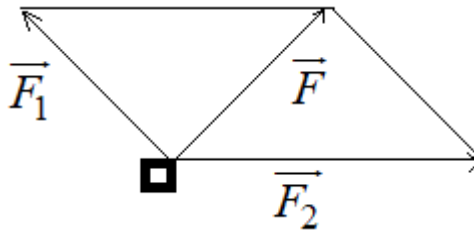
$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} &= -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} \\ &= -\frac{1}{2}(BA^2 + BC^2 - AC^2) - \frac{1}{2}(CB^2 + CA^2 - AB^2) - \frac{1}{2}(AC^2 + AB^2 - BC^2) \\ &= -\frac{1}{2}(AB^2 + BC^2 + CA^2) = -\frac{1}{2}(a^2 + 4a^2 + 3a^2) = -4a^2. \end{aligned}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Hai người cùng kéo một vật nặng bằng cách như sau. Mỗi người cầm vào một sợi dây cùng buộc vào vật nặng đó, và hai sợi dây đó hợp với nhau một góc 120° . Người thứ nhất kéo một lực là $100N$, người thứ hai kéo một lực là $120N$. Hỏi hợp lực tạo ra là bao nhiêu N ? (làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 111



Gọi $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$, lần lượt là các lực kéo 2 sợi dây và $\overrightarrow{F}$ là lực tổng hợp của chúng.

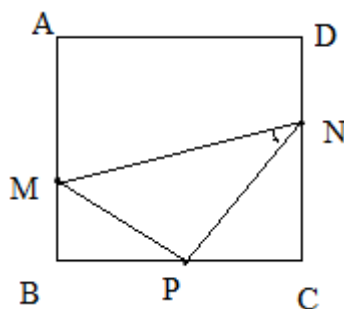
$$\text{Ta có: } \overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} \Rightarrow F^2 = F_1^2 + 2\overrightarrow{F_1} \cdot \overrightarrow{F_2} + F_2^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 120 \cdot \cos 120^\circ + 120^2 = 12400$$

$$F = \sqrt{12400} = 20\sqrt{31} \approx 111,35528 \approx 111$$

Câu 2: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 3. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $BM = 1$, trên cạnh CD lấy điểm N sao cho $DN = 1$ và P là trung điểm BC . Tính $\cos \widehat{MNP}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,82.



Ta có $\overrightarrow{NM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{NP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

Suy ra $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = \frac{2}{9} \cdot 9 + \frac{1}{2} \cdot 9 = \frac{13}{2}$

Mặt khác $|\overrightarrow{NM}| = \sqrt{10}$, $|\overrightarrow{NP}| = \frac{5}{2} \Rightarrow \cos \widehat{MNP} = \frac{13}{5\sqrt{10}}$

Câu 3: Một máy bay bay từ hướng tây sang hướng đông với tốc độ $800(km/h)$ thì gặp luồng gió thổi từ hướng tây bắc sang hướng đông nam với tốc độ $100(km/h)$. Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm tốc độ mới của máy bay theo đơn vị km/h (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị km/h).

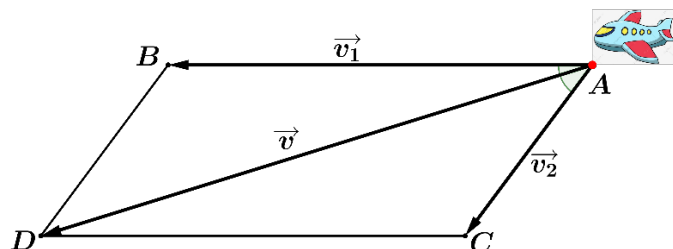
Lời giải

Trả lời: 874.

Giả sử vận tốc của máy bay theo hướng tây sang đông là $\vec{v}_1$, vận tốc của luồng gió theo hướng đông bắc sang tây nam là $\vec{v}_2$ và vận tốc mới của máy bay chính là $\vec{v}$ thỏa mãn $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$.

Theo bài ra ta có: $|\vec{v}_1| = 800 km/h$, $|\vec{v}_2| = 100 km/h$, $(\vec{v}_1, \vec{v}_2) = 45^\circ$.

Khi đó bài toán được biểu diễn như hình sau:



Khi đó ta có: $ABDC$ là hình bình hành có $\widehat{BAC} = 45^\circ$, suy ra $\widehat{DBA} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$,

$BD = |\vec{v}_2| = 100$, $AB = |\vec{v}_1| = 800$.

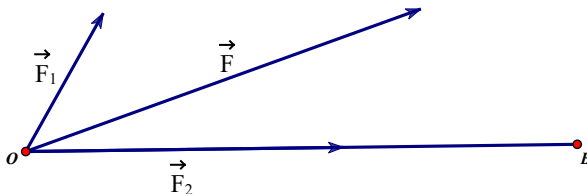
Áp dụng định lí sin trong tam giác ABD , ta có:

$AD^2 = BD^2 + BA^2 - 2BA \cdot BD \cdot \cos B = 100^2 + 800^2 - 2 \cdot 100 \cdot 800 \cdot \cos 135^\circ \approx 763137,085$.

Suy ra $AD \approx 873,5771775(km/h)$.

Vậy tốc độ mới của máy bay là $|\vec{v}| = AD \approx 874(km/h)$.

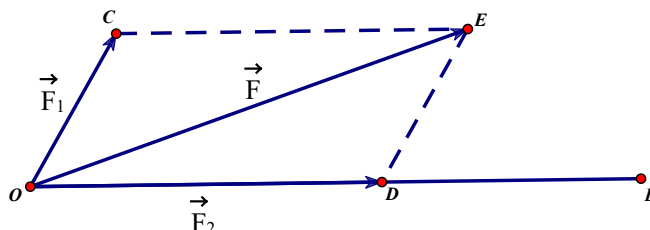
Câu 4: Hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có độ lớn $|\vec{F}_1| = 10 N$, $|\vec{F}_2| = 20 N$ và tạo với nhau một góc $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 60^\circ$ cùng tác dụng lên một vật đặt tại điểm O làm cho vật di chuyển theo hướng từ O đến B (như hình vẽ). Biết $OB = 100 m$ và chỉ có hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ tác động lên vật.



Tính công A của hợp lực $\vec{F}$ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ khi di chuyển vật từ O đến B ?

Lời giải

Trả lời: 2500



Vì $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ nên

$$(\vec{F})^2 = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)^2 = (\vec{F}_1)^2 + (\vec{F}_2)^2 + 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = (\vec{F}_1)^2 + (\vec{F}_2)^2 + 2|\vec{F}_1| \cdot |\vec{F}_2| \cdot \cos(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 700. \text{ Do đó: } |\vec{F}| = 10\sqrt{7} \text{ (N)}.$$

$$\text{Xét tam giác } ODE \text{ ta có: } \cos(\widehat{DOE}) = \frac{OD^2 + OE^2 - DE^2}{2OD \cdot OE} = \frac{5\sqrt{7}}{14}. \text{ Suy ra: } \cos(\vec{F}, \vec{OB}) = \frac{5\sqrt{7}}{14}.$$

$$\text{Vậy công của lực } \vec{F} \text{ là: } A = \vec{F} \cdot \vec{OB} = |\vec{F}| \cdot |\vec{OB}| \cdot \cos(\vec{F}, \vec{OB}) = 2500 \text{ (J)}$$

Câu 5: Một khinh khí cầu đang bay từ hướng tây sang hướng đông với tốc độ 12 km/h thì gặp luồng gió thổi từ hướng tây bắc sang hướng đông nam với vận tốc 10 km/h. Khinh khí cầu bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm vận tốc mới của khinh khí cầu (*làm tròn kết quả đến hàng phần chục theo đơn vị km/h*)?

Lời giải

Trả lời: 24,1

Gọi $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}$ tương ứng là vận tốc của khinh khí cầu, vận tốc của gió và vận tốc của khinh khí cầu sau khi gặp gió thổi.

$$\text{Ta có: } |\vec{v}_1| = 16, |\vec{v}_2| = 10, (\vec{v}_1, \vec{v}_2) = 45^\circ.$$

$$\begin{aligned} \text{Vì } \vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \text{ nên } (\vec{v})^2 &= (\vec{v}_1 + \vec{v}_2)^2 = (\vec{v}_1)^2 + (\vec{v}_2)^2 + 2\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 16^2 + 10^2 + 2|\vec{v}_1||\vec{v}_2| \cdot \cos(\vec{v}_1, \vec{v}_2) \\ &= 16^2 + 10^2 + 2 \cdot 16 \cdot 10 \cdot \cos(45^\circ) = 356 + 160\sqrt{2}. \text{ Do đó: } |\vec{v}| = \sqrt{356 + 160\sqrt{2}} \approx 24,1. \end{aligned}$$

Câu 6: Cho $AB = 1$. Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn thỏa mãn $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 2$ là một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

Lời giải

Trả lời: 1,5

Lấy I là trung điểm của AB .

$$\text{Khi đó } \vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}.$$

Ta có:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) \\ &= \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) + \overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB}\end{aligned}$$

Khi đó, $2 = MI^2 - \frac{1}{4} \Leftrightarrow MI^2 = \frac{9}{4}$.

Suy ra M thuộc đường tròn tâm I bán kính $\frac{3}{2}$.

----- HẾT -----

CHƯƠNG

IV

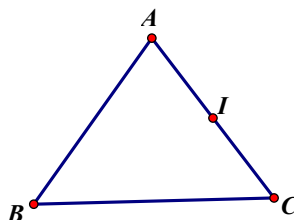
VECTƠ

BÀI: TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO

ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Cho tam giác ABC vuông tại A và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Góc giữa hai vec-tơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng
A. $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 150^\circ$. **B.** $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ$. **C.** $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ$. **D.** $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 60^\circ$.
- Câu 2:** Cho tam giác ABC đều. Góc giữa hai vec-tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng
A. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 30^\circ$. **B.** $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 45^\circ$. **C.** $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ$. **D.** $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 135^\circ$.
- Câu 3:** Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng a . Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng
A. $\frac{a^2}{2}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** a^2 .
- Câu 4:** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 3 . Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng
A. $9\sqrt{3}$. **B.** $9\sqrt{2}$. **C.** 9 . **D.** $\frac{9\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 5:** Cho tam giác ABC vuông tại B , cạnh $AB = a$, $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng
A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^2}{2}$. **C.** $3a^2$. **D.** a^2 .
- Câu 6:** Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 40^\circ$. Góc giữa hai vector $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{CB}$ bằng:
A. 140° . **B.** 50° . **C.** 130° . **D.** 90° .
- Câu 7:** Cho tam giác ABC đều cạnh a . Gọi I là trung điểm của AC . Tính tích vô hướng của hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AI}$.



- A.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a^2\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^2}{4}$.
- Câu 8:** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{BD}$.
A. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{BD} = a^2$. **B.** $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{BD} = 0$.
C. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{BD} = 2\sqrt{2}a^2$. **D.** $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{BD} = \sqrt{2}a^2$.

- Câu 9:** Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B , biết $AD = a, BC = 3a$ và cạnh $AB = 2a$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD . Khi đó $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{IJ}$ bằng bao nhiêu?
A. $2a^2$. **B.** $3a^2$. **C.** $6a^2$. **D.** a^2 .
- Câu 10:** Cho hình thoi $ABCD$ với cạnh có độ dài bằng 5 và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Tính $\overrightarrow{BC} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$
A. $\frac{25}{2}$. **B.** $-\frac{25}{2}$. **C.** 25. **D.** -25.
- Câu 11:** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 3. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $BM = 1$, trên cạnh CD lấy điểm N sao cho $DN = 1$ và P là trung điểm BC . Tính $\cos \widehat{MNP}$?
A. $\frac{39}{45\sqrt{10}}$. **B.** $-\frac{39}{45\sqrt{10}}$. **C.** $-\frac{13}{5\sqrt{10}}$. **D.** $\frac{13}{5\sqrt{10}}$.
- Câu 12:** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và $AD = a\sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của cạnh AD . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?
A. $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$. **B.** $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = -a^2\sqrt{2}$. **C.** $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2\sqrt{2}$. **D.** $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = 2a^2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a, BC = 2a$.
 a) $\widehat{ACB} = 60^\circ$
 b) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$
 c) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = 3a^2$.
 d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = -4a^2$
- Câu 2:** Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD, AB .
 a) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{CA} = a^2$.
 b) $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AD} = -\frac{a^2}{2}$.
 c) $CM \perp DN$.
 d) Tập hợp điểm K thỏa mãn $KA^2 + KD^2 + KC^2 = 10a^2$ là một đường tròn.
- Câu 3:** Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Biết $AD = a, BC = 3a, AB = 2a$. Khi đó các khẳng định sau đúng hay sai?
 a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$
 b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = 4a^2$.
 c) $|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}|^2 = AC^2 + BD^2 - 2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$
 d) Tập hợp điểm M thỏa mãn $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = 0$ là đường tròn bán kính PI , với P, I lần lượt là trung điểm của AB, CD

Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , G là trọng tâm tam giác ABC .

