

A. NỘI DUNG ÔN TẬP

Chương I. Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số

- Tính đơn điệu và cực trị của hàm số
- Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số
- Đường tiệm cận của đồ thị hàm số
- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số
- Ứng dụng đạo hàm để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn

Chương II. Tọa độ của vectơ trong không gian

- Vecto trong không gian
- Hệ trục tọa độ trong không gian
- Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ

Chương III. Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm

- Khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị
- Phương sai và độ lệch chuẩn

B. CÁC BÀI TẬP THAM KHẢO

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

BÀI 1: TÍNH ĐƠN ĐIỆU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-3; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$

Câu 3. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 4)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(0; 2)$

Câu 4. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

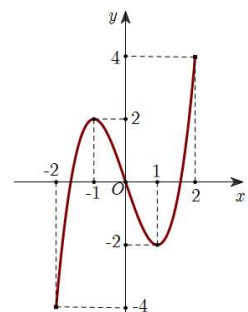
- A. $y = \frac{x-1}{x-2}$ B. $y = -x^3 - 3x$ C. $y = x^3 + x$ D. $y = \frac{x+1}{x+3}$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; -1)$.
C. $(1; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. $x = 1$. B. $x = -2$.
C. $M(1; -2)$. D. $M(-2; -4)$.



Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$		↗3		↘-2		↗ $+\infty$

Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại

- A. $x = -2$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		↗1		↘-2		↗ $+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -1. B. 2. C. -2. D. 1

Câu 10. Hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ đạt cực đại tại điểm

- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = -3$.

Câu 11. Hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm nhv. Hàm

x	$-\infty$	-3		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+

số $y = f(2-3x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(2; 3)$. B. $(1; 2)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 3)$.

Câu 12. Một vật dao động có phương trình là $x(t) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3}\right)$ cm, t có đơn vị là giây. Mệnh đề nào sau

đây đúng? Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật tăng hay giảm?

- A. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật không đổi.
B. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật luôn tăng.
C. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật luôn giảm.
D. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật giảm, sau đó tăng.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

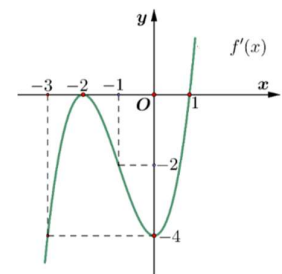
Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

- a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
b) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị
c) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$
d) Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(2; 5)$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
c) $f'(2) = 4$.

- d) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$



PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Tìm điểm cực tiểu x_{CT} của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x$

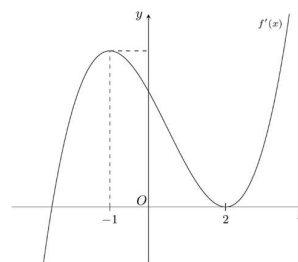
Câu 16. Gọi m, n lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$. Tính giá trị biểu thức

$$P = m^3 + n^3.$$

Câu 17. Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m^2 + 2)x - m + 1$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 18. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + 5x + 4}{x + 2}$. Độ dài của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng. (làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của $f'(x)$ như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$?



Câu 20. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ biết $f'(x) = x^{2017}(x-1)^{2018}(x+1)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 21. Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$ cho bởi hàm số sau đây:
 $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$, (v được tính bằng ft/s, 1 feet = 0,3048 m). Gọi $(a;b)$ là khoảng thời gian gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi. Tính $T = a + b$?

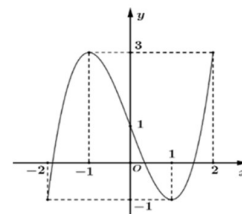


BÀI 2: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$ là:

- A. 1. B. - 1. C. - 2. D. 3.



Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ trên đoạn $[2; 4]$ là

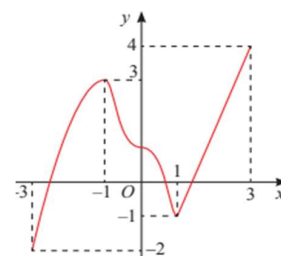
- A. 3 B. - 1 C. 0 D. 1.

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên $(-4; 0)$ là

- A. - 4. B. 4. C. - 5. D. 5.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên $[-3; 3]$ như hình vẽ. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $[-3; 3]$ lần lượt là

- A. $M = 3; m = -1$. B. $M = 4; m = -2$.
 C. $M = 3; m = -3$. D. $M = -1; m = 1$.



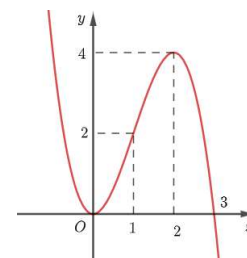
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng:

- A. 6. B. 9. C. - 3. D. - 1.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y							
					</		

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 3]$ bằng:

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 3.



Câu 7. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà khoa học đã nhận thấy rằng: nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng là $P(n) = 800 - 20n(g)$. Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

- A. 19 B. 20. C. 21. D. 22.

Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ đạt được tại x_0 . Giá trị x_0 bằng

- A. 1. B. 2. C. - 2. D. - 1.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ và có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ nhv. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$ và hàm số không đạt giá trị lớn nhất trên $[-5; 7)$.
 B. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 6$ và $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$.
 C. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 9$ và $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$.
 D. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 9$ và $\min_{[-5; 7)} f(x) = 6$.

x	$-\infty$	-5		1		7	$+\infty$
$f'(x)$			$-$	0	$+$		
$f(x)$							

Diagram showing a function $f(x)$ with a local minimum at $x = -5$ (value 6) and a local maximum at $x = 1$ (value 2). The function is increasing on $(-5, 1)$ and decreasing on $(1, 7)$. The values at the boundaries are $f(-5) = 6$ and $f(7) = 9$.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x + 4m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thực trong $[-3; 4]$.

- A. $\frac{-51}{4} \leq m \leq \frac{19}{4}$. B. $\frac{-51}{4} < m < \frac{19}{4}$. C. $-51 < m < 19$. D. $-51 \leq m \leq 19$.

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1} \geq m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 1]$.

- A. $m \geq \frac{7}{2}$. B. $m \leq 3$. C. $m \leq \frac{7}{2}$. D. $m \geq 3$.

Câu 12. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2020$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Một công ty bất động sản có 150 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng mỗi tháng thì mỗi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

- a) Khi giá cho thuê mỗi căn hộ là 2.200.000 đồng thì có 10 căn hộ bị trống.
 b) Khi giá cho thuê mỗi căn hộ là 2.700.000 đồng thì thu nhập của công ty cao nhất.
 c) Thu nhập cao nhất của công ty đạt được là 312.500.000 đồng.
 d) Khi thu nhập công ty cao nhất thì số căn hộ có người thuê là 125 căn hộ.

Câu 14. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $(-2; +\infty)$ bằng -3.
 b) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 7x + 1$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng -1.

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						

Diagram showing a function $y = f(x)$ with a local maximum at $x = -2$ (value 1) and a local minimum at $x = 0$ (value -3). The function is increasing on $(-\infty, -2)$ and $(0, +\infty)$, and decreasing on $(-2, 0)$.

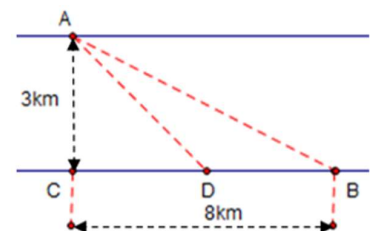
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ trên $[2; 3]$ bằng 3.

- d) Một hãng dược phẩm cần một số lọ đựng thuốc dạng hình trụ với dung tích $16\pi \text{ cm}^3$. Để ít tốn nguyên liệu sản xuất nhất thì bán kính đáy R của lọ bằng 2cm.

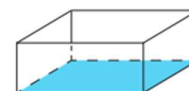
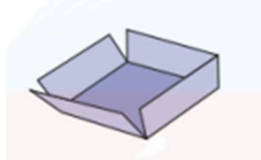
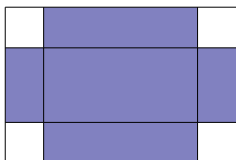
PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{x - m^2 - 1}{x - m}$ có bao nhiêu giá trị nguyên m thỏa mãn $\max_{[0; 4]} y = -6$?

