

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề khảo sát gồm 4 trang)

Môn thi: Toán
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:

Mã đề: 0112

Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Lâm trường Tam Đảo thống kê đường kính thân gỗ của 60 cây xoan đào được cho ở bảng sau:

Đường kính (cm)	$[20;22)$	$[22;24)$	$[24;26)$	$[26;28)$	$[28;30)$
Tần số	5	20	18	7	10

Nhóm chứa một của mẫu số liệu đã cho là

- A. $[20;22)$. B. $[28;30)$. C. $[24;26)$. D. $[22;24)$.

Câu 2: Một hộp có 5 viên bi màu đỏ và 7 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp đó. Xác suất để lấy được 2 viên bi màu đỏ bằng

- A. $\frac{5}{33}$. B. $\frac{5}{22}$. C. $\frac{2}{33}$. D. $\frac{7}{22}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3), B(5;4;-1)$ có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-2}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$.
C. $\frac{x+5}{-2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-1}{2}$. D. $\frac{x-5}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-2}$.

Câu 4: Cho $\int_2^5 f(x)dx = 2$ và $\int_2^5 g(x)dx = 5$. Giá trị của tích phân $\int_2^5 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

- A. -8. B. 12. C. 1. D. -3.

Câu 5: Biết phương trình $\sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - x$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$. Tổng $x_1 + x_2$ bằng

- A. -3. B. -1. C. 2. D. -2.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_{10} bằng

- A. $u_{10} = -2 \cdot 3^9$. B. $u_{10} = -29$. C. $u_{10} = 25$. D. $u_{10} = 28$.

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos(3x)$ là

- A. $f'(x) = -\cos x + 3\sin(3x)$. B. $f'(x) = \cos x - 3\sin(3x)$.

C. $f'(x) = \cos x + 3\sin(3x)$.

D. $f'(x) = -\cos x + \sin(3x)$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(2x-1) > -2$ là

A. $\left(\frac{1}{2}; 5\right)$.

B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $(5; +\infty)$.

D. $(-\infty; 5)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x+3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 10: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ trên đoạn $[2; 5]$ bằng

A. $\frac{13}{4}$.

B. 5.

C. 7.

D. 2.

Câu 11: Tập nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ là

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $S = \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $S = \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 12: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2; AD = 3; AA' = 6$. Độ dài vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ bằng

A. 7.

B. $7\sqrt{3}$.

C. $11\sqrt{3}$.

D. 11.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;1), B(1;0;-3), C(-1;-2;-3)$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 2 = 0$.

a) Mặt phẳng (ABC) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính bằng $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

b) Mặt phẳng (ABC) có phương trình $2x - 2y + z - 1 = 0$.

c) $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -4)$.

d) Điểm $G(a; b; c)$ là trọng tâm của tam giác ΔABC thì $a + b + c = 2$.

Câu 2: Một cây cà chua khi mới trồng có chiều cao 15 cm. Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây cà chua tại thời điểm đúng t tuần sau khi trồng (đơn vị: cm, $0 \leq t \leq 16$). Biết rằng tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua đó được cho bởi hàm số $h'(t) = -0,02t^3 + 0,32t^2$ (đơn vị: cm/tuần).

a) Tại thời điểm đúng t tuần sau khi trồng, chiều cao của cây cà chua là $h(t) = -\frac{t^4}{200} + \frac{32t^3}{300}$ (cm).

b) Tại thời điểm tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua lớn nhất, cây cà chua cao hơn 80 (cm).

c) Trong khoảng thời gian 10 tuần đầu kể từ khi trồng, tốc độ tăng chiều cao trung bình của cây cà chua lớn hơn 5,6 (cm/tuần).

d) Tại thời điểm đúng 6 tuần sau khi trồng, chiều cao của cây cà chua là 31,56 (cm).

Câu 3: Một công ty đấu thầu hai dự án. Xác suất trúng thầu dự án thứ nhất là 0,8. Nếu trúng thầu dự án thứ nhất thì xác suất trúng thầu dự án thứ hai là 0,9. Nếu không trúng thầu dự án thứ nhất thì xác suất trúng thầu dự án thứ hai là 0,2.

a) Nếu công ty không trúng thầu dự án thứ hai thì xác suất trúng thầu dự án thứ nhất là 0,12.

b) Xác suất để công ty trúng thầu dự án thứ hai là 0,76.

c) Xác suất để công ty trúng thầu cả hai dự án là 0,72.

d) Xác suất để công ty không trúng thầu dự án thứ nhất là 0,2.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$.

a) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = ax + b$. Khi đó $a - 2b = 5$.

b) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là $y = 2x - 3$.

c) Gọi A, B lần lượt là các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số và O là gốc tọa độ. Diện tích tam giác OAB bằng 6.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

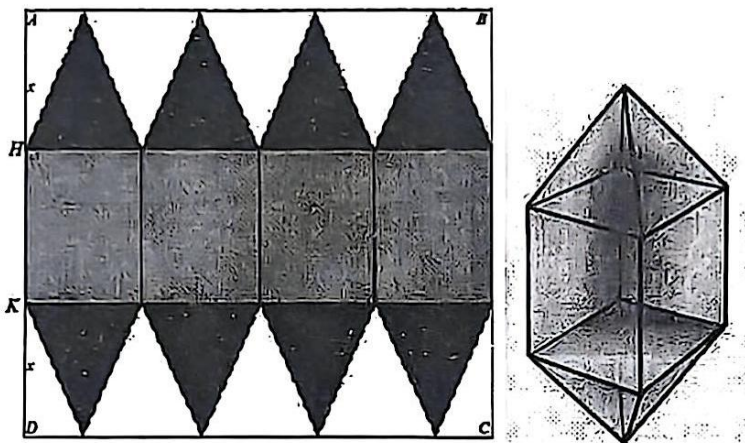
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^*, 1 \leq x \leq 5000$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0,03x^2 + 800x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = \frac{50000}{x} + 450$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