- a) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$
- b) $\overrightarrow{AC}^2 = a^2$
- c) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DC} = -a^2$
- d) $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{a^2}{3}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một người dùng lực $\vec{F}$ có độ lớn là $80N$ kéo một vật di chuyển theo một vector $\vec{d}$ có độ dài $100m$, biết $(\vec{F}, \vec{d}) = 60^\circ$. Tính công sinh bởi lực $\vec{F}$?

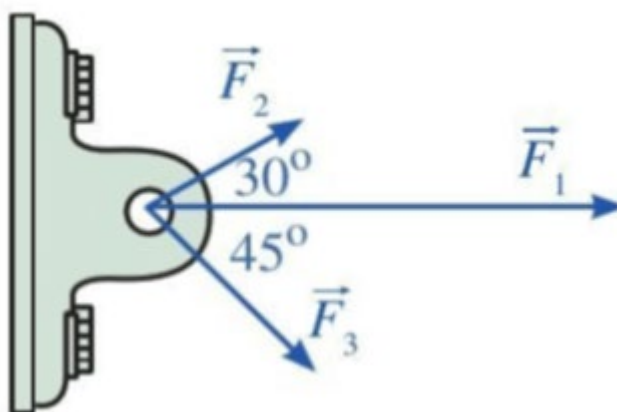
Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ $500km/h$ thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ $40km/h$. Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm vận tốc mới của máy bay (làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị km/h)

Câu 2: Cho tam giác ABC có $AB = 2$; $AC = 3$; $\hat{A} = 60^\circ$. M là trung điểm của AB ; K là điểm thuộc cạnh AC sao cho $\overrightarrow{AK} = k \cdot \overrightarrow{AC}$. Tìm k để $\overrightarrow{CM} \perp \overrightarrow{BK}$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 3: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3$ và $AD = 3\sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của cạnh AD . Tính $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC}$?

Câu 4: Cho 2 vector vector $\vec{a}, \vec{b}$ biết $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2$ và $|2\vec{a} + \vec{b}| = 2$. Tính giá trị cos của góc giữa 2 vector $\vec{a} + 2\vec{b}$ và $\vec{a} - \vec{b}$.

Câu 5: Một vật đồng thời bị ba lực tác động: Lực tác động thứ nhất $\vec{F}_1$ có độ lớn là $1500N$, lực tác động thứ hai $\vec{F}_2$ có độ lớn là $600N$, lực tác động thứ ba $\vec{F}_3$ có độ lớn là $800N$. Các lực này được biểu diễn bằng những vector như hình vẽ, với $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 30^\circ, (\vec{F}_1, \vec{F}_3) = 45^\circ$ và $(\vec{F}_2, \vec{F}_3) = 75^\circ$. Tính độ lớn lực tổng hợp tác động lên vật (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

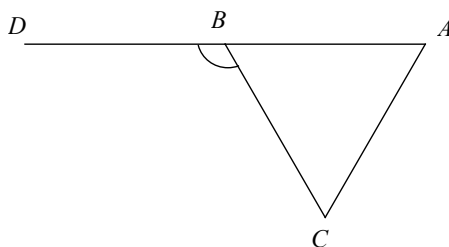
- Câu 1:** Cho tam giác ABC vuông tại A và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Góc giữa hai vec-tơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng
A. $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 150^\circ$. **B.** $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ$. **C.** $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ$. **D.** $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 60^\circ$.

Lời giải

Ta có $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \widehat{ABC} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

- Câu 2:** Cho tam giác ABC đều. Góc giữa hai vec-tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng
A. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 30^\circ$. **B.** $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 45^\circ$. **C.** $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 120^\circ$. **D.** $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 135^\circ$.

Lời giải



Dựng $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB}$.

Khi đó $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}) = \widehat{DBC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

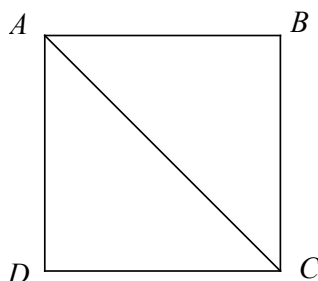
- Câu 3:** Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng a . Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng
A. $\frac{a^2}{2}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** a^2 .

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$.

- Câu 4:** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 3. Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng
A. $9\sqrt{3}$. **B.** $9\sqrt{2}$. **C.** 9. **D.** $\frac{9\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



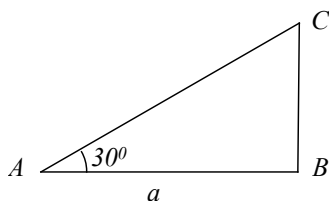
Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $\widehat{BAC} = 45^\circ$.

Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 3 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = 9$.

- Câu 5:** Cho tam giác ABC vuông tại B , cạnh $AB = a$, $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng
- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^2}{2}$. C. $3a^2$. D. a^2 .

Lời giải



Trong tam giác vuông ABC có $\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AC = \frac{AB}{\cos \widehat{BAC}} = \frac{a}{\cos 30^\circ}$.

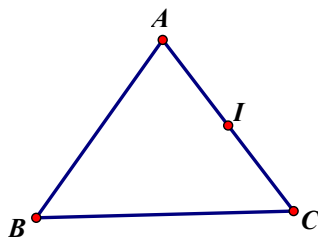
Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = a \cdot \frac{a}{\cos 30^\circ} \cdot \cos 30^\circ = a^2$.

- Câu 6:** Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 40^\circ$. Góc giữa hai vector $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{CB}$ bằng:
- A. 140° . B. 50° . C. 130° . D. 90° .

Lời giải

Ta có $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \widehat{ACB} = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$.

- Câu 7:** Cho tam giác ABC đều cạnh a . Gọi I là trung điểm của AC . Tính tích vô hướng của hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AI}$.



- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. B. $a^2\sqrt{3}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^2}{4}$.

Lời giải

Ta có $|\overrightarrow{AB}| = a$, $|\overrightarrow{AI}| = \frac{a}{2}$ và góc giữa hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AI}$ bằng 60° nên

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AI} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AI}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AI}) = a \cdot \frac{a}{2} \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{4}$$

- Câu 8:** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{BD}$.

- A. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{BD} = a^2$. B. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{BD} = 0$.
C. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{BD} = 2\sqrt{2}a^2$. D. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{BD} = \sqrt{2}a^2$.

Lời giải

Ta có $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$ (vì $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BD}$)

- Câu 9:** Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B , biết $AD = a$, $BC = 3a$ và cạnh $AB = 2a$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD . Khi đó $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{IJ}$ bằng bao nhiêu?

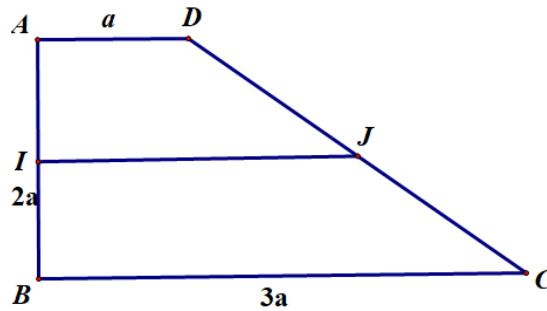
A. $2a^2$.

B. $3a^2$.

C. $6a^2$.

D. a^2 .

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{IJ} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{IJ} = BC \cdot IJ \cdot \cos 0^\circ = 6a^2$.

Câu 10: Cho hình thoi $ABCD$ với cạnh có độ dài bằng 5 và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Tính $\overrightarrow{BC} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$

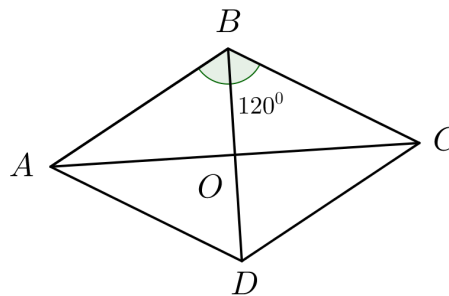
A. $\frac{25}{2}$.

B. $-\frac{25}{2}$.

C. 25.

D. -25.

Lời giải



$\overrightarrow{BC} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD} = BC \cdot BD \cdot \cos 60^\circ = \frac{25}{2}$

Câu 11: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 3. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $BM = 1$, trên cạnh CD lấy điểm N sao cho $DN = 1$ và P là trung điểm BC . Tính $\cos \widehat{MNP}$?

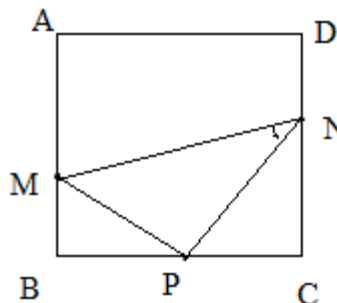
A. $\frac{39}{45\sqrt{10}}$.

B. $-\frac{39}{45\sqrt{10}}$.

C. $-\frac{13}{5\sqrt{10}}$.

D. $\frac{13}{5\sqrt{10}}$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{NM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{NP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

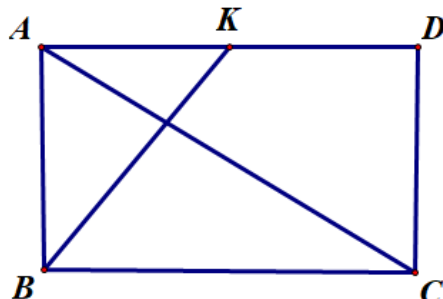
Suy ra $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = \frac{2}{9} \cdot 9 + \frac{1}{2} \cdot 9 = \frac{13}{2}$

Mặt khác $|\overrightarrow{NM}| = \sqrt{10}, |\overrightarrow{NP}| = \frac{5}{2} \Rightarrow \cos \widehat{MNP} = \frac{13}{5\sqrt{10}}$

Câu 12: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và $AD = a\sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của cạnh AD . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

- A.** $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$. **B.** $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = -a^2\sqrt{2}$. **C.** $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2\sqrt{2}$. **D.** $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = 2a^2$.

Lời giải



Ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = \left(\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \right) \cdot \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \right)$$

$$= \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AD} = -a^2 + 0 + 0 + \frac{1}{2}(a\sqrt{2})^2 = 0.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a, BC = 2a$.

- a) $\widehat{ACB} = 60^\circ$
 b) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$
 c) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = 3a^2$.
 d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = -4a^2$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

a) Sai

Xét tam giác vuông ABC : $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$,

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 30^\circ.$$

b) Đúng

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = BA \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = a \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} = a^2$$

c) Sai

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} &= -\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = -|\overrightarrow{CB}| \cdot |\overrightarrow{CA}| \cos \widehat{ACB} \\ &= -CB \cdot CA \cdot \cos 30^\circ = -2a \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -3a^2. \end{aligned}$$

d) Đúng

Vì tam giác ABC vuông tại A nên $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -a^2, \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = -3a^2$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB} = -a^2 - 3a^2 = -4a^2$.

Câu 2: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD, AB .

a) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{CA} = a^2$.