Câu 16. Anh An muốn di chuyển từ vị trí A đến điểm B càng nhanh càng tốt (như hình vẽ). Để di chuyển từ vị trí A đến điểm B anh An có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B, hay có thể chèo thuyền trực tiếp đến B, hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D nằm giữa B và C sau đó chạy đến B. Biết anh ấy có thể chèo thuyền với vận tốc 6km/h, chạy với vận tốc 8km/h, $AC = 3\text{km}$, $BC = 8\text{km}$ và vận tốc dòng nước là không đáng kể so với vận tốc chèo thuyền của anh An. Tìm khoảng thời gian nhanh nhất (đơn vị: giờ) để anh An đến B (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).



- Câu 17.** Một hãng điện thoại đưa ra quy luật bán buôn cho từng đại lí, đó là đại lí càng nhập nhiều chiếc điện thoại của hãng thì giá bán buôn một chiếc điện thoại càng giảm. Cụ thể, nếu đại lí mua x điện thoại thì giá tiền của mỗi điện thoại là $6000 - 3x$ (nghìn đồng), $x \in \mathbb{N}^*, x < 200$. Đại lí nhập cùng một lúc bao nhiêu chiếc điện thoại thì hãng có thể thu về nhiều tiền nhất từ đại lí đó?
- Câu 18.** Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày phát hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = -t^3 + 45t^2 + 600t, t \in \mathbb{N}, t \leq 30$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Trong 30 ngày đầu tiên, có bao nhiêu ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200?
- Câu 19.** Một hộp sữa dung tích 1 lít có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông cạnh bằng $x(\text{cm})$ và chiều cao $h(\text{cm})$. Tìm giá trị của x để diện tích toàn phần của hình hộp là nhỏ nhất.
- Câu 20.** Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày phát hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = -t^3 + 45t^2 + 600t, t \in \mathbb{N}, t \leq 30$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Trong 30 ngày đầu tiên, có bao nhiêu ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200?
- Câu 21.** Trong một trò chơi, mỗi đội chơi được phát một tấm bìa hình chữ nhật kích thước 21 cm, 29,5 cm. Nhiệm vụ của mỗi đội là cắt ở bốn góc của tấm bìa này bốn hình vuông bằng nhau, rồi gấp tấm bìa lại và dán keo để được một cái hộp không nắp có dạng hình hộp chữ nhật như hình vẽ.



Đội nào thiết kế được chiếc hộp có thể tích lớn nhất sẽ dành chiến thắng. Hãy xác định cạnh của hình vuông bị cắt để thu được hộp có thể tích lớn nhất. (Coi mép dán không đáng kể, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

BÀI 3: ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

- Câu 1.** Đồ thị hàm số $y = \frac{1+2x}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là
- A. $x = 1$. B. $y = 1$. C. $x = 2$. D. $y = 2$
- Câu 2.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là đường thẳng nào sau đây
- A. $x = -2$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.
- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?
- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.
 B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
 D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.
- Câu 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là
- | | | | |
|---------|-----------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | | + | + |
| $f(x)$ | 2 | $+\infty$ | 5 |
- A. 3 B. 2 C. 4 D. 1
- Câu 5.** Hàm số nào sau đây có một tiệm cận:
- A. $y = \frac{x+3}{2x-1}$ B. $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3}$ C. $y = \frac{4}{x-1}$ D. $y = \frac{2x}{x^2+1}$.
- Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$	
$f(x)$	1	2	3	

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 7. Đường thẳng $2y + 1 = 0$ là tiệm cận ngang của hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{x+1}{2x+1}$ B. $y = \frac{x^2 + x + 1}{1 - 2x}$ C. $y = \frac{2x+1}{1-x}$ D. $y = \frac{3-x^2}{2x^2 - 3x + 1}$

Câu 8. Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{3}{x+3}$ (C). Khoảng cách từ $M(2; -1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị (C) là:

- A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ B. $y = \frac{4}{\sqrt{5}}$ C. 2 D. 4

Câu 9. Với giá trị nào của m thì tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + m + \frac{3}{m-x}$ đi qua điểm $M(1; 2)$

- A. $m = 1$ B. $m = 0$ C. $m = 2$ D. Một đáp án khác.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$ có đồ thị (C_m). Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số (C_m) có tiệm cận đứng và không có tiệm cận xiên.

- A. $m = \frac{7}{2}$ B. $m = \frac{3}{2}$ C. $m = 2$ D. $m = 0$

Câu 11. Tại một công ty sản xuất đồ chơi A , công ty phải chi 50000 USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A , công ty phải chi trả 5 USD cho nguyên liệu thô và nhân công. Gọi x ($x \geq 1$) là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A . Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là $M(x) = \frac{T(x)}{x}$. Khi x đủ lớn ($x \rightarrow +\infty$) thì chi phí trung bình (USD) cho mỗi sản phẩm đồ chơi A gần nhất với kết quả nào sau đây?

- A. 50 000 B. 50 005 C. 10 D. 5

Câu 12. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ là

- A. $y = x - 3$. B. $y = x + 1$ C. $y = -3x + 1$ D. $y = -3y + 1$

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

- a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.
b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.
c) Đồ thị hàm số có tất cả hai đường tiệm cận.
d) Đồ thị hàm số có giao điểm I của hai đường tiệm cận nằm trên đường thẳng (Δ): $x + 2y - 3 = 0$.

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 2}$ có đồ thị là (C). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đồ thị hàm số (C) có hai đường tiệm cận.
b) Giao điểm của hai tiệm cận là $I(-2; -6)$.
c) Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $4\sqrt{2}$.
d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) đi qua điểm $M(0; -4)$.

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có dạng $y = ax + b$, ($a, b \in \mathbb{Z}$). Tính giá trị biểu thức $P = 5a + 2024b$.

Câu 16. Anh An là một nhà quy hoạch đô thị, mô hình hóa dân số $P(t)$ (nghìn người) của vùng anh ấy sống sau t năm kể từ thời điểm hiện tại là $P(t) = \frac{40t}{t^2 + 10} - \frac{50}{t + 1} + 70$. Dân số mà anh An dự kiến trong dài hạn là bao nhiêu nghìn người (khi $t \rightarrow +\infty$).

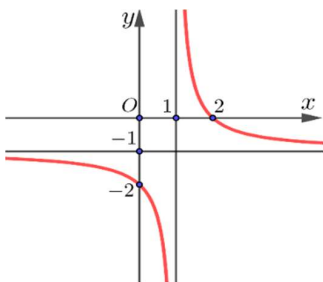
Câu 17. Nồng độ thuốc trong máu của một bệnh nhân t giờ sau khi tiêm là $C(t) \left(\frac{mg}{ml} \right)$ với $C(t)$ được cho bởi công thức $C(t) = \frac{0,4}{t^{1,2} + 1} + 0,013$. Tìm nồng độ thuốc tồn dư, tức là nồng độ thuốc vẫn còn trong cơ thể nạn nhân trong dài hạn (khi $t \rightarrow +\infty$).

Câu 18. Hai loài cùng tồn tại trong cùng một hệ sinh thái. Sau t năm, số lượng cá thể loài I là $P(t)$ nghìn con, số lượng cá thể loài II là $Q(t)$ nghìn con, trong đó P và Q được mô hình hóa bởi các hàm $Q(t) = \frac{64}{4 - t}$ với mọi $t \geq 0$ sao cho số lượng cá thể tương ứng là đại lượng không âm. Tìm số lượng cá thể ban đầu của mỗi loài II .

Câu 19. Viết phương trình các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 2}$.

Câu 20. Tìm m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 2}$ tại hai điểm phân biệt.

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ có đồ thị là hình bên dưới.



a) Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

b) Viết phương trình các đường tiệm cận của đồ thị hàm số

BÀI 4: KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1. Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

- A. $y = -x^2 + 2x - 1$ B. $y = -x^3 + 3x + 1$.
C. $y = 2x^3 - 6x + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

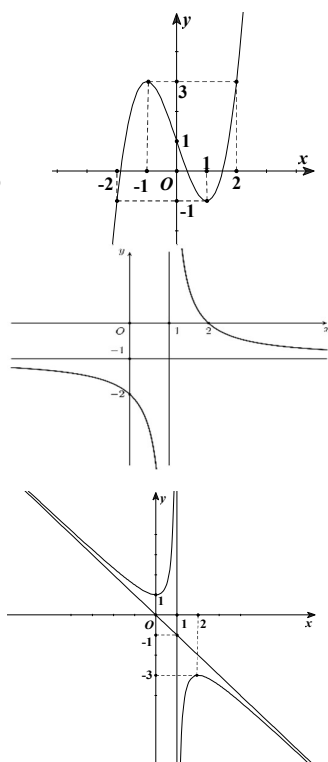
Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx - 1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trong các hệ số a, b, c có bao nhiêu số dương?