Câu 2: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, số đo góc $ABC = 60^\circ$. Biết rằng $C'A = C'B = C'C$. Góc giữa mặt phẳng $(BCC'B')$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $6\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $a\sqrt{2}$, giá trị của a bằng bao nhiêu?

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=3$, $AD=4$, $AA'=5$. Biết $BAD=90^\circ$, $BAA'=DAA'=60^\circ$. Số đo góc giữa vectơ $\overrightarrow{AC'}$ và vectơ $\overrightarrow{D'C}$ bằng bao nhiêu độ? (Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).

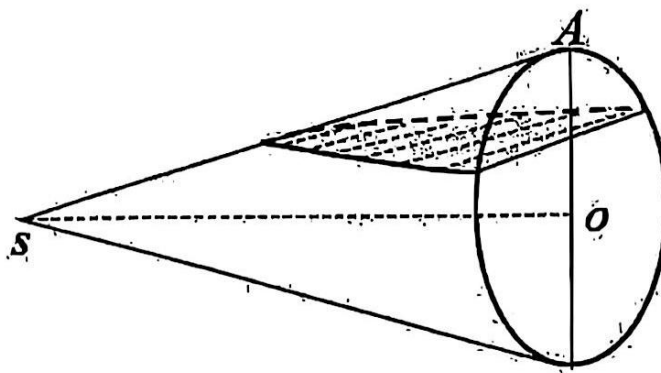
Câu 4: Bạn Minh dùng một miếng bìa hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 40cm và cắt theo đường nét đứt (như hình vẽ) để làm một chiếc đèn lồng gồm ba phần: Phần thân của đèn là một hình lăng trụ tứ giác đều, hai đầu của chiếc đèn là hai hình chóp tứ giác đều. Biết $AH=KD$, thể tích lớn nhất của chiếc đèn bằng bao nhiêu cm^3 ? (Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).



Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, có hai trục Ox, Oy đặt trên mặt đất (coi mặt đất là một mặt phẳng); tia Oz hướng lên trên; đơn vị trên các trục tính bằng km. Một Ra đa đặt tại điểm $A(12;8;3)$ có khả năng phát hiện các thiết bị bay trong vòng bán kính 30km (các thiết bị bay cách Ra đa một khoảng không quá 30km sẽ hiển thị hình ảnh trên màn hình của Ra đa). Một chiếc UAV (thiết bị bay không người lái) đang bay từ điểm $M(72;28;3)$ đến điểm $N(-32;-30;3)$ với vận tốc không đổi là 240 km/h. Hình ảnh của UAV xuất hiện trên màn hình của Ra đa bao nhiêu phút? (Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).

Câu 6: Cho hình nón có bán kính đáy $OA=6\text{cm}$ và chiều cao $SO=8\text{cm}$. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục SO và cách trục SO một khoảng bằng 3cm ta được hai phần. Thể tích phần không chứa đỉnh S bằng bao nhiêu cm^3 ?

(Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần chục).



HẾT

(Thí sinh không sử dụng tài liệu, Giám thị không giải thích gì thêm)

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Lâm trường Tam Đảo thống kê đường kính thân gỗ của 60 cây xoan đào được cho ở bảng sau:

Đường kính (cm)	[20;22)	[22;24)	[24;26)	[26;28)	[28;30)
Tần số	5	20	18	7	10

Nhóm chứa một của mẫu số liệu đã cho là

- A. [20;22). B. [28;30). C. [24;26). **D. [22;24).**

Lời giải

Tần số lớn nhất trong bảng số liệu bằng 20.

Nhóm chứa một của mẫu số liệu đã cho là [22;24).

Câu 2. Một hộp có 5 viên bi màu đỏ và 7 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp đó. Xác suất để lấy được 2 viên bi màu đỏ bằng

- A. $\frac{5}{33}$.** B. $\frac{5}{22}$. C. $\frac{2}{33}$. D. $\frac{7}{22}$.

Lời giải

Tổng số viên bi trong hộp: $n = 12$.

Số cách chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ 12 viên bi: $C_{12}^2 = 66$ (cách).

Số cách chọn ngẫu nhiên 2 viên bi đỏ từ 5 viên bi đỏ: $C_5^2 = 10$ (cách).

Xác suất để lấy được 2 viên bi màu đỏ: $P = \frac{10}{66} = \frac{5}{33}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3), B(5;4;-1)$ có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-2}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$.
C. $\frac{x+5}{-2} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z-1}{2}$. **D. $\frac{x-5}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-2}$.**

Lời giải

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3), B(5;4;-1)$ nhận $\overrightarrow{AB} = (4;2;-4)$ làm một vector chỉ phương:

Vì $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\vec{u} = (2;1;-2)$, nên phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua

điểm $B(5;4;-1)$ là: $\frac{x-5}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-2}$.

