

CHUYÊN ĐỀ: HÀM SỐ-ĐỒ THỊ VÀ ỨNG DỤNG

BÀI 1: HÀM SỐ

I-TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định nghĩa

Cho $D \subset \mathbb{R}$, $D \neq \emptyset$. Hàm số f xác định trên D là một qui tắc đặt tương ứng mỗi số $x \in D$ với một và chỉ một số $y \in \mathbb{R}$. Trong đó:

x được gọi là biến số (đổi số), y được gọi là giá trị của hàm số f tại x . Kí hiệu: $y = f(x)$.

D được gọi là tập xác định của hàm số.

$T = \{y = f(x) \mid x \in D\}$ được gọi là tập giá trị của hàm số.

Cách cho hàm số: cho bảng bảng, biểu đồ, công thức $y = f(x)$.

Tập xác định của hàm $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các số thực x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.

Đồ thị của hàm số

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D là tập hợp tất cả các điểm $M(x; f(x))$ trên mặt phẳng toạ độ Oxy với mọi $x \in D$.

Chú ý: Ta thường gặp đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là một đường. Khi đó ta nói $y = f(x)$ là **phương trình** của đường đó.

Chiều biến thiên của hàm số: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là D . Khi đó:

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên $D \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến trên $D \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

Xét chiều biến thiên của một hàm số là tìm các khoảng đồng biến và các khoảng nghịch biến của nó. Kết quả xét chiều biến thiên được tổng kết trong một bảng gọi là **bảng biến thiên**.

II-DẠNG TOÁN

1. Dạng 1: Nhận biết hàm số. Tìm tập xác định của hàm số. Tìm giá trị của hàm số

Phương pháp:

-Hàm số cho bằng bảng hoặc biểu đồ suy ra TXĐ và giá trị của hàm số

-Hàm số cho bởi biểu thức: Tập xác định D của hàm số $y = f(x)$ ta tìm điều kiện của x để $f(x)$ có nghĩa.

Chú ý. Thông thường $y = f(x)$ cho bởi biểu thức đại số, ta xét một số trường hợp sau:

+ Hàm số $y = f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ có nghĩa khi $u(x)$, $v(x)$ có nghĩa và $v(x) \neq 0$.

+ Hàm số $y = f(x) = \sqrt{u(x)}$ có nghĩa khi $u(x)$ có nghĩa và $u(x) \geq 0$.

+ Hàm số $y = f(x) = \frac{u(x)}{\sqrt{v(x)}}$ có nghĩa khi $u(x)$, $v(x)$ có nghĩa và $v(x) > 0$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN:

Ví dụ 1: Cho bảng giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y . Đại lượng y có là hàm số của đại lượng x không? Nếu có hãy tìm tập xác định và tập giá trị của hàm số đó.

x	-5	-3	-1	0	1	2	5	8	9
y	-6	-8	-4	1	3	2	3	12	15

Lời giải:

Đại lượng y là hàm số của đại lượng x vì mỗi x cho duy nhất một y .

Tập xác định của hàm số là $D = \{-5; -3; -1; 0; 1; 2; 5; 8; 9\}$

Tập giá trị của hàm số là $D = \{-6; -8; -4; 1; 3; 2; 12; 15\}$

Ví dụ 2: Bảng 1 dưới đây cho biết chỉ số $PM_{2,5}$ (bụi mịn) ở Thành phố Hà Nội từ tháng 1 đến tháng 12 của năm 2019

	Trung bình năm 2019	Tháng											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$PM_{2,5}$ ($\mu g/m^3$)	46,9	59,3	36,0	50,2	40,3	45,8	36,5	30,4	33,1	48,3	43,2	66,3	72,7

(Nguồn: Báo cáo chất lượng không khí thế giới 2019)

Bảng 1

a) Nêu chỉ số $PM_{2,5}$ trong tháng 2; tháng 5; tháng 10.

b) Chỉ số $PM_{2,5}$ có phải là hàm số của tháng không? Tại sao?

c) Bụi mịn $PM_{2,5}$ có đường kính nhỏ hơn 2,5 μm (mi-crô-mét) dễ dàng xâm nhập vào cơ thể con người thông qua đường hô hấp và gây nên một số bệnh nguy hiểm như đột quỵ, tim mạch,.. Em hãy nêu một số biện pháp bảo vệ bản thân trước bụi mịn.

Lời giải:

a) Quan sát bảng ta thấy chỉ số $PM_{2,5}$ trong tháng 2 là 36,0 $\mu g/m^3$; trong tháng 5 là 45,8 $\mu g/m^3$; trong tháng 10 là 43,2 $\mu g/m^3$.

b) Chỉ số $PM_{2,5}$ là hàm số của tháng vì mỗi tháng chỉ tương ứng với đúng một giá trị của chỉ số $PM_{2,5}$.

c) Một số biện pháp bảo vệ bản thân trước bụi mịn:

- Dọn dẹp vệ sinh nơi ở, nếu có điều kiện nên sử dụng máy lọc không khí trong nhà.
- Sử dụng khẩu trang thích hợp khi đi ra ngoài.
- Tạo ra thói quen sinh hoạt tốt cho sức khỏe: Vệ sinh mũi họng, ăn uống lành mạnh, đủ chất, uống nhiều nước, tránh tiếp xúc với môi trường bụi bẩn,...

Ví dụ 3: Thống kê số ca mắc covid trong 10 ngày đầu tháng 8 năm 2021 (theo bản tin dịch covid-19 của Bộ y tế) ta có bảng số liệu sau:

Ngày	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Số ca	2025	2267	2173	935	1537	1497	2049	2002	1642	1466

- a) Cho biết số ca mắc covid trong các ngày 3,4 và 5
 b) Bảng trên có cho ta một hàm số không? Nếu có hãy tìm tập xác định và tập giá trị của hàm số đó.

Lời giải:

a) Số ca mắc covid trong ngày 3 là 2173 ca.

Số ca mắc covid trong ngày 4 là 935 ca.

Số ca mắc covid trong ngày 5 là 1537 ca

b) Bảng trên cho ta một hàm số vì mỗi ngày có duy nhất một số ca nhiễm.

Tập xác định : $D = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$

Tập giá trị : $T = \{2025; 2267; 2173; 935; 1537; 1497; 2049; 2002; 1642; 1466\}$

Ví dụ 4: Để xây dựng phương án kinh doanh cho một loại sản phẩm, doanh nghiệp tính toán lợi nhuận y (đồng) theo công thức sau: $y = -200x^2 + 92000x - 8400000$, trong đó x là số sản phẩm loại đó được bán ra.

a) Với mỗi giá trị $x = 100$, $x = 200$, tính giá trị tương ứng của y .

b) Với mỗi giá trị của x có bao nhiêu giá trị tương ứng của y ?

Lời giải:

a) Ta có: $y = -200x^2 + 92000x - 8400000$ (1)

Thay $x = 100$ vào (1) ta được: $y = -200 \cdot 100^2 + 92000 \cdot 100 - 8400000 = -1200000$

Thay $x = 200$ vào (1) ta được: $y = -200 \cdot 200^2 + 92000 \cdot 200 - 8400000 = 2000000$.

Vậy $x = 100$ thì $y = -1200000$ và $x = 200$ thì $y = 2000000$.

b) Với mỗi giá trị của x , có một giá trị tương ứng của y .

Ví dụ 5: Viết hàm số mô tả sự phụ thuộc của quãng đường đi được vào thời gian của một vật chuyển động thẳng đều với vận tốc 5 m/s . Tìm tập xác định của hàm số đó. Tính quãng đường vật đi được sau $10s, 15s$.

Lời giải:

Một vật chuyển động thẳng đều với vận tốc $v = 5 \text{ m/s}$ thì quãng đường S (mét) vào thời gian t (giây) theo công thức $S = S(t) = 5t$. (t là biến số)

Vậy $S = S(t) = 5t$ là hàm số của t .

Tập xác định của hàm số là $D = [0; +\infty)$

Quãng đường vật đi được sau 10s là $S(10) = 5.10 = 50(\text{m})$

Quãng đường vật đi được sau 15s là $S(15) = 5.15 = 75(\text{m})$

Ví dụ 6: Cho hai hàm số $y = 2x - 3$ (1) và $y = \sqrt{2 - x}$ (2)

a) Nêu biểu thức xác định mỗi hàm số trên.

b) Tìm x sao cho mỗi biểu thức trên có nghĩa.

Lời giải:

a) Biểu thức xác định hàm số (1) là $2x - 3$

Biểu thức xác định hàm số (2) là $\sqrt{2 - x}$

b) Biểu thức $2x - 3$ có nghĩa với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Biểu thức $\sqrt{2 - x}$ có nghĩa khi $2 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$

Ví dụ 7: Xét hai đại lượng x và y phụ thuộc với nhau theo hệ thức dưới đây. Những trường hợp nào thì y là hàm số của x

a) $x + y = 2$ b) $y = x^2$ c) $y^2 = x$ d) $x^2 - y^2 = 0$

e) $x^2 + y = 4$ f) $x - y^3 = 0$ g) $x + y^2 = 8$ h) $y = 100 - x$.

Lời giải:

Những trường hợp y là hàm số của x là a) $x + y = 2$; b) $y = x^2$, e) $x^2 + y = 4$, f) $x - y^3 = 0$, h) $y = 100 - x$.

Ví dụ 8: Tìm tập xác định của các hàm số

a) $y = \frac{3}{x}$. a) $y = \frac{2x-1}{1-x}$. b) $y = \frac{3x-1}{2+x}$. d) a) $y = \frac{x}{2x+3}$.

Lời giải:

a) Hàm số xác định khi $x \neq 0$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

b) Hàm số xác định khi $1 - x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

c) Hàm số xác định khi $2 + x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

d) Hàm số xác định khi $2x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{3}{2}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$.

Ví dụ 9: Tìm tập xác định của các hàm số

a) $y = \frac{1}{x^2 + 4x + 5}$. b) $y = \frac{2x - 1}{x^2 - 3x + 2}$.

Lời giải:

a) Ta có $x^2 + 4x + 5 = (x + 2)^2 + 1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

b) Hàm số xác định khi $x^3 - 3x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + x - 2) \neq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \neq 0 \\ x^2 + x - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -2 \end{cases}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$.

Ví dụ 10: Tìm tập xác định của hàm số

a) $y = \frac{3x - 1}{-2x + 2}$. b) $y = \frac{2x - 1}{(2x + 1)(x - 3)}$.

c) $y = \frac{1}{x^2 + 4x + 5}$. d) $y = \frac{2x + 1}{x^3 - 3x + 2}$.

Lời giải:

a) Hàm số xác định khi $-2x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Hàm số xác định khi $\begin{cases} 2x + 1 \neq 0 \\ x - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{1}{2} \\ x \neq 3 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; 3\right\}$.

c) Ta có $x^2 + 4x + 5 = (x + 2)^2 + 1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

d) Hàm số xác định khi $x^3 - 3x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + x - 2) \neq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x^2+x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -2 \end{cases}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$.

Ví dụ 11: Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = 2x^3 + 3x + 1$; b) $y = \frac{x-1}{x^2-3x+2}$ c) $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}$.

Lời giải:

a) $y = 2x^3 + 3x + 1$;

Tập xác định : $D = \mathbb{R}$.

b) $y = \frac{x-1}{x^2-3x+2}$

Hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-3x+2}$ xác định $\Leftrightarrow x^2-3x+2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

c) $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}$.

Hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$.

Vậy $D = [-1; 1]$.

Ví dụ 12: Tìm tập xác định của các hàm số

a) $y = \sqrt{2x-2}$. b) $y = \sqrt{6-2x}$ c) $y = \frac{3x-1}{\sqrt{2x-2}}$ d) $y = \frac{x+3}{\sqrt{6-2x}}$

Lời giải:

a) Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [1; +\infty)$.

b) Hàm số xác định $\Leftrightarrow 6-2x \geq 0 \Leftrightarrow -2x \geq -6 \Leftrightarrow x \leq 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 3]$.

c) Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$.

d) Hàm số xác định $\Leftrightarrow 6-2x > 0 \Leftrightarrow -2x > -6 \Leftrightarrow x < 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 3)$.

Ví dụ 13: Tìm tập xác định của các hàm số

$$\text{a) } y = \sqrt{-2x+3} - \sqrt{x-1} . \quad \text{b) } y = \frac{2}{(x+2)\sqrt{x+1}}$$

Lời giải:

$$\text{a) Hàm số xác định khi } \begin{cases} -2x+3 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq \frac{3}{2} .$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là } D = \left[1; \frac{3}{2}\right] .$$

$$\text{b) Hàm số xác định khi } \begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x > -1 .$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là } D = (-1; +\infty) .$$

Ví dụ 14: Tìm tập xác định của hàm số

$$\text{a) } y = \sqrt{3x-2} .$$

$$\text{b) } y = \sqrt{x^2+1} .$$

$$\text{c) } y = \sqrt{-2x+1} - \sqrt{x-1} .$$

$$\text{d) } y = \sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x-3} .$$

$$\text{e) } y = \sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}} + \sqrt{2-x^2+2\sqrt{1-x^2}} . \quad \text{f) } y = \sqrt{x+\sqrt{x^2-x+1}} .$$

Lời giải:

$$\text{a) Hàm số xác định khi } 3x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{3} .$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là } D = \left[\frac{2}{3}; +\infty\right) .$$

$$\text{b) Ta có } x^2+1 > 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R} .$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là } D = \mathbb{R} .$$

$$\text{c) Hàm số xác định khi } \begin{cases} -2x+3 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq \frac{3}{2} .$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là } D = \left[1; \frac{3}{2}\right] .$$

$$\text{d) Hàm số xác định khi } \begin{cases} x^2-2x+1 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3 .$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là } D = [3; +\infty) .$$

$$\text{e) Ta có } y = \sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}} + \sqrt{2-x^2+2\sqrt{1-x^2}} = \sqrt{(\sqrt{x+2}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{1-x^2}+1)^2}$$

$$= |\sqrt{x+2}+1| + |\sqrt{1-x^2}+1| = \sqrt{x+2} + \sqrt{1-x^2} + 2.$$

Hàm số xác định khi

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 1-x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ (1-x)(1+x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ \begin{cases} 1-x \geq 0 \\ 1+x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-1; 1]$.

$$\begin{aligned} \text{f) Hàm số xác định khi } \begin{cases} x^2 - x + 1 \geq 0 \\ x + \sqrt{x^2 - x + 1} \geq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq 0 \\ \sqrt{x^2 - x + 1} \geq -x \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - x + 1} \geq -x \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -x < 0 \\ x^2 - x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x < 0 \\ -x \geq 0 \\ -x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 0 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

Ví dụ 15: Tìm tập xác định của hàm số

$$\text{a) } y = \frac{2}{(x+2)\sqrt{x+1}}.$$

$$\text{b) } y = \frac{x}{1-x^2} - \sqrt{-x}.$$

$$\text{c) } y = \frac{x-3\sqrt{2-x}}{\sqrt{x+2}}.$$

$$\text{d) } y = \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{4-x}}{(x-2)(x-3)}.$$

$$\text{e) } y = \sqrt{1-x} + \frac{1}{x\sqrt{1+x}}.$$

$$\text{f) } y = \frac{2015}{\sqrt[3]{x^2-3x+2} - \sqrt[3]{x^2-7}}.$$

$$\text{g) } y = \sqrt{x+8+2\sqrt{x+7}} + \frac{1}{1-x}.$$

$$\text{h) } y = \sqrt{\sqrt{x^2+2x+2} - (x+1)}.$$

Lời giải:

$$\text{a) Hàm số xác định khi } \begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x > -1.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-1; +\infty)$.

$$\text{b) Hàm số xác định khi } \begin{cases} 1-x^2 \neq 0 \\ -x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 1 \\ x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \neq x \leq 0.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 0] \setminus \{-1\}$.

c) Hàm số xác định khi $\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x \leq 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-2; 2]$.

d) Hàm số xác định khi $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 4 \\ x \neq 2 \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 4 \\ x \neq 2 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [1; 4] \setminus \{2; 3\}$.

e) Hàm số xác định khi $\begin{cases} 1-x \geq 0 \\ x \neq 0 \\ 1+x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \neq 0 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x \leq 1 \\ x \neq 0 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-1; 1] \setminus \{0\}$.

f) Hàm số xác định khi $\sqrt[3]{x^2-3x+2} - \sqrt[3]{x^2-7} \neq 0 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x^2-3x+2} \neq \sqrt[3]{x^2-7}$
 $\Leftrightarrow x^2-3x+2 \neq x^2-7 \Leftrightarrow 9 \neq 3x \Leftrightarrow x \neq 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

g) Ta có $y = \sqrt{x+8+2\sqrt{x+7}} + \frac{1}{1-x} = \sqrt{(\sqrt{x+7}+1)^2} + \frac{1}{1-x} = \sqrt{x+7}+1 + \frac{1}{1-x}$.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x+7 \geq 0 \\ 1-x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -7 \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-7; +\infty) \setminus \{1\}$ hoặc $D = [-7; 1) \cup (1; +\infty)$.

h) Ta có $y = \sqrt{\sqrt{x^2+2x+2} - (x+1)} = \sqrt{\sqrt{(x+1)^2+1} - (x+1)}$

Hàm số xác định khi $\sqrt{(x+1)^2+1} - (x+1) \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2+1} \geq x+1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x+1 < 0 \\ (x+1)^2+1 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ (x+1)^2+1 \geq (x+1)^2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 < 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

Ví dụ 16: Cho hàm số: $y = \begin{cases} x & \text{khi } x > 0 \\ -x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

- a) Tìm tập xác định của hàm số trên.
b) Tính giá trị của hàm số khi $x = -1$; $x = 2022$.

Lời giải:

- a) Hàm số có nghĩa khi $x < 0$, $x > 0$ nên tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
b) Với $x = -1 < 0$, thay vào hàm số $y = -x$ ta được: $y(-1) = -(-1) = 1$.
Với $x = 2022 > 0$, thay vào hàm số $y = x$ ta được: $y(2022) = 2022$.
Vậy giá trị của hàm số đã cho tại $x = -1$ là 1, tại $x = 2022$ là 2022.

Ví dụ 17: Cho hàm số $y = \begin{cases} x+1 & \text{khi } 1 < x \leq 3 \\ 1 & \text{khi } -1 \leq x \leq 1 \\ -x & \text{khi } -3 \leq x < -1 \end{cases}$

- a) Tìm tập xác định của hàm số trên.
b) Tính giá trị của hàm số khi $x = -2$; $x = 1$, $x = 3$

Lời giải:

- a) Tìm tập xác định của hàm số là $D = [-3; 3]$
b) $y(-2) = -(-2) = 2$.
 $y(1) = 1$.
 $y(3) = 3 + 1 = 4$.

Ví dụ 18: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 4 \end{cases}$

- a) Tìm tập xác định của hàm số trên.
b) Tính giá trị của hàm số khi $x = 1$; $x = 4$

Lời giải:

- a) Hàm số $\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ xác định khi $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$

Khi $x = 4$ thì $f(4) = \frac{1}{4}$

Vậy tập xác định của hàm số là $[0; +\infty)$

- b) $f(1) = \frac{\sqrt{1}-2}{1-4} = \frac{1}{3}$; $f(4) = \frac{1}{4}$

2. Dạng 2. Tìm tập giá trị của hàm số

Phương pháp: Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D .

Tập hợp $T = \{y = f(x) | x \in D\}$ gọi là tập giá trị của hàm số $y = f(x)$.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1: Tìm tập xác định và tập giá trị của mỗi hàm số sau:

a) $y = \sqrt{2}$. b) $y = 2x + 3$ c) $y = 2x^2$ d) $y = x^3$

Lời giải:

a) $y = \sqrt{2}$. Tập xác định : $D = \mathbb{R}$. Tập giá trị : $T = \mathbb{R}$.

b) $y = 2x + 3$. Tập xác định : $D = \mathbb{R}$. Tập giá trị : $T = \mathbb{R}$.

c) $y = 2x^2$. Tập xác định : $D = \mathbb{R}$. Tập giá trị : $T = [0; +\infty)$.

d) $y = x^3$. Tập xác định : $D = \mathbb{R}$. Tập giá trị : $T = \mathbb{R}$.

Ví dụ 2: Tìm tập giá trị của các hàm số

a) $y = 5x - 4$. b) $y = 2\sqrt{x} + 3$ c) $y = -x^2 + 4x + 4$ d)

Lời giải:

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 5x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 5x - 4 \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập giá trị của hàm số $T = \mathbb{R}$.

b) Điều kiện xác định: $x \geq 0$. Tập xác định: $D = [0; +\infty)$.

Ta có $\sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} + 3 \geq 3, \forall x \in D$.

Vậy tập giá trị của hàm số $T = [3; +\infty)$.

c) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y = -x^2 + 4x + 4 = -(x - 2)^2 + 8 \leq 8, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập giá trị của hàm số $T = (-\infty; 8]$.

Ví dụ 3: Tìm tập giá trị của các hàm số

a) $y = \sqrt{4 - x^2}$. b) $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$

Lời giải:

a) Điều kiện xác định: $4 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$. Tập xác định: $D = [-2; 2]$.

$$\forall x \in D \text{ ta có } x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 4 - x^2 \leq 4 \Leftrightarrow \sqrt{4 - x^2} \leq 2.$$

$$\text{Mặt khác: } \sqrt{4 - x^2} \geq 0. \text{ Nên } 0 \leq \sqrt{4 - x^2} \leq 2, \forall x \in D.$$

$$\text{Vậy tập giá trị của hàm số } T = [0; 2].$$

b) Điều kiện xác định: $x^2 - 4x + 5 > 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + 1 > 0$, đúng $\forall x \in \mathbb{R}$. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1 \geq 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x - 2)^2 + 1} \geq 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{(x - 2)^2 + 1}} \leq 1.$$

$$\text{Mặt khác: } \frac{1}{\sqrt{(x - 2)^2 + 1}} > 0. \text{ Nên } 0 < \frac{1}{\sqrt{(x - 2)^2 + 1}} \leq 1, \forall x \in D.$$

$$\text{Vậy tập giá trị của hàm số } T = (0; 1].$$

3. Dạng 3. Tìm điều kiện của tham số để hàm số xác định trên khoảng cho trước

Bài toán. Cho hàm $y = f(x, m)$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên tập K .

Bước 1: Tìm điều kiện xác định của hàm số (theo m). Gọi D là tập xác định của hàm số.

Bước 2: Hàm số xác định trên tập K khi và chỉ khi $K \subset D$.

Một số lưu ý:

$$+ \text{Hàm số } y = \frac{A}{f(x, m)} \text{ (} A \text{ là biểu thức luôn có nghĩa) xác định trên tập } K \text{ khi và}$$

chỉ khi phương trình $f(x, m) = 0$ vô nghiệm trên K .

$$+ \text{Hàm số } y = \sqrt{f(x, m)} \text{ xác định trên tập } K \text{ khi và chỉ khi bất phương trình}$$

$$f(x, m) \geq 0 \text{ nghiệm đúng với mọi } x \in K.$$

$$+ \text{Hàm số } y = \frac{A}{\sqrt{f(x, m)}} \text{ (} A \text{ là biểu thức luôn có nghĩa) xác định trên tập } K \text{ khi và}$$

chỉ khi bất phương trình $f(x, m) > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in K$.

$$+ K \subset (D_1 \cap D_2) \Leftrightarrow \begin{cases} K \subset D_1 \\ K \subset D_2 \end{cases}$$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2+x+m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Lời giải:

Điều kiện xác định của hàm số là $x^2 + x + m \neq 0$.

Hàm số xác định trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + x + m \neq 0$, với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + x + m = 0$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}.$$

Ví dụ 2: Cho hàm số $y = \sqrt{2x-m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có tập xác định là $[2; +\infty)$.

Lời giải:

Điều kiện xác định của hàm số là $x \geq \frac{m}{2}$.

Khi đó tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{m}{2}; +\infty \right)$.

Yêu cầu bài toán thỏa mãn $\Leftrightarrow \frac{m}{2} = 2 \Leftrightarrow m = 4$.

Ví dụ 3: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{3x-5m+6}}{x+m-1}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $(0; +\infty)$.

Lời giải:

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases} x \geq \frac{5m-6}{3} (*) \\ x \neq 1-m \end{cases}$

Hàm số xác định trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow (*)$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \frac{5m-6}{3} \leq 0 \\ 1-m \notin (0; +\infty) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5m-6 \leq 0 \\ 1-m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq \frac{6}{5}.$$

Ví dụ 4: Cho hàm số $y = \sqrt{m-x} + \sqrt{2x-m+1}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $(0; 1)$.

Lời giải:

$$\text{Điều kiện xác định của hàm số là } \begin{cases} x \leq m \\ x \geq \frac{m-1}{2} \end{cases} (*)$$

Hàm số xác định trên $(0;1) \Leftrightarrow (*)$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0;1) \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} m \geq 1 \\ \frac{m-1}{2} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Ví dụ 5.: Cho hàm số $y = \sqrt{x^4 + 4x^3 + (m+5)x^2 + 4x + 4 + m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } x^4 + 4x^3 + (m+5)x^2 + 4x + 4 + m = (x^2 + 1)[(x+2)^2 + m]$$

Điều kiện xác định của hàm số là: $(x+2)^2 + m \geq 0 (*)$

Hàm số xác định trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow (*)$ nghiệm đúng với mọi $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$

$$(x+2)^2 \geq -m \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 0 \geq -m \Leftrightarrow m \geq 0.$$

Ví dụ 6: Tìm m để các hàm số sau đây xác định với mọi x thuộc khoảng $(0; +\infty)$.

$$\text{a) } y = \sqrt{x-m} + \sqrt{2x-m-1}.$$

$$\text{b) } y = \sqrt{2x-3m+4} + \frac{x-m}{x+m-1}.$$

Lời giải:

$$\text{a) Hàm số xác định khi } \begin{cases} x-m \geq 0 \\ 2x-m-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m \\ x \geq \frac{m+1}{2} \end{cases} (*)$$

- Nếu $m \geq \frac{m+1}{2} \Leftrightarrow m \geq 1$ thì $(*) \Leftrightarrow x \geq m$.

Khi đó tập xác định của hàm số là $D = [m; +\infty)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (0; +\infty) \subset [m; +\infty) \Leftrightarrow m \leq 0$: không thỏa mãn $m \geq 1$.

- Nếu $m \leq \frac{m+1}{2} \Leftrightarrow m \leq 1$ thì $(*) \Leftrightarrow x \geq \frac{m+1}{2}$.

Khi đó tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{m+1}{2}; +\infty\right)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (0; +\infty) \subset \left[\frac{m+1}{2}; +\infty \right) \Leftrightarrow \frac{m+1}{2} \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -1$: thỏa mãn điều kiện $m \leq 1$.

Vậy $m \leq -1$ thỏa yêu cầu bài toán.

$$b) \text{ Hàm số xác định khi } \begin{cases} 2x - 3m + 4 \geq 0 \\ x + m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3m-4}{2} \\ x \neq 1-m \end{cases}.$$

Do đó để hàm số xác định với mọi x thuộc khoảng $(0; +\infty)$, ta phải có

$$\begin{cases} \frac{3m-4}{2} \leq 0 \\ 1-m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{4}{3} \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq \frac{4}{3}.$$

Vậy $1 \leq m \leq \frac{4}{3}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Ví dụ 7: Tìm m để các hàm số

$$a) y = \frac{1}{\sqrt{x-m}} + \sqrt{-x+2m+6} \text{ xác định trên } (-1; 0).$$

$$b) y = \sqrt{1 - |2x^2 + mx + m + 15|} \text{ xác định trên } [1; 3].$$

Lời giải:

$$a) \text{ Hàm số xác định khi } \begin{cases} x-m > 0 \\ -x+2m+6 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > m \\ x \leq 2m+6 \end{cases} \Leftrightarrow m < x \leq 2m+6.$$

Do đó để hàm số xác định trên $(-1; 0)$, ta phải có

$$\begin{cases} m \leq -1 \\ 2m+6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m > -3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m \leq -1.$$

Vậy $-3 < m \leq -1$ thỏa yêu cầu bài toán.

$$b) \text{ Hàm số xác định khi } 1 - |2x^2 + mx + m + 15| \geq 0 \Leftrightarrow |2x^2 + mx + m + 15| \leq 1.$$

(*)

Bài toán được chuyển về việc tìm m để (*) nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[1; 3]$

Điều kiện cần: Bất phương trình nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[1; 3]$ nên nghiệm đúng với $x = 1$, $x = 2$, tức là ta có

$$\begin{cases} |2m+17| \leq 1 \\ |3m+23| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq 2m+17 \leq 1 \\ -1 \leq 3m+23 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 \leq m \leq -8 \\ -8 \leq m \leq -\frac{22}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = -8.$$

Điều kiện đủ: Với $m = -8$, ta có (*) $\Leftrightarrow |2x^2 - 8x + 7| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 2x^2 - 8x + 7 \leq 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 8x + 8 \geq 0 \\ 2x^2 - 8x + 6 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 \geq 0 \\ x^2 - 4x + 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-3) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \leq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 3 : \text{thỏa mãn.}$$

Vậy $m = -8$ thỏa yêu cầu bài toán.

Ví dụ 8: Tìm m để các hàm số

a) $y = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-6x+m-2}}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

b) $y = \frac{\sqrt{m+1}}{3x^2-2x+m}$ xác định trên toàn trục số.

Lời giải:

a) Hàm số xác định khi $x^2 - 6x + m - 2 > 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 + m - 11 > 0$.

Để hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (x-3)^2 + m - 11 > 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow m - 11 > 0 \Leftrightarrow m > 11.$$

Vậy $m > 11$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

b) Hàm số xác định khi $\begin{cases} m+1 \geq 0 \\ 3x^2 - 2x + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + m - \frac{1}{3} \neq 0 \end{cases}$.

Để hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + m - \frac{1}{3} \neq 0 \end{cases}$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m - \frac{1}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{3}.$$

Vậy $m > \frac{1}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ví dụ 9: Xác định m để hàm số $y = \sqrt{2x-5m+7} + \frac{x^2-x-2}{x+4-m}$ xác định với mọi $x \in [4; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-5m+7 \geq 0 \\ x+4-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{5m-7}{2} \\ x \neq m-4 \end{cases}$.

$$\text{Hàm số xác định với mọi } x \in [4; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m-4 < 4 \\ \frac{5m-7}{2} \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 8 \\ m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 3.$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

Câu 1: Theo thông báo của Ngân hàng A ta có bảng dưới đây về lãi suất tiền gửi tiết kiệm kiểu bậc thang với số tiền gửi từ 50 triệu VNĐ trở lên được áp dụng từ 20/1/2018

Kỳ hạn (số tháng)	3	6	12	18	24
Lãi suất (%/tháng)	0,715	0,745	0,785	0,815	0,825

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $f(3) = 0,715$. **B.** $f(0,715) = 3$. **C.** $f(0,815) = 18$. **D.** $f(0,815) = 0,825$.

Câu 2: Xét hai đại lượng x và y phụ thuộc với nhau theo hệ thức dưới đây. Trường hợp nào thì y là hàm số của x .

- A.** $x^2 + y - 3 = 0$. **B.** $y^2 = x$ **C.** $x + y^2 - 3 = 0$. **D.** $x^2 - y^2 = 5$

Câu 3: Tìm tập giá trị của hàm số $y = -4x + 1$.

- A.** $\mathbb{R}$. **B.** $[-1; 1]$ **C.** $(0; +\infty)$ **D.** $[0; +\infty)$

Câu 4: Tìm tập giá trị của hàm số $y = -4x + 1$.

- A.** $\mathbb{R}$. **B.** $[-1; 1]$ **C.** $(0; +\infty)$ **D.** $[0; +\infty)$

Câu 5: Tìm tập giá trị của hàm số $y = -4x + 1$.

- A.** $\mathbb{R}$. **B.** $[-1; 1]$ **C.** $(0; +\infty)$ **D.** $[0; +\infty)$

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x) = |-5x|$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.** $f(-1) = 5$. **B.** $f(2) = 10$. **C.** $f(-2) = 10$. **D.** $f\left(\frac{1}{5}\right) = -1$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-1} & x \in (-\infty; 0) \\ \sqrt{x+1} & x \in [0; 2] \\ x^2 - 1 & x \in (2; 5] \end{cases}$. Tính $f(4)$.

- A.** $f(4) = \frac{2}{3}$. **B.** $f(4) = 15$. **C.** $f(4) = \sqrt{5}$. **D.** Không tính

được.

Lời giải

Chọn B.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{Khi } x < 0 \\ 0 & \text{Khi } x = 0 \\ 1 & \text{Khi } x > 0 \end{cases}$. Tính $f(2)$.

A. $f(2) = 0$.

B. $f(2) = 1$.

C. $f(2) = -1$.

D. $f(2) = -2$.

Câu 8: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-2}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = (1; +\infty)$.

D. $D = [1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 9: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x^2+1}{x^2+3x-4}$.

A. $D = \{1; -4\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -4\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 4\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 10: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x^2+1}{x^2+x+1}$.

A. $D = \{1; -4\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -4\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 4\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 11: Tìm tập xác định D của hàm số $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3}$.

A. $D = [-3; +\infty)$.

B. $D = [-2; +\infty)$.

C. $D = [2; +\infty)$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 12: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{6-3x} - \sqrt{x-1}$.

A. $D = [1; 2]$.

B. $D = (1; 2)$.

C. $D = [1; 3]$.

D. $D = [-1; 2]$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 13: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{2-x} + \sqrt{x+2}}{x}$.

A. $D = [-2; 2]$.

B. $D = (-2; 2) \setminus \{0\}$.

C. $D = [-2; 2] \setminus \{0\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 14: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2018}{\sqrt[3]{x^2-3x+2} - \sqrt[3]{x^2-7}}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 15: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2x-1}{\sqrt{x|x-4|}}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$.

B. $D = (0; +\infty)$.

C. $D = [0; +\infty) \setminus \{4\}$. **D.**

D. $D = (0; +\infty) \setminus \{4\}$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 16:: Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2-x} & ; x \geq 1 \\ \sqrt{2-x} & ; x < 1 \end{cases}$.

A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (2; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; 2)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 17:: Tìm m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$.

A. $m \in \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

B. $m \in [-3; 0]$.

C. $m \in [-3; 0] \cup [0; 1]$.

D. $m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn D.

*Gọi D là tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$.

$$* x \in D \Leftrightarrow \begin{cases} x-2m+3 \geq 0 \\ x-m \neq 0 \\ -x+m+5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2m-3 \\ x \neq m \\ x < m+5 \end{cases}.$$

*Hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$

$$\Leftrightarrow (0;1) \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-3 \leq 0 \\ m+5 \geq 1 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2} \\ m \geq -4 \\ \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right].$$

Câu 18:: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x-2}-3}{x-1} & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2+2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tính $P = f(2) + f(-2)$.

A. $P = 3$.

B. $P = 2$.

C. $P = \frac{7}{3}$.

D. $P = 6$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $f(2) + f(-2) = \frac{2\sqrt{2-2}-3}{2-1} + (-2)^2 + 2 \Rightarrow P = 3.$

Câu 19:: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+3}{x+1} & \text{khi } x \geq 0 \\ \frac{\sqrt[3]{2+3x}}{x-2} & \text{khi } -2 \leq x < 0 \end{cases}$. Ta có kết quả nào sau đây đúng?

A. $f(-1) = \frac{1}{3}; f(2) = \frac{7}{3}.$

B. $f(0) = 2; f(-3) = \sqrt{7}.$

C. $f(-1)$: không xác định; $f(-3) = -\frac{11}{24}.$

D. $f(-1) = \sqrt{8}; f(3) = 0.$

Lời giải

Chọn A.

$f(-1) = \frac{\sqrt[3]{2-3}}{-1-2} = \frac{1}{3}; f(2) = \frac{2.2+3}{2+1} = \frac{7}{3}.$

Câu 20: Cho hai hàm số $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$ và $g(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x > 2 \\ 2x - 1 & \text{khi } -2 \leq x \leq 2 \\ 6 - 5x & \text{khi } x < -2 \end{cases}$. Tính các giá

trị sau $f(-1)$ và $g(-3), g(2), g(3).$

A. $f(-1) = -1, g(-3) = 34, g(2) = 3, g(3) = 8$

B. $f(-1) = -1, g(-3) = 12, g(2) = 41, g(3) = 7$

C. $f(-1) = 1, g(-3) = 32, g(2) = 5, g(3) = 17$

D. $f(-1) = 0, g(-3) = 21, g(2) = 3, g(3) = 10$

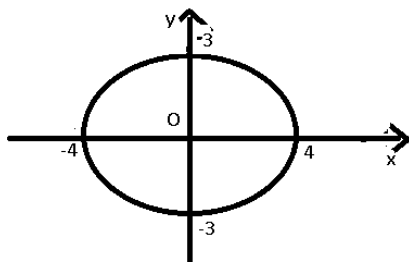
Lời giải

Chọn D.

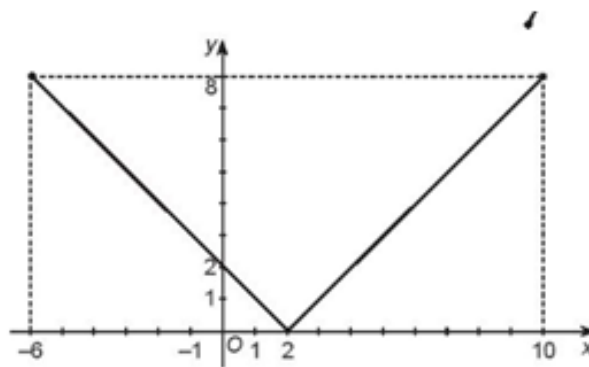
4. Dạng 4- Đồ thị của hàm số. Điểm thuộc đồ thị

BÀI TẬP TỰ LUẬN:

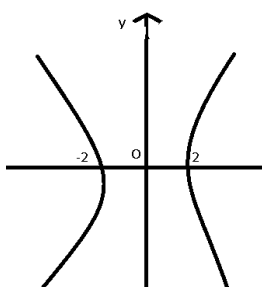
Ví dụ 1: Trong các hình sau, hình nào là đồ thị của hàm số. Nếu là đồ thị của hàm số thì hãy nêu tập xác định và tập giá trị của hàm số đó



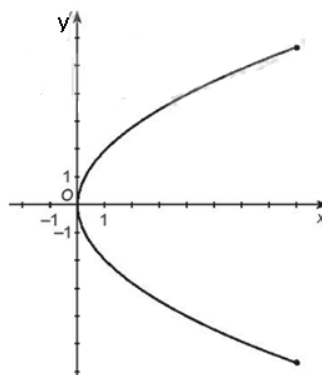
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Lời giải:

Hình 2 là đồ thị của hàm số. Tập xác định là $D = [-6; 10]$. Tập giá trị $D = [0; 8]$

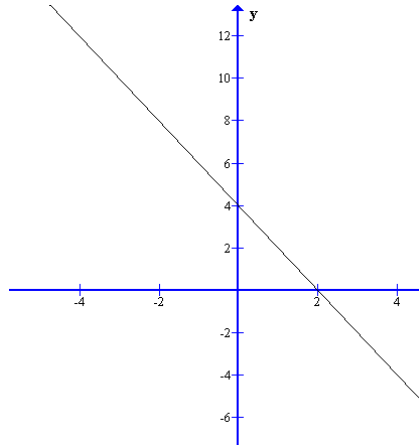
Ví dụ 2: Cho hàm số $y = -2x + 4$

a) Vẽ đồ thị hàm số

b) Trong mặt phẳng tọa độ cho bốn điểm $A(0; 4), B(-2; 3), C(5; 4), D(1; 2)$. Điểm nào thuộc đồ thị hàm số trên? Điểm nào không thuộc đồ thị hàm số trên

Lời giải:

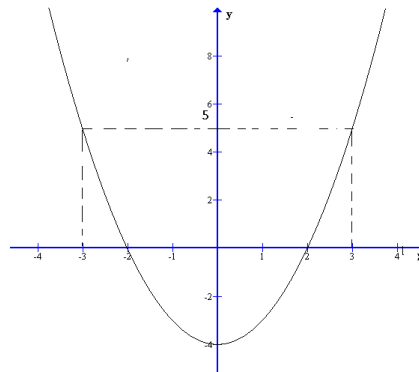
a) Khi $x=0$ thì $y=4$. Khi $y=0$ thì $x=2$. Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại $(0; 4)$, cắt trục Ox tại $(2; 0)$



b) Khi $x=0$ thì $y=4$; Khi $x=-2$ thì $y=8$; Khi $x=5$ thì $y=-6$; khi $x=1$ thì $y=2$.

Vậy các điểm $A(0;4)$ và $D(1;2)$ thuộc đồ thị hàm số. Các điểm $B(-2;3), C(5;4)$ không thuộc đồ thị của hàm số.

Ví dụ 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình vẽ .



a) Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc đồ thị hàm số, điểm nào không thuộc đồ thị hàm số?
 $A(0;-4), B(-2;0), C(2;1), D(1;3)$.

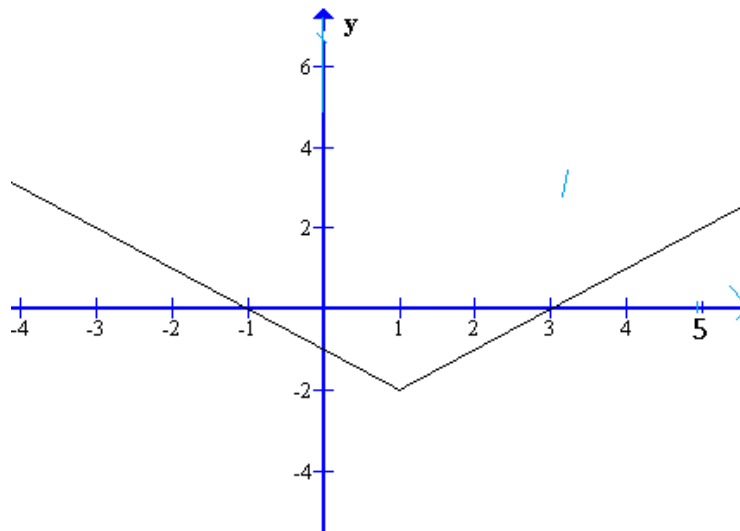
b) Tính $f(3)$

Lời giải:

a) Theo đồ thị, ta có các điểm $A(0;-4), B(-2;0)$ thuộc đồ thị hàm số. Các điểm $C(2;1), D(1;3)$ không thuộc đồ thị hàm số.

b) $f(3) = 5$.

Ví dụ 4: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như Hình 1.



Hình 1

a) Trong các điểm có tọa độ $(1; -2)$, $(0; 0)$, $(2; -1)$, điểm nào thuộc đồ thị hàm số? Điểm nào không thuộc đồ thị hàm số?

b) Xác định $f(0)$; $f(3)$.

c) Tìm điểm thuộc đồ thị hàm số có tung độ bằng 0.

Lời giải:

a) Xác định các điểm $A(1; -2)$, $O(0; 0)$ và $B(2; -1)$ lên mặt phẳng tọa độ ở Hình 1:

Quan sát Hình ta thấy:

+ Đồ thị hàm số không đi qua điểm $O(0; 0)$ nên điểm $O(0; 0)$ không thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$.

+ Đồ thị hàm số đi qua hai điểm A, B nên hai điểm $A(1; -2)$ và $B(2; -1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$.

b) Ta có $f(0)$ là giá trị của hàm số tại $x = 0$, mà theo đồ thị ta thấy $x = 0$ thì $y = -1$ (do điểm có tọa độ $(0; -1)$ thuộc đồ thị hàm số) nên $f(0) = -1$.

Lại có $f(3)$ là giá trị của hàm số tại $x = 3$, quan sát đồ thị ta thấy $x = 3$ thì $y = 0$ (do điểm có tọa độ $(3; 0)$ thuộc đồ thị hàm số) nên $f(3) = 0$.

Vậy $f(0) = -1$; $f(3) = 0$.

c) Điểm thuộc đồ thị có tung độ bằng 0 hay $y = 0$ chính là điểm có tọa độ $(3; 0)$.

Ví dụ 5: Cho hàm số $y = -2x^2$.

a) Tìm những điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ lần lượt bằng -2 ; 3 và 10 .

b) Tìm những điểm thuộc đồ thị hàm số có tung độ bằng -18 .

Lời giải:

a) Điểm có hoành độ bằng -2 hay $x = -2$ thì tung độ $y = (-2) \cdot (-2)^2 = -8$.

Điểm có hoành độ bằng 3 hay $x = 3$ thì tung độ $y = (-2) \cdot 3^2 = -18$.

Điểm có hoành độ bằng 10 hay $x = 10$ thì tung độ $y = (-2) \cdot 10^2 = -200$.

Vậy các điểm cần tìm có tọa độ là $(-2; -8)$, $(3; -18)$ và $(10; -200)$.

b) Điểm có tung độ bằng -18 hay $y = -18$.

Khi đó: $-2x^2 = -18 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$.

Vậy các điểm thuộc đồ thị hàm số có tung độ bằng -18 là $(3; -18)$ và $(-3; -18)$.

Ví dụ 6: Cho hàm số $y = \frac{1}{x}$ và ba điểm $M(-1; -1)$, $N(0; 2)$, $P(2; 1)$. Điểm nào thuộc đồ thị hàm số trên? Điểm nào không thuộc đồ thị hàm số trên?

Lời giải:

Hàm số $y = \frac{1}{x}$ có nghĩa khi $x \neq 0$.

+ Điểm $M(-1; -1)$

Khi $x = -1$ thay vào (1) ta được $y = 1 - 1 = -1$.

Vậy điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$.

+ Điểm $N(0; 2)$

Khi $x = 0$ thì hàm số không có nghĩa nên điểm N không thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$.

+ Điểm $P(2; 1)$

Khi $x = 2$ thay vào (1) ta được $y = \frac{1}{2} \neq 1$ nên điểm P không thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$.

Vậy điểm M thuộc vào đồ thị hàm số đã cho, điểm N và điểm P không thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Ví dụ 7: Xét hàm số $y = x^2$

a) Tính các giá trị $y_1 = f(x_1)$, $y_2 = f(x_2)$ tương ứng với giá trị $x_1 = -1$, $x_2 = 1$.

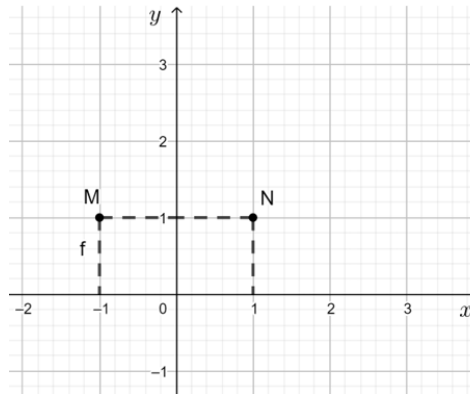
b) Biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy các điểm $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$.

Lời giải:

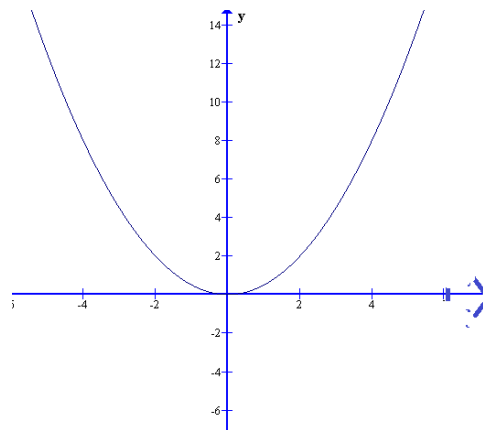
a) Ta có: $y_1 = f(x_1) = f(-1) = (-1)^2 = 1$.

