

## **A. Lý thuyết**

### **I. Nguyên hàm – tích phân**

#### **1. Nguyên hàm**

Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $K$ . Hàm số  $F(x)$  được gọi là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  nếu  $F'(x) = f(x)$  với mọi  $x$  thuộc  $K$ .

#### **Nguyên hàm một số hàm số thường gặp**

- $\int x^\alpha = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$  với  $\alpha \neq -1$ .
- $\int \sin x dx = -\cos x + C$ .
- $\int \cos x dx = \sin x + C$ .
- $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$  với  $0 < a \neq 1$ .
- $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$ .
- $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$ .
- $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$ .
- $\int e^x dx = e^x + C$ .

#### **Tính chất**

Cho  $f(x)$ ,  $g(x)$  là hai hàm số liên tục trên  $K$ .

- $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$  với  $k$  là hằng số khác 0.
- $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ .
- $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$ .

#### **2. Tích phân**

Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên đoạn  $[a; b]$  thì hiệu số  $F(b) - F(a)$  gọi là tích phân từ  $a$  đến  $b$  của hàm số  $f(x)$ , kí hiệu  $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$ .

## Tính chất

Cho hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ ,  $k$  là số thực và  $c \in (a; b)$ . Khi đó:

- $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx.$
- $\int_a^b [f(x) - g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx.$
- $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx.$
- $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$

## 3. Diện tích hình thang cong

- Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x)$  liên tục,  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  là

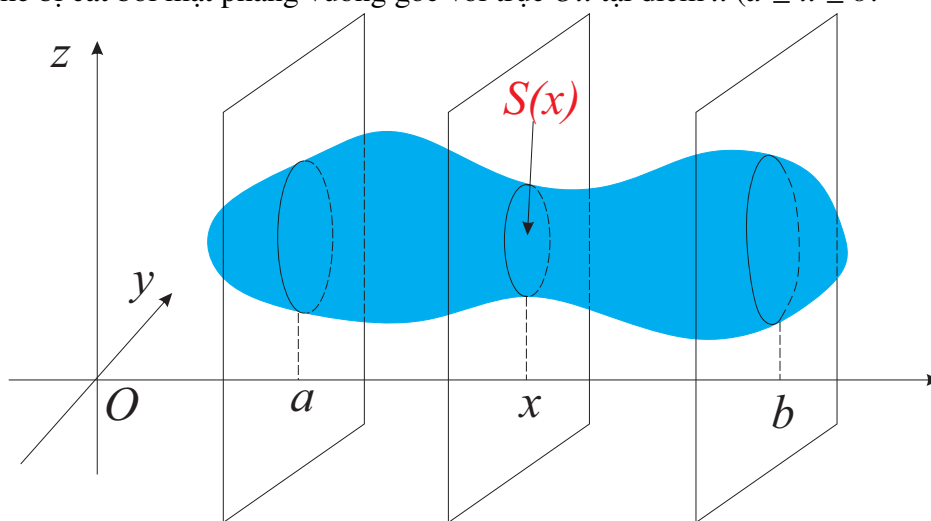
$$S = \int_a^b |f(x)|dx.$$

- Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  là

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx.$$

## 4. Thể tích vật thể

Gọi  $B$  là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại các điểm  $a$  và  $b$ ,  $S(x)$  là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm  $x$  ( $a \leq x \leq b$ ).



Giả sử  $S(x)$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó, thể tích của vật thể  $B$  là  $V = \int_a^b S(x)dx.$

## 5. Thể tích khối tròn xoay

Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  liên tục,  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  quanh trục  $Ox$  là  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

## II. Phương pháp tọa độ trong không gian

### Phương trình mặt phẳng

#### 1. Vectơ pháp tuyến và cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng

- Vectơ  $\vec{n} \neq \vec{0}$  gọi là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$  nếu giá của  $\vec{n}$  vuông góc với  $(\alpha)$ .
- Hai vectơ  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  được gọi là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng  $(P)$  nếu chúng không cùng phương và có giá nằm trong hoặc song song với mặt phẳng  $(P)$ .

Chú ý:

- Tích có hướng của hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$ , kí hiệu là  $[\vec{u}, \vec{v}]$ , được tính theo công thức  $[\vec{u}, \vec{v}] = (bc' - b'c; a'c - ac'; ab' - a'b)$ .
- $[\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}$  khi và chỉ khi  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  cùng phương.
- Nếu  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  là cặp vectơ chỉ phương của  $(P)$  thì  $[\vec{u}, \vec{v}]$  là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$ .

#### 2. Phương trình mặt phẳng

Trong không gian  $Oxyz$ , nếu mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $M_0(x_0; y_0; z_0)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (A; B; C)$  thì có phương trình là  $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \Leftrightarrow Ax + By + Cz + D = 0$  với  $D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$ .

Chú ý: Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm  $A(a; 0; 0)$ ,  $B(0; b; 0)$  và  $C(0; 0; c)$  với  $a, b, c$  đều khác 0 là  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ .

#### 3. Điều kiện để hai mặt phẳng song song, hai mặt phẳng vuông góc

Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P) : Ax + By + Cz + D = 0$  và  $(Q) : A'x + B'y + C'z + D' = 0$  với hai vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (A; B; C)$ ,  $\vec{n}' = (A'; B'; C')$  tương ứng.

- $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \vec{n}' = 0$ .
- $(P) // (Q) \Leftrightarrow \vec{n}' = k\vec{n}$  và  $D' \neq kD$  với  $k$  nào đó

#### 4. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Trong không gian  $Oxyz$ , khoảng cách từ điểm  $M(x_0; y_0; z_0)$  đến mặt phẳng  $(P) : Ax + By + Cz + D = 0$  là

$$d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

## Phương trình đường thẳng

- Vectơ chỉ phương của đường thẳng: Vectơ  $\vec{u} \neq \vec{0}$  được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$  nếu giá của  $\vec{u}$  song song hoặc trùng với  $\Delta$ .
- Phương trình tham số của đường thẳng: Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $A(x_0; y_0; z_0)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (a; b; c)$ . Hệ phương trình

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

được gọi là phương trình tham số của đường thẳng  $\Delta$  ( $t$  là tham số,  $t \in \mathbb{R}$ )

- Phương trình chính tắc của đường thẳng: Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $A(x_0; y_0; z_0)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (a; b; c)$  với  $a, b, c$  là các số khác 0. Hệ phương trình

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$$

được gọi là phương trình chính tắc của đường thẳng  $\Delta$ .

## Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  lần lượt đi qua các điểm  $A_1(x_1; y_1; z_1), A_2(x_2; y_2; z_2)$  và tương ứng có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1), \vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ . Khi đó

- $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$  cùng phương với  $\vec{u}_2$  và  $A_1 \notin \Delta_2$ .
- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1$  cùng phương với  $\vec{u}_2$  và  $A_1 \in \Delta_2$ .
- $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  cắt nhau  $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{A_1 A_2} \perp [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ \overrightarrow{A_1 A_2} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = 0 \end{cases}$ .
- $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  chéo nhau  $\Leftrightarrow \overrightarrow{A_1 A_2} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq 0$ .
- Đặc biệt  $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$ .