Câu 4. Cho $\int_2^5 f(x)dx = 2$ và $\int_2^5 g(x)dx = 5$. Giá trị của tích phân $\int_2^5 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

- A. -8.** B. 12. C. 1. D. -3.

Lời giải

Theo tính chất của tích phân:

$$\int_2^5 [f(x) - 2g(x)]dx = \int_2^5 f(x)dx - 2\int_2^5 g(x)dx = 2 - 2.5 = -8.$$

Câu 5. Biết phương trình $\sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - x$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$. Tổng $x_1 + x_2$

- A. -3.** B. -1. C. 2. D. -2.

Lời giải

Ta có: $\sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - x \Rightarrow 2x^2 + x + 3 = (1 - x)^2 \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -2 \end{cases}$

Thử $x_1 = -1; x_2 = -2$ vào phương trình đã cho thỏa mãn.

Vậy $x_1 + x_2 = -3$.

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_{10} bằng

A. $u_{10} = -2 \cdot 3^9$. B. $u_{10} = -29$. **C. $u_{10} = 25$** . D. $u_{10} = 28$.

Lời giải

Ta có: $u_{10} = u_1 + 9d = -2 + 9 \cdot 3 = 25$.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos(3x)$ là

A. $f'(x) = -\cos x + 3 \sin(3x)$. **B. $f'(x) = \cos x - 3 \sin(3x)$** .
C. $f'(x) = \cos x + 3 \sin(3x)$. D. $f'(x) = -\cos x + \sin(3x)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = (\sin x + \cos(3x))' = \cos x - 3 \sin(3x)$

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(2x-1) > -2$ là

A. $\left(\frac{1}{2}; 5\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(-\infty; 5)$.

Lời giải

Ta có: $\log_{\frac{1}{3}}(2x-1) > -2 \Leftrightarrow 0 < 2x-1 < \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 5$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{1}{2}; 5\right)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x+3), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải

Số điểm cực trị của hàm số bằng số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$.

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$.

Ta thấy $x = 2$ là nghiệm bội chẵn và $x = 1, x = -3$ nên $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi qua $x = 1$ và $x = -3$

Do đó hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 10. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ trên đoạn $[2; 5]$ bằng:

A. $\frac{13}{4}$. B. 5. **C. 7**. D. 2.

Lời giải

Hàm số xác định trên $[2; 5]$.

Đạo hàm: $f'(x) = \frac{-5}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in [2; 5]$.

Do $f'(x) < 0$ nên hàm số nghịch biến trên $[2; 5]$.

$\Rightarrow \max_{x \in [2; 5]} f(x) = f(2) = \frac{2(2)+3}{2-1} = 7$.

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ là:

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

C. $S = \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

D. $S = \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

Lời giải

Theo công thức nghiệm cơ bản của phương trình lượng giác:

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tập nghiệm $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

Câu 12. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2; AD = 3; AA' = 6$. Độ dài vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ bằng:

A. 7.

B. $7\sqrt{3}.$

C. $11\sqrt{3}.$

D. 11.

Lời giải

Áp dụng quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}.$

Độ dài vector cần tìm chính là độ dài đường chéo AC' của hình hộp chữ nhật:

$$|\overrightarrow{AC'}| = AC' = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2}.$$

$$AC' = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = \sqrt{4 + 9 + 36} = \sqrt{49} = 7.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;1), B(1;0;-3), C(-1;-2;-3)$ và mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 2 = 0$.

a) $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -4)$

b) Mặt phẳng (ABC) có phương trình $2x - 2y + z - 1 = 0$.

c) Mặt phẳng (ABC) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính bằng $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

d) Điểm $G(a;b;c)$ là trọng tâm của tam giác $\triangle ABC$ thì $a + b + c = 2$.

Lời giải

a) Đúng.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -4)$

b) Sai.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -4)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1; -3; -4)$.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$:

$$\vec{n} = \left(\begin{vmatrix} -1 & -4 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ -4 & -1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} \right) = (-8; 8; -4)$$

Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(0;1;1)$ và nhận $\vec{n}_{ABC} = (2; -2; 1)$ làm một vector pháp tuyến nên có phương trình: $2(x-0) - 2(y-1) + 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z + 1 = 0$

c) Đúng.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và bán kính $R = 2$.

Khoảng cách từ tâm $I(1;0;-1)$ đến mặt phẳng (ABC) : $2x - 2y + z + 1 = 0$ là:

$$d(I, (ABC)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 0 + (-1) + 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{2}{3}$$

Bán kính đường tròn giao tuyến r được tính bằng công thức: $r = \sqrt{R^2 - d^2}$:

$$r = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \sqrt{4 - \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{32}{9}} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

d) Sai.

Toạ độ trọng tâm $G(a;b;c)$ của tam giác ABC , khi đó ta có:

$$\begin{cases} a = \frac{0+1-1}{3} = 0 \\ b = \frac{1+0-2}{3} = -\frac{1}{3} \\ c = \frac{1-3-3}{3} = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

Do đó: $G\left(0; -\frac{1}{3}; -\frac{5}{3}\right)$.

Vậy tổng: $a+b+c = 0 - \frac{1}{3} - \frac{5}{3} = -2$.