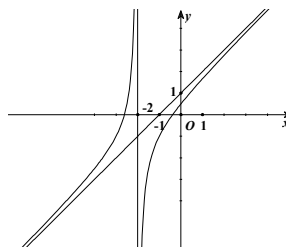
- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 3. Đường cong cho trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

- A. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$. B. $y = \frac{-x^2 + x + 2}{x - 1}$.
C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{-x + 1}$. D. $y = \frac{-x^2 - x + 1}{x - 1}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + 1}{cx + 2}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.





Tính giá trị biểu thức: $T = 2a + 3b - c$.

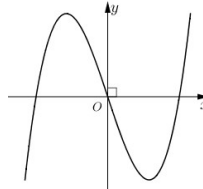
A. 9.

B. 10.

C. 8.

D. 11.

Câu 5. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



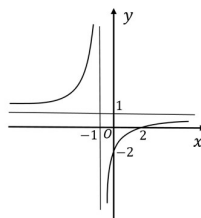
A. $y = x^3 - 2024x$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 2024$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



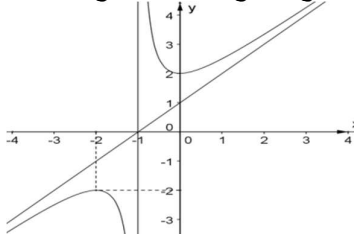
A. $(0; -2)$.

B. $(2; 0)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(0; 2)$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



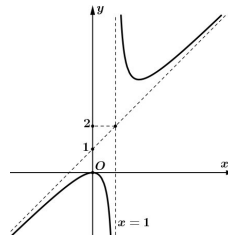
A. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

B. $y = \frac{x^2-2x+2}{x+1}$.

C. $y = x^2 - 2x + 2$.

D. $y = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$.

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{x^2+a}{x+b}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Giá trị của $T = a + b$ bằng



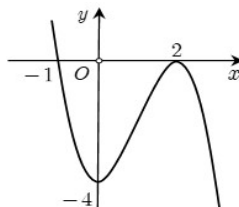
A. $T = 0$.

B. $T = -2$.

C. $T = -1$.

D. $T = 2$.

Câu 9. Đường cong ở hình sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$

B. $y = x^3 - 4$

C. $y = x^2 - 4$

D. $y = -x^2 - 4$

Câu 10. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên?

A. $y = \frac{2x+1}{x-2}$

B. $y = \frac{2x-5}{x-2}$

C. $y = \frac{2x+1}{x+2}$

D. $y = \frac{2x-1}{x+2}$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		-
y	2	$+\infty$	2

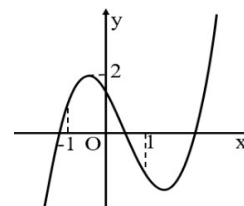
Câu 11. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào là đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0.$

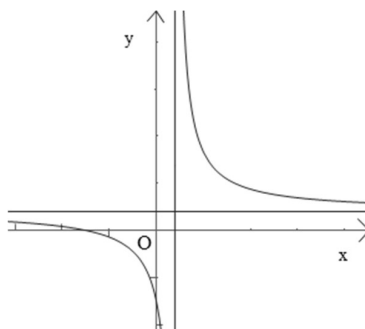
B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0.$

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0.$

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0.$



Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{(a-1)x+b}{(c-1)x+d}, d < 0$ có đồ thị như hình trên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. $a > 1, b > 0, c < 1.$

B. $a > 1, b < 0, c > 1.$

C. $a < 1, b > 0, c < 1.$

D. $a > 1, b > 0, c > 1.$

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

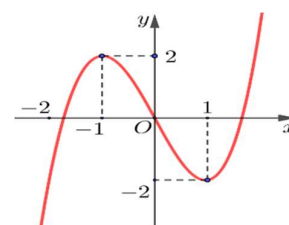
Câu 13. Cho đồ thị hàm số bậc ba như hình bên. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1; 2)$

b) Đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

d) Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O



Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x+1}$ có đồ thị (C). Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; -1); (-1; 0).$

b) Hàm số có hai điểm cực trị.

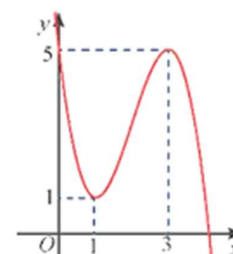
c) Đồ thị (C) không cắt trục Ox.

d) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên đi qua điểm $A(1; 2)$

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Cho đồ thị hàm số $y = f(x) = 4x - 3 + \frac{1}{x-2}$ có tâm đối xứng I(a;b). Giá trị của biểu thức $a - 3b$ là bao nhiêu?

Câu 16. Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính giá trị $f(5)$?



Câu 17. Giả sử chi phí cho xuất bản x cuốn tạp chí (gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in,...) được cho bởi công thức: $C(x) = 0,0001x^2 - 0,2x + 10000$, trong đó $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng (1 vạn đồng = 10.000 đồng). Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Tỷ số $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn và tổng chi phí $T(x)$ (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí. Tính $M(x)$ theo x và tìm số lượng tạp chí cần

xuất bản sao cho chi phí trung bình là thấp nhất, biết rằng nhu cầu hiện tại xuất bản không quá 30.000 cuốn. Khi đó chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí là bao nhiêu?

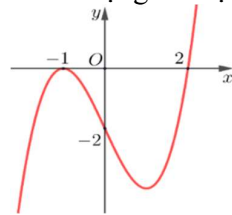
Câu 18. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa. Hãy tính lợi nhuận tối đa đó.

Câu 19. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$ có đồ thị là (C).

a) Viết phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

b) Tìm tâm đối xứng của đồ thị hàm số.

Câu 20. Cho 2 hàm số có dạng đồ thị và bảng biến thiên như hình vẽ



Hình 1

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		$+\infty$	3	$-\infty$

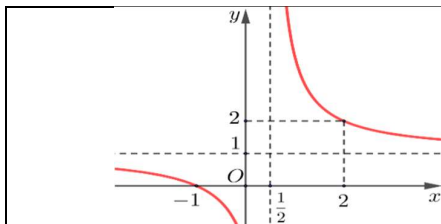
Hình 2

Xét tính đúng/sai các mệnh đề sau:

a) Hình 1 là đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ xác định dấu của hệ số a và d

b) Hình 2 là bảng biến thiên của hàm số có dạng $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ với $a \neq 0, m \neq 0$. Tìm tọa độ các điểm cực trị và phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Câu 21. Cho đồ thị hình 1 là của hàm số: $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ và BBT hình 2 là của hàm số: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$



Hình 1

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		3	$-\infty$

Hình 2

a) Hình 1 là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$. Tìm các giá trị a, b, c, d .

b) Hình 2 có đồ thị hàm số có dạng là: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính $T = a + 2b + 3c - d$.

BÀI 5: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ VẤN ĐỀ LIÊN QUAN ĐẾN THỰC TIỄN

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

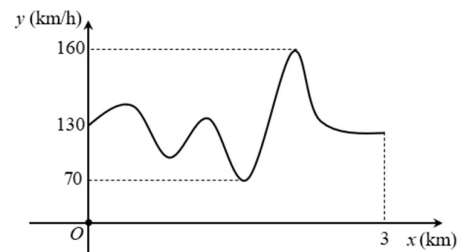
Câu 1. Đồ thị bên dưới là tốc độ của một chiếc xe đua trên đoạn đường đua bằng phẳng dài 3 km. Tốc độ nhỏ nhất của xe đua trên đoạn đường này bằng

- A. 3 (km/h). B. 160 (km/h).
C. 130 (km/h). D. 70 (km/h).

Câu 2. Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ mặt đất với tốc độ ban đầu là 32,5 m/s (bỏ qua sức cản của không khí), độ cao

(tính bằng mét) của vật sau t giây được cho bởi công thức $h(t) = 32,5t - 4,9t^2$. Vận tốc của vật sau 3 giây bằng

- A. 53,4 (m/s). B. 32,5 (m/s). C. 3,1 (m/s). D. 4,9 (m/s).