Và $y_2 = f(x_2) = f(1) = 1^2 = 1$.

b) Ta có các điểm: $M_1(-1; 1)$, $M_2(1; 1)$. Ta biểu diễn lên mặt phẳng tọa độ Oxy như sau:



Ví dụ 8: Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị ở hình vẽ dưới đây. Tìm x sao cho $y = 8$

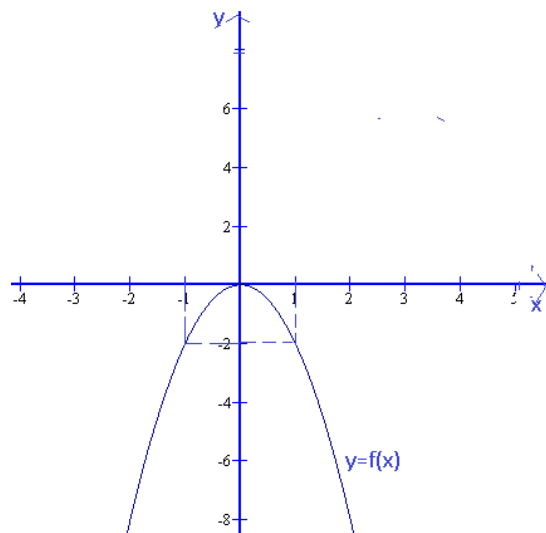


Lời giải:

Theo đồ thị ta có: $y = 8 \Leftrightarrow x = \pm 4$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình vẽ. Chọn khẳng định đúng



Chọn khẳng định đúng

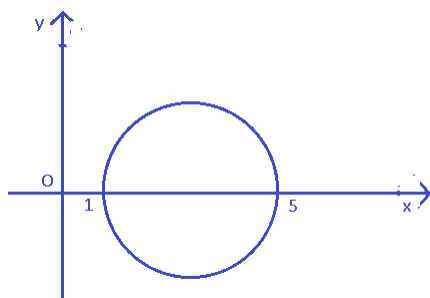
A. $f(-1) = 0.$

B. $f(-1) = -2.$

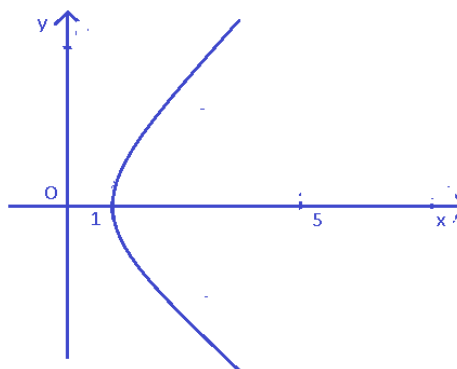
C. $f(-1) = -2.$

D. $f(-1) = 2.$

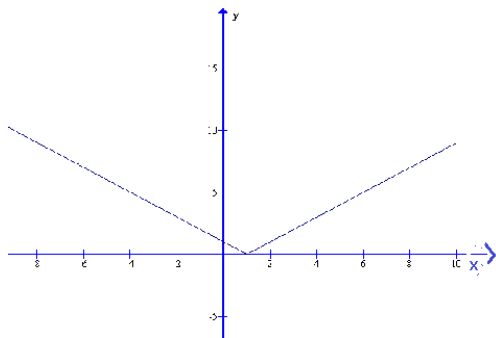
Câu 2: Trong các hình sau, hình nào là đồ thị của hàm số.



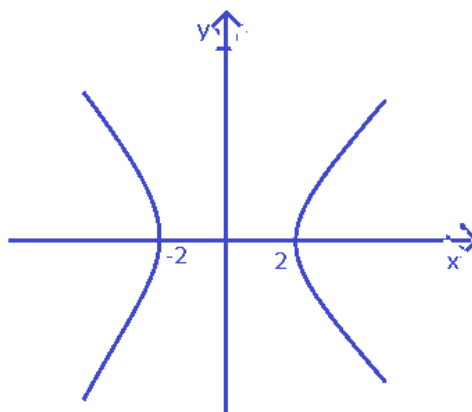
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 2

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Câu 3: Cho hàm số: $y = 2x^2 - 3x + 1$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc đồ thị hàm số:

A. $M_1(2;1)$.

B. $M_2(-2;1)$.

C. $M_3(-1;0)$.

D. $M_4(1;0)$.

Câu 4: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị của hàm số $y = \frac{x-2}{x(x-1)}$

A. $M(0;-1)$.

B. $M(2;1)$.

C. $M(2;0)$.

D. $M(1;1)$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$. Tìm tọa độ điểm thuộc đồ thị của hàm số và có tung độ bằng -2 .

A. $(0;-2)$.

B. $(\frac{1}{3}; -2)$.

C. $(-2;-2)$.

D. $(-1;-2)$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $M_0(x_0; -2)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số có tung độ bằng -2 .

$$\text{Khi đó: } \frac{x_0+1}{x_0-1} = -2 \Leftrightarrow x_0+1 = 2(1-x_0) \Leftrightarrow 3x_0 = 1 \Leftrightarrow x_0 = \frac{1}{3} \Rightarrow M\left(\frac{1}{3}; -2\right).$$

Câu 6: Đồ thị của hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \leq 2 \\ -3 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây:

A. $(0;-3)$.

B. $(3;7)$.

C. $(2;-3)$.

D. $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D.

Thử lần lượt từng phương án A,B,C,D với chú ý về điều kiện ta được:

$$f(0) = 2.0 + 1 = 1 \neq -3, \text{ đồ thị không đi qua điểm } (0; -3).$$

$f(3) = -3 \neq 7$, đồ thị không đi qua điểm $(3; 7)$.

$f(2) = 2.2 + 1 = 5 \neq -3$, đồ thị không đi qua điểm $(2; -3)$.

$f(0) = 2.0 + 1 = 1$, đồ thị không đi qua điểm $(0; 1)$.

Câu 7: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-1}$.

A. $M_1(2; 1)$.

B. $M_2(1; 1)$.

C. $M_3(2; 0)$.

D. $M_4(0; -1)$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 8: Điểm nào sau đây không thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x}$.

A. $A(1; -1)$.

B. $B(2; 0)$.

C. $C\left(3; \frac{1}{3}\right)$.

D. $D(-1; -3)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = mx^3 - 2(m^2 + 1)x^2 + 2m^2 - m$. Tìm các điểm cố định mà đồ thị hàm số đã cho luôn đi qua với mọi m .

A. $N(1; 2)$

B. $N(2; -2)$

C. $N(1; -2)$

D. $N(3; -2)$

Lời giải

Chọn C.

Đề $N(x; y)$ là điểm cố định mà đồ thị hàm số đã cho luôn đi qua, điều kiện cần và đủ

là $y = mx^3 - 2(m^2 + 1)x^2 + 2m^2 - m, \forall m$

$\Leftrightarrow 2m^2(1 - x^2) + m(x^3 - 1) - 2x^2 - y = 0, \forall m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x^2 = 0 \\ x^3 - 1 \\ 2x^2 + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho luôn đi qua điểm $N(1; -2)$.

Câu 10: Tìm trên đồ thị hàm số $y = -x^3 + x^2 + 3x - 4$ hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

A. $(1; -1)$ và $(-1; -5)$.

B. $(2; -2)$ và $(-2; 2)$.

C. $(3; -13)$ và $(-3; 23)$.

D. Không tồn tại

Lời giải

Chọn B.

Gọi M, N đối xứng nhau qua gốc tọa độ O . $M(x_0; y_0) \Rightarrow N(-x_0; -y_0)$

Vì M, N thuộc đồ thị hàm số nên $\begin{cases} y_0 = -x_0^3 + x_0^2 + 3x_0 - 4 \\ -y_0 = x_0^3 + x_0^2 - 3x_0 - 4 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = -x_0^3 + x_0^2 + 3x_0 - 4 \\ 2x_0^2 - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = -x_0^3 + x_0^2 + 3x_0 - 4 \\ x_0 = \pm 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = -2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_0 = -2 \\ y_0 = 2 \end{cases}$$

Vậy hai điểm cần tìm có tọa độ là $(2; -2)$ và $(-2; 2)$.

5. Dạng 5-Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số

* Phương pháp :

Tìm tập xác định D của hàm số.

Với mọi $x_1, x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$.

Tính $f(x_1) - f(x_2)$.

Nếu $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ thì hàm số đã cho đồng biến (tăng).

Nếu $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ thì hàm số đã cho nghịch biến (giảm).

* Phương pháp 2:

Tìm tập xác định D của hàm số.

Với mọi $x_1, x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$. Lập tỉ số $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$.

Nếu $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ thì hàm số đã cho đồng biến (tăng).

Nếu $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ thì hàm số đã cho nghịch biến (giảm).

BÀI TẬP TỰ LUẬN:

Ví dụ 1: Cho hàm số $f(x) = x + 1$.

a) So sánh $f(1)$ và $f(2)$.

b) Chứng minh rằng nếu $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ sao cho $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) < f(x_2)$.

Lời giải

a) Ta có: $f(x) = x + 1$.

Khi đó: $f(1) = 1 + 1 = 2$, $f(2) = 2 + 1 = 3$

Vì $2 < 3$ nên $f(1) < f(2)$.

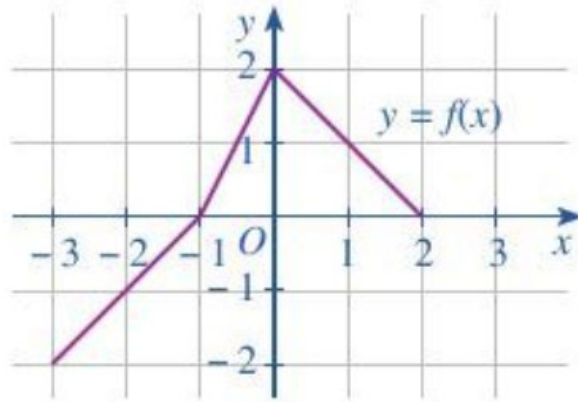
Vậy $f(1) < f(2)$.

b) Ta có: $f(x_1) = x_1 + 1$, $f(x_2) = x_2 + 1$

Vì $x_1 < x_2$ nên $x_1 + 1 < x_2 + 1$ (liên hệ giữa thứ tự và phép cộng)

Do đó: $f(x_1) < f(x_2)$ với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$.

Ví dụ 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 9.



Hình 9

Chỉ ra khoảng đồng biến và khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(x)$.

Lời giải

Quan sát đồ thị hàm số $y = f(x)$ ở Hình 9, ta thấy:

- + Đồ thị hàm số “đi lên” (theo chiều từ trái qua phải) trong các khoảng $(-3; -1)$ và $(-1; 0)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-3; -1)$ và $(-1; 0)$.
- + Đồ thị hàm số “đi xuống” (theo chiều từ trái qua phải) trong khoảng $(0; 2)$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Ví dụ 3: Vẽ đồ thị hàm số $y = |x - 1|$.

Từ đồ thị, hãy tìm khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến và tập giá trị của hàm số.

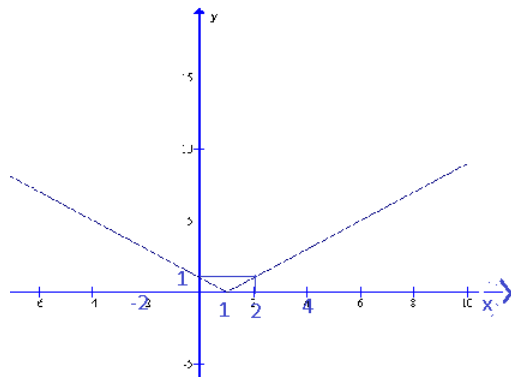
Lời giải

Ta có: $y = |x - 1| = \begin{cases} x - 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 1 - x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

Với $x \geq 1$ thì đồ thị hàm số $y = x - 1$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(1; 0)$, $(2; 1)$ và nằm bên phải đường thẳng $x = 1$.

Với $x < 1$ thì đồ thị hàm số $y = 1 - x$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(0; 1)$, $(-1; 2)$ và nằm bên trái đường thẳng $x = 1$.

Đồ thị hàm số $y = |x - 1|$ hình 1.



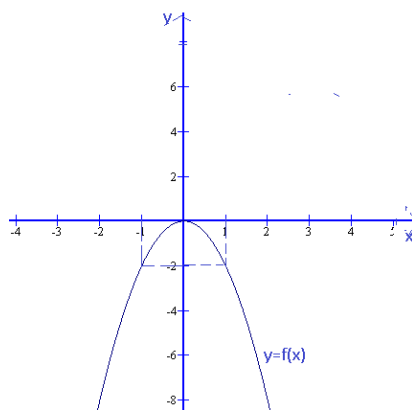
Hình 1

Từ đồ thị ta suy ra:

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$

Tập giá trị của hàm số là $[0; +\infty)$

Ví dụ 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hình vẽ dưới đây.



Quan sát đồ thị, hãy hãy cho biết phát biểu nào đúng

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$
- b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$
- c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Lời giải

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$ là đúng vì đồ thị hàm số đã cho đi lên trên khoảng đó.
- b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$ là sai vì đồ thị hàm số đã cho đi lên trên khoảng $(-2; 0)$ nhưng đi xuống trên khoảng $(0; 2)$
- c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ là đúng vì đồ thị hàm số đã cho đi lên trên khoảng đó.

Ví dụ 5: Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $f(x) = x^2 - 7$ trên khoảng $(-\infty; 0)$ và trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x_1, x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$, ta có $f(x_1) - f(x_2) = x_1^2 - 7 - x_2^2 + 7$
 $= x_1^2 - x_2^2 = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2)$.

Với mọi $x_1, x_2 \in (-\infty; 0)$ và $x_1 < x_2$ ta có $x_1 - x_2 < 0$ và $x_1 + x_2 < 0$.

Suy ra $f(x_1) - f(x_2) > 0$ hay $f(x_1) > f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Với mọi $x_1, x_2 \in (0; +\infty)$ và $x_1 < x_2$ ta có $x_1 - x_2 < 0$ và $x_1 + x_2 > 0$.

Suy ra $f(x_1) - f(x_2) < 0$ hay $f(x_1) < f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ví dụ 6: Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $f(x) = \frac{x}{x-1}$ trên khoảng $(-\infty; 1)$ và trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Với mọi $x_1, x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$, ta có: $f(x_1) - f(x_2) = \frac{x_1}{x_1-1} - \frac{x_2}{x_2-1} = \frac{x_2 - x_1}{(x_1-1)(x_2-1)}$.

Với mọi $x_1, x_2 \in (-\infty; 1)$ và $x_1 < x_2$ ta có $x_2 - x_1 > 0$ và $x_1 < 1$, $x_2 < 1$.

Suy ra $f(x_1) - f(x_2) > 0$ hay $f(x_1) > f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Với mọi $x_1, x_2 \in (1; +\infty)$ và $x_1 < x_2$ suy ra $f(x_1) - f(x_2) > 0$ hay $f(x_1) > f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Ví dụ 6: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3; 3]$ để hàm số $f(x) = (m+1)x + m - 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x_1, x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$, ta có:

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{[(m+1)x_1 + m - 2] - [(m+1)x_2 + m - 2]}{x_1 - x_2} = m + 1.$$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-3; 3]$ nên $m \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Ví dụ 7: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (2m+3)x + m+3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x_1, x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$, ta có:

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{[(2m+3)x_1 + m+3] - [(2m+3)x_2 + m+3]}{x_1 - x_2} = 2m+3.$$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow 2m+3 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{3}{2}$.

Ví dụ 8: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = -x^2 + (m-1)x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Lời giải

Xét $D = (1; 2)$

Với mọi $x_1, x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$, ta có:

$$\begin{aligned} \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} &= \frac{[-x_1^2 + (m-1)x_1 + 2] - [-x_2^2 + (m-1)x_2 + 2]}{x_1 - x_2} \\ &= \frac{-(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) + (m-1)(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = -(x_1 + x_2) + m - 1. \end{aligned}$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2) \Leftrightarrow -(x_1 + x_2) + m - 1 < 0, \forall x_1, x_2 \in (1; 2)$

$\Leftrightarrow m < (x_1 + x_2) + 1, \forall x_1, x_2 \in (1; 2)$ (1).

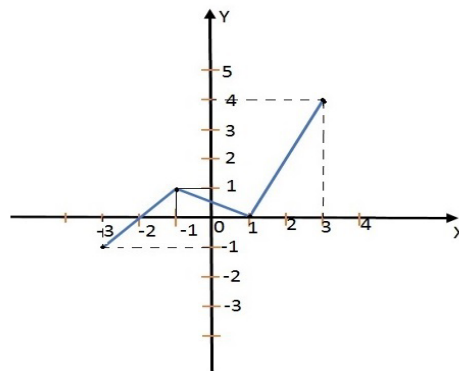
Ta có $x_1, x_2 \in (1; 2) \Leftrightarrow (x_1 + x_2) + 1 > 3$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow m \leq 3$.

Vậy $m \leq 3$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho hàm số $Y = f(X)$ có tập xác định là $[-3; 3]$ và đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây đúng:

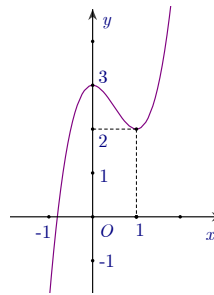
- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;1)$ và $(1;4)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$ và $(1;3)$.
- D. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Lời giải

Chọn C.

Trên $[-3;3]$ hàm số $Y = f(X)$ đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$ và $(1;3)$; nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$; Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm mệnh đề *sai* ?

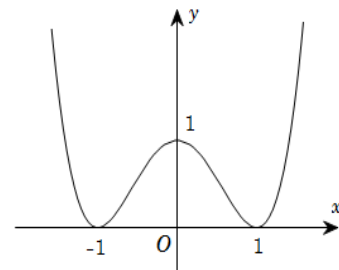
- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$
- C. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng khoảng $(-\infty;0)$ và $(1;+\infty)$
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$ và $(1;+\infty)$

Lời giải

Chọn D.

Câu 3: . Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên $(-1;0) \cup (1;+\infty)$.



- C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.**

Lời giải

Chọn D.

Câu 4: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = 4x$.

B. $y = -x$.

C. $y = 2x$.

D. $y = \frac{1}{2}x$

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = ax + b$ với $a \neq 0$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a < 0$.

Câu 5: Xét sự biến thiên của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

D. Hàm số không đồng biến, không nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\forall x_1, x_2 \in (0; +\infty) : x_1 \neq x_2$$

$$f(x_2) - f(x_1) = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{-(x_2 - x_1)}{x_2 x_1} \Rightarrow \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = -\frac{1}{x_2 x_1} < 0$$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 6: Tìm m để hàm số $y = (3 - m)x + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m > 0$.

B. $m = 3$.

C. $m > 3$.

D. $m < 3$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số $y = (3 - m)x + 2$ có dạng hàm số bậc nhất.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $3 - m < 0 \Leftrightarrow m > 3$.

Câu 7: Tìm m để hàm số $y = (-2m + 1)x + m - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m < \frac{1}{2}$.

B. $m > \frac{1}{2}$.

C. $m < 3$.

D. $m > 3$.

Lời giải

Chọn A.

Khi $-2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{5}{2} < 0$ nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Vậy hàm số $y = (-2m + 1)x + m - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$-2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}.$$

Câu 8: Tìm điều kiện của tham số m để hàm số $y = (3m + 4)x + 5m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

- A. $m < -\frac{4}{3}$. B. $m > -\frac{4}{3}$. C. $m \neq -\frac{4}{3}$. D. $m = -\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Xét hàm số $y = (3m + 4)x + 5m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $3m + 4 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{4}{3}$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = (m - 2)x + 1$. Với giá trị nào của m thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?; nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. Với $m \neq 2$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$; $m > 2$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 B. Với $m \neq 2$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$; $m < 2$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Với $m < 2$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$; $m = 2$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 D. Với $m > 2$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$; $m < 2$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $f(x) = (m - 2)x + 1$ đồng biến khi $m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$.

Hàm số $f(x) = (m - 2)x + 1$ nghịch biến khi $m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Câu 10: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = (2m + 3)x + m + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

- A. $m \leq -\frac{3}{2}$. B. $m \geq -\frac{3}{2}$. C. $m > -\frac{3}{2}$. D. $m < -\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $y = (2m + 3)x + m + 3$ có dạng hàm số bậc nhất.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow 2m + 3 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{3}{2}$.

Câu 11: Hàm số $y = (m - 1)x - \sqrt{2 - m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ khi:

- A. $1 < m \leq 2$. B. $m \leq 2$. C. $m < 1$. D. $m > 1$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $y = (m - 1)x - \sqrt{2 - m}$ có dạng hàm số bậc nhất.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$.

6. Dạng 6: Bài toán thực tế

Ví dụ 1: Giá thuê xe ô tô tự lái là 1,2 triệu đồng một ngày cho hai ngày đầu tiên và 900 nghìn đồng cho mỗi ngày tiếp theo. Tổng số tiền T phải trả là một hàm số của số ngày x mà khách thuê xe.

a) Viết công thức của hàm số $T = T(x)$.

b) Tính $T(2), T(3), T(5)$ và cho biết ý nghĩa của mỗi giá trị này.

Lời giải

a) Viết công thức của hàm số $T = T(x)$.

$$T(x) = \begin{cases} 1200000x & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ 2400000 + 900000(x-2) & \text{khi } x > 2 \end{cases}$$

b) Tính $T(2), T(3), T(5)$ và cho biết ý nghĩa của mỗi giá trị này.

$$T(2) = 1200000 \cdot 2 = 2400000.$$

$$T(3) = 2400000 + 900000 = 3300000.$$

$$T(5) = 2400000 + 2700000 = 5100000.$$

Ví dụ 2: Cho rằng diện tích rừng nhiệt đới trên trái đất được xác định bởi hàm số

$S = 718,3 - 4,6t$, trong đó S được tính bằng triệu hec-ta, t tính bằng số năm kể từ năm 1990.

Hãy tính diện tích rừng nhiệt đới vào các năm 1990 và 2018.

Lời giải

Vào năm 1990 ứng với $t = 0$ nên diện tích rừng nhiệt đới vào năm 1999 là:

$$S = 718,3 - 4,6 \cdot 0 = 718,3 \text{ (ha)}.$$

Vào năm 2018 ứng với $t = 28$ nên diện tích rừng nhiệt đới vào năm 2018 là:

$$S = 718,3 - 4,6 \cdot 28 = 589,5 \text{ (ha)}.$$

Ví dụ 3: Để đổi nhiệt độ từ thang Celsius sang thang Fahrenheit. Ta nhân nhiệt độ thang Celsius

với $\frac{9}{5}$ sau đó cộng với 32

a) Viết công thức tính nhiệt độ F ở thang Fahrenheit theo nhiệt độ C ở thang Celsius. Như vậy ta có F là một hàm số của C

b) Hoàn thành bảng sau:

C(Celsius)	-10	0	10	20	30	40
F(Fahrenheit)						

c) Vẽ đồ thị hàm số $F = F(C)$ trên $[-10; 10]$

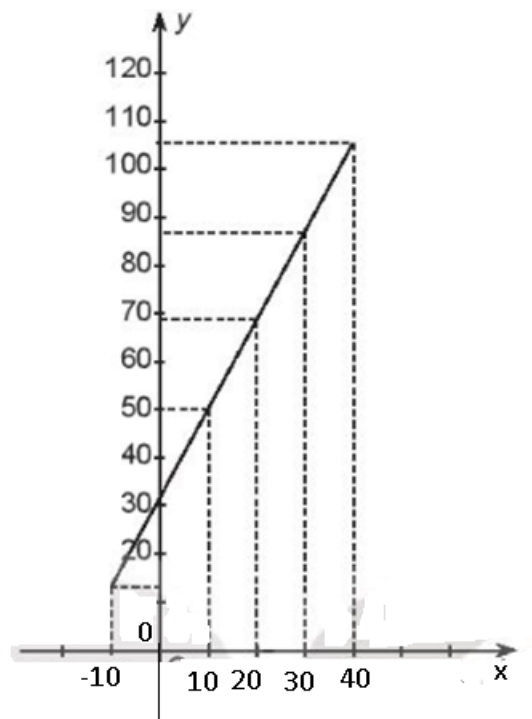
Lời giải

$$a) F = \frac{9}{5}C + 32$$

b)

C(Celsius)	-10	0	10	20	30	40
F(Fahrenheit)	14	32	50	68	86	104

c) Đồ thị hàm số $F = \frac{9}{5}C + 32$ trên $[-10; 10]$ hình vẽ.



Ví dụ 4: Giá thuê phòng khách sạn là 750 nghìn đồng một ngày cho hai ngày đầu và 500 nghìn đồng cho mỗi ngày tiếp theo. Tổng số tiền T phải trả là một hàm số của số ngày x mà khách ở tại khách sạn.

a) Viết công thức của hàm số $T = T(x)$

b) Tính $T(2), T(5), T(7)$ và cho biết ý nghĩa của giá trị này

Lời giải

$$a) T = T(x) = \begin{cases} 750x & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ 1500 + 500(x - 2) & \text{khi } x > 2 \end{cases}$$

b) $T(2) = 1500$. Nếu khách thuê phòng trong 2 ngày thì phải trả số tiền là 1,5 triệu đồng

$T(5) = 3000$. Nếu khách thuê phòng trong 5 ngày thì phải trả số tiền là 3 triệu đồng

$T(7) = 4000$. Nếu khách thuê phòng trong 7 ngày thì phải trả số tiền là 4 triệu đồng

Ví dụ 5: Một lớp muốn thuê một chiếc xe khách cho chuyến tham quan với tổng đoạn đường cần di chuyển trong khoảng từ 550 km đến 600 km, có hai công ty được tiếp cận để tham khảo giá.

Công ty A có giá khởi đầu là 3,75 triệu đồng cộng thêm 5 000 đồng cho mỗi ki-lô-mét chạy xe.

Công ty B có giá khởi đầu là 2,5 triệu đồng cộng thêm 7 500 đồng cho mỗi ki-lô-mét chạy xe.

Lớp đó nên chọn công ty nào để chi phí là thấp nhất?

Lời giải

Ta có: 3,75 triệu đồng = 3 750 000 đồng; 2,5 triệu đồng = 2 500 000 đồng.

Gọi x (km) là tổng đoạn đường cần di chuyển của lớp.

Theo bài ra ta có: $550 \leq x \leq 600$.

Giả sử y (đồng) là số tiền phải trả để thuê xe.

Khi đó đối với từng xe của mỗi công ty, ứng với mỗi giá trị của x có đúng một giá trị của y nên y là hàm số của x .

Đối với công ty A, ta có số tiền cần trả được biểu diễn theo hàm số:

$$y_A = 3\,750\,000 + 5000x$$

Đối với công ty B, ta có số tiền cần trả được biểu diễn theo hàm số:

$$y_B = 2\,500\,000 + 7500x$$

Ta cần so sánh y_A và y_B với điều kiện của x là $550 \leq x \leq 600$ để chọn ra công ty có chi phí thấp nhất.

$$\text{Ta có: } y_A = 3\,750\,000 + 5000x = (2\,500\,000 + 5000x) + 1\,250\,000$$

$$y_B = 2\,500\,000 + 7500x = (2\,500\,000 + 5000x) + 2500x$$

$$\text{Do } 550 \leq x \leq 600 \Leftrightarrow 550 \cdot 2500 \leq 2500x \leq 600 \cdot 2500$$

$$\Leftrightarrow 1\,375\,000 \leq 2500x \leq 1\,500\,000$$

$$\text{Mà } 1\,250\,000 < 1\,375\,000$$

$$\text{Do đó } (2\,500\,000 + 5000x) + 1\,250\,000 < (2\,500\,000 + 5000x) + 2500x$$

$$\text{Hay } y_A < y_B \text{ với } 550 \leq x \leq 600.$$

Vậy để chi phí là thấp nhất thì lớp đó nên chọn xe của công ty A.

Ví dụ 6: Theo quyết định số 2019/QĐ-BĐVN ngày 01/11/2018 của Tổng công ty Bưu điện Việt Nam, giá cước dịch vụ Bưu chính phổ cập đối với dịch vụ thư cơ bản và bưu thiếp trong nước có khối lượng đến 250 g như trong bảng sau:

Khối lượng đến 250g	Mức cước (đồng)
Đến 20 g	4000
Trên 20 g đến 100 g	6000
Trên 100 g đến 250 g	8000

a) Số tiền dịch vụ thư cơ bản phải trả y (đồng) có là hàm số của khối lượng thư cơ bản x (g) hay không? Nếu đúng, hãy xác định những công thức tính y .

b) Tính số tiền phải trả khi bạn Dương gửi thư có khối lượng 150g, 200g.

Lời giải

a) Số tiền dịch vụ thư cơ bản phải trả y là hàm số của x vì với mỗi giá trị của x (chính là khối lượng của thư) có đúng một giá trị của y (mức cước hay số tiền phải trả) tương ứng.

Quan sát bảng ta thấy:

+ Nếu khối lượng thư đến 20 g hay $0 < x \leq 20$ thì mức cước phải trả là 4 000 đồng hay $y = 4 000$.

+ Nếu khối lượng thư trên 20 g đến 100 g hay $20 < x \leq 100$ thì mức cước là 6 000 đồng hay $y = 6 000$.

+ Nếu khối lượng thư trên 100 g đến 250 g hay $100 < x \leq 250$ thì mức cước là 8 000 đồng hay $y = 8 000$.

Vậy ta có công thức xác định y như sau:

$$y = \begin{cases} 4000, & 0 < x \leq 20 \\ 6000, & 20 < x \leq 100 \\ 8000, & 100 < x \leq 250 \end{cases}$$

b) Vì $100 < 150 < 250$ và $100 < 200 < 250$ nên bức thư có khối lượng 150 g thì cần trả cước là 8 000 đồng và bức thư có khối lượng 200 g cũng cần trả cước là 8 000 đồng.

Vậy tổng số tiền phải trả khi bạn Dương gửi thư có khối lượng 150 g, 200 g là:

$$8 000 + 8 000 = 16 000 \text{ (đồng)}.$$

Ví dụ 7: Bài toán máy bơm : Một hộ gia đình có ý định mua một cái máy bơm để phục vụ cho việc tưới tiêu vào mùa hạ. Khi đến cửa hàng thì được ông chủ giới thiệu về hai loại máy bơm có lưu lượng nước trong một giờ và chất lượng máy là như nhau.

Máy thứ nhất giá 1500000đ và trong một giờ tiêu thụ hết 1,2kW.

Máy thứ hai giá 2000.000đ và trong một giờ tiêu thụ hết 1kW

Theo bạn người nông dân nên chọn mua loại máy nào để đạt hiệu quả kinh tế cao.

Lời giải

Vấn đề đặt ra:

Chọn máy bơm trong hai loại để mua sao cho hiệu quả kinh tế là cao nhất. Như vậy ngoài giá cả ta phải quan tâm đến hao phí khi sử dụng máy nghĩa là chi phí cần chi trả khi sử dụng máy trong một khoảng thời gian nào đó. Giả sử giá tiền điện hiện nay là: 1000đ/1KW.

Trong x giờ số tiền phải trả khi sử dụng máy thứ nhất là:

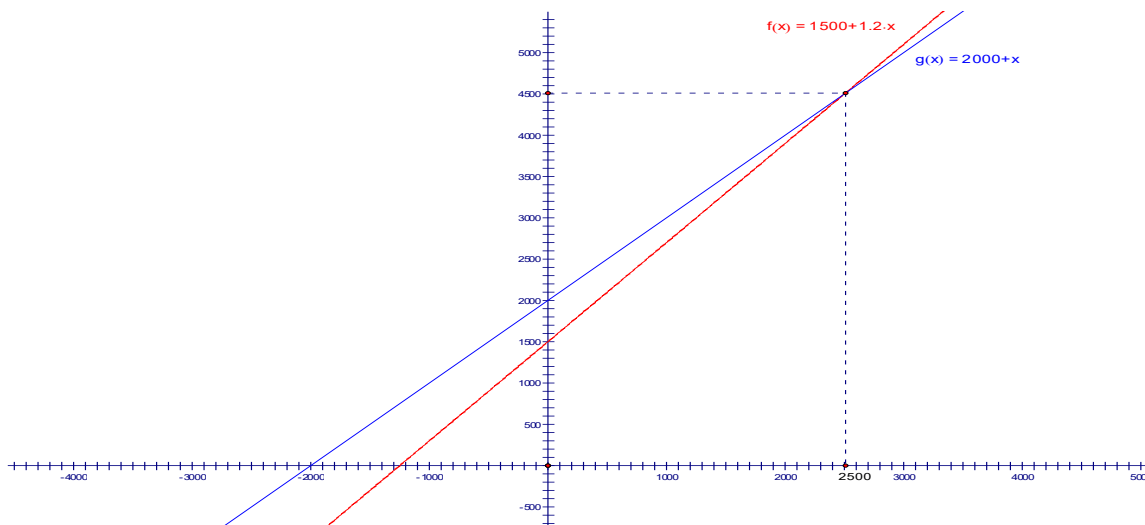
$$f(x) = 1500 + 1,2x \text{ (nghìn đồng)}$$

Số tiền phải chi trả cho máy thứ 2 trong x giờ là: $g(x) = 2000 + x$ (nghìn đồng)

Ta thấy rằng chi phí trả cho hai máy sử dụng là như nhau sau khoảng thời gian x_0 là nghiệm phương trình:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 1500 + 1,2x = 2000 + x \Leftrightarrow 0,2x = 500 \Leftrightarrow x = 2500 \text{ (giờ)}$$

Ta có đồ thị của hai hàm $f(x)$ và $g(x)$ như sau:



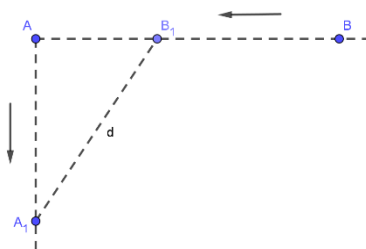
Quan sát đồ thị ta thấy rằng: ngay sau khi sử dụng 2500 giờ tức là nếu mỗi ngày dùng 4 tiếng thì không quá 2 năm, máy thứ 2 chi phí sẽ thấp hơn rất nhiều nên chọn mua máy thứ hai thì hiệu quả kinh tế sẽ cao hơn.

Trường hợp 1: nếu thời gian sử dụng máy ít hơn 2 năm thì mua máy thứ nhất sẽ tiết kiệm hơn.

Trường hợp 2: nếu thời gian sử dụng nhiều hơn hoặc bằng hai năm thì nên mua máy thứ 2.

Nhưng trong thực tế một máy bơm có thể sử dụng được thời gian khá dài. Do vậy trong trường hợp này người nông dân nên mua máy thứ hai.

Ví dụ 8: Hai con tàu đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lý. Đồng thời cả hai con tàu cùng khởi hành, một tàu chạy về hướng nam với 6 hải lý/giờ, còn tàu kia chạy về vị trí hiện tại của tàu thứ nhất với vận tốc 7 hải lý/giờ. Hãy xác định thời điểm mà khoảng cách của hai tàu là nhỏ nhất?



Lời giải

Gọi d là khoảng cách của hai tàu sau khi xuất phát t (giờ), $t > 0$.

Ta có: $d^2 = AB_1^2 + AA_1^2 = (5 - BB_1)^2 + AA_1^2 = (5 - 7t)^2 + (6t)^2 = 85t^2 - 70t + 25$.

Suy ra $d = d(t) = \sqrt{85t^2 - 70t + 25} = \sqrt{85\left(t - \frac{7}{17}\right)^2 + \frac{180}{17}} \geq \frac{6\sqrt{85}}{17}$.

Khi đó $d_{\min} = \frac{6\sqrt{85}}{17}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t = \frac{7}{17}$.

Vậy sau $\frac{7}{17}$ giờ xuất phát thì khoảng cách hai tàu nhỏ nhất là nhỏ nhất.

Ví dụ 9: Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 USD. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x USD thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

Lời giải

Gọi y (USD) là số tiền lãi của cửa hàng bán giày.

Ta có $y = (120 - x)(x - 40) = -x^2 + 160x - 4800 = -(x - 80)^2 + 1600 \leq 1600$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 80$.

Vậy cửa hàng lãi nhiều nhất khi bán đôi giày với giá 80 USD.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM HÀM SỐ

ĐỀ 1:

Câu 1: Xét bảng số liệu về tỉ lệ đỗ tốt nghiệp THPT của trường THPT A qua các năm như sau?

Năm	2014	2015	2016	2017
Tỉ lệ đỗ (%)	100	93,25	94,14	96,55

Tỉ lệ đỗ (%) tốt nghiệp THPT của trường THPT A năm 2014 là

- A.** 100. **B.** 93,25 **C.** 94,14 **D.** 96,55.

Câu 2: Xét hai đại lượng x và y phụ thuộc với nhau theo hệ thức dưới đây. Trường hợp nào thì y là hàm số của x .

- A.** $x + y - 3 = 0$. **B.** $y^2 = x$ **C.** $x^2 - y^2 = 0$ **D.** $x^2 + y^2 = 8$

Câu 3: Tìm tập giá trị của hàm số $y = x^2$.

- A.** $\mathbb{R}$. **B.** $[-1; 1]$ **C.** $(0; +\infty)$ **D.** $[0; +\infty)$

Câu 4: Đường thẳng $y = -3x + 1$, đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây

- A.** $N(3; 1)$ **B.** $M(1; 2)$ **C.** $P(-2; 7)$. **D.** $Q(4; -1)$

Câu 5: Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{16-x^2}}{x+2}$. Kết quả nào sau đây đúng:

A. $f(0) = 2$; $f(1) = \frac{\sqrt{15}}{3}$

B. $f(2) = \frac{\sqrt{14}}{4}$; $f(-3) = -\sqrt{7}$

C. $f(3) = 0$; $f(-1) = 2\sqrt{2}$

D. $f(-1) = \sqrt{15}$; $f(0) = 8$

Câu 6: Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \frac{x+5}{2x-1}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2-x}{x^2-4x}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0; 2; 4\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus [0; 4]$.

C. $\mathbb{R} \setminus (0; 4)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-1}$ là

A. $(-\infty; 1]$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $[1; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x-3}$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $[1; +\infty)$.

C. $[-1; 3) \cup (3; +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Câu 10: Cho phương trình $x^2 + 1 = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$. Tập giá trị của x để phương trình xác định là

A. $(1; +\infty)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $[1; +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 11: Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \sqrt{x+1} + \frac{1}{x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $D = [1; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$.

D. $D = [-1; +\infty) \setminus \{0\}$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{x-2}$ là

A. $[0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $[0; +\infty) \setminus \{2\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1+2x} + \sqrt{6+x}$ là

A. $\left[-6; -\frac{1}{2}\right]$.

B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $[-6; +\infty)$.

Câu 14: Cho hàm số: $y = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & x \leq 0 \\ \sqrt{x+2} & x > 0 \end{cases}$. Tập xác định của hàm số là tập hợp nào sau đây?

A. $[-2; +\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. $\mathbb{R}$.

D. $\{x \in \mathbb{R} \setminus x \neq 1 \text{ và } x \geq -2\}$.

Câu 15: Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{3x}{x^2 - 4}$.

B. $y = x^2 - 2\sqrt{x-1} - 3$.

C. $y = x^2 - \sqrt{x^2 + 1} - 3$.

D. $y = \frac{2\sqrt{x}}{x^2 + 4}$.

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \sqrt{-3x+8} + x & \text{khi } x < 2 \\ \sqrt{x+7} + 1 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. $\left(-\infty; \frac{8}{3}\right]$.

D. $[-7; +\infty)$.

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{8-2x} - x$ là

A. $(-\infty; 4]$.

B. $[4; +\infty)$.

C. $[0; 4]$.

D. $[0; +\infty)$.

Câu 18: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{4x^2 - 4x + 1}$.

A. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $\emptyset$.

Câu 19: Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{3-x} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ là

A. $D = (1; 3]$.

B. $D = (-\infty; 1) \cup [3; +\infty)$.

C. $D = [1; 3]$.

D. $D = \emptyset$.

Câu 20: Tập hợp nào sau đây là tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1+5x} + \frac{|x|}{\sqrt{7-2x}}$?

A. $\left(\frac{1}{5}; -\frac{7}{2}\right)$.

B. $\left[-\frac{1}{5}; \frac{7}{2}\right]$.

C. $\left[-\frac{1}{5}; -\frac{7}{2}\right)$.

D. $\left[-\frac{1}{5}; \frac{7}{2}\right]$.

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2 - 6x + 8}$ là

A. $(3; 8) \setminus \{4\}$.

B. $[-3; 3] \setminus \{2\}$.

C. $(-3; 3) \setminus \{2\}$.

D. $(-\infty; 3) \setminus \{2\}$.

Câu 22: Tìm m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0; 1)$.

A. $m \in \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

B. $m \in [-3; 0]$.

C. $m \in [-3; 0] \cup [0; 1]$.

D. $m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ 1

Câu 1: Xét bảng số liệu về tỉ lệ đỗ tốt nghiệp THPT của trường THPT A qua các năm như sau?

Năm	2014	2015	2016	2017
Tỉ lệ đỗ (%)	100	93,25	94,14	96,55

Tỉ lệ đỗ (%) tốt nghiệp THPT của trường THPT A năm 2014 là

A. 100.

B. 93,25

C. 94,14

D. 96,55.

Câu 2: Xét hai đại lượng x và y phụ thuộc với nhau theo hệ thức dưới đây. Trường hợp nào thì y là hàm số của x .

A. $x + y - 3 = 0$.

B. $y^2 = x$

C. $x^2 - y^2 = 0$

D. $x^2 + y^2 = 8$

Câu 3: Tìm tập giá trị của hàm số $y = x^2$.

A. $\mathbb{R}$.

B. $[-1; 1]$

C. $(0; +\infty)$

D. $[0; +\infty)$

Câu 4: Đường thẳng $y = -3x + 1$, đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây

A. $N(3; 1)$

B. $M(1; 2)$

C. $P(-2; 7)$.

D. $Q(4; -1)$

Câu 5: Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{16-x^2}}{x+2}$. Kết quả nào sau đây đúng:

A. $f(0) = 2$; $f(1) = \frac{\sqrt{15}}{3}$

B. $f(2) = \frac{\sqrt{14}}{4}$; $f(-3) = -\sqrt{7}$

C. $f(3) = 0$; $f(-1) = 2\sqrt{2}$

D. $f(-1) = \sqrt{15}$; $f(0) = 8$

Câu 6: Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \frac{x+5}{2x-1}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2-x}{x^2-4x}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0; 2; 4\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus [0; 4]$.

C. $\mathbb{R} \setminus (0; 4)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow x^2 - 4x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}. \text{ Vậy } D = \mathbb{R} \setminus \{0; 4\}.$$

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-1}$ là

- A. $(-\infty; 1]$. B. $(1; +\infty)$. C. $[1; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số $y = \sqrt{x-1}$ xác định $\Leftrightarrow x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x-3}$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $[-1; 3) \cup (3; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x-3}$.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số $D = [-1; 3) \cup (3; +\infty)$.

Câu 10: Cho phương trình $x^2 + 1 = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$. Tập giá trị của x để phương trình xác định là

- A. $(1; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $[1; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn A.

$x^2 + 1 = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ xác định $\Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Câu 11: Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \sqrt{x+1} + \frac{1}{x}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $D = [1; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$. D.

$D = [-1; +\infty) \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-1; +\infty) \setminus \{0\}$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{x-2}$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $[0; +\infty) \setminus \{2\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số xác định khi: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}.$

Vậy tập xác định của hàm số $D = [0; +\infty) \setminus \{2\}.$

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1+2x} + \sqrt{6+x}$ là

- A. $\left[-6; -\frac{1}{2}\right].$ B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right).$ C. $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right).$ D. $[-6; +\infty).$

Lời giải

Chọn C.

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases} 1+2x \geq 0 \\ 6+x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}.$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right).$

Câu 14: Cho hàm số: $y = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & x \leq 0 \\ \sqrt{x+2} & x > 0 \end{cases}$. Tập xác định của hàm số là tập hợp nào sau đây?

- A. $[-2; +\infty).$ B. $\mathbb{R}.$
C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}.$ D. $\{x \in \mathbb{R} \setminus x \neq 1 \text{ và } x \geq -2\}.$

Lời giải

Chọn B.

Với $x \leq 0$ ta có: $y = \frac{1}{x-1}$ xác định với mọi $x \neq 1$ nên xác định với mọi $x \leq 0.$

Với $x > 0$ ta có: $y = \sqrt{x+2}$ xác định với mọi $x \geq -2$ nên xác định với mọi $x > 0.$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}.$

Câu 15: Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}?$

- A. $y = \frac{3x}{x^2-4}.$ B. $y = x^2 - 2\sqrt{x-1} - 3.$
C. $y = x^2 - \sqrt{x^2+1} - 3.$ D. $y = \frac{2\sqrt{x}}{x^2+4}.$

Lời giải

Chọn C.

Để thấy hàm số $y = x^2 - \sqrt{x^2+1} - 3$ có tập xác định là $\mathbb{R}.$

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \sqrt{-3x+8} + x & \text{khi } x < 2 \\ \sqrt{x+7} + 1 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $\left(-\infty; \frac{8}{3}\right]$. D. $[-7; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có:

- Khi $x < 2$: $y = f(x) = \sqrt{-3x+8} + x$ xác định khi $-3x+8 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{8}{3}$.

Suy ra $D_1 = (-\infty; 2)$.

- Khi $x \geq 2$: $y = f(x) = \sqrt{x+7} + 1$ xác định khi $x+7 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -7$.

Suy ra $D_2 = [2; +\infty)$.

Vậy TXĐ của hàm số là $D = D_1 \cup D_2 = (-\infty; +\infty) = \mathbb{R}$.

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{8-2x} - x$ là

- A. $(-\infty; 4]$. B. $[4; +\infty)$. C. $[0; 4]$. D. $[0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $8-2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 4$. Vậy $D = (-\infty; 4]$.

Câu 18: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{4x^2 - 4x + 1}$.

- A. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. C. $\mathbb{R}$. D. $\emptyset$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện xác định: $4x^2 - 4x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (2x-1)^2 \geq 0$ (luôn đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$).

Do đó tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Câu 19: Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{3-x} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ là

- A. $D = (1; 3]$. B. $D = (-\infty; 1) \cup [3; +\infty)$.
C. $D = [1; 3]$. D. $D = \emptyset$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (1; 3]$.

Câu 20: Tập hợp nào sau đây là tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1+5x} + \frac{|x|}{\sqrt{7-2x}}$?

- A. $\left(\frac{1}{5}; -\frac{7}{2}\right)$. B. $\left[-\frac{1}{5}; \frac{7}{2}\right]$. C. $\left[-\frac{1}{5}; -\frac{7}{2}\right)$. D. $\left[-\frac{1}{5}; \frac{7}{2}\right)$

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Hàm số xác định khi và chỉ khi } \begin{cases} 1+5x \geq 0 \\ 7-2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{5} \\ x < \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{5} \leq x < \frac{7}{2}.$$

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-6x+8}$ là

- A. $(3;8) \setminus \{4\}$. B. $[-3;3] \setminus \{2\}$. C. $(-3;3) \setminus \{2\}$. D. $(-\infty;3) \setminus \{2\}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } 9-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow (3-x)(3+x) \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3.$$

Hàm số xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 9-x^2 \geq 0 \\ x^2-6x+8 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 3 \\ x \neq 4 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 3 \\ x \neq 2 \end{cases}. \text{ Vậy } x \in [-3;3] \setminus \{2\}.$$

Câu 22: Tìm m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$.

