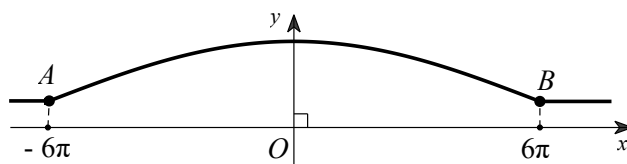


ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 02 trang)

Câu I. (4,0 điểm)

1. Một chiếc cầu bắc qua sông, mặt dưới gầm cầu có dạng cung AB của đồ thị hàm số $y = \frac{8\sqrt{3}}{3} \cos \frac{x}{12} + 2$ với $x \in [-6\pi; 6\pi]$ được mô tả trong hệ trục tọa độ Oxy với đơn vị trục là mét (trục Ox mô tả mặt nước sông) như hình minh họa dưới đây



Một sà lan chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với độ cao 6 mét so với mặt nước sông sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Chứng minh rằng chiều rộng của khối hàng hoá đó phải nhỏ hơn 12,6 mét.

2. Cho phương trình $\sin 3x + \cos 2x - m \sin x = 1$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có đúng 7 nghiệm khác nhau thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Câu II. (4,0 điểm)

1. Một quả bóng cao su được thả từ độ cao 22,5 mét. Giả sử sau mỗi lần chạm đất quả bóng cao su lại nảy lên độ cao bằng 80% độ cao của lần rơi trước. Tính chiều dài quãng đường quả bóng cao su di chuyển từ khi được thả đến khi không nảy nữa.

2. Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = 2025 \\ n(u_{n+1} - u_n) = 2(u_n + 3), n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) và tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{n^2}$.

Câu III. (2,0 điểm)

Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+1}{x-1} = 16$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+x)f(x)+2}{x-1}$.

Câu IV. (2,0 điểm)

Ba cầu thủ đá phạt đền 11m, mỗi người đá một lần với xác suất ghi bàn tương ứng là x , y và $0,6$ (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

Câu V. (6,0 điểm)

1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Mặt phẳng (α) không đi qua S cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q sao cho

$$SA = 2SM \text{ và } SC = 3SP. \text{ Tính } \frac{SB}{SN} + \frac{SD}{SQ}.$$

2. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, điểm M nằm trên cạnh AC sao cho $AM = kMC$. Mặt phẳng (P) đi qua M song song với hai đường thẳng AB' và $A'C$.

Gọi N là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng BC . Tìm k để $\frac{NB}{NC} = \frac{5}{3}$.

3. Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi M là một điểm bất kì thuộc miền trong tam giác ABC . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{MA^2}{OA^2} + \frac{MB^2}{OB^2} + \frac{MC^2}{OC^2}.$$

Câu VI. (2,0 điểm)

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{3a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{c} = 6$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{\frac{a}{a+4bc}} + \sqrt{\frac{b}{b+9ca}} + \sqrt{\frac{c}{c+36ab}}$.

--- HẾT ---

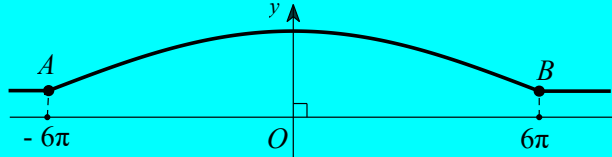
Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....
Cán bộ coi thi số 1:..... Cán bộ coi thi số 2:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN LỚP 11
(Hướng dẫn chấm gồm 10 trang)

I. HƯỚNG DẪN CHUNG

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì vẫn được điểm theo thang điểm tương ứng.
- Đối với bài toán hình học nếu học sinh chứng minh có sử dụng đến hình vẽ thì yêu cầu phải vẽ hình, nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không cho điểm phần tương ứng.
- Điểm toàn bài không làm tròn.