- Câu 3.** Giả sử số lượng của một quần thể nấm X tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bằng hàm số $P(t) = 120e^{0,15t}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm X là
- A. 18 tế bào/giờ. B. 120 tế bào/giờ. C. 15 tế bào/giờ. D. 102 tế bào/giờ.
- Câu 4.** Giả sử chi phí (tính bằng trăm nghìn đồng) để sản xuất x đơn vị hàng hóa nào đó là $C(x) = 27900 + 100x - 1,5x^2 + 0,025x^3$. Khi đó hàm chi phí biên tương ứng là
- A. $C'(x) = 28000 - 3x + 0,075x^2$. B. $C'(x) = 100 - 3x + 0,075x^2$.
C. $C'(x) = 100 + 3x + 0,075x^2$. D. $C'(x) = 28000 + 3x + 0,075x^2$.
- Câu 5.** Giả sử số lượng x sản phẩm bán ra của một loại hàng hóa phụ thuộc vào giá bán p (nghìn đồng, $p < 250$) của nó theo công thức $x = \frac{250 - p}{0,01p}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Số lượng sản phẩm bán ra luôn tăng khi giá bán tăng.
B. Số lượng sản phẩm bán ra không đổi khi giá bán giảm.
C. Số lượng sản phẩm bán ra luôn giảm khi giá bán giảm.
D. Số lượng sản phẩm bán ra luôn giảm khi giá bán tăng.
- Câu 6.** Một cửa hàng bán dầu muốn đóng những thùng đựng dầu có thể tích không đổi bằng $V = 30\text{dm}^3$ Thùng có dạng hình hộp chữ nhật có nắp, đáy là hình vuông cạnh x dm ($x > 0$). Trên thị trường, giá nguyên vật liệu làm đáy và nắp thùng là 120 000 đồng/ m^2 , giá nguyên vật liệu làm mặt xung quanh của thùng là 100 000 đồng/ m^2 . Chi phí để cửa hàng làm một thùng đựng dầu được cho bởi công thức (đơn vị nghìn đồng)?
- A. $f(x) = \frac{12}{5}x^2 + \frac{120}{x}$. B. $f(x) = 24x^2 + \frac{120}{x}$. C. $f(x) = 2x^2 + \frac{120}{x}$. D. $f(x) = 24x^2 + \frac{1200}{x}$.
- Câu 7.** Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Trong bốn phương án dưới đây, lái xe sẽ thu được nhiều tiền nhất ứng với số khách được chở là
- A. 13. B. 14. C. 15. D. 16.
- Câu 8.** Một công ty sản xuất một sản phẩm. Bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm giá bán là $p(x) = 1000 - 25x$, trong đó $p(x)$ (triệu đồng) là giá bán của mỗi sản phẩm mà tại giá bán này có x sản phẩm được bán ra. Khi đó hàm doanh thu của công ty là
- A. $f(x) = 1000x - 25x^2$. B. $f(x) = 1000x + 25x^2$. C. $f(x) = 25x^2 - 1000x$. D. $f(x) = 1000 - 25x^2$.
- Câu 9.** Giả sử chi phí tiền xăng C (đồng) phụ thuộc tốc độ trung bình v (km/h) được biểu diễn theo công thức: $C(v) = \frac{5400}{v} + \frac{3}{2}v$ ($0 < v \leq 120$). Tài xế xe tải lái xe với tốc độ trung bình là bao nhiêu để tiết kiệm tiền xăng nhất?
- A. 30. B. 60. C. 90. D. 120.
- Câu 10.** Dân số của Việt Nam sau t năm tính từ năm 2023 được dự đoán theo công thức với $N(t)$ tính theo đơn vị triệu người: $N(t) = 100 \cdot e^{0,012t}$, $0 < t \leq 50$. Biết rằng đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ gia tăng dân số của Việt Nam (đơn vị là triệu người/năm). Vào năm nào thì tốc độ gia tăng dân số hơn 2 triệu người/năm.
- A. 2063. B. 2064. C. 2065. D. 2066.
- Câu 11.** Giả sử hàm cầu đối với một loại hàng hóa được cho bởi công thức: $p = \frac{354}{1 + 0,01x}$, $x \geq 0$. Trong đó p là giá bán (nghìn đồng) của mỗi đơn vị sản phẩm và x là số lượng đơn vị sản phẩm đã bán. Số lượng đơn vị sản phẩm bán được sẽ thay đổi như thế nào khi giá bán tăng.
- A. Tăng lên. B. Giảm đi. C. Không thay đổi. D. Không xác định.

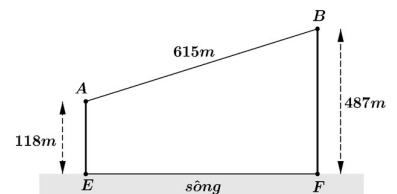
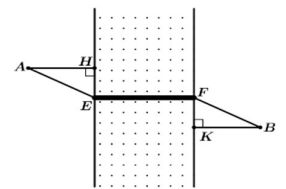
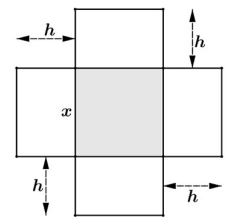
- Câu 12.** Một cửa hàng nhận làm những chiếc xô bằng nhôm hình trụ không có nắp để chứa nước. Gọi x (cm) là bán kính đáy của chiếc xô và $S(x) = \pi x^2 + \frac{20000}{x}$ (cm²) là diện tích toàn phần của chiếc xô, khi đó x bằng bao nhiêu để cửa hàng tốn ít nguyên vật liệu nhất (kết quả làm tròn tới hàng phần mười)?
A. 14,7. B. 15. C. 15,2. D. 14.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

- Câu 13.** Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm t (giây) là $y = t^3 - 12t + 3, t \geq 0$.
a) Hàm gia tốc của vật là $a = y'$.
b) Hàm vận tốc của vật là $v(t) = 3t^2 - 12$.
c) Tại thời điểm $t = 1$ thì hạt đang chuyển động lên trên.
d) Trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 3$ thì quãng đường mà hạt đi là 23 m.
- Câu 14.** Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm được biểu diễn bởi công thức: $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Cho phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).
a) Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.
b) Số tiền A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là 600 triệu đồng.
c) Lợi nhuận mà A thu được khi bán x tấn sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho B được biểu diễn bởi công thức $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.
d) Bên A bán cho B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

PHẦN 3. TỰ LUẬN

- Câu 15.** Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày?
- Câu 16.** Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x (cm), chiều cao là h (cm) và thể tích là 4000cm³. Tìm độ dài cạnh hình vuông x sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.
- Câu 17.** Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là 4 km và thành phố B cách con sông một khoảng là 6 km (hình vẽ), biết $HE + KF = 20$ km và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố A là bao nhiêu kilomet để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $A E F B$)? (kết quả làm tròn đến phần chục)
- Câu 18.** Giả sử doanh số bán hàng (đơn vị triệu đồng) của một sản phẩm mới trong vòng một số năm nhất định tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = 500(t^2 + me^{-t})$, với $t \geq 0$ là thời gian tính bằng năm kể từ khi phát hành sản phẩm mới, $m \leq 0$ là tham số. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Biết rằng tốc độ bán hàng luôn tăng trong khoảng thời gian 10 năm đầu phát hành sản phẩm, khi đó giá trị nhỏ nhất của m bằng bao nhiêu?
- Câu 19.** Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là 100 km. Vận tốc dòng nước là 5 (km/h). Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v (km/h), ($v > 5$) thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = c.v^3.t$, trong đó c là hằng số dương, E được tính bằng Jun. Biết rằng vận tốc bơi của cá khi nước đứng



yên thuộc khoảng $(a; b)$ thì năng lượng tiêu hao của cá giảm. Hãy tính giá trị lớn nhất của $b - a$ (kết quả làm tròn tới hàng phần mười).

Câu 20. Để làm một cửa sổ có dạng một hình bán nguyệt và một hình chữ nhật ghép lại như hình vẽ bên, người ta dùng 8 m dây thép để làm các đường viền. Gọi x, y là độ dài cạnh của khung hình chữ nhật.

- Tính chiều dài dây để uốn ra bán nguyệt.
- Diện tích của cửa sổ là $S = 4x - x^2$ có đúng không?
- Tìm y khi diện tích của cửa sổ lớn nhất.



Câu 21. Tại một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nhân viên phụ trách sản xuất cho biết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất $x \text{ (m}^3\text{)}$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 5 triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0005x^2$ chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết công suất tối đa mỗi ngày của cơ sở này là 200 m^3 . Gọi $C(x)$ là chi phí sản xuất $x \text{ (m}^3\text{)}$ sản phẩm mỗi ngày và $\bar{c}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Khi đó:

- Xây dựng biểu thức của hàm số $C(x)$ và $\bar{c}(x)$.
- Một nhân công tính chi phí trung bình giảm xuống khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày không vượt quá 100 m^3 có đúng không?