- A. $m \in \left[1; \frac{3}{2}\right]$. B. $m \in [-3;0]$.
C. $m \in [-3;0] \cup [0;1]$. D. $m \in [-4;0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{*Gọi } D \text{ là tập xác định của hàm số } y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}.$$

$$\text{* } x \in D \Leftrightarrow \begin{cases} x-2m+3 \geq 0 \\ x-m \neq 0 \\ -x+m+5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2m-3 \\ x \neq m \\ x < m+5 \end{cases}.$$

$$\text{*Hàm số } y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}} \text{ xác định trên khoảng } (0;1)$$

$$\Leftrightarrow (0;1) \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-3 \leq 0 \\ m+5 \geq 1 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2} \\ m \geq -4 \\ m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-4;0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right].$$

ĐỀ 2

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{3}{x+2}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ B. $(-\infty; -2)$ C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ D. $(-2; +\infty)$

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-2}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ B. $[2; +\infty)$ C. $(-\infty; 2]$ D. $\mathbb{R}$

Câu 3. Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{x+5}{x-1} + \frac{x-1}{x+5}$ là:

- A. $D = \mathbb{R}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5; 1\}$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x-3}$ là:

- A. $[3; +\infty)$ B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ C. $[1; 3) \cup (3; +\infty)$ D. $[1; +\infty)$

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt[3]{x-1}$ là:

- A. $(-\infty; 1]$ B. $\mathbb{R}$ C. $x \geq 1$ D. $\forall x \neq 1$

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x-4} + \sqrt{6-x}$ là:

- A. $[2; 6]$ B. $[6; +\infty)$ C. $(-\infty; 2]$ D. $\emptyset$

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-x+3}$ là

- A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$.

Câu 8. Hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên $[0; 1)$ khi:

- A. $m < \frac{1}{2}$. B. $m \geq 1$.
C. $m < \frac{1}{2}$ hoặc $m \geq 1$. D. $m \geq 2$ hoặc $m < 1$.

Câu 9. Cho hàm số . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $f(1) = -2$. B. $f(-1) = -8$. C. $f(-2) = -8$. D. $f(2) = -2$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 1 & x < 0 \\ \sqrt{x+1} & 0 \leq x \leq 3 \\ x^2 - 7 & 3 < x \leq 5 \end{cases}$. Tính $f(4)$.

A. $f(4) = 1$

B. $f(4) = 9$

C. $f(4) = \sqrt{5}$

D. Không xác định

Câu 11. Cho hàm số $y = |-2x|$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số?

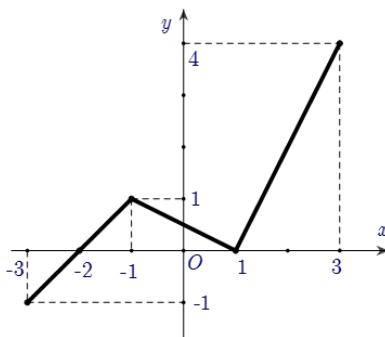
A. $M_1(3; -6)$

B. $M_2(2; 4)$

C. $M_3\left(\frac{1}{2}; -1\right)$

D. $M_4(2; 0)$

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3; 3]$ và đồ thị của nó được biểu diễn bởi hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



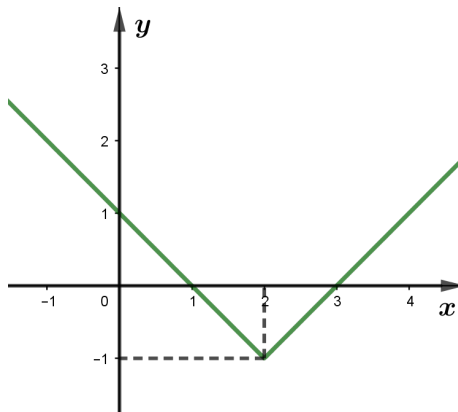
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ và $(1; 3)$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$ và $(1; 4)$

C. Đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào trong các kết luận sau là sai?



A. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt

- B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 2$
- C. Hàm số là hàm số chẵn
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 20. Xét sự biến thiên của hàm số $y = \frac{1}{x^2}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$, nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.
- C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$, nghịch biến trên $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = \frac{4}{x+1}$. Khi đó:

- A. $f(x)$ tăng trên khoảng $(-\infty; -1)$ và giảm trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- B. $f(x)$ tăng trên hai khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
- C. $f(x)$ giảm trên khoảng $(-\infty; -1)$ và giảm trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- D. $f(x)$ giảm trên hai khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 22: Một hộ gia đình có ý định mua một cái máy bơm để phục vụ cho việc tưới tiêu vào mùa hạ. Khi đến cửa hàng thì được ông chủ giới thiệu về hai loại máy bơm có lưu lượng nước trong một giờ và chất lượng máy là như nhau.

Máy thứ nhất giá 1500000đ và trong một giờ tiêu thụ hết 1,2kW.

Máy thứ hai giá 2000.000đ và trong một giờ tiêu thụ hết 1kW

Theo bạn người nông dân nên chọn mua loại máy nào để đạt hiệu quả kinh tế cao.

HƯỚNG DẪN GIẢI-ĐỀ 2

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{3}{x+2}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$
- B. $(-\infty; -2)$
- C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$
- D. $(-2; +\infty)$

Lời giải:

ĐKXĐ: $x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2 \Rightarrow$ TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-2}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$
- B. $[2; +\infty)$
- C. $(-\infty; 2]$
- D. $\mathbb{R}$

Lời giải:

ĐKXĐ: $x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2 \Rightarrow$ TXĐ: $D = [2; +\infty)$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{x+5}{x-1} + \frac{x-1}{x+5}$ là:

- $$D = \mathbb{R} \setminus \{-5; 1\}.$$

$$\text{DKXD: } \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x+5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -5 \end{cases} \Rightarrow \text{TXD: } D = \mathbb{R} \setminus \{-5; 1\}.$$

A. $[3; +\infty)$ **B.** $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ **C.** $[1; 3) \cup (3; +\infty)$ **D.** $[1; +\infty)$

$$\mathbb{DKXD}: \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 3 \end{cases} \Rightarrow \text{TXD}: D = [1; +\infty) \setminus \{3\} = [1; 3) \cup (3; +\infty).$$

A. $(-\infty; 1]$ **B.** $\mathbb{R}$ **C.** $x \geq 1$ **D.** $\forall x \neq 1$

Hàm số căn bậc ba $y = \sqrt[3]{x-1}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $[2; 6]$ **B.** $[6; +\infty)$ **C.** $(-\infty; 2]$ **D.** $\emptyset$

$$\mathbb{D}\mathsf{KX}\mathbb{D}: \begin{cases} 2x-4 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 6 \Rightarrow \mathsf{TX}\mathbb{D}: D=[2;6].$$

A. $\emptyset$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$.

Ta có: $x^2 - x + 3 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$

A. $m < \frac{1}{2}$. **B.** $m \geq 1$.

C. $m < \frac{1}{2}$ hoặc $m \geq 1$. **D.** $m \geq 2$ hoặc $m < 1$.

Hàm số xác định khi $x - 2m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2m - 1$

Do đó hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên $[0;1)$ khi: $2m-1 < 0$ hoặc $2m-1 \geq 1$

hay $m < \frac{1}{2}$ hoặc $m \geq 1$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x) = -x^2 + 3x - 4$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $f(1) = -2$. B. $f(-1) = -8$. C. $f(-2) = -8$. D. $f(2) = -2$.

Lời giải:

$$f(-2) = -(-2)^2 + 3(-2) - 4 = -14.$$

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 1 & x < 0 \\ \sqrt{x+1} & 0 \leq x \leq 3 \\ x^2 - 7 & 3 < x \leq 5 \end{cases}$. Tính $f(4)$.

- A. $f(4) = 1$ B. $f(4) = 9$ C. $f(4) = \sqrt{5}$ D. Không xác định

Lời giải:

Do $3 < 4 \leq 5$ nên $f(4) = 4^2 - 7 = 9$.

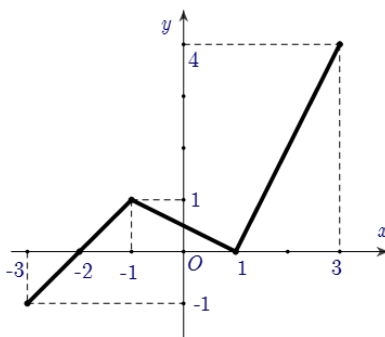
Câu 11. Cho hàm số $y = |-2x|$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số?

- A. $M_1(3; -6)$ B. $M_2(2; 4)$ C. $M_3\left(\frac{1}{2}; -1\right)$ D. $M_4(2; 0)$

Lời giải:

Thay tọa độ điểm M_2 vào hàm số ta được: $4 = |-2.2| \Leftrightarrow 4 = 4$ (luôn đúng), suy ra điểm M_2 thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3; 3]$ và đồ thị của nó được biểu diễn bởi hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

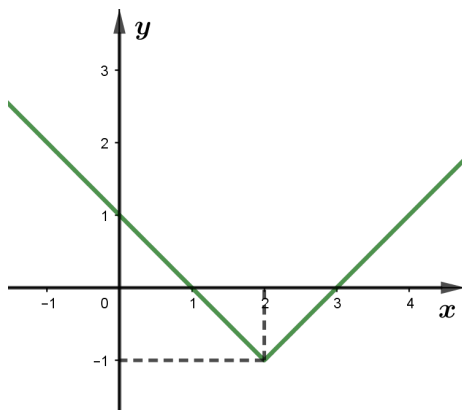


- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ và $(1; 3)$
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$ và $(1; 4)$
 C. Đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$

Lời giải: trên khoảng $(-3;-1)$ và $(1;3)$, đồ thị hàm số đi lên từ trái sang phải.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Kết luận nào trong các kết luận sau là sai?



A. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 2$

C. Hàm số là hàm số chẵn

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số không đối xứng qua trục tung nên hàm số không là hàm số chẵn.

Câu 20. Xét sự biến thiên của hàm số $y = \frac{1}{x^2}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$, nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$, nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Xét $x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$

Khi đó với hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x^2}$

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{1}{x_1^2} - \frac{1}{x_2^2} = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)}{x_2^2 \cdot x_1^2}$$

Trên $(-\infty; 0) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)}{x_2^2 \cdot x_1^2} < 0$ nên hàm số đồng biến.

Trên $(0; +\infty) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)}{x_2^2 \cdot x_1^2} > 0$ nên hàm số nghịch biến.

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = \frac{4}{x+1}$. Khi đó:

A. $f(x)$ tăng trên khoảng $(-\infty; -1)$ và giảm trên khoảng $(-1; +\infty)$.

B. $f(x)$ tăng trên hai khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

C. $f(x)$ giảm trên khoảng $(-\infty; -1)$ và giảm trên khoảng $(-1; +\infty)$.

D. $f(x)$ giảm trên hai khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Xét $x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_2 - x_1 > 0$

Khi đó với hàm số $y = f(x) = \frac{4}{x+1}$

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{4}{x_1+1} - \frac{4}{x_2+1} = 4 \frac{(x_2+1) - (x_1+1)}{(x_2+1)(x_1+1)} = \frac{4(x_2 - x_1)}{(x_1+1)(x_2+1)}$$

$$\text{Trên } (-\infty; -1) \Rightarrow x_1 + 1 < 0; x_2 + 1 < 0 \Rightarrow (x_1 + 1)(x_2 + 1) > 0 \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{4(x_2 - x_1)}{(x_1 + 1)(x_2 + 1)} > 0$$

$\Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ nên hàm số nghịch biến.

$$\text{Trên } (-1; +\infty) \Rightarrow x_1 + 1 > 0; x_2 + 1 > 0 \Rightarrow (x_1 + 1)(x_2 + 1) > 0 \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{4(x_2 - x_1)}{(x_1 + 1)(x_2 + 1)} > 0$$

$\Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ nên hàm số nghịch biến.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến (giảm) trên hai khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 22: Một hộ gia đình có ý định mua một cái máy bơm để phục vụ cho việc tưới tiêu vào mùa hạ. Khi đến cửa hàng thì được ông chủ giới thiệu về hai loại máy bơm có lưu lượng nước trong một giờ và chất lượng máy là như nhau.

Máy thứ nhất giá 1500000đ và trong một giờ tiêu thụ hết 1,2kW.

Máy thứ hai giá 2000.000đ và trong một giờ tiêu thụ hết 1kW

Theo bạn người nông dân nên chọn mua loại máy nào để đạt hiệu quả kinh tế cao.

Hướng dẫn giải:

Trong x giờ số tiền phải trả khi sử dụng máy thứ nhất là:

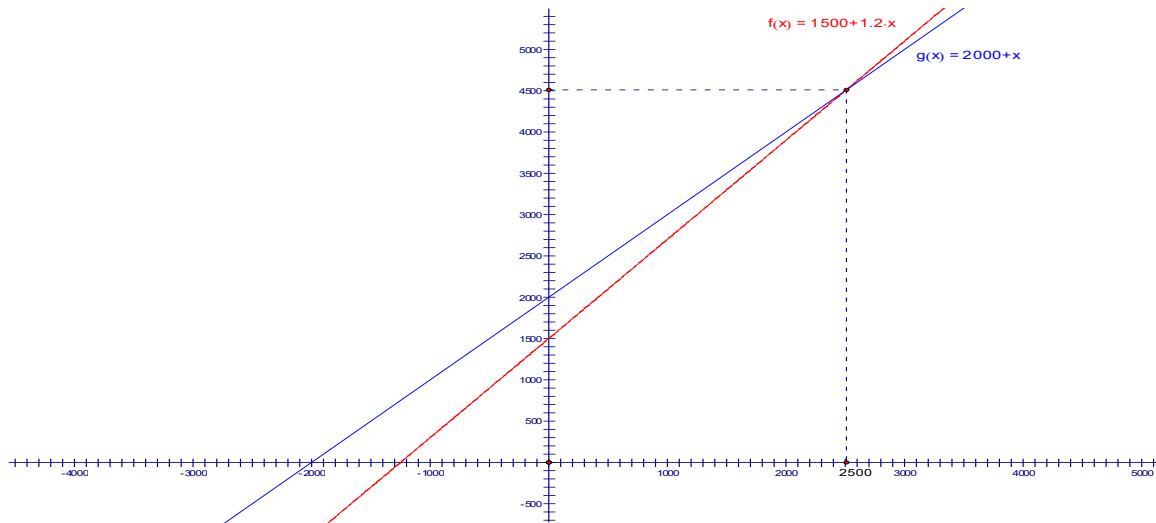
$$f(x) = 1500 + 1,2x \text{ (nghìn đồng)}$$

Số tiền phải chi trả cho máy thứ 2 trong x giờ là: $g(x) = 2000 + x$ (nghìn đồng)

Ta thấy rằng chi phí trả cho hai máy sử dụng là như nhau sau khoảng thời gian x_0 là nghiệm phương trình:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 1500 + 1,2x = 2000 + x \Leftrightarrow 0,2x = 500 \Leftrightarrow x = 2500 \text{ (giờ)}$$

Ta có đồ thị của hai hàm $f(x)$ và $g(x)$ như sau:



Quan sát đồ thị ta thấy rằng: ngay sau khi sử dụng 2500 giờ tức là nếu mỗi ngày dùng 4 tiếng thì không quá 2 năm, máy thứ 2 chi phí sẽ thấp hơn rất nhiều nên chọn mua máy thứ hai thì hiệu quả kinh tế sẽ cao hơn.

Trường hợp 1: nếu thời gian sử dụng máy ít hơn 2 năm thì mua máy thứ nhất sẽ tiết kiệm hơn.

Trường hợp 2: nếu thời gian sử dụng nhiều hơn hoặc bằng hai năm thì nên mua máy thứ 2.

Nhưng trong thực tế một máy bơm có thể sử dụng được thời gian khá dài. Do vậy trong trường hợp này người nông dân nên mua máy thứ hai.

ĐỀ 3:

Câu 1. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = 2|x - 1| + 3|x| - 2$?

- A.** $(2; 6)$. **B.** $(1; -1)$. **C.** $(-2; -10)$. **D.** $(0; -4)$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 2. Cho hàm số: $y = \frac{x-1}{2x^2-3x+1}$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc đồ thị hàm số:

- A.** $M_1(2; 3)$. **B.** $M_2(0; -1)$. **C.** $M_3(12; -12)$. **D.** $M_4(1; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

- Câu 3.** Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{2}{x-1} & , x \in (-\infty; 0) \\ \sqrt{x+1} & , x \in [0; 2] \\ x^2 - 1 & , x \in (2; 5] \end{cases}$. Tính $f(4)$, ta được kết quả:
- A.** $\frac{2}{3}$. **B.** 15. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B.

- Câu 4.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-x+3}$ là
- A.** $\emptyset$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $x^2 - x + 3 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

- Câu 5.** Tập xác định của hàm số $y = \begin{cases} \sqrt{3-x} & , x \in (-\infty; 0) \\ \sqrt{\frac{1}{x}} & , x \in (0; +\infty) \end{cases}$ là:
- A.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus [0; 3]$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số không xác định tại $x = 0$ Chọn **A**.

- Câu 6.** Hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên $[0; 1)$ khi:
- A.** $m < \frac{1}{2}$. **B.** $m \geq 1$. **C.** $m < \frac{1}{2}$ hoặc $m \geq 1$. **D.** $m \geq 2$ hoặc $m < 1$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số xác định khi $x - 2m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2m - 1$

Do đó hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên $[0; 1)$ khi: $2m - 1 < 0$ hoặc $2m - 1 \geq 1$

hay $m < \frac{1}{2}$ hoặc $m \geq 1$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số: $f(x) = \frac{-x^2 + 2x}{x^2 + 1}$ là tập hợp nào sau đây?

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $x^2 + 1 \neq 0$ (luôn đúng).

Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Câu 8. Tập hợp nào sau đây là tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{|2x - 3|}$

A. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

B. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

C. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $|2x - 3| \geq 0$ (luôn đúng).

Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Câu 9. Cho hàm số: $y = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{khi } x \leq 0 \\ \sqrt{x+2} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tập xác định của hàm số là:

A. $[-2; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $\{x \in \mathbb{R} / x \neq 1 \text{ và } x \geq -2\}$.

Lời giải

Chọn C.

Với $x \leq 0$ thì ta có hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ luôn xác định. Do đó tập xác định của hàm số

$f(x) = \frac{1}{x-1}$ là $(-\infty; 0]$.

Với $x > 0$ thì ta có hàm số $g(x) = \sqrt{x+2}$ luôn xác định. Do đó tập xác định của hàm số $g(x) = \sqrt{x+2}$ là $(0; +\infty)$.

Vậy tập xác định là $D = (-\infty; 0] \cup (0; +\infty) = \mathbb{R}$.

Câu 10. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng đồng biến trên khoảng $(a; b)$. Có thể kết luận gì về chiều biến thiên của hàm số $y = f(x) + g(x)$ trên khoảng $(a; b)$?

A. Đồng biến.

B. Nghịch biến.

C. Không đổi.

D. Không kết luận được.

Lời giải

Chọn A.

Ta có hàm số $y = f(x) + g(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.

Câu 11. Trong các hàm số sau, hàm số nào tăng trên khoảng $(-1; 0)$?

- A.** $y = x$. **B.** $y = \frac{1}{x}$. **C.** $y = |x|$. **D.** $y = x^2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có hàm số $y = x$ có hệ số $a = 1 > 0$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó hàm số $y = x$ tăng trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 12. Cho hàm số: $y = \frac{x-1}{2x^2-3x+1}$. Trong các điểm sau đây điểm nào thuộc đồ thị của hàm số ?

- A.** $M_1(2; 3)$. **B.** $M_2(0; -1)$. **C.** $M_3\left(\frac{1}{2}; \frac{-1}{2}\right)$. **D.** $M_4(1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Thay $x = 0$ vào hàm số ta thấy $y = -1$. Vậy $M_2(0; -1)$ thuộc đồ thị hàm số.

Câu 13. Cho hàm số: $y = f(x) = |2x-3|$. Tìm x để $f(x) = 3$.

- A.** $x = 3$. **B.** $x = 3$ hay $x = 0$. **C.** $x = \pm 3$. **D.** $x = \pm 1$.

Lời giải

Chọn B

$$f(x) = 3 \Leftrightarrow |2x-3| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3=3 \\ 2x-3=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=0 \end{cases}.$$

Câu 14. Cho hàm số: $y = f(x) = \sqrt{x^3-9x}$. Kết quả nào sau đây đúng?

- A.** $f(0) = 2; f(-3) = -4$. **B.** $f(2)$ không xác định;
 $f(-3) = -5$.
C. $f(-1) = \sqrt{8}$; $f(2)$ không xác định. **D.** Tất cả các câu trên đều đúng.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x^3 - 9x \geq 0$. (do chưa học giải bất phương trình bậc hai nên không

giải ra điều kiện $\begin{cases} x \geq 3 \\ -3 \leq x \leq 0 \end{cases}$)

$$f(-1) = \sqrt{(-1)^3 - 9 \cdot (-1)} = \sqrt{8} \text{ và } 2^3 - 9 \cdot 2 = -10 < 0 \text{ nên } f(2) \text{ không xác định.}$$

Câu 15. Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{x+5}{x-1} + \frac{x-1}{x+5}$ là:

- A.** $D = \mathbb{R}$ **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. **C.** $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$. **D.**
 $D = \mathbb{R} \setminus \{-5; 1\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x+5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -5 \end{cases}.$$

Câu 16. Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{x-3} + \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ là:

- A.** $D = (1; 3]$. **B.** $D = (-\infty; 1) \cup [3; +\infty)$.
C. $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$ **D.** $D = \emptyset$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ 1-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x < 1 \end{cases}. \text{ Vậy tập xác định của hàm số là } D = (-\infty; 1) \cup [3; +\infty).$$

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y = \frac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}}$ là:

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **B.** $D = (-4; +\infty) \setminus \{2\}$.
C. $D = [-4; +\infty) \setminus \{2\}$. **D.** $D = \emptyset$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-2 \neq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > -4 \end{cases}. \text{ Vậy tập xác định của hàm số là } D = (-4; +\infty) \setminus \{2\}.$$

Câu 18. Tập hợp nào sau đây là tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{|2x-3|}$?

- A.** $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $y = \sqrt{|2x-3|}$ xác định khi và chỉ khi $|2x-3| \geq 0$ (luôn đúng $\forall x \in \mathbb{R}$)

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

Câu 19. Hàm số $y = \sqrt{\frac{x^4 - 3x^2 + x + 7}{x^4 - 2x^2 + 1}} - 1$ có tập xác định là:

- A.** $[-2; -1) \cup (1; 3]$. **B.** $(-2; -1] \cup [1; 3)$.
C. $[-2; 3] \setminus \{-1; 1\}$. **D.** $[-2; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; 3]$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $y = \sqrt{\frac{x^4 - 3x^2 + x + 7}{x^4 - 2x^2 + 1}} - 1$ xác định khi và chỉ khi

$$\frac{x^4 - 3x^2 + x + 7}{x^4 - 2x^2 + 1} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2 + x + 6}{(x^2 - 1)^2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + x + 6 \geq 0 \\ x^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 3 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}.$$

Câu 20. Cho hàm số: $y = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & x \leq 0 \\ \sqrt{x+2} & x > 0 \end{cases}$. Tập xác định của hàm số là tập hợp nào sau đây?

A. $[-2; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 1; x \geq -2\}$.

Lời giải

Chọn C.

Với $x \leq 0$, Hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ xác định khi và chỉ khi $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ luôn đúng

$\forall x \leq 0$

Với $x > 0$, Hàm số $y = \sqrt{x+2}$ xác định khi và chỉ khi $x+2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$ luôn đúng

$\forall x > 0$

Câu 21. Hàm số $y = \sqrt{\frac{7-x}{\sqrt{4x^2-19x+12}}}$ có tập xác định là :

A. $\left(-\infty; \frac{3}{4}\right] \cup [4; 7]$.

B. $\left(-\infty; \frac{3}{4}\right) \cup [4; 7)$.

C. $\left(-\infty; \frac{3}{4}\right] \cup (4; 7)$.

D. $\left(-\infty; \frac{3}{4}\right) \cup (4; 7]$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y = \sqrt{\frac{7-x}{\sqrt{4x^2-19x+12}}}$ xác định khi và chỉ khi

$$\frac{7-x}{\sqrt{4x^2-19x+12}} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 7-x \geq 0 \\ 4x^2-19x+12 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \\ x \geq 4 \\ x \leq \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{3}{4}\right] \cup [4; 7].$$

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-3} + \frac{1}{x-3}$ là

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. **B.** $D = [3; +\infty)$. **C.** $D = (3; +\infty)$. **D.**
 $D = (-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số $y = \sqrt{x-3} + \frac{1}{x-3}$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$.

Câu 23. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-5} + \frac{1}{\sqrt{13-x}}$ là

- A.** $D = [5; 13]$. **B.** $D = (5; 13)$. **C.** $(5; 13]$. **D.** $[5; 13)$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $y = \sqrt{x-5} + \frac{1}{\sqrt{13-x}}$ xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x-5 \geq 0 \\ 13-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x < 13 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \leq x < 13.$$

Câu 24. Hàm số $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-3}+x-2}$ có tập xác định là:

- A.** $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.
C. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$. **D.** $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup \left(\sqrt{3}; \frac{7}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases} \sqrt{x^2-3}+x-2 \neq 0 \\ x^2-3 \geq 0 \end{cases}$

$$\text{Ta có } x^2-3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{3} \\ x \leq -\sqrt{3} \end{cases}.$$

$$\text{Xét } \sqrt{x^2-3}+x-2=0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-3}=2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x^2-3=(2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x=\frac{7}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{7}{4}$$

Do đó tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = \frac{-x^2+2x}{x^2+1}$ là tập hợp nào sau đây?

- A.** $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số đã cho xác định khi $x^2 + 1 \neq 0$ luôn đúng.
 Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

Câu 26. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+1} + \frac{1}{|x|-2}$ là

A. $D = (-1; +\infty) \setminus \{\pm 2\}$.

B. $D = [-1; +\infty) \setminus \{2\}$.

C. $D = [-1; +\infty) \setminus \{-2\}$.

D. $D = (-1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi } \begin{cases} |x|-2 \neq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -2 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \geq -1 \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 27. Trong các hàm số sau, hàm số nào tăng trên khoảng $(-1; 0)$?

A. $y = x$.

B. $y = \frac{1}{x}$.

C. $y = |x|$.

D. $y = x^2$.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: Đặt $D = (-1; 0)$

Xét $x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$

Khi đó với hàm số $y = f(x) = x$

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = x_1 - x_2 < 0$$

Suy ra hàm số $y = x$ tăng trên khoảng $(-1; 0)$.

Cách khác: Hàm số $y = x$ là hàm số bậc nhất có $a = 1 > 0$ nên tăng trên $\mathbb{R}$. Vậy $y = x$ tăng trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 28. Câu nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số $y = a^2x + b$ đồng biến khi $a > 0$ và nghịch biến khi $a < 0$.

B. Hàm số $y = a^2x + b$ đồng biến khi $b > 0$ và nghịch biến khi $b < 0$.

C. Với mọi b , hàm số $y = -a^2x + b$ nghịch biến khi $a \neq 0$.

D. Hàm số $y = a^2x + b$ đồng biến khi $a > 0$ và nghịch biến khi $b < 0$.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Xét $x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$

Khi đó với hàm số $y = f(x) = -a^2x + b$

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = a^2(x_2 - x_1) > 0 \forall a \neq 0.$$

Vậy hàm số $y = -a^2x + b$ nghịch biến khi $a \neq 0$.

Cách khác $y = -a^2x + b$ là hàm số bậc nhất khi $a \neq 0$ khi đó $-a^2 < 0$ nên hàm số nghịch biến.

Câu 29. Xét sự biến thiên của hàm số $y = \frac{1}{x^2}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$, nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$, nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Xét $x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$

Khi đó với hàm số $y = f(x) = \frac{1}{x^2}$

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{1}{x_1^2} - \frac{1}{x_2^2} = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)}{x_2^2 \cdot x_1^2}$$

Trên $(-\infty; 0) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)}{x_2^2 \cdot x_1^2} < 0$ nên hàm số đồng biến.

Trên $(0; +\infty) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)}{x_2^2 \cdot x_1^2} > 0$ nên hàm số nghịch biến.

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = \frac{4}{x+1}$. Khi đó:

A. $f(x)$ tăng trên khoảng $(-\infty; -1)$ và giảm trên khoảng $(-1; +\infty)$.

B. $f(x)$ tăng trên hai khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

C. $f(x)$ giảm trên khoảng $(-\infty; -1)$ và giảm trên khoảng $(-1; +\infty)$.

D. $f(x)$ giảm trên hai khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Xét $x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 < 0$

Khi đó với hàm số $y = f(x) = \frac{4}{x+1}$

$$\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = \frac{4}{x_1+1} - \frac{4}{x_2+1} = 4 \cdot \frac{(x_2 - x_1)}{(x_1+1)(x_2+1)}$$

Trên $(-\infty; -1) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = 4 \cdot \frac{(x_2 - x_1)}{(x_1 + 1)(x_2 + 1)} > 0$ nên hàm số nghịch biến.

Trên $(-1; +\infty) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) = 4 \cdot \frac{(x_2 - x_1)}{(x_1 + 1)(x_2 + 1)} > 0$ nên hàm số nghịch biến.

Câu 31. Xét sự biến thiên của hàm số $y = \frac{x}{x-1}$. Chọn khẳng định đúng.

- A.** Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.
- B.** Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.
- C.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$, nghịch biến trên $(1; +\infty)$.
- D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y = f(x) = \frac{x}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$.

Mà $y = \frac{1}{x-1}$ giảm trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ (thiếu chứng minh) nên hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 32. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{16-x^2}}{x+2}$. Kết quả nào sau đây đúng?

- A.** $f(0) = 2; f(1) = \frac{\sqrt{15}}{3}$.
- B.** $f(0) = 2; f(-3) = -\frac{11}{24}$.
- C.** $f(2) = 1; f(-2)$ không xác định.
- D.** $f(0) = 2; f(1) = \frac{\sqrt{14}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $y = f(x) = \frac{\sqrt{16-x^2}}{x+2}$, ta có: $f(0) = 2; f(1) = \frac{\sqrt{15}}{3}$.

Câu 33. Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+1}, & x \geq 0 \\ \frac{1}{x-1}, & x < 0 \end{cases}$. Giá trị $f(0), f(2), f(-2)$ là

- A.** $f(0) = 0; f(2) = \frac{2}{3}, f(-2) = 2$.
- B.** $f(0) = 0; f(2) = \frac{2}{3}, f(-2) = -\frac{1}{3}$.
- C.** $f(0) = 0; f(2) = 1, f(-2) = -\frac{1}{3}$.
- D.** $f(0) = 0; f(2) = 1; f(-2) = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(0) = 0$, $f(2) = \frac{2}{3}$ (do $x \geq 0$) và $f(-2) = -\frac{1}{3}$ (do $x < 0$).

Câu 34. Cho hàm số: $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x-3}$. Tập nào sau đây là tập xác định của hàm số $f(x)$?

- A.** $(1; +\infty)$. **B.** $[1; +\infty)$. **C.** $[1; 3) \cup (3; +\infty)$. **D.** $(1; +\infty) \setminus \{3\}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

Câu 35. Hàm số $y = \sqrt{x^2 - x - 20} + \sqrt{6 - x}$ có tập xác định là

- A.** $(-\infty; -4) \cup (5; 6]$. **B.** $(-\infty; -4) \cup (5; 6)$. **C.** $(-\infty; -4] \cup [5; 6]$. **D.** $(-\infty; -4) \cup [5; 6)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x^2 - x - 20 \geq 0 \\ 6 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \vee x \geq 5 \\ x \leq 6 \end{cases}$

Do đó tập xác định là $(-\infty; -4] \cup [5; 6]$.

Câu 36. Hàm số $y = \sqrt{\frac{x^3}{|x|-2}}$ có tập xác định là:

- A.** $(-2; 0] \cup (2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -2) \cup (0; 2)$. **D.** $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi và chỉ khi

$$\frac{x^3}{|x|-2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 \geq 0 \\ |x|-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ |x| > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < -2 \vee x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -2 < x \leq 0 \end{cases}$$

Do đó tập xác định là $(-2; 0] \cup (2; +\infty)$.

Câu 37: Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1; 2)$.

- A.** $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$. **D.** $-1 < m < 2$

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $y = \frac{x+m+2}{x-m}$ xác định khi $x \neq m$.

Để hàm số $y = \frac{x+m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1; 2)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

1- TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = x^4 - 2018x^2 - 2019$ là

A. $(-1; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số là hàm đa thức nên xác định với mọi số thực x .

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

B. $y = \frac{x^2 + 2}{x}$.

C. $y = \frac{2x + 3}{x^2}$.

D. $y = \frac{x + 2}{x - 1}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$ là hàm đa thức bậc ba nên tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Vậy tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-3}{2x-2}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định : $2x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Nên tập xác định của hàm số là : $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+2}{(x-3)^2}$ là

A. $(-\infty; 3)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Câu 6: Tập xác định D của hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-2}$ là

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = [1; +\infty)$.

C. $D = (1; +\infty)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-2}$ xác định khi $x \neq 1$. Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \frac{5}{x^2-1}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định khi $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{x+5}{x-1} + \frac{x-1}{x+5}$ là

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5; 1\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x+5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -5 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -5\}$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3-x}{x^2-5x-6}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 6\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -6\}$

C. $D = \{-1; 6\}$

D. $D = \{1; -6\}$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x^2 - 5x - 6 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 6 \end{cases}$.

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 6\}$.

Câu 10: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+1}{(x+1)(x^2-4)}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; \pm 2\}$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ x^2-4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}$. Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; \pm 2\}$.

Lưu ý: Nếu rút gọn $y = \frac{1}{x^2 - 4}$ rồi khẳng định $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$ là sai. Vì với $x = -1$ thì biểu thức ban đầu $\frac{x+1}{(x+1)(x^2-4)}$ không xác định.

Câu 11: Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{3x-1}$ là

- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = [0; +\infty)$. C. $D = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $D = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \sqrt{3x-1}$ xác định $\Leftrightarrow 3x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{3}$.

Vậy: $D = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{8-2x} - x$ là

- A. $(-\infty; 4]$. B. $[4; +\infty)$. C. $[0; 4]$. D. $[0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số là $8-2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 4$, nên tập xác định là $(-\infty; 4]$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{4-x} + \sqrt{x-2}$ là

- A. $D = (2; 4)$ B. $D = [2; 4]$ C. $D = \{2; 4\}$ D. $D = (-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} 4-x \geq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq 2 \end{cases}$ suy ra TXĐ: $D = [2; 4]$.

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3x+4}{\sqrt{x-1}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(1; +\infty)$. D. $[1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ \sqrt{x-1} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$.

Cách khác: Điều kiện xác định của hàm số là $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$ là

- A. $D = [3; +\infty)$. B. $D = (3; +\infty)$. C. $D = (-\infty; 3]$. D. $D = (-\infty; 3)$.

Chọn D

Điều kiện xác định $3 - x > 0 \Leftrightarrow x < 3$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$ là $D = (-\infty; 3)$.

Câu 16: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x+4}$.

- A. $[1; +\infty) \setminus \{4\}$. B. $(1; +\infty) \setminus \{4\}$. C. $(-4; +\infty)$. **D. $[1; +\infty)$.**

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số: $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x+4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq -4 \end{cases}$.

Suy ra tập xác định của hàm số là $[1; +\infty)$.

Câu 17: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+3}$.

- A. $D = [-3; +\infty)$. **B. $D = [-2; +\infty)$.** C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = [2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -2$.

Vậy $D = [-2; +\infty)$.

Câu 18: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{6-3x} - \sqrt{x-1}$.

- A. $D = (1; 2)$. **B. $D = [1; 2]$.** C. $D = [1; 3]$. D. $D = [-1; 2]$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 6-3x \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 1 \end{cases}$.

Vậy $D = [1; 2]$.

Câu 19: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{2-x} - \frac{4}{\sqrt{x+4}}$.

- A. $D = [-4; 2]$. **B. $D = (-4; 2]$.** C. $D = [-4; 2)$. D. $D = (-2; 4]$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -4 \end{cases}$.

Vậy $D = (-4; 2]$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x} + \sqrt{x+2}}{x^2 - x - 12}$ là

- A. $[-2; 4]$. B. $(-3; -2) \cup (-2; 4)$. C. $(-2; 4)$. D. $[-2; 4)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} 4-x \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x^2-x-12 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq -2 \\ x \neq -3 \\ x \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x < 4. \text{ Vậy, tập xác định của hàm số là}$$

$$D = [-2; 4)$$

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-3} + \frac{1}{x-3}$ là:

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $D = [3; +\infty)$. C. $D = (3; +\infty)$. D. $D = (-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số là những giá trị x thỏa mãn: $\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3.$

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{3-x} + \sqrt{x+1}}{x^2 - 5x + 6}$ là

- A. $[-1; 3) \setminus \{2\}$. B. $[-1; 2]$. C. $[-1; 3]$. D. $(2; 3)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \\ x^2-5x+6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq -1 \\ x \neq 3 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-1; 3) \setminus \{2\}.$$

Vậy tập xác định $D = [-1; 3) \setminus \{2\}$.

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{5-2x}}{(x-2)\sqrt{x-1}}$ là

- A. $\left(1; \frac{5}{2}\right] \setminus \{2\}$. B. $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(1; \frac{5}{2}\right) \setminus \{2\}$. D. $\left(1; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số xác định khi: } \begin{cases} 5-2x \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \\ x-1 \geq 0 \\ \sqrt{x-1} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5}{2} \\ x \neq 2 \\ x \geq 1 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x \leq \frac{5}{2} \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{5-2x}}{(x-2)\sqrt{x-1}}$ là

- A.** $\left(1; \frac{5}{2}\right] \setminus \{2\}$. **B.** $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. **C.** $\left(1; \frac{5}{2}\right) \setminus \{2\}$. **D.** $\left(1; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số có điều kiện xác định là: } \begin{cases} 5-2x \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5}{2} \\ x \neq 2 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x \leq \frac{5}{2} \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \left(1; \frac{5}{2}\right] \setminus \{2\}$.

Câu 25: Tập xác định D của hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x}}{x}$ là

- A.** $D = [-2; 2] \setminus \{0\}$. **B.** $D = [-2; 2]$. **C.** $D = (-2; 2)$. **D.** $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện xác định của hàm số là } \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 2+x \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq -2 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

Tập xác định của hàm số $D = [-2; 2] \setminus \{0\}$.

Câu 26: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x-1}} - 4$ là $(a; b]$ với a, b là các số thực. Tính tổng $a + b$.

- A.** $a + b = -8$. **B.** $a + b = -10$. **C.** $a + b = 8$. **D.** $a + b = 10$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ \frac{3x+5}{x-1} - 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \frac{9-x}{x-1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ (9-x)(x-1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 9.$$

* Tập xác định $D = (1; 9] \rightarrow a = 1, b = 9 \rightarrow a + b = 10$.

Câu 27: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}$.

- A.** $[-1; +\infty)$. **B.** $[-2; +\infty)$. **C.** $[-3; +\infty)$. **D.** $[0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq -2 \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -1$$

Câu 28: Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x+2} + 4\sqrt{3-x}$ là

A. $D = (-2; 3)$.

B. $D = [-3; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; 3]$.

D. $D = [-2; 3]$.

Lời giải

Chọn D

Để hàm số $y = \sqrt{x+2} + 4\sqrt{3-x}$ xác định thì $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow x \in [-2; 3]$.

Câu 29: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x-3} - 3\sqrt{2-x}$ là

A. $\emptyset$.

B. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

C. $[2; +\infty)$.

D. $\left[\frac{3}{2}; 2\right]$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} 2x-3 \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[\frac{3}{2}; 2\right]$.

Câu 30: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{6x}{\sqrt{4-3x}}$

A. $D = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$.

B. $D = \left[\frac{3}{2}; \frac{4}{3}\right)$.

C. $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right)$.

D. $D = \left[\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $4-3x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{4}{3}$.

Câu 31: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2x-5}} + \sqrt{9-x}$ là

A. $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right]$.

B. $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right)$.

C. $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right)$.

D. $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right]$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $\begin{cases} 9-x \geq 0 \\ 2x-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 9 \\ x > \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{2} < x \leq 9$.

Tập xác định: $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right]$.

Câu 32: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+1}{(x-3)\sqrt{2x-1}}$.

A. $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$.

D. $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x-3 \neq 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 3 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là: $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$.

Câu 33: Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{2\sqrt{x}}{x^2 + 4}$.

B. $y = x^2 - \sqrt{x^2 + 1} - 3$.

C. $y = \frac{3x}{x^2 - 4}$.

D. $y = x^2 - 2\sqrt{x-1} - 3$.

Lời giải

Chọn B

$y = \frac{2\sqrt{x}}{x^2 + 4}$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

$y = \frac{3x}{x^2 - 4}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

$y = x^2 - 2\sqrt{x-1} - 3$ có tập xác định là $[1; +\infty)$.

Câu 34: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-1} - \frac{3x-1}{(x^2-4)\sqrt{5-x}}$.

A. $[1; 5] \setminus \{2\}$.

B. $(-\infty; 5]$.

C. $[1; 5) \setminus \{2\}$.

D. $[1; +\infty) \setminus \{2; 5\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ (x^2-4)\sqrt{5-x} \neq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [1; 5) \setminus \{2\}$.

Câu 35: Tập xác định D của hàm số $y = \frac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}}$ là

A. $D = (-4; +\infty) \setminus \{2\}$.

B. $D = [-4; +\infty) \setminus \{2\}$.

C. $D = \emptyset$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \frac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}}$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x-2 \neq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > -4 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-4; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 36: Tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}}{(x+1)\sqrt{3-2x}}$ là

A. $D = \left[-4; \frac{3}{2}\right]$.

B. $D = \left[-4; \frac{3}{2}\right)$.

C. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$.

D. $D = [-4; -1) \cup \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Để hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}}{(x+1)\sqrt{3-2x}}$ xác định thì: $\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \\ 3-2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \neq -1 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow x \in [-4; -1) \cup \left(-1; \frac{3}{2}\right).$

Câu 37: Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{3-x} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ là

A. $D = (1; 3]$.

B. $D = (-\infty; 1) \cup [3; +\infty).$

C. $D = [1; 3].$

D. $D = \emptyset.$

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 3.$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (1; 3]$.

Câu 38: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{6-x} + \frac{4}{5x-10}.$

A. $D = (-\infty; 6] \setminus \{2\}.$

B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}.$

C. $D = [6; +\infty).$

D. $D = (-\infty; 6].$

Lời giải

Chọn A

ĐKXD: $\begin{cases} 6-x \geq 0 \\ 5x-10 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 6 \\ x \neq 2 \end{cases}.$ Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 6] \setminus \{2\}.$

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x-3}.$ Tập nào sau đây là tập xác định của hàm số $f(x)$?

A. $(1; +\infty).$

B. $[1; +\infty).$

C. $[1; 3) \cup (3; +\infty).$

D. $(1; +\infty) \setminus \{3\}.$

Lời giải

Chọn C

Tập xác định là $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \neq 3.$

Câu 40: Tập xác định của hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \sqrt{-3x+8} + x & \text{khi } x < 2 \\ \sqrt{x+7} + 1 & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$ là

A. $\mathbb{R}.$

B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}.$

C. $\left[-\infty; \frac{8}{3}\right].$

D. $[-7; +\infty).$

Lời giải

Chọn A

Câu 41: Tập xác định D của hàm số $y = (2x-1)\sqrt{3-2x} + \frac{1}{2x-2}$ là

A. $D = \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right].$

B. $D = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right) \setminus \{1\}.$

C. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \setminus \{1\}.$

D. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right).$

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số trên là $\begin{cases} 3-2x \geq 0 \\ 2x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định: $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \setminus \{1\}$.

Câu 42: Tập xác định của hàm số $y = \frac{3}{\sqrt{x+2}-1}$ là

- A.** $D = [-2; +\infty) \setminus \{-1\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. **C.** $D = [-2; +\infty)$. **D.** $D = (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ \sqrt{x+2} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq -1 \end{cases}$.

Câu 43: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{(x^2-5x+6)\sqrt{4-x}}$ là

- A.** $[-1; 4) \setminus \{2; 3\}$. **B.** $[-1; 4)$. **C.** $(-1; 4] \setminus \{2; 3\}$. **D.** $(-1; 4) \setminus \{2; 3\}$.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x^2-5x+6 \neq 0 \\ 4-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \neq 2 \\ x \neq 3 \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-1; 4) \setminus \{2; 3\}$.

Vậy TXĐ: $D = [-1; 4) \setminus \{2; 3\}$.

Câu 44: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2-3x+2}$ là:

- A.** $D = [0; +\infty)$ **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ **C.** $D = \mathbb{R}_+ \setminus \{1; 2\}$ **D.** $D = (0; +\infty)$

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định $\begin{cases} x \geq 0 \\ x^2-3x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

Vậy $D = \mathbb{R}_+ \setminus \{1; 2\}$.

Câu 45: Tìm tập xác định D của hàm số: $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2x-3}{x-2} & \text{khi } x \leq 0 \\ \sqrt{1-x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$.

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ **B.** $D = [1; +\infty) \setminus \{2\}$ **C.** $D = (-\infty; 1]$ **D.** $D = [1; +\infty)$

Lời giải

Chọn C

Với $x \leq 0$ thì $x-2 \neq 0$ nên hàm số xác định với mọi $x \leq 0$.

Với $x > 0$: Hàm số xác định khi $1-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$.

Vậy $D = (-\infty; 0] \cup (0; 1] = (-\infty; 1]$.

Câu 46: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+2} + \frac{x^3}{4|x|-3}$

A. $D = [-2; +\infty)$.

B. $D = [-2; +\infty) \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.

C. $D = \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của hàm số $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 4|x|-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq -\frac{3}{4} \\ x \neq \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow D = [-2; +\infty) \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.

Câu 47: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{3x-2} + 6x}{\sqrt{4-3x}}$.

A. $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

B. $D = \left[\frac{3}{2}; \frac{4}{3}\right)$.

C. $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right)$.

D. $D = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $\begin{cases} 3x-2 \geq 0 \\ 4-3x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ x < \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} \leq x < \frac{4}{3}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Câu 48: Giả sử $D = (a; b)$ là tập xác định của hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{-x^2+3x-2}}$. Tính $S = a^2 + b^2$.

A. $S = 7$.

B. $S = 5$.

C. $S = 4$.

D. $S = 3$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $-x^2 + 3x - 2 > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$

TXĐ: $D = (1; 2)$ nên $a = 1$; $b = 2 \Rightarrow S = a^2 + b^2 = 5$

Câu 49: Hàm số $y = \frac{x^2 - 7x + 8}{x^2 - 3x + 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{a; b\}$; $a \neq b$. Tính giá trị biểu thức

$Q = a^3 + b^3 - 4ab$.

A. $Q = 11$.

B. $Q = 14$.

C. $Q = -14$.

D. $Q = 10$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \frac{x^2 - 7x + 8}{x^2 - 3x + 1}$ xác định khi: $x^2 - 3x + 1 \neq 0$.

Gọi a, b là 2 nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$.

Theo Vi-et có $\begin{cases} a+b=3 \\ a.b=1 \end{cases}$.

Có $Q = a^3 + b^3 - 4ab = (a+b)^3 - 3ab(a+b) - 4ab = 27 - 3.3 - 4 = 14$

Vậy $Q = 14$.