## Công thức tính góc trong không gian

### Công thức tính góc giữa hai đường thẳng

Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $\Delta$  và  $\Delta'$  tương ứng có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (a; b; c), \vec{u}' = (a'; b'; c')$ . Khi đó

$$\cos(\Delta, \Delta') = |\cos(\vec{u}, \vec{u}')| = \frac{|aa' + bb' + cc'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}.$$

### Công thức tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $\Delta$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (a; b; c)$  và mặt phẳng  $(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (A; B; C)$ . Khi đó

$$\sin(\Delta, (P)) = |\cos(\vec{u}, \vec{n})| = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

## Công thức tính góc giữa hai mặt phẳng

Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P)$ ,  $(Q)$  tương ứng có các vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (A; B; C)$ ,  $\vec{n}' = (A'; B'; C')$ . Khi đó

$$\cos((P), (Q)) = |\cos(\vec{n}, \vec{n}')| = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}.$$

## Phương trình mặt cầu

### Phương trình mặt cầu

Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(a; b; c)$  bán kính  $R$  có phương trình  $(S) : (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ .

**Chú ý** Phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$  là phương trình của một mặt cầu khi và chỉ khi  $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ . Khi đó tâm mặt cầu là  $I(a; b; c)$  và bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$ .

## III. Xác suất có điều kiện

### Xác suất có điều kiện

- Xác suất có điều kiện: Cho hai biến cố  $A, B$  bất kì, với  $P(B) > 0$ . Khi đó  $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ .
- Công thức nhân xác suất: Với hai biến cố  $A$  và  $B$  bất kì, ta có  $P(AB) = P(B).P(A|B)$ .

### Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes

- Công thức xác suất toàn phần: Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , ta có  $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$
- Công thức Bayes: Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  với  $P(B) > 0$ , ta có  $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$

## B. Bài tập

### Phần I. Phần trắc nghiệm

**Câu 1.** Cho đường thẳng  $\Delta$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; -4; -6)$ . Vectơ nào sau đây không phải là vectơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$ ?

- A.  $\vec{u}_1 = (1; -2; -3)$ .      B.  $\vec{u}_2 = (-1; 2; 3)$ .      C.  $\vec{u}_3 = (-2; 4; 6)$ .      D.  $\vec{u}_4 = (-3; 6; 9)$ .

**Câu 2.** Cho đường thẳng  $\Delta$  có phương trình  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{1-z}{-4}$ . Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng  $\Delta$ ?

- A.  $\vec{u}_1 = (-1; 2; -1)$ .      B.  $\vec{u}_2 = (1; -2; 1)$ .      C.  $\vec{u}_3 = (-3; 2; -4)$ .      D.  $\vec{u}_4 = (3; -2; -4)$ .

**Câu 3.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta : \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$ , điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng  $\Delta$ ?

- A.  $M(3; 1; 0)$ .      B.  $N(3; 1; 2)$ .      C.  $P(-1; 3; 2)$ .      D.  $Q(-1; -3; 0)$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình chính tắc của đường thẳng  $AB$  với  $A(1; 1; 2)$  và  $B(-4; 3; -2)$  là

- A.  $\frac{x+4}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-2}$ .      B.  $\frac{x-1}{-5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-4}$ .  
C.  $\frac{x+1}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-4}$ .      D.  $\frac{x+4}{5} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{4}$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình tham số của đường thẳng đi qua  $A(2; 0; -1)$  và vuông góc mặt phẳng  $(P) : 2x - y + z + 3 = 0$  là

- A.  $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = 1 - t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases}$

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$  có phương trình  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-7}{5}$ , đường thẳng nào dưới đây đi qua hình chiếu của điểm  $Q(3; -5; 7)$  trên mặt phẳng  $(Oxy)$  và song song đường thẳng  $\Delta$ ?

- A.  $\begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = 5 - 2t \\ z = 5t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = 3t \\ y = -2t \\ z = 7 + 5t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -5 - 2t \\ z = 5t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -5 + 2t \\ z = 5t \end{cases}$

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm  $A(3; -3; 2)$ ?

- A.  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$       B.  $\frac{x+3}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+2}{-2}$       C.  $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-2}{2}$       D.  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+5}{2}$

**Câu 8.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta_2 : \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{2}$ . Đường thẳng  $d_2$  vuông góc với  $\Delta_2$  và song song với mặt phẳng  $(Oxy)$  có vectơ chỉ phương là

- A.  $\vec{u}_2 = (-3; -3; 0)$       B.  $\vec{u}_2 = (-3; 3; 2)$       C.  $\vec{u}_2 = (1; -1; -2)$       D.  $\vec{u}_2 = (3; -3; -2)$

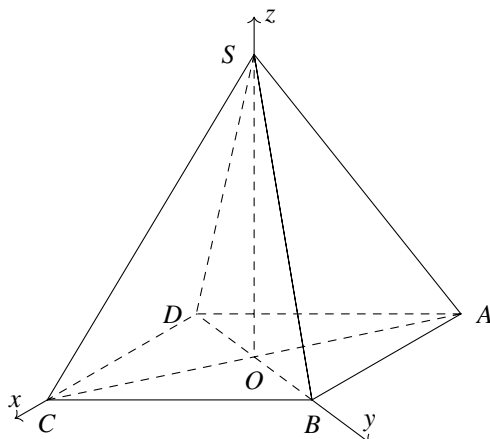
**Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , một cabin cáp treo xuất phát từ điểm  $A(10; 3; 0)$  và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; -2; 1)$  với tốc độ là 4,5 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).



Cabin dừng ở điểm  $B$  có hoành độ  $x_B = 550$ , khi đó quãng đường  $AB$  dài

- A. 800 m.      B. 850 m.      C. 801 m.      D. 810 m.

**Câu 10.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a\sqrt{2}$ , chiều cao bằng  $2a$  và  $O$  là tâm của đáy;  $M$  là trung điểm của cạnh  $SB$ . Bằng cách thiết lập hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ bên dưới, cosin của góc giữa đường thẳng  $DM$  và mặt phẳng  $(SBC)$  bằng



A.  $\frac{8\sqrt{13}}{39}$ .

B.  $\frac{8\sqrt{31}}{39}$ .

C.  $\frac{\sqrt{698}}{39}$ .

D.  $\frac{\sqrt{689}}{39}$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba mặt phẳng  $(\alpha) : x+y+2z+1=0$ ,  $(\beta) : x+y-z+2=0$ ,  $(\gamma) : x-y+5=0$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A.  $(\alpha) \parallel (\gamma)$ .

B.  $(\alpha) \perp (\beta)$ .

C.  $(\gamma) \perp (\beta)$ .

D.  $(\alpha) \perp (\gamma)$ .

**Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$  và  $d' : \frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. song song.

B. trùng nhau.

C. cắt nhau.

D. chéo nhau.

**Câu 13.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = t \end{cases}$  và  $d' : \begin{cases} x = -2t' \\ y = -5 + 3t' \\ z = 4 + t' \end{cases}$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. song song.