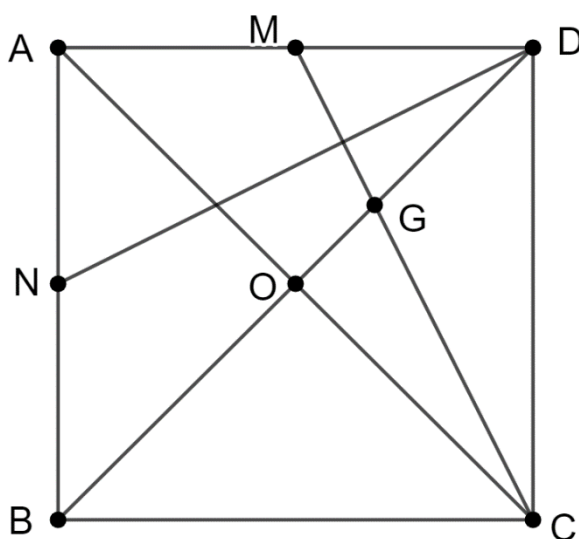
b) $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AD} = -\frac{a^2}{2}$.

c) $CM \perp DN$.

d) Tập hợp điểm K thỏa mãn $KA^2 + KD^2 + KC^2 = 10a^2$ là một đường tròn.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------



a) Sai

Ta có $AC = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

$$\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC} = -AO \cdot AC \cdot \cos 0^\circ = -\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2} = -a^2.$$

b) Đúng

$$\begin{aligned} \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AD} &= (\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = AM \cdot AD \cdot \cos 0^\circ - AC \cdot AD \cdot \cos 45^\circ \\ &= \frac{a}{2} \cdot a - a\sqrt{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2}{2} - a^2 = -\frac{a^2}{2}. \end{aligned}$$

c) Đúng

$$\begin{aligned} \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{DN} &= (\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AD}) = \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} \right) \cdot \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} \right) \\ &= \left(-\frac{1}{2} \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \right) \cdot \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} \right) = -\frac{1}{4} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} AD^2 - \frac{1}{2} AB^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \\ &= -\frac{1}{4} AD \cdot AB \cdot \cos 90^\circ + \frac{1}{2} a^2 - \frac{1}{2} a^2 + AB \cdot AD \cdot \cos 90^\circ = 0 \end{aligned}$$

Do đó $CM \perp DN$.

d) Đúng

Gọi G là trọng tâm tam giác ADC . Ta có

$$GA = GC = \sqrt{OG^2 + OC^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}a}{3};$$

$$GD = \frac{2}{3}OD = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Do đó } KA^2 + KD^2 + KC^2 = 10a^2 \Leftrightarrow (\overrightarrow{KG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{KG} + \overrightarrow{GD})^2 + (\overrightarrow{KG} + \overrightarrow{GC})^2 = 10a^2.$$

$$\Leftrightarrow 3KG^2 + GA^2 + GD^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{KG} \cdot (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GC}) = 10a^2$$

$$\Leftrightarrow 3KG^2 + \frac{5a^2}{9} + \frac{2a^2}{9} + \frac{5a^2}{9} + 0 = 10a^2 \Leftrightarrow KG = \frac{\sqrt{26}}{3}a.$$

Suy ra tập hợp điểm K thỏa mãn $KA^2 + KD^2 + KC^2 = 10a^2$ là đường tròn tâm G bán kính bằng $\frac{\sqrt{26}}{3}$.

Câu 3: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Biết $AD = a, BC = 3a, AB = 2a$. Khi đó các khẳng định sau đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$

b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = 4a^2$.

c) $|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}|^2 = AC^2 + BD^2 - 2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$

d) Tập hợp điểm M thỏa mãn $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = 0$ là đường tròn bán kính PI , với P, I lần lượt là trung điểm của AB, CD

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng.

$$AB \perp AD \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$$

b) Sai.

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = -2a \cdot AC \cdot \frac{AB}{AC} = -4a^2$$

c) Đúng.

$$|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}|^2 = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD})^2 = AC^2 + BD^2 - 2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$$

d) Sai.

$$(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = 0 \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MP} \cdot 2\overrightarrow{MI} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MI} = 0$$

Nếu M không trùng với P và I thì $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MI} = 0 \Leftrightarrow MP \perp MI$ nên M thuộc đường tròn đường kính PI .

Nếu M trùng với P hoặc I thì hiển nhiên M thuộc đường tròn đường kính PI .

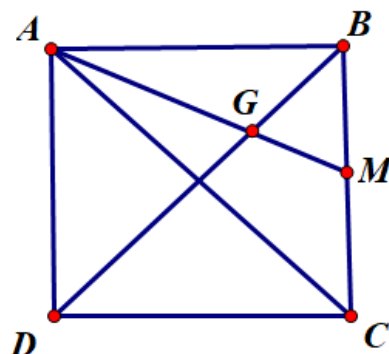
Vậy tập hợp điểm M thỏa mãn $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = 0$ là đường tròn đường kính PI .

Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , G là trọng tâm tam giác ABC .

- a) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$
- b) $\overrightarrow{AC}^2 = a^2$
- c) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DC} = -a^2$
- d) $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{a^2}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



a) Đúng.

$$AC \perp BD \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$$

b) Sai.

$$\overrightarrow{AC}^2 = AC^2 = (a\sqrt{2})^2 = 2a^2$$

c) Sai.

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = AC \cdot AB \cdot \cos 45^\circ = a\sqrt{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a^2$$

d) Đúng.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$$

$$\text{Suy ra: } \overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD})$$

$$= 0 + \frac{1}{3} \cdot AC \cdot AD \cdot \cos 45^\circ = \frac{1}{3} a\sqrt{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2}{3}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một người dùng lực $\vec{F}$ có độ lớn là $80N$ kéo một vật di chuyển theo một vector $\vec{d}$ có độ dài $100m$, biết $(\vec{F}, \vec{d}) = 60^\circ$. Tính công sinh bởi lực $\vec{F}$?

Lời giải

Trả lời: 4000

$$A = \vec{F} \cdot \vec{d} = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos(\vec{F}, \vec{d}) = 80 \cdot 100 \cdot \cos 60^\circ = 4000 (J)$$

Câu 2: Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ $500km/h$ thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ $40km/h$. Máy bay bị thay đổi vận tốc

sau khi gặp gió thổi. Tìm vận tốc mới của máy bay (làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị km/h)

Lời giải

Trả lời: 529

Gọi $\vec{v}_0$ là vận tốc của máy bay khi không có gió, $|\vec{v}_0| = 500 km/h$

Gọi $\vec{v}_1$ là vận tốc của gió, $|\vec{v}_1| = 40 km/h$

Gọi $\vec{v}_2$ là vận tốc của máy bay khi có gió, suy ra $\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}_0$

$$\begin{aligned} \Rightarrow |\vec{v}_2|^2 &= \vec{v}_2^2 = (\vec{v}_1 + \vec{v}_0)^2 = \vec{v}_1^2 + 2\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_0 + \vec{v}_0^2 \\ &= |\vec{v}_1|^2 + 2 \cdot |\vec{v}_1| \cdot |\vec{v}_0| \cdot \cos(\vec{v}_1, \vec{v}_0) + |\vec{v}_0|^2 \end{aligned}$$

Mà $(\vec{v}_1, \vec{v}_0) = 45^\circ$ nên $|\vec{v}_2|^2 = 500^2 + 40^2 + 2 \cdot 500 \cdot 40 \cdot \cos 45^\circ \approx 279884,27$

$$\Rightarrow |\vec{v}_2| \approx 529 (km/h).$$

Vậy vận tốc mới của máy bay làm tròn đến hàng đơn vị là $529(km/h)$

Câu 3: Cho tam giác ABC có $AB = 2$; $AC = 3$; $\hat{A} = 60^\circ$. M là trung điểm của AB ; K là điểm thuộc cạnh AC sao cho $\vec{AK} = k \cdot \vec{AC}$. Tìm k để $\vec{CM} \perp \vec{BK}$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,13

$$\text{Ta có: } \vec{CM} = \vec{AM} - \vec{AC} = \frac{1}{2} \vec{AB} - \vec{AC}$$

$$\vec{BK} = \vec{AK} - \vec{AB} = k \vec{AC} - \vec{AB}$$

$$\Rightarrow \vec{CM} \cdot \vec{BK} = \left(\frac{1}{2} \vec{AB} - \vec{AC} \right) \cdot (k \vec{AC} - \vec{AB}) = \frac{1}{2} k \vec{AB} \cdot \vec{AC} - \frac{1}{2} (\vec{AB})^2 - k (\vec{AC})^2 + \vec{AB} \cdot \vec{AC}$$

$$= \frac{1}{2} k \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ - \frac{1}{2} \cdot 2^2 - k \cdot 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ$$

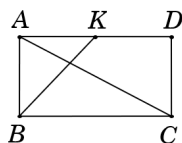
$$= \frac{-15}{2} k + 1$$

$$\text{Ta có: } \vec{CM} \perp \vec{BK} \Leftrightarrow \vec{CM} \cdot \vec{BK} = 0 \Leftrightarrow \frac{-15}{2} k + 1 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{2}{15} \approx 0,13.$$

Câu 4: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3$ và $AD = 3\sqrt{2}$. Gọi K là trung điểm của cạnh AD . Tính $\vec{BK} \cdot \vec{AC}$?

Lời giải

Trả lời: 0



$$\text{Ta có } AC = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{3^2 + (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC} = \left(\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \right) \cdot \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \right)$$

$$= \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AD} = -3^2 + 0 + 0 + \frac{1}{2}(3\sqrt{2})^2 = 0.$$

Câu 5: Cho 2 vector vector $\vec{a}, \vec{b}$ biết $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2$ và $|2\vec{a} + \vec{b}|=2$. Tính giá trị cos của góc giữa 2 vector $\vec{a} + 2\vec{b}$ và $\vec{a} - \vec{b}$.

Lời giải

Trả lời: -0,8

Ta có:

$$\bullet |2\vec{a} + \vec{b}| = 2 \Leftrightarrow 4\vec{a}^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 4 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -1.$$

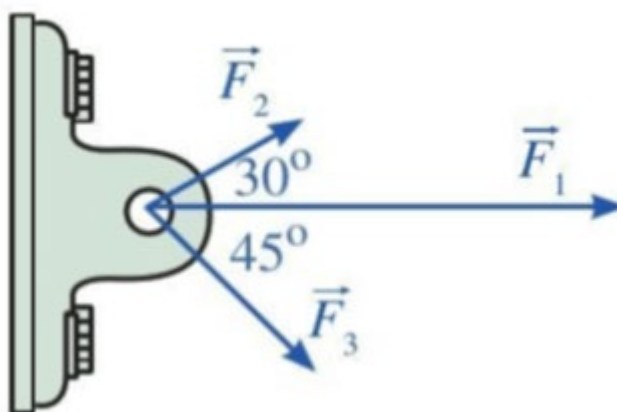
$$\bullet (\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{b}^2 = -4.$$

$$\bullet (\vec{a} + 2\vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4\vec{b}^2 = 5 \Rightarrow |\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{5}.$$

$$\bullet (\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 5 \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy: } \cos(\vec{a} + 2\vec{b}, \vec{a} - \vec{b}) = \frac{(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})}{|\vec{a} + 2\vec{b}| |\vec{a} - \vec{b}|} = \frac{-4}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{-4}{5} = -0,8.$$

Câu 6: Một vật đồng thời bị ba lực tác động: Lực tác động thứ nhất $\vec{F}_1$ có độ lớn là $1500N$, lực tác động thứ hai $\vec{F}_2$ có độ lớn là $600N$, lực tác động thứ ba $\vec{F}_3$ có độ lớn là $800N$. Các lực này được biểu diễn bằng những vector như hình vẽ, với $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 30^\circ, (\vec{F}_1, \vec{F}_3) = 45^\circ$ và $(\vec{F}_2, \vec{F}_3) = 75^\circ$. Tính độ lớn lực tổng hợp tác động lên vật (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 2599

Lực tổng hợp tác động lên vật là $\vec{F}$ với $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$.

Ta cần tìm độ lớn lực $\vec{F}$.

$$\begin{aligned}\vec{F}^2 &= \vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2 + \vec{F}_3^2 + 2\vec{F}_1.\vec{F}_2 + 2\vec{F}_2.\vec{F}_3 + 2\vec{F}_1.\vec{F}_3 \\ &= 1500^2 + 600^2 + 800^2 + 2.1500.600.\cos 30^\circ + 2.600.800.\cos 75^\circ + 2.1500.800.\cos 45^\circ \\ \Rightarrow |\vec{F}| &\approx 2599 \text{ N} .\end{aligned}$$

----- **HẾT** -----

CHƯƠNG

IV

VECTƠ

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG
ĐỀ TEST SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó điểm N nằm giữa hai điểm M và P . Khi đó các cặp vector nào sau đây cùng hướng?

- A. $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$. B. $\overrightarrow{NM}$ và $\overrightarrow{NP}$. C. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$. D. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$.

Câu 2: Hai vector được gọi là bằng nhau nếu

- A. Chúng có cùng hướng và cùng độ dài.
B. Chúng có hướng ngược nhau và cùng độ dài.
C. Chúng có cùng độ dài.
D. Chúng có cùng phương và cùng độ dài.

Câu 3: Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Chọn khẳng định sai?

- A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$.

Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Khi đó: $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{BO}| =$

- A. a . B. $\sqrt{2}a$. C. $\frac{a}{2}$. D. $2a$.