Câu 50: Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2 - 2x - 3 - m}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. $m \leq -4$.

B. $m < -4$.

C. $m > 0$.

D. $m < 4$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2 - 2x - 3 - m}$ xác định trên $\mathbb{R}$ khi phương trình $x^2 - 2x - 3 - m = 0$ vô nghiệm

Hay $\Delta' = m + 4 < 0 \Leftrightarrow m < -4$.

Câu 51: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x-1}} - 4$ là $(a; b]$ với a, b là các số thực. Tính tổng $a + b$.

A. $a + b = -8$.

B. $a + b = -10$.

C. $a + b = 8$.

D. $a + b = 10$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x-1}} - 4 = \sqrt{\frac{3x+5-4(x-1)}{x-1}} = \sqrt{\frac{-x+9}{x-1}}$.

Điều kiện xác định của hàm số:

$$\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ \frac{-x+9}{x-1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-x+9}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x+9 \geq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 9 \\ x > 1 \end{cases} (TM) \Leftrightarrow 1 < x \leq 9.$$

$$\begin{cases} -x+9 \leq 0 \\ x-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 9 \\ x < 1 \end{cases} (L)$$

TXĐ: $D = (1; 9]$.

Vậy $a = 1, b = 9 \Rightarrow a + b = 10$.

Câu 52: Tập tất cả các giá trị m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{-x^2 - 2x + 3}} + \sqrt{x-m}$ có tập xác định khác tập rỗng là

A. $(-\infty; 3)$.

B. $(-3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1]$.

D. $(-\infty; 1]$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} -x^2 - 2x + 3 > 0 \\ x - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 1 \\ x \geq m \end{cases}$

Để hàm số có tập xác định khác tập rỗng thì $m < 1$

Câu 53: Cho hàm số $f(x) = \frac{2019x + 2020}{x^2 - 2x + 21 - 2m}$, với m là tham số. Số các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ là

A. vô số.

B. 9.

C. 11.

D. 10.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2x + 21 - 2m \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow$ Phương trình $x^2 - 2x + 21 - 2m = 0$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow \Delta' = 1 - (21 - 2m) < 0 \Leftrightarrow m < 10$.

Vì m là số nguyên dương nên $m \in \{1; 2; 3; \dots; 8; 9\}$.

Vậy có 9 giá trị nguyên dương của m thỏa đề bài.

Câu 54: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 + 2m + 2}{x - m}$ xác định trên khoảng $(-1; 0)$.

A. $\begin{cases} m > 0 \\ m < -1 \end{cases}$.

B. $m \leq -1$.

C. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases}$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow x \neq m$.

Khi đó tập xác định của hàm số là: $D = (-\infty; m) \cup (m; +\infty)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (-1; 0) \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases}$.

Câu 55: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên nửa khoảng $(0; 1]$.

A. $\begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $x - 2m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2m - 1$.

Hàm số xác định trên $(0; 1] \Leftrightarrow 2m - 1 \notin (0; 1] \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 \leq 0 \\ 2m - 1 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$.

Câu 56: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - m}}$ xác định trên $[2; 3]$.

A. $m < 0$.

B. $0 < m < 3$.

C. $m \leq 0$.

D. $m \geq 3$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x^2 - 2x - m > 0, \forall x \in [2; 3]$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 > m+1, \forall x \in [2; 3] \quad (*)$

Ta có:

$2 \leq x \leq 3$

$\Rightarrow 1 \leq x-1 \leq 2$

$$\Rightarrow 1 \leq (x-1)^2 \leq 4$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 \geq 1, \forall x \in [2; 3], \text{ dấu bằng xảy ra khi } x = 2 \quad (**).$$

Từ (*) và (**), ta suy ra: $m+1 < 1 \Leftrightarrow m < 0$.

Vậy $m < 0$.

Câu 57: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{2x}{x-m+1}$ xác định trên khoảng $(0; 2)$?

- A. $1 < m < 3$. B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \end{cases}$. C. $3 < m < 5$. **D. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 3 \end{cases}$.**

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \frac{2x}{x-m+1}$ xác định khi $x-m+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m-1$.

Hàm số xác định trên khoảng $(0; 2)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m-1 \leq 0 \\ m-1 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 3 \end{cases}$.

Câu 58: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{-2x+3m+2} + \frac{x+1}{x+2m-4}$ xác định trên $(-\infty; -2)$.

- A. $m \in [-2; 4]$. B. $m \in (-2; 3]$. **C. $m \in [-2; 3]$.** D. $m \in (-\infty; -2]$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} -2x+3m+2 \geq 0 \\ x+2m-4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3m+2}{2} \\ x \neq 4-2m \end{cases}$.

Hàm số xác định trên

$$(-\infty; -2) \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq \frac{3m+2}{2} \\ 4-2m \notin (-\infty; -2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq 3m+2 \\ 4-2m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 3.$$

Câu 59: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ xác định trên $(0; 1)$.

- A. $m \in (-\infty; -1] \cup \{2\}$. B. $m \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \cup \{2\}$. **C. $m \in (-\infty; 1] \cup \{2\}$.** D. $m \in (-\infty; 1] \cup \{3\}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định trên $(0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x-m+2 \geq 0 \\ \sqrt{x-m+2}-1 \neq 0 \end{cases} \forall x \in (0; 1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-2 \\ \sqrt{x-m+2} \neq 1 \end{cases} \forall x \in (0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-2 \\ x \neq m-1 \end{cases} \forall x \in (0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \leq 0 \\ m-1 \geq 1 \\ m-1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 2 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vậy $m \in (-\infty; 1] \cup \{2\}$.

Câu 60: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 3mx + 4}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

A. $|m| < \frac{4}{3}$.

B. $|m| \leq \frac{4}{3}$.

C. $|m| > \frac{4}{3}$.

D. $|m| \geq \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x^2 - 3mx + 4 \geq 0$.

YCBT $\Leftrightarrow x^2 - 3mx + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\frac{-\Delta}{4a} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-9m^2 + 16}{4} \geq 0 \Leftrightarrow m^2 \leq \left(\frac{4}{3}\right)^2.$$

Câu 61: Tìm m để hàm số $y = (x-2)\sqrt{3x-m-1}$ xác định trên tập $(1; +\infty)$?

A. $m < 2$.

B. $m \leq 2$.

C. $m > 2$.

D. $m \geq 2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{ĐK: } x \geq \frac{m+1}{3} \Rightarrow D = \left[\frac{m+1}{3}; +\infty\right).$$

$$\text{Để hàm số xác định trên } (1; +\infty) \text{ thì } (1; +\infty) \subset \left[\frac{m+1}{3}; +\infty\right) \Leftrightarrow \frac{m+1}{3} \leq 1 \Leftrightarrow m+1 \leq 3 \Rightarrow m \leq 2.$$

Câu 62: Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$ là

A. $m \in [-3; 0] \cup [0; 1]$.

B. $m \in \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

C. $m \in [-3; 0]$.

D. $m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện xác định của hàm số là: } \begin{cases} x-2m+3 \geq 0 \\ x-m \neq 0 \\ -x+m+5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2m-3 \\ x \neq m \\ x < m+5 \end{cases}.$$

TH1. $2m-3 \geq m+5 \Leftrightarrow m \geq 8 \Rightarrow$ tập xác định của hàm số là: $D = \emptyset \Rightarrow m \geq 8$ loại.

TH2. $2m-3 < m+5 \Leftrightarrow m < 8 \Rightarrow$ TXĐ của hàm số là: $D = [2m-3; m+5) \setminus \{m\}$.

Để hàm số xác định trên khoảng $(0;1)$ thì $(0;1) \subset D$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m-3 \leq 0 \\ m+5 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2} \\ m \geq -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 \leq m \leq 0 \\ 1 \leq m \leq \frac{3}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right].$$

Câu 63: Tìm m để hàm số $y = \frac{x\sqrt{2}+1}{x^2+2x-m+1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m \geq 1$.

B. $m < 0$.

C. $m > 2$.

D. $m \leq 3$

Lời giải

Chọn B

Hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ khi $x^2 + 2x - m + 1 \neq 0, \forall x \Leftrightarrow \Delta = 1 + m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Câu 64: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-2(m+1)x+m^2+2m}$. Tập các giá trị của m để hàm số xác định trên

$[0;1)$ là $T = (-\infty; a) \cup [b; c) \cup [d; +\infty)$. Tính $P = a + b + c + d$.

A. $P = -2$.

B. $P = -1$.

C. $P = 2$.

D. $P = 1$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq m \\ x \neq m+2 \end{cases}$.

Do đó tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{m+2; m\}$.

Vậy để hàm số xác định trên $[0;1)$ điều kiện là:

$$m; m+2 \notin [0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 < 0 \\ m \geq 1 \\ m < 0 < 1 \leq m+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m \geq 1 \\ -1 \leq m < 0 \end{cases}.$$

Câu 65: Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1;2)$.

A. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$.

D. $-1 < m < 2$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $x - m \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m$.

Do đó hàm số xác định trên $(-1;2) \Leftrightarrow m \notin (-1;2) \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

Câu 66: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{x-m+1} + \sqrt{2x-m}$ xác định với $\forall x > 0$.

A. $m \geq 1$.

B. $m \leq 0$.

C. $m > 0$.

D. $m < 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x-m+1 \geq 0 \\ 2x-m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-1 \\ x \geq \frac{m}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Hàm số xác định với } \forall x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \leq 0 \\ \frac{m}{2} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 0.$$

Câu 67: Tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x-2m+1}$ xác định với mọi $x \in [1;3]$ là:

- A. $\{2\}$. B. $\{1\}$. C. $(-\infty; 2]$. **D. $(-\infty; 1]$.**

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi $x-2m+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2m-1$.

Hàm số xác định với mọi $x \in [1;3]$ thì $2m-1 \leq 1 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Câu 68: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{x-m+2} + \frac{1}{\sqrt{5-x}}$ có tập xác định $D = [0;5)$.

- A. $m \geq 0$. B. $m \geq 2$. C. $m \leq -2$. **D. $m = 2$.**

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số đã cho là $\begin{cases} x-m+2 \geq 0 \\ 5-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-2 \\ x < 5 \end{cases}$

Hàm số có tập xác định $D = [0;5) \Leftrightarrow m-2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 69: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{\sqrt{m+1}}{3x^2-2x+m}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

- A. $-1 \leq m \leq \frac{1}{3}$. B. $m \geq -1$. **C. $m > \frac{1}{3}$.** D. $m \geq \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \frac{\sqrt{m+1}}{3x^2-2x+m}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \geq 0 \\ 3x^2-2x+m \neq 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 1-3m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{3}.$$

Câu 70: Tìm điều kiện của m để hàm số $y = \sqrt{x^2-x+m}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$

- A. $m \geq \frac{1}{4}$.** B. $m > \frac{1}{4}$. C. $m > -\frac{1}{4}$. D. $m \leq \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \sqrt{x^2-x+m}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow x^2-x+m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 (\text{Đ do } a=1) \\ \Delta \leq 0, \Delta = 1-4m \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{4}.$$

Vậy $m \geq \frac{1}{4}$ thỏa yêu cầu bài.

Câu 71: Tìm m để hàm số $y = \frac{2\sqrt{x-2m+3}}{3(x-m)} + \frac{x-2}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$.

- A. $m \in \left[1; \frac{3}{2}\right]$. B. $m \in [-3;0]$.

C. $m \in [-3; 0] \cup [0; 1]$. **D. $m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.**

Lời giải

Chọn D

*Gọi D là tập xác định của hàm số $y = \frac{2\sqrt{x-2m+3}}{3(x-m)} + \frac{x-2}{\sqrt{-x+m+5}}$.

$$*x \in D \Leftrightarrow \begin{cases} x-2m+3 \geq 0 \\ x-m \neq 0 \\ -x+m+5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2m-3 \\ x \neq m \\ x < m+5 \end{cases}.$$

*Hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0; 1)$

$$\Leftrightarrow (0; 1) \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-3 \leq 0 \\ m+5 \geq 1 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2} \\ m \geq -4 \\ \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-4; 0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right].$$

Câu 72: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x+2m-1} + \sqrt{4-2m-\frac{x}{2}}$ xác định với mọi $x \in [0; 2]$ khi $m \in [a; b]$. Giá trị của tổng $a+b$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x) = \sqrt{x+2m-1} + \sqrt{4-2m-\frac{x}{2}}$ xác định khi: $\begin{cases} x \geq 1-2m \\ x \leq 8-4m \end{cases}$

Hàm số xác định trên $[0; 2]$ nên

$$1-2m \leq 0 \leq 2 \leq 8-4m \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq m \leq \frac{3}{2} \Rightarrow m \in \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right] \Rightarrow a+b=2$$

Câu 73: Tìm m để hàm số $y = \sqrt{-2x+3m+2} + \frac{x+1}{2x+4m-8}$ xác định trên khoảng $(-\infty; -2)$.

A. $m \in [-2; 4]$.

B. $m \in [-2; 3)$.

C. $m \in (-2; 3]$.

D. $m \in [-2; 3]$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số là tập hợp các giá trị của x thỏa mãn điều kiện:

$$\begin{cases} -2x+3m+2 \geq 0 \\ 2x+4m-8 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3m+2}{2} \\ x \neq 4-2m \end{cases}.$$

Để hàm số xác định trên khoảng $(-\infty; -2)$ cần có: $\begin{cases} \frac{3m+2}{2} \geq -2 \\ 4-2m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m \leq 3 \end{cases} \Rightarrow m \in [-2; 3].$

Câu 74: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để tập xác định của hàm số

$$y = \frac{2}{x-2m} + \sqrt{7m+1-2x} \text{ chứa đoạn } [-1;1]?$$

A. 0

B. 1

C. 2

D. Vô số

Lời giải

Đáp án A.

Hàm số xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} x-2m \neq 0 \\ 7m+1-2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2m \\ x \leq \frac{7m+1}{2} \end{cases}$$

Để tập xác định của hàm số chứa đoạn $[-1;1]$ thì ta phải có

$$\begin{cases} \frac{7m+1}{2} \geq 1 \\ 2m > 1 \\ 2m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1/7 \\ m > 1/2 \\ m < -1/2 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}.$$

Vậy không có giá trị nguyên âm nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 75: Cho hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{m-2x}$ với $m \geq -2$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để tập xác định của hàm số có độ dài bằng 1?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Lời giải

Đáp án A.

Điều kiện xác định của hàm số:

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ m-2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq \frac{m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq \frac{m}{2}$$

Vậy $D = \left[-1; \frac{m}{2}\right]$. Độ dài của D bằng 1 khi và chỉ khi $\frac{m}{2} - (-1) = 1 \Leftrightarrow m = 0$.

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

2-XÁC ĐỊNH SỰ BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ CHO TRƯỚC

Câu 76: Chọn khẳng định đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến trên K nếu $\forall x_1; x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1; x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1; x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1; x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

Lời giải

Chọn D

Lí thuyết định nghĩa hàm số đồng biến, nghịch biến

Câu 77: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = 1 - 2x$

B. $y = 3x + 2$

C. $y = x^2 + 2x - 1$

D. $y = -2(2x - 3)$.

Lời giải

Chọn B

$y = 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ vì có hệ số góc $a = 3 > 0$.

Câu 78: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x$.

B. $y = -2x$.

C. $y = 2x$.

D. $y = \frac{1}{2}x$

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = ax + b$ với $a \neq 0$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a < 0$.

Câu 79: Xét sự biến thiên của hàm số $f(x) = \frac{3}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

D. Hàm số không đồng biến, không nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\forall x_1, x_2 \in (0; +\infty): x_1 \neq x_2$$

$$f(x_2) - f(x_1) = \frac{3}{x_2} - \frac{3}{x_1} = \frac{-3(x_2 - x_1)}{x_2 x_1} \Rightarrow \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = -\frac{3}{x_2 x_1} < 0$$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 80: Hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty; 2)$.

B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

□ Lấy $x_1, x_2 \in (-\infty; 1)$ sao cho $x_1 < x_2$.

$$\text{Xét } y_1 - y_2 = \frac{2x_1+1}{x_1-1} - \frac{2x_2+1}{x_2-1} = \frac{2x_1x_2 - 2x_1 + x_2 - 1 - 2x_2x_1 + 2x_2 - x_1 + 1}{(x_1-1)(x_2-1)} = \frac{3(x_2 - x_1)}{(x_1-1)(x_2-1)}$$

Với $x_1, x_2 \in (-\infty; 1)$ và $x_1 < x_2$, ta có $x_2 - x_1 > 0$; $x_1 - 1 < 0$; $x_2 - 1 < 0 \Rightarrow y_1 - y_2 > 0 \Leftrightarrow y_1 > y_2$

Do đó hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$

□ Lấy $x_1, x_2 \in (1; +\infty)$ sao cho $x_1 < x_2$.

$$\text{Xét } y_1 - y_2 = \frac{2x_1+1}{x_1-1} - \frac{2x_2+1}{x_2-1} = \frac{2x_1x_2 - 2x_1 + x_2 - 1 - 2x_2x_1 + 2x_2 - x_1 + 1}{(x_1-1)(x_2-1)} = \frac{3(x_2 - x_1)}{(x_1-1)(x_2-1)}$$

Với $x_1, x_2 \in (1; +\infty)$ và $x_1 < x_2$, ta có $x_2 - x_1 > 0$; $x_1 - 1 > 0$; $x_2 - 1 > 0 \Rightarrow y_1 - y_2 > 0 \Leftrightarrow y_1 > y_2$

Do đó hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

3- XÁC ĐỊNH SỰ BIẾN THIÊN THÔNG QUA ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Câu 81: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$

B. $(1; +\infty)$

C. $(-2; 2)$

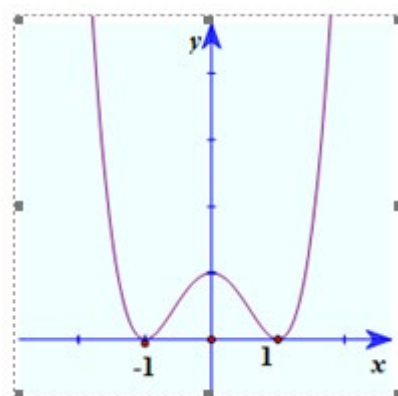
D. $(0; 1)$

Lời giải

Ta thấy trong khoảng $(0; 1)$, mũi tên có chiều đi xuống. Do đó hàm số nghịch biến trong khoảng $(0; 1)$.

Đáp án D.

Câu 82: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ.



Chọn đáp án sai.

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Lời giải

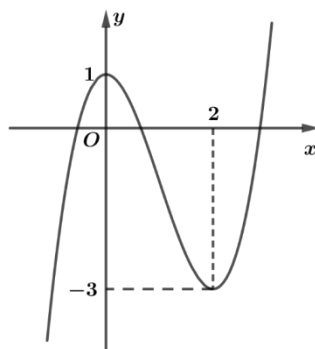
Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta thấy:

Hàm số nghịch biến trong các khoảng: $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Hàm số đồng biến trong các khoảng: $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 83: Cho hàm số có đồ thị như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

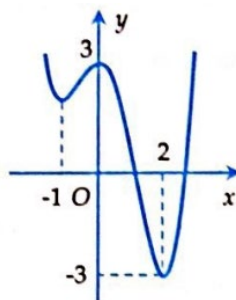
- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Trên khoảng $(0; 2)$, đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải nên hàm số nghịch biến.

Câu 84: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$

Lời giải

Đáp án C.

Quan sát trên đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đi lên trên khoảng $(-1; 0)$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

4-MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Câu 85: Cho hàm số $y = x^2 + x + 1$, điểm nào thuộc đồ thị hàm số

- A.** $(1; 3)$. **B.** $(-1; -1)$. **C.** $(2; 3)$. **D.** $(1; 0)$.

Câu 86: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số đã cho?

- A.** $(-2; 0)$. **B.** $(1; 1)$. **C.** $(-2; -12)$. **D.** $(1; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm vào hàm số ta thấy chỉ có điểm $(-2;0)$ thỏa mãn.

Câu 87: Cho (P) có phương trình $y = x^2 - 2x + 4$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị (P) .

- A. $Q(4;2)$. B. $N(-3;1)$. C. $P(4;0)$. D. $M(-3;19)$.

Lời giải

Chọn D

Thử trực tiếp thấy tọa độ của $M(-3;19)$ thỏa mãn phương trình (P) .

Câu 88: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x(x-2)}$?

- A. $M(2;1)$. B. $N(-1;0)$. C. $P(2;0)$. D. $Q\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{x+1}{x(x-2)}$$

$$\text{Ta có: } f(-1) = \frac{-1+1}{-1(-1-2)} = 0.$$

Câu 89: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-1}$?

- A. $M_1(2;1)$. B. $M_2(1;1)$. C. $M_3(2;0)$. D. $M_4(0;-2)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{1}{x-1}, \text{ ta có } f(2) = \frac{1}{2-1} = 1.$$

Câu 90: Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y = x + 3 + \sqrt{x-2}$?

- A. $M(3;0)$. B. $N(1;2)$. C. $P(5;8+\sqrt{3})$. D. $Q(5;8)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } f(x) = x + 3 + \sqrt{x-2}, \text{ ta có } f(5) = 5 + 3 + \sqrt{5-2} = 8 + \sqrt{3}.$$

Câu 91: Điểm sau đây không thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x}$?

- A. $A(2;0)$. B. $B\left(3;\frac{1}{3}\right)$. C. $C(1;-1)$. D. $D(-1;-3)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } f(x) = x + 3 + \sqrt{x-2}, \text{ ta có } f(5) = 5 + 3 + \sqrt{5-2} = 8 + \sqrt{3}.$$

Câu 92: Tìm m để đồ thị hàm số $y = 4x + m - 1$ đi qua điểm $A(1;2)$.

- A. $m = 6$. B. $m = -1$. C. $m = -4$. D. $m = 1$.

Lời giải**Chọn B**

Đồ thị hàm số $y = 4x + m - 1$ đi qua điểm $A(1; 2)$ suy ra $2 = 4.1 + m - 1 \Rightarrow m = -1$

Câu 93: Đồ thị hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x \leq 2 \\ x^2-3 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ đi qua điểm có tọa độ nào sau đây?

- A. $(0; -3)$ B. $(3; 6)$ C. $(2; 5)$ D. $(2; 1)$

Lời giải**Chọn B**

Thay tọa độ điểm $(0; -3)$ vào hàm số ta được : $f(0) = 3 \neq -3$ nên loại đáp án A

Thay tọa độ điểm $(3; 6)$ vào hàm số ta được : $f(3) = 9 - 3 = 6$, thỏa mãn nên chọn đáp án B

Câu 94: Đồ thị của hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \leq 2 \\ -3 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $(0; -3)$ B. $(3; 7)$ C. $(2; -3)$ D. $(0; 1)$

Lời giải

Với $x = 0 < 2$ thì $y = f(0) = 2.0 + 1 = 1$.

Vậy đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm $(0; 1)$.

Đáp án D.

Câu 95: Cho hàm số $y = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{khi } x \geq 1 \\ \frac{5-2x}{x-1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số?

- A. $(4; -1)$. B. $(-2; -3)$. C. $(-1; 3)$. D. $(2; 1)$.

Lời giải**Chọn B**

Ta thấy $\frac{5-2.(-2)}{-2-1} = -3$. Nên $(-2; -3)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Câu 96: Cho hàm số $y = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{khi } x \geq 1 \\ \frac{5-2x}{x-1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số?

- A. $(4; -1)$. B. $(-2; -3)$. C. $(-1; 3)$. D. $(2; 1)$.

Lời giải**Chọn B**

Ta thấy $\frac{5-2.(-2)}{-2-1} = -3$. Nên $(-2; -3)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Câu 97: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+a}{x+5}$ có $f(-4) = 13$. Khi đó giá trị của a là

- A. $a = 11$. B. $a = 21$. C. $a = -3$. D. $a = 3$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $f(-4) = \frac{2 \cdot (-4) + a}{-4 + 5} = 13 \Leftrightarrow a = 21$.

Câu 98: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 1; & \text{khi } x \leq 1 \\ -x + 2 & ; \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tính $f(-2)$.

A. -1.

B. 4.

C. -7.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 1; & \text{khi } x \leq 1 \\ -x + 2 & ; \text{khi } x > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(-2) = (-2)^2 + 3 \cdot (-2) + 1 = -1.$$

Câu 99: Hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x-2}-3}{x-1} & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tính $P = f(2) + f(-2)$.

A. $P = 3$.

B. $P = \frac{7}{3}$.

C. $P = 6$.

D. $P = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } P = f(2) + f(-2) = \frac{2\sqrt{2-2}-3}{2-1} + [(-2)^2 + 2] = 3.$$

Câu 100: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x+2}-3}{x-1} & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 + 1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tính $P = f(2) + f(-2)$.

A. $P = \frac{5}{3}$.

B. $P = \frac{8}{3}$.

C. $P = 6$.

D. $P = 4$.

Lời giải

Chọn C

$$P = f(2) + f(-2) = \frac{2\sqrt{2+2}-3}{2-1} + (-2)^2 + 1 = 6.$$

Câu 101: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x > 0 \\ 3x^2 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Giá trị của biểu thức $P = f(-1) + f(1)$ là:

A. -2.

B. 0.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$f(-1) = 3 \cdot (-1)^2 = 3.$$

$$f(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1.$$

$$\text{Vậy } P = f(-1) + f(1) = 3 + 1 = 4.$$

Câu 102: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 1-x & x \geq 1 \\ 2x-1 & x < 1 \end{cases}$. Giá trị của biểu thức $T = f(-1) + f(1) + f(5)$ là

A. $T = -2$.

B. $T = -7$.

C. $T = 6$.

D. $T = 7$.

Lời giải**Chọn B**

Vì $-1 < 1$ nên $f(-1) = 2 \cdot (-1) - 1 = -3$, và $f(1) = 1 - 1 = 0$

Vì $5 > 1$ nên $f(5) = 1 - 5 = -4$

Vậy $T = f(-1) + f(1) + f(5) = -3 + 0 - 4 = -7$.

Câu 103: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-1}{x-1} & \text{khi } x > 4 \\ 3-x & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$. Tính $f(5) + f(-5)$.

A. $-\frac{5}{2}$.

B. $\frac{15}{2}$.

C. $\frac{17}{2}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải**Chọn C**

$$f(5) + f(-5) = \frac{\sqrt{5+4}-1}{5-1} + 3 + 5 = \frac{1}{2} + 8 = \frac{17}{2}.$$

Câu 104: Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe honda Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 (triệu đồng) và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

A. 30 triệu đồng.

B. 29 triệu đồng.

C. 30,5 triệu đồng.

D. 29,5 triệu đồng.

Chọn C.

Gọi x (triệu) đồng là số tiền mà doanh nghiệp A dự định giảm giá; ($0 \leq x \leq 4$).

Khi đó:

Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là $31 - x - 27 = 4 - x$ (triệu đồng).

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là $600 + 200x$ (chiếc).

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là

$$f(x) = (4 - x)(600 + 200x) = -200x^2 + 200x + 2400.$$

Chuyên đề: HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

Bài 2: HÀM SỐ BẬC HAI

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT:

1. Hàm số bậc hai

Hàm số bậc hai là hàm số cho bởi công thức: $y = ax^2 + bx + c$, trong đó x là biến số, a, b, c là các hằng số và $a \neq 0$.

Tập xác định của hàm số bậc hai là $\mathbb{R}$.

Chú ý :

+ Khi $a = 0, b \neq 0$, hàm số trở thành hàm số bậc nhất $y = bx + c$.

+ Khi $a = b = 0$, hàm số trở thành hàm hằng $y = c$.

2. Đồ thị của hàm số bậc hai

a) Đồ thị hàm số $y = ax^2, a \neq 0$ là một parabol có đỉnh là gốc tọa độ, có trục đối xứng là trục tung (là đường thẳng $x = 0$). Parabol này quay bề lõm lên trên nếu $a > 0$, xuống dưới nếu $a < 0$.

b) Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ là một parabol có:

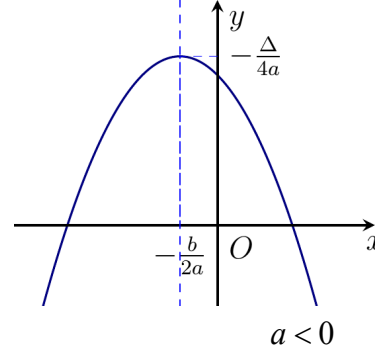
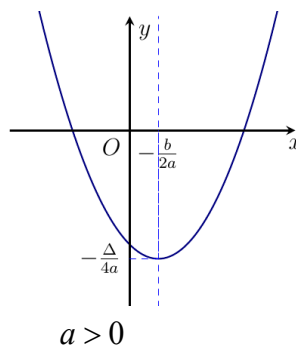
+ Đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

+ Trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$.

+ Bề lõm hướng lên trên nếu $a > 0$, hướng xuống dưới nếu $a < 0$.

+ Giao điểm với trục tung là $M(0; c)$.

+ Số giao điểm với trục hoành bằng số nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$.



Bảng biến thiên

$a > 0$		
x	$-\infty$	$+\infty$
y	$+\infty$	$+\infty$
	$-\frac{\Delta}{4a}$	

$a < 0$		
x	$-\infty$	$+\infty$
y	$-\infty$	$-\infty$
	$-\frac{\Delta}{4a}$	

+ Khi $a > 0$, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$ + Khi $a < 0$, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$

và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.

và nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-\frac{\Delta}{4a}$ khi $x = -\frac{b}{2a}$

Giá trị lớn nhất của hàm số là $-\frac{\Delta}{4a}$ khi $x = -\frac{b}{2a}$

B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

1. Dạng 1-Nhận biểu hàm số bậc hai. Tính giá trị của hàm số bậc hai

Phương pháp : Dùng định nghĩa hàm số bậc hai

I. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1: Trong những hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc hai ?

a) $y = 2x + 3$.

b) $y = 10$

c) $y = \frac{3x-1}{2x+1}$.

d) $y = 4 - x^2$

e) $y = 2x^2 + 4x - 1$.

f) $y = 2\sqrt{x+2} - 3$.

g) $y = 2022x^2$

Lời giải

Những hàm số là hàm số bậc hai

+d) $y = 4 - x^2$, e) $y = 2x^2 + 4x - 1$. g) $y = 2022x^2$

Ví dụ 2: Cho hàm số $y = -2x^2 + 4x - 5$.

Tìm giá trị y tương ứng với giá trị x trong bảng sau

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

Lời giải

Giá trị y tương ứng với giá trị x trong bảng là

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-35	-21	-11	-5	-3	-5	-11

2. Dạng 2-Xác định tọa độ đỉnh-trục đối xứng của (P)

Phương pháp : Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ là một parabol có:

Cách 1: + Tìm $x = -\frac{b}{2a}$.

+ Thế $x = -\frac{b}{2a}$ vào $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ ta được $y = -\frac{\Delta}{4a}$.

Kết luận Đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$. Trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$.

Cách 2:(Sử dụng cho trắc nghiệm)*Dùng máy tính Casio-Mode-5-3. Bỏ qua hai nghiệm là tọa độ đỉnh parabol.

I. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1: Tìm trục đối xứng của đồ thị các hàm số sau :

a) $y = 2x^2$

b) $y = x^2 - 4x$

c) $y = 2x^2 + 4x - 1$.

d) $y = 3 - 2x^2$.

Lời giải

$$a) y = 2x^2. \text{ Ta có } a = 2, b = 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2.2} = 0.$$

Vậy trục đối xứng là đường thẳng $x = 0$.

$$b) y = x^2 - 4x. \text{ Ta có } a = 1, b = -4 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2.1} = 2$$

Vậy trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$.

$$c) y = 2x^2 + 4x - 1. \text{ Ta có: } -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2.2} = -1$$

Vậy trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$.

$$d) y = 3 - 2x^2. \text{ Ta có } a = -2, b = 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2.(-2)} = 0$$

Vậy trục đối xứng là đường thẳng $x = 0$.

Ví dụ 2: Tìm tọa độ đỉnh của các Parabol sau:

- a) $y = -3x^2$ b) $y = x^2 + 2x$
c) $y = 5 - 4x - x^2$. d) $y = x^2 - 1$.

Lời giải

$$a) y = -3x^2$$

$$\text{Ta có } a = -3, b = 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2.(-3)} = 0.$$

$$\text{Thế } x = 0 \text{ vào } y = -3x^2 \text{ ta được } y = -3.0^2 = 0.$$

Vậy tọa độ đỉnh của Parabol là $O(0;0)$.

$$b) y = x^2 + 2x$$

$$\text{Ta có } a = 1, b = 2 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2.1} = -1$$

$$\text{Thế } x = -1 \text{ vào } y = x^2 + 2x \text{ ta được } y = (-1)^2 + 2(-1) = -1$$

Vậy tọa độ đỉnh của Parabol là $I(-1;-1)$.

$$c) y = 5 - 4x - x^2.$$

$$\text{Ta có } a = -1, b = -4 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = -\frac{(-4)}{2.(-1)} = -2$$

$$\text{Thế } x = -2 \text{ vào } y = 5 - 4x - x^2. \text{ ta được } y = 5 - 4(-2) - (-2)^2 = 9.$$

Vậy tọa độ đỉnh của Parabol là $I(-2;9)$.

$$d) y = x^2 - 1.$$

$$\text{Ta có } a = 1, b = 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 0.$$

$$\text{Thế } x = 0 \text{ vào } y = x^2 - 1. \text{ ta được } y = 0^2 - 1 = -1.$$

Vậy tọa độ đỉnh của Parabol là $I(0;-1)$.

II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM :

Câu 1. Hàm số nào sau đây là hàm số bậc hai:

- A. $y = 2x + 3$. B. $y = \frac{3x-1}{2x+1}$. C. $y = 2x^2 + 4x - 1$. D. $y = 2\sqrt{x+2} - 3$.

Câu 2. Cho hàm số $y = 4x^2 - 3x + 1$, điểm nào thuộc đồ thị hàm số:

A. $N(1;2)$

B. $Q(0;-1)$

C. $P(-2;10)$

D. $M(2;1)$

Câu 3. Cho hàm số $y = 2x^2 + 6x + 3$ có đồ thị (P) . Trục đối xứng của (P) là

A. $x = -\frac{3}{2}$

B. $y = -\frac{3}{2}$

C. $x = -3$

D. $x = 3$

Câu 4. Cho hàm số $y = x^2 + 4x$ có đồ thị (P) . Hoành độ đỉnh của (P) là

A. $x = 0$.

B. $y = 0$.

C. $x = -2$.

D. $y = -2$.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^2 - 2$ có đồ thị (P) . Tọa độ đỉnh của (P) là

A. $(0;-2)$

B. $(1;-1)$

C. $(-1;3)$

D. $(2;2)$

Câu 6. Tung độ đỉnh của đồ thị hàm số $y = -2x^2 + 2x - 2$ là

A. $x = \frac{1}{2}$.

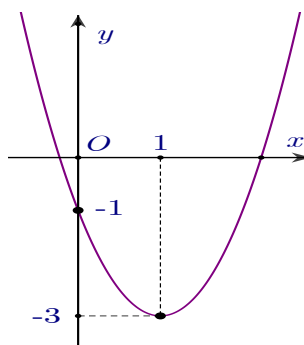
B. $x = -\frac{3}{2}$.

C. $y = -\frac{3}{2}$.

D. $y = \frac{1}{2}$.

Câu 7. Cho Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có

đồ thị hình vẽ bên. Tìm trục đối xứng của (P) .



A. $x = 1$.

B. $y = 1$.

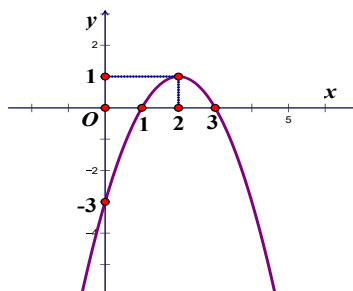
C. $y = 3$.

D. $x = 3$.

Câu 8.

Cho Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị

hình bên. Tìm tọa độ đỉnh của (P) .



A. $(3;0)$.

B. $(1;0)$.

C. $(2;1)$.

D. $(0;-3)$.

Câu 9. Cho Parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$. Tọa độ đỉnh của Parabol là

A. $I(-2;15)$.

B. $I(2;-1)$.

C. $I(4;3)$.

D. $I(-4;35)$.

Câu 10. Đồ thị hàm số bậc hai nào dưới đây có tọa độ đỉnh $I(2;-5)$.

A. $y = -x^2 + 4x - 9$ **B.** $y = x^2 - 4x - 1$ **C.** $y = x^2 + 4x - 17$ **D.** $y = x^2 - 2x - 5$.

Câu 11. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị (P) . Khi đó, tọa độ đỉnh của (P) là:

A. $I\left(-\frac{b}{a}; -\frac{\Delta}{a}\right)$

B. $I\left(-\frac{b}{2a}; \frac{\Delta}{4a}\right)$

C. $I\left(\frac{b}{2a}; \frac{\Delta}{2a}\right)$

D. $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$

Câu 12: Parabol $y = 3x^2 - 2x + 1$ có đỉnh là

A. $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

B. $I\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

C. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

D. $I\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

Câu 13: Tọa độ đỉnh I của parabol (P): $y = x^2 - 4x$ là

A. $I(2; -4)$.

B. $I(-2; -4)$.

C. $I(2; 4)$.

D. $I(-1; -4)$.

Câu 14: Parabol $y = x^2 - 4x + 3$ có trục đối xứng là

A. $x = 3$

B. $x = 2$

C. $x = 4$

D. $x = -2$

Câu 15: Trục đối xứng của parabol $y = -x^2 + 5x + 3$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = \frac{5}{4}$.

B. $x = -\frac{5}{2}$.

C. $x = -\frac{5}{4}$.

D. $x = \frac{5}{2}$.

Câu 16: Tìm parabol (P): $y = ax^2 + 3x - 2$, biết rằng parabol có trục đối xứng $x = -3$.

A. $y = x^2 + 3x - 2$. B. $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 2$. C. $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x - 2$. **D. $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2$.**

Lời giải

Chọn D.

Trục đối xứng của (P) có dạng:

$$x = -\frac{b}{2a} = -3 \Leftrightarrow -\frac{3}{2a} = -3 \Leftrightarrow -3 = -6a \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}.$$

Vậy (P) có phương trình: $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2$.

Câu 17: Tìm m để Parabol (P): $y = mx^2 - 2x + 3$ có trục đối xứng đi qua điểm $A(2; 3)$.

A. $m = 2$.

B. $m = -1$.

C. $m = 1$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Với $m = 0$ ta có phương trình $y = -2x + 3$ là phương trình đường thẳng nên loại $m = 0$.

Với $m \neq 0$. Ta có phương trình của Parabol:

$$\text{Trục đối xứng: } x = -\frac{-2}{2m} \Leftrightarrow x = \frac{1}{m}.$$

Trục đối xứng đi qua điểm $A(2; 3)$ nên $2 = \frac{1}{m} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

Câu 18: Để đồ thị hàm số $y = mx^2 - 2mx - m^2 - 1$ ($m \neq 0$) có đỉnh nằm trên đường thẳng $y = x - 2$ thì m nhận giá trị nằm trong khoảng nào dưới đây?

A. $(2; 6)$.

B. $(-\infty; -2)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-2; 2)$.

Lời giải

Chọn D.

Đồ thị hàm số $y = mx^2 - 2mx - m^2 - 1$ ($m \neq 0$) có đỉnh là $I(1; -m^2 - m - 1)$.

Để $I(1; -m^2 - m - 1)$ nằm trên đường thẳng $y = x - 2$ thì $-m^2 - m - 1 = -1 \Leftrightarrow m^2 + m = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (l)} \\ m = -1 \text{ (n)} \end{cases}. \text{ Vậy } m = -1 \in (-2; 2).$$

Câu 18: Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + 2$. Xác định hệ số a, b biết (P) có đỉnh $I(2; -2)$.

A. $a = -1, b = 4$.

B. $a = 1, b = 4$.

C. $a = 1, b = -4$.

D. $a = 4, b = -1$.

Lời giải

Chọn C.

+ Điều kiện: $a \neq 0$.

+ (P) có đỉnh $I(2; -2)$ nên ta có hệ:
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ -2 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + b = 0 \\ 4a + 2b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}.$$

3. Dạng 3– Vẽ đồ thị hàm số bậc hai

- Xác định chiều biến thiên của hàm số bậc hai

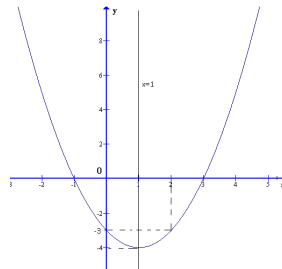
Phương pháp :

*Vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ta tiến hành các bước

- Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.
 - Vẽ trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$.
 - Xác định các giao điểm của parabol với các trục tọa độ (nếu có) và một vài điểm đặc biệt trên đồ thị.
 - Vẽ parabol. (Khi vẽ parabol chú ý hệ số a để quay bề lõm lên trên hay xuống dưới)
- *Từ đồ thị suy ra khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số

I-BÀI TẬP TỰ LUẬN:

Ví dụ 1: Cho đồ thị của hàm số bậc hai như hình vẽ

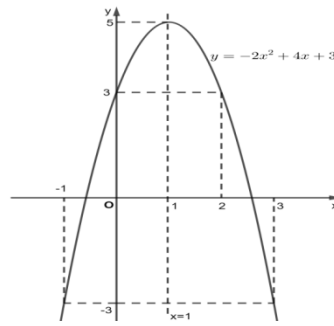


- Tìm tọa độ đỉnh của đồ thị
- Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số
- Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số
- Tìm tập xác định và tập giá trị của hàm số

Lời giải

- Tìm tọa độ đỉnh của đồ thị là $I(1; -4)$
- Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y = -4$ khi $x = 1$
- Tập xác định của hàm số là R , tập giá trị là $[-4; +\infty)$

Ví dụ 2: Cho đồ thị của hàm số bậc hai như hình vẽ



- Tìm tọa độ đỉnh của đồ thị
- Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số
- Tìm giá trị lớn nhất của hàm số
- Tìm tập xác định và tập giá trị của hàm số

Lời giải

- Tìm tọa độ đỉnh của đồ thị là $I(1;5)$
- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$
- Giá trị lớn nhất của hàm số là $y = 5$ khi $x = 1$
- Tập xác định của hàm số là R , tập giá trị là $(-\infty; 5]$

Ví dụ 3: Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến và tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số số $f(x) = x^2 - 4x + 5$?

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 4x + 5$ ($a = 1 > 0$)

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Tọa độ đỉnh của đồ thị $I(2;1)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$, đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y = 1$ khi $x = 2$.

Ví dụ 4: Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 5$. Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số.

Lời giải

Hàm số $y = -x^2 + 4x + 5$ có hệ số $a = -1 < 0$; tọa độ đỉnh của đồ thị hàm số là $I(2;9)$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	9	$-\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y = 9$ khi $x = 2$.

Ví dụ 5: a) Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 3$

b) Từ đồ thị hãy tìm khoảng đồng biến, nghịch biến và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 2x - 3$

c) Từ đồ thị, hãy tìm các giá trị x sao cho $y > 0$.

Lời giải

a) Ta có $a = 1 > 0$ nên đồ thị quay bề lõm lên trên

+ Tọa độ đỉnh $I(1; -4)$.

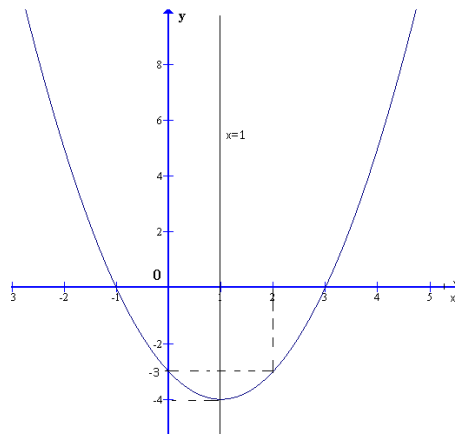
+ Trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$.

+ Cho $x = 0 \Rightarrow y = -3$. Giao điểm với trục Oy là $A(0; -3)$.

Cho $x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$. Giao điểm với trục hoành $B(-1; 0); C(3; 0)$.

Điểm đối xứng với điểm $A(0; -3)$ qua đường thẳng $x = 1$ là $D(2; -3)$.

Vẽ parabol đi qua các điểm được xác định ở trên ta được đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 3$.



b) Từ đồ thị ta suy ra

Hàm số $y = x^2 - 2x - 3$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y = -4$ khi $x = 1$.

c) Từ đồ thị ta suy ra các giá trị x sao cho $y > 0$ là $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

Ví dụ 6: Cho hàm số $y = -2x^2 + 4x + 3$ có đồ thị là parabol (P). Lập bảng biến thiên của hàm số đã cho và vẽ parabol (P).

Lời giải

* Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $-\frac{b}{2a} = 1; -\frac{\Delta}{4a} = 5$

Vì $a = -2 < 0$ nên ta có bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^2 + 4x + 3$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	5	$-\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$, nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

* Vẽ (P): $y = -2x^2 + 4x + 3$.

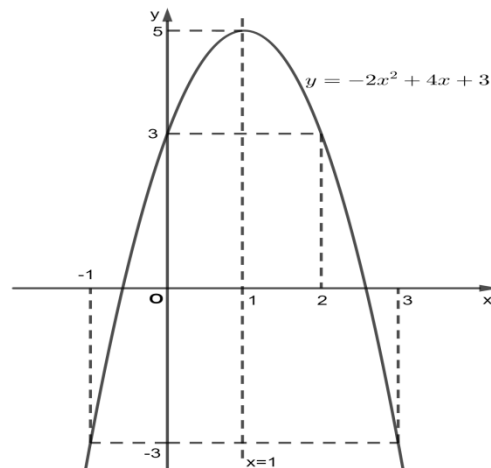
Tọa độ đỉnh $I(1; 5)$.

Trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$.

Bảng giá trị

x	-1	0	1	2	3
y	-3	3	5	3	-3

Đồ thị:



Ví dụ 7: Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ có đồ thị là (P) . Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) . Từ đó tìm các giá trị của tham số m sao cho phương trình $x^2 - 2x + 3 - m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Lời giải

*Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) .

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đồ thị có đỉnh $I(1; 2)$ và có trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$.

Bảng biến thiên

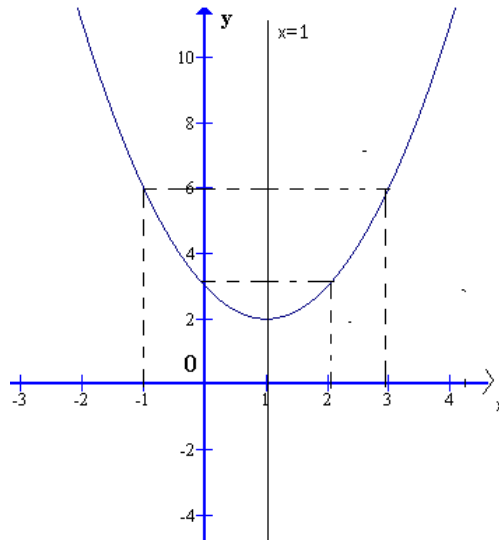
x	$-\infty$ $+\infty$	1
y	$+\infty$ $+\infty$	2

Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

Giao điểm với trục Oy là điểm $(0; 3)$. Điểm đối xứng với điểm $(0; 3)$ qua đường thẳng $x = 1$ là $(2; 3)$.