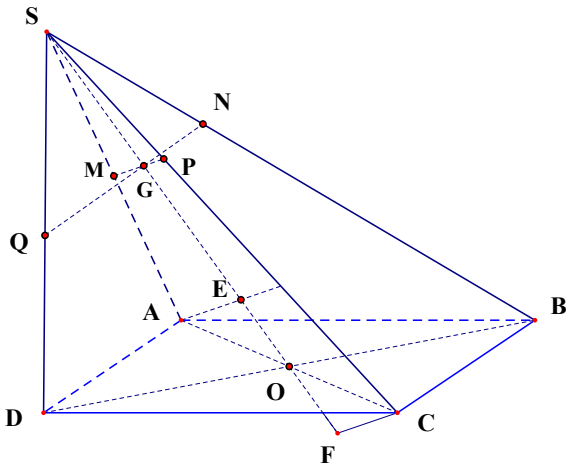
II. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
I (4,0 điểm)	1. Một chiếc cầu bắc qua sông, mặt dưới gầm cầu có dạng cung AB của đồ thị hàm số $y = \frac{8\sqrt{3}}{3} \cos \frac{x}{12} + 2$ với $x \in [-6\pi; 6\pi]$ được mô tả trong hệ trục tọa độ Oxy với đơn vị trục là mét (trục Ox mô tả mặt nước sông) như hình minh họa dưới đây   Một sà lan chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với độ cao 6 mét so với mặt nước sông sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Chứng minh rằng chiều rộng của khối hàng hoá đó phải nhỏ hơn 12,6 mét.	2,0
	Xét điểm $M(x; y)$ nằm trên cung AB, khoảng cách từ điểm M đến mặt nước tương ứng với giá trị tung độ y của điểm M. Xét phương trình $y = \frac{8\sqrt{3}}{3} \cos \left(\frac{x}{12} \right) + 2 = 6$. $\Leftrightarrow \cos \frac{x}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos \frac{x}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	0,5
	Vì $x \in [-6\pi; 6\pi] \Rightarrow \frac{x}{12} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$	0,5
	nên ta có $\cos \frac{x}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{12} = \pm \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \pm 2\pi$ hay $x = 2\pi$.	0,5
	Do sà lan có thể đi qua được gầm cầu nên chiều rộng khối hàng hoá là $2 x < 4\pi = 12,56 < 12,6$.	0,5

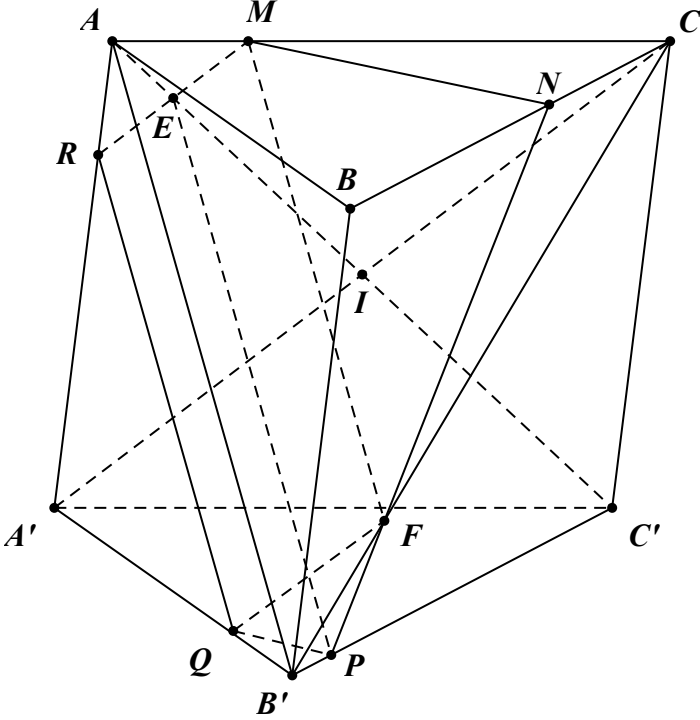
Câu	Sơ lược lời giải	Điểm										
	2. Cho phương trình $\sin 3x + \cos 2x - m \sin x = 1$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có đúng 7 nghiệm khác nhau thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.	2,0										
	$\sin 3x + \cos 2x - m \sin x = 1$ $\Leftrightarrow 3 \sin x - 4 \sin^3 x + 1 - 2 \sin^2 x - m \sin x = 1$ $\Leftrightarrow 4 \sin^3 x + 2 \sin^2 x + (m - 3) \sin x = 0$	0,25										
	Đặt $\sin x = t$ với $t \in [-1; 1]$. Ta có $\Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ 4t^2 + 2t + (m - 3) = 0(*) \end{cases}$	0,25										
	Với $t = 0$ thì $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$, có 2 nghiệm là $0; \pi$ thuộc $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.	0,25										
	Với mỗi giá trị $t \in (-1; 0)$ thì phương trình $\sin x = t$ có 3 nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.	0,25										
	Với mỗi giá trị $t \in (0; 1)$ thì phương trình $\sin x = t$ có 2 nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.	0,25										
	Để pt có đúng 7 nghiệm thỏa mãn thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm $t_1; t_2$ thỏa mãn điều kiện: $-1 < t_1 < 0 < t_2 < 1$.	0,25										
	$(*) \Leftrightarrow m = -4t^2 - 2t + 3 = f(t)$ <table><tr><td>t</td><td>-1</td><td>$-\frac{1}{4}$</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>f(t)</td><td>1</td><td>$\frac{13}{4}$</td><td>3</td><td>-3</td></tr></table> Từ bảng biến thiên trên ta có $m \in (1; 3)$.	t	-1	$-\frac{1}{4}$	0	1	f(t)	1	$\frac{13}{4}$	3	-3	0,5
t	-1	$-\frac{1}{4}$	0	1								
f(t)	1	$\frac{13}{4}$	3	-3								
II (4,0 điểm)	1. Một quả bóng cao su được thả từ độ cao 22,5 mét. Giả sử sau mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng 80% độ cao của lần rơi trước. Tính chiều dài quãng đường quả bóng cao su di chuyển từ khi thả đến khi không nảy nữa. Gọi h_n là độ dài đường đi của quả bóng ở lần rơi xuống thứ $n(n \in \mathbb{N}^*)$. Gọi l_n là độ dài đường đi của quả bóng ở lần nảy lên thứ $n(n \in \mathbb{N}^*)$.	2,0										