Câu 5: $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{HN} - \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{QH}$ bằng

- A. $\overrightarrow{MH}$. B. $\overrightarrow{MP}$. C. $\overrightarrow{MN}$. D. $\overrightarrow{PH}$.

Câu 6: Cho M là một điểm trên đoạn thẳng AB sao cho $AM = \frac{1}{4}AB$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{MA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$. B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{BM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MA}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của AB . Tìm điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

- A. M là trung điểm của BC . B. M là trung điểm của IC .
C. M là trung điểm của IA . D. M là điểm trên cạnh IC sao cho $IM = 2MC$.

Câu 8: Cho tam giác ABC , lấy điểm I trên cạnh AC sao cho $\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Biểu diễn $\overrightarrow{BI}$ theo hai vector $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{BI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. C. $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{BI} = -\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Câu 9: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = a$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -a^2$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 10: Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2, |\vec{a} - \vec{b}| = 4$. Tính $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b})$.

- A. -1 . B. $\frac{3}{2}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 11: Cho tam giác ABC với $\hat{A} = 60^\circ$. Tính tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA})$.

- A. 120° . B. 360° . C. 270° . D. 240° .

Câu 12: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a , trọng tâm G . Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CG}$ bằng

- A. $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$. B. $-\frac{a^2}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{a^2}{2}$. D. $-\frac{a^2}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và cạnh a . M là một điểm bất kỳ

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AO}$.
b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AC}$.
c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.
d) $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = 3a$.

Câu 2: Cho $\triangle ABC$ có G là trọng tâm, M là trung điểm của BC và $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $\overrightarrow{AM} = \frac{-3}{2} \overrightarrow{AG}$.
b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$.
c) Với I là điểm đối xứng với G qua M thì $\overrightarrow{GI} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$.
d) $|\overrightarrow{GM}| = \frac{1}{6}|\vec{a} + \vec{b}|$.

Câu 3: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5, (\vec{a}; \vec{b}) = 120^\circ$.

- a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \cdot \vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.
b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -7,5$.
c) $(\vec{a} + \vec{b})^2 = 19$.
d) $(\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = 8,5$.

Câu 4: Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi M là trung điểm BC , D là điểm đối xứng của B qua G .

a) $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

b) $\overrightarrow{CD} = \frac{-1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

c) $\overrightarrow{AD} = \frac{-1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

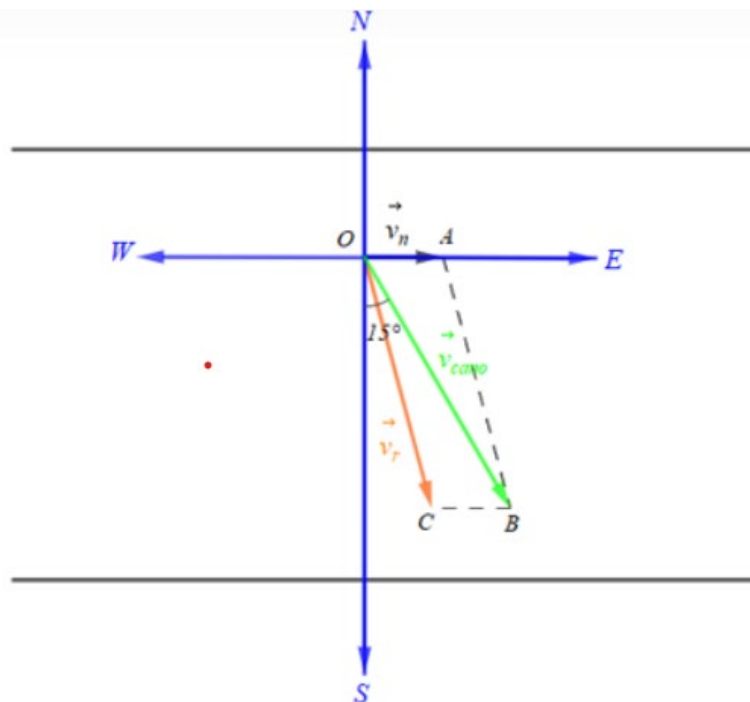
d) $\overrightarrow{MD} = \frac{-5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{BA}$ có điểm đầu và cuối thuộc 7 điểm A, B, C, D, E, F, O là (không tính $\overrightarrow{BA}$)?

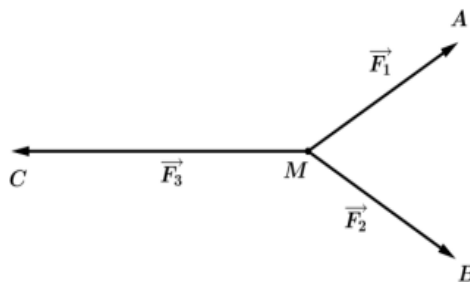
Câu 2: Cho hình thoi $ABCD$ tâm O , góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm AD và G là trọng tâm của tam giác ABC . Biết $\overrightarrow{GM} = \frac{m}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{n}{6}\overrightarrow{BC}$. Tính tổng $m+n$.

Câu 3: Trên sông, một ca nô đang chuyển động thẳng đều theo hướng $S15^\circ E$ với vận tốc có độ lớn bằng 21 km/h . Tính vận tốc riêng của ca nô, biết rằng nước trên sông chảy về hướng đông với vận tốc có độ lớn bằng 2 km/h (tham khảo hình vẽ). (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

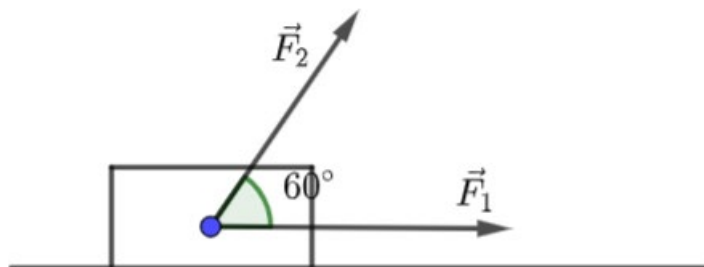


Câu 4: Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BP}$. Tìm k để ba điểm M, N, P thẳng hàng (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

- Câu 5:** Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của F_1, F_2 đều bằng 50 N và $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là bao nhiêu Newton? (làm tròn đến hàng phần mười)



- Câu 6:** Một vật nằm trên mặt phẳng ngang chịu tác dụng của hai lực $\vec{F}_1 = 50\text{ N}$ có phương song song với mặt phẳng ngang và $\vec{F}_2 = 30\text{ N}$ theo phương tạo với mặt phẳng ngang một góc 60° (như hình vẽ). Ta nhận thấy vật di chuyển theo phương nằm ngang một quãng đường 28 m.



Tính công sinh ra (đơn vị: Jun) bởi lực $\vec{F}$ là hợp lực của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ nói trên.

----- **HẾT** -----

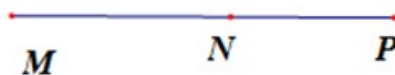
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, trong đó điểm N nằm giữa hai điểm M và P . Khi đó các cặp vector nào sau đây cùng hướng?

- A. $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$. B. $\overrightarrow{NM}$ và $\overrightarrow{NP}$. C. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$. **D. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$.**

Lời giải



$\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ là hai vec tơ cùng hướng.

Câu 2: Hai vector được gọi là bằng nhau nếu

- A. Chúng có cùng hướng và cùng độ dài.**
B. Chúng có hướng ngược nhau và cùng độ dài.
C. Chúng có cùng độ dài.
D. Chúng có cùng phương và cùng độ dài.

Lời giải

Hai vector được gọi là bằng nhau nếu chúng có cùng hướng và cùng độ dài.

Câu 3: Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Chọn khẳng định sai?

- A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. **D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$.**

Lời giải

Theo quy tắc ba điểm ta có:

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$ nên mệnh đề A là mệnh đề đúng.

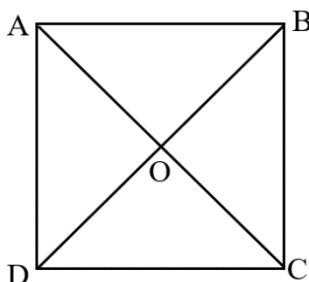
$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ nên mệnh đề B là mệnh đề đúng.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ nên mệnh đề C là mệnh đề đúng.

Câu 4: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Khi đó: $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{BO}| =$

- A. a .** B. $\sqrt{2}a$. C. $\frac{a}{2}$. D. $2a$.

Lời giải



$$|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{BO}| = |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{CB}| = CB = a.$$

Câu 5: $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{HN} - \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{QH}$ bằng

- A. $\overrightarrow{MH}$. B. $\overrightarrow{MP}$. **C. $\overrightarrow{MN}$.** D. $\overrightarrow{PH}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{HN} - \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{QH} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QH} + \overrightarrow{HN} = \overrightarrow{MN}$$

Câu 6: Cho M là một điểm trên đoạn thẳng AB sao cho $AM = \frac{1}{4}AB$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $\overrightarrow{MA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{BM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MA}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}$ cùng hướng và $AM = \frac{1}{4}AB$ nên

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}) \Leftrightarrow \frac{3}{4}\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MB} \text{ nên khẳng định A sai.}$$

Câu 7: Cho tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của AB . Tìm điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

- A.** M là trung điểm của BC . **B.** M là trung điểm của IC .
C. M là trung điểm của IA . **D.** M là điểm trên cạnh IC sao cho $IM = 2MC$.

Lời giải

Vì I là trung điểm của AB nên $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Do đó M là trung điểm của IC .

Câu 8: Cho tam giác ABC , lấy điểm I trên cạnh AC sao cho $\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Biểu diễn $\overrightarrow{BI}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{BI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{BI} = -\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} - 3(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BI}) = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{BI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}.$$

Câu 9: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = a$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$

- A.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$. **B.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -a^2$. **C.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$. **D.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -BA \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = -a \cdot a \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = -a^2.$$

Câu 10: Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2, |\vec{a} - \vec{b}| = 4$. Tính $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b})$.

- A.** -1 . **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } |\vec{a} - \vec{b}|^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2 = (\vec{a})^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + (\vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = 9 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 4 = 16$$

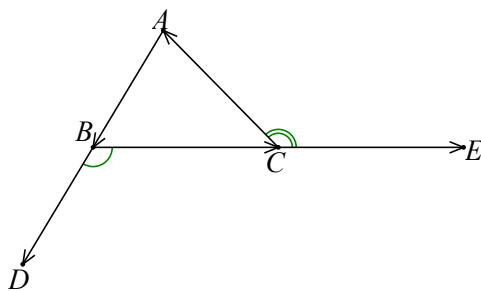
$$\text{Suy ra: } \vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{Vậy } (\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = (\vec{a})^2 - 2(\vec{b})^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 - 2|\vec{b}|^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} = 9 - 2 \cdot 4 - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{5}{2}$$

Câu 11: Cho tam giác ABC với $\hat{A} = 60^\circ$. Tính tổng $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA})$.

- A.** 120° . **B.** 360° . **C.** 270° . **D.** 240° .

Lời giải



Ta có: $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ - \widehat{BAC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

Vẽ các vector $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BC}$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) &= (\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CA}) = \widehat{CBD} + \widehat{ACE} \\ &= 180^\circ - \widehat{ABC} + 180^\circ - \widehat{ACB} = 360^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ \end{aligned}$$

Câu 12: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a , trọng tâm G . Tích vô hướng của hai vector $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CG}$ bằng

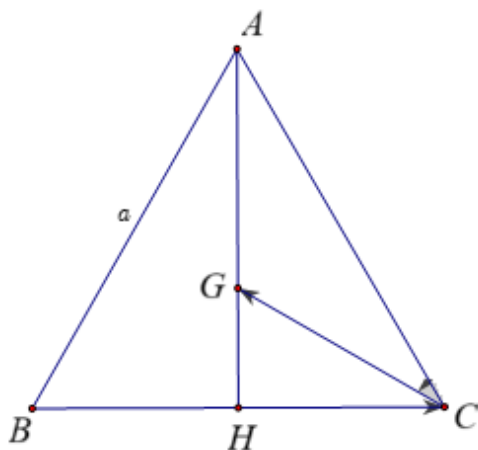
A. $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$.

B. $-\frac{a^2}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{a^2}{2}$.

D. $-\frac{a^2}{2}$.

Lời giải



$$\text{Ta có } CG = AG = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CG} &= -\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CG} = -|\overrightarrow{CB}| \cdot |\overrightarrow{CG}| \cdot \cos(\widehat{CBG}) = -CB \cdot CG \cdot \cos(\widehat{BCG}) \\ &= -CB \cdot CG \cdot \cos 30^\circ = -a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{a^2}{2}. \end{aligned}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và cạnh a . M là một điểm bất kỳ

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AO}$.