Một số điểm khác thuộc đồ thị là $(-1; 6), (3; 6)$

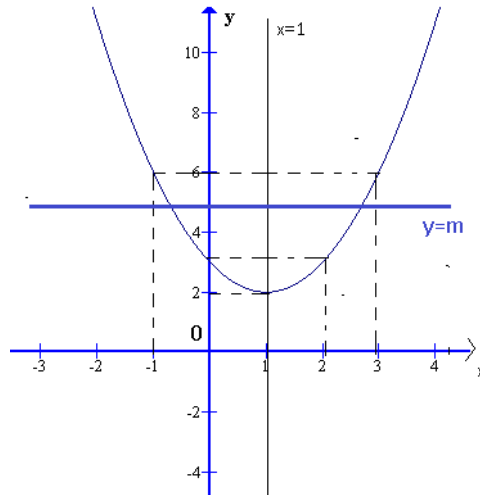
Vẽ parabol đi qua các điểm được xác định ở trên ta được đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ (hình vẽ).



*Tìm các giá trị của tham số m sao cho phương trình $x^2 - 2x + 3 - m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Ta có $x^2 - 2x + 3 - m = 0 \Leftrightarrow m = x^2 - 2x + 3$.

Vậy số nghiệm của phương trình đã cho là số giao điểm của đường thẳng $y = m$ với $(P): y = x^2 - 2x + 3$.



Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt $(P): y = x^2 - 2x + 3$ tại 2 điểm khi $m > 2$.

Vậy phương trình $x^2 - 2x + 3 - m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khi $m > 2$.

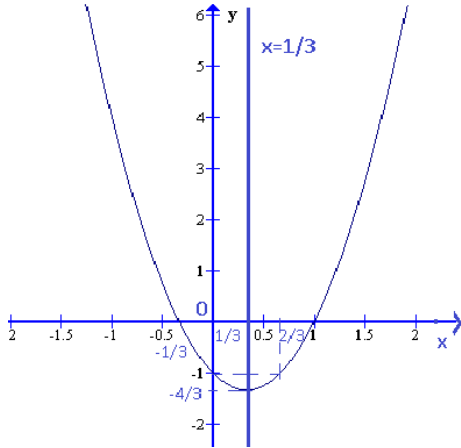
Ví dụ 8: Cho hàm số $y = f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ có đồ thị (P) .

- Vẽ đồ thị (P) .
- Từ đồ thị (P) hãy tìm giá trị x sao cho $y \leq 0$.
- Từ đồ thị (P) hãy suy ra đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$
- Tìm m để phương trình $|f(x)| - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Lời giải

- Vẽ đồ thị (P) .

- Tọa độ đỉnh $I\left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}\right)$.
- Trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{1}{3}$.
- Giao điểm với trục tung $A(0; -1)$.
- Giao điểm với trục hoành $B(1; 0); C\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$.
- Điểm đối xứng với $A(0; -1)$ qua đường thẳng $x = \frac{1}{3}$ là $A\left(\frac{2}{3}; -1\right)$
- Đồ thị hình vẽ.



b) Từ đồ thị (P) hãy tìm giá trị x sao cho $y \leq 0$ là $-\frac{1}{3} \leq x \leq 1$.

c) Từ đồ thị (P) hãy suy ra đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$

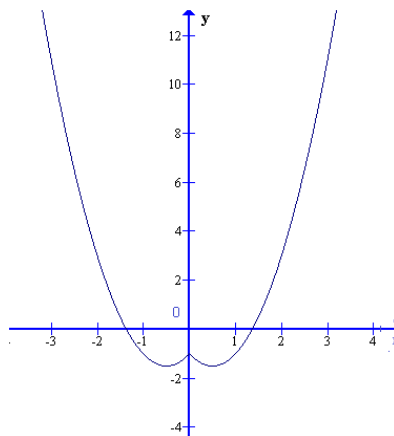
Ta có $y = f(|x|) = f(x)$ nếu $x \geq 0$. Hơn nữa $f(|x|) = f(|-x|)$ nên đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Do đó đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ gồm hai phần

Phần 1: là phần đồ thị (P) phần nằm bên phải trục Oy

Phần 2: đối xứng của phần 1 qua trục Oy .

Từ đó suy ra đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ hình vẽ.



d) Tìm m để phương trình $|f(x)| - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Ta có $|f(x)| - m = 0 \Leftrightarrow |f(x)| = m$

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| - m = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$.

*Vẽ đồ thị hàm số (P)

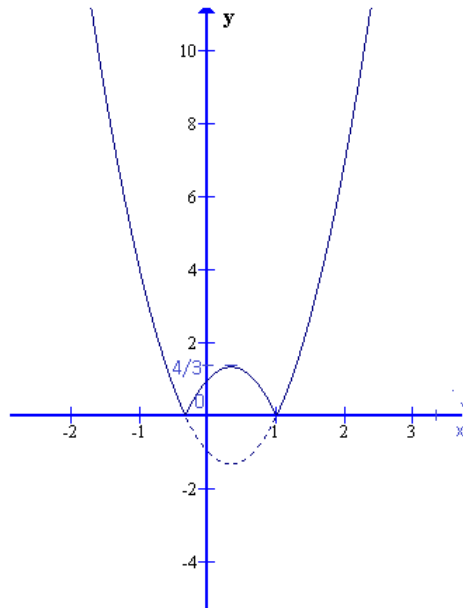
Ta có $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \end{cases}$.

Do đó đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ gồm hai phần

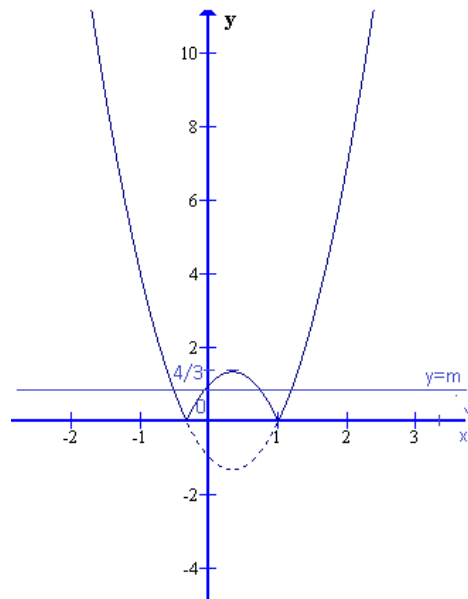
Phần 1: là phần đồ thị (P) phần nằm phía trên trục hoành

Phần 2: đối xứng với phần của (P) nằm dưới trục hoành qua trục hoành.

Từ đó suy ra đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ hình vẽ.

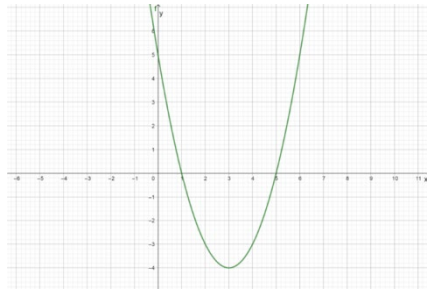


Để phương trình $|f(x)| - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ tại 4 điểm phân biệt.



Dựa vào đồ thị ta suy ra $0 < m < \frac{4}{3}$ là giá trị cần tìm.

Ví dụ 9: Cho hàm số $y = x^2 - 6x + 5$ có đồ thị (P) như hình vẽ bên dưới. Dựa vào đồ thị, tìm các giá trị của tham số m để phương trình: $2x^2 - 12x + 6m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt dương.



Lời giải

Phương trình: $2x^2 - 12x + 6m - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = -3m + \frac{11}{2}$ (1).

Phương trình (1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (P) $y = x^2 - 6x + 5$ và đường thẳng $(d) y = -3m + \frac{11}{2}$.

Số nghiệm của phương trình (1) chính bằng số giao điểm của (P) và (d) .

Dựa vào đồ thị ta thấy, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -4 < -3m + \frac{11}{2} < 5 \Leftrightarrow \frac{1}{6} < m < \frac{19}{6}$.

Vậy $\frac{1}{6} < m < \frac{19}{6}$.

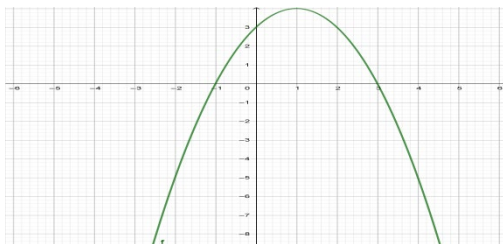
Ví dụ 10: Tìm m để phương trình $|-x^2 + 2|x| + 3| - 5m + 2 = 0$ có 6 nghiệm thực phân biệt?

Lời giải

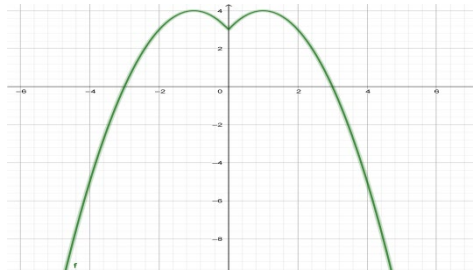
Ta có $|-x^2 + 2|x| + 3| = 5m - 2$

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |-x^2 + 2|x| + 3|$ và đường thẳng $y = 5m - 2$

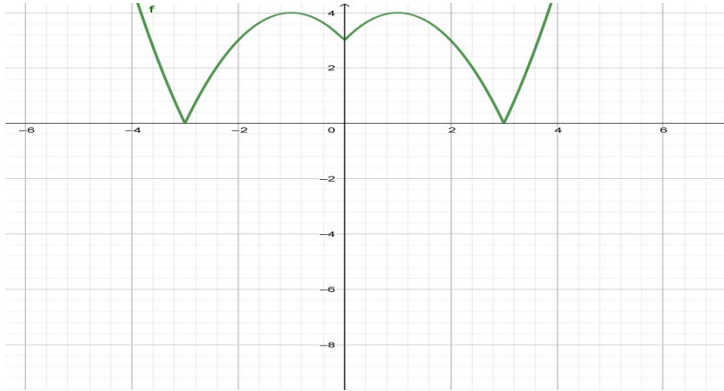
- Vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 2|x| + 3$,



Suy ra đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2|x| + 3$



Suy ra đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2|x| + 3$

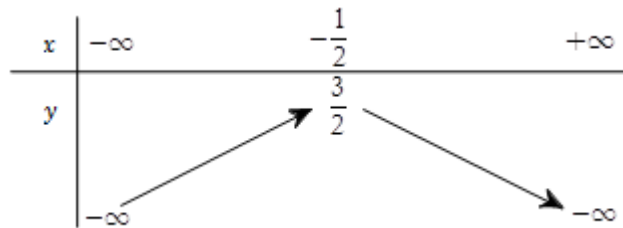


$$3 < 5m - 2 < 4 \Leftrightarrow 1 < m < \frac{6}{5}$$

Phương trình có 6 nghiệm khi và chỉ khi

II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1 : Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có bảng biến thiên như hình vẽ. Chọn khẳng định sai.



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ **B. Hàm số tăng trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.**

C. Hàm số giảm trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Đỉnh $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$, $a < 0$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 2 : Bảng biến thiên nào dưới đây là bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$?

A.

B.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-1	$+\infty$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y	$+\infty$	15	$+\infty$

C.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y	$-\infty$	15	$-\infty$

D.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	-1	$-\infty$

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ là hàm số bậc hai dạng $y = ax^2 + bx + c$ có tọa độ đỉnh $I(2; -1)$ và có hệ số $a = 1 > 0$ nên nó nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 3. Bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ là bảng nào sau đây?

A.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

B.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$-\infty$

C.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

D.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	3	$+\infty$

Lời giải

Chọn B.

Do hệ số $a = -2 < 0$ nên parabol có bề lõm hướng xuống và đỉnh có tọa độ $I(1; 3)$.

Câu 4. Bảng biến thiên nào dưới đây là của hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$:

A.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	2	$+\infty$

B.

x	$-\infty$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-\infty$

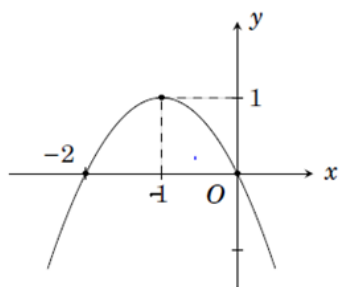
C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	2	$-\infty$

D.

x	$-\infty$	$+\infty$
y	$-\infty$	$+\infty$

Câu 5: Cho đồ thị hàm số như hình vẽ. Khẳng định nào đúng?



A. Hàm số đồng biến $(-\infty; 0)$.

B. Hàm số nghịch biến $(-2; -1)$.

C. Hàm số đồng biến $(-1; 0)$.

D. Hàm số nghịch biến $(-1; +\infty)$.

Câu 6: Hàm số $y = 2x^2 + 4x - 1$. Chọn khẳng định đúng

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $-\frac{b}{2a} = -1$, $a = 2 > 0$.

Câu 7: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	5	$-\infty$

Chọn khẳng định đúng

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$

Câu 8: Cho hàm số $y = -x^2 - 2x + 1$. Chọn câu **sai**.

A. Đồ thị hàm số có trục đối xứng $x = -1$. B. Hàm nghịch biến trên $(0; 3)$

C. Hàm số tăng trên khoảng $(-\infty; -1)$.

D. Đồ thị hàm số nhận $I(-1; 4)$ làm đỉnh.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $a = -1$, $b = -2$, $c = 1$ nên đồ thị có trục đối xứng là $x = -\frac{-2}{2 \cdot (-1)} = -1$ và tọa độ

đỉnh của parabol là $I(-1; 2)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 3$. Chọn câu đúng.

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $a = 1 > 0$, $b = -2$, $c = 3$ nên hàm số có đỉnh là $I(1; 2)$. Từ đó suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 10: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $(3; 4)$?

A. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$.

B. $y = x^2 - 7x + 2$.

C. $y = -3x + 1$.

D. $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - 1$.

Lời giải

Chọn A.

+ Hàm số $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ đồng biến trên $(2; +\infty)$ nên đồng biến trên $(3; 4)$. Chọn A

+ Hàm số $y = x^2 - 7x + 2$ đồng biến trên $\left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$. Loại B.

+ Hàm số $y = -3x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Loại C.

+ Hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - 1$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$. Loại D.

Câu 11: Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y		$\frac{3}{2}$	
		$\frac{3}{2}$	
	$-\infty$		$-\infty$

A. $y = 2x^2 + 2x - 1$.

B. $y = 2x^2 + 2x + 2$.

C. $y = -2x^2 - 2x$.

D. $y = -2x^2 - 2x + 1$.

Lời giải

Chọn D.

• Bảng biến thiên có bề lõm hướng xuống. Loại đáp án A và B.

• Đỉnh của parabol có tọa độ là $\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. Xét các đáp án còn lại, đáp án D thỏa mãn.

Câu 12: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y		$\frac{1}{2}$	
		$\frac{1}{2}$	
	$-\infty$		$-\infty$

A. $y = -x^2 + 5x + 2$.

B. $y = -\frac{1}{2}x^2 + x$.

C. $y = x^2 - 3x + 1$.

D. $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 3$.

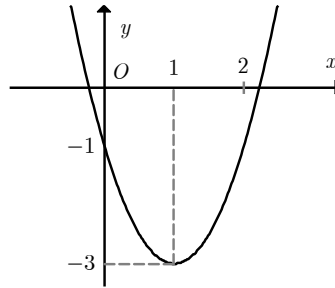
Lời giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị có bề lõm hướng xuống nên loại C, **D.**

Đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2 + x$ có tọa độ đỉnh $I\left(1; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 13: Cho hàm số bậc hai có đồ thị như hình bên dưới



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

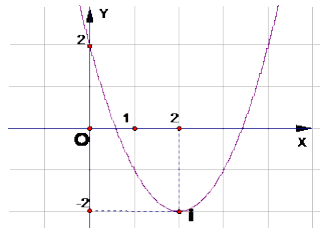
A. $y = x^2 - 4x - 1$. **B. $y = 2x^2 - 4x - 1$.** C. $y = -2x^2 - 4x - 1$. D. $y = 2x^2 - 4x + 1$.

Lời giải

Chọn B.

- Parabol có bề lõm hướng lên. Loại đáp án C.
- Đỉnh của parabol là điểm $(1; -3)$. Xét các đáp án A, B và D, đáp án B thỏa mãn.

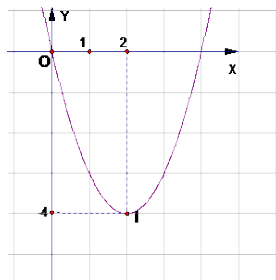
Câu 14. Cho hàm số bậc hai có đồ thị như hình bên dưới



Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^2 + 2x + 2$ **B. $y = x^2 - 4x + 2$** C. $y = -x^2 + 4x + 2$ D. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$

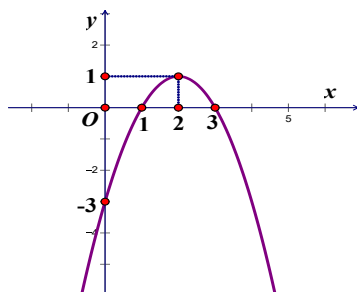
Câu 15. Cho hàm số bậc hai có đồ thị như hình bên dưới



Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^2 + 2x$ **B. $y = x^2 - 4x$** C. $y = -x^2 + 4x - 3$ D. $y = x^2 - 4x + 2$

Câu 16. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



A. $y = -x^2 + 2x - 3$.

B. $y = -x^2 + 4x - 3$.

C. $y = x^2 - 4x + 3$.

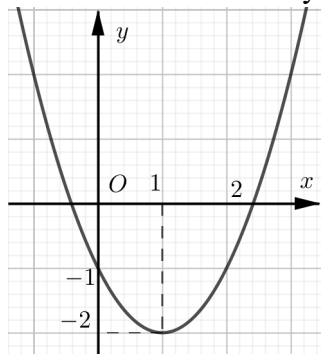
Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị suy ra: $a < 0$ và hoành độ đỉnh là 2.

$$y = -x^2 + 4x - 3 \Rightarrow a = -1; I(2; 1)$$

Câu 17. Đồ thị dưới đây là của hàm số nào sau đây?



A. $y = -x^2 - 2x + 3$.

B. $y = x^2 + 2x - 2$.

C. $y = 2x^2 - 4x - 2$.

D. $y = x^2 - 2x - 1$.

Lời giải

Chọn D.

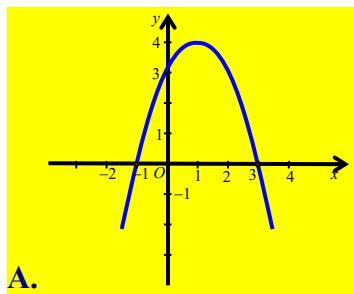
Do parabol có bề lõm quay lên nên $a > 0$, từ đó ta loại A.

Trục đối xứng của parabol là $x = -\frac{b}{2a} = 1$ nên ta loại B.

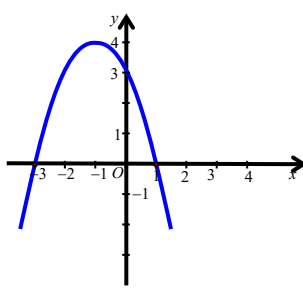
Khi $x = 0$ thì $y = -1$ nên loại C.

Vậy đồ thị trên là của hàm số $y = x^2 - 2x - 1$.

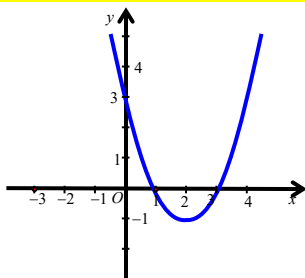
Câu 18: Hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ có đồ thị là hình nào trong các hình sau?



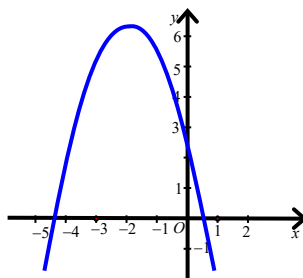
A.



B.



C.



D.

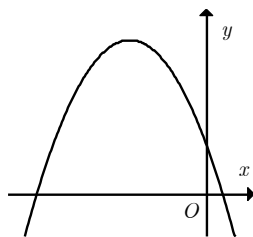
Lời giải:

Chọn A.

Do $a = -1$ nên đồ thị lõm xuống dưới $\Rightarrow$ Loại **C**.

Đồ thị có đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow I(1; 4)$

Câu 19: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $a > 0, b < 0, c > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải:

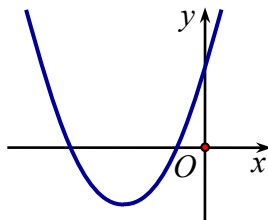
Chọn D.

Bề lõm hướng xuống nên $a < 0$.

Hoành độ đỉnh parabol $x = -\frac{b}{2a} < 0$ nên $b < 0$.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.

Câu 20: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b = 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c > 0$.

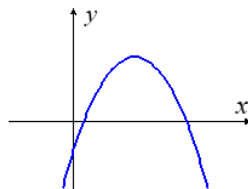
Lời giải

Chọn B.

Đồ thị có bề lõm quay lên trên $\Rightarrow a > 0$. Loại đáp án **D**.

Trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow a.b > 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 21: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, \Delta > 0$.

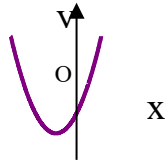
B. $a < 0, b > 0, \Delta > 0$.

C. $a > 0, b > 0, \Delta < 0$.

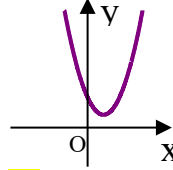
D. $a < 0, b < 0, \Delta > 0$.

Câu 22: Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a < 0, b > 0$ và $c > 0$ thì đồ thị của nó có dạng:

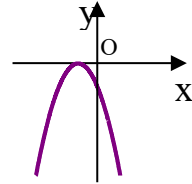
A.



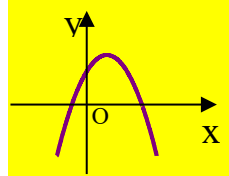
B.



C.



D.



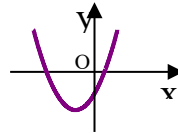
Câu 23: Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như sau thì dấu các hệ số của nó là:

A. $a > 0; b > 0; c > 0$.

B. $a > 0; b > 0; c < 0$.

C. $a > 0; b < 0; c > 0$.

D. $a > 0; b < 0; c < 0$.



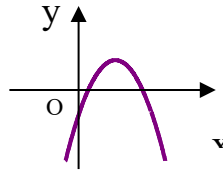
Câu 24: Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như sau thì dấu các hệ số của nó là:

A. $a > 0; b > 0; c > 0$.

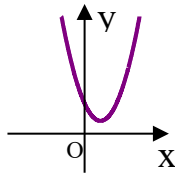
B. $a > 0; b > 0; c < 0$.

C. $a < 0; b > 0; c < 0$.

D. $a < 0; b < 0; c < 0$.



Câu 25: Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như sau thì dấu các hệ số của nó là:



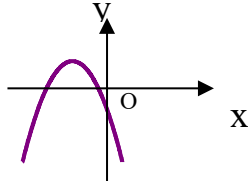
A. $a > 0; b < 0; c > 0.$

C. $a < 0; b < 0; c > 0.$

B. $a > 0; b > 0; c > 0.$

D. $a > 0; b < 0; c < 0.$

Câu 26: Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như sau thì dấu các hệ số của nó là:



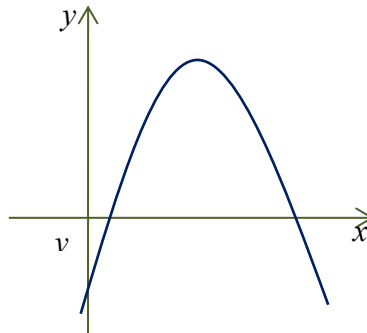
A. $a < 0; b > 0; c > 0.$

C. $a < 0; b > 0; c < 0.$

B. $a > 0; b > 0; c < 0.$

D. $a < 0; b < 0; c < 0.$

Câu 27. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a < 0, b > 0, c > 0.$

C. $a < 0, b > 0, c < 0.$

B. $a > 0, b < 0, c > 0.$

D. $a > 0, b > 0, c < 0.$

Lời giải

Chọn C.

Nhìn vào đồ thị ta có:

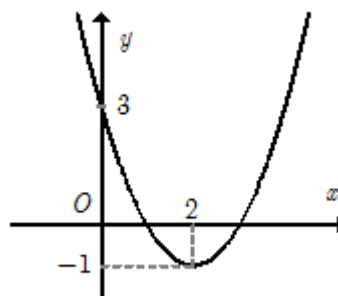
Bề lõm hướng xuống $\Rightarrow a < 0.$

Hoành độ đỉnh $x = -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow b > 0$ (do $a < 0$).

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c < 0.$

Do đó: $a < 0, b > 0, c < 0.$

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình vẽ.



Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt.

A. $m = 2$.

B. $m > -2$.

C. $m > 2$.

D. $-2 < m < 2$.

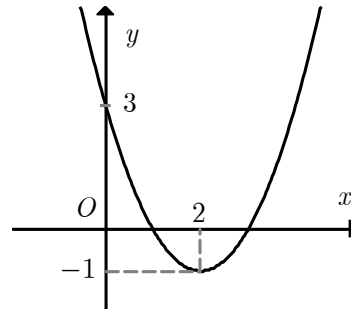
Lời giải

Phương trình $f(x) - 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m + 1$

Phương trình trên là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m + 1$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Dựa vào đồ thị, ta có yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m + 1 > -1 \Leftrightarrow m > -2$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình bên dưới. Hỏi với những giá trị nào của tham số m thì phương trình $f(|x|) - 1 = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.



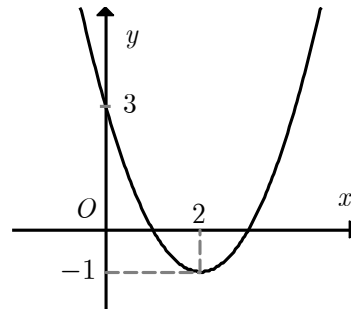
A. $-2 < m < 2$.

B. $m = 3$.

C. $m > 3$.

D. $m = 2$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình bên dưới. Hỏi với những giá trị nào của tham số m thì phương trình $|f(x)| - 1 = m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt.



A. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m = -1 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m > 0 \\ m = -1 \end{cases}$.

C. $m \geq -1$.

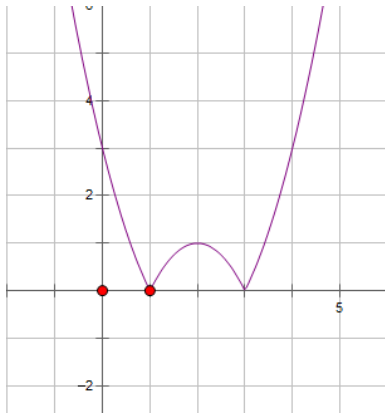
D. $m \geq 0$.

Lời giải

Chọn B.

+ Phương trình $\Leftrightarrow |f(x)| = m + 1$.

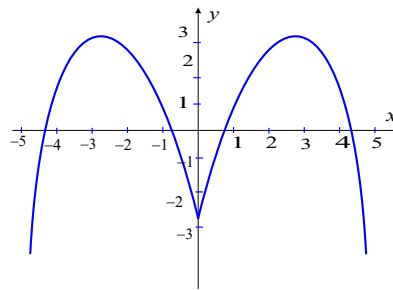
+ Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có dạng:



+ Dựa vào đồ thị, để phương trình $|f(x)| = m + 1$ có hai nghiệm phân biệt thì:

$$\begin{cases} m+1 > 1 \\ m+1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m = -1 \end{cases}.$$

Câu 31. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



A. $y = x^2 - 3x - 3$. B. $y = -x^2 + 5|x| - 3$. C. $y = -x^2 - 3|x| - 3$. D. $y = -x^2 + 5x - 3$.

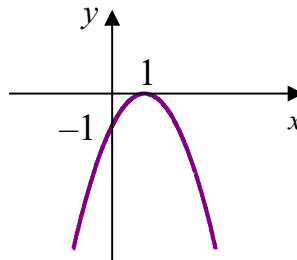
Lời giải

Chọn B.

Quan sát đồ thị ta loại A. và D. Phần đồ thị bên phải trục tung là phần đồ thị (P) của hàm số $y = -x^2 + 5x - 3$ với $x > 0$, tọa độ đỉnh của (P) là $\left(\frac{5}{2}; \frac{13}{4}\right)$, trục đối xứng là $x = 2,5$.

Phần đồ thị bên trái trục tung là do lấy đối xứng phần đồ thị bên phải của (P) qua trục tung Oy . Ta được cả hai phần là đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 5|x| - 3$.

Câu 32. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = -(x+1)^2$. B. $y = -(x-1)^2$. C. $y = (x+1)^2$. D. $y = (x-1)^2$.

Lời giải

Ta có: Đỉnh $I(1;0)$, bề lõm quay xuống, đồ thị hàm đồng biến $(-\infty, 1)$ và nghịch biến trên $(1, +\infty)$.

Câu 33. Cho hàm số $y = 2x^2 - 4x + 3$ có đồ thị là parabol (P) . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. (P) không có giao điểm với trục hoành.
 B. (P) có đỉnh là $S(1; 1)$.
 C. (P) có trục đối xứng là đường thẳng $y = 1$.
 D. (P) đi qua điểm $M(-1; 9)$.

Lời giải

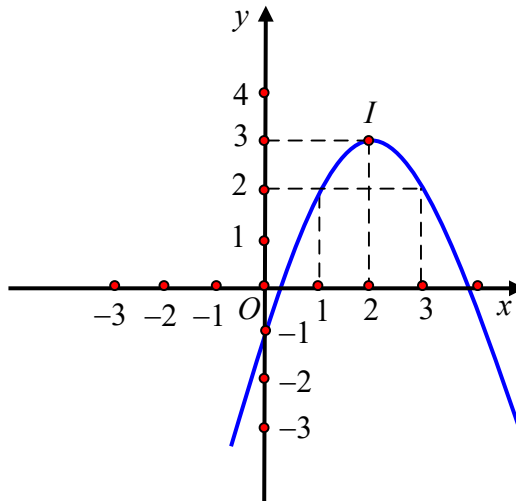
Chọn C.

(P) có đỉnh là $S(1; 1)$; trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$ nên C sai.

và (P) đi qua điểm $M(-1; 9) \Rightarrow$ B, D đều đúng.

Xét phương trình $2x^2 - 4x + 3 = 0$ vô nghiệm trên $\mathbb{R}$ nên (P) không có giao điểm với trục hoành $\Rightarrow$ A đúng.

Câu 34. $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Tìm các giá trị m để phương trình $|ax^2 + bx + c| = m$ có bốn nghiệm phân biệt.



- A. $-1 < m < 3$. B. $0 < m < 3$. C. $0 \leq m \leq 3$. D. $-1 \leq m \leq 3$.

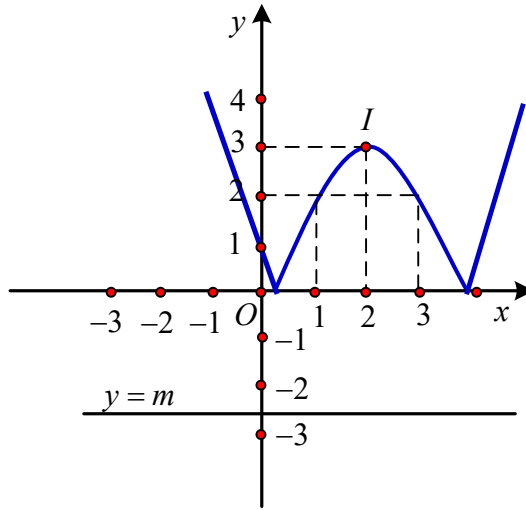
Lời giải

Chọn B.

Quan sát đồ thị ta có đỉnh của parabol là $I(2; 3)$ nên
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ 3 = 4a + 2b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b + c = 3 \end{cases}.$$

Mặt khác (P) cắt trục tung tại $(0; -1)$ nên $c = -1$. Suy ra
$$\begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases}.$$

$(P): y = -x^2 + 4x - 1$ suy ra hàm số $y = |-x^2 + 4x - 1|$ có đồ thị là phần đồ thị phía trên trục hoành của (P) và phần có được do lấy đối xứng phần phía dưới trục hoành của (P) , như hình vẽ sau:



Phương trình $|ax^2 + bx + c| = m$ hay $|-x^2 + 4x - 1| = m$ có bốn nghiệm phân biệt khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |-x^2 + 4x - 1|$ tại bốn điểm phân biệt.

Suy ra $0 < m < 3$.

Câu 35. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $(0; 2017]$ để phương trình $|x^2 - 4|x| - 5| - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 2016.

B. 2008.

C. 2009.

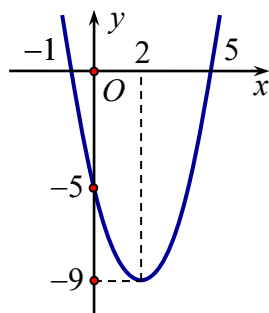
D. 2017.

Lời giải

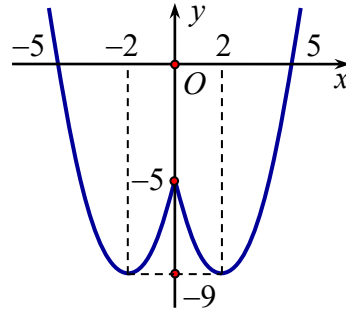
Chọn B.

PT: $|x^2 - 4|x| - 5| - m = 0 \Leftrightarrow |x^2 - 4|x| - 5| = m \quad (1)$. Số nghiệm phương trình (1) $\Leftrightarrow$ số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x^2 - 4|x| - 5| \quad (P)$ và đường thẳng $y = m$ (cùng phương Ox).

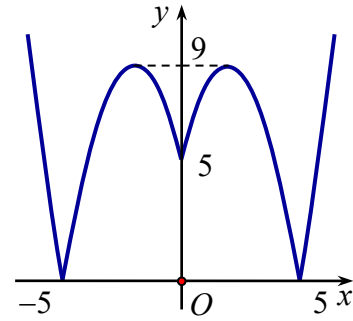
Xét hàm số $y = x^2 - 4x - 5 \quad (P_1)$ có đồ thị như hình 1.



Hình 1.



Hình 2.



Hình 3.

Xét hàm số $y = x^2 - 4|x| - 5 \quad (P_2)$ là hàm số chẵn nên có đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng. Mà $y = x^2 - 4|x| - 5 = x^2 - 4x - 5$ nếu $x \geq 0$. Suy ra đồ thị hàm số (P_2) gồm hai phần:

Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số (P_1) phần bên phải Oy .

Phần 2: Lấy đối xứng phần 1 qua trục Oy .

Ta được đồ thị (P_2) như hình 2.

Xét hàm số $y = |x^2 - 4|x| - 5| \quad (P)$, ta có: $y = \begin{cases} x^2 - 4|x| - 5 & (y \geq 0) \\ -(x^2 - 4|x| - 5) & (y < 0) \end{cases}$.

Suy ra đồ thị hàm số (P) gồm hai phần:

Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số (P_2) phần trên Ox .

Phần 2: Lấy đối xứng đồ thị hàm số (P_2) phần dưới Ox qua trục Ox .

Ta được đồ thị (P) như hình 3.

Quan sát đồ thị hàm số (P) ta có: Để $|x^2 - 4|x| - 5| = m$ (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 9 \\ m = 0 \end{cases}$.

Mà $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in (0; 2017] \end{cases} \Rightarrow m \in \{10; 11; 12; \dots; 2017\}$.

4. Dạng 4 – Tương giao của (P) và đường thẳng

Phương pháp:

Cho đồ thị (P) của hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với $a \neq 0$ và đồ thị d của hàm số $y = kx + m$.

Tọa độ giao điểm của hai đồ thị (P) và d là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = kx + m \end{cases} \quad (1)$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$$ax^2 + bx + c = kx + m \Leftrightarrow ax^2 + (b - k)x + c - m = 0 \quad (2)$$

Nhận xét:

1. Số giao điểm của (P) và d bằng số nghiệm của hệ phương trình (1) và cũng bằng số nghiệm của phương trình (2).
2. Nếu phương trình (2) vô nghiệm thì ta nói d và (P) không giao nhau.
3. Nếu phương trình (2) có nghiệm kép thì ta nói d và (P) tiếp xúc với nhau. Lúc này ta nói d là tiếp tuyến của (P) .
4. Nếu phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt thì ta nói d và (P) cắt nhau.

I. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1: Cho hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ có đồ thị (P) .

- a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) với trục Ox
- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) với trục Oy
- c) Tìm tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng $y = x - 1$.

Lời giải

- a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) với trục Ox .

$$\text{Cho } x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) với trục Ox là $(1; 0)$ và $(2; 0)$.

- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) với trục Oy

$$\text{Cho } x = 0 \Rightarrow y = 2.$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) với trục Oy là $(0; 2)$

- c) Tìm tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng $y = x - 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với đường thẳng $y = x - 1$ là

$$x^2 - 3x + 2 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = 3 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng $y = x - 1$ là $(1;0)$ và $(3;2)$.

Ví dụ 2: Biết rằng Parabol (P): $y = x^2 - 3x + 2$ cắt đường thẳng (d): $y = x + 5$ tại hai điểm phân biệt. Tính tổng các hoành độ giao điểm đó.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 3x + 2 = x + 5 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 3 = 0$ (1)

Do $a=1, c=-3, ac=-3 < 0$ nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Tổng các nghiệm là

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 4.$$

Vậy tổng các hoành độ giao điểm là 4.

Ví dụ 3: Tìm tọa độ giao điểm của Parabol (P): $y = -x^2 - 4x + 1$ và đường thẳng d: $y = -x + 3$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$$-x^2 - 4x + 1 = -x + 3 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Với $x = -1 \Rightarrow y = 4$; $x = -2 \Rightarrow y = 5$.

Tọa độ giao điểm của (P) và d là $A(-1;4), B(-2;5)$.

Ví dụ 4: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x + m$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt?

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x + m$ và trục hoành là

$$x^2 + 3x + m = 0 \quad (1)$$

Để đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x + m$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai

nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = 3^2 - 4.m > 0 \Leftrightarrow 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$.

Vậy $m < \frac{9}{4}$ là giá trị cần tìm.

Ví dụ 5: Cho Parabol (P): $y = x^2 - 3x + 2$ và đường thẳng d: $y = mx + 2$. Tìm m để d tiếp xúc với (P). Tìm tọa độ tiếp điểm khi đó.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với d là

$$x^2 - 3x + 2 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 - (3+m)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m+3 \end{cases}.$$

Để d tiếp xúc với (P) thì $m = -3$.

Tọa độ tiếp điểm khi đó là $M(0;2)$.

Nhận xét: Từ phương trình (1) ta tính $\Delta' = (m+3)^2$. Để d tiếp xúc với (P) thì (1) có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow m = -3$.

Ví dụ 6: Cho Parabol $(P) y = x^2 - 2x + 4$ và đường thẳng $d : y = 2mx - m^2$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + 2(m+1)x_2 = 3m^2 + 16$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 4 = 0$ (1).

+ Để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{2}$.

Theo Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + 4 \end{cases}$.

Theo đề bài ta có

$$x_1^2 + 2(m+1)x_2 = 3m^2 + 16 \Leftrightarrow x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 3m^2 + 16$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 = 3m^2 + 16 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 = 3m^2 + 16$$

$$\Leftrightarrow (2m+2)^2 - m^2 - 4 = 3m^2 + 16 \Leftrightarrow m = 2.$$

So sánh với điều kiện suy ra $m = 2$.

Ví dụ 7: Cho Parabol $(P) : y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d : y = (m+1)x - m^2 - \frac{1}{2}$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m thì đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho biểu thức $T = y_1 + y_2 - x_1x_2 - (x_1 + x_2)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d

$$\frac{1}{2}x^2 = (m+1)x - m^2 - \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + 2m^2 + 1 = 0 \quad (1)$$

Để d cắt (P) tại 2 điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thì phương trình (1) phải có 2 nghiệm x_1, x_2

$$\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 2m^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2$$

Vậy với $0 \leq m \leq 2$ thì đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.

Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 \cdot x_2 = 2m^2 + 1 \end{cases}$

$$\text{Khi đó: } y_1 = (m+1)x_1 - m^2 - \frac{1}{2}; y_2 = (m+1)x_2 - m^2 - \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có: } T = y_1 + y_2 - x_1x_2 - (x_1 + x_2) = (m+1)(x_1 + x_2) - 2m^2 - 1 - x_1x_2 - (x_1 + x_2)$$

$$\Rightarrow T = 2(m+1)^2 - 4m^2 - 2 - 2(m+1) = -2m^2 + 2m - 2.$$

Bài toán trở thành tìm giá trị của tham số m để hàm số: $T = -2m^2 + 2m - 2$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 2]$.

Ta có bảng biến thiên:

m	0	$\frac{1}{2}$	2
$-2m^2 + 2m - 2$	-2	$-\frac{3}{2}$	-6

Vậy giá trị nhỏ nhất của $T = -6$ đạt được khi $m = 2$.

Ví dụ 8: Tìm tất cả các giá trị của hàm số m sao cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 3OB$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và Ox là: $x^2 - 4x + m = 0$. (*)

(P) cắt Ox tại hai điểm phân biệt $A, B \Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4.$$

Gọi x_A, x_B là hai nghiệm của (*). Ta có $OA = 3OB \Rightarrow |x_A| = 3|x_B| \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 3x_B \\ x_A = -3x_B \end{cases}$.

$$\bullet \text{ TH1: } x_A = 3x_B \Rightarrow \begin{cases} x_A = 3x_B \\ x_A + x_B = 4 \\ x_A \cdot x_B = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 3 \\ x_B = 1 \\ x_A \cdot x_B = m \end{cases} \Rightarrow m = x_A \cdot x_B = 3 < 4.$$

$$\bullet \text{ TH2: } x_A = -3x_B \Rightarrow \begin{cases} x_A = -3x_B \\ x_A + x_B = 4 \\ x_A \cdot x_B = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 6 \\ x_B = -2 \\ x_A \cdot x_B = m \end{cases} \Rightarrow m = x_A \cdot x_B = -12 < 4.$$

$$\text{Vậy } m \in \{-12; 3\}.$$

5. Dạng 5–Sự tương giao của hai đồ thị hàm số bậc hai

Phương pháp:

Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là các hàm số bậc hai có đồ thị lần lượt là các đường parabol (P_1) và (P_2) , khi đó tọa độ giao điểm của (P_1) và (P_2) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = g(x) \end{cases} \quad (1)$$

Để giải hệ (1) ta cần giải phương trình $f(x) = g(x)$ (2), phương trình (2) được gọi là phương trình hoành độ giao điểm của (P_1) và (P_2) .

* Nhận xét:

i) Số giao điểm của (P_1) và (P_2) bằng số nghiệm của hệ (1) và bằng số nghiệm của phương trình (2).

ii) $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là các hàm số bậc hai nên phương trình (2) có nhiều nhất 2 nghiệm. iii)

Các bài toán liên quan đến dạng này thường áp dụng đến nội dung định lý Vi et thuận, nhắc lại như sau. Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2 , ta luôn có $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ và

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

I. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1: Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^2 - 6x$ cắt đồ thị hàm số $y = -x^2 - 4$ tại hai điểm $A(x_A; y_A)$

và $B(x_B; y_B)$. Tính $y_A + y_B$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của hai đồ thị $y = x^2 - 5x$ và $y = -x^2 - 3$ là nghiệm của hệ phương

$$\text{trình } \begin{cases} y = x^2 - 5x \\ y = -x^2 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x = -x^2 - 3 \\ y = -x^2 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ y = -x^2 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \\ y = -x^2 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = -5 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 2 \\ y = -8 \end{cases} \end{cases}.$$

Không mất tổng quát ta giả sử $A(1; -5)$ và $B(2; -8)$, suy ra $y_A + y_B = -13$.

Ví dụ 2: Biết rằng parabol $y = x^2 - x + 1$ cắt parabol $y = -x^2 + 2x + 4$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1 và x_2 . Tính giá trị biểu thức $P = x_1^3 + x_2^3$.

Lời giải

- Phương trình hoành độ giao điểm của hai parabol là

$$x^2 - x + 1 = -x^2 + 2x + 4 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 3 = 0. \quad (*)$$

- Theo giả thiết ta có x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của (*) nên
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{3}{2} \\ x_1 x_2 = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

- Ta có $P = x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2]$

$$\Rightarrow P = \frac{3}{2} \left[\left(\frac{3}{2} \right)^2 - 3 \left(-\frac{3}{2} \right) \right] = \frac{81}{8}.$$

$$\text{Vậy } P = \frac{81}{8}.$$

Ví dụ 3: Tìm tất cả các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số $y = (m+1)x^2 + 2x + 3m - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 + 2mx + 4$ tại đúng hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$.

Lời giải

- Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị đề bài cho là

$$(m+1)x^2 + 2x + 3m - 2 = x^2 + 2mx + 4 \Leftrightarrow mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2) = 0. \quad (1)$$

- Phương trình (1) có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 - 3m(m-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -2m^2 + 4m + 1 > 0 \end{cases}. \quad (2)$$

- Với điều kiện (2), áp dụng định lý Viet cho phương trình (1) và giả thiết cho, ta có

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m} \\ x_1 x_2 = \frac{3(m-2)}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3m-4}{m} \\ x_2 = \frac{2-m}{m} \\ x_1 x_2 = \frac{3(m-2)}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3m-4}{m} \\ x_2 = \frac{2-m}{m} \\ \frac{(3m-4)(2-m)}{m^2} = \frac{3(m-2)}{m} \end{cases} \quad (3)$$

- Giải phương trình (3) ta được $m = 2$ và $m = \frac{2}{3}$ đều thỏa mãn (2), nên đó là hai giá trị cần tìm của tham số m .

Ví dụ 4: Tìm tất cả các giá trị của m sao cho hai parabol $y = x^2 + mx + (m+1)^2$ và

$y = -x^2 - (m+2)x - 2(m+1)$ cắt nhau tại hai điểm có hoành độ lần lượt là $x_1; x_2$ thỏa mãn $P = |x_1x_2 - 3(x_1 + x_2)|$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai parabol là

$$x^2 + mx + (m+1)^2 = -x^2 - (m+2)x - 2(m+1) \Leftrightarrow 2x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 4m + 3 = 0. \quad (1)$$

Phương trình (1) có hai nghiệm khi và chỉ khi

$$\Delta' = (m+1)^2 - 2(m^2 + 4m + 3) \geq 0 \Leftrightarrow (m+1)(-m-5) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \geq 0 \\ -m-5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -5 \leq m \leq -1. \quad \begin{cases} m+1 \leq 0 \\ -m-5 \leq 0 \end{cases}$$

(2)

Với điều kiện (2), áp dụng định lý Viet cho phương trình (1), ta có

$$P = |x_1x_2 - 3(x_1 + x_2)| \Rightarrow P = \left| \frac{m^2 + 4m + 3}{2} + 3(m+1) \right| = \frac{1}{2} |(m+1)(m+9)| = \frac{1}{2} |m+1||m+9|$$

$$= \frac{1}{2} (-m-1)(m+9) \leq \frac{1}{2} \left[\frac{(-m-1) + (m+9)}{2} \right]^2 = 8. \quad (3)$$

Dấu “=” ở bất đẳng thức (3) xảy ra khi và chỉ khi $-m-1 = m+9$ hay $m = -5$ thỏa mãn (2).

Vậy $\max P = 8$ đạt được khi $m = -5$ và do đó $m = -5$ chính là giá trị của tham số m cần tìm.