Câu 2: Một cây cà chua khi mới trồng có chiều cao 15 cm. Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây cà chua tại thời điểm đúng t tuần sau khi trồng (đơn vị: cm, $0 \leq t \leq 16$). Biết rằng tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua đó được cho bởi hàm số $h'(t) = -0,02t^3 + 0,32t^2$ (đơn vị: cm/tuần).

a) Tại thời điểm đúng t tuần sau khi trồng, chiều cao của cây cà chua là $h(t) = -\frac{t^4}{200} + \frac{32t^3}{300}$

(cm).

b) Tại thời điểm tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua lớn nhất, cây cà chua cao hơn 80 (cm).

c) Trong khoảng thời gian 10 tuần đầu kể từ khi trồng, tốc độ tăng chiều cao trung bình của cây cà chua lớn hơn 5,6 (cm/tuần).

d) Tại thời điểm đúng 6 tuần sau khi trồng, chiều cao của cây cà chua là 31,56 (cm).

Lời giải

a) Sai.

Ta có: $h(t) = \int (-0,02t^3 + 0,32t^2) dt = -0,02 \frac{t^4}{4} + 0,32 \frac{t^3}{3} + C = -0,005t^4 + \frac{32}{300}t^3 + C$
 $= -\frac{1}{200}t^4 + \frac{32}{300}t^3 + C$.

Vì cây cà chua ban đầu cao 15 cm nên $h(0) = 15 \Rightarrow C = 15$.

Vậy hàm chiều cao của cây cà chua là: $h(t) = -\frac{t^4}{200} + \frac{32t^3}{300} + 15$.

b) Sai.

Ta có: $v(t) = h'(t) = -0,02t^3 + 0,32t^2$.

$v'(t) = h''(t) = -0,06t^2 + 0,64t$

Cho $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t(-0,06t + 0,64) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{32}{3} \end{cases}$

Ta thấy tốc độ tăng lớn nhất đạt được tại $t = \frac{32}{3}$.

Do đó, ta có: $h\left(\frac{32}{3}\right) = -\frac{1}{200}\left(\frac{32}{3}\right)^4 + \frac{32}{300}\left(\frac{32}{3}\right)^3 + 15 \approx 79,73$ (cm).

c) Đúng.

Chiều cao tăng thêm trong 10 tuần là: $\Delta h = \int_0^{10} h'(t) dt = \int_0^{10} (-0,02t^3 + 0,32t^2) dt$

$= \left[-0,005t^4 + \frac{32}{300}t^3 \right]_0^{10} = -0,005 \cdot 10^4 + \frac{32}{300} \cdot 10^3 = \frac{170}{3}$ (cm).

Tốc độ trung bình là: $v_{tb} = \frac{\frac{170}{3}}{\frac{3}{10}} = \frac{17}{3} \approx 5,667$ (cm/tuần).

d) Đúng.

Với $t = 6$, ta có: $h(6) = -0,005.6^4 + \frac{32}{300}.6^3 + 15 = 31,56$ (cm).

Câu 3: Một công ty đấu thầu hai dự án. Xác suất trúng thầu dự án thứ nhất là 0,8. Nếu trúng thầu dự án thứ nhất thì xác suất trúng thầu dự án thứ hai là 0,9. Nếu không trúng thầu dự án thứ nhất thì xác suất trúng thầu dự án thứ hai là 0,2.

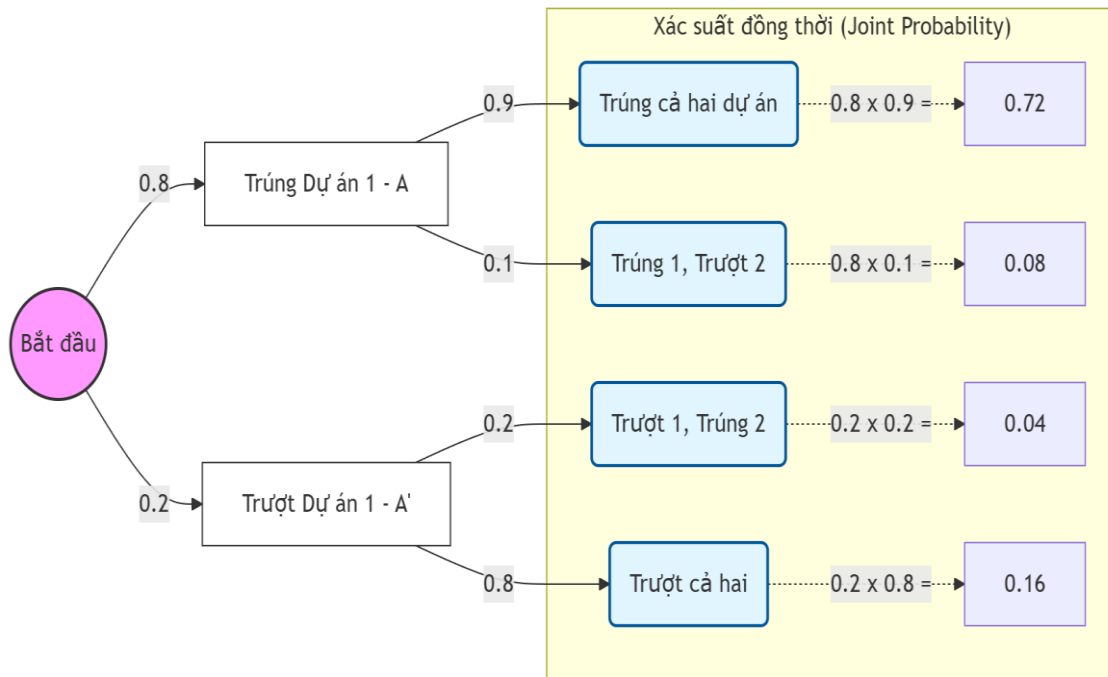
a) Xác suất để công ty không trúng thầu dự án thứ nhất là 0,2.

b) Xác suất để công ty trúng thầu dự án thứ hai là 0,76.

c) Xác suất để công ty trúng thầu cả hai dự án là 0,72.

d) Nếu công ty không trúng thầu dự án thứ hai thì xác suất trúng thầu dự án thứ nhất là 0,12.