B. trùng nhau.

C. chéo nhau.

D. cắt nhau.

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P) : 3x + 5y - z - 2 = 0$  và đường thẳng  $d : \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A.  $d \subset (P)$ .

B.  $d \parallel (P)$ .

C.  $d$  cắt  $(P)$ .

D.  $d \perp (P)$ .

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , góc giữa hai đường thẳng  $\Delta : \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$  và  $d : \begin{cases} x = 2t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$  bằng

A.  $30^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

**Câu 16.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1$  và đường thẳng  $d_2$  lần lượt có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_{d_1} = (1; -2; -3)$  và  $\vec{u}_{d_2} = (-4; 1; 5)$ . Góc giữa hai đường thẳng  $d_1, d_2$  là

A.  $30^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

C.  $90^\circ$ .

D.  $60^\circ$ .

**Câu 17.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , góc giữa đường thẳng  $\Delta : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$  và mặt phẳng  $(P) : x - y - 2z + 4 = 0$  bằng (kết quả làm tròn đến độ).

A.  $60^\circ$ .

B.  $109^\circ$ .

C.  $71^\circ$ .

D.  $19^\circ$ .

**Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(P) : x + 2y - 2z + 1 = 0$  và  $(Q) : x + y + z - 1 = 0$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

B.  $\frac{\sqrt{3}}{9}$ .

C.  $\frac{\sqrt{5}}{9}$ .

D.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 19.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (a; b; c)$  và mặt phẳng  $(P)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (A; B; C)$ . Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $\sin(\Delta, (P)) = \frac{aA + bB + cC}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ .

B.  $\sin(\Delta, (P)) = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ .

C.  $\cos(\Delta, (P)) = \frac{aA + bB + cC}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ .

D.  $\cos(\Delta, (P)) = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ .

**Câu 20.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A\left(\frac{8}{3}; 0; 0\right)$ ,  $B(0; 2; 0)$ ,  $C\left(0; 0; \frac{8}{5}\right)$  và  $\Delta : \frac{x-2}{-3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-5}{-5}$ . Khi đó góc giữa đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng

A.  $60^\circ$ .

B.  $30^\circ$ .

C.  $45^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

**Câu 21.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  bất kỳ, với  $P(B) > 0$ . Khi đó, khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ .      B.  $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$ .      C.  $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ .      D.  $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$ .

**Câu 22.** Cho hai biến cố  $A, B$  là hai biến cố độc lập với  $P(A) = 0,1997$ ,  $P(B) = 0,1994$ . Tính  $P(A|B)$ .

- A. 0,1963.      B. 0,1972.      C. 0,1994.      D. 0,1997.

**Câu 23.** Cho hai biến cố  $A, B$  là hai biến cố độc lập với  $P(A) = 0,2025$ ,  $P(B) = 0,2026$ . Tính  $P(B|\bar{A})$ .

- A. 0,2026.      B. 0,2025.      C. 0,7974.      D. 0,7975.

**Câu 24.** Một hộp kín có 10 thẻ màu đỏ và 15 thẻ màu xanh. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ, không trả lại. Xác suất để lần thứ hai lấy được thẻ màu xanh, biết rằng lần thứ nhất đã lấy được thẻ màu đỏ.

- A.  $\frac{3}{5}$ .      B.  $\frac{5}{12}$ .      C.  $\frac{7}{12}$ .      D.  $\frac{15}{24}$ .

**Câu 25.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  với  $P(A) = 0,6$ ,  $P(B) = 0,8$ ,  $P(A \cap B) = 0,4$ . Tính  $P(A|B)$ .

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{2}{3}$ .      C.  $\frac{3}{4}$ .      D.  $\frac{4}{7}$ .

**Câu 26.** Một công ty bất động sản đầu giá quyền sử dụng hai mảnh đất độc lập. Khả năng trúng đầu giá cao nhất của mảnh đất số 1 là 0,7 và mảnh đất số 2 là 0,8. Xác suất để công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 2, biết công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 1 là

- A. 0,8.      B. 0,7.      C. 0,75.      D. 0,6.

**Câu 27.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  với  $P(A) = 0,85$ ,  $P(B) = 0,7$ ,  $P(\bar{A}\bar{B}) = 0,58$ . Tính  $P(\bar{A}B)$ .

- A. 0,39.      B. 0,37.      C. 0,43.      D. 0,52.

**Câu 28.** Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5, biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 3 chấm.

- A.  $\frac{1}{5}$ .      B.  $\frac{3}{4}$ .      C.  $\frac{2}{5}$ .      D.  $\frac{1}{6}$ .

**Câu 29.** Một hộp có 10 viên bi trắng và 15 viên bi đỏ, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp và không trả lại. Lần thứ hai lấy ngẫu nhiên thêm một viên bi nữa trong hộp đó. Gọi  $A$  là biến cố: "Lần thứ hai lấy được 1 viên bi trắng". Gọi  $B$  là biến cố: "Lần thứ nhất lấy được 1 viên bi đỏ". Tính  $P(A|B)$ .

- A.  $\frac{5}{12}$ .      B.  $\frac{3}{5}$ .      C.  $\frac{1}{4}$ .      D.  $\frac{7}{30}$ .

**Câu 30.** Trong một hộp kín có 30 thẻ Ticket, trong đó có 2 thẻ trúng thưởng. Bạn Mai Linh được chọn lên bốc thăm lần lượt hai thẻ, không trả lại. Xác suất để cả hai thẻ đều là hai thẻ trúng thưởng là

- A.  $\frac{1}{458}$ .      B.  $\frac{1}{435}$ .      C.  $\frac{1}{870}$ .      D.  $\frac{1}{285}$ .

**Câu 31.** Cho 2 biến cố  $A$  và  $B$ . Tìm  $P(A)$  biết  $P(A|B) = 0,8$ ;  $P(A|\bar{B}) = 0,3$ ;  $P(B) = 0,4$ .

- A. 0,1.      B. 0,5.      C. 0,04.      D. 0,55.

**Câu 32.** Hai máy tự động sản xuất cùng một loại chi tiết, trong đó máy I sản xuất 35%, máy II sản xuất 65% tổng sản lượng. Tỷ lệ phế phẩm của các máy lần lượt là 0,3% và 0,7%. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ kho. Tính xác suất để chọn được phế phẩm.

- A. 0,0056.      B. 0,0065.      C. 0,065.      D. 0,0056.

**Câu 33.** Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên ra một xạ thủ đó bắn một viên đạn. Tìm xác suất để viên đạn đó trúng đích.

- A. 0,74.      B. 0,68.      C. 0,56.      D. 0,86.

**Câu 34.** Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất để lấy ra hai viên bi đỏ ở hộp thứ hai là

- A.  $\frac{126}{275}$ .      B.  $\frac{105}{275}$ .      C.  $\frac{110}{275}$ .      D.  $\frac{140}{275}$ .

**Câu 35.** Cho 2 biến cố  $A, B$  thỏa mãn  $P(A) = 0,4; P(B) = 0,3; P(A|B) = 0,25$ . Khi đó,  $P(B|A)$  bằng  
**A.** 0,1875. **B.** 0,48. **C.** 0,333. **D.** 0,95.