6. Dạng 6–ĐIỂM CỐ ĐỊNH CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ.

Phương pháp: Cho họ hàm số $f(x; m) = 0$ (m là tham số) có đồ thị (P_m) . Để tìm điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua với mọi giá trị của m , ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Giả sử điểm $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua.

Tọa độ điểm M thỏa mãn phương trình $f(x; m) = 0$.

Bước 2: Chuyển phương trình về phương trình ẩn m dạng $Am + B = 0$ (hoặc $Am^2 + Bm + C = 0$). Phương trình nghiệm đúng với mọi m .

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ C = 0 \end{cases}. \text{ Tìm được } x_0; y_0 \Rightarrow M(x_0; y_0).$$

Bước 3: Kết luận.

I. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1: Cho hàm số $y = (1+m)x^2 - 2(m-1)x + m-3$ (P_m). Chứng tỏ rằng (P_m) luôn đi qua một điểm cố định, tìm tọa độ điểm cố định đó.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Giả sử điểm $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua.

Khi đó $y_0 = (1+m)x_0^2 - 2(m-1)x_0 + m-3, \forall m \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow (x_0^2 - 2x_0 + 1)m + x_0^2 + 2x_0 - 3 - y_0 = 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 - 2x_0 + 1 = 0 \\ x_0^2 + 2x_0 - 3 - y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 0 \end{cases}.$$

Vậy họ (P_m) luôn đi qua điểm cố định $M(1;0)$.

Ví dụ 2: Cho hàm số $y = (m-1)x^2 + 2mx - 3m + 1$ (P_m) . Tìm điểm cố định của họ đồ thị hàm số trên.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Giả sử điểm $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua.

Khi đó $y_0 = (m-1)x_0^2 + 2mx_0 - 3m + 1, \forall m \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow (x_0^2 + 2x_0 - 3)m - x_0^2 + 1 - y_0 = 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 + 2x_0 - 3 = 0 \\ -x_0^2 + 1 - y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -3 \\ y_0 = 1 - x_0^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_0 = -3 \\ y_0 = -8 \end{cases}.$$

Vậy họ (P_m) luôn đi qua 2 điểm cố định $M_1(1;0)$ và $M_2(-3;-8)$.

Ví dụ 3: Tìm điểm cố định của đồ thị hàm số $(P_m): y = m^2x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 1$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Giả sử điểm $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua.

Khi đó $y_0 = m^2x_0^2 + 2(m-1)x_0 + m^2 - 1, \forall m \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow (x_0^2 + 1)m^2 + 2x_0m - 2x_0 - 1 - y_0 = 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 + 1 = 0 \\ 2x_0 = 0 \\ -2x_0 - 1 - y_0 = 0 \end{cases} \quad (\text{I}). \text{ Do phương trình } x_0^2 + 1 = 0 \text{ vô nghiệm nên hệ (I) vô nghiệm.}$$

Vậy không có điểm nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ví dụ 4: Cho hàm số $y = x^2 + (2m-3)x + 5 - 4m$. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m , đồ thị (P_m) của hàm số đã cho và đường thẳng $(d_m): y = 2mx - 4m + 3$ luôn có một điểm chung cố định.

Lời giải

Tập xác định của hai hàm số đã cho là $D = \mathbb{R}$.

Giả sử điểm $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (d_m) luôn đi qua.

Khi đó $y_0 = 2mx_0 - 4m + 3, \forall m \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow (2x_0 - 4)m + 3 - y_0 = 0, \forall m \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 - 4 = 0 \\ 3 - y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 3 \end{cases} \Rightarrow M(2;3).$$

Thay tọa độ điểm M và phương trình của (P_m) ta được $3 = 2^2 + (2m-3).2 + 5 - 4m$

$$\Leftrightarrow 3 = 3 \text{ (đúng với mọi } m \text{)}.$$

Vậy $M(2;3)$ là điểm chung cố định của (P_m) và (d_m) .

Ví dụ 5: Cho các hàm số $(P_m): y = x^2 - (m+3)x + 4m - 7$, $(C_m): y = mx^2 - 3(m+1)x - 4m + 9$, $(d_m): (m-1)x + my + 4 - m = 0$. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m , các đồ thị của các hàm số đã cho luôn cùng đi qua một điểm cố định.

Lời giải

Tập xác định của hai hàm số đã cho là $D = \mathbb{R}$.

Giả sử điểm $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (d_m) luôn đi qua.

Khi đó $(m-1)x_0 + my_0 + 4 - m = 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow (x_0 + y_0 - 1)m + 4 - x_0 = 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + y_0 - 1 = 0 \\ 4 - x_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 4 \\ y_0 = -3 \end{cases} \Rightarrow M(4; -3).$$

Thay tọa độ điểm M vào phương trình của (P_m) ta được $-3 = 4^2 - (m+3).4 + 4m - 7$

$$\Leftrightarrow -3 = -3 \text{ (đúng với mọi } m \text{)}.$$

Thay tọa độ điểm M vào phương trình của (C_m) ta được $-3 = m.4^2 - 3(m+1).4 - 4m + 9$

$$\Leftrightarrow -3 = -3 \text{ (đúng với mọi } m \text{)}.$$

Vậy các đồ thị $(P_m); (C_m); (d_m)$ luôn cùng đi qua một điểm cố định $M(4; -3)$.

II-BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho $(P): y = -x^2 + 4x - 3$. Tọa độ giao điểm với trục tung là:

- A.** $A(0;3)$ **B.** $A(3;0)$ **C.** $A(-3;0)$ **D.** $A(0;-3)$

Câu 2: Tọa độ giao điểm của $(P): y = x^2 - x - 6$ với trục hoành là:

- A.** $M(2;0), N(-1;0)$ **B.** $M(-2;0), N(3;0)$
C. $M(-2;0), N(1;0)$ **D.** $M(-3;0), N(1;0)$

Câu 3: Tọa độ giao điểm của $(P): y = x^2 - 4x$ với đường thẳng $d: y = -x - 2$ là:

- A.** $M(-1;-1), N(-2;0)$ **B.** $M(1;-3), N(2;-4)$
C. $M(0;-2), N(2;-4)$ **D.** $M(-3;1), N(3;-5)$

Câu 4: Biết đường thẳng d tiếp xúc với $(P): y = 2x^2 - 5x + 3$. Phương trình của d là đáp án nào sau đây?

- A.** $y = x + 2$ **B.** $y = -x - 1$ **C.** $y = x + 3$ **D.** $y = -x + 1$

Lời giải

Giả sử $d: y = ax + b$ ($a \neq 0$)

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với đường thẳng d là

$$2x^2 - 5x + 3 = ax + b \Leftrightarrow 2x^2 - (5+a)x + 3-b = 0 \quad (1)$$

$$\Delta = (5+a)^2 - 4.2(3-b) = a^2 + 10a + 8b + 1$$

$$\text{Để } d \text{ tiếp xúc với } (P) \text{ thì } (1) \text{ có nghiệm kép } \Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow a^2 + 10a + 8b + 1 = 0 \Leftrightarrow b = \frac{a^2 + 10a + 1}{-8}$$

Chọn $a = -1$ thì $b = 1$. Vậy $d: y = -x + 1$

Chú ý: Có rất nhiều đường thẳng tiếp xúc với (P) , chẳng hạn

$$\text{Chọn } a = 1 \text{ thì } b = \frac{12}{-8} = -\frac{3}{2}. \text{ Vậy } d: y = x - \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2x - 2y - 3 = 0$$

Câu 5: Giao điểm của parabol $(P): y = x^2 + 3x - 1$ với đường thẳng $y = x - 1$ là:

- A.** $(1;0); (3;2)$. **B.** $(0;-1); (-2;-3)$.

C. $(-1;2);(2;1)$.

D. $(2;1);(0;-1)$.

Câu 6: Giao điểm của parabol (P): $y = x^2 - 3x + 2$ với đường thẳng $y = -x + 2$ là:

A. $(1;0);(3;2)$.

B. $(0;-1);(-2;-3)$.

C. $(-1;2);(2;1)$.

D. $(2;0);(0;2)$.

Câu 7: Tọa độ giao điểm của đường thẳng $d: y = -x + 4$ và parabol $y = x^2 - 7x + 12$ là

A. $(-2;6)$ và $(-4;8)$.

B. $(2;2)$ và $(4;8)$.

C. $(2;-2)$ và $(4;0)$.

D. $(2;2)$ và $(4;0)$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 - 7x + 12 = -x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 2 \\ x = 4 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

Câu 8: Biết rằng Parabol (P): $y = x^2 - 3x + 2$ cắt đường thẳng (d): $y = x + 2$ tại hai điểm phân biệt.

Tính tổng các hoành độ giao điểm đó.

A. 2.

B. -2.

C. 4.

D. -4.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 3x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 4 \end{cases} \quad (1)$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = 4.$$

Vậy tổng các hoành độ giao điểm là 4.

Câu 9: Gọi $A(a,b)$ và $B(c,d)$ là tọa độ giao điểm của (P): $y = 2x - x^2$ và $\Delta: y = 3x - 6$. Giá trị $b + d$ bằng:

A. 7

B. -7

C. 15

D. -15

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $2x - x^2 = 3x - 6 \Leftrightarrow -x^2 - x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 0 \\ x = -3 \Rightarrow y = -15 \end{cases} \quad (1)$

$$\Rightarrow b + d = -15.$$

Câu 10: Gọi $A(a;b)$ và $B(c;d)$ là tọa độ giao điểm của parabol $y = x^2 - 3x + 2$ với đường thẳng $y = x - 1$. Khi đó $b + d$ là:

A. 2.

B. -4.

C. 3.

D. 4.

Câu 11: Giao điểm của parabol (P): $y = x^2 - 3x + 2$ với đường thẳng $y = x - 1$ là:

A. $(1;0);(3;2)$.

B. $(0;-1);(-2;-3)$.

C. $(-1;2);(2;1)$.

D. $(2;1);(0;-1)$.

Câu 12: Tìm m để đường thẳng $d: y = x + 3$ cắt parabol $y = x^2 + 2x + m$ tại 2 điểm phân biệt

A. $m < \frac{13}{4}$.

B. $m \geq \frac{13}{4}$.

C. $m < 1$.

D. $m \geq 1$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x + 3 = x^2 + 2x + m \Leftrightarrow x^2 + x + m - 3 = 0$.

Ta có: $\Delta = 1 - 4(m - 3) = 13 - 4m$.

Để đường thẳng d cắt parabol tại 2 điểm phân biệt thì: $\Delta > 0 \Leftrightarrow 13 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{13}{4}$.

Câu 13. Giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x - m$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt?

A. $m < -\frac{9}{4}$. B. $m > -\frac{9}{4}$. C. $m > \frac{9}{4}$. D. $m < \frac{9}{4}$.

Câu 14. Giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x + m$ không cắt trục hoành?

A. $m < -\frac{9}{4}$. B. $m > -\frac{9}{4}$. C. $m > \frac{9}{4}$. D. $m < \frac{9}{4}$.

Câu 15. Giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x - m$ không cắt trục hoành?

A. $m < -\frac{9}{4}$. B. $m > -\frac{9}{4}$. C. $m > \frac{9}{4}$. D. $m < \frac{9}{4}$.

Câu 16. Giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x - m$ cắt trục hoành?

A. $m < -\frac{9}{4}$. B. $m > -\frac{9}{4}$. C. $m > \frac{9}{4}$. D. $m \leq \frac{9}{4}$.

Câu 17. Tìm m để đường thẳng $d: y = x + 3$ cắt parabol $y = x^2 + 2x + m$ tại 2 điểm phân biệt

A. $m < \frac{13}{4}$. B. $m \geq \frac{13}{4}$. C. $m < 1$. D. $m \geq 1$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x + 3 = x^2 + 2x + m \Leftrightarrow x^2 + x + m - 3 = 0$.

Ta có: $\Delta = 1 - 4(m - 3) = 13 - 4m$.

Để đường thẳng d cắt parabol tại 2 điểm phân biệt thì: $\Delta > 0 \Leftrightarrow 13 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{13}{4}$.

Câu 18. Biết đường thẳng $d: y = mx$ cắt Parabol $(P): y = x^2 - x + 1$ tại hai điểm phân biệt A, B .

Khi đó tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I\left(\frac{1+m}{2}; \frac{m^2+m}{2}\right)$. B. $I\left(\frac{1+m}{2}; \frac{-m^2-2m+3}{4}\right)$.
C. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$. D. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{m}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) :

$mx = x^2 - x + 1 \Leftrightarrow x^2 - (m+1)x + 1 = 0 \quad (1)$

Vì hoành độ giao điểm x_A, x_B là hai nghiệm của phương trình (1) nên ta có tọa độ trung

điểm I là $\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{m(x_A + x_B)}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{m+1}{2} \\ y_I = \frac{m^2+m}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{1+m}{2}; \frac{m^2+m}{2}\right)$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = 2x + 3$ cắt parabol $y = x^2 + (m+2)x - m$ tại hai điểm phân biệt nằm cùng phía với trục tung Oy .

A. $m > -3$. B. $m < -3$. C. $m > 3$. D. $m < 0$.

Lời giải

Chọn B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 + (m+2)x - m = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 + mx - m - 3 = 0. \quad (1)$$

Để đường thẳng d cắt parabol tại hai điểm phân biệt nằm cùng phía với trục tung Oy thì

$$\text{phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dấu} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m + 12 > 0 \\ -m - 3 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m < -3.$$

Câu 20. Biết đường thẳng $d: y = mx$ cắt Parabol $(P): y = x^2 - x + 1$ tại hai điểm phân biệt A, B .

Khi đó tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I\left(\frac{1+m}{2}; \frac{m^2+m}{2}\right)$.

B. $I\left(\frac{1+m}{2}; \frac{-m^2-2m+3}{4}\right)$.

C. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$.

D. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{m}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) :

$$mx = x^2 - x + 1 \Leftrightarrow x^2 - (m+1)x + 1 = 0 \quad (1)$$

Vì hoành độ giao điểm x_A, x_B là hai nghiệm của phương trình (1) nên ta có tọa độ trung

$$\text{điểm } I \text{ là } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{m(x_A + x_B)}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{m+1}{2} \\ y_I = \frac{m^2+m}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{1+m}{2}; \frac{m^2+m}{2}\right).$$

Câu 21. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $[-10; -4)$ để đường thẳng $d: y = -(m+1)x + m + 2$ cắt Parabol $(P): y = x^2 + x - 2$ tại hai điểm phân biệt cùng phía với trục tung?

A. 6.

B. 5.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Xét phương trình: } -(m+1)x + m + 2 = x^2 + x - 2 \Leftrightarrow x^2 + x(m+2) - m - 4 = 0$$

Để đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt cùng phía với trục tung vậy

$$\text{điều kiện là } \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)^2 + 4(m+4) > 0 \\ -m-4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 8m + 20 > 0, \forall m \\ m < -4 \end{cases}$$

Vậy trong nửa khoảng $[-10; -4)$ có 6 giá trị nguyên m .

Câu 22. Tìm m để Parabol $(P): y = x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 1$.

A. $m = 2$.

B. Không tồn tại m .

C. $m = -2$.

D. $m = \pm 2$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với trục hoành: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$ (1).

Parabol (P) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 1$
 $\Leftrightarrow$ (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1 \cdot x_2 = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 3) > 0 \\ m^2 - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m = \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 23. Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng $y = mx + 3 - 2m$ cắt parabol $y = x^2 - 3x - 5$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ trái dấu.

- A. $m < -3$. B. $-3 < m < 4$. C. $m < 4$. D. $m \leq 4$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 3x - 5 = mx + 3 - 2m \Leftrightarrow x^2 - (m+3)x + 2m - 8 = 0$ (*).

Đường thẳng cắt parabol tại hai điểm phân biệt có hoành độ trái dấu khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow a \cdot c < 0 \Leftrightarrow 2m - 8 < 0 \Leftrightarrow m < 4$.

Câu 24. Đường thẳng $d: y = (m-3)x - 2m + 1$ cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB cân. Khi đó, số giá trị của m thỏa mãn là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn D.

$A = d \cap Ox$ nên tọa độ A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y = (m-3)x - 2m + 1 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2m-1}{m-3} \\ y = 0 \end{cases} \text{ nên } A\left(\frac{2m-1}{m-3}; 0\right).$$

$B = d \cap Oy$ nên tọa độ B là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y = (m-3)x - 2m + 1 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2m + 1 \end{cases} \text{ nên } B(0; -2m + 1).$$

Ta có $OA = OB \Leftrightarrow \left| \frac{2m-1}{m-3} \right| = |-2m+1| \Leftrightarrow |2m-1| \left(\left| \frac{1}{m-3} \right| - 1 \right) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1=0 \\ |m-3|=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ m=4, m=2 \end{cases}.$$

Nhận xét: Với $m = \frac{1}{2}$ thì $A \equiv B \equiv O(0; 0)$ nên không thỏa mãn.

Vậy $m = 4, m = 2$.

Câu 25. Cho hàm số bậc nhất $y = (m^2 - 4m - 4)x + 3m - 2$ có đồ thị là (d) . Tìm số giá trị nguyên dương của m để đường thẳng (d) cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB là tam giác cân (O là gốc tọa độ).

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng (d) tạo với trục hoành và trục tung một tam giác OAB là tam giác vuông cân $\Leftrightarrow$ đường thẳng (d) tạo với chiều dương trục hoành bằng 45° hoặc $135^\circ \Leftrightarrow$ hệ số góc tạo của (d) bằng 1 hoặc $-1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m - 4 = 1 \\ m^2 - 4m - 4 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m - 3 = 0 \\ m^2 - 4m - 5 = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 5 \\ m = 2 \pm \sqrt{7} \end{cases}.$$

Thử lại: $m = 5$ thì d không đi qua O .

Vậy có duy nhất một giá trị $m = 5$ nguyên dương thỏa ycbt.

7. Dạng 7–Tìm hàm số bậc hai thỏa điều liên cho trước

Phương pháp:

Để xác định hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ (đồng nghĩa với xác định các tham số a, b, c) ta cần dựa vào giả thiết để lập nên các phương trình (hệ phương trình) ẩn là a, b, c . Từ đó tìm được a, b, c . Việc lập nên các phương trình nêu ở trên thường sử dụng đến các kết quả sau:

- Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(x_0; y_0) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$.

- Đồ thị hàm số có trục đối xứng $x = x_0 \Leftrightarrow -\frac{b}{2a} = x_0$.

- Đồ thị hàm số có đỉnh là $I(x_I; y_I) \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} = x_I \\ -\frac{\Delta}{4a} = y_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} = x_I \\ f(x_I) = y_I \end{cases}.$

- Trên $\mathbb{R}$, ta có:

1. $f(x)$ có giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow a < 0$. Lúc này giá trị lớn nhất của $f(x)$ là $-\frac{\Delta}{4a} = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$.

2. $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow a > 0$. Lúc này giá trị nhỏ nhất $f(x)$ là $-\frac{\Delta}{4a} = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$.

I. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1 :

Xác định parabol $y = ax^2 + bx + 1$, trong mỗi trường hợp sau:

- Đi qua hai điểm $A(1;0)$ và $B(2;4)$;
- Đi qua điểm $A(1;0)$ và có trục đối xứng $x = 1$;
- Có đỉnh $I(1;2)$

Lời giải

a) Vì parabol $y = ax^2 + bx + 1$ đi qua điểm $A(1;0)$ nên ta có
 $0 = a.1^2 + b.1 + 1 \Leftrightarrow a + b = -1$ (1)

Vì parabol $y = ax^2 + bx + 1$ đi qua điểm $B(2;4)$ nên ta có
 $4 = a.2^2 + b.2 + 1 \Leftrightarrow 4a + 2b = 3$ (2)

Giải hệ gồm hai phương trình (1) và (2) ta được
$$\begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ b = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

Vậy $y = \frac{5}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 1$

b) Đi qua điểm $A(1;0)$ và có trục đối xứng $x = 1$;

Vì parabol $y = ax^2 + bx + 1$ đi qua điểm $A(1;0)$ nên ta có $0 = a.1^2 + b.1 + 1 \Leftrightarrow a + b = -1$ (1)

Vì parabol $y = ax^2 + bx + 1$ có trục đối xứng $x = 1$ nên ta có

$$-\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow -b = 2a \Rightarrow 2a + b = 0 \quad (2)$$

Giải hệ gồm hai phương trình (1) và (2) ta được
$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

Vậy $y = x^2 - 2x + 1$

c) Vì parabol $y = ax^2 + bx + 1$ có đỉnh $I(1;2)$ nên ta có:

$$\begin{cases} 2 = a.1^2 + b.1 + 1 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy $y = -x^2 + 2x + 1$

Ví dụ 2 : Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$, biết rằng (P) đi qua điểm $M(1;5)$ và có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có:
$$\begin{cases} a + b + 2 = 5 \\ -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ a = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}.$$

Vậy (P) có phương trình là $y = 2x^2 + x + 2$.

Ví dụ 3 :

Xác định parabol $(P): y = ax^2 + 2x + c$, biết rằng $I\left(\frac{1}{2}; \frac{11}{2}\right)$ là đỉnh của (P) .

Lời giải

Ta có:
$$\begin{cases} -\frac{2}{2a} = \frac{1}{2} \\ -\frac{4 + 8c}{-8} = \frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ c = 5 \end{cases}.$$

Vậy (P) có phương trình là $y = -2x^2 - 2x + 5$.

Ví dụ 4 : Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) đi qua ba điểm $A(1;-1)$, $B(2;3)$, $C(-1;-3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a.1^2 + b.1 + c = -1 \\ a.2^2 + b.2 + c = 3 \\ a.(-1)^2 + b(-1) + c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -3 \end{cases} \Rightarrow (P): y = x^2 + x - 3.$$

Vậy (P) có phương trình là $y = x^2 + x - 3$.

Ví dụ 5 : Tìm Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(8;0)$ và có đỉnh $I(6;-12)$.

Lời giải

$$\text{Từ giả thiết ta có hệ } \begin{cases} 64a + 8b + c = 0 \\ 36a + 6b + c = -12 \\ -\frac{b}{2a} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -36 \\ c = 96 \end{cases}.$$

Vậy parabol cần tìm là $y = 3x^2 - 36x + 96$.

Ví dụ 6 : Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$ đi qua điểm $A(-1;6)$ và có tung độ đỉnh $-0,25$.

Lời giải

Vì parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$ đi qua điểm $A(-1;6)$ nên ta có

$$6 = a.(-1)^2 + b(-1) + 2 \Leftrightarrow a - b = 4 \Leftrightarrow a = b + 4(1)$$

Vì parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$ có tung độ đỉnh $-0,25$ nên ta có

$$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \Delta = a \Leftrightarrow b^2 - 4a.2 = a \Leftrightarrow b^2 - 9a = 0(2)$$

$$\text{Thế (1) vào (2) ta được: } b^2 - 9(b+4) = 0 \Leftrightarrow b^2 - 9b - 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 12 \\ b = -3 \end{cases}$$

Với $b = 12 \Rightarrow a = 16$, ta được $(P): y = 16x^2 + 12x + 2$

Với $b = -3 \Rightarrow a = 1$, ta được $(P): y = x^2 - 3x + 2$

Vậy có hai parabol thỏa yêu cầu bài toán là $(P_1): y = 16x^2 + 12x + 2$ và $(P_2): y = x^2 - 3x + 2$

Ví dụ 7 : Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các tham số, biết rằng hàm số ấy đạt giá trị lớn nhất bằng 5 tại $x = -2$ và có đồ thị đi qua điểm $M(1;-1)$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Trên $\mathbb{R}$, do hàm số $\mathcal{A}(1; -1)$ đạt giá trị lớn nhất nên $a < 0$.

$$\text{Do đó theo giả thiết, ta có: } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = -2 \\ 4a - 2b + c = 5 \\ a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = -\frac{8}{3} \\ c = \frac{7}{3} \end{cases} \text{ (nhận).}$$

Vậy hàm số cần tìm là $y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{7}{3}$.

Ví dụ 8 : Tìm tất cả các giá trị của tham số m để parabol $(P): y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ ($m \neq 0$) cắt đường thẳng $y = 3x - 1$ tại đỉnh của nó.

Lời giải

Đỉnh của (P) là $I(1; -4m - 2)$.

Theo giả thiết, I thuộc đường thẳng $y = 3x - 1$ nên $-4m - 2 = 3.1 - 1 \Leftrightarrow m = -1$.

Vậy $m = -1$.

Ví dụ 9 : Tìm parabol $(P): y = ax^2 - 4x + c$ biết rằng hoành độ đỉnh của (P) bằng -3 và (P) đi qua điểm $M(-2; 1)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} -\frac{4}{2a} = -3 \\ 4a + 8 + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 6a \\ 4a + c = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ c = -\frac{13}{3} \end{cases}.$$

Vậy parabol (P) có phương trình là $y = -\frac{2}{3}x^2 - 4x - \frac{13}{3}$.

Ví dụ 10 : Tìm các tham số a, b, c sao cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất là 4 tại $x = 2$ và đồ thị của nó cắt trục tung tại điểm có tung độ là 6.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Trên $\mathbb{R}$ hàm số có giá trị nhỏ nhất nên $a > 0$.

Lại có đồ thị hàm số có đỉnh $I(2; 4)$. Do đó ta có:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = 4 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = -2 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \text{ (nhận).} \\ c = 6 \end{cases}$$

Ví dụ 11 : Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 3OB$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và Ox là: $x^2 - 4x + m = 0$. (*)

(P) cắt Ox tại hai điểm phân biệt $A, B \Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4.$$

Gọi x_A, x_B là hai nghiệm của (*). Ta có $OA = 3OB \Rightarrow |x_A| = 3|x_B| \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 3x_B \\ x_A = -3x_B \end{cases}$.

$$\bullet \text{ TH1: } x_A = 3x_B \Rightarrow \begin{cases} x_A = 3x_B \\ x_A + x_B = 4 \\ x_A \cdot x_B = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 3 \\ x_B = 1 \\ x_A \cdot x_B = m \end{cases} \Rightarrow m = x_A \cdot x_B = 3 < 4.$$

$$\bullet \text{ TH2: } x_A = -3x_B \Rightarrow \begin{cases} x_A = -3x_B \\ x_A + x_B = 4 \\ x_A \cdot x_B = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 6 \\ x_B = -2 \\ x_A \cdot x_B = m \end{cases} \Rightarrow m = x_A \cdot x_B = -12 < 4.$$

Vậy $m \in \{-12; 3\}$.

Ví dụ 12 : Cho hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của $f(x) = 3$.

Lời giải

Ta có $a = 4 > 0$ nên đồ thị hàm số là một parabol có bề lõm hướng lên và có hoành độ đỉnh $x_I = \frac{m}{2}$.

• Nếu $\frac{m}{2} < -2 \Leftrightarrow m < -4$ thì $x_I < -2 < 0$. Suy ra $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-2; 0]$.

Do đó $\min_{[-2; 0]} f(x) = f(-2) = m^2 + 6m + 16$.

Theo yêu cầu bài toán: $m^2 + 6m + 16 = 3$ (vô nghiệm).

• Nếu $-2 \leq \frac{m}{2} \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 0$ thì $x_I \in [0; 2]$. Suy ra $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x_I = \frac{m}{2}$.

Do đó $\min_{[-2; 0]} f(x) = f\left(\frac{m}{2}\right) = -2m$.

Theo yêu cầu bài toán $-2m = 3 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}$ (thỏa mãn $-4 \leq m \leq 0$).

• Nếu $\frac{m}{2} > 0 \Leftrightarrow m > 0$ thì $x_I > 0 > -2$. Suy ra $f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[-2; 0]$.

Do đó $\min_{[-2; 0]} f(x) = f(0) = m^2 - 2m$.

Theo yêu cầu bài toán: $m^2 - 2m = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$ (Vì $m > 0$).

Từ các trường hợp trên, ta được $m \in \left\{ -\frac{3}{2}; 3 \right\}$.

II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Xác định parabol $(P): y = 2x^2 + bx + c$, biết rằng (P) đi qua điểm $M(0; 4)$ và có trục đối xứng $x = 1$.

A. $y = 2x^2 - 4x + 4$. B. $y = 2x^2 + 4x - 3$. C. $y = 2x^2 - 3x + 4$. D. $y = 2x^2 + x + 4$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $M \in (P) \longrightarrow c = 4$.

Trục đối xứng $-\frac{b}{2a} = 1 \longrightarrow b = -4$. Vậy $(P): y = 2x^2 - 4x + 4$.

Câu 2: Biết rằng $(P): y = ax^2 + bx + 2$ ($a > 1$) đi qua điểm $M(-1; 6)$ và có tung độ đỉnh bằng $-\frac{1}{4}$.

Tính tích $T = ab$.

A. $P = -3$. B. $P = -2$. C. $P = 192$. D. $P = 28$.

Lời giải

Chọn C.

Vì (P) đi qua điểm $M(-1;6)$ và có tung độ đỉnh bằng $-\frac{1}{4}$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} a-b+2=6 \\ -\frac{\Delta}{4a}=-\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=4 \\ b^2-4ac=a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4+b \\ b^2-8(4+b)=4+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4+b \\ b^2-9b-36=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=16 \\ b=12 \end{cases} \text{ (thỏa mãn } a > 1) \text{ hoặc } \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \end{cases} \text{ (loại).}$$

Suy ra $T = ab = 16.12 = 192$.

Câu 3: Cho parabol $y = ax^2 + bx + 4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1;3)$.

Tổng giá trị $a + 2b$ là

A. $-\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. -1.

Lời giải

Chọn B.

Vì parabol $y = ax^2 + bx + 4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1;3)$

Nên ta có:
$$\begin{cases} a+b+4=3 \\ -\frac{b}{2a}=\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=-1 \\ 2a+3b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=2 \end{cases}$$

Do đó: $a + 2b = -3 + 4 = 1$

Câu 4: Xác định $(P): y = -2x^2 + bx + c$, biết (P) có đỉnh là $I(1;3)$.

A. $(P): y = -2x^2 + 3x + 1$.

B. $(P): y = -2x^2 + 4x + 1$.

C. $(P): y = -2x^2 + 4x - 1$.

D. $(P): y = -2x^2 - 4x + 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có
$$\begin{cases} -2+b+c=3 \\ -\frac{b}{-4}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=4 \\ c=1 \end{cases}.$$

Câu 5: Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) đạt giá trị lớn nhất bằng 3 tại $x = 2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;-1)$. Tính tổng $S = a + b + c$.

Lời giải

Từ giả thiết ta có hệ
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a}=2 \\ y(2)=3 \\ c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-4a \\ 4a+2b+c=3 \\ c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-4a \\ 4a-8a-1=3 \\ c=-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=-1 \end{cases} \longrightarrow S = a + b + c = 2.$$

Câu 6: Xác định parabol $(P): y = ax^2 - 4x + c$ biết rằng hoành độ đỉnh của (P) bằng -3 và (P) đi qua điểm $M(-2;1)$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} -\frac{4}{2a} = -3 \\ 4a + 8 + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 6a \\ 4a + c = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ c = -\frac{13}{3} \end{cases}.$$

Vậy parabol (P) có phương trình là $y = -\frac{2}{3}x^2 - 4x - \frac{13}{3}$.

Câu 7: Xác định hàm số bậc hai $y = 2x^2 + bx + c$, biết rằng đồ thị của nó có đỉnh là $I(-1;0)$.

Lời giải

Vì đồ thị của hàm số có đỉnh là $I(-1;0)$ nên đồ thị có trục đối xứng là $x = -\frac{b}{4}$ và đi qua

$I(-1;0)$. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -\frac{b}{4} = -1 \\ 2 - b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ c = 2 \end{cases}.$$

Hàm số cần tìm là $y = 2x^2 + 4x + 2$.

Câu 8: Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(8;0)$ và có đỉnh $I(6;-12)$. Khi đó tích $a.b.c$ bằng

A. -10368 .

B. 10368 .

C. 6912 .

D. -6912 .

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Từ giả thiết ta có hệ } \begin{cases} 64a + 8b + c = 0 \\ 36a + 6b + c = -12 \\ -\frac{b}{2a} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -36 \\ c = 96 \end{cases} \Rightarrow abc = -10368.$$

Câu 9: Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$, biết hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x = -2$ và đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$.

A. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$.

B. $y = x^2 + 2x + 6$.

C. $y = x^2 + 6x + 6$.

D. $y = x^2 + x + 4$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$, suy ra $c = 6$.

Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x = -2$ nên

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -2 \\ 4a - 2b + c = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a - b = 0 \\ 4a - 2b + 6 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases}$$

Suy ra $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$ là hàm số cần tìm.

Câu 10: Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x = 2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$. Tính tích $P = abc$.

A. $P = -6$.

B. $P = -3$.

C. $P = 6$.

D. $P = \frac{3}{2}$.

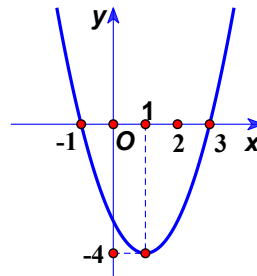
Lời giải

Chọn A.

Nhận xét: Hàm số đi qua điểm $A(0;6)$; đạt cực tiểu bằng 4 tại $x = 2$ nên đồ thị hàm số đi qua $I(2;4)$ và nhận $x = 2$ làm trục đối xứng, hàm số cũng đi qua điểm $A(0;6)$ suy ra:

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = 4 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \\ c = 6 \end{cases} \Rightarrow abc = -6.$$

Câu 12: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là



A. -9.

B. 9.

C. -6.

D. 6.

Lời giải

Chọn C.

Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ đi qua các điểm $A(-1; 0)$, $B(1; -4)$, $C(3; 0)$ nên

$$\text{có hệ phương trình: } \begin{cases} a - b + c = 0 \\ a + b + c = -4 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}.$$

Khi đó: $2a + b + 2c = 2.1 - 2 + 2(-3) = -6$.

Câu 13: Biết đồ thị $(P): y = ax^2 + bx + c$ cắt trục tung tại điểm bằng có tung độ bằng 7, đi qua điểm $A(3;1)$ và có tung độ đỉnh bằng 9. Xác định parabol (P) .

A. $(P): y = -2x^2 + 8x - 7$.

B. $(P): y = -2x^2 + 4x + 7$.

C. $(P): y = -4x^2 + 2x + 7$.

D. $(P): y = -x^2 + 4x - 7$.

Lời giải

Ta có (P) cắt trục tung tại điểm bằng 7 nên $c = 7$.

Ta có $A(3;1) \in (P): 1 = a.3^2 + 3b + 7$

$$\Leftrightarrow 9a + 3b = -6$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{-2-b}{3}. \quad (1)$$

Tung độ đỉnh

$$y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-b^2 + 4 \cdot 7 \cdot a}{4a} = 9$$
$$\Leftrightarrow -b^2 + 28a = 36a$$
$$\Leftrightarrow b^2 + 8a = 0.$$

Thay (1) vào phương trình trên ta được: $3b^2 - 8b - 16 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{4}{3} \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{9} \\ a = -2 \end{cases}$$

Vậy (P): $y = -2x^2 + 4x + 7$ hoặc (P): $y = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 7$.

Câu 14: Xác định các hệ số a và b để Parabol (P): $y = ax^2 + 4x - b$ có đỉnh $I(-1; -5)$.

A. $\begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $x_I = -1 \Rightarrow -\frac{4}{2a} = -1 \Rightarrow a = 2$.

Hơn nữa: $I \in (P)$ nên $-5 = a - 4 - b \Rightarrow b = 3$.

Câu 15: (P): $y = -2x^2 - ax + b$ có điểm $M(1; 3)$ với tung độ lớn nhất. Khi đó giá trị của b là

A. 5.

B. 1.

C. -2.

D. -3.

Lời giải

Chọn B.

Do bề lõm của (P) quay xuống và M có tung độ lớn nhất nên M là đỉnh của (P).

Ta có $M(1; 3)$ là đỉnh của parabol nên $\frac{a}{-4} = 1 \Leftrightarrow a = -4$.

Suy ra $y = -2x^2 + 4x + b$ qua $M(1; 3)$ nên $b = 1$.

8. Dạng 8-Tìm GTLN, GTNN của hàm số bậc hai

Ví dụ 1: Cho hàm số $y = x^2 - 4x - 3$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-3; 5]$.

Lời giải

Hàm số đã cho là hàm số bậc hai có hệ số: $a = 1, b = -4, c = -3$.

Ta có: $\frac{-b}{2a} = \frac{4}{2 \cdot 1} = 2$; $\frac{-\Delta}{4a} = \frac{(-4)^2 - 4 \cdot (-3)}{4 \cdot 1} = \frac{-28}{4} = -7$.

Vì $a = 1 > 0$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$, đồng biến trên $(2; +\infty)$. Do đó, ta có bảng biến thiên của hàm số trên $[-3; 5]$ là:

x	-3	2	5
y	18	-7	2

Dựa vào bảng biến thiên, vậy $\min_{x \in [-3; 5]} y = y(2) = -7$ và $\max_{x \in [-3; 5]} y = y(-3) = 18$.

Ví dụ 2: Cho hàm số $y = -2x^2 + 4x + 3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[2; 7]$.

Lời giải

Hàm số đã cho là hàm số bậc hai có $a = -2, b = 4, c = 3$.

$$\text{Ta có: } \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot (-2)} = 1; \quad \frac{-\Delta}{4a} = -\frac{4^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 3}{4 \cdot (-2)} = 5$$

Vì $a = -2 < 0$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$, nghịch biến trên $(1; +\infty)$. Do đó, ta có bảng biến thiên của hàm số trên $[2; 7]$ là:

x	2	7
y	3	-67

Dựa vào bảng biến thiên, vậy $\min_{x \in [2; 7]} y = y(7) = -67$ và $\max_{x \in [2; 7]} y = y(2) = 3$.

Ví dụ 3: Tìm giá trị thực của tham số $m \neq 0$ để hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

$$\text{Hoành độ đỉnh: } x_I = -\frac{b}{2a} = \frac{2m}{2m} = 1, \text{ suy ra } y_I = -4m - 2.$$

$$\text{Để hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng } -10 \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} m > 0 \\ -4m - 2 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2. \text{ (Thỏa mãn)}$$

Ví dụ 4: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi $x = 1$ và nhận giá trị bằng 3 khi $x = 2$. Tính abc .

Lời giải

Để hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi $x = 1$ và nhận giá trị bằng 3

$$\text{khi } x = 2 \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} a > 0 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \\ f(1) = 2 \\ f(2) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ 2a + b = 0 \\ a + b + c = 2 \\ 4a + 2b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } abc = 1 \cdot (-2) \cdot 3 = -6.$$

Ví dụ 5: Cho hàm số $y = mx^2 - 2x - m - 1$. Tìm giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

$$\text{Hoành độ đỉnh: } x_I = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2m} = \frac{1}{m}, \text{ suy ra } y_I = m \cdot \left(\frac{1}{m}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{m}\right) - m - 1 = \frac{-m^2 - m - 1}{m}$$

$$\text{TH1: Khi } m < 0 \text{ thì } \max y = y_I = \frac{-m^2 - m - 1}{m} \text{ tại điểm } x_I = \frac{1}{m}.$$

$$y_I = f\left(\frac{1}{m}\right) = \frac{-m^2 - m - 1}{m} - 1 + 1 = \frac{-m^2 - 2m - 1}{m} + 1 = \frac{-(m+1)^2}{m} + 1 \geq 0 + 1 = 1.$$

Vậy $\min y_I = 1$ tại điểm $m = -1$.

TH2: Khi $m > 0$ thì hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất, chỉ có giá trị nhỏ nhất.

TH3: Khi $m = 0$ thì hàm số $y = -2x - 1$ đã cho là hàm số bậc nhất, không có giá trị lớn nhất.

Kết luận: $m = -1$.

Ví dụ 6: Cho hàm số $y = -(m-1)^2 x^2 + 2(m-1)^2 x + 1 + 2m$. Với $m \neq 1$, tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $B = \frac{\min_{x \in [0;2]} y}{\max_{x \in [0;2]} y}$.

Lời giải

Hoành độ đỉnh: $x_I = -\frac{b}{2a} = \frac{-2(m-1)^2}{-2(m-1)^2} = 1$, suy ra

$$y_I = -(m-1)^2 + 2(m-1)^2 + 1 + 2m = m^2 + 2$$

Do $a = -(m-1)^2 < 0, \forall m \neq 1$ nên ta có bảng biến thiên như sau:

x	0	1	2
y	$2m+1$	m^2+2	$2m+1$

Từ bảng biến thiên ta có: $\max_{x \in [0;2]} y = m^2 + 2$ tại $x = 1$, $\min_{x \in [0;2]} y = 2m + 1$ tại $x = 0$ hoặc $x = 2$.

$$B = \frac{\min_{x \in [0;2]} y}{\max_{x \in [0;2]} y} = \frac{2m+1}{m^2+2} = \frac{\frac{1}{2}m^2 + 2m + 1 - \frac{1}{2}m^2}{m^2+2} = \frac{\frac{1}{2}(m^2 + 4m + 4) - \frac{1}{2}(m^2 + 2)}{m^2+2} = \frac{(m+2)^2}{2(m^2+2)} - \frac{1}{2}$$

$$\text{Vì } (m+2)^2 \geq 0, \forall m \in \mathbb{R} \Rightarrow \frac{(m+2)^2}{2(m^2+2)} \geq 0, \forall m \in \mathbb{R} \Rightarrow B \geq -\frac{1}{2}, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Vậy $\min B = -\frac{1}{2}$ tại $m = -2$.

Ví dụ 7: Tìm các tham số a, b, c sao cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất là 4 tại $x = 2$ và đồ thị của nó cắt trục tung tại điểm có tung độ là 6.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Trên $\mathbb{R}$ hàm số  có giá trị nhỏ nhất nên $a > 0$.

Lại có đồ thị hàm số có đỉnh $I(2;4)$. Do đó ta có:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = 4 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = -2 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \\ c = 6 \end{cases} \text{ (nhận).}$$

Ví dụ 8: Cho hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của $f(x) = 3$.

Lời giải

Ta có $a = 4 > 0$ nên đồ thị hàm số là một parabol có bề lõm hướng lên và có hoành độ đỉnh $x_I = \frac{m}{2}$.

- Nếu $\frac{m}{2} < -2 \Leftrightarrow m < -4$ thì $x_I < -2 < 0$. Suy ra $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-2; 0]$.

Do đó $\min_{[-2; 0]} f(x) = f(-2) = m^2 + 6m + 16$.

Theo yêu cầu bài toán: $m^2 + 6m + 16 = 3$ (vô nghiệm).

- Nếu $-2 \leq \frac{m}{2} \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 0$ thì $x_I \in [0; 2]$. Suy ra $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x_I = \frac{m}{2}$.

Do đó $\min_{[-2; 0]} f(x) = f\left(\frac{m}{2}\right) = -2m$.

Theo yêu cầu bài toán $-2m = 3 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}$ (thỏa mãn $-4 \leq m \leq 0$).

- Nếu $\frac{m}{2} > 0 \Leftrightarrow m > 0$ thì $x_I > 0 > -2$. Suy ra $f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[-2; 0]$.

Do đó $\min_{[-2; 0]} f(x) = f(0) = m^2 - 2m$.

Theo yêu cầu bài toán: $m^2 - 2m = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3 \text{ (Vì } m > 0 \text{)}.$

Từ các trường hợp trên, ta được $m \in \left\{ \frac{-3}{2}; 3 \right\}$.

9. Dạng 9–Bài toán thức tế về (P)

I. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1: Biết một viên đạn được bắn ra, nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Quỹ đạo của viên đạn trong mặt phẳng với hệ tọa độ Ots là một cung parabol có phương trình là $s(t) = -(t-2)^2 + 16$ trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi viên đạn được bắn ra; s là độ cao (tính bằng km) của viên đạn.

- Tính độ cao của viên đạn khi bắn được $3s$
- Hỏi khi nào viên đạn đạt độ cao 7 km ?
- Khi nào viên đạn đạt độ cao lớn nhất.
- Khi nào viên đạn chạm mặt đất

Lời giải

a) Khi $t = 3(s)$ thì $s(3) = -(3-2)^2 + 8 = 15 \text{ (km)}$

b) Viên đạn đạt độ cao 7 km khi $s(t) = 7 \Leftrightarrow -(t-2)^2 + 16 = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = -1(KTM) \end{cases}$

Vậy khi bắn được $5s$ thì viên đạn có độ cao 7 km

c) Giá trị lớn nhất của $s(t) = -(t-2)^2 + 16$ là 16 khi $t = 2$

Vậy khi bắn viên đạn được $2s$ thì viên đạn đạt độ cao lớn nhất là 16 km .

d) Ta có $-(t-2)^2 + 16 = 0 \Leftrightarrow (t-2)^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 6 \\ t = -2(KTM) \end{cases}$

Vậy sau 6s thì viên đạn sẽ rơi xuống mặt đất.

Ví dụ 2: Một quả bóng được ném vào không trung có chiều cao tính từ lúc bắt đầu ném ra được cho bởi công thức $h(t) = -t^2 + 2t + 3$ (tính bằng mét), t là thời gian tính bằng giây ($t \geq 0$).

- Tính chiều cao lớn nhất quả bóng đạt được.
- Hãy tính xem sau bao lâu quả bóng sẽ rơi xuống mặt đất ?

Lời giải

a. Ta có: $h(t) = -t^2 + 2t + 3 \Leftrightarrow h(t) = -(t-1)^2 + 4 \Rightarrow \max h(t) = h(1) = 4$.

Vậy quả bóng đạt chiều cao lớn nhất bằng 4 m tại thời điểm $t = 1$ giây.

b. Ta có: $-t^2 + 2t + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$ (loại) hoặc $t = 3$ (nhận).

Vậy sau 3 giây quả bóng sẽ rơi xuống mặt đất.

Ví dụ 3: Một quả bóng được ném lên trên theo phương thẳng đứng từ mặt đất với vận tốc ban đầu 14,7(m/s). Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao của quả bóng so với mặt đất (tính bằng mét) được mô tả bởi công thức $h(t) = -4,9t^2 + 14,7t$.

- Sau khi ném bao nhiêu giây thì quả bóng đạt độ cao lớn nhất?
- Tìm độ cao lớn nhất của quả bóng?
- Sau khi ném bao nhiêu giây thì quả bóng rơi chạm đất ?

Lời giải

a. Quả bóng đạt chiều cao lớn nhất khi $h(t) = -4,9t^2 + 14,7t$ đạt giá trị lớn nhất.

Đồ thị hàm số $h(t) = -4,9t^2 + 14,7t$ là một parabol có đỉnh $I(\frac{3}{2}; \frac{441}{40})$

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số là $h = \frac{441}{40}$ khi $t = \frac{3}{2}$

Sau khi ném được 1,5 thì quả bóng đạt độ cao lớn nhất

b. Tìm độ cao lớn nhất của quả bóng là $h = \frac{441}{40}$.

c) Quả bóng chạm đất khi $h(t) = 0 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 14,7t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 3 \end{cases}$

Vì $t > 0$ nên $t = 3$.

Vậy sau khi ném được 3 giây thì quả bóng rơi chạm đất.

Ví dụ 4: Bác Hùng dùng 200m hàng rào dây thép gai để rào miếng đất đủ rộng thành một mảnh vườn hình chữ nhật.

- Gọi $x(m)$ là chiều rộng của mảnh vườn đó, tìm công thức diện tích $S(x)$ theo x .
- Tìm kích thước của mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích lớn nhất có thể rào được.