Lời giải



Gọi A là biến cố "Công ty trúng thầu dự án thứ nhất" và B là biến cố "Công ty trúng thầu dự án thứ hai".

Ta có: $P(A) = 0,8 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$. Xác suất có điều kiện: $P(B|A) = 0,9$ và

$P(B|\bar{A}) = 0,2$.

a) Đúng.

Xác suất để công ty không trúng thầu dự án thứ nhất là 0,2.

Gọi A là biến cố "Công ty trúng thầu dự án thứ nhất" và B là biến cố "Công ty trúng thầu dự án thứ hai".

Ta có: $P(A) = 0,8 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$.

b) Sai.

Nếu công ty không trúng thầu dự án thứ hai thì xác suất trúng thầu dự án thứ nhất là 0,12.

Xác suất không trúng thầu dự án 2: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,76 = 0,24$.

Xác suất trúng dự án 1 và trượt dự án 2: $P(A \cap \bar{B}) = P(A).P(\bar{B}|A) = 0,8.(1 - 0,9) = 0,08$.

Xác suất cần tìm: $P(A|\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0,08}{0,24} = \frac{1}{3} \approx 0,33 \neq 0,12$.

c) Đúng.

Xác suất để công ty trúng thầu dự án thứ hai là 0,76.

Áp dụng công thức xác suất đầy đủ: $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.

$$P(B) = 0,8.0,9 + 0,2.0,2 = 0,72 + 0,04 = 0,76.$$

d) Đúng.

Xác suất để công ty trúng thầu cả hai dự án là 0,72.

$$\text{Ta có: } P(A \cap B) = P(A).P(B|A) = 0,8.0,9 = 0,72.$$

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$.

a) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = ax + b$. Khi đó $a - 2b = 5$.

b) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là $y = 2x - 3$.

c) Gọi A, B lần lượt là các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số và O là gốc tọa độ. Diện tích tam giác OAB bằng 6.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$\text{Ta có: } y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1} = x - 2 + \frac{4}{x - 1}.$$

a) Đúng.

Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = ax + b$. Khi đó $a - 2b = 5$.

Từ dạng $y = x - 2 + \frac{4}{x - 1}$, ta có tiệm cận xiên là $y = x - 2$.

Suy ra $a = 1, b = -2$.

Tính giá trị biểu thức: $a - 2b = 1 - 2(-2) = 1 + 4 = 5$.

b) Đúng

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là $y = 2x - 3$.

$$\text{Có: } y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$$

$$\text{Giải } y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Với $x = -1 \Rightarrow y = -5$. Ta được điểm cực trị $A(-1; -5)$.

Với $x = 3 \Rightarrow y = 3$. Ta được điểm cực trị $B(3; 3)$.

• Gọi phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A và B có dạng $d: y = ax + b$.

• Vì $A(-1; -5) \in d$ nên ta có phương trình: $-5 = a.(-1) + b \Leftrightarrow -a + b = -5$ (1).

• Vì $B(3; 3) \in d$ nên ta có phương trình: $3 = a.(3) + b \Leftrightarrow 3a + b = 3$ (2).

• Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} -a + b = -5 \\ 3a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $y = 2x - 3$.

c) Đúng.

Gọi A, B lần lượt là các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số và O là gốc tọa độ. Diện tích tam giác OAB .

Tọa độ các điểm cực trị: $A(-1; -5)$ và $B(3; 3)$.

$$\text{Độ dài đoạn } AB = \sqrt{(3 - (-1))^2 + (3 - (-5))^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}.$$

Phương trình đường thẳng AB : $2x - y - 3 = 0$.

$$\text{Khoảng cách từ } O(0; 0) \text{ đến } AB: d(O, AB) = \frac{|2.0 - 0 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Diện tích } S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(O, AB) = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{5} \cdot \frac{3}{\sqrt{5}} = 6.$$

d) Sai.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}.$$

$$\text{Đạo hàm } y' < 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3.$$

Tuy nhiên, tại $x=1$ hàm số không xác định. Do đó, hàm số chỉ nghịch biến trên các khoảng rời nhau là $(-1;1)$ và $(1;3)$.

Phát biểu nghịch biến trên toàn bộ khoảng $(-1;3)$ là sai về mặt lý thuyết toán học.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^*, 1 \leq x \leq 5000$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0,03x^2 + 800x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = \frac{50000}{x} + 450$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

Lời giải

Đáp số: 446.

Gọi $L(x)$ là hàm lợi nhuận của doanh nghiệp.