CHƯƠNG II: TỌA ĐỘ CỦA VECTO TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 6: VECTO TRONG KHÔNG GIAN

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1. Cho tứ diện ABCD. Lấy G là trọng tâm tam giác BCD. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$. C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{BG}$. D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Lấy M là trung điểm đoạn thẳng CC' . Vecto $\overrightarrow{AM}$ bằng

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$. C. $\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$. D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB'}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AD'}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 4. Cho tứ diện đều ABCD có độ dài cạnh bằng a, gọi M là trung điểm cạnh CD. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}$ bằng

- A. $\frac{a^2}{4}$. B. $\frac{a^2}{2}$. C. $\frac{a^2}{3}$. D. a^2 .

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a. Véc tơ nào bằng véc tơ $\overrightarrow{D'C'}$

- A. $\overrightarrow{DD'}$. B. $\overrightarrow{AD}$. C. $\overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{CD}$.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a. Gọi M là trung điểm AD. Giá trị $\overrightarrow{B_1M} \cdot \overrightarrow{BD_1}$ là:

- A. a^2 . B. $\frac{1}{2}a^2$. C. $\frac{3}{2}a^2$. D. $\frac{3}{4}a^2$.

Câu 7. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB'}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.
C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD'}$. D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{AA'}$.

Câu 8. Nếu một vật có khối lượng m (kg) thì lực hấp dẫn $\vec{P}$ của trái đất tác dụng lên vật được xác định theo công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Độ lớn của lực trái đất tác dụng lên một quả lê có khối lượng 105g là

- A. 102,9N. B. 1029N. C. 1,029N. D. 10,29N.

Câu 9. Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng 2. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -4$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 2$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 1$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào là mệnh đề SAI?

- A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$. B. $\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Trên các cạnh CD và BB' ta lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $DM = BN = x$ với $0 \leq x \leq a$.

- (I) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
(II) Gọi K là trung điểm AD khi đó $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{C'D'} + \frac{1}{2}\overrightarrow{C'B'}$.
(III) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{B'D'} = a^2$.

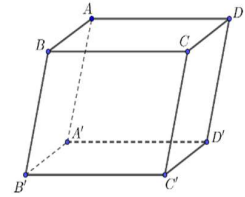
(IV) Góc giữa vector $\overrightarrow{AC'}$ và $\overrightarrow{MN}$ bằng 60° .
Trong các mệnh đề trên, số các phát biểu đúng là:

- A. 1. B. 2 C. 3. D. 4.

Câu 12. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

- (I) Hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{C'D'}$ bằng nhau
(II) Hai vector $\overrightarrow{A'D'}$ và $\overrightarrow{CB'}$ đối nhau
(III) Hai vector $\overrightarrow{A'B'}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương với nhau
(IV) Có 3 vector khác vector $\vec{0}$ bằng vector $\overrightarrow{BC}$
Trong các mệnh đề trên, số các phát biểu đúng là:

- A. 1. B. 2 C. 3. D. 4.



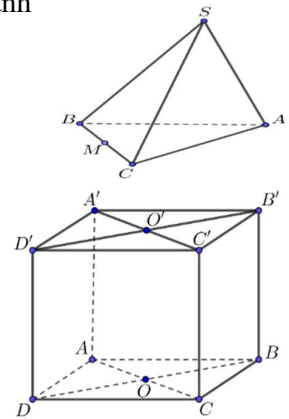
PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Cho tứ diện đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng a , M là trung điểm của cạnh BC . Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

- a) $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC}$ b) $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{SA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SC}$
c) Góc giữa $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 90° d) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{SC} = 0$

Câu 14. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O, O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

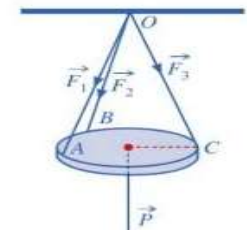
- a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC'} = \frac{a^2}{2}$ b) $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{B'D'} = -\frac{a^2}{2}$
c) $|\overrightarrow{D'A'} + \overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{AB}| = a\sqrt{3}$ d) $|\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}| = 4a$



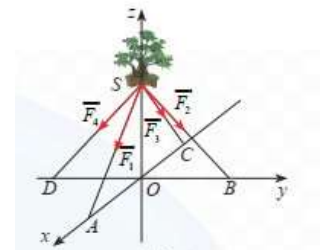
PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = a$, $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$; $\widehat{CAD} = 90^\circ$. Gọi I là điểm trên cạnh AB sao cho $AI = 3IB$ và J là trung điểm của CD . Hãy xác định góc giữa cặp vector $\overrightarrow{AB}$; và $\overrightarrow{IJ}$

Câu 16. Một tấm gỗ tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên tấm gỗ tròn sao cho các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$, lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}| = 10(N)$ (xem hình vẽ). Tính trọng lượng P của tấm gỗ tròn đó.



Câu 17. Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30;0;0); B(0;20;0); C(-20;0;0); D(0;-20;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn $60N$ và được phân bố thành bốn lực $\overrightarrow{F_1}; \overrightarrow{F_2}; \overrightarrow{F_3}; \overrightarrow{F_4}$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Tính $|\overrightarrow{F_1} + 2\overrightarrow{F_2} + 3\overrightarrow{F_3} + 4\overrightarrow{F_4}|$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



- Câu 18.** Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 3; |\vec{b}| = 4; |\vec{a} + \vec{b}| = 6$. Tính $|\vec{a} - \vec{b}|$. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Câu 19.** Trong không gian tọa độ Oxyz cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc 120° . Biết rằng $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3$, tính giá trị của biểu thức $A = |\vec{a} - \vec{b}| + |\vec{a} + \vec{b}|$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)
- Câu 20.** Cho tứ diện OABC có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = 1$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Cô sin góc giữa hai vector $\overrightarrow{OM}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng $-\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $Q = a.b$?
- Câu 21.** Một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 8m, rộng 6m và cao 4m có hai chiếc quạt treo tường. Chiếc quạt A treo chính giữa bức tường 8m và cách trần 1m, chiếc quạt B treo chính giữa bức tường 6m và cách trần 1,5m. Hỏi khoảng cách giữa hai chiếc quạt AB cách nhau bao nhiêu m (làm tròn đến hàng phần nghìn)

BÀI 7: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

- Câu 1.** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
 A. $(-1;-1;-3)$. B. $(3;1;1)$. C. $(1;1;3)$. D. $(3;3;-1)$.
- Câu 2.** Trong không gian Oxyz, cho tam giác ABC có các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành.
 A. $(-4;-2;9)$. B. $(4;2;9)$. C. $(-2;4;-5)$. D. $(6;2;-3)$.
- Câu 3.** Trong không gian Oxyz, cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$. Tính tọa độ đỉnh C của hình hộp.
 A. $C(4;6;-5)$. B. $C(2;0;2)$. C. $C(3;5;-6)$. D. $C(3;4;-6)$.
- Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $\overrightarrow{OM} = (1;5;2)$, $\overrightarrow{ON} = (3;7;-4)$, $K(-1;3;1)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N. Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{KP}$.
 A. $\overrightarrow{KP} = (6;6;-11)$. B. $\overrightarrow{KP} = (8;6;-11)$. C. $\overrightarrow{KP} = (6;6;-4)$. D. $\overrightarrow{KP} = (3;3;-2)$.
- Câu 5.** Trong hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm là $A(1;3;-1)$, $\overrightarrow{AB} = (3;-1;5)$. Tọa độ của $\overrightarrow{OB}$ là
 A. $\overrightarrow{OB} = (-2;4;-6)$. B. $\overrightarrow{OB} = (2;-4;6)$. C. $\overrightarrow{OB} = (-4;-2;-4)$. D. $\overrightarrow{OB} = (4;2;4)$.
- Câu 6.** Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(1;2;3)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy.
 A. $A'(1;-2;3)$. B. $A'(1;2;-3)$. C. $A'(-1;2;3)$. D. $A'(-1;2;-3)$
- Câu 7.** Trong không gian Oxyz, cho hình bình hành ABCD tâm I có tọa độ các đỉnh $B(3;1;0)$, $D(0;4;-6)$. Tìm tọa độ điểm I.
 A. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$. B. $I(3;5;-6)$. C. $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -3\right)$. D. $I(-3;5;-6)$.
- Câu 8.** Trong không gian Oxyz, cho điểm M thỏa $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm đối xứng M' của M qua mặt phẳng (Oxz).
 A. $M'(-3;-5;7)$. B. $M'(3;5;-7)$. C. $M'(-3;5;7)$. D. $M'(3;-5;-7)$.
- Câu 9.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có điểm A trùng với gốc tọa độ O, điểm B nằm trên tia Ox, điểm D nằm trên tia Oy, điểm A' nằm trên tia Oz. Biết $AB = 2, AD = 4, AA' = 3$. Gọi tọa độ của C' là $(a;b;c)$ khi đó biểu thức $a + b - c$ có giá trị là.
 A. -4. B. 9. C. 3. D. 6.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm B trùng với gốc tọa độ O và tọa độ các điểm $A(3;0;0)$, $D(3;1;0)$, $B'(0;0;5)$. Gọi tọa độ $C'(m;n;p)$. Tính $m^2 + n^2 + p^2$

A. 26. B. 9. C. 16. D. 37.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;3;1)$, $\vec{b} = (-1;5;2)$, $\vec{c} = (4;-1;3)$ và $\vec{x} = (-3;22;5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

A. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$ B. $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$ C. $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$ D. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là

A. $B'(8;4;10)$ B. $B'(6;12;0)$ C. $B'(10;8;6)$ D. $B'(13;0;17)$

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{OA} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ và $\vec{OB} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$.