**Câu 36.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$ , với  $P(A) = 0,2; P(B|A) = 0,7; P(B|\bar{A}) = 0,15$ . Tính  $P(A|B)$ .  
**A.**  $\frac{7}{13}$ . **B.**  $\frac{6}{13}$ . **C.**  $\frac{4}{13}$ . **D.**  $\frac{9}{13}$ .

**Câu 37.** Người ta điều tra thấy ở một địa phương nọ có 3% tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe. Người ta nhận thấy khi tài xế lái xe gây tai nạn thì có 21% là do tài xế sử dụng điện thoại. Hỏi việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên bao nhiêu lần?  
**A.** 3. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

**Câu 38.** Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh  $X$  nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh  $X$ , xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là  
**A.**  $\frac{7}{13}$ . **B.**  $\frac{6}{13}$ . **C.**  $\frac{4}{13}$ . **D.**  $\frac{9}{13}$ .

**Câu 39.** Giả sử có một loại bệnh  $S$  mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,1%. Giả sử có một loại xét nghiệm, mà ai mắc bệnh  $S$  khi xét nghiệm cũng có phản ứng dương tính, nhưng tỉ lệ phản ứng dương tính là 5% (tức là trong số những người không bị bệnh  $S$  có 5% số người xét nghiệm lại có phản ứng dương tính). Khi một người xét nghiệm có phản ứng dương tính thì khả năng mắc bệnh  $S$  của người đó là bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?  
**A.** 1,96%. **B.** 1,69%. **C.** 1,97%. **D.** 0,5%.

**Câu 40.** Trường THPT Hòa Bình có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là:  
**A.**  $\frac{17}{25}$ . **B.**  $\frac{7}{25}$ . **C.**  $\frac{17}{29}$ . **D.**  $\frac{17}{75}$ .

**Câu 41.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 2 = 0$ . Xác định tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$ .  
**A.**  $I(1; 2; -1), R = 2\sqrt{2}$ . **B.**  $I(-1; -2; 1), R = 2\sqrt{2}$ .  
**C.**  $I(2; 4; -2), R = \sqrt{2}$ . **D.**  $I(2; 4; 2), R = 8$ .

**Câu 42.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 9$ . Tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của  $(S)$  lần lượt là  
**A.**  $I(-1; 2; -3), R = 3$ . **B.**  $I(1; 2; -3), R = 9$ . **C.**  $I(1; -2; 3), R = 9$ . **D.**  $I(1; 2; -3), R = 3$ .

**Câu 43.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình nào trong các phương trình sau là phương trình của một mặt cầu.  
**A.**  $(S) : x^2 + y^2 - z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$ . **B.**  $(S) : x^2 + 2y^2 - z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$ .  
**C.**  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 3 = 0$ . **D.**  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 8 = 0$ .

**Câu 44.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; 2)$  và  $B(3; 1; 0)$ . Mặt cầu đường kính  $AB$  có phương trình là  
**A.**  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 2$ . **B.**  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 8$ .  
**C.**  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 8$ . **D.**  $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 2$ .

**Câu 45.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $I(1; 0; -1)$  và  $A(2; 2; -3)$ . Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và đi qua điểm  $A$  có phương trình là  
**A.**  $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9$ . **B.**  $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 3$ .  
**C.**  $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9$ . **D.**  $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 3$ .

**Câu 46.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(0; 0; -3)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P) : 2x - 2y - z + 12 = 0$ . Phương trình của  $(S)$  là

A.  $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25$ .

B.  $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 5$ .

C.  $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 25$ .

D.  $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 5$ .

**Câu 47.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  với  $A(3; 4; 0)$ ,  $B(2; 5; 4)$ ,  $C(-1; 1; 1)$ ,  $D(3; 5; 3)$ . Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đó.

A.  $(x + 1)^2 + (y + 3)^2 + (z + 2)^2 = 9$ .

B.  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 9$ .

C.  $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 9$ .

D.  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 9$ .

**Câu 48.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$ . Trong các điểm có tọa độ lần lượt là  $(0; 0; 0)$ ,  $(1; 2; 3)$ ,  $(2; 0; 6)$  thì có bao nhiêu điểm trên mặt cầu?

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

**Câu 49.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt cầu  $(S) : (x - 3)^2 + y^2 + z^2 = 9$  và  $(S') : (x + 2)^2 + y^2 + z^2 = 4$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hai mặt cầu tiếp xúc ngoài.

B. Hai mặt cầu tiếp xúc trong.

C. Hai mặt cầu không có điểm chung.

D. Hai mặt cầu có nhiều hơn một điểm chung.

**Câu 50.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M$  thuộc mặt cầu  $(S) : (x - 3)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 9$  và ba điểm  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(2; 1; 3)$ ,  $C(0; 2; -3)$ . Biết rằng tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn biểu thức  $MA^2 + 2\vec{MB} \cdot \vec{MC} = 8$  là đường tròn cố định, bán kính  $r$  của đường tròn này là

A.  $r = \sqrt{6}$ .

B.  $r = 3$ .

C.  $r = 6$ .

D.  $r = \sqrt{3}$ .

## Phần II. Phần trả lời đúng sai

**Câu 1.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P) : x + y - 5z + 4 = 0$  và đường thẳng  $d : \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+5}{6}$ . Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng chứa  $d$  và vuông góc với  $(P)$ .

a) Vectơ chỉ phương của  $d$  và vectơ pháp tuyến của  $(P)$  lần lượt là  $\vec{u} = (2; 1; 6)$ ,  $\vec{n} = (1; 1; -5)$ .

b)  $M(-1; -1; -5) \in (Q)$ .

c)  $\vec{n} = (1; -11; 16)$  là vectơ pháp tuyến của  $(Q)$ .

d)  $d' = (P) \cap (Q)$  có phương trình  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .

**Câu 2.** Trong không gian  $(Oxyz)$ , cho đường thẳng  $d_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2 + 5t \end{cases}$  và  $d_2 : \begin{cases} x = 1 + s \\ y = 2 + s \\ z = 1 + 3s \end{cases}$

a) Hai đường thẳng  $d_1, d_2$  đều đi qua điểm  $N(-1; 0; -5)$ .

b)  $d_1, d_2$  đồng phẳng..

c) Góc giữa hai đường thẳng  $d_1, d_2$  bằng  $7,75^\circ$  (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d)  $d_1, d_2$  có đường vuông góc chung là  $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .

**Câu 3.** Trong không gian  $(Oxyz)$ , cho đường thẳng  $d : \frac{x+4}{3} = \frac{y-5}{-4} = \frac{z+2}{1}$ .

a) Điểm  $M(3; -4; 1)$  nằm trên đường thẳng  $d$ .

b) Một vectơ chỉ phương của  $d$  là  $\vec{u} = (-3; 4; -1)$ .

c)  $d$  song song với đường thẳng  $\Delta : \begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = 5 - 4t \\ z = -2 + t \end{cases}$ .

d)  $\Delta$  song song với  $d$  và cắt cả hai đường thẳng  $d_1 : \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$  và  $d_2 : \frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{1}$  có phương trình là  $\Delta : \frac{x+4}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{1}$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P) : x + 2y + z - 4 = 0$  và đường thẳng  $d : \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$ .