Theo bài ra ta có

$$P(x) = F(x) - xG(x) = -0,03x^2 + 800x - x\left(\frac{50000}{x} + 450\right) = -0,03x^2 + 350x - 50000$$

Đề lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng tức là $L(x) > 100000$ hay

$$-0,03x^2 + 350x - 50000 > 100000$$

$$\text{Suy ra } -0,03x^2 + 350x - 150000 > 0$$

$$\text{Bấm máy ta được } 445,59 < x < 11221,08$$

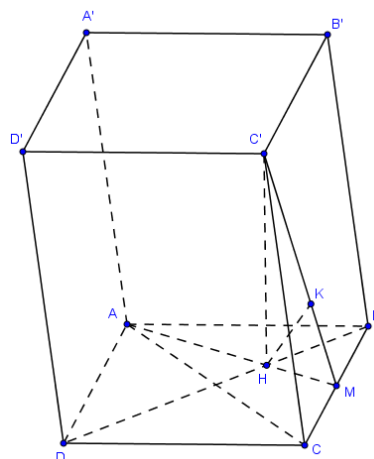
Do $x \in \mathbb{N}^*$ nên $x = 446$.

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, số đo góc $ABC = 60^\circ$. Biết rằng $C'A = C'B = C'C$. Góc giữa mặt phẳng $(BCC'B')$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° .

Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $6\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $a\sqrt{2}$, giá trị của a bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 864.



Do $C'A = C'B = C'C$ nên gọi H là hình chiếu của C' xuống mặt phẳng (ABC) là tâm ngoại tiếp của ΔABC . Mặt khác $\angle ABC = 60^\circ$ nên tam giác ABC đều suy ra H là trọng tâm của tam giác ABC .

Gọi M là trung điểm của BC suy ra $HM \perp BC$.

Lại có $C'H \perp (ABC) \Rightarrow C'H \perp BC$ suy ra $BC \perp (C'HM) \Rightarrow BC \perp C'M$.

Khi đó: $((BCC'B'); (ABC)) = (C'M; HM) = C'MH = 45^\circ$

Suy ra $\Delta C'MH$ vuông cân tại H .

Ta có $AA' \parallel CC' \Rightarrow AA' \parallel (C'BC)$

$$\Rightarrow d(AA', BC) = d(A, (C'BC)) = \frac{AM}{HM} \cdot d(H, (C'BC)) = 3d(H, (C'BC))$$

$$3d(H, C'M) = 6\sqrt{3} \Rightarrow d(H, C'M) = 2\sqrt{3}.$$

Do $\Delta C'MH$ vuông cân tại H suy ra $C'H = HM = 2\sqrt{6} \Rightarrow AM = 3HM = 6\sqrt{6}$.

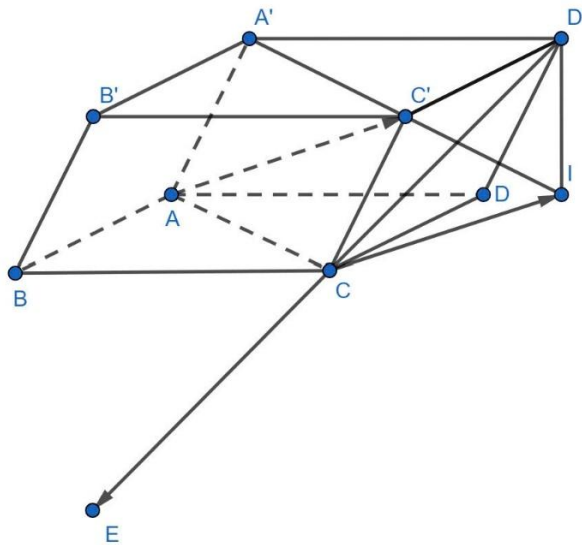
Mà tam giác ABC đều nên $AB = \frac{2}{\sqrt{3}} AM = 12\sqrt{2}$.

$$\text{Suy ra } S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2 \frac{\sqrt{3}}{4} AB^2 = 144\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } V = S_{ABCD} \cdot C'H = 144\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6} = 864\sqrt{2} \text{ suy ra } a = 864.$$

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $AB=3$, $AD=4$, $AA'=5$. Biết $\angle BAD = 90^\circ$, $\angle BAA' = \angle DAA' = 60^\circ$. Số đo góc giữa vec tơ $\overrightarrow{AC'}$; $\overrightarrow{D'C}$ bằng bao nhiêu độ? (Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).

Lời giải



Đáp số: 130.

Trên $A'C'$ kéo dài lấy điểm I sao cho $A'C' = C'I$

Ta có $(\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{D'C}) = (\overrightarrow{CI}, \overrightarrow{D'C}) = 180^\circ - \angle D'CI$

$$\text{Xét } \Delta D'CI \text{ có: } D'C = A'B = \sqrt{3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{19}$$

$$D'I = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \Rightarrow AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2 + 2(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD})$$

$$AC'^2 = 3^2 + 4^2 + 5^2 + 2 \cdot (0 + 3 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ + 4 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ) = 85 \Rightarrow AC' = \sqrt{85}.$$

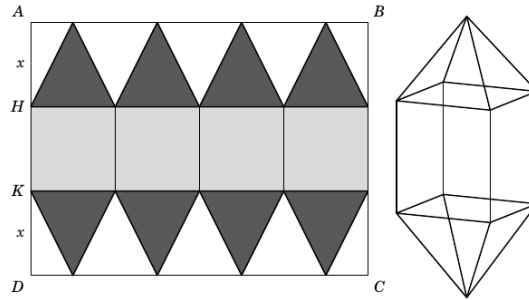
$$\text{Lại có } CI = AC' \Rightarrow CI = \sqrt{85}$$