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	Theo bài ra ta có $h_1 = 22,5$, $l_1 = \frac{4}{5} \cdot 22,5 = 18$ và các dãy số (h_n) , (l_n) là các cấp số nhân lùi vô hạn với công bội $q = \frac{4}{5}$.	0,5
	Tổng quãng đường rơi xuống $h = \frac{h_1}{1 - \frac{4}{5}} = 112,5$	0,5
	Tổng quãng đường nảy lên $l = \frac{l_1}{1 - \frac{4}{5}} = 90$	0,5
	Từ đó ta suy ra tổng độ dài đường đi của quả bóng là: $S = h + l = 202,5(m)$.	0,5
	2. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2025 \\ n(u_{n+1} - u_n) = 2(u_n + 3), n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) và tính $\lim \frac{u_n}{n^2}$.	2,0
	Từ giả thiết ta có: $n(u_{n+1} - u_n) = 2(u_n + 3)$ $n \cdot u_{n+1} = (n+2)u_n + 6$ $\Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{n+2} = \frac{u_n}{n} + \frac{6}{n(n+2)}$ $\Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{(n+1)(n+2)} = \frac{u_n}{n(n+1)} + \frac{6}{n(n+1)(n+2)}$	0,5
	+) Đặt $v_n = \frac{u_n}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}^*$ Ta được dãy (v_n): $\begin{cases} v_1 = \frac{2025}{2} \\ v_{n+1} = v_n + \frac{6}{n(n+1)(n+2)}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ Ta có $v_2 = v_1 + \frac{6}{1 \cdot 2 \cdot 3}; v_3 = v_2 + \frac{6}{2 \cdot 3 \cdot 4}; v_n = v_{n-1} + \frac{6}{(n-1) \cdot n \cdot (n+1)}$ Cộng theo về các đẳng thức trên ta được	0,5