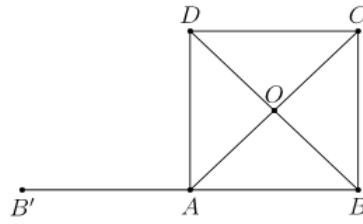
b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AC}$.

c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

d) $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = 3a$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



a) Đúng

Vì ABCD là hình vuông tâm O nên ta có $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BO}$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AO}.$$

b) Sai

Ta có: $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AO}$. Suy ra $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

c) Đúng

Vì ABCD là hình vuông nên ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$.

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC}$$

$$= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}.$$

d) Sai

Áp dụng quy tắc trừ ta có (Quy tắc hiệu hai vector)

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = (\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}) - (\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD})$$

$$= \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{BA}$$

$$\text{Suy ra } |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |2\overrightarrow{BA}| = 2BA = 2a.$$

Câu 2: Cho $\triangle ABC$ có G là trọng tâm, M là trung điểm của BC và $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\overrightarrow{AM} = \frac{-3}{2} \overrightarrow{AG}$.

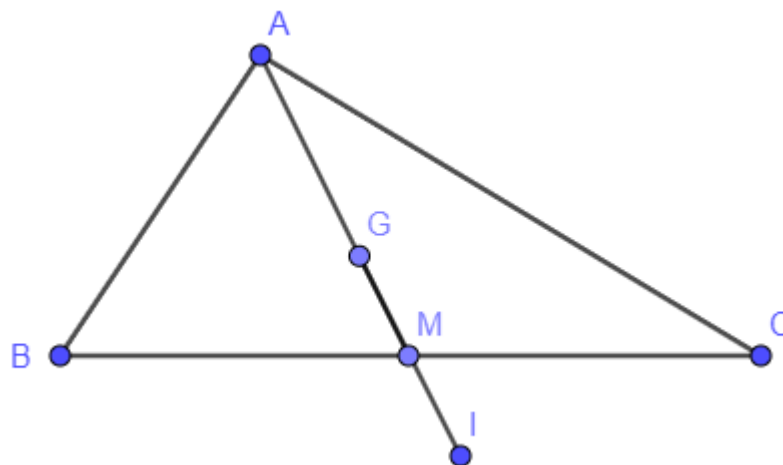
b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$.

c) Với I là điểm đối xứng với G qua M thì $\overrightarrow{GI} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$.

d) $|\overrightarrow{GM}| = \frac{1}{6}|\vec{a} + \vec{b}|$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------



a. Sai

ΔABC có G là trọng tâm nên ta có $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AG}$ (1).

b. Đúng

Ta có M là trung điểm của BC suy ra $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AG}$.

c. Sai

Từ giả thiết ta có G là trung điểm của AI nên $\overrightarrow{GI} = \overrightarrow{AG}$ (3).

Từ (1) và (3) suy ra $\overrightarrow{GI} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AM}$ (*)

Từ (2) $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$.

Vậy từ (*) ta có $\overrightarrow{GI} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b})$.

d. Đúng

Theo giả thiết M là trung điểm của GI nên $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{GI} = \frac{1}{6}(\vec{a} + \vec{b})$. Suy ra $|\overrightarrow{GM}| = \frac{1}{6}|\vec{a} + \vec{b}|$.

Câu 3: Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5, (\vec{a}; \vec{b}) = 120^\circ$.

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -7,5$.

c) $(\vec{a} + \vec{b})^2 = 19$.

d) $(\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = 8,5$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 3 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ = -7,5$.

$$(\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 3^2 + 2 \cdot (-7,5) + 5^2 = 19.$$

$$(\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{b}^2 = 3^2 - 7,5 - 2 \cdot 5^2 = -48,5.$$

Câu 4: Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi M là trung điểm BC , D là điểm đối xứng của B qua G .

a) $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

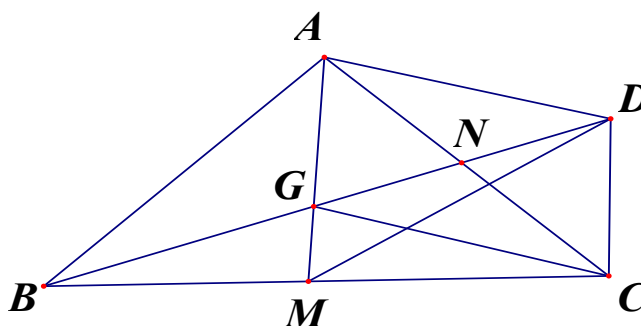
b) $\overrightarrow{CD} = \frac{-1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

c) $\overrightarrow{AD} = \frac{-1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

d) $\overrightarrow{MD} = \frac{-5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------



Theo tính chất trọng tâm của tam giác ΔABC ta có:

$$3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \Rightarrow a) \text{ đúng}$$

Gọi N là trung điểm AC từ giả thiết có N là trung điểm $GD \Rightarrow$ Tứ giác $AGCD$ là hình bình hành

Theo tính chất trung điểm $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

Có $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{GA} = -\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{-1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \Rightarrow b) \text{ sai}$

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{-1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \Rightarrow c) \text{ đúng}$

$\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AM} = \frac{-1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

$= \frac{-1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{-5}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

$\Rightarrow d) \text{ đúng}$

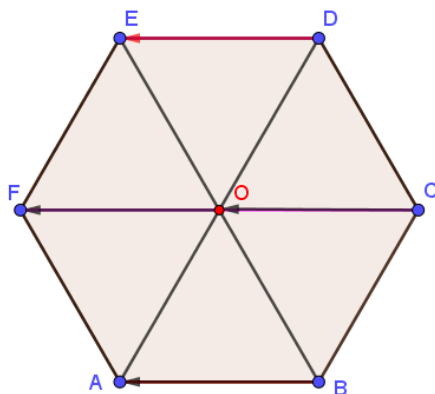
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số vector bằng vector $\overrightarrow{BA}$ có điểm đầu và cuối thuộc 7 điểm A, B, C, D, E, F, O là (không tính $\overrightarrow{BA}$)?

Lời giải

Trả lời: 3

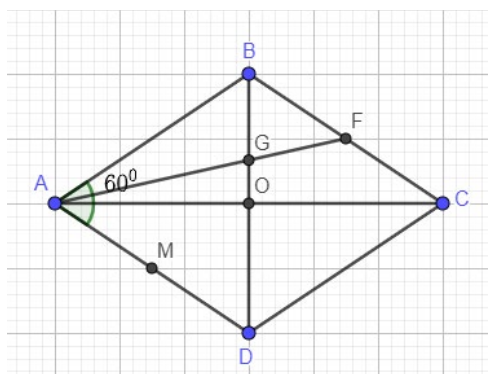
Dựa vào hình vẽ ta có: $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OF} = \overrightarrow{DE}$.



Câu 2: Cho hình thoi $ABCD$ tâm O , góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm AD và G là trọng tâm của tam giác ABC . Biết $\overrightarrow{GM} = \frac{m}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{n}{6}\overrightarrow{BC}$. Tính tổng $m+n$.

Lời giải

Trả lời: 3



Gọi F là trung điểm của BC .

Ta có:

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

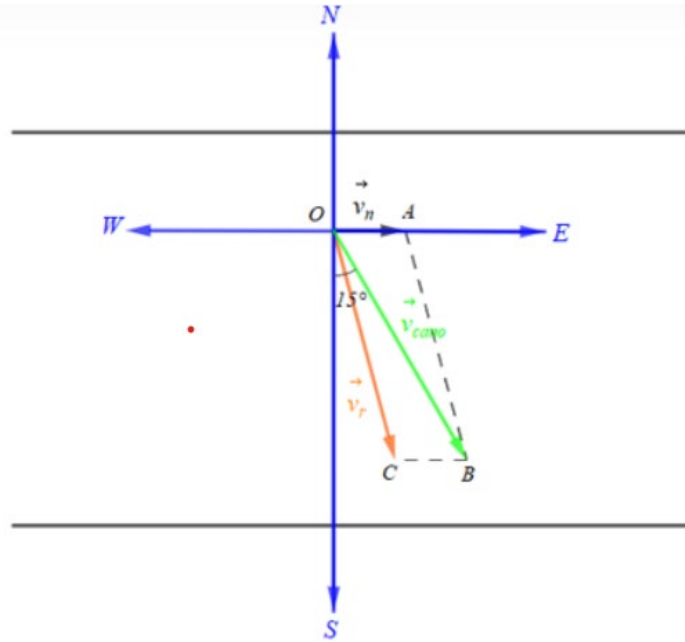
$$\Rightarrow \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC};$$

$$\overrightarrow{GM} = \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}.$$

Suy ra $m=2$, $n=1$. Vậy $m+n=2+1=3$.

Câu 3: Trên sông, một ca nô đang chuyển động thẳng đều theo hướng $S15^\circ E$ với vận tốc có độ lớn bằng 21 km/h . Tính vận tốc riêng của ca nô, biết rằng nước trên sông chảy về hướng đông với vận tốc có độ lớn bằng 2 km/h (tham khảo hình vẽ). (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Lời giải

Trả lời: 20,6

Trong hình, $\overrightarrow{OA}$ biểu diễn vector vận tốc của dòng nước; $\overrightarrow{OB}$ biểu diễn vector vận tốc của ca nô. $\overrightarrow{OC}$ biểu diễn vector vận tốc riêng của ca nô.

Theo quy tắc hình bình hành ta có:

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} \Leftrightarrow \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{OC}|^2 = |\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}|^2$$

$$\Leftrightarrow |\overrightarrow{OC}|^2 = |\overrightarrow{OB}|^2 - 2\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OA} \cdot \cos 75^\circ + |\overrightarrow{OA}|^2$$

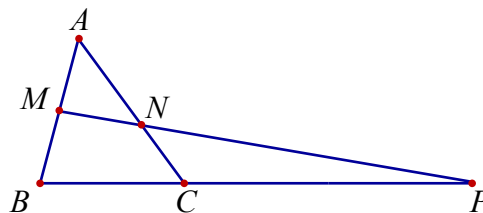
$$\Leftrightarrow |\overrightarrow{OC}| = \sqrt{21^2 - 2 \cdot 21 \cdot 2 \cdot \cos 75^\circ + 2^2} \approx 20,6 \text{ (km / h)}$$

Vậy vận tốc riêng của ca nô là khoảng 20,6 km / h .

Câu 4: Cho ΔABC . Gọi M, N là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $2\overrightarrow{NA} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{BP}$. Tìm k để ba điểm M, N, P thẳng hàng (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,33



$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CP} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + \left(\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{BC}\right) = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{BC} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC} + \left(\frac{1}{k} - 1\right)(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$$

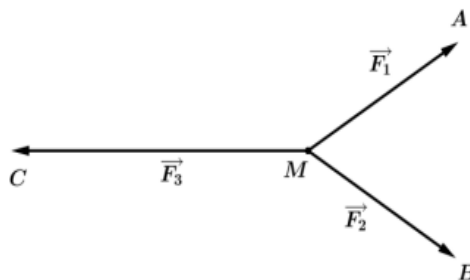
$$= \left(\frac{1}{k} - \frac{2}{5}\right)\overrightarrow{AC} - \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{AB}$$

Để ba điểm M, N, P thẳng hàng thì $\exists m \in \mathbb{R} : \overrightarrow{NP} = m\overrightarrow{MN}$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{k} - \frac{3}{5}\right)\overrightarrow{AC} - \left(\frac{1}{k} - 1\right)\overrightarrow{AB} = \frac{3m}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{m}{2}\overrightarrow{AB}$$

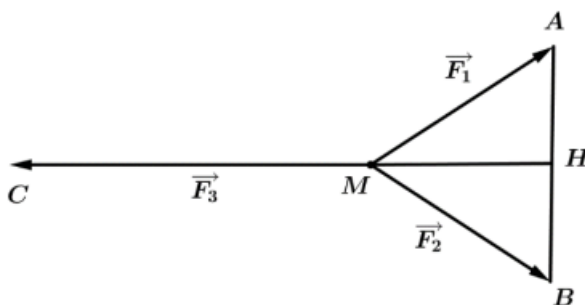
$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \frac{1}{k} - \frac{3}{5} = \frac{3m}{5} \\ -\left(\frac{1}{k} - 1\right) = -\frac{m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ k = \frac{1}{3} \end{cases} \text{ . Vậy } k = \frac{1}{3} = 0,33 \text{ .}$$

Câu 5: Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của F_1, F_2 đều bằng 50 N và $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là bao nhiêu Newton? (làm tròn đến hàng phần mười)



Lời giải

Trả lời: 86,6



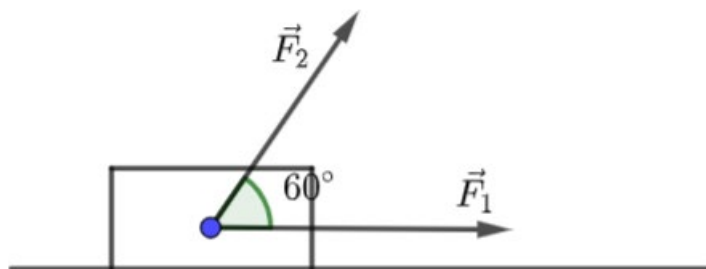
Lấy H là trung điểm của AB ta có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MH}$.