- a) Tọa độ của vectơ $\vec{i}$ là $(0;1;0)$.
b) Tọa độ của vectơ $\vec{OA}$ là $(x;y;z)$.
c) Tọa độ của điểm B là $(x';y';z')$.
d) Nếu $\vec{OA} = \vec{OB}$ thì $x = x', y = y', z = z'$.

Câu 14. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(-4;3;-1)$ và $N(2;-1;-3)$

- a) Tìm tọa độ vector $\vec{OM} = (-4;3;-1)$
b) Cho vector $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ và $\vec{AM} = \vec{v}$. Tọa độ của điểm A là: $A(5;1;2)$
c) Gọi G là trọng tâm của $\triangle OMN$. Tọa độ hình chiếu của G trên Oxy là $\left(0;0;-\frac{4}{3}\right)$
d) I là trung điểm của đoạn MN . Tọa độ của vector $\vec{w} = 3\vec{i} + 2\vec{ON} - \frac{1}{2}\vec{OI}$ là $\left(\frac{9}{2};\frac{-5}{2};-7\right)$

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho $\triangle ABC$ với $A(1;0;-2)$, $B(-2;3;4)$, $C(4;-6;1)$.

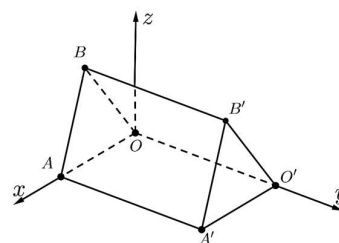
- a) Tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$.
b) Tìm tọa độ các vectơ $\vec{AB}$, $\vec{AC}$.
c) $\triangle ABC$ có là tam giác cân không?
d) Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\triangle ABC$ biết $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(1;1;3)$. $H(x_0;y_0;z_0)$ là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC . Khi đó $x_0 + y_0 + z_0$ bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 17. Những căn lều gỗ trong hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong hình 2. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimet), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240;450;0)$ và $(120;450;300)$. Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là a cm và chiều rộng là b cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là c cm. Tính $a + b + c$ (kàm tròn đến hàng đơn vị).

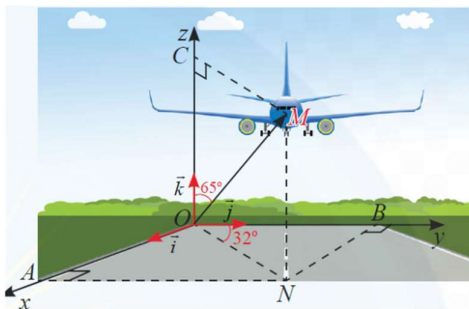


Hình 1

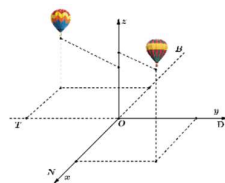


Hình 2

Câu 18. Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên dưới, cho biết $M(a;b;c)$ là vị trí của máy bay, $OM = 14$, $\widehat{NOB} = 32^\circ$, $\widehat{MOC} = 65^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + c$

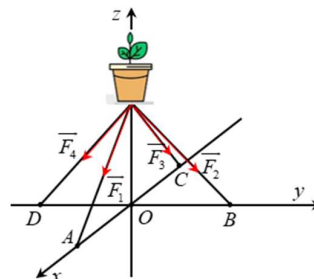


Câu 19. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $C(x;y;z)$. Tính $x + y + z$.



Câu 20. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là a km theo hướng nam và b km theo hướng tây. Tính tổng $2a + 3b$.

Câu 21. Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30;0;0)$, $B(0;20;0)$, $C(-20;0;0)$, $D(0;-20;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 60N và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Tính $|\vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4|$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



BÀI 8: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTO

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

- Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (1;2;3)$ và $\vec{b} = (4;5;6)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} + \vec{b}$ tương ứng là
 A. $(5;7;9)$. B. $(3;7;9)$. C. $(5;3;9)$. D. $(3;5;9)$.
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{u} = (1;2;3)$ và $\vec{v} = (4;-5;6)$. Tìm tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.
 A. 12. B. 20. C. 14. D. 28
- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và điểm $B(3;4;5)$. Tọa độ điểm C là trung điểm của đoạn thẳng AB là
 A. $(2;3;4)$. B. $(1;3;5)$. C. $(2;4;3)$. D. $(2;2;3)$.
- Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;-5)$, $B(1;2;4)$, $C(2;5;-2)$. Tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$ là
 A. $G(6;9;-3)$. B. $G(2;3;-1)$. C. $G(2;3;1)$. D. $G(6;9;3)$.
- Câu 5.** Trong không gian Oxz , cho hai vectơ là $\vec{a} = (1;2;3)$ và $\vec{b} = (2;-1;1)$. Tìm biểu thức tọa độ của vectơ $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$.

- A. $(-1; 8; 7)$. B. $(3; 4; 5)$. C. $(-1; 7; 7)$. D. $(4; 5; 6)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng với điểm $M(2; 2; -1)$ qua mặt phẳng (Oyz) là
A. $M'(2; -2; 1)$. B. $M'(-2; 0; 0)$. C. $M'(-2; -2; 1)$. D. $M'(-2; 2; -1)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy là
A. $M_2(1; 2; 3)$. B. $M_3(-1; 2; -3)$. C. $M_4(-1; -2; -3)$. D. $M_1(1; -2; -3)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC , với $A(1; 2; 1), B(-3; 0; 3), C(2; 4; -1)$.
Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $D(6; 6; -3)$. B. $D(6; -6; 3)$. C. $D(6; 6; 3)$. D. $D(6; -6; -3)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 1; 2)$. Tích vô hướng $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng
A. 12. B. 2. C. 11. D. 10.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (1; 0; 0)$ và $\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$. Góc giữa hai vectơ này là
A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1); B(2; -1; 3)$ và điểm $M(a; b; 0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a + b$ là
A. 3. B. -2. C. 1. D. 2.

Câu 12. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (H.2.52). Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan và một chiếc tàu thám hiểm có tọa độ là $(30; 25; -15)$. Khoảng cách theo đơn vị kilômét từ chiếc ra đa và một chiếc tàu thám hiểm. (Kết quả làm tròn lấy một chữ số thập phân)
A. 41,8km. B. 31,8km. C. 41,9km. D. 31,9km.



Hình 2.52

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -2; 3), B(-2; 1; 2), C(3; -1; 2)$. Xét tính đúng/sai các mệnh đề sau:

- a) $\overline{AB} = (-3; 3; 1)$. b) $\overline{AB} = 3\overline{AC}$. c) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

- d) Tọa độ chân đường cao vẽ từ A của tam giác ABC là $\left(-\frac{47}{29}; \frac{13}{29}; 2\right)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 3; 5), B(1; 1; 3), C(4; -2; 3)$. Xét tính đúng/sai các mệnh đề sau:

- a) Tọa độ trung điểm của BC là $\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}; 3\right)$. b) Độ dài đoạn thẳng BC là $3\sqrt{2}$.

- c) Côsin $\widehat{BAC}$ bằng $\frac{7\sqrt{19}}{38}$.

- d) Gọi D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCD$. Tọa độ hình chiếu của trọng tâm tam giác ABD lên mặt phẳng Oyz là $(2; 0; 0)$.