- a)  $d$  có vectơ chỉ phương  $\vec{u}_d = (-1; 0; -2)$ .
- b)  $d$  và  $(P)$  cắt nhau.
- c)  $H = d \cap (P) \Rightarrow H = (1; -1; 1)$ .
- d)  $\Delta \subset (P)$  đồng thời cắt và vuông góc với  $d$  có phương trình  $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ .

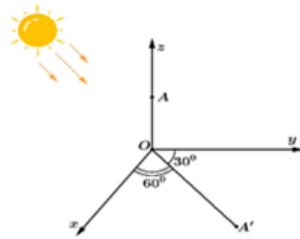
**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 0; 2)$  và đường thẳng  $d : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ .

- a)  $d$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (1; 1; 2)$ .
- b)  $(P)$  đi qua  $A$  và vuông góc với  $d$  có phương trình  $x + y + 2z - 1 = 0$ .
- c)  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $d$  là điểm  $H(1; 0; -1)$ .
- d)  $\Delta$  đi qua  $A$ , vuông góc và cắt  $d$  có dạng  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ .

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , một viên đạn được bắn ra từ điểm  $A(1; 3; 4)$  và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi, vectơ vận tốc (trên giây) là  $\vec{v} = (2; 1; 6)$

- a) Phương trình mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn là  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 4 + 6t \end{cases}$ .
- b) Mục tiêu đặt tại điểm  $M\left(7; \frac{7}{2}; 21\right)$ .
- c)  $N(-3; 1; -8)$  là vị trí mà viên đạn sẽ đi qua.
- d) Sau 3 giây viên đạn cách điểm  $A$  một khoảng bằng 19 (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 7.** Trên mặt đất phẳng, người ta dựng một cây cột thẳng cao  $6m$  vuông góc với mặt đất có chân cột đặt tại vị trí  $O$  trên mặt đất. Tại một thời điểm, dưới ánh nắng mặt trời thì bóng của đỉnh cột dưới mặt đất cách chân cột  $3m$  về hướng  $S 60^\circ E$  (hướng tạo với hướng nam góc  $60^\circ$ , tạo với hướng đông góc  $30^\circ$ ). Chọn hệ trục  $Oxyz$  có gốc tọa độ là  $O$ , tia  $Ox$  chỉ hướng nam, tia  $Oy$  chỉ hướng đông, tia  $Oz$  chứa cây cột, đơn vị đo là mét



- a) Điểm  $A$  có tọa độ  $A(0; 0; 6)$ .
- b) Hoành độ của điểm  $A'$  bằng  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- c) Tung độ của điểm  $A'$  bằng  $\frac{1}{2}$ .
- d) Đường thẳng chứa tia nắng mặt trời có phương trình là  $\begin{cases} x = \frac{3}{2}t \\ y = \frac{3\sqrt{3}}{2}t \\ z = 6 - 6t \end{cases}$ .

**Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P) : x + 2y - 2z + 1 = 0$ ,  $(Q) : x + my + (m - 1)z + 2019 = 0$

- a)  $m = 1$  thì góc giữa mặt phẳng  $(P)$  và mặt phẳng  $(Q)$  bằng  $30^\circ$ .
- b) Điểm  $H(2; 2; 1)$  là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ  $O$  xuống mặt phẳng  $(R)$ , cosin góc giữa mặt phẳng  $(P)$  và mặt phẳng  $(R)$  là  $\frac{4}{9}$ .

c)  $m_1, m_2$  là hai giá trị của  $m$  để góc giữa hai mặt phẳng  $(P), (Q)$  bằng  $60^\circ$ . Khi đó  $m_1 + m_2 = -1$ .

d)  $m = 1$  thì hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  tạo với nhau một góc nhỏ nhất.

**Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho mặt phẳng  $(Q) : -3x + 7y - 9z - 5 = 0$

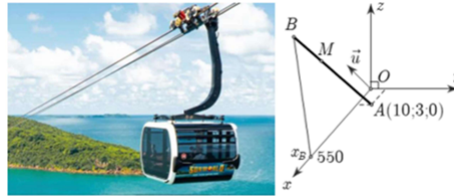
a)  $\vec{n} = (-3; 7; -5)$  là một vectơ pháp tuyến của  $(Q)$ .

b)  $A(-5; 5; 6)$  không thuộc mặt phẳng  $(Q)$ .

c)  $(Q)$  và mặt phẳng  $(R) : 6x - 14y + 18z + 12 = 0$  song song với nhau.

d)  $(P)$  đi qua hai điểm  $C(-4; 5; 5), M(2; 1; -2)$  và vuông góc với  $(Q)$  có phương trình là  $85x + 75y + 30z - 183 = 0$ .

**Câu 10.** Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm  $A(10; 3; 0)$  và chuyển động dọc đều theo cáp có vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; -2; 1)$  với tốc độ  $4,5 (m/s)$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) được mô hình hóa như các hình vẽ sau:



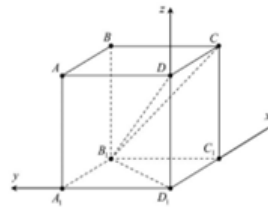
a) Phương trình chính tắc của đường cáp là  $\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$ .

b) Giả sử sau  $t$  giây kể từ lúc xuất phát ( $t \geq 0$ ), cabin đến vị trí điểm  $M$ . Khi đó tọa độ của điểm  $M$  là  $\left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2}\right)$ .

c) Cabin dừng ở điểm  $B$  có hoành độ  $x_B = 550$ . Quãng đường  $AB$  có độ dài  $810(m)$  (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

d)  $AB$  tạo với mặt  $(Oxy)$  một góc  $22^\circ$  (làm tròn đến đơn vị của độ).

**Câu 11.** Một hộp quà được gắn với hệ tọa độ  $Oxyz$  như hình có cạnh đáy bằng 1 và chiều cao bằng  $x$  sao cho  $O = D_1, C_1 \in Ox, A_1 \in Oy, D \in Oz$ .



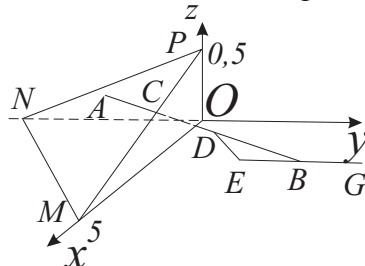
a)  $\vec{n}_1 = (1; 0; -1)$  là một vectơ pháp tuyến của  $(A_1B_1C_1D_1)$ .

b)  $x = 3$  thì góc của  $B_1D$  và mặt phẳng  $(A_1B_1C_1D_1)$  bằng  $60^\circ$ .

c)  $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  thì góc giữa mặt phẳng  $(CB_1D_1)$  và mặt phẳng  $(A_1B_1C_1D_1)$  bằng  $45^\circ$ .

d)  $x = 4$  thì góc của  $B_1D$  và mặt phẳng  $(A_1B_1C_1D_1)$  lớn nhất.

**Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilomet). Một máy bay đang ở vị trí  $A(3; 5; -2; 0; 4)$  và sẽ hạ cánh ở vị trí  $B(3; 5; 5; 5; 0)$  trên đường băng  $EG$ .



- a) Góc trượt (góc giữa đường bay  $AB$  và mặt phẳng nằm ngang ( $Oxy$ )) nằm trong phạm vi cho phép từ  $2,5^\circ$  đến  $3,5^\circ$ .
- b) Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng ( $\alpha$ ) đi qua ba điểm  $M(5; 0; 0)$ ,  $N(0; -5; 0)$ ,  $P(0; 0; 0,5)$ . Khi đó tọa độ của điểm  $C$  là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh là  $C(3,5; -6,5; -0,5)$ .
- c) Điểm  $D$  trên đoạn thẳng  $AB$  là vị trí máy bay ở độ cao  $120m$  có tọa độ bằng  $D(3,5; 3,25; 0,12)$ .
- d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu  $E(3,5; 4,5; 0)$  của đường băng ở độ cao tối thiểu là  $120m$ . Biết rằng tầm nhìn của người phi công sau khi ra khỏi đám mây là  $900m$ . Vậy sau khi ra khỏi đám mây, người phi công đã đạt được quy định an toàn bay.

**Câu 13.** Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(2; 0; 1)$ . Phương trình mặt cầu tâm  $A$  tiếp xúc với ( $Oxy$ ) là  $(x - 2)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$ .
- b) Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu ( $S$ ) có đường kính  $AB$  với  $A(2; 0; -1)$ ,  $B(0; -2; 3)$ . Khi đó ( $S$ ) :  $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 6$ .
- c) Trong không gian  $Oxyz$ , ( $S$ ) :  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$ . Ba điểm  $(0; 0; 0)$ ,  $(1; 2; 3)$ ,  $(2; 0; 6)$  đều thuộc ( $S$ ).
- d) Trong không gian  $Oxyz$  (đơn vị  $cm$ ), mặt sàn là ( $Oxy$ ), quả cầu tâm  $I(12; 20; 50)$  có phương trình  $(x - 12)^2 + (y - 20)^2 + (z - 50)^2 = 50^2$ .

**Câu 14.** Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu ( $S$ ) :  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 16$  đi qua  $P(2; 1; 0)$ .
- b) Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $I$  là tâm của mặt cầu ( $S$ ) :  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4z - 1 = 0$ . Khi đó độ dài  $OI$  bằng 5.
- c) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hình chóp  $SABCD$  với  $S(1; 2; -2)$ ,  $A(-1; 0; -2)$ ,  $C(3; -4; 0)$ , tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  với  $BC = 3\sqrt{3}$  và  $B(-2; -3; 1)$ , đồng thời  $(ABC) \perp (SAC)$ . Gọi  $I$  là trung điểm  $AC$ . Mặt cầu tâm  $I$  tiếp xúc với ( $BC$ ) có phương trình  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = \frac{18}{17}$ .
- d) Trong không gian  $Oxyz$ , lấy  $O$  là tâm Trái Đất, 1 đơn vị ứng với  $6300$  km. Một vệ tinh bay ở độ cao  $18900$  km so với mặt đất. Khi đó quỹ đạo chuyển động của vệ tinh là mặt cầu  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ .

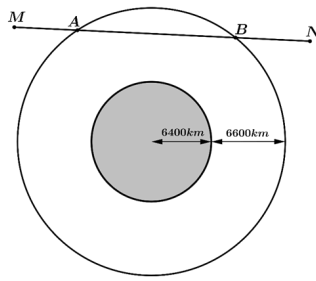
**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu ( $S$ ) :  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  có tâm  $I$  và bán kính  $R$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Mặt cầu ( $S$ ) có tâm  $I(1; -2; 0)$  và bán kính  $R = 2$ .
- b) Bán kính của mặt cầu ( $S$ ) là đoạn  $IM$  với điểm  $M(1; 1; 2)$ .
- c) Mặt cầu ( $S$ ) có đường kính  $AB$  với  $A(0; 1; -2)$  và  $B(2; -1; -4)$ .
- d) Mặt cầu ( $S$ ) tiếp xúc với mặt phẳng ( $P$ ) :  $x + y - z - 2 = 0$ .

**Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục là  $km$ ), một trạm thu phát sóng đặt tại  $I(1; 3; 7)$  với bán kính phủ sóng  $3$   $km$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Phương trình mặt cầu ( $S$ ) mô tả ranh giới vùng phủ sóng là  $(x + 1)^2 + (y + 3)^2 + (z + 7)^2 = 9$ .
- b) Người dùng tại  $A(2; 2; 7)$  có thể sử dụng dịch vụ của trạm.
- c) Người dùng tại  $B(5; 6; 7)$  không thể sử dụng dịch vụ của trạm.
- d) Khoảng cách lớn nhất để người tại  $B(5; 6; 7)$  di chuyển đến vùng phủ sóng là  $8$   $km$ .

**Câu 17.** Các thiên thạch có đường kính lớn hơn  $140m$  và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn  $7500000km$  được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá  $6600km$  so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính  $6400km$ . Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với gốc  $O$  tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục là  $1000km$ . Một thiên thạch chuyển động thẳng đều từ  $M(6; 20; 0)$  đến  $N(-6; -12; 16)$ .



- a) Đường thẳng  $MN$  có phương trình tham số là 
$$\begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = 20 + 8t \\ z = -4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$
- b) Vị trí đầu tiên thiên thạch đi vào phạm vi theo dõi là  $A(-3; -4; 12)$ .
- c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng trong phạm vi theo dõi là  $18900 \text{ km}$ .
- d) Nếu thời gian thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi là 3 phút thì thời gian nó đi từ  $M$  đến  $N$  là 6 phút.

**Câu 18.** Trong một hộp có 18 quả bóng đỏ và 2 quả bóng xanh (các quả bóng có kích thước như nhau). Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng trong hộp và không hoàn lại. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng màu xanh là  $\frac{1}{20}$ .
- b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng xanh là  $\frac{1}{19}$ , biết lần thứ nhất lấy được quả bóng xanh.
- c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng xanh là  $\frac{1}{190}$ .
- d) Xác suất để ít nhất một lần lấy được quả bóng đỏ là  $\frac{189}{190}$ .

**Câu 19.** Theo số liệu thống kê của một dự án, tại một xã miền núi phía Bắc có 300 trẻ em dưới 5 tuổi thuộc hai dân tộc Mông và Dao, kết quả điều tra như sau:

|                      | Dân tộc |     |
|----------------------|---------|-----|
| Kết quả điều tra     | Mông    | Dao |
| Suy dinh dưỡng       | 27      | 24  |
| Không suy dinh dưỡng | 153     | 96  |

Chọn ngẫu nhiên một trẻ em dưới 5 tuổi của xã. Gọi  $A$  là biến cố “trẻ được chọn bị suy dinh dưỡng”. Gọi  $B$  là biến cố “trẻ được chọn là dân tộc Mông”. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)  $P(B) = 0,6$ .
- b)  $P(AB) = 0,102$ .
- c) Tỷ lệ trẻ em người Mông bị suy dinh dưỡng là 15%.
- d) Tỷ lệ trẻ em người Dao bị suy dinh dưỡng là 85%.