Do vật đứng yên nên $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = -2\overrightarrow{MH}$.

Mặt khác tam giác ABM đều. Nên $|\overrightarrow{MC}| = 2|\overrightarrow{MH}| = 2 \cdot MH = 2 \cdot \frac{AB \cdot \sqrt{3}}{2} = AB\sqrt{3} = 50\sqrt{3}$.

Vậy cường độ lực $\vec{F}_3$ là $50\sqrt{3} \text{ N} = 86,6 \text{ N}$.

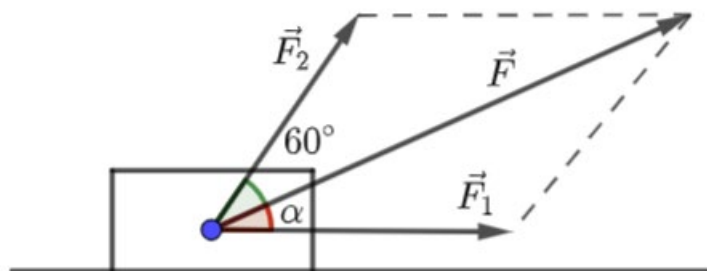
Câu 6: Một vật nằm trên mặt phẳng ngang chịu tác dụng của hai lực $\vec{F}_1 = 50 \text{ N}$ có phương song song với mặt phẳng ngang và $\vec{F}_2 = 30 \text{ N}$ theo phương tạo với mặt phẳng ngang một góc 60° (như hình vẽ). Ta nhận thấy vật di chuyển theo phương nằm ngang một quãng đường 28 m.



Tính công sinh ra (đơn vị: Jun) bởi lực $\vec{F}$ là hợp lực của hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ nói trên.

Lời giải

Trả lời: 1820



Gọi $\vec{F}$ là hợp lực của hai lực: $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$. Ta có:

$$|\vec{F}|^2 = |\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2 + 2|\vec{F}_1||\vec{F}_2|\cos 60^\circ \Leftrightarrow |\vec{F}|^2 = 50^2 + 30^2 + 2.50.30.\frac{1}{2} \Leftrightarrow |\vec{F}|^2 = 4900 \Leftrightarrow |\vec{F}| = 70(\text{N})$$

.

Gọi α là góc tạo bởi $\vec{F}$ và $\vec{F}_1$. Ta có: $\cos \alpha = \frac{70^2 + 50^2 - 30^2}{2.70.50} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{13}{14}$.

Vậy công của lực $\vec{F}$ là: $A = |\vec{F}|.s.\cos \alpha \Leftrightarrow A = 70.28.\frac{13}{14} \Leftrightarrow A = 1820(\text{J})$.

----- HẾT -----

CHƯƠNG

IV

VECTƠ

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG

ĐỀ TEST SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vector khác vector không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm A, B, C, D, E, F, O là

- A. 30 B. 42 C. 40 D. 12

Câu 2: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$. D. $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Câu 3: Cho O là tâm hình bình hành $ABCD$. Hỏi vector $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vector nào?

- A. $\overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{BC}$. C. $\overrightarrow{DC}$. D. $\overrightarrow{AC}$.

Câu 4: Cho đoạn thẳng AB và M là một điểm trên đoạn AB sao cho $MA = \frac{1}{5}AB$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$ B. $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{MB}$ C. $\overrightarrow{MB} = -4\overrightarrow{MA}$ D. $\overrightarrow{MB} = -\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$

Câu 5: Tìm giá trị của k sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$, biết rằng $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng và $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 15$.

- A. $k = 3$ B. $k = -\frac{1}{3}$ C. $k = \frac{1}{3}$ D. $k = -3$

Câu 6: Cho tam giác đều ABC . Tính $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA})$.

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 7: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a , trọng tâm G . Tích vô hướng của hai vector $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CG}$ bằng

- A. $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$. B. $-\frac{a^2}{2}$. C. $-\frac{a^2}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{a^2}{2}$.

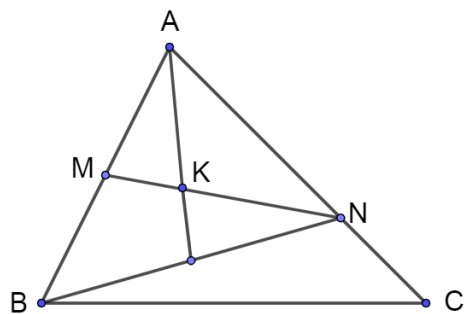
Câu 8: Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB, BC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{NC}$. B. $\overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MN}$. C. $|\overrightarrow{AD}| \neq 2|\overrightarrow{MN}|$. D. $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{MN}$.

Câu 9: Cho đoạn thẳng AB , gọi điểm C là trung điểm AB và điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{BD} = -5\overrightarrow{CD}$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $\overrightarrow{AD} = -\frac{7}{6}\overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{BC}$. C. $\overrightarrow{AD} = -\frac{6}{5}\overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AD} = -\frac{5}{6}\overrightarrow{BC}$.

- Câu 10:** Cho tam giác đều ABC , gọi M là trung điểm cạnh BC . Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{AM}$ có số đo bằng
A. 150° . **B.** 120° . **C.** 60° . **D.** 30° .
- Câu 11:** Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 2|\vec{b}| = 4$ và $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 4$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.
A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 4$. **B.** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -2$. **C.** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{2}$. **D.** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{4}$.
- Câu 12:** Cho tam giác ABC có $AB = 2$; $AC = 3$; $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi điểm M là trung điểm đoạn thẳng AB , điểm N thuộc đoạn thẳng AC sao cho $AN = 2NC$ và K là trọng tâm tam giác ABN . Tính $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{MN}$.



- A.** $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}$. **B.** $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{MN} = 1$. **C.** $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}$. **D.** $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}$.

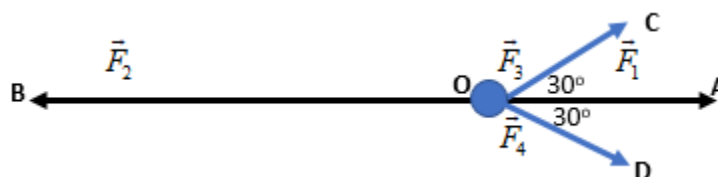
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm BC và CD .
a) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
b) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$.
c) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$.
d) $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
- Câu 2:** Cho tam giác ABC cân tại A có cạnh bên bằng 6 và góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Điểm M thuộc cạnh AB sao cho $AM = \frac{1}{3}AB$ và điểm N là trung điểm của cạnh AC .
a) $|\overrightarrow{AB}| = 6$.
b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 18$.
c) $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}) = 60^\circ$.
d) $\overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{CM} = -51$.
- Câu 3:** Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , cạnh bằng a .
a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = 2a^2$;
b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OC} = a^2$;
c) $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{OC} = -a^2$;
d) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}) = a^2$

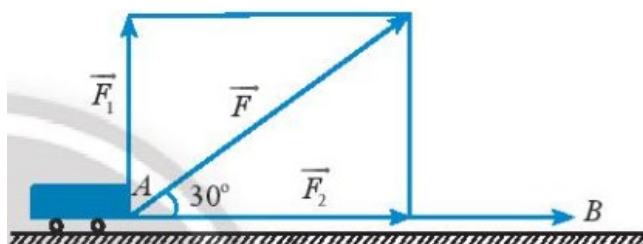
- Câu 4:** Cho tứ giác $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD . Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN và A' là trọng tâm tam giác BCD .
- $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN}$.
 - $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
 - $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 3\overrightarrow{OG}$ với O bất kì.
 - $\overrightarrow{AG} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AA'}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1:** Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao của hai đường chéo. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DE . Có bao nhiêu vector cùng phương với vector $\overrightarrow{MN}$?
- Câu 2:** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N là các điểm lần lượt nằm trên các đoạn thẳng AB và CD sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}; \frac{CN}{CD} = \frac{1}{2}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BMN , I là điểm xác định bởi $\overrightarrow{BI} = \frac{a}{b}\overrightarrow{BC}$ với $a, b \in \mathbb{R}, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó để A, I, G thẳng hàng thì tổng $a + b$ bằng bao nhiêu?
- Câu 3:** Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$, trong đó độ lớn lực $\vec{F}_2$ lớn gấp đôi độ lớn lực $\vec{F}_1$. Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực $\vec{F}_3, \vec{F}_4$ có phương hợp với lực $\vec{F}_1$ các góc 30° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng $50\sqrt{3} \text{ N}$. Tìm độ lớn của lực $\vec{F}_2$.



- Câu 4:** Một dòng sông chảy từ phía Bắc xuống phía Nam với vận tốc 6 km/h , có một chiếc ca nô chuyển động từ phía Đông sang phía Tây với vận tốc 35 km/h so với dòng nước. Tìm vận tốc của ca nô so với bờ? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).
- Câu 5:** Cho tam giác ABC cân tại A có cạnh bên bằng 6 và góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Điểm M thuộc cạnh AB sao cho $AM = \frac{1}{3}AB$ và điểm N là trung điểm của cạnh AC . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{CM}$?
- Câu 6:** Hai người cùng kéo một xe goòng như hình. Mỗi người cầm vào một sợi dây cùng buộc vào xe goòng, và lực tổng hợp, hợp với phương ngang (mặt đường) một góc 30° . Người thứ nhất kéo một lực là $30\sqrt{3} \text{ N}$, người thứ hai kéo một lực là 90 N . Hỏi công sinh ra khi kéo vật đi một khoảng dài 100 m là bao nhiêu?



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vector khác vector không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm A, B, C, D, E, F, O là

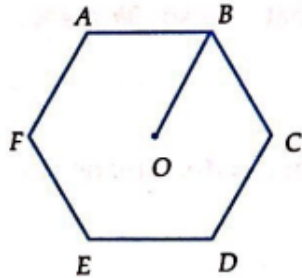
A. 30

B. 42

C. 40

D. 12

Lời giải



Hai điểm phân biệt, giả sử A, B tạo thành hai vector khác vector không là $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BA}$.

Vì vậy từ 7 điểm A, B, C, D, E, F, O ta có 21 cặp điểm phân biệt nên có 42 vector khác vector không được tạo thành.

Câu 2: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

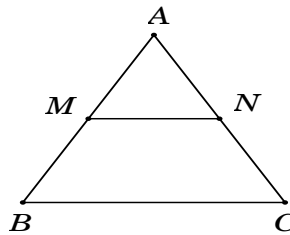
A. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$.

D. $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Lời giải



Ta có MN là đường trung bình của tam giác ABC .

Do đó $BC = 2MN \longrightarrow |\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Câu 3: Cho O là tâm hình bình hành $ABCD$. Hỏi vector $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vector nào?

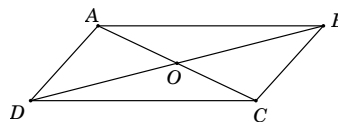
A. $\overrightarrow{BA}$.

B. $\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AC}$.

Lời giải



$\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 4: Cho đoạn thẳng AB và M là một điểm trên đoạn AB sao cho $MA = \frac{1}{5}AB$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

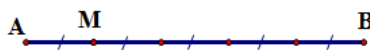
A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$

B. $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{MB}$

C. $\overrightarrow{MB} = -4\overrightarrow{MA}$

D. $\overrightarrow{MB} = -\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$

Lời giải



Ta thấy $\overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{MB} = -\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$ là sai.

Câu 5: Tìm giá trị của k sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$, biết rằng $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng và $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 15$.

- A. $k = 3$ B. $k = -\frac{1}{3}$ C. $k = \frac{1}{3}$ D. $k = -3$

Lời giải

Do $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng nên $k = -\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|} = -\frac{5}{15} = -\frac{1}{3}$.