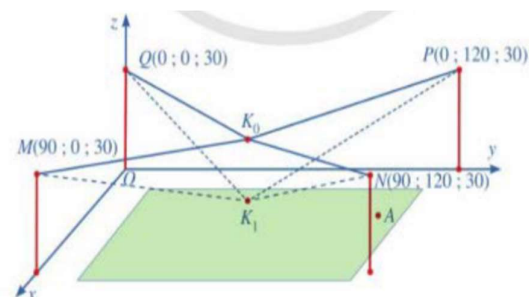
PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; m-1; 3), \vec{b} = (1; 3; -2n)$. Nếu $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$ thì giá trị $m + n$ bằng bao nhiêu?

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; -1; 1)$ và $B(3; -1; 1)$. Điểm $M(a; b; c)$ thỏa mãn $\overline{AM} = 3\overline{MB}$. Tính $a - 2b + c$.

Câu 17. Trong không gian với một hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilomet), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 5 phút tiếp theo, khoảng cách từ máy bay đến gốc tọa độ O bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 18. Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90;0;30)$, $N(90;120;30)$, $P(0;120;30)$, $Q(0;0;30)$. Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25

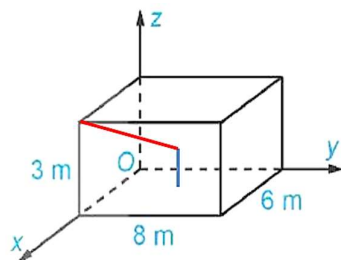


và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A, camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 cao độ bằng 19. Tọa độ của vector $\overrightarrow{K_0K_1} = (a;b;c)$ với a,b,c là các số thực. Tính $P = a + b - c$?

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$, $B(3;0;8)$; $D(-5;-4;0)$. Biết đỉnh A thuộc mặt phẳng (Oxy) và có tọa độ là những số nguyên, khi đó $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}|$ bằng:

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$ cho hai vec tơ $\vec{a} = (1;-2;0)$, $\vec{b} = (1;3;-2)$. Góc giữa hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng bao nhiêu (tính theo độ làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 21. Trong một phòng học được thiết kế dạng hình hộp chữ nhật, với chiều dài 8m, chiều rộng 6m và chiều cao 3m. Hai bạn An và Bình làm nhiệm vụ trực nhật, mạng nhện cần quét ở góc ngoài cùng trên trần nhà, An bảo không nên đứng ngay vị trí đó ở nền nhà quét vì sẽ bụi rơi xuống người mình, An lại dỗ bạn Bình ‘nếu mình đứng ở giữa nhà quét thì mình phải kéo chổi quét nhà dài ra mấy mét (làm tròn đến hàng phần trăm) để quét được vị trí mạng nhện, biết An cầm chổi cao 1,5m’. Bình trả lời đứng vị trí đó chổi dài 5m cũng không tới. Hỏi Bình đã tính được bao nhiêu?



CHƯƠNG III: CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CHO MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

BÀI 9: KHOẢNG BIẾN THIÊN VÀ KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1. Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100]$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. $[0; 20)$. B. $[20; 40)$. C. $[40; 60)$. D. $[60; 80)$.

Câu 2. Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5; 12,5)$	$[12,5; 15,5)$	$[15,5; 18,5)$	$[18,5; 21,5)$	$[21,5; 24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tìm tứ phân vị thứ nhất Q_1 .

- A. $Q_1 = 15$. B. $Q_1 = 15,5$. C. $Q_1 = 15,2$. D. $Q_1 = 15,25$.

Câu 3. Khảo sát thời gian tập nghe nhạc trong ngày của học sinh lớp 12B thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	10	12	9	4

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba Q_3 là

- A. [20; 40). B. [40; 60). C. [60; 80). D. [80; 100).

Câu 4. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là:

- A. [20; 40). B. [40; 60). C. [60; 80). D. [80; 100).

Câu 5. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên của một công ty như sau:

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số nhân viên	7	14	25	37	21	14	10

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 và tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. $Q_1 = \frac{136}{5}, Q_3 = \frac{800}{21}$. B. $Q_1 = \frac{1360}{37}, Q_3 = \frac{800}{21}$.
C. $Q_1 = \frac{1360}{37}, Q_3 = \frac{3280}{83}$. D. $Q_1 = \frac{136}{5}, Q_3 = \frac{3280}{83}$.

Câu 6. Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 25. B. 30. C. 6. D. 69,8.

Câu 7. Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 23,75. B. 27,5. C. 31,88. D. 8,125.

Câu 8. Có bao nhiêu nhận xét đúng trong các nhận xét sau :

- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm luôn luôn bằng khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc.
- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm.
- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 9. Nhận xét nào sai trong các nhận xét sau :

- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường trong mẫu số liệu.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc.
- Khoảng tứ phân vị càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
- Khoảng tứ phân vị được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm.

- A. Nhận xét 1. B. Nhận xét 2. C. Nhận xét 3. D. Nhận xét 4.

Câu 10. Trong kì thi chọn học sinh giỏi ở cụm trường THPT A, môn Toán có 25 học sinh tham gia kết quả điểm bài thi của học sinh được thể hiện trong bảng sau:

Điểm bài thi	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)	[18; 20)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

- A. 18,5. B. 10,5. C. 8. D. 10.

Câu 11. Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	Tần số
$[a_1; a_2)$	n_1

$[a_2; a_3)$	n_2
$\dots$	n_m
$[a_m; a_{m+1})$	
	n

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

- A. $R = a_m - a_1$. B. $R = a_{m+1} - a_m$. C. $R = a_{m+1} - a_2$. D. $R = a_{m+1} - a_1$

Câu 12. Cho mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2, Q_3 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng:

- A. $Q_2 - Q_1$. B. $Q_1 - Q_3$. C. $Q_3 - Q_1$. D. $Q_1 - Q_2$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Số tiền thưởng cuối năm của nhân viên công ty X được thống kê như sau (đơn vị triệu đồng):

3	5	7	12	15	11	4	5	8	15
16	18	20	22	15	29	28	22	24	26
16	21	25	26	29	6	8	10	17	18

Hãy chuyển mẫu số liệu sang dạng ghép nhóm với 6 nhóm có độ dài bằng nhau. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

- a) Cỡ mẫu là 30.
b) Tiền thưởng trung bình của các nhân viên là 16,2.
c) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 26.
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là 14,5.

Câu 14. Thành tích chạy 50 m của 30 em học sinh lớp 10 trường THPT A được thống kê như bảng sau. (đơn vị: giây)

6,3	6,2	6,5	6,8	6,9	8,2
6,6	6,7	7,0	7,1	7,2	8,3
7,4	7,3	7,2	7,1	7,0	8,4
7,1	7,3	7,5	7,5	7,6	8,7
7,6	7,7	7,8	7,5	7,7	7,8

Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên là:

Lớp thời gian chạy (giây)	$[6,0; 6,5)$	$[6,5; 7,0)$	$[7,0; 7,5)$	$[7,5; 8,0)$	$[8,0; 8,5)$	$[8,5; 9,0)$
Tần số	2	5	10	9	3	1

- b) Trung bình mỗi em chạy 50 m hết số thời gian là 7,5 (giây).
c) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = 3,1$
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = 0,781$.

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao (đơn vị: Centimet) của 43 học sinh trong một lớp học khối 11 của một trường phổ thông

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[150; 155)$	152,5	5
$[155; 160)$	157,5	10
$[160; 165)$	162,5	12
$[165; 170)$	167,5	9
$[170; 175)$	172,5	4
$[175; 180)$	177,5	3
		$n = 43$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 16. Bảng sau đây cho biết chiều cao của học sinh lớp 5A

Chiều cao (cm)	Tần số
[85; 90)	1
[90; 95)	4
[95; 100)	8
[100; 105)	12
[105; 110)	3
[110; 115)	2

Tìm khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của học sinh lớp 5A.

Câu 17. Thời gian tập luyện trong một ngày (tính theo giờ) của một số vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian tập luyện	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số vận động viên	3	8	12	12	4

Hãy tìm khoảng biến thiên cho thời gian tập luyện của các vận động viên.

Câu 18. Kết quả đo chiều cao của 250 cây dừa đột biến 3 năm tuổi ở một viện nghiên cứu được tổng hợp ở bảng sau:

Chiều cao (m^2)	[8,5; 8,8)	[8,8; 9,1)	[9,1; 9,4)	[9,4; 9,7)	[9,7; 10)
Số cây	36	45	83	65	21

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên?