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	$v_n = v_1 + 6 \left(\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{(n-1)n(n+1)} \right)$ $v_n = \frac{2025}{2} + \frac{6}{2} \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} - \frac{1}{n(n+1)} \right)$ $v_n = 1014 - \frac{3}{n(n+1)}$ Do đó $u_n = 1014n(n+1) - 3$	0,5
	$\Rightarrow \frac{u_n}{n^2} = \frac{1014n(n+1) - 3}{n^2}$ Vậy $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1014n(n+1) - 3}{n^2} = 1014$	0,5
III (2,0 điểm)	Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+1}{x-1} = 16$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+x)f(x)+2}{x-1}$.	2,0
	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+x)f(x)+2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+x)(f(x)+1) - x^2 - x + 2}{x-1}$	0,25
	$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+x)(f(x)+1)}{x-1} - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x-1}$	0,5
	$+/\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+x)(f(x)+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2+x) \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+1}{x-1} = 2.16 = 32$	0,5
	$+/\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 3$	0,5
	Vậy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+x)f(x)+2}{x-1} = 32 - 3 = 29$	0,25
IV (2,0 điểm)	Ba cầu thủ đá phạt đền 11m, mỗi người đá một lần với xác suất ghi bàn tương ứng là x , y và $0,6$ (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.	2,0
	Gọi A là biến cố: “ Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn” B “ Cả ba cầu thủ đều ghi bàn” C “Có đúng hai cầu thủ ghi bàn” Gọi A_i là biến cố “người thứ i ghi bàn” với $i = 1, 2, 3$.	
	Ta có các A_i độc lập với nhau và $P(A_1) = x$, $P(A_2) = y$, $P(A_3) = 0,6$.	0,25
	Ta có: $\overline{A} = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \Rightarrow P(\overline{A}) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) = 0,4(1-x)(1-y)$	0,25

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	Nên $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0,4(1-x)(1-y) = 0,976$ Suy ra $(1-x)(1-y) = \frac{3}{50} \Leftrightarrow xy - x - y = -\frac{47}{50}$ (1).	0,25
	Tương tự: $B = A_1.A_2.A_3$, suy ra: $P(B) = P(A_1).P(A_2).P(A_3) = 0,6xy = 0,336$ hay là $xy = \frac{14}{25}$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} xy = \frac{14}{25} \\ x + y = \frac{3}{2} \end{cases}$ giải hệ này kết hợp với $x > y$ ta tìm được $x = 0,8$ và $y = 0,7$	0,5
	Ta có: $C = \overline{A_1}A_2A_3 + A_1\overline{A_2}A_3 + A_1A_2\overline{A_3}$ Nên $P(C) = (1-x)y.0,6 + x(1-y).0,6 + xy.0,4 = 0,452$.	0,5
V (6,0 điểm)	1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Mặt phẳng (α) không đi qua S cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q sao cho $SA = 2SM$ và $SC = 3SP$. Tính $\frac{SB}{SN} + \frac{SD}{SQ}$.	2,0
	 Trong mặt phẳng (SAC) gọi $G = SO \cap MP$ Ba mặt phẳng $(SAC), (SBD), (\alpha)$ đôi một cắt nhau theo 3 giao tuyến SO, MP, NQ nên SO, MP, NQ đồng quy tại G	0,25
	Trong mặt phẳng (SAC) vẽ AE, CF song song với MP (E, F thuộc SO)	

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	Vì $AE \parallel MP$ nên ta có : $\frac{SA}{SM} = \frac{SE}{SG}$. $CF \parallel MP$ nên ta có: $\frac{SC}{SP} = \frac{SF}{SG}$	0,25
	Cộng vế với vế hai đẳng thức trên ta được: $\frac{SA}{SM} + \frac{SC}{SP} = \frac{SE + SF}{SG} = \frac{SO - OE + SO + OF}{SG} \quad (1)$	0,25
	Xét $\triangle AOE$ và $\triangle COF$ có : $OA = OC$, $\widehat{AOE} = \widehat{COF}$, $\widehat{EAO} = \widehat{FCO}$ $\Rightarrow \triangle AOE = \triangle COF \Rightarrow OE = OF$ (2)	0,5
	Từ (1) và (2) ta có: $\frac{SA}{SM} + \frac{SC}{SP} = 2 \frac{SO}{SG}$	0,25
	Tương tự $\frac{SB}{SN} + \frac{SD}{SQ} = 2 \frac{SO}{SG}$ Suy ra $\frac{SB}{SN} + \frac{SD}{SQ} = \frac{SA}{SM} + \frac{SC}{SP} = 2 + 3 = 5$	0,5
	2. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, điểm M nằm trên cạnh AC sao cho $AM = kMC$. Mặt phẳng (P) đi qua M song song với hai đường thẳng AB' và $A'C$. Gọi N là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng BC. Tìm k để $\frac{NB}{NC} = \frac{5}{3}$.	2,0