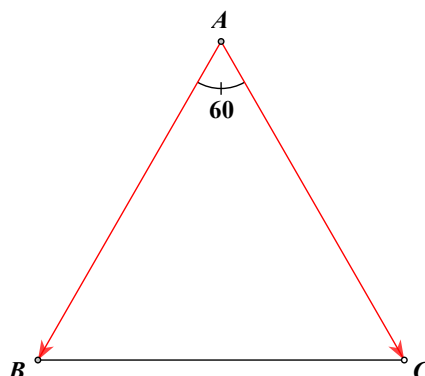
Câu 6: Cho tam giác đều ABC . Tính $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA})$.

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$

Lời giải

Ta có $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{BAC} = 60^\circ$; $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \widehat{ABC} = 60^\circ$; $(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}) = \widehat{BCA} = 60^\circ$.

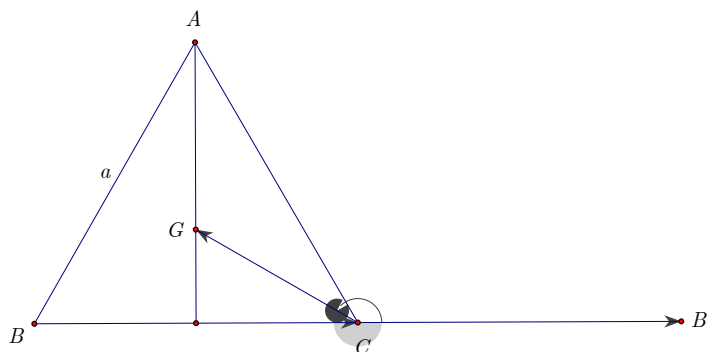
Do vậy $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) + \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}) = 3 \cos 60^\circ = \frac{3}{2}$.



Câu 7: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a , trọng tâm G . Tích vô hướng của hai vector $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CG}$ bằng

- A. $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$ B. $-\frac{a^2}{2}$ C. $-\frac{a^2}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{a^2}{2}$

Lời giải



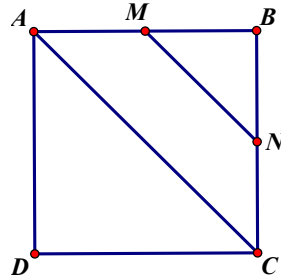
Từ giả thiết ta suy ra góc $\widehat{BCG} = 30^\circ$, mà $\widehat{BCG} = (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CG}) \Rightarrow (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CG}) = 30^\circ$.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CG} &= -\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CG} = -|\overrightarrow{CB}| \cdot |\overrightarrow{CG}| \cdot \cos(\widehat{CB, CG}) = - \\ \text{Ta có} \quad &BC \cdot CG \cdot \cos(\widehat{CB, CG}) \\ &= -BC \cdot CG \cdot \cos 30^\circ = -a \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{a^2}{2}. \end{aligned}$$

Câu 8: Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB, BC . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{NC}$. B. $\overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MN}$. C. $|\overrightarrow{AD}| \neq 2|\overrightarrow{MN}|$. D. $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{MN}$.

Lời giải.



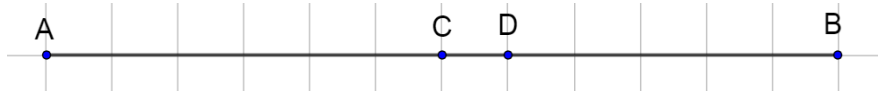
Vì MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN = \frac{1}{2}AC$.

Mặt khác $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng. Do đó $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{MN}$.

Câu 9: Cho đoạn thẳng AB , gọi điểm C là trung điểm AB và điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{BD} = -5\overrightarrow{CD}$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $\overrightarrow{AD} = -\frac{7}{6}\overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{BC}$. C. $\overrightarrow{AD} = -\frac{6}{5}\overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AD} = -\frac{5}{6}\overrightarrow{BC}$.

Lời giải



Từ giả thiết: $\overrightarrow{BD} = -5\overrightarrow{CD} \Rightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = -5\overrightarrow{CD} \Rightarrow \overrightarrow{BC} = -6\overrightarrow{CD}$.

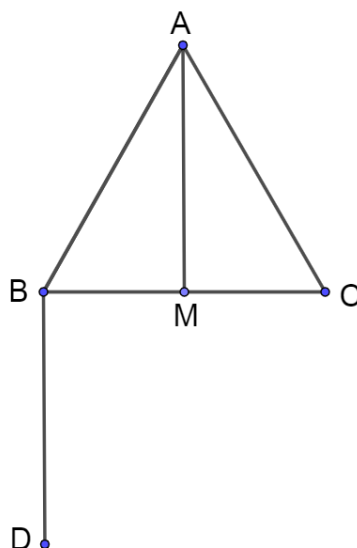
Điểm C là trung điểm $AB \Rightarrow \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BC}$.

Vậy: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{BC} - \frac{1}{6}\overrightarrow{BC} = -\frac{7}{6}\overrightarrow{BC}$.

Câu 10: Cho tam giác đều ABC , gọi M là trung điểm cạnh BC . Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{AM}$ có số đo bằng

- A. 150° . B. 120° . C. 60° . D. 30° .

Lời giải



Suy ra: $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AM}) = (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BD}) = \widehat{ABD} = 150^\circ$.

Câu 11: Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 2|\vec{b}| = 4$ và $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 4$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 4$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -2$. C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{2}$. D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{4}$.

Lời giải

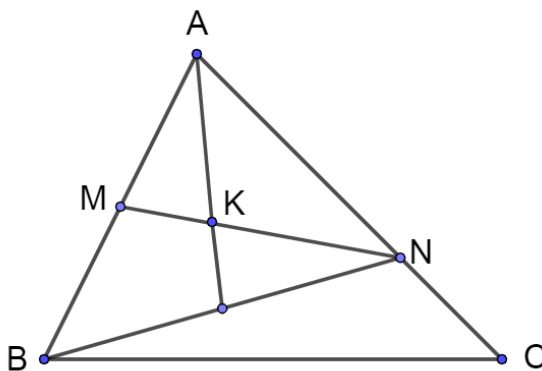
Từ giả thiết:

$$|\vec{a}| = 2|\vec{b}| = 4 \Rightarrow |\vec{a}| = 4 \text{ và } |\vec{b}| = 2.$$

$$|\vec{a} + 2\vec{b}| = 4 \Rightarrow |\vec{a} + 2\vec{b}|^2 = 16 \Rightarrow |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |2\vec{b}|^2 = 16 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -2.$$

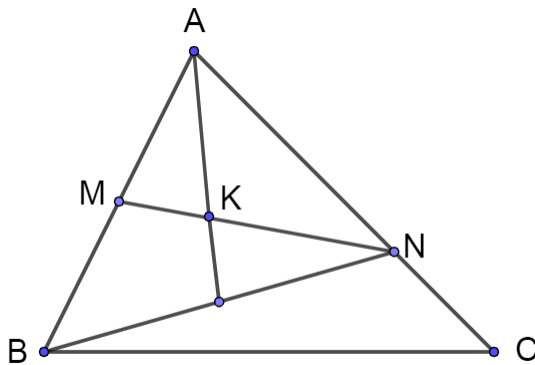
$$\text{Suy ra: } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = -\frac{1}{4}.$$

Câu 12: Cho tam giác ABC có $AB = 2$; $AC = 3$; $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi điểm M là trung điểm đoạn thẳng AB , điểm N thuộc đoạn thẳng AC sao cho $AN = 2NC$ và K là trọng tâm tam giác ABN . Tính $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{MN}$.



- A. $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}$. B. $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{MN} = 1$. C. $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}$. D. $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{AB}^2 = AB^2 = 4$; $\overrightarrow{AC}^2 = AC^2 = 9$ và $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = 3$.

Từ giả thiết: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$. Suy ra $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$.

K là trọng tâm tam giác $ABN \Rightarrow \overrightarrow{KN} = -2\overrightarrow{KM} \Rightarrow \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AK} = -2(\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AK})$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AK} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AM} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AN} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{9} \overrightarrow{AC}.$$

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{9} \overrightarrow{AC} \right) \left(-\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AC} \right) = -\frac{1}{6} \overrightarrow{AB}^2 + \frac{1}{9} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{4}{27} \overrightarrow{AC}^2 = 1.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm BC và CD .

a) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

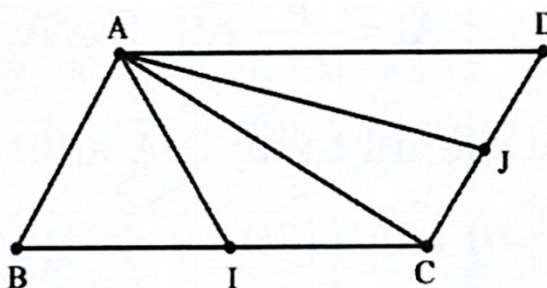
b) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$.

c) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2} \overrightarrow{AD}$.

d) $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



Khẳng định **a) đúng** vì theo quy tắc hình bình hành ta có: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

Khẳng định **b) c) sai** vì:

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD}.$$

Khẳng định **d) đúng** vì:

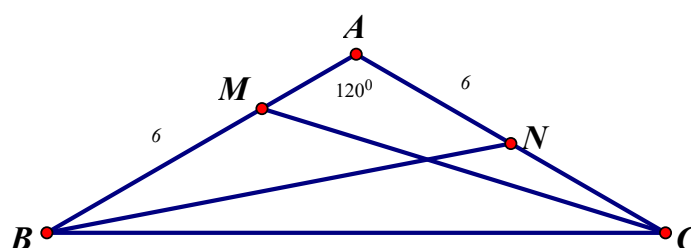
$$\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}.$$

Câu 2: Cho tam giác ABC cân tại A có cạnh bên bằng 6 và góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Điểm M thuộc cạnh AB sao cho $AM = \frac{1}{3}AB$ và điểm N là trung điểm của cạnh AC .

- a) $|\overrightarrow{AB}| = 6$.
 b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 18$.
 c) $(\widehat{BA}; \widehat{BC}) = 60^\circ$.
 d) $\overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{CM} = -51$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



- a) Khẳng định a đúng vì: $|\overrightarrow{AB}| = AB = 6$
 b) Khẳng định b sai vì: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos(\widehat{BAC}) = 6 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ = -18$.
 c) Khẳng định c sai vì: $(\widehat{BA}; \widehat{BC}) = 30^\circ$.
 d) Khẳng định d đúng vì: $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

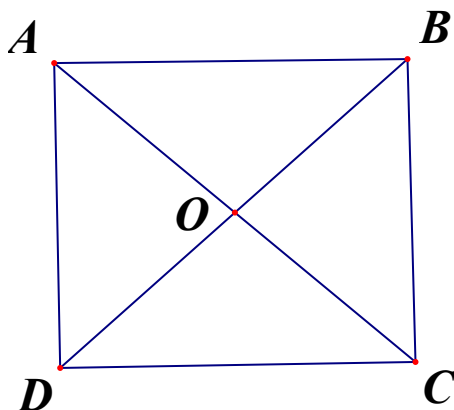
$$\begin{aligned} \overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{CM} &= \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \right) \cdot \left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \right) = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}^2 - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= \frac{7}{6} \cdot (-18) - \frac{1}{2} \cdot 6^2 - \frac{1}{3} \cdot 6^2 = -51. \end{aligned}$$

Câu 3: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , cạnh bằng a .

- a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = 2a^2$;
 b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OC} = a^2$;
 c) $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{OC} = -a^2$;
 d) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}) = a^2$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------



a) $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $a \Rightarrow AC = BD = a\sqrt{2}$, O là trung điểm AC và BD

Có $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}$ cùng hướng nên $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}) = 0^\circ$.

Suy ra: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{DC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}) = AB \cdot DC \cdot \cos 0^\circ = a \cdot a \cdot \cos 0^\circ = a^2 \Rightarrow a)$ sai

b) Hai vectơ $\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{OC}$ cùng hướng, do đó $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OC}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AO}) = \widehat{BAO} = 45^\circ$

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{OC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OC}) = AB \cdot OC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OC}) = a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 45^\circ = \frac{a^2}{2} \Rightarrow$

b) sai

c) Hai vectơ $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OC}$ ngược hướng, do đó $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OC}) = 180^\circ$.