Áp dụng hệ quả của định lý cos trong $\Delta D'CI$ ta có:

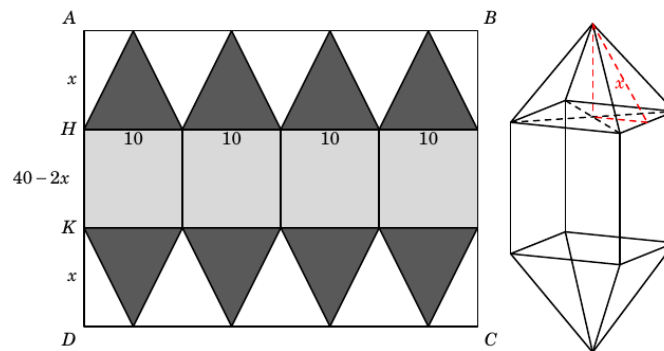
$$\cos D'CI = \frac{19 + 85 - (2\sqrt{13})^2}{2 \cdot \sqrt{19} \cdot \sqrt{85}} \Rightarrow D'CI \approx 49,69^\circ$$

$$\Rightarrow (\overline{AC'}, \overline{D'C}) = 180^\circ - 49,69^\circ = 130,31^\circ \approx 130^\circ.$$

Câu 4. Bạn Minh dùng một miếng bìa hình vuông ABCD cạnh bằng 40 cm và cắt theo đường nét đứt (như hình vẽ) để làm một chiếc đèn lồng gồm ba phần: Phần thân của đèn là một hình lăng trụ tứ giác đều, hai đầu của chiếc đèn là hai hình chóp tứ giác đều. Biết $AH = KD$, thể tích lớn nhất của chiếc đèn bằng bao nhiêu cm^3 (Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).



Lời giải



Đáp số: 3057.

Ta có: Thể tích chiếc đèn = Thể tích lăng trụ + 2. Thể tích hình chóp

$$V = \frac{1}{3} \cdot 10^2 \cdot \sqrt{x^2 - 25} \cdot 2 + 10^2 \cdot (40 - 2x) = 200 \left(\frac{\sqrt{x^2 - 25}}{3} + 20 - x \right)$$

$$V' = 200 \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 - 25}} - 1 \right) = 200 \cdot \frac{x - 3\sqrt{x^2 - 25}}{3\sqrt{x^2 - 25}}.$$

$$V' = 0 \Leftrightarrow x - 3\sqrt{x^2 - 25} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{15\sqrt{2}}{4}.$$

$$V' = 0 \text{ khi } x = 5,3 \text{ cm}.$$

$$\text{Thể tích lớn nhất là } V_{\max} = 3057 \text{ cm}^3.$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, có hai trục Ox , Oy đặt trên mặt đất (coi mặt đất là một mặt phẳng); tia Oz hướng lên trên; đơn vị trên các trục tính bằng km. Một Ra đa đặt tại điểm $A(12; 8; 3)$ có khả năng phát hiện các thiết bị bay trong vòng bán kính 30 km (các thiết bị bay cách Ra đa một khoảng không quá 30 km sẽ hiển thị hình ảnh trên màn hình của Ra đa). Một chiếc UAV (thiết bị bay không người lái) đang bay từ điểm $M(72; 28; 3)$ đến điểm $N(-32; -30; 3)$ với vận tốc không đổi là 240 km/h. Hình ảnh của UAV xuất hiện trên màn hình của Ra đa bao nhiêu phút? (Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời: 14.

Ta có $v = 240 \text{ km/h} = 4 \text{ km/phút}$; $AM = 10\sqrt{20} \approx 44,7 > 30$, $AN = 26\sqrt{5} \approx 58,1 > 30$, suy ra vị trí M và N nằm ngoài phạm vi phát hiện của Ra đa.

Ta có $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MA} = (-104) \cdot (-60) + (-58) \cdot (-20) = 6240 + 1160 = 7400 > 0$ và

$\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NA} = 104 \cdot 44 + 58 \cdot 38 = 4576 + 2204 = 6780 > 0$, nên các góc AMN , ANM là góc nhọn.

Suy ra chân đường cao hạ từ A xuống MN nằm **giữa** đoạn thẳng MN .

$\overrightarrow{MN} = (-104; -58; 0)$, chọn $\vec{u} = (52; 29; 0)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng MN .

Khoảng cách từ tâm radar A đến đường bay của UAV là

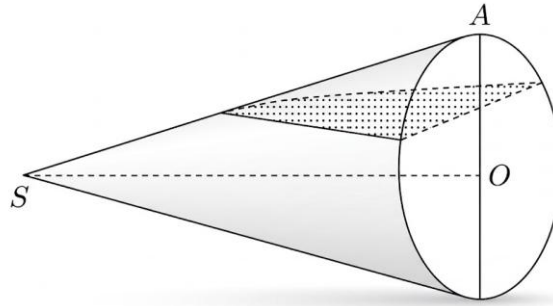
$$d = \frac{|\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{700}{\sqrt{3545}} \approx 11,75 < R = 30.$$

Vậy toàn bộ quãng đường bị phát hiện s nằm hoàn toàn trên hành trình bay từ M đến N .

Quãng đường bị phát hiện là $s = 2\sqrt{30^2 - d^2} = 2\sqrt{\frac{2700500}{3545}}$ (km).