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	 Giao tuyến của (P) và $(ACC'A')$ là đường thẳng đi qua M song song với $A'C$ cắt AA' tại R. Cắt AC' tại E. Giao tuyến của (P) và $(ABB'A')$ là đường thẳng đi qua R song song với AB' cắt $A'B'$ tại Q. Giao tuyến của (P) và (ACB') là đường thẳng đi qua M song song với AB' cắt CB' tại F. Giao tuyến của (P) và $(AC'B')$ là đường thẳng đi qua E song song với AB' cắt $C'B'$ tại P. Nối P với F cắt BC tại N.	0,5
	Nối N với M. Theo bài ta có $\frac{AM}{MC} = k$. Gọi $I = AC' \cap A'C$. Do $MR \parallel A'C$ nên ta có $\frac{AE}{EI} = k \Leftrightarrow \frac{EI}{AE} = \frac{1}{k} \Leftrightarrow \frac{AI - AE}{AE} = \frac{1}{k} \Leftrightarrow \frac{AI}{AE} = \frac{k+1}{k}$ $\Leftrightarrow \frac{AE}{AI} = \frac{k}{k+1} \Leftrightarrow \frac{2AE}{AC'} = \frac{k}{k+1} \Leftrightarrow \frac{AE}{AC'} = \frac{k}{2(k+1)}$	0,5
	Vì $EP \parallel AB'$ nên ta có $\frac{B'P}{B'C'} = \frac{AE}{AC'} = \frac{k}{2(k+1)} \Rightarrow B'P = \frac{k}{2(k+1)} \cdot B'C' = \frac{k}{2(k+1)} \cdot BC$	0,25
	Lại có $MF \parallel AB'$ nên $\frac{AM}{MC} = \frac{B'F}{FC} = \frac{B'P}{NC} = k$	0,25

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	Vậy $\frac{\frac{k}{2(k+1)}BC}{NC} = k \Leftrightarrow \frac{BC}{NC} = 2(k+1) \Leftrightarrow \frac{BN+NC}{NC} = 2(k+1) \Leftrightarrow \frac{NB}{NC} = 2k+1$	0,25
	Theo bài $2k+1 = \frac{5}{3} \Leftrightarrow k = \frac{1}{3}$.	0,25
	3. Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc. M là một điểm bất kì thuộc miền trong tam giác ABC. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = \frac{MA^2}{OA^2} + \frac{MB^2}{OB^2} + \frac{MC^2}{OC^2}$.	2,0
	Gọi $N = AM \cap BC$, kẻ $MM_1 \parallel OA$ ($M_1 \in ON$) thì ta có $\begin{cases} OA \perp (OBC) \\ MM_1 \parallel OA \end{cases} \Rightarrow MM_1 \perp (OBC)$	0,25
	Kẻ $MA_1 \perp OA, A_1 \in OA$. Khi đó $\begin{aligned} AM^2 &= AA_1^2 + MA_1^2 = AA_1^2 + MO^2 - OA_1^2 = (AA_1 - OA_1)(AA_1 + OA_1) \\ &= OM^2 + OA(OA - 2OA_1) \\ &= OM^2 + OA^2 - 2OA.OA_1 \end{aligned}$ Suy ra $\frac{MA^2}{OA^2} = \frac{OM^2}{OA^2} + 1 - \frac{2OA_1}{OA}$ (1)	0,25
	Tương tự gọi B_1, C_1 là các điểm tương tự như A_1 thì ta có $\frac{MB^2}{OB^2} = \frac{OM^2}{OB^2} + 1 - \frac{2OB_1}{OB} \quad (2)$ $\frac{MC^2}{OC^2} = \frac{OM^2}{OC^2} + 1 - \frac{2OC_1}{OC} \quad (3)$	0,25