Câu 19. Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao (đơn vị: Centimet) của 43 học sinh trong một lớp học khối 11 của một trường phổ thông

Nhóm	Tần số
[150;155)	5
[155;160)	10
[160;165)	12
[165;170)	9
[170;175)	4
[175;180)	3
	$n = 43$

Tìm Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 20. Chỉ số AQI là chỉ số thể hiện chất lượng không khí. Có 5 thông số ảnh hưởng đến chỉ số AQI là Ozone mặt đất, ô nhiễm phân tử (bụi mịn PM2.5 và PM10), CO , NO_2 , SO_2 (với NO_2 , SO_2 là tác nhân gây ra mưa axit). Chỉ số AQI từ 0-50 là mức tốt, từ 51-100 là trung bình, từ 101-150 là không tốt cho các nhóm nhạy cảm, từ 151-200 là không lành mạnh, từ 201-300 là rất không tốt, và trên 301 là rất nguy hiểm. Hà Nội của chúng ta là một trong những thành phố ô nhiễm nhất thế giới. Ngày 5/3/2024 chỉ số AQI của Hà Nội đạt mức 241 và là thành phố ô nhiễm nhất thế giới ngày hôm đó. Chỉ số AQI của một số các thành phố ngày 24/6/2024 được cho trong bảng sau

Chỉ số AQI	[0;50)	[50;100)	[100;150)	[150;200)
Số thành phố	73	47	7	2

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên

Câu 21. Thống kê lượng khách du lịch đến tỉnh Quảng Ninh từ năm 2007 đến năm 2023 cho kết quả như sau (đơn vị: triệu người).

3,4	4,2	5,0	5,4	6,2	7	7,5	7,5	7,8
8,3	9,87	12,2	14	8,8	4,4	9,5	15,5	

Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các nhóm có độ dài bằng nhau đầu tiên là $[1;5)$ rồi cho biết khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

BÀI 10: PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN**PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN**

Câu 1. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7;9). B. [9;11). C. [11;13). D. [13;15).

Câu 2. Nhiệt độ trong 55 ngày của một địa phương được cho trong bảng ghép lớp sau:

Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)	[31;34)	[34;37)
Số ngày	5	7	8	16	12	7

Phương sai của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất nằm trong khoảng

- A. (17;19). B. (20;21). C. (19;20). D. (23;25).

Câu 3. Khảo sát chiều cao (đơn vị cm) của học sinh lớp 12A, ta thu được kết quả như sau:

Kết quả đo (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số học sinh	6	10	14	5	5

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng nào sau đây:

- A. (5,5;6). B. (6;6,5). C. (6,5;7). D. (7;7,5).

Câu 4. Thống kê cân nặng của học sinh lớp 11A cho trong bảng dưới đây:

Cân nặng	[40,5;45,5)	[45,5;50,5)	[50,5;55,5)	[55,5;60,5)	[60,5;65,5)	[65,5;70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Tính cân nặng trung bình của học sinh lớp 11A?

- A. 50,1. B. 52,83. C. 50,81. D. 51,81.

Câu 5. Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được thống kê ở bảng sau:

Thời gian sử dụng	[7,2;7,4)	[7,4;7,6)	[7,6;7,8)	[7,8;8,0)
Số máy	2	4	7	6

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 0,192. B. 0,193. C. 0,037. D. 0,2

Câu 6. Đại lượng nào đo độ phân tán của nửa giữa của mẫu số liệu, không bị ảnh hưởng nhiều bởi các giá trị ngoại lệ trong mẫu số liệu?

- A. Khoảng biến thiên. B. Khoảng tứ phân vị. C. Phương sai. D. Độ lệch chuẩn.

Câu 7. Để so sánh mức độ phân tán của các mẫu số liệu ghép nhóm có cùng số trung bình ta dùng đại lượng nào?

- A. Khoảng biến thiên. B. Khoảng tứ phân vị. C. Trung vị. D. Độ lệch chuẩn.

Câu 8. Thống kê điểm thi đánh giá năng lực của một trường THPT qua thang điểm 120 môn Toán

Điểm	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100]
Số học sinh	25	35	37	15	8

Điểm trung bình của tất cả các học sinh tham gia dự thi thuộc khoảng nào sau đây?

- A. [40;45]. B. [45;50]. C. [50;55]. D. [55;60].

Câu 9. Đo chiều cao các em học sinh khối 10 ta thu được kết quả

Chiều cao(cm)	Số học sinh
[150;152)	5
[152;154)	18
[154;156)	40
[156;158)	26
[158;160)	8
[160;162]	3

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $a,bcde$. Với a,b,c,d,e là các số tự nhiên. Khi đó $a+b+c+d+e$ bằng.

A. 20.

B. 21.

C. 22.

D. 23.

Câu 10. Số đặc trưng nào sau đây không sử dụng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm?

A. Khoảng biến thiên. B. Trung vị

C. Phương sai.

D. Khoảng tứ phân vị.

Câu 11. Ý nghĩa độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm

A. dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm xung quanh số trung bình của mẫu số liệu đó.

B. cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng để đại diện cho mẫu số liệu.

C. chia mẫu số liệu thành hai phần, mỗi phần chứa 50% giá trị.

D. chia mẫu số liệu thành bốn phần, mỗi phần chứa 25% giá trị.

Câu 12. Quãng đường đi bộ tập thể dục mỗi ngày (đơn vị: km) của bác An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,2; 2,6)	[2,6; 3,0)	[3,0; 3,4)	[3,4; 3,8)	[3,8; 4,2)
Số ngày	3	6	5	5	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 3,1.

B. 0,042.

C. 0,206.

D. 0,45.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Cho bảng phân bố tần số ghép lớp cân nặng (đơn vị: kg) của các công nhân trong một công ty như sau:

Các lớp giá trị của X	[50; 52)	[52; 54)	[54; 56)	[56; 58)	[58; 60)	Cộng
Tần số n_i	15	20	45	15	5	100

Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Tần suất của nhóm [52;54) là: 20%.

b) Số trung vị của mẫu số liệu là: 54,909 .

c) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là: 10 .

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là: 4,35 .

Câu 14. Thống kê chiều cao của tổ 1 và tổ 2 của lớp 10A cho bởi bảng sau:

Chiều cao (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)
Số học sinh tổ 1	3	2	2	1	3	0
Số học sinh tổ 2	1	3	3	2	1	1

Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu về chiều cao của học sinh tổ 1 là $Q_1 = 154,375$.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu về chiều cao của học sinh tổ 1 là $R = 25$.

c) Phương sai của mẫu số liệu về chiều cao của học sinh tổ 2 là $s_2^2 \approx 48,88$.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về chiều cao của học sinh tổ 2 lớn hơn độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về chiều cao của học sinh tổ 1.

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19;19,5)	[19,5;20)	[20;20,5)	[20,5;21)	[21;21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 16. Một trang báo điện tử thống kê thời gian người sử dụng đọc thông tin trên trang trong mỗi lần truy cập ở bảng sau:

Thời gian đọc (phút)	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số lượt truy cập	45	34	23	18	5

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 17. Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư (với số tiền đầu tư như nhau), khi đầu tư vào hai lĩnh vực A, B cho kết quả như sau:

Tiền lãi	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6

Tính hiệu phương sai $s_B^2 - s_A^2$ cho các mẫu số liệu về tiền lãi của các nhà đầu tư ở hai lĩnh vực này.

Câu 18. Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120;122)	[122;124)	[124;126)	[126;128)	[128;130)
Số ngày giao dịch của cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Số ngày giao dịch của cổ phiếu B	16	4	3	6	21

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên và so sánh độ rủi ro của cổ phiếu A và cổ phiếu B.

Câu 19. Thầy Niên thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 10A và 10B ở bảng sau.

Điểm trung bình	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh lớp 10A	1	0	11	22	6
Số học sinh lớp 10B	0	6	8	14	12

Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?

Câu 20. Chiều dài của 40 bé sơ sinh 12 ngày tuổi được chọn ngẫu nhiên ở viện nhi trung ương được nghiên cứu thống kê ở bảng dưới đây:

Chiều dài (cm)	[44;46)	[46;48)	[48;50)	[52;54)	[54;56)	[56;58)
Số trẻ	3	3	10	15	7	2

Tìm phương sai (làm tròn đến hàng phần trăm) của 40 bé sơ sinh ở bảng thống kê trên

Câu 21. Một công ty bất động sản Đất Vàng thực hiện cuộc khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào để tiến hành dự án xây nhà ở Thăng Long group sắp tới. Kết quả khảo sát 500 khách hàng được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	75	105	179	96	45

Độ lệch chuẩn (làm tròn đến hàng phần trăm) của mức giá đất là bao nhiêu?