Lời giải

a) Nửa chu vi của hình chữ nhật là $200 : 2 = 100(m)$

Chiều dài của hình chữ nhật là $100 - x(m)$

Diện tích của mảnh vườn là $S(x) = x(100 - x) = -x^2 + 100x$ (m^2)

b) Mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích lớn nhất khi $S(x) = -x^2 + 100x$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $S(x) = -x^2 + 100x$ đạt giá trị lớn nhất tại hoành độ đỉnh parabol, tức là $x = 50(m)$, $y = 50(m)$

Vậy kích thước của mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích lớn nhất là $50.50 = 2500(m^2)$

Ví dụ 5: Bác An dùng 60(m) lưới thép gai rào thành một mảnh vườn hình chữ nhật để trồng hoa.

- Tính diện tích mảnh vườn hình chữ nhật rào được theo chiều rộng x (mét) của nó.
- Tìm kích thước của mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích lớn nhất mà bác An có thể rào được.

Lời giải

a) Nửa chu vi của hình chữ nhật là $60 : 2 = 30(m)$

Chiều dài của hình chữ nhật là $30 - x(m)$

Diện tích của mảnh vườn là $S(x) = x(30 - x) = -x^2 + 30x \text{ (m}^2\text{)}$

b) Mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích lớn nhất khi $S(x) = -x^2 + 30x$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $S(x) = -x^2 + 30x$ đạt giá trị lớn nhất tại hoành độ đỉnh parabol, tức là $x = 15(m)$, $y = 15(m)$

Vậy kích thước của mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích lớn nhất là $15.15 = 225(m^2)$

Ví dụ 6: Độ cao của quả bóng golf tính theo thời gian có thể được xác định bằng một hàm bậc hai. Với các thông số cho trong bảng sau, hãy xác định độ cao quả bóng đạt được tại thời điểm 3 giây ?

Thời gian (giây)	0	0,5	1	2
Độ cao (mét)	0	28	48	64

Lời giải

Độ cao của quả bóng tính theo thời gian được xác định bởi hàm số $h(t) = at^2 + bt + c$ (tính bằng mét), t : giây, $t \geq 0$.

Với các thông số cho bởi bảng trên ta có:

$$\begin{cases} c = 0 \\ \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c = 28 \\ a + b + c = 48 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -16 \\ b = 64 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow h(t) = -16t^2 + 64t \Rightarrow h(3) = 48.$$

Vậy độ cao quả bóng đạt được tại thời điểm 3 giây là 48 m.

Ví dụ 7: Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung Parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth, trong đó t là thời gian(tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao(tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 2,4m. Sau đó 1 giây nó đạt được độ cao 10,2m và 2 giây sau khi đá lên nó đạt độ cao 8,5m. Hỏi sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi đá lên(tính chính xác đến hàng phần trăm)?

Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung Parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth, trong đó t là thời gian(tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao(tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 2,4m. Sau đó 1 giây nó đạt được độ cao 10,2m và 2 giây sau khi đá lên nó đạt độ cao 8,5m. Hỏi sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi đá lên(tính chính xác đến hàng phần trăm)?

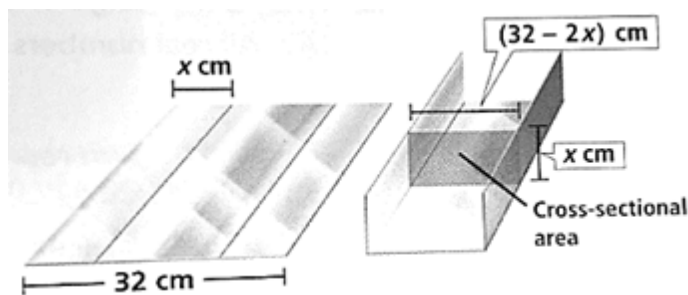
Giả sử phương trình Parabol $y = at^2 + bt + c(a \neq 0)$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} y(0) = 2,4 \\ y(1) = 10,2 \\ y(2) = 8,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2,4 = c \\ 10,2 = a + b + c \\ 8,5 = 4a + 2b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{19}{4} \\ b = \frac{251}{20} \\ c = \frac{12}{5} \end{cases} \dots\dots\dots$$

Vậy (P):
$$y = -\frac{19}{4}t^2 + \frac{251}{20}t + \frac{12}{5} \dots\dots\dots$$

Bóng chạm đất thì
$$-\frac{19}{4}t^2 + \frac{251}{20}t + \frac{12}{5} = 0 \Leftrightarrow t \approx 2,82 \text{ (giây)} \dots\dots\dots$$

Ví dụ 8: Một miếng nhôm có bề ngang 32 cm được uốn cong tạo thành máng dẫn nước bằng chia tấm nhôm thành 3 phần rồi gấp 2 bên lại theo một góc vuông như hình vẽ dưới. Hỏi x bằng bao nhiêu để tạo ra máng có diện tích mặt ngang S lớn nhất để có thể cho nước đi qua nhiều nhất ?



Lời giải

Gọi $S(x)$ là diện tích mặt ngang ứng với bề ngang x (cm) của phần gấp hai bên, ta có:

$$S(x) = x(32 - 2x), \text{ với } 0 < x < 16.$$

Diện tích mặt ngang lớn nhất khi hàm số $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $(0;16)$.

$$\text{Ta có: } S(x) = -2x^2 + 32x = -2(x-8)^2 + 128 \leq 128, \forall x \in (0;16).$$

$$\Rightarrow \max S(x) = S(8) = 128.$$

Vậy $x = 8$ cm thì diện tích mặt ngang lớn nhất.

Ví dụ 9: Hai con chuồn chuồn bay trên hai quỹ đạo khác nhau, xuất phát cùng thời điểm.

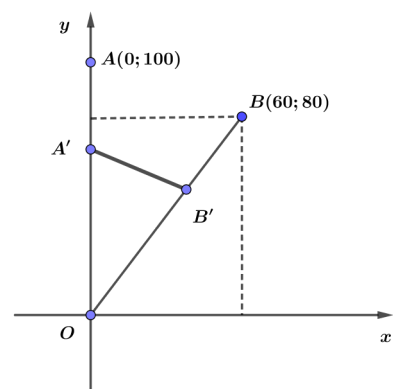
Một con bay trên quỹ đạo là đường thẳng từ điểm

$A(0;100)$ đến điểm $O(0;0)$ với vận tốc 5 m/s.

Con còn lại bay trên quỹ đạo là đường thẳng từ

$B(60;80)$ đến điểm $O(0;0)$ với vận tốc 10 m/s.

Hỏi trong quá trình bay thì khoảng cách ngắn nhất hai con đạt được là bao nhiêu ?



Lời giải

Xét tại thời điểm t (giây), $t \in [0;10]$, con chuồn chuồn bay từ A về O có tọa độ là $A'(0;100-5t)$.

Con chuồn chuồn bay từ $B(60;80)$ về $O(0;0)$ trên quỹ đạo là đường thẳng có hệ số góc là $k = \tan \alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}, \sin \alpha = \frac{4}{5}$.

Do đó tại thời điểm t , nó có tọa độ là $\begin{cases} x = 60 - 10t \cdot \cos \alpha \\ y = 80 - 10t \cdot \sin \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 - 6t \\ y = 80 - 8t \end{cases} \Rightarrow B'(60 - 6t; 80 - 8t)$.

Ta có: $\overline{A'B'} = (60 - 6t; -20 - 3t)$.

Khi đó, khoảng cách giữa hai con chuồn chuồn là:

$$d = A'B' = \sqrt{(60 - 6t)^2 + (20 + 3t)^2} \Leftrightarrow d = \sqrt{45t^2 - 600t + 4000}$$

d nhỏ nhất khi hàm số $f(t) = 45t^2 - 600t + 4000$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0;10]$.

Ta có: $f(t) = 5(3t - 20)^2 + 2000 \geq 2000, \forall t \in [0;10]$

$$\Rightarrow \min_{t \in [0;10]} f(t) = f\left(\frac{20}{3}\right) = 2000.$$

Vậy khoảng cách ngắn nhất của hai con chuồn chuồn trong quá trình bay là $\sqrt{2000} = 20\sqrt{5}$ m.

Ví dụ 10: Một cửa hàng bán bưởi Đoàn Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là 50000 đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 quả. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 1000 đồng thì số bưởi bán tăng thêm được là 10 quả. Xác định giá bán để cửa hàng thu được lợi nhuận cao nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi quả là 30000 đồng.

Lời giải

Gọi x là giá bán thực tế của mỗi quả bưởi Đoàn Hùng (x : đồng, $30000 \leq x \leq 50000$).

Tương ứng với giá bán là x thì số quả bán được là: $40 + \frac{10}{1000}(50000 - x) = -\frac{1}{100}x + 540$.

Gọi $f(x)$ là hàm lợi nhuận thu được ($f(x)$: đồng), ta có:

$$f(x) = \left(-\frac{1}{100}x + 540\right) \cdot (x - 30000) = -\frac{1}{100}x^2 + 840x - 16200000$$

Lợi nhuận thu được lớn nhất khi hàm $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $[30000; 50000]$

Ta có: $f(x) = -\left(\frac{1}{10}x - 4200\right)^2 + 1440000 \leq 1440000, \forall x \in [30000; 50000]$

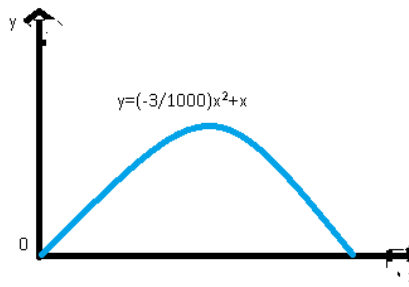
$$\Rightarrow \max_{x \in [30000; 50000]} f(x) = f(42000) = 1440000.$$

Vậy với giá bán 42000 đồng mỗi quả bưởi thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

Ví dụ 11: Quỹ đạo của một vật được ném lên từ gốc O (được chọn là điểm ném) trong mặt phẳng tọa độ Oxy là một parabol có phương trình $y = \frac{-3}{1000}x^2 + x$, trong đó x (mét) là khoảng cách theo phương ngang trên mặt đất từ vị trí của vật đến gốc O , y (mét) là độ cao của vật so với mặt đất (H.6.15).

a) Tìm độ cao cực đại của vật trong quá trình bay.

b) Tính khoảng cách từ điểm chạm đất sau khi bay của vật đến gốc O . Khoảng cách này gọi là tầm xa của quỹ đạo.



Lời giải

Vật đạt độ cao lớn nhất khi $y = \frac{-3}{1000}x^2 + x$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có tọa độ đỉnh của parabol là $I(\frac{500}{3}; \frac{250}{3})$

Vậy vật đạt độ cao lớn nhất là $\frac{250}{3}(m)$.

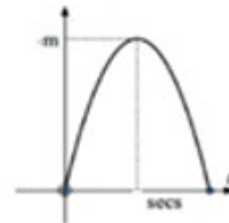
$$b) \text{ Vật chạm mặt đất tức là } y = 0 \Leftrightarrow \frac{-3}{1000}x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1000}{3} \end{cases}$$

Vậy tầm xa của quỹ đạo là $\frac{1000}{3}(m)$

II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Chiều cao h mét của tên lửa sau t giây khi nó được bắn lên theo chiều dọc cho bởi công thức $h(t) = 80t - 5t^2, (t \geq 0)$. Sau bao lâu thì tên lửa đạt độ cao tối đa?

- A. $t = 8$ giây
- B. $t = 4$ giây
- C. $t = 10$ giây
- D. $t = 12$ giây



Lời giải

Chọn A.

Tên lửa đạt độ cao tối đa khi vị trí tên lửa trùng với đỉnh của Parabol $h(t) = 80t - 5t^2, (t \geq 0)$.

Khi đó $t = -\frac{80}{2 \cdot (-5)} = 8$ giây.

Câu 2: Biết một viên đạn được bắn ra theo quỹ đạo là một parabol có phương trình $s(t) = -(t-3)^2 + 9 (km)$, với t là thời gian tính bằng giây. Hỏi khi nào viên đạn đạt độ cao $8km$?

A. $t = 4s$.

B. $t = 5s$.

C. $t = 3s$.

D. $t = 2s$.

Lời giải

Quả đạn đạt độ cao $8km$ khi

$$s(t) = 8 \Leftrightarrow -(t-3)^2 + 9 = 8 \Leftrightarrow (t-3)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 & (KTM) \\ t = 2 & (TM) \end{cases} \text{ Parabol}$$

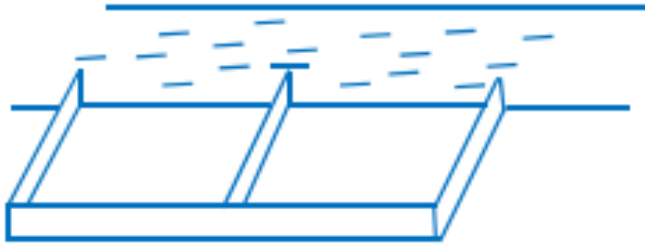
Câu 3: Một người nông dân có 15.000.000 VNĐ để làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60.000 VNĐ/m, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50.000 VNĐ/m. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được.

A. 50 m^2 .

B. 3125 m^2 .

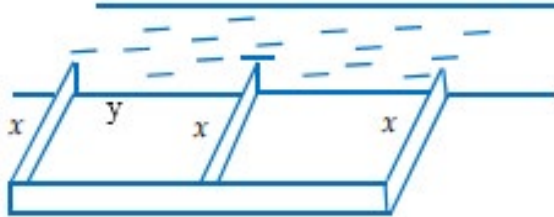
C. 1250 m^2 .

D. 6250 m^2 .



Lời giải

Phân tích ta đặt các kích thước của hàng rào như hình vẽ



Giá thành làm rào là:

$$3x \cdot 50\,000 + 2y \cdot 60\,000 = 15\,000\,000 \Leftrightarrow 5x + 4y = 500 \Leftrightarrow y = \frac{500 - 5x}{4}.$$

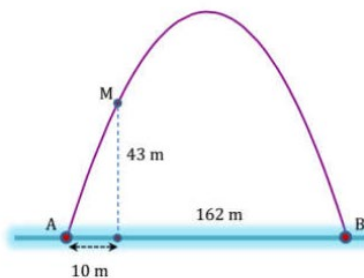
$$\text{Diện tích khu vườn sau khi được rào là: } S(x) = x \cdot 2y = x \cdot 2 \cdot \frac{500 - 5x}{4} = -\frac{5}{2}x^2 + 250x.$$

Diện tích khu vườn lớn nhất khi hàm số $S(x) = -\frac{5}{2}x^2 + 250x$ đạt giá trị lớn nhất.

$$\text{Khi đó: } S_{\max} = -\frac{\Delta}{4a} = 6250 \text{ } m^2.$$

Vậy diện tích lớn nhất của đất rào thu được là 6250 m^2 .

Câu 4: Cổng Arch tại thành phố St.Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với mặt đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng Arch (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng).

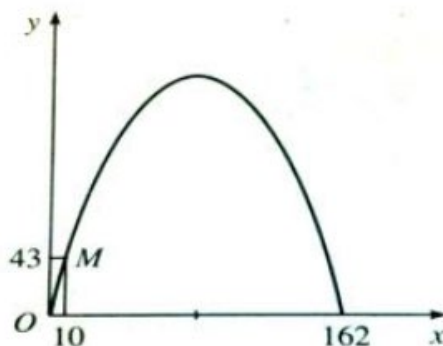


- A. 175,6 m. B. 197,5 m. C. 210 m. **D. 185,6 m.**

Lời giải

Chọn D

+ Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho O trùng với A, tia Ox cùng hướng với tia OB và tia Oy hướng lên (như hình bên dưới).



+ Hàm số bậc hai có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

+ Theo đề ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} c = 0 \\ 100a + 10b + c = 43 \\ 26244a + 162b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases}$$

+ Vậy, hàm số bậc hai là: $y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x$.

+ Chiều cao h của cổng là tung độ đỉnh của parabol nên $h = \frac{282123}{1520} \approx 185,6 m$.

Câu 5: Khi quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết rằng quỹ đạo của quả là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2 m. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5 m và 2 giây sau khi đá lên, nó ở độ cao 6 m. Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị độ cao h theo thời gian t và có phần đồ thị trùng với quỹ đạo của quả bóng trong tình huống trên.

A. $y = 4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

B. $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

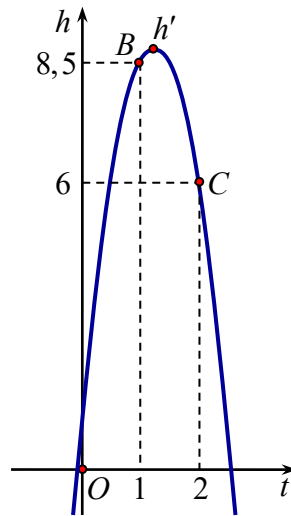
C. $y = -4,9t^2 + 12,2t - 1,2$.

D. $y = -4,9t^2 - 12,2t + 1,2$.

Lời giải

Chọn B.

Tại $t = 0$ ta có $y = h = 1,2$; tại $t = 1$ ta có $y = h = 8,5$; tại $t = 2$, ta có $y = h = 6$.



Chọn hệ trục Oth như hình vẽ.

Parabol (P) có phương trình: $y = at^2 + bt + c$, với $a \neq 0$.

Giả sử tại thời điểm t' thì quả bóng đạt độ cao lớn nhất h' .

Theo bài ra ta có: tại $t = 0$ thì $h = 1,2$ nên $A(0; 1,2) \in (P)$.

Tại $t = 1$ thì $h = 8,5$ nên $B(1; 8,5) \in (P)$.

Tại $t = 2$ thì $h = 6$ nên $C(2; 6) \in (P)$.

$$\text{Vậy ta có hệ: } \begin{cases} c = 1,2 \\ a + b + c = 8,5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1,2 \\ a = -4,9 \\ b = 12,2 \end{cases}.$$

Vậy hàm số Parabol cần tìm có dạng: $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

Câu 6: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 360 - 10n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích để trọng lượng cá sau một vụ thu được nhiều nhất?

A. 12.

B. 18.

C. 36.

D. 40.

Lời giải

Chọn B.

Trọng lượng cá trên đơn vị diện tích là

$$T = (360 - 10n)n = 360n - 10n^2 = -10(n^2 - 36n + 324 - 324) = -10(n - 18)^2 + 3240$$

$$\Rightarrow T_{\max} = 3240 \text{ khi } n = 18.$$

Câu 7: Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 đôla. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x đôla thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

A. 80 USD.

B. 160 USD.

C. 40 USD.

D. 240 USD.

Lời giải

Chọn A.

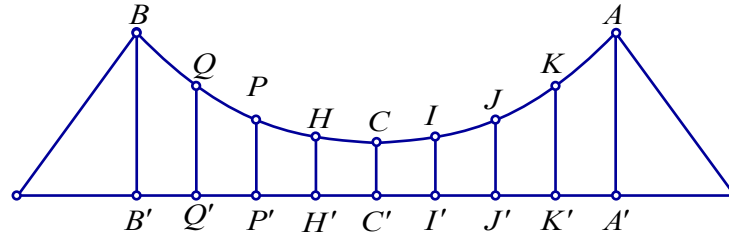
Gọi y là số tiền lãi của cửa hàng bán giày.

$$\text{Ta có } y = (120 - x)(x - 40) = -x^2 + 160x - 4800 = -(x - 80)^2 + 1600 \leq 1600.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 80$.

Vậy cửa hàng lãi nhiều nhất khi bán đôi giày với giá 80 USD.

Câu 8: Dây truyền đỡ trên cầu treo có dạng Parabol ACB như hình vẽ. Đầu, cuối của dây được gắn vào các điểm A, B trên mỗi trụ AA' và BB' với độ cao 30m. Chiều dài đoạn $A'B'$ trên nền cầu bằng 200m. Độ cao ngắn nhất của dây truyền trên cầu là $OC = 5\text{m}$. Gọi $Q', P', H', O, I', J', K'$ là các điểm chia đoạn $A'B'$ thành các phần bằng nhau. Các thanh thẳng đứng nối nền cầu với đáy dây truyền: $QQ', PP', HH', OC, II', JJ', KK'$ gọi là các dây cáp treo. Tính tổng độ dài của các dây cáp treo?



A. Đáp án khác.

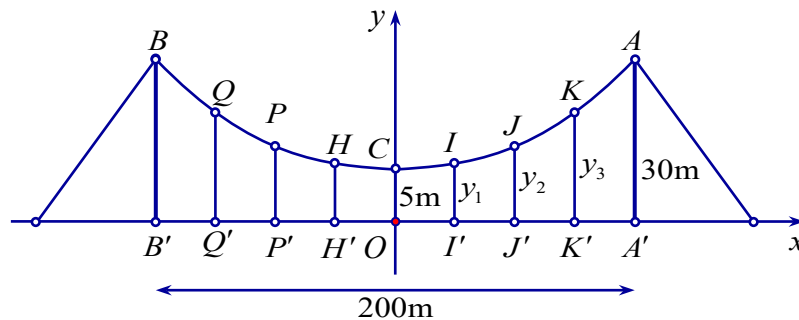
B. 36,87 m.

C. 73,75 m.

D. 78,75 m.

Lời giải

Chọn D.



Giả sử Parabol có dạng: $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ, khi đó parabol đi qua điểm $A(100; 30)$, và có đỉnh $C(0; 5)$. Đoạn AB chia làm 8 phần, mỗi phần 25m.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 30 = 10000a + 100b + c \\ \frac{-b}{2a} = 0 \\ 5 = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{400} \\ b = 0 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow (P): y = \frac{1}{400}x^2 + 5.$$

Khi đó, tổng độ dài của các dây cáp treo bằng $OC + 2y_1 + 2y_2 + 2y_3$

$$= 5 + 2\left(\frac{1}{400} \cdot 25^2 + 5\right) + 2\left(\frac{1}{400} \cdot 50^2 + 5\right) + 2\left(\frac{1}{400} \cdot 75^2 + 5\right) \\ = 78,75(\text{m}).$$

Câu 9: Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung Parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 2,4m. Sau đó 1 giây nó đạt được độ cao 10,2m và 2 giây sau khi đá lên nó đạt độ cao 8,5m. Hỏi sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi đá lên (tính chính xác đến hàng phần trăm)?

A. $t \approx 2,83$ giây

B. $t \approx 2,82$ giây

C. $t \approx 2,8$ giây

D. $t \approx 2,81$ giây

C.BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM HÀM SỐ BẬC HAI

Câu 1. Tung độ đỉnh I của parabol $(P): y = 2x^2 - 4x + 3$ là

A. -1 .

B. 1 .

C. 5 .

D. -5 .

Lời giải

Chọn B

Ta có :Tung độ đỉnh I là $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(1) = 1$.

Câu 2. Hàm số nào sau đây có giá trị nhỏ nhất tại $x = \frac{3}{4}$?

A. $y = 4x^2 - 3x + 1$. B. $y = -x^2 + \frac{3}{2}x + 1$. C. $y = -2x^2 + 3x + 1$. D. $y = x^2 - \frac{3}{2}x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đạt GTNN nên loại phương án B và C.

Phương án A: Hàm số có giá trị nhỏ nhất tại $x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{8}$ nên loại.

Còn lại chọn phương án D.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = -x^2 + 4x + 2$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. y giảm trên $(2; +\infty)$.

B. y giảm trên $(-\infty; 2)$.

C. y tăng trên $(2; +\infty)$.

D. y tăng trên $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a = -1 < 0$ nên hàm số y tăng trên $(-\infty; 2)$ và y giảm trên $(2; +\infty)$ nên chọn phương án A.

Câu 4. Hàm số nào sau đây nghịch biến trong khoảng $(-\infty; 0)$?

A. $y = \sqrt{2}x^2 + 1$.

B. $y = -\sqrt{2}x^2 + 1$.

C. $y = \sqrt{2}(x+1)^2$.

D.

$y = -\sqrt{2}(x+1)^2$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số nghịch biến trong khoảng $(-\infty; 0)$ nên loại phương án B và D.

Phương án A: hàm số y nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và y đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên chọn phương án A.

Câu 5. Cho hàm số: $y = x^2 - 2x + 3$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **đúng**?

A. y tăng trên $(0; +\infty)$.

B. y giảm trên $(-\infty; 2)$.

C. Đồ thị của y có đỉnh $I(1; 0)$.

D. y tăng trên $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $a=1>0$ nên hàm số y giảm trên $(-\infty;1)$ và y tăng trên $(1;+\infty)$ và có đỉnh $I(1;2)$ nên chọn phương án **D**. Vì y tăng trên $(1;+\infty)$ nên y tăng trên $(2;+\infty)$.

Câu 6. Bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ là bảng nào sau đây?

A.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

B.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$-\infty$

D.

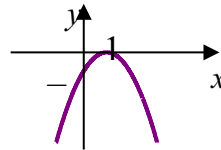
x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	3	$+\infty$

Lời giải

Chọn C

Ta có $a=-2 < 0$ và Đỉnh của Parabol $I\left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right) = I(1,3)$.

Câu 7. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



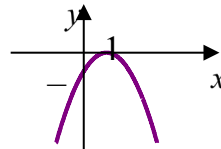
- A.** $y = -(x+1)^2$. **B.** $y = -(x-1)^2$. **C.** $y = (x+1)^2$. **D.** $y = (x-1)^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: Đỉnh $I(1,0)$ và nghịch biến $(-\infty,1)$ và $(1,+\infty)$.

Câu 8. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



- A.** $y = -x^2 + 2x$. **B.** $y = -x^2 + 2x - 1$. **C.** $y = x^2 - 2x$. **D.** $y = x^2 - 2x + 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: Đỉnh $I(1,0)$ và nghịch biến $(-\infty,1)$ và $(1,+\infty)$.

Câu 9. Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ có phương trình là:

- A.** $y = x^2 + x + 2$. **B.** $y = x^2 + 2x + 2$. **C.** $y = 2x^2 + x + 2$. **D.** $y = 2x^2 + 2x + 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: Vì $A, B \in (P) \Leftrightarrow \begin{cases} 5 = a.1^2 + b.1 + 2 \\ 8 = a.(-2)^2 + b.(-2) + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}.$

Câu 10. Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(8;0)$ và có đỉnh $A(6;-12)$ có phương trình là:

A. $y = x^2 - 12x + 96.$

B. $y = 2x^2 - 24x + 96.$

C. $y = 2x^2 - 36x + 96.$

D. $y = 3x^2 - 36x + 96.$

Lời giải**Chọn D**

Parabol có đỉnh $A(6;-12)$ nên ta có :
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 6 \\ -12 = a.6^2 + b.6 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12a + b = 0 \\ 36a + 6b + c = -12 \end{cases}$$

(1)

Parabol đi qua $A(8;0)$ nên ta có : $0 = a.8^2 + b.8 + c \Leftrightarrow 64a + 8b + c = 0$

(2)

Từ (1) và (2) ta có :
$$\begin{cases} 12a + b = 0 \\ 36a + 6b + c = -12 \\ 64a + 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -36 \\ c = 96 \end{cases}.$$

Vậy phương trình parabol cần tìm là : $y = 3x^2 - 36x + 96.$

Câu 11. Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu bằng 4 tại $x = -2$ và đi qua $A(0;6)$ có phương trình là:

A. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6.$

B. $y = x^2 + 2x + 6.$

C. $y = x^2 + 6x + 6.$

D. $y = x^2 + x + 4$

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $-\frac{b}{2a} = -2 \Rightarrow b = 4a.$ (1)

Mặt khác : Vì $A, I \in (P) \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = a.(-2)^2 + b.(-2) + c \\ 6 = a.(0)^2 + b.(0) + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a - 2b = -2 \\ c = 6 \end{cases}$ (2)

Kết hợp (1),(2) ta có :
$$\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 2 \\ c = 6 \end{cases}.$$
 Vậy $(P): y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6.$

Câu 12. Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(0;-1), B(1;-1), C(-1;1)$ có phương trình là:

A. $y = x^2 - x + 1.$

B. $y = x^2 - x - 1.$

C. $y = x^2 + x - 1.$

D. $y = x^2 + x + 1.$

Lời giải**Chọn B**

Ta có: Vì $A, B, C \in (P) \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = a.0^2 + b.0 + c \\ -1 = a.(1)^2 + b.(1) + c \\ 1 = a.(-1)^2 + b.(-1) + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -1 \end{cases}$

Vậy $(P): y = x^2 - x - 1$.

Câu 13. Cho $M \in (P): y = x^2$ và $A(2;0)$. Để AM ngắn nhất thì:

- A.** $M(1;1)$. **B.** $M(-1;1)$. **C.** $M(1;-1)$. **D.** $M(-1;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M \in (P) \Rightarrow M(t, t^2)$ (loại đáp án **C, D**)

Mặt khác: $AM = \sqrt{(t-2)^2 + t^4} = \sqrt{2}$

(thể M từ hai đáp án còn lại vào nhận được với $M(1;1)$ sẽ nhận được

$AM = \sqrt{(1-2)^2 + 1^4} = \sqrt{2}$ ngắn nhất).

Câu 14. Giao điểm của parabol $(P): y = x^2 + 5x + 4$ với trục hoành:

- A.** $(-1;0)$; $(-4;0)$. **B.** $(0;-1)$; $(0;-4)$. **C.** $(-1;0)$; $(0;-4)$. **D.** $(0;-1)$; $(-4;0)$.

Lời giải

Chọn A

Cho $x^2 + 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -4 \end{cases}$.

Câu 15. Giao điểm của parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ với đường thẳng $y = x - 1$ là:

- A.** $(1;0)$; $(3;2)$. **B.** $(0;-1)$; $(-2;-3)$. **C.** $(-1;2)$; $(2;1)$. **D.** $(2;1)$; $(0;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Cho $x^2 - 3x + 2 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Câu 16. Giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x + m$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt?

- A.** $m < -\frac{9}{4}$. **B.** $m > -\frac{9}{4}$. **C.** $m > \frac{9}{4}$. **D.** $m < \frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Cho $x^2 + 3x + m = 0$ (1)

Để đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 3^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$.

Câu 17. Khi tịnh tiến parabol $y = 2x^2$ sang trái 3 đơn vị, ta được đồ thị của hàm số:

A. $y = 2(x+3)^2$.

B. $y = 2x^2 + 3$

C. $y = 2(x-3)^2$.

D. $y = 2x^2 - 3$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = x + 3$ ta có $y = 2t^2 = 2(x+3)^2$.

Câu 18. Cho hàm số $y = -3x^2 - 2x + 5$. Đồ thị hàm số này có thể được suy ra từ đồ thị hàm số $y = -3x^2$ bằng cách

A. Tịnh tiến parabol $y = -3x^2$ sang trái $\frac{1}{3}$ đơn vị, rồi lên trên $\frac{16}{3}$ đơn vị.

B. Tịnh tiến parabol $y = -3x^2$ sang phải $\frac{1}{3}$ đơn vị, rồi lên trên $\frac{16}{3}$ đơn vị.

C. Tịnh tiến parabol $y = -3x^2$ sang trái $\frac{1}{3}$ đơn vị, rồi xuống dưới $\frac{16}{3}$ đơn vị.

D. Tịnh tiến parabol $y = -3x^2$ sang phải $\frac{1}{3}$ đơn vị, rồi xuống dưới $\frac{16}{3}$ đơn vị.

Lời giải

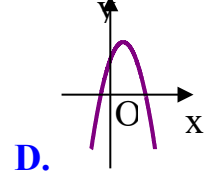
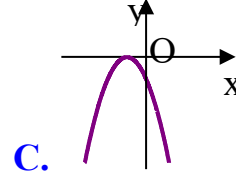
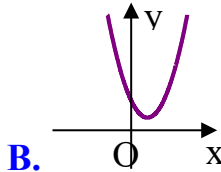
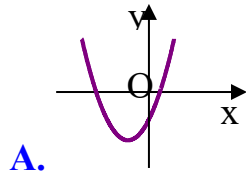
Chọn A

Ta có

$$y = -3x^2 - 2x + 5 = -3\left(x^2 + \frac{2}{3}x\right) + 5 = -3\left(x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{9}\right) + 5 = -3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{16}{3}$$

Vậy nên ta chọn đáp án A.

Câu 19. Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a < 0, b < 0$ và $c > 0$ thì đồ thị của nó có dạng:



Lời giải

Chọn D

Vì $a < 0$ Loại đáp án A, B.

$c > 0$ chọn đáp án D.

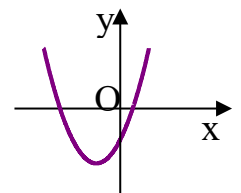
Câu 20. Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như sau thì dấu các hệ số của nó là:

A. $a > 0; b > 0; c > 0$.

B. $a > 0; b > 0; c < 0$.

C. $a > 0; b < 0; c > 0$.

D. $a > 0; b < 0; c < 0$.



Lời giải

Chọn B

Nhận xét đồ thị hướng lên nên $a > 0$.

Giao với Oy tại điểm nằm phía dưới trục hoành nên $c < 0$.

Mặt khác Vì $a > 0$ và Đỉnh I nằm bên trái trục hoành nên $b > 0$.

Câu 21. Cho phương trình: $(9m^2 - 4)x + (n^2 - 9)y = (n - 3)(3m + 2)$. Với giá trị nào của m và n thì phương trình đã cho là đường thẳng song song với trục Ox ?

A. $m = \pm \frac{2}{3}; n = \pm 3$

B. $m \neq \pm \frac{2}{3}; n = \pm 3$

C. $m = \frac{2}{3}; n \neq \pm 3$

D. $m = \pm \frac{3}{4}; n \neq \pm 2$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(9m^2 - 4)x + (n^2 - 9)y = (n - 3)(3m + 2)$

Muốn song song với Ox thì có dạng $by + c = 0, c \neq 0, b \neq 0$

$$\text{Nên } \begin{cases} 9m^2 - 4 = 0 \\ n^2 - 9 \neq 0 \\ (n - 3)(3m + 2) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \pm \frac{2}{3} \\ n \neq \pm 3 \\ n \neq 3 \\ m \neq \frac{-2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ n \neq \pm 3 \end{cases}$$

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 6x + 1$. Khi đó:

A. $f(x)$ tăng trên khoảng $(-\infty; 3)$ và giảm trên khoảng $(3; +\infty)$.

B. $f(x)$ giảm trên khoảng $(-\infty; 3)$ và tăng trên khoảng $(3; +\infty)$.

C. $f(x)$ luôn tăng.

D. $f(x)$ luôn giảm.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a = 1 > 0$ và $x = -\frac{b}{2a} = 3$

Vậy hàm số $f(x)$ giảm trên khoảng $(-\infty; 3)$ và tăng trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 3$. Trong các mệnh đề sau đây, tìm mệnh đề đúng?

A. y tăng trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. y giảm trên khoảng $(-\infty; 2)$

C. Đồ thị của y có đỉnh $I(1; 0)$

D. y tăng trên khoảng $(1; +\infty)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $a = 1 > 0$ và $x = -\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow I(1, 2)$

Vậy hàm số $f(x)$ giảm trên khoảng $(-\infty; 1)$ và tăng trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 24. Hàm số $y = 2x^2 + 4x - 1$. Khi đó:

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$ và nghịch biến trên $(-2; +\infty)$

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên $(-2; +\infty)$

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên $(-1; +\infty)$

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên $(-1; +\infty)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $a = 2 > 0$ và $x = -\frac{b}{2a} = -1 \Rightarrow I(-1, -3)$

Vậy hàm số $f(x)$ giảm trên khoảng $(-\infty; -1)$ và tăng trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 2$. Khi đó:

- A.** Hàm số tăng trên khoảng $(-\infty; 0)$ **B.** Hàm số giảm trên khoảng $(5; +\infty)$
C. Hàm số tăng trên khoảng $(-\infty; 2)$ **D.** Hàm số giảm trên khoảng $(-\infty; 2)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $a = 1 > 0$ và $x = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow I(2, -2)$

Vậy hàm số $f(x)$ giảm trên khoảng $(-\infty; 2)$ và tăng trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 12$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A.** Hàm số luôn luôn tăng.
B. Hàm số luôn luôn giảm.
C. Hàm số giảm trên khoảng $(-\infty; 2)$ và tăng trên khoảng $(2; +\infty)$
D. Hàm số tăng trên khoảng $(-\infty; 2)$ và giảm trên khoảng $(2; +\infty)$

Lời giải

Chọn C

Ta có $a = 1 > 0$ và $x = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow I(2, 8)$

Vậy hàm số $f(x)$ giảm trên khoảng $(-\infty; 2)$ và tăng trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x) = -x^2 + 5x + 1$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

- A.** y giảm trên khoảng $\left(\frac{29}{4}; +\infty\right)$ **B.** y tăng trên khoảng $(-\infty; 0)$
C. y giảm trên khoảng $(-\infty; 0)$ **D.** y tăng trên khoảng $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $a = -1 < 0$ và $x = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{2}$.

Vậy hàm số $f(x)$ tăng trên khoảng $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$ và giảm trên khoảng $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

Câu 28. Cho parabol $(P): y = -3x^2 + 6x - 1$. Khẳng định đúng nhất trong các khẳng định sau là:

- A.** (P) có đỉnh $I(1; 2)$ **B.** (P) có trục đối xứng $x = 1$

C. (P) cắt trục tung tại điểm $A(0;-1)$ **D.** Cả a, b, c , đều đúng.

Lời giải

Chọn D

Ta có $a = -3 < 0$ và $x = -\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow I(1, 2)$

$x = 1$ là trục đối xứng.

hàm số $f(x)$ tăng trên khoảng $(-\infty; 1)$ và giảm trên khoảng $(1; +\infty)$.

Cắt trục $Oy \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = -1$.

Câu 29. Đường thẳng nào trong các đường thẳng sau đây là trục đối xứng của parabol $y = -2x^2 + 5x + 3$?

A. $x = \frac{5}{2}$.

B. $x = -\frac{5}{2}$.

C. $x = \frac{5}{4}$.

D. $x = -\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $a = -2 < 0$ và $x = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{4}$.

Vậy $x = \frac{5}{4}$ là trục đối xứng.

Câu 30. Đỉnh của parabol $y = x^2 + x + m$ nằm trên đường thẳng $y = \frac{3}{4}$ nếu m bằng

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) + m = m - \frac{1}{4} \Rightarrow I\left(-\frac{1}{2}, m - \frac{1}{4}\right)$

Để $I \in (d): y = \frac{3}{4}$ nên $m - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow m = 1$.

Câu 31. Parabol $y = 3x^2 - 2x + 1$

A. Có đỉnh $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

B. Có đỉnh $I\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

C. Có đỉnh $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

D. Đi qua điểm $M(-2; 9)$.

Lời giải

Chọn C

Đỉnh parabol $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

(thay hoành độ đỉnh $-\frac{b}{2a} = \frac{1}{3}$ vào phương trình parabol tìm tung độ đỉnh).

Câu 32. Cho Parabol $y = \frac{x^2}{4}$ và đường thẳng $y = 2x - 1$. Khi đó:

A. Parabol cắt đường thẳng tại hai điểm phân biệt.

B. Parabol cắt đường thẳng tại điểm duy nhất $(2; 2)$.

C. Parabol không cắt đường thẳng.

D. Parabol tiếp xúc với đường thẳng có tiếp điểm là $(-1; 4)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đường là:

$$\frac{x^2}{4} = 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + 2\sqrt{3} \\ x = 4 - 2\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy parabol cắt đường thẳng tại hai điểm phân biệt.

Câu 33. Parabol $(P): y = -x^2 + 6x + 1$. Khi đó

A. Có trục đối xứng $x = 6$ và đi qua điểm $A(0; 1)$.

B. Có trục đối xứng $x = -6$ và đi qua điểm $A(1; 6)$.

C. Có trục đối xứng $x = 3$ và đi qua điểm $A(2; 9)$.

D. Có trục đối xứng $x = 3$ và đi qua điểm $A(3; 9)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Trục đối xứng } x = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow x = \frac{-6}{-2} \Leftrightarrow x = 3$$

$$\text{Ta có } -2^2 + 6 \cdot 2 + 1 = 9 \Rightarrow A(2; 9) \in (P).$$

Câu 34. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$ biết rằng parabol đó cắt trục hoành tại $x_1 = 1$ và $x_2 = 2$. Parabol đó là:

A. $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 2$. **B.** $y = -x^2 + 2x + 2$. **C.** $y = 2x^2 + x + 2$. **D.**

$$y = x^2 - 3x + 2.$$

Lời giải

Chọn D

Parabol (P) cắt Ox tại $A(1; 0)$, $B(2; 0)$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} A \in (P) \\ B \in (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + 2 = 0 \\ 4a + 2b + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = -2 \\ 2a + b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (P): y = x^2 - 3x + 2.$$

Câu 35. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$ biết rằng parabol đó đi qua hai điểm $A(1; 5)$ và $B(-2; 8)$. Parabol đó là

A. $y = x^2 - 4x + 2$. **B.** $y = -x^2 + 2x + 2$. **C.** $y = 2x^2 + x + 2$. **D.**

$$y = x^2 - 3x + 2.$$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} A \in (P) \\ B \in (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + 2 = 5 \\ 4a - 2b + 2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ 2a - b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}.$$

Vậy $(P): y = 2x^2 + x + 2$.

Câu 36. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + 1$ biết rằng parabol đó đi qua hai điểm $A(1;4)$ và $B(-1;2)$. Parabol đó là

A. $y = x^2 + 2x + 1$. **B.** $y = 5x^2 - 2x + 1$. **C.** $y = -x^2 + 5x + 1$. **D.** $y = 2x^2 + x + 1$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} A \in (P) \\ B \in (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + 1 = 4 \\ a - b + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ a - b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}.$$

Vậy $(P): y = 2x^2 + x + 1$.

Câu 37. Biết parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua gốc tọa độ và có đỉnh $I(-1;-3)$. Giá trị a, b, c là

A. $a = -3, b = 6, c = 0$.

B. $a = 3, b = 6, c = 0$.

C. $a = 3, b = -6, c = 0$.

D. $a = -3, b = -6, c = 2$.

Lời giải

Chọn B

Parabol qua gốc tọa độ $O \Rightarrow c = 0$

$$\text{Parabol có đỉnh } I(-1;-3) \Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} = -1 \\ a - b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \end{cases}.$$

Câu 38. Biết parabol $(P): y = ax^2 + 2x + 5$ đi qua điểm $A(2;1)$. Giá trị của a là

A. $a = -5$.

B. $a = -2$.

C. $a = 2$.

D. $a = 3$.

Lời giải

Chọn B

$$A(2;1) \in (P) \Rightarrow 4a + 4 + 5 = 1 \Leftrightarrow a = -2.$$

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$. Biểu thức $f(x+3) - 3f(x+2) + 3f(x+1)$ có giá trị bằng

A. $ax^2 - bx - c$.

B. $ax^2 + bx - c$.

C. $ax^2 - bx + c$.

D. $ax^2 + bx + c$.

Lời giải

Chọn D

$$f(x+3) = a(x+3)^2 + b(x+3) + c = ax^2 + (6a+b)x + 9a+3b+c.$$

$$f(x+2) = a(x+2)^2 + b(x+2) + c = ax^2 + (4a+b)x + 4a+2b+c.$$

$$f(x+1) = a(x+1)^2 + b(x+1) + c = ax^2 + (2a+b)x + a+b+c.$$

$$\Rightarrow f(x+3) - 3f(x+2) + 3f(x+1) = ax^2 + bx + c.$$

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 + 4x$. Các giá trị của x để $f(x) = 5$ là

A. $x = 1$.

B. $x = 5$.

C. $x = 1, x = -5$.

D. $x = -1, x = -5$.

Lời giải

Chọn C

$$f(x) = 5 \Leftrightarrow x^2 + 4x = 5 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases}.$$

Câu 41. Bảng biến thiên của hàm số $y = -x^2 + 2x - 1$ là:

A.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-1	$+\infty$

B.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	0	$+\infty$

C.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	-1	$-\infty$

D.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	0	$-\infty$

Lời giải

Chọn D

Parabol $y = -x^2 + 2x - 1$ có đỉnh $I(1;0)$ mà $a = -1 < 0$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 42. Bảng biến thiên nào dưới đây là của hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$ là:

A.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

B.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	2	$+\infty$

C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	2	$-\infty$

D.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

Lời giải

Chọn C

Parabol $y = -x^2 + 2x + 1$ có đỉnh $I(1;2)$ mà $a = -1 < 0$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 43. Bảng biến thiên nào dưới đây là của hàm số $y = x^2 - 2x + 5$?

A.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	4	$+\infty$

B.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	5	$+\infty$

C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	4	$-\infty$

D.

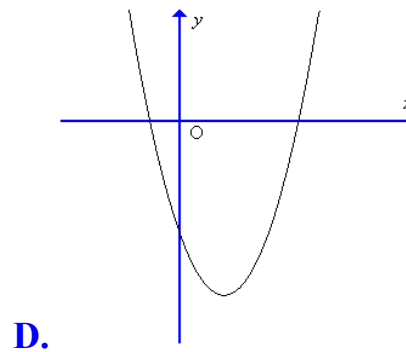
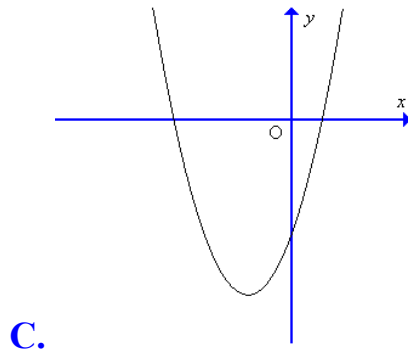
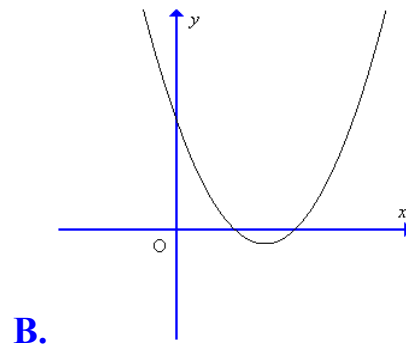
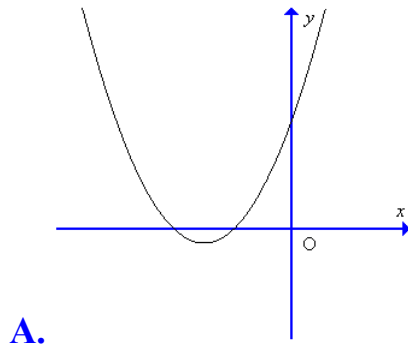
x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	5	$-\infty$

Lời giải

Chọn A

Parabol $y = x^2 - 2x + 5$ có đỉnh $I(1;4)$ mà $a = 1 > 0$ nên hàm số nên nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 44. Đồ thị hàm số $y = 4x^2 - 3x - 1$ có dạng nào trong các dạng sau đây?