Ta có $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{OC} = |\overrightarrow{CA}| \cdot |\overrightarrow{OC}| \cdot \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OC}) = CA \cdot OC \cdot \cos 180^\circ = a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 180^\circ = -a^2 \Rightarrow c)$

đúng

d) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

do đó: $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$

(trong đó $AC \perp BD \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$).

có: $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = |\overrightarrow{CA}| \cdot |\overrightarrow{CB}| \cdot \cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = CA \cdot CB \cdot \cos \widehat{ACB} = a\sqrt{2} \cdot a \cdot \cos 45^\circ = a^2$.

Vậy $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}) = a^2 \Rightarrow d)$ đúng

Câu 4: Cho tứ giác $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD . Gọi G là trung điểm của đoạn thẳng MN và A' là trọng tâm tam giác BCD .

a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN}$.

b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

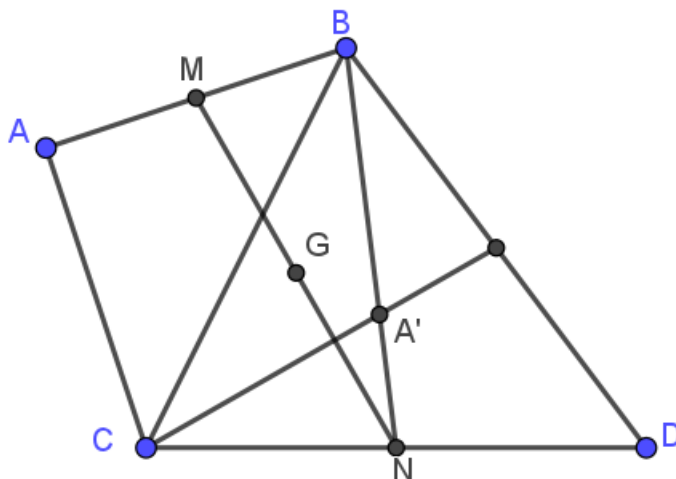
c) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 3\overrightarrow{OG}$ với O bất kì.

d) $\overrightarrow{AG} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AA'}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng



M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD nên ta có

$$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}; \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC} \\ &= 2\overrightarrow{MN} + (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM}) + (\overrightarrow{ND} + \overrightarrow{NC}) = 2\overrightarrow{MN}. \end{aligned}$$

b) Đúng

G là trung điểm của đoạn thẳng MN nên ta có $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$.

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GM} + 2\overrightarrow{GN} = 2(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}) = 2\vec{0} = \vec{0}.$$

c) Sai

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{ON} = 2(\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}) = 2.2\overrightarrow{OG} = 4\overrightarrow{OG}.$$

d) Sai

A' là trọng tâm tam giác BCD nên ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AA'}$.

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } \overrightarrow{AA'} &= \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GD}) \\ &= \frac{1}{3}(3\overrightarrow{AG} - \overrightarrow{GA}) = \frac{1}{3}(3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AG}) = \frac{4}{3}\overrightarrow{AG}. \end{aligned}$$

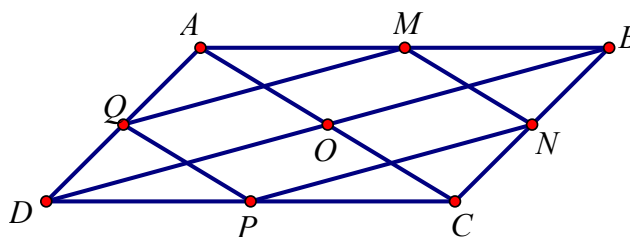
$$\text{Vậy } \overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AA'}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao của hai đường chéo. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DE . Có bao nhiêu vector cùng phương với vector $\overrightarrow{MN}$?

Lời giải

Trả lời: 9



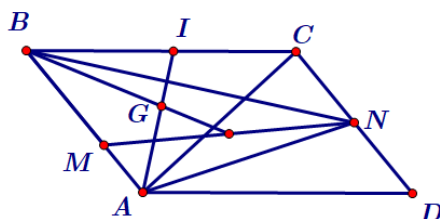
Các vector cùng phương với vector $\overrightarrow{MN}$ là: $\overrightarrow{NM}; \overrightarrow{AO}; \overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OC}; \overrightarrow{CO}; \overrightarrow{AC}; \overrightarrow{CA}; \overrightarrow{QP}; \overrightarrow{PQ}$.

Vậy có tất cả 9 vectơ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{MN}$.

Câu 2: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N là các điểm lần lượt nằm trên các đoạn thẳng AB và CD sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}; \frac{CN}{CD} = \frac{1}{2}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BMN , I là điểm xác định bởi $\overrightarrow{BI} = \frac{a}{b}\overrightarrow{BC}$ với $a, b \in \mathbb{R}, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó để A, I, G thẳng hàng thì tổng $a + b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 17



Giả sử $\overrightarrow{BI} = k\overrightarrow{BC}$.

Phân tích $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AG}$ theo hai vectơ không cùng phương $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

Ta có: $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + k(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = (1-k)\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}$.

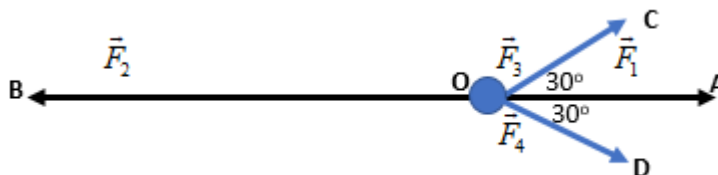
G là trọng tâm của tam giác BMN nên $3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
 $= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

hay $\overrightarrow{AG} = \frac{5}{18}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Ba điểm A, I, G thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AG}$ cùng phương.

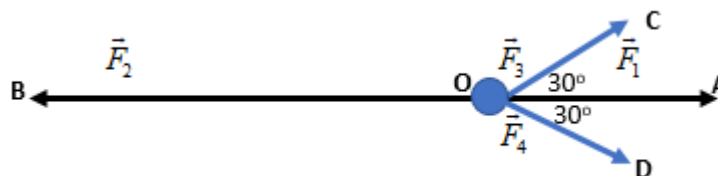
Khi đó, ta có $\frac{1-k}{\frac{5}{18}} = \frac{k}{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow \frac{1}{3}(1-k) = \frac{5}{18}k \Leftrightarrow k = \frac{6}{11}$ suy ra $\frac{a}{b} = \frac{6}{11}$ nên $a + b = 17$.

Câu 3: Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$, trong đó độ lớn lực $\vec{F}_2$ lớn gấp đôi độ lớn lực $\vec{F}_1$. Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực $\vec{F}_3, \vec{F}_4$ có phương hợp với lực $\vec{F}_1$ các góc 30° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng $50\sqrt{3} \text{ N}$. Tìm độ lớn của lực $\vec{F}_2$.



Lời giải

Trả lời: 300



Ta có: $\vec{F}_2 = -2\vec{F}_1$. Để vật trở về trạng thái cân bằng thì hợp lực bằng $\vec{0}$.

$$\Leftrightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_1 - 2\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1.$$

Đặt $\vec{F}_1 = \vec{OA}$, $\vec{F}_2 = \vec{OB}$, $\vec{F}_3 = \vec{OC}$, $\vec{F}_4 = \vec{OD}$.

Ta có: $\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1 \Leftrightarrow \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{OA}$. Do đó $OCAD$ là hình bình hành.

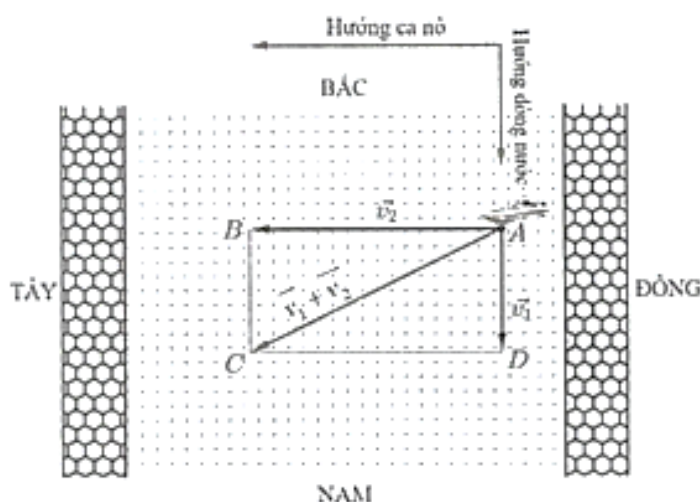
Mặt khác: $OC = OD = 50\sqrt{3}$ và $\widehat{COD} = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ nên $OCAD$ là thoi. Khi đó:

$$|\vec{F}_1| = OA = 50\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 150N \text{ nên } |\vec{F}_2| = 2|\vec{F}_1| = 300N.$$

Câu 4: Một dòng sông chảy từ phía Bắc xuống phía Nam với vận tốc 6 km/h , có một chiếc ca nô chuyển động từ phía Đông sang phía Tây với vận tốc 35 km/h so với dòng nước. Tìm vận tốc của ca nô so với bờ? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Trả lời: 35,5



Gọi $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ lần lượt là vector vận tốc của dòng nước đối với bờ và ca nô đối với dòng nước. Khi đó vận tốc của ca nô đối với bờ chính là tổng $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Đặt $\vec{v}_1 = \vec{AD}, \vec{v}_2 = \vec{AB}$ với A là vị trí của ca nô.

Vẽ hình bình hành $ABCD$, ta có: $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$.

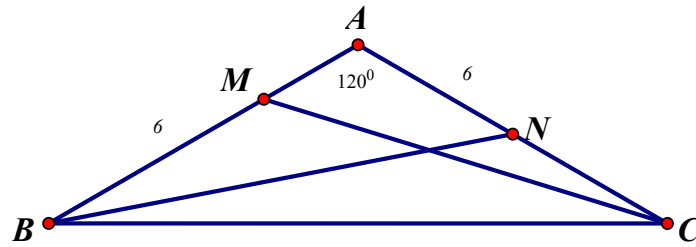
Theo định lý Py-ta-go: $AC = \sqrt{6^2 + 35^2} = \sqrt{1261} \approx 35,5 \text{ km/h}$.

Vận vận tốc của ca nô đối với bờ là xấp xỉ $35,5 \text{ km/h}$.

Câu 5: Cho tam giác ABC cân tại A có cạnh bên bằng 6 và góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Điểm M thuộc cạnh AB sao cho $AM = \frac{1}{3}AB$ và điểm N là trung điểm của cạnh AC . Tính tích vô hướng $\vec{BN} \cdot \vec{CM}$?

Lời giải

Trả lời: -51



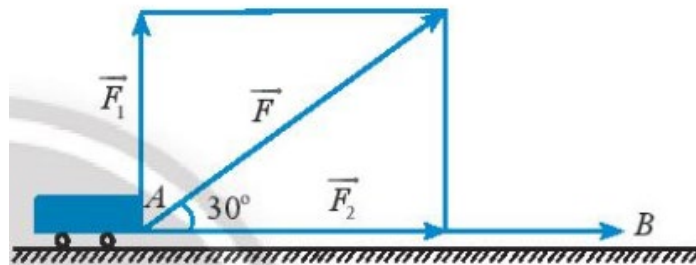
Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos 120^\circ = 6 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -18$.

$$\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}; \quad \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}.$$

Vậy

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{CM} &= \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} \right) \cdot \left(\frac{1}{3} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \right) \\ &= \frac{1}{6} \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}^2 - \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= \frac{7}{6} \cdot (-18) - \frac{1}{2} \cdot 6^2 - \frac{1}{3} \cdot 6^2 \\ &= -51. \end{aligned}$$

Câu 6: Hai người cùng kéo một xe goòng như hình. Mỗi người cầm vào một sợi dây cùng buộc vào xe goòng, và lực tổng hợp, hợp với phương ngang (mặt đường) một góc 30° . Người thứ nhất kéo một lực là $30\sqrt{3}$ N, người thứ hai kéo một lực là 90 N. Hỏi công sinh ra khi kéo vật đi một khoảng dài 100 m là bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 9000

Gọi $\overrightarrow{F_1}; \overrightarrow{F_2}$ lần lượt là lực kéo của người thứ nhất và người thứ hai.

Ta có lực tổng hợp của hai người là $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$.

Suy ra độ lớn của $\overrightarrow{F}$ là: $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 60\sqrt{3}$ (N).

Công sinh ra khi kéo vật là.

$$A = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{d} = |\overrightarrow{F}| \cdot |\overrightarrow{d}| \cdot \cos(\overrightarrow{F}; \overrightarrow{d}) = 60\sqrt{3} \cdot 100 \cdot \cos 30^\circ = 9000 \text{ (J)}.$$

----- HẾT -----