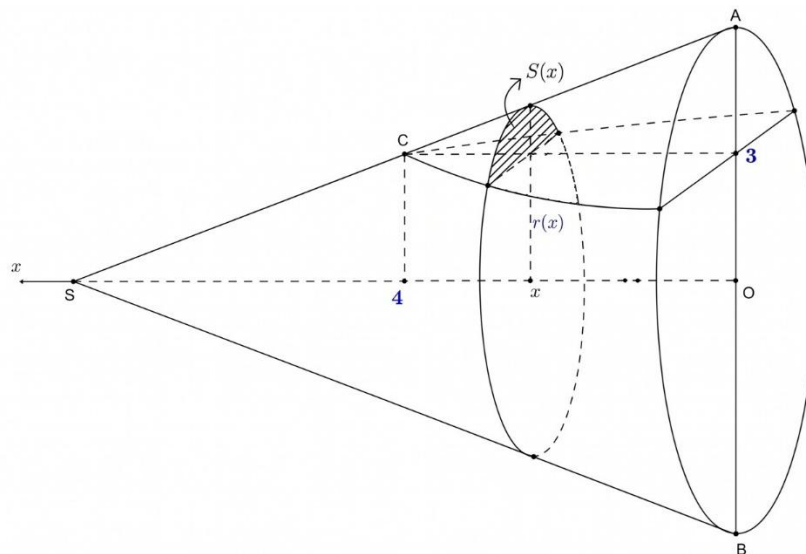
Thời gian UAV xuất hiện trên màn hình của Ra đa là $t = \frac{s}{v} \approx 14$ (phút).

Câu 6. Cho hình nón có bán kính đáy $OA = 6$ cm và chiều cao $SO = 8$ cm. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục SO và cách trục SO một khoảng bằng 3 cm ta được hai phần. Thể tích phần không chứa đỉnh S bằng bao nhiêu cm^3 ? (Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần chục).



Lời giải

Trả lời: 33,2.



***) Phân tích hình học và thiết lập hệ tọa độ**

- Giả sử tâm mặt đáy của hình nón là gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và trục hình nón nằm dọc theo trục Ox . Đỉnh nón nằm ở tọa độ $S(8;0;0)$.

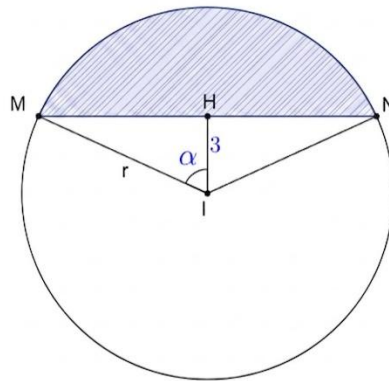
- Bán kính đáy hình nón $R = OA = 6$ cm, chiều cao $h = OS = 8$ cm.
- Mặt phẳng cắt (P) song song với trục Ox và cách trục một khoảng $d = 3$ cm. Ta giả sử phương trình của (P) là $y = 3$.
- Phần khối nón **không chứa đỉnh** S chính là phần không gian nằm ở phía trên mặt phẳng (P) : $y = 3$.

***) Lập hàm diện tích thiết diện $S(x)$**

Chúng ta sẽ cắt phần thể tích cần tính bằng các mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 8$).

- Thiết diện cắt ngang khối nón tại điểm có hoành độ x là một hình tròn có bán kính $r(x)$, ta có $\frac{r(x)}{R} = \frac{h-x}{h} \Rightarrow r(x) = 6 \cdot \frac{8-x}{8} = 6 - \frac{3}{4}x$.
- Điều kiện để mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x cắt phần của khối nón nằm phía trên mặt phẳng (P) : $y = 3$ là $r(x) = 6 - \frac{3}{4}x \geq 3 \Leftrightarrow x \leq 4$.

Tại điểm có hoành độ $x \in [0; 4]$, mặt cắt là một hình viên phân thuộc đường tròn có bán kính $r = 6 - \frac{3}{4}x$, bị chặn bởi dây cung cách tâm một khoảng $d = 3$.



- Gọi $2\alpha = \widehat{MIN}$ là góc ở tâm chắn dây cung MN , ta có

$$\cos \alpha = \frac{IH}{IM} = \frac{3}{r} \Rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{3}{r}\right).$$

- Diện tích hình quạt là $S_{\text{quạt}} = r^2 \alpha = r^2 \arccos\left(\frac{3}{r}\right)$.
- Diện tích phần tam giác cân tạo bởi 2 bán kính và dây cung MN là

$$S_{\triangle IMN} = \frac{IH \cdot MN}{2} = 3\sqrt{r^2 - 9}$$

- Diện tích hình viên phân là: $S(x) = S_{\text{quạt}} - S_{\triangle IMN} = r^2 \arccos\left(\frac{3}{r}\right) - 3\sqrt{r^2 - 9}$.

***) Tính thể tích**

Thể tích V của phần không chứa đỉnh S là

$$V = \int_0^4 S(x) dx = \int_0^4 \left[\left(6 - \frac{3}{4}x\right)^2 \arccos\left(\frac{3}{6 - \frac{3}{4}x}\right) - 3\sqrt{\left(6 - \frac{3}{4}x\right)^2 - 9} \right] dx \approx 33,2 \text{ (cm}^3\text{)}.$$