**Câu 20.** Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ và 13 bạn nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất để gọi một bạn tên Hiền là  $\frac{1}{10}$ .
- b) Xác suất để bạn được gọi tên Hiền, với điều kiện bạn đó là nữ, là  $\frac{3}{17}$ .
- c) Xác suất để bạn được gọi tên Hiền, với điều kiện bạn đó là nam, là  $\frac{2}{13}$ .
- d) Nếu thầy giáo gọi một bạn tên Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là nữ là  $\frac{3}{17}$ .

**Câu 21.** Trước khi đưa một sản phẩm ra thị trường, người ta phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng. Kết quả có 105 người trả lời “sẽ mua”, 95 người trả lời “không mua”. Biết rằng tỷ lệ khách hàng thực sự mua sản phẩm

tương ứng với câu trả lời “sẽ mua” và “không mua” lần lượt là 70% và 30%. Gọi  $A$  là biến cố “khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm”. Gọi  $B$  là biến cố “khách hàng trả lời sẽ mua sản phẩm”. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)  $P(B) = \frac{21}{40}, P(\overline{B}) = \frac{19}{40}$ .
- b) Xác suất có điều kiện  $P(A | B) = 0,3$ .
- c)  $P(A) = 0,51$ .
- d) Trong số những người thực sự sẽ mua sản phẩm, có khoảng 70% người đã trả lời “sẽ mua”.

**Câu 22.** Ở huyện Đông Anh, Hà Nội, vào tháng 7, người ta đo được xác suất để có mưa vào thứ Hai là  $x^2$ . Nếu trời có mưa vào thứ Hai thì xác suất để có mưa vào thứ Ba là  $\frac{x}{4}$ . Nếu thứ Hai không có mưa thì xác suất để có mưa vào thứ Ba là  $x$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Biểu thức theo biến  $x$  cho biết xác suất để trời mưa vào cả thứ Hai và thứ Ba là  $2x^3$ .
- b) Khả năng trời mưa vào cả thứ Hai và thứ Ba là 25% khi  $x = 0,5$ .
- c) Biểu thức theo biến  $x$  cho biết xác suất trời mưa vào thứ Ba là  $x + x^2 - \frac{3x^3}{4}$ .
- d) Xác suất để có mưa vào thứ Hai khi  $x$  thỏa mãn xác suất trời mưa vào thứ Ba lớn nhất bằng  $\frac{16}{27}$ .

**Câu 23.** Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai dạng: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội  $B$  và gene lặn  $b$ . Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, trong đó tỉ lệ cây mang kiểu gene  $bb, Bb$  tương ứng là 40% và 60%. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất để cây con lấy gene  $b$  từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene  $bb$  là 0,5.
- b) Xác suất để cây con lấy gene  $b$  từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene  $Bb$  là 0,5.
- c) Xác suất để cây con lấy gene  $b$  từ cây bố là 0,7.
- d) Xác suất để cây con có kiểu gene  $bb$  là 0,49.

**Câu 24.** Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai dạng: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội  $B$  và gene lặn  $b$ . Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, trong đó tỉ lệ cây mang kiểu gene  $bb, Bb$  tương ứng là 40% và 60%. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất để cây con lấy gene  $b$  từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene  $bb$  là 0,5.
- b) Xác suất để cây con lấy gene  $b$  từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene  $Bb$  là 0,5.
- c) Xác suất để cây con lấy gene  $b$  từ cây bố là 0,7.
- d) Xác suất để cây con có kiểu gene  $bb$  là 0,49.

**Câu 25.** Một chiếc hộp chứa 50 viên bi, trong đó có 30 viên bi màu đỏ và 20 viên bi màu vàng, các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy 80% số viên bi màu đỏ đánh số và 60% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

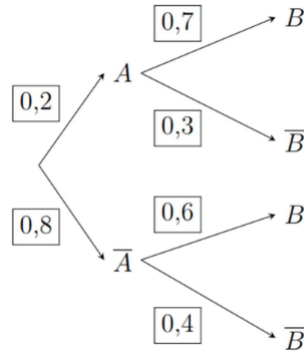
- a) Xác suất để lấy được bi đánh số có màu vàng là 0,6.
- b) Xác suất để lấy được bi không đánh số có màu đỏ là 0,8.
- c) Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là 0,72.
- d) Xác suất để lấy viên bi màu đỏ có đánh số là  $\frac{12}{25}$ .

**Câu 26.** Một nhà máy có hai phân xưởng  $X$  và  $Y$  cùng sản xuất một loại sản phẩm. Phân xưởng  $X$  sản xuất 60% và phân xưởng  $Y$  sản xuất 40% tổng số sản phẩm của cả nhà máy. Tỉ lệ phế phẩm của phân xưởng  $X$ , phân xưởng  $Y$  lần lượt là 10% và 5%. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm trong kho hàng của nhà máy. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất lấy được sản phẩm tốt, biết sản phẩm đó do phân xưởng  $X$  sản xuất bằng 90%.

- b) Xác suất lấy được phế phẩm là 10%.
- c) Giả sử đã lấy được phế phẩm, xác suất phế phẩm đó do phân xưởng  $Y$  sản xuất bằng 75%.
- d) Nếu lấy được sản phẩm tốt, khả năng sản phẩm đó do phân xưởng  $X$  sản xuất cao hơn khả năng sản phẩm đó do phân xưởng  $Y$  sản xuất.

**Câu 27.** Cho sơ đồ hình cây như hình vẽ bên dưới.



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)  $P(B) = P(A)P(B | A) + P(\bar{A})P(B | \bar{A})$ .
- b)  $P(B | A) = 0,6$ .
- c)  $P(B) = 0,62$ .
- d)  $P(\bar{B}) = 0,4$ .

**Câu 28.** Điểm kiểm tra cuối kì môn Toán của một học sinh phụ thuộc vào việc học sinh đó có chăm chỉ làm bài tập về nhà hay không. Nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,9. Còn nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,85. Xác suất An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán là 0,75. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

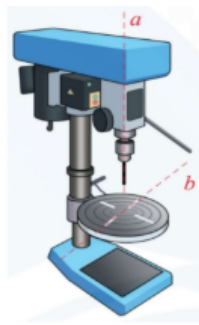
- a) Nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,1.
- b) Nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,2.
- c) Xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,35.
- d) Xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,7125.

### Phần III. Phần trả lời ngắn

**Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; -2; 3)$ ,  $B(2; b; c)$ , mặt phẳng  $(\alpha) : x + 3y - 2z + 5 = 0$  và đường thẳng  $\Delta : \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$ . Khi đó, đường thẳng  $d$  đi qua hai điểm  $A, B$ , song song với mặt phẳng  $(\alpha)$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta$  thì  $b + c$  bằng bao nhiêu?