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	Từ (1),(2),(3) ta có $T = OM^2 \left(\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \right) - 2 \left(\frac{OA_1}{OA} + \frac{OB_1}{OB} + \frac{OC_1}{OC} \right) + 3$	0,25
	Gọi H là trực tâm của tam giác ABC thì ta có $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OH^2}$ Nên $T = \frac{OM^2}{OH^2} - 2 \left(\frac{OA_1}{OA} + \frac{OB_1}{OB} + \frac{OC_1}{OC} \right) + 3$	0,25
	Mặt khác $\frac{OA_1}{OA} = \frac{NM}{NA} = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$ Tương tự $\frac{OB_1}{OB} = \frac{S_{MAC}}{S_{ABC}}, \frac{OC_1}{OC} = \frac{S_{MAB}}{S_{ABC}}$	0,25
	Nên $\frac{OA_1}{OA} + \frac{OB_1}{OB} + \frac{OC_1}{OC} = 1$	0,25
	Do đó $T = \frac{OM^2}{OH^2} + 1 \geq 2$ do $OM \geq OH$. Vậy $\min T = 2$ khi $M \equiv H$.	0,25
	Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{3a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{c} = 6$ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{\frac{a}{a+4bc}} + \sqrt{\frac{b}{b+9ca}} + \sqrt{\frac{c}{c+36ab}}$.	2,0
VI (2,0 điểm)	$P = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{4bc}{a}}} + \sqrt{\frac{1}{1+\frac{9ca}{b}}} + \sqrt{\frac{1}{1+\frac{36ab}{c}}}$ $= \frac{1}{\sqrt{1+\left(2\sqrt{\frac{bc}{a}}\right)^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+\left(3\sqrt{\frac{ca}{b}}\right)^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+\left(6\sqrt{\frac{ab}{c}}\right)^2}}.$	0,25
	Đặt $x = 2\sqrt{\frac{bc}{a}}, y = 3\sqrt{\frac{ca}{b}}, z = 6\sqrt{\frac{ab}{c}} \Rightarrow xy = 6c; yz = 18a; zx = 12b$. Theo giả thiết ta có: $\frac{1}{3a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{c} = 6 \Leftrightarrow \frac{1}{18a} + \frac{1}{12b} + \frac{1}{6c} = 1$ $\Leftrightarrow \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} + \frac{1}{xy} = 1 \Leftrightarrow x + y + z = xyz$	0,25

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	Vậy tồn tại ba góc A, B, C của một tam giác sao cho $x = \tan A, y = \tan B, z = \tan C.$	0,25
	$P = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 A}} + \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 B}} + \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 C}} = \cos A + \cos B + \cos C$	0,25
	$\cos A + \cos B + \cos C + \cos \frac{\pi}{3} = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2} + 2 \cos \frac{C+\frac{\pi}{3}}{2} \cdot \cos \frac{C-\frac{\pi}{3}}{2}$ $\Rightarrow \cos A + \cos B + \cos C + \cos \frac{\pi}{3} \leq 2 \cos \frac{A+B}{2} + 2 \cos \frac{C+\frac{\pi}{3}}{2}$ $\Rightarrow \cos A + \cos B + \cos C + \cos \frac{\pi}{3} \leq 4 \cos \frac{A+B+C+\frac{\pi}{3}}{4} \cos \frac{A+B-C-\frac{\pi}{3}}{4}$	0,25
	$\Rightarrow \cos A + \cos B + \cos C + \cos \frac{\pi}{3} \leq 2$ $\Rightarrow \cos A + \cos B + \cos C \leq \frac{3}{2}$	0,25
	Dấu bằng xảy ra khi $A = B = C = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{yz}{x} = \frac{zx}{y} = \frac{xy}{z} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = y = z = \frac{1}{3} \\ x + y + z = 1 \end{cases}$ Khi đó $\begin{cases} 2\sqrt{\frac{bc}{a}} = \sqrt{3} \\ 3\sqrt{\frac{ca}{b}} = \sqrt{3} \\ 6\sqrt{\frac{ab}{c}} = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} bc = \frac{3}{4}a \\ ca = \frac{1}{3}b \\ ab = \frac{1}{12}c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1/6 \\ b = 1/4 \\ c = 1/2 \end{cases}$	0,25
	Giá trị lớn nhất của P là $\frac{3}{2}$ khi $\begin{cases} a = \frac{1}{6} \\ b = \frac{1}{4} \\ c = \frac{1}{2} \end{cases}$	0,25

-----HẾT-----

Xem thêm: ĐỀ THI HSG TOÁN 11
<https://toanmath.com/de-thi-hsg-toan-11>