**Câu 2.** Trong không gian  $Oxyz$ , một viên đạn được bắn ra từ điểm  $A(1; 2; 3)$ , đầu đạn đi với vận tốc không đổi; vectơ vận tốc (trên giây) là  $\vec{v} = (2; 1; 5)$ . Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm  $B(5; a; b)$  thì giá trị của biểu thức  $b^a$  bằng bao nhiêu?

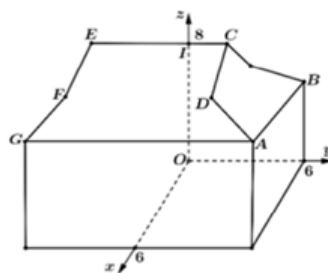
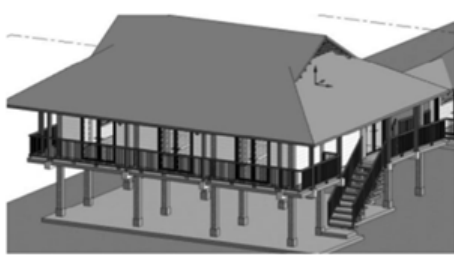
**Câu 3.** Trên phần mềm mô phỏng 3D một máy khoan trong không gian  $Oxyz$  cho biết phương trình trục  $a$  của mũi khoan và một đường rãnh  $b$  trên vật cần khoan lần lượt là  $a : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3t \end{cases}$  và  $b : \begin{cases} x = 1 + 4k \\ y = 2 + 2k \\ z = 6 \end{cases}$ . Tọa độ giao điểm của  $a$  và  $b$  là  $M(a; b; c)$ . Tính  $S = a + b + c$ .



**Câu 4.** Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy là hình vuông với cạnh dài 230 m, các cạnh bên bằng nhau và dài 219 m (theo britannica.com) (hình vẽ). Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $SCD$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $BG$  và  $SA$  (làm tròn tới hàng đơn vị độ).



**Câu 5.** Trên khu vực miền núi thì người dân thường xây dựng nhà ở dạng nhà sàn và được minh họa như hình vẽ.



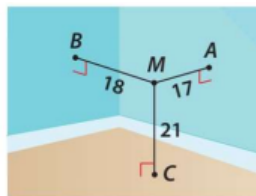
Giả sử áp dụng hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ (đơn vị trên các trục là mét). Xét một bên của mái nhà gồm một hình chữ nhật  $CDFE$  và một hình thang  $ADFG$  với các điểm có tọa độ lần lượt là  $G(6; -6; 6)$ ,  $C(3; 4; 8)$ ,  $F(4; -7; 7)$  và  $I$  là trung điểm của  $CE$ . Biết góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{DC}$  và  $\overrightarrow{AB}$  bằng  $a^\circ$ . Giá trị của  $a$  bằng bao nhiêu? Tính  $Q = a + b$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P) : 2x - y + 2z - 1 = 0$  và mặt phẳng  $(Q) : 4x - 4y + 3z - 2 = 0$ . Đường thẳng  $\Delta$  song song với mặt phẳng  $(P)$ , có một vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (m; n; 1)$ . Khi  $\Delta$  tạo với  $(Q)$  một góc lớn nhất thì sin của góc tạo bởi đường thẳng  $\Delta$  và mặt phẳng  $(Q)$  bằng bao nhiêu?

**Câu 7.** Cho ba điểm  $M(2; 3; 3)$ ,  $N(2; -1; -1)$ ,  $P(-2; -1; 3)$  và mặt phẳng  $(\alpha) : 2x + 3y - z + 2 = 0$ . Phương trình mặt cầu đi qua  $M, N, P$  và có tâm thuộc mặt phẳng  $(\alpha)$  có bán kính bằng bao nhiêu?

**Câu 8.** Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật trong không gian. Cách thức hoạt động của GPS như sau: Trong cùng một thời điểm, vị trí  $M$  của một vật sẽ được xác định bằng 4 vệ tinh cho trước, các vệ tinh này có gắn máy thu tín hiệu, bằng cách so sánh thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận tín hiệu phản hồi thì sẽ xác định được khoảng cách từ các vệ tinh đến vị trí  $M$ . Như vậy, vị trí  $M$  là giao điểm của 4 mặt cầu có tâm là 4 vệ tinh nói trên. Giả sử trong không gian  $Oxyz$ , 4 vệ tinh có tọa độ là  $A(-1; 6; 3)$ ,  $B(4; 8; 1)$ ,  $C(9; 6; 7)$ ,  $D(-15; 18; 7)$ . Biết khoảng cách từ  $M$  đến các vệ tinh lần lượt là  $MA = 6$ ,  $MB = 7$ ,  $MC = 12$ ,  $MD = 24$ . Khi đó tọa độ điểm  $M(x_M; y_M; z_M)$ . Tính giá trị biểu thức  $T = x_M + y_M + z_M$ .

**Câu 9.** Một quả bóng rổ được đặt ở một góc của căn phòng hình hộp chữ nhật sao cho quả bóng chạm và tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm trên quả bóng có khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm, 20 cm. Hỏi độ dài đường kính của quả bóng bằng bao nhiêu cm, biết rằng quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm? Kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân.



**Câu 10.** Lớp 10A có 40 học sinh, trong đó các bạn đều biết chơi ít nhất một trong hai loại đàn là Organ và Guitar, trong đó có 27 bạn biết chơi đàn Organ, 25 bạn biết chơi đàn Guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 bạn, tính xác suất chọn được bạn biết chơi đàn Organ, biết bạn đó chơi được đàn Guitar.

**Câu 11.** Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi trắng và 20 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi trắng ở lần thứ nhất và một viên bi xanh ở lần thứ hai.

**Câu 12.** Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỉ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách 20m với xác suất trúng thỏ là 0,5, nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ 2 ở khoảng cách 30m, nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ 3 ở khoảng cách 50m. Tính xác suất để người thợ săn bắn trúng thỏ sau nhiều nhất ba lần bắn.

**Câu 13.** Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lẫn mỗi thùng 3 lon quá hạn sử dụng, loại II để lẫn mỗi thùng 2 lon quá hạn và loại III để lẫn mỗi thùng 4 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần số thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được đúng 2 lon quá hạn sử dụng (làm tròn đến hàng phần mười).

**Câu 14.** Cho hộp I gồm 5 bi trắng và 5 bi đỏ, hộp II gồm 6 bi trắng và 4 bi đỏ. Bỏ ngẫu nhiên hai bi từ hộp I sang hộp II. Sau đó lấy ngẫu nhiên từ hộp II một bi. Giả sử lấy được viên bi trắng. Tính xác suất để lấy được bi trắng từ hộp I (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)

**Câu 15.** Có hai đồng xu có hình thức giống nhau, trong đó có một đồng xu cân đối đồng chất và một đồng xu không cân đối có xác suất khi tung đồng xu xuất hiện mặt ngửa là  $\frac{2}{3}$ . Một người lấy ngẫu nhiên một đồng xu trong hai đồng xu đã cho, tung đồng xu đó 3 lần thì đều thấy xuất hiện mặt ngửa. Tính xác suất người đó lấy được đồng xu cân đối (làm tròn đến hàng phần mười).