Lời giải

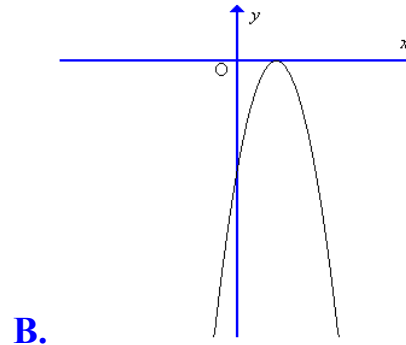
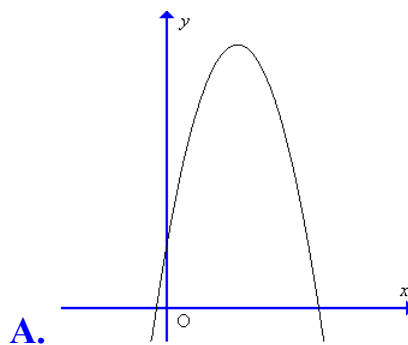
Chọn D

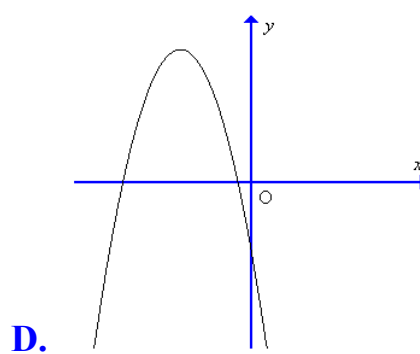
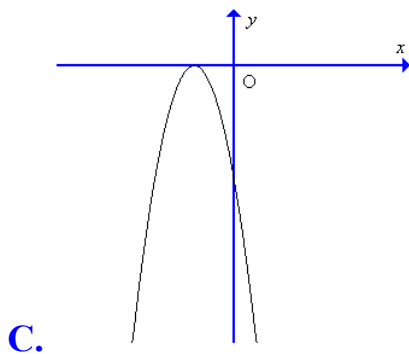
Parabol $y = 4x^2 - 3x - 1$ bề lõm hướng lên do $a = 4 > 0$.

Parabol có đỉnh $I\left(\frac{3}{8}; -\frac{25}{16}\right)$. (hoành độ đỉnh nằm bên phải trục tung)

Parabol cắt Oy tại tại điểm có tung độ bằng -1 . (giao điểm Oy nằm bên dưới trục hoành)

Câu 45. Đồ thị hàm số $y = -9x^2 + 6x - 1$ có dạng là?





Lời giải

Chọn B

Parabol $y = -9x^2 + 6x - 1$ có bề lõm hướng xuống do $a = -3 < 0$.

Parabol có đỉnh $I\left(\frac{1}{3}; 0\right) \in Ox$.

Parabol cắt Oy tại điểm có tung độ bằng -1 .

Câu 46. Tìm tọa độ giao điểm của hai parabol: $y = \frac{1}{2}x^2 - x$ và $y = -2x^2 + x + \frac{1}{2}$ là

- A.** $\left(\frac{1}{3}; -1\right)$. **B.** $(2; 0), (-2; 0)$. **C.** $\left(1; -\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{1}{5}; \frac{11}{50}\right)$. **D.** $(-4; 0), (1; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của hai parabol:

$$\frac{1}{2}x^2 - x = -2x^2 + x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{5}{2}x^2 - 2x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{5} \Rightarrow y = \frac{11}{50} \end{cases}$$

Vậy giao điểm của hai parabol có tọa độ $\left(1; -\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\frac{1}{5}; \frac{11}{50}\right)$.

Câu 47. Parabol (P) có phương trình $y = -x^2$ đi qua A, B có hoành độ lần lượt là $\sqrt{3}$ và $-\sqrt{3}$. Cho O là gốc tọa độ. Khi đó:

A. Tam giác AOB là tam giác nhọn. **B.** Tam giác AOB là tam giác đều.
C. Tam giác AOB là tam giác vuông. **D.** Tam giác AOB là tam giác có một góc tù.

Lời giải

Chọn B

Parabol $(P): y = -x^2$ đi qua A, B có hoành độ $\sqrt{3}$ và $-\sqrt{3}$ suy ra $A(\sqrt{3}; 3)$ và

$B(-\sqrt{3}; 3)$ là hai điểm đối xứng nhau qua Oy . Vậy tam giác AOB cân tại O .

Gọi I là giao điểm của AB và $Oy \Rightarrow \triangle IOA$ vuông tại I nên

$$\tan \widehat{IAO} = \frac{IO}{IA} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{IAO} = 60^\circ. \text{ Vậy } \triangle AOB \text{ là tam giác đều.}$$

Cách khác :

$$OA = OB = 2\sqrt{3}, \quad AB = \sqrt{(-\sqrt{3} - \sqrt{3})^2 + (3 - 3)^2} = 2\sqrt{3}. \text{ Vậy } OA = OB = AB \text{ nên tam giác } AOB \text{ là tam giác đều.}$$

Câu 48. Parabol $y = m^2x^2$ và đường thẳng $y = -4x - 1$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt ứng với:

A. Mọi giá trị m .

B. Mọi $m \neq 2$.

C. Mọi m thỏa mãn $|m| < 2$ và $m \neq 0$.

D. Mọi $m < 4$ và $m \neq 0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y = m^2x^2$ và đường thẳng $y = -4x - 1$:

$$m^2x^2 = -4x - 1 \Leftrightarrow m^2x^2 + 4x + 1 = 0 \quad (1)$$

Parabol cắt đường thẳng tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m^2 > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq 0 \end{cases}.$$

Câu 49. Tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = -x + 3$ và parabol $y = -x^2 - 4x + 1$ là:

A. $\left(\frac{1}{3}; -1\right)$. **B.** $(2; 0), (-2; 0)$. **C.** $\left(1; -\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{1}{5}; \frac{11}{50}\right)$. **D.**

$(-1; 4), (-2; 5)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y = -x^2 - 4x + 1$ và đường thẳng $y = -x + 3$:

$$-x^2 - 4x + 1 = -x + 3 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 4 \\ x = -2 \Rightarrow y = 5 \end{cases}$$

Vậy giao điểm của parabol và đường thẳng có tọa độ $(-1; 4)$ và $(-2; 5)$.

Câu 50. Cho parabol $y = x^2 - 2x - 3$. Hãy chọn khẳng định đúng nhất trong các khẳng định sau:

A. (P) có đỉnh $I(1; -3)$.

B. Hàm số $y = x^2 - 2x - 3$ tăng trên khoảng $(-\infty; 1)$ và giảm trên khoảng $(1; +\infty)$.

C. (P) cắt Ox tại các điểm $A(-1; 0), B(3; 0)$.

D. Parabol có trục đối xứng là $y = 1$.

Lời giải

Chọn C

$$y = x^2 - 2x - 3 \text{ có đỉnh } I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow I(1; -4).$$

Hàm số có $a = 1 > 0$ nên giảm trên khoảng $(-\infty; 1)$ và tăng trên khoảng $(1; +\infty)$.

Parabol cắt Ox : $y = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$. Vậy (P) cắt Ox tại các điểm

$$A(-1; 0), B(3; 0).$$

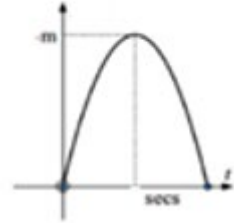
Câu 51: Chiều cao h mét của tên lửa sau t giây khi nó được bắn lên theo chiều dọc cho bởi công thức $h(t) = 80t - 5t^2, (t \geq 0)$. Sau bao lâu thì tên lửa đạt độ cao tối đa?

A. $t = 8$ giây

B. $t = 4$ giây

C. $t = 10$ giây

D. $t = 12$ giây

**Hướng dẫn giải****Chọn A.**

Tên lửa đạt độ cao tối đa khi vị trí tên lửa trùng với đỉnh của Parabol $h(t) = 80t - 5t^2, (t \geq 0)$.

$$\text{Khi đó } t = -\frac{80}{2 \cdot (-5)} = 8 \text{ giây.}$$

TRẮC NGHIỆM HÀM SỐ BẬC HAI

Vấn đề 1. KHẢO SÁT HÀM SỐ BẬC HAI

Câu 1: Hàm số $y = 2x^2 + 4x - 1$

- A. đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- B. nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- C. đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- D. nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.
- C. Trên khoảng $(-\infty; -1)$ hàm số đồng biến.
- D. Trên khoảng $(3; +\infty)$ hàm số nghịch biến.

Câu 3: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$?

- A. $y = \sqrt{2}x^2 + 1$.
- B. $y = -\sqrt{2}x^2 + 1$.
- C. $y = \sqrt{2}(x+1)^2$.
- D. $y = -\sqrt{2}(x+1)^2$.

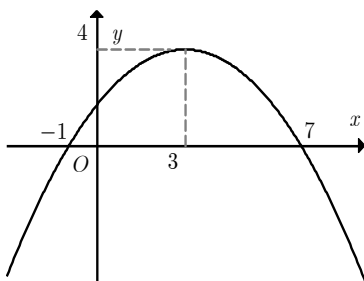
Câu 4: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$?

- A. $y = \sqrt{2}x^2 + 1$.
- B. $y = -\sqrt{2}x^2 + 1$.
- C. $y = \sqrt{2}(x+1)^2$.
- D. $y = -\sqrt{2}(x+1)^2$.

Câu 5: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$). Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.
- C. Đồ thị của hàm số có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$.
- D. Đồ thị của hàm số luôn cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Câu 6: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (P) như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$. B. (P) có đỉnh là $I(3; 4)$.
C. (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1. D. (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Câu 7: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị (P) . Tọa độ đỉnh của (P) là

- A. $I\left(-\frac{b}{2a}; \frac{\Delta}{4a}\right)$. B. $I\left(-\frac{b}{a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$. C. $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$. D. $I\left(\frac{b}{2a}; \frac{\Delta}{4a}\right)$.

Câu 8: Trục đối xứng của parabol $(P): y = 2x^2 + 6x + 3$ là

- A. $x = -\frac{3}{2}$. B. $y = -\frac{3}{2}$. C. $x = -3$. D. $y = -3$.

Câu 9: Trục đối xứng của parabol $(P): y = -2x^2 + 5x + 3$ là

- A. $x = -\frac{5}{2}$. B. $x = -\frac{5}{4}$. C. $x = \frac{5}{2}$. D. $x = \frac{5}{4}$.

Câu 10: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị nhận đường $x = 1$ làm trục đối xứng?

- A. $y = -2x^2 + 4x + 1$. B. $y = 2x^2 + 4x - 3$. C. $y = 2x^2 - 2x - 1$. D. $y = x^2 - x + 2$.

Câu 11: Đỉnh của parabol $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$ là

- A. $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$. B. $I\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. C. $I\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. D. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Câu 12: Hàm số nào sau đây có đồ thị là parabol có đỉnh $I(-1; 3)$?

- A. $y = 2x^2 - 4x - 3$. B. $y = 2x^2 - 2x - 1$. C. $y = 2x^2 + 4x + 5$. D.
 $y = 2x^2 + x + 2$.

Câu 13: Tìm giá trị nhỏ nhất $y_{\min}$ của hàm số $y = x^2 - 4x + 5$.

- A. $y_{\min} = 0$. B. $y_{\min} = -2$. C. $y_{\min} = 2$. D. $y_{\min} = 1$.

Câu 14: Tìm giá trị lớn nhất $y_{\max}$ của hàm số $y = -\sqrt{2}x^2 + 4x$.

- A. $y_{\max} = \sqrt{2}$. B. $y_{\max} = 2\sqrt{2}$. C. $y_{\max} = 2$. D. $y_{\max} = 4$.

Câu 15: Hàm số nào sau đây đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = \frac{3}{4}$?

- A. $y = 4x^2 - 3x + 1$. B. $y = -x^2 + \frac{3}{2}x + 1$. C. $y = -2x^2 + 3x + 1$. D.

$y = x^2 - \frac{3}{2}x + 1$.

Câu 16: Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x) = x^2 - 3x$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $M = 0; m = -\frac{9}{4}$. B. $M = \frac{9}{4}; m = 0$. C. $M = -2; m = -\frac{9}{4}$. D.

$M = 2; m = -\frac{9}{4}$.

Câu 17: Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x) = -x^2 - 4x + 3$ trên đoạn $[0; 4]$.

A. $M = 4; m = 0$. B. $M = 29; m = 0$. C. $M = 3; m = -29$. D. $M = 4; m = 3$.

Câu 18: Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$ trên đoạn $[-2; 1]$.

A. $M = 15; m = 1$. B. $M = 15; m = 0$. C. $M = 1; m = -2$. D.

$M = 0; m = -15$.

Câu 19: Tìm giá trị thực của tham số $m \neq 0$ để hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. $m = -1$.

Câu 20: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng 3. Tính tổng T các phần tử của S .

A. $T = -\frac{3}{2}$. B. $T = \frac{1}{2}$. C. $T = \frac{9}{2}$. D. $T = \frac{3}{2}$.

Vấn đề 2. ĐỒ THỊ

Câu 21: Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	-5	$+\infty$

A. $y = -x^2 + 4x - 9$. B. $y = x^2 - 4x - 1$. C. $y = -x^2 + 4x$. D.

$y = x^2 - 4x - 5$.

Câu 22: Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

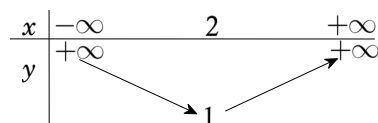
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$-\infty$

A. $y = 2x^2 + 2x - 1$. B. $y = 2x^2 + 2x + 2$. C. $y = -2x^2 - 2x$. D.

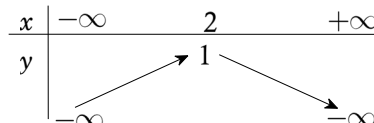
$y = -2x^2 - 2x + 1$.

Câu 23: Bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ là bảng nào trong các bảng được cho sau đây ?

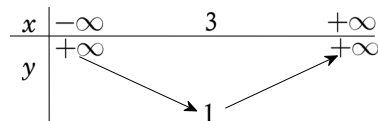
A.



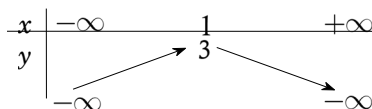
B.



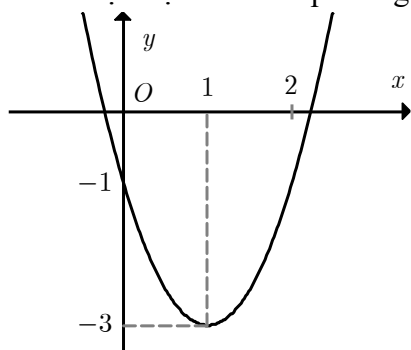
C.



D.



Câu 24: Đồ thị hình vẽ là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^2 - 4x - 1$.

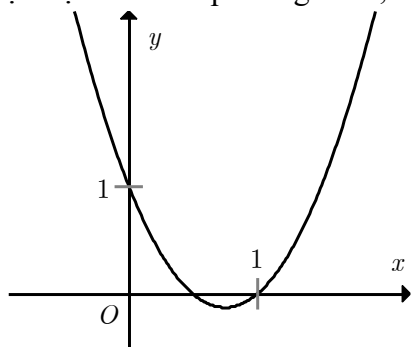
B. $y = 2x^2 - 4x - 1$.

C. $y = -2x^2 - 4x - 1$.

D.

$y = 2x^2 - 4x + 1$.

Câu 25: Đồ thị hình vẽ là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.

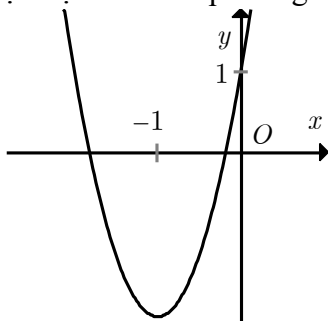


Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^2 + 3x - 1$. **B.** $y = -2x^2 + 3x - 1$. **C.** $y = 2x^2 - 3x + 1$. **D.**

$y = x^2 - 3x + 1$.

Câu 26: Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.

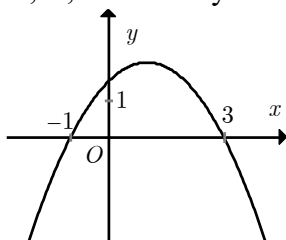


Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -3x^2 - 6x$. **B.** $y = 3x^2 + 6x + 1$. **C.** $y = x^2 + 2x + 1$. **D.**

$y = -x^2 - 2x + 1$.

Câu 27: Đồ thị hình vẽ là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.

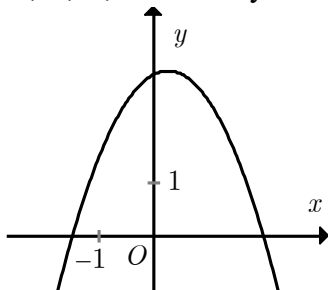


Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^2 - 2x + \frac{3}{2}$. **B.** $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{5}{2}$. **C.** $y = x^2 - 2x$. **D.**

$y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$.

Câu 28: Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.

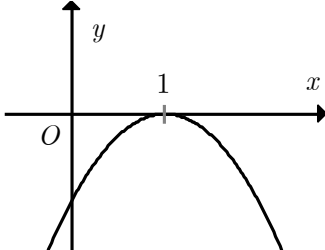


Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -2x^2 + x - 1$. B. $y = -2x^2 + x + 3$. C. $y = x^2 + x + 3$. D.

$y = -x^2 + \frac{1}{2}x + 3$.

Câu 29: Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.

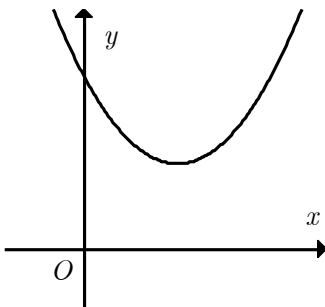


Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^2 + 2x$. B. $y = -x^2 + 2x - 1$. C. $y = x^2 - 2x$. D.

$y = x^2 - 2x + 1$.

Câu 30: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên.

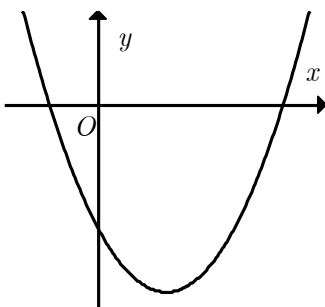


Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$. C. $a > 0, b > 0, c > 0$. D.

$a < 0, b < 0, c > 0$.

Câu 31: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên.

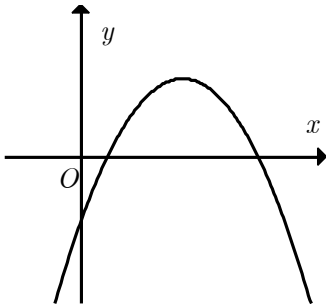


Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$. C. $a > 0, b > 0, c > 0$. D.

$a < 0, b < 0, c > 0$.

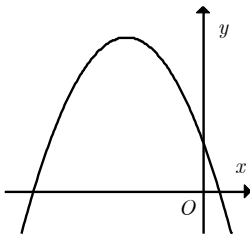
Câu 32: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c > 0$.

Câu 33: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c < 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c > 0$.

Câu 34: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Xét dấu hệ số a và biệt thức Δ khi (P) hoàn toàn nằm phía trên trục hoành.

- A.** $a > 0, \Delta > 0$. **B.** $a > 0, \Delta < 0$. **C.** $a < 0, \Delta < 0$. **D.** $a < 0, \Delta > 0$.

Câu 35: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Xét dấu hệ số a và biệt thức Δ khi cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và có đỉnh nằm phía trên trục hoành.

- A.** $a > 0, \Delta > 0$. **B.** $a > 0, \Delta < 0$. **C.** $a < 0, \Delta < 0$. **D.** $a < 0, \Delta > 0$.

Vấn đề 3. XÁC ĐỊNH HÀM SỐ BẬC HAI

Câu 36: Tìm parabol $(P): y = ax^2 + 3x - 2$, biết rằng parabol cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 2.

- A.** $y = x^2 + 3x - 2$. **B.** $y = -x^2 + x - 2$. **C.** $y = -x^2 + 3x - 3$. **D.** $y = -x^2 + 3x - 2$.

Câu 37: Tìm parabol $(P): y = ax^2 + 3x - 2$, biết rằng parabol có trục đối xứng $x = -3$.

- A.** $y = x^2 + 3x - 2$. **B.** $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 2$. **C.** $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 3$. **D.** $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2$.

Câu 38: Tìm parabol $(P): y = ax^2 + 3x - 2$, biết rằng parabol có đỉnh $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{11}{4}\right)$.

- A. $y = x^2 + 3x - 2$. B. $y = x^2 + x - 4$. C. $y = 3x^2 + x - 1$. D. $y = 3x^2 + 3x - 2$.

Câu 39: Tìm giá trị thực của tham số m để parabol $(P): y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ ($m \neq 0$) có đỉnh thuộc đường thẳng $y = 3x - 1$.

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = -6$. D. $m = 6$.

Câu 40: Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m sao cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + m$ cắt Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 3OB$. Tính tổng T các phần tử của S .

- A. $T = 3$. B. $T = -15$. C. $T = \frac{3}{2}$. D. $T = -9$.

Câu 41: Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$, biết rằng (P) đi qua hai điểm $M(1; 5)$ và $N(-2; 8)$.

- A. $y = 2x^2 + x + 2$. B. $y = x^2 + x + 2$. C. $y = -2x^2 + x + 2$. D. $y = -2x^2 - x + 2$.

Câu 42: Xác định parabol $(P): y = 2x^2 + bx + c$, biết rằng (P) có đỉnh $I(-1; -2)$.

- A. $y = 2x^2 - 4x + 4$. B. $y = 2x^2 - 4x$. C. $y = 2x^2 - 3x + 4$. D. $y = 2x^2 + 4x$.

Câu 43: Xác định parabol $(P): y = 2x^2 + bx + c$, biết rằng (P) đi qua điểm $M(0; 4)$ và có trục đối xứng $x = 1$.

- A. $y = 2x^2 - 4x + 4$. B. $y = 2x^2 + 4x - 3$. C. $y = 2x^2 - 3x + 4$. D. $y = 2x^2 + x + 4$.

Câu 44: Biết rằng $(P): y = ax^2 - 4x + c$ có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua điểm $M(-2; 1)$. Tính tổng $S = a + c$.

- A. $S = 5$. B. $S = -5$. C. $S = 4$. D. $S = 1$.

Câu 45: Biết rằng $(P): y = ax^2 + bx + 2$ ($a > 1$) đi qua điểm $M(-1; 6)$ và có tung độ đỉnh bằng $-\frac{1}{4}$. Tính tích $T = ab$.

- A. $P = -3$. B. $P = -2$. C. $P = 192$. D. $P = 28$.

Câu 46: Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) đi qua ba điểm $A(1; 1)$, $B(-1; -3)$ và $O(0; 0)$.

- A. $y = x^2 + 2x$. B. $y = -x^2 - 2x$. C. $y = -x^2 + 2x$. D. $y = x^2 - 2x$.

Câu 47: Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) cắt trục Ox tại hai điểm có hoành độ lần lượt là -1 và 2 , cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng -2 .

A. $y = -2x^2 + x - 2$. B. $y = -x^2 + x - 2$. C. $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 2$. D. $y = x^2 - x - 2$.

Câu 48: Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) có đỉnh $I(-2; -1)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 .

A. $y = x^2 - 2x - 3$. B. $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3$. C. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 3$. D.

$y = -x^2 - 2x - 3$.

Câu 49: Biết rằng $(P): y = ax^2 + bx + c$, đi qua điểm $A(2; 3)$ và có đỉnh $a \neq 0$ Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$.

A. $S = 2$. B. $S = 4$. C. $S = 6$. D. $S = 14$.

Câu 50: Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) có đỉnh thuộc trục hoành và đi qua hai điểm $M(0; 1)$, $N(2; 1)$.

A. $y = x^2 - 2x + 1$. B. $y = x^2 - 3x + 1$. C. $y = x^2 + 2x + 1$. D.

$y = x^2 + 3x + 1$.

Câu 51: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) đi qua $M(-5; 6)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 . Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $a = 6b$. B. $25a - 5b = 8$. C. $b = -6a$. D. $25a + 5b = 8$.

Câu 52: Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x = 2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 6)$. Tính tích $P = abc$.

A. $P = -6$. B. $P = 6$. C. $P = -3$. D. $P = \frac{3}{2}$.

Câu 53: Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị lớn nhất bằng 3 tại $x = 2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; -1)$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = -1$. B. $S = 4$. C. $S = 4$. D. $S = 2$.

Câu 54: Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị lớn nhất bằng 5 tại $x = -2$ và có đồ thị đi qua điểm $M(1; -1)$. Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$.

A. $S = -1$. B. $S = 1$. C. $S = 13$. D. $S = 14$.

Câu 55: Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{4}$ tại $x = \frac{3}{2}$ và tổng lập phương các nghiệm của phương trình $y = 0$ bằng 9. Tính $P = abc$.

A. $P = 0$. B. $P = 6$. C. $P = 7$. D. $P = -6$.

Vấn đề 4. BÀI TOÁN TƯƠNG GIAO

Câu 56: Tọa độ giao điểm của $(P): y = x^2 - 4x$ với đường thẳng $d: y = -x - 2$ là

A. $M(-1;-1), N(-2;0)$.

B. $M(1;-3), N(2;-4)$.

C. $M(0;-2), N(2;-4)$.

D. $M(-3;1), N(3;-5)$.

Câu 57: Gọi $A(a;b)$ và $B(c;d)$ là tọa độ giao điểm của $(P): y = 2x - x^2$ và $\Delta: y = 3x - 6$. Giá trị $b + d$ bằng :

A. 7.

B. -7.

C. 15.

D. -15.

Câu 58: Đường thẳng nào sau đây tiếp xúc với $(P): y = 2x^2 - 5x + 3$?

A. $y = x + 2$.

B. $y = -x - 1$.

C. $y = x + 3$.

D. $y = -x + 1$.

Câu 59: Parabol $(P): y = x^2 + 4x + 4$ có số điểm chung với trục hoành là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 60: Giao điểm của hai parabol $y = x^2 - 4$ và $y = 14 - x^2$ là:

A. $(2;10)$ và $(-2;10)$.

B. $(\sqrt{14};10)$ và $(-14;10)$.

C. $(3;5)$ và $(-3;5)$.

D. $(\sqrt{18};14)$ và $(-\sqrt{18};14)$.

Câu 61: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số b để đồ thị hàm số $y = -3x^2 + bx - 3$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

A. $\begin{cases} b < -6 \\ b > 6 \end{cases}$.

B. $-6 < b < 6$.

C. $\begin{cases} b < -3 \\ b > 3 \end{cases}$.

D. $-3 < b < 3$.

Câu 62: Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $-2x^2 - 4x + 3 = m$ có nghiệm.

A. $1 \leq m \leq 5$.

B. $-4 \leq m \leq 0$.

C. $0 \leq m \leq 4$.

D. $m \leq 5$.

Câu 63: Cho parabol $(P): y = x^2 + x + 2$ và đường thẳng $d: y = ax + 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của a để (P) tiếp xúc với d .

A. $a = -1; a = 3$.

B. $a = 2$.

C. $a = 1; a = -3$.

D. Không tồn tại a .

Câu 64: Cho parabol $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để parabol không cắt Ox .

A. $m < 2$.

B. $m > 2$.

C. $m \geq 2$.

D. $m \leq 2$.

Câu 65: Cho parabol $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

A. $1 < m < 2$.

B. $m < 2$.

C. $m > 2$.

D. $m < 1$.

Câu 66: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = mx$ cắt đồ thị hàm số $(P): y = x^3 - 6x^2 + 9x$ tại ba điểm phân biệt.

A. $m > 0$ và $m \neq 9$.

B. $m > 0$.

C. $m < 18$ và $m \neq 9$.

D. $m > 18$.

Câu 67: Tìm giá trị thực của m để phương trình $|2x^2 - 3x + 2| = 5m - 8x - 2x^2$ có nghiệm duy nhất.

A. $m = \frac{7}{40}$.

B. $m = \frac{2}{5}$.

C. $m = \frac{107}{80}$.

D. $m = \frac{7}{80}$.

Câu 68: Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^4 - 2x^2 + 3 - m = 0$ có nghiệm.

A. $m \geq 3$.

B. $m \geq -3$.

C. $m \geq 2$.

D. $m \geq -2$.

Câu 69: Cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng $d: y = mx + 3$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\frac{9}{2}$.

A. $m = 7$.

B. $m = -7$.

C. $m = -1, m = -7$.

D. $m = -1$.

Câu 70: Cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng $d: y = mx + 3$. Tìm giá trị thực của tham số m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 8$.

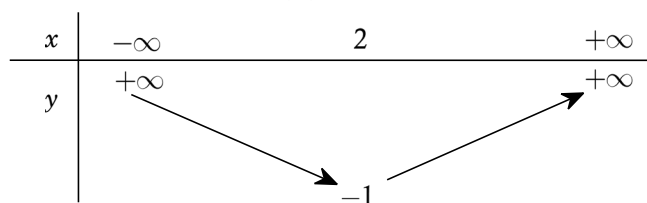
A. $m = 2$.

B. $m = -2$.

C. $m = 4$.

D. Không có m .

Câu 71: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có bảng biến thiên như sau:



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm.

A. $m > -1$.

B. $m > 0$.

C. $m > -2$.

D. $m \geq -1$.

Câu 72: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[1; 5]$.

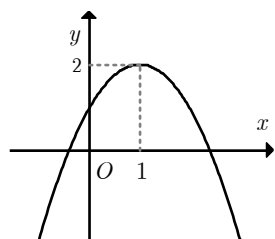
A. $\frac{3}{4} \leq m \leq 7$.

B. $-\frac{7}{2} \leq m \leq -\frac{3}{8}$.

C. $3 \leq m \leq 7$.

D. $\frac{3}{8} \leq m \leq \frac{7}{2}$.

Câu 73: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + m - 2018 = 0$ có duy nhất một nghiệm.

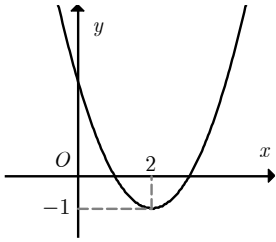
A. $m = 2015$.

B. $m = 2016$.

C. $m = 2017$.

D. $m = 2019$.

Câu 74: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình.



Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $|f(x)| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.

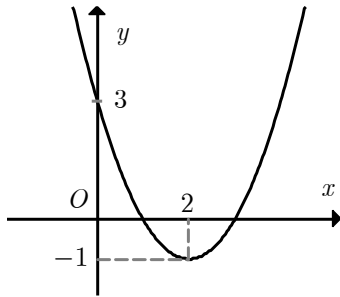
A. $0 < m < 1$.

B. $m > 3$.

C. $m = -1, m = 3$.

D. $-1 < m < 0$.

Câu 75: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình.



Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $f(|x|) - 1 = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

A. $m = 3$.

B. $m > 3$.

C. $m = 2$.

D. $-2 < m < 2$.

ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ĐA	D	B	A	D	D	C	C	A	D	A
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ĐA	D	C	D	B	D	A	C	B	B	D
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
ĐA	B	D	C	B	C	B	D	D	B	B
Câu	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
ĐA	A	C	D	B	D	D	D	D	B	D
Câu	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
ĐA	A	D	A	B	C	C	D	B	D	A
Câu	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

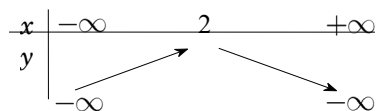
ĐA	B	A	D	C	B	B	D	D	B	C
Câu	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
ĐA	A	D	A	B	A	A	D	C	C	B
Câu	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
ĐA	C	B	B	A	A					

LỜI GIẢI

Câu 1. Hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với $a > 0$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.

Áp dụng: Ta có $-\frac{b}{2a} = -1$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$. **Chọn D.**

Câu 2. Ta có BBT



Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$. Do đó A đúng, B sai. **Chọn B.**

Đáp án C đúng vì hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ thì đồng biến trên khoảng con $(-\infty; -1)$.

Đáp án D đúng vì hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ thì nghịch biến trên khoảng con $(3; +\infty)$.

Câu 3. Xét đáp án A, ta có $-\frac{b}{2a} = 0$ và có $a > 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. **Chọn A.**

Câu 4. Xét đáp án D, ta có $y = -\sqrt{2}(x+1)^2 = -\sqrt{2}x^2 - 2\sqrt{2}x - \sqrt{2}$ nên $-\frac{b}{2a} = -1$ và có $a < 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$. **Chọn D.**

Câu 5. Chọn D. Ví dụ trường hợp đồ thị có đỉnh nằm phía trên trục hoành thì khi đó đồ thị hàm số không cắt trục hoành. (hoặc xét phương trình hoành độ giao điểm $ax^2 + bx + c = 0$, phương trình này không phải lúc nào cũng có hai nghiệm).

Câu 6. Đồ thị hàm số đi lên trên khoảng $(-\infty; 3)$ nên đồng biến trên khoảng đó. Do đó A đúng.

Dựa vào đồ thị ta thấy (P) có đỉnh có tọa độ $(3; 4)$. Do đó B đúng.

(P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ -1 và 7 . Do đó D đúng.

Dùng phương pháp loại trừ thì C là đáp án sai. **Chọn C.**

Cách giải tự luận. Gọi parabol cần tìm là (P): $y = ax^2 + bx + c$. Do bề lõm quay xuống nên $a < 0$. Vì (P) cắt trục hoành tại hai điểm $(-1; 0)$ và $(7; 0)$ nên
$$\begin{cases} a - b + c = 0 \\ 49a + 7b + c = 0 \end{cases}$$

Mặt khác (P) có trục đối xứng $x = 3 \rightarrow -\frac{b}{2a} = 3 \Leftrightarrow -b = 6a$ và đi qua điểm $(3; 4)$ nên $9a + 3a + c = 4$.

Kết hợp các điều kiện ta tìm được $I\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

Vậy $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{7}{4} \rightarrow (P) \cap Oy = \left(0; \frac{7}{4}\right)$.

Câu 7. Hoành độ đỉnh $x = -\frac{b}{2a}$; tung độ đỉnh $y = -\frac{\Delta}{4a}$. **Chọn C.**

Câu 8. Trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}$. **Chọn A.**

Câu 9. Trục đối xứng $M = 15$; $m = 1$. **Chọn D.**

Câu 10. Xét đáp án A, ta có $-\frac{b}{2a} = 1$. **Chọn A.**

Câu 11. **Chọn D.**

Câu 12. **Chọn C.**

Câu 13. Cách 1. Ta có $y = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1 \geq 1 \rightarrow y_{\min} = 1$. **Chọn D.**

Cách 2. Hoành độ đỉnh $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-4)}{2} = 2$.

Vì hệ số $a > 0$ nên hàm số có giá trị nhỏ nhất $y_{\min} = y(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 5 = 1$.

Câu 14. Cách 1. Ta có $y = -\sqrt{2}x^2 + 4x = -\sqrt{2}\left(x - \sqrt{2}\right)^2 + 2\sqrt{2} \leq 2\sqrt{2} \rightarrow y_{\max} = 2\sqrt{2}$.

Chọn B.

Cách 2. Hoành độ đỉnh $x = -\frac{b}{2a} = \sqrt{2}$.

Vì hệ số $a < 0$ nên hàm số có giá trị lớn nhất $y_{\max} = y(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$.

Câu 15. Ta cần có hệ số $a > 0$ và $-\frac{b}{2a} = \frac{3}{4}$. **Chọn D.**

Câu 16. Hàm số $y = x^2 - 3x$ có $a = 1 > 0$ nên bề lõm hướng lên.

Hoành độ đỉnh $x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2} \in [0; 2]$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} m = \min y = f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{9}{4} \\ M = \max y = \max\{f(0), f(2)\} = \max\{0, -2\} = 0 \end{cases} \quad . \text{ Chọn A.}$$

Câu 17. Hàm số $y = -x^2 - 4x + 3$ có $a = -1 < 0$ nên bề lõm hướng xuống.

$$\text{Hoành độ đỉnh } x = -\frac{b}{2a} = -2 \notin [0; 4].$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(4) = -29 \\ f(0) = 3 \end{cases} \longrightarrow m = \min y = f(4) = -29; M = \max y = f(0) = 3. \text{ Chọn C.}$$

Câu 18. Hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có $a = 1 > 0$ nên bề lõm hướng lên.

$$\text{Hoành độ đỉnh } x = -\frac{b}{2a} = 2 \notin [-2; 1].$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(-2) = 15 \\ f(1) = 0 \end{cases} \longrightarrow m = \min y = f(1) = 0; M = \max y = f(-2) = 15. \text{ Chọn B.}$$

Câu 19. Ta có $x = -\frac{b}{2a} = \frac{2m}{2m} = 1$, suy ra $y = -4m - 2$.

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -10 khi và chỉ khi

$$\frac{m}{2} > 0 \Leftrightarrow m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -4m - 2 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2. \text{ Chọn B.}$$

Câu 20. Parabol có hệ số theo x^2 là $4 > 0$ nên bề lõm hướng lên. Hoành độ đỉnh $x_I = \frac{m}{2}$.

• Nếu $\frac{m}{2} < -2 \Leftrightarrow m < -4$ thì $x_I < -2 < 0$. Suy ra $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-2; 0]$.

$$\text{Do đó } \min_{[-2; 0]} f(x) = f(-2) = m^2 + 6m + 16.$$

Theo yêu cầu bài toán: $m^2 + 6m + 16 = 3$ (vô nghiệm).

• Nếu $-2 \leq \frac{m}{2} \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 0$ thì $x_I \in [0; 2]$.

$$\text{Suy ra } f(x) \text{ đạt giá trị nhỏ nhất tại đỉnh. Do đó } \min_{[-2; 0]} f(x) = f\left(\frac{m}{2}\right) = -2m.$$

$$\text{Theo yêu cầu bài toán } -2m = 3 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2} \text{ (thỏa mãn } -4 \leq m \leq 0).$$

• Nếu $\frac{m}{2} > 0 \Leftrightarrow m > 0$ thì $x_I > 0 > -2$. Suy ra $f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[-2; 0]$.

$$\text{Do đó } \min_{[-2; 0]} f(x) = f(0) = m^2 - 2m.$$

Theo yêu cầu bài toán: $m^2 - 2m = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \text{ (loại)} \\ m = 3 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$.

Vậy $S = \left\{-\frac{3}{2}; 3\right\} \longrightarrow T = -\frac{3}{2} + 3 = \frac{3}{2}$. **Chọn D.**

Câu 21. Nhận xét:

- Bảng biến thiên có bề lõm hướng lên. Loại đáp án A và C.
- Đỉnh của parabol có tọa độ là $(2; -5)$. Xét các đáp án còn lại, đáp án B thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 22. Nhận xét:

- Bảng biến thiên có bề lõm hướng xuống. Loại đáp án A và B.
- Đỉnh của parabol có tọa độ là $\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. Xét các đáp án còn lại, đáp án D thỏa mãn.

Chọn D.

Câu 23. Hệ số $a = -2 < 0 \longrightarrow$ bề lõm hướng xuống. Loại B, D.

Ta có $-\frac{b}{2a} = 1$ và $y(1) = 3$. Do đó C thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 24. Nhận xét:

- Parabol có bề lõm hướng lên. Loại đáp án C.
- Đỉnh của parabol là điểm $(1; -3)$. Xét các đáp án A, B và D, đáp án B thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 25. Nhận xét:

- Parabol có bề lõm hướng lên. Loại đáp án A, B.
- Parabol cắt trục hoành tại điểm $(1; 0)$. Xét các đáp án C và D, đáp án C thỏa mãn.

Chọn C.

Câu 26. Nhận xét:

- Parabol có bề lõm hướng lên. Loại đáp án A, D.
- Parabol cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ âm. Xét các đáp án B và C, đáp án B thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 27. Nhận xét:

- Parabol có bề lõm hướng xuống. Loại đáp án A, C.
- Parabol cắt trục hoành tại 2 điểm $(3; 0)$ và $(-1; 0)$. Xét các đáp án B và D, đáp án D thỏa mãn.

Chọn D.

Câu 28. Bề lõm quay xuống nên loại C.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt nên loại A. Vì phương trình hoành độ giao điểm của đáp án A là $-2x^2 + x - 1 = 0$ vô nghiệm.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đáp án B, ta có

$$-2x^2 + x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Quan sát đồ thị ta thấy đồ thị hàm số không cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -1 . Do đó đáp án B không phù hợp.

Dùng phương pháp loại trừ, thì D là đáp án đúng. **Chọn D.**

Câu 29. Bề lõm quay xuống nên loại C, D.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;0)$ nên chỉ có B phù hợp. **Chọn B.**

Câu 30. Bề lõm hướng lên nên $a > 0$.

Hoành độ đỉnh parabol $x = -\frac{b}{2a} > 0$ nên $b < 0$.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$. **Chọn B.**

Câu 31. Bề lõm hướng lên nên $a > 0$.

Hoành độ đỉnh parabol $x = -\frac{b}{2a} > 0$ nên $b < 0$.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$. **Chọn A.**

Câu 32.

Bề lõm hướng xuống nên $a < 0$.

Hoành độ đỉnh parabol $x = -\frac{b}{2a} > 0$ nên $b > 0$.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$. **Chọn C.**

Câu 33.

Bề lõm hướng xuống nên $a < 0$.

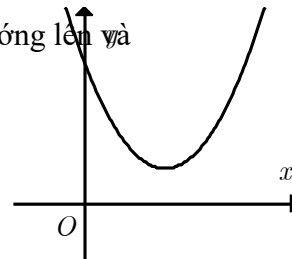
Hoành độ đỉnh parabol $x = -\frac{b}{2a} < 0$ nên $b < 0$.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$. **Chọn D.**

Câu 34.

(P) hoàn toàn nằm phía trên trục hoành khi bề lõm hướng lên và đỉnh có tung độ dương (hình vẽ)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ -\frac{\Delta}{4a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}.$$



Chọn B.

Câu 35. (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt khi $\Delta > 0$.

Đỉnh của (P) nằm phía trên trục hoành khi $-\frac{\Delta}{4a} > 0 \xrightarrow{\Delta > 0} a < 0$. **Chọn D.**

Câu 36. Vì (P) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 2 nên điểm $A(2;0)$ thuộc (P) . Thay

$$\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases} \text{ vào } (P), \text{ ta được } 0 = 4a + 6 - 2 \Leftrightarrow a = -1.$$

Vậy $(P): y = -x^2 + 3x - 2$. **Chọn D.**

Câu 37. Vì (P) có trục đối xứng $x = -3$ nên $-\frac{b}{2a} = -3 \Leftrightarrow -\frac{3}{2a} = -3 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$.

Vậy $(P): y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2$. **Chọn D.**

Câu 38. Vì (P) có đỉnh $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{11}{4}\right)$ nên ta có
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} \\ -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{11}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = a \\ \Delta = 11a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = a \\ 9 + 8a = 11a \end{cases} \Leftrightarrow a = 3. \text{ Vậy } (P): y = 3x^2 + 3x - 2. \text{ **Chọn D.**}$$

Câu 39. Hoành độ đỉnh của (P) là $x = -\frac{b}{2a} = \frac{2m}{2m} = 1$.

Suy ra tung độ đỉnh $y = -4m - 2$. Do đó tọa độ đỉnh của (P) là $I(1; -4m - 2)$.

Theo giả thiết, đỉnh I thuộc đường thẳng $y = 3x - 1$ nên

$$-4m - 2 = 3 \cdot 1 - 1 \Leftrightarrow m = -1. \text{ **Chọn B.**}$$

Câu 40. Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 4x + m = 0$. (*)

Để (P) cắt Ox tại hai điểm phân biệt A, B thì (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4.$$

$$\text{Theo giả thiết } OA = 3OB \longrightarrow |x_A| = 3|x_B| \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 3x_B \\ x_A = -3x_B \end{cases}.$$

$$\bullet \text{ TH1: } x_A = 3x_B \xrightarrow{\text{Viet}} \begin{cases} x_A = 3x_B \\ x_A + x_B = 4 \\ x_A \cdot x_B = m \end{cases} \longrightarrow m = x_A \cdot x_B = 3.$$

$$\bullet \text{ TH2: } x_A = -3x_B \xrightarrow{\text{Viet}} \begin{cases} x_A = -3x_B \\ x_A + x_B = 4 \\ x_A \cdot x_B = m \end{cases} \longrightarrow m = x_A \cdot x_B = -12 : \text{ thỏa mãn } (*).$$

Do đó $S = \{-12; 3\} \longrightarrow (-12) + 3 = -9$. **Chọn D.**

Câu 41. Vì (P) đi qua hai điểm $M(1; 5)$ và $N(-2; 8)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} a + b + 2 = 5 \\ 4a - 2b + 2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } (P): y = 2x^2 + x + 2. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 42. Trục đối xứng $-\frac{b}{2a} = -1 \longrightarrow b = 4$.

Do $I \in (P) \longrightarrow -2 = 2 \cdot (-1)^2 - 4 + c \longrightarrow c = 0$.

Vậy $(P): y = 2x^2 + 4x$. **Chọn D.**

Câu 43. Ta có $M \in (P) \longrightarrow c = 4$.

Trục đối xứng $-\frac{b}{2a} = 1 \longrightarrow b = -4$. Vậy $(P): y = 2x^2 - 4x + 4$. **Chọn A.**

Câu 44. Vì (P) có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua $M(-2;1)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -3 \\ 4a + 8 + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 6a \\ 4a + c = -7 \end{cases} \xrightarrow{b=-4} \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ c = -\frac{13}{3} \end{cases} \longrightarrow S = a + c = -5. \text{ **Chọn B.**}$$

Câu 45. Vì (P) đi qua điểm $M(-1;6)$ và có tung độ đỉnh bằng $-\frac{1}{4}$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} a - b + 2 = 6 \\ -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 4 \\ b^2 - 4ac = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 + b \\ b^2 - 8(4 + b) = 4 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 + b \\ b^2 - 9b - 36 = 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 16 \\ b = 12 \end{cases} \text{ (thỏa mãn } a > 1) \text{ hoặc } \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \end{cases} \text{ (loại)}.$$

Suy ra $T = ab = 16 \cdot 12 = 192$. **Chọn C.**

Câu 46. Vì (P) đi qua ba điểm $A(1;1)$, $B(-1;-3)$, $O(0;0)$ nên có hệ

$$\begin{cases} a + b + c = 1 \\ a - b + c = -3 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = 0 \end{cases}. \text{ Vậy } (P): y = -x^2 + 2x. \text{ **Chọn C.**}$$

Câu 47. Gọi A và B là hai giao điểm của (P) với trục Ox có hoành độ lần lượt là -1 và 2 .

Suy ra $A(-1;0)$, $B(2;0)$.

Gọi C là giao điểm của (P) với trục Oy có tung độ bằng -2 . Suy ra $C(0;-2)$.

Theo giả thiết, (P) đi qua ba điểm A, B, C nên ta có $\begin{cases} a - b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 0 \\ c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -2 \end{cases}.$

Vậy $(P): y = x^2 - x - 2$. **Chọn D.**

Câu 48. Vì (P) có đỉnh $I(-2;-1)$ nên ta có
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -2 \\ -\frac{\Delta}{4a} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4a \\ b^2 - 4ac = 4a \end{cases}. \quad (1)$$

Gọi A là giao điểm của (P) với Oy tại điểm có tung độ bằng -3 . Suy ra $A(0;-3)$.

Theo giả thiết, $A(0;-3)$ thuộc (P) nên $a.0 + b.0 + c = -3 \Leftrightarrow c = -3$. (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ
$$\begin{cases} b = 4a \\ 16a^2 + 8a = 0 \\ c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0(\text{loại}) \\ b = 0 \\ c = -3 \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}.$$

Vậy $(P): y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3$. **Chọn B.**

Câu 49. Vì (P) đi qua điểm $A(2;3)$ nên $4a + 2b + c = 3$. (1)

Và (P) có đỉnh $I(1;2)$ nên
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -b = 2a \\ a + b + c = 2 \end{cases}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ
$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 3 \\ -b = 2a \\ a + b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ b = -2 \\ a = 1 \end{cases} \longrightarrow S = a^2 + b^2 + c^2 = 14. \quad \textbf{Chọn D.}$$

Câu 50. Vì (P) có đỉnh nằm trên trục hoành nên $-\frac{\Delta}{4a} = 0 \Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow b^2 - 4ac = 0$.

Hơn nữa, (P) đi qua hai điểm $M(0;1)$, $N(2;1)$ nên ta có
$$\begin{cases} c = 1 \\ 4a + 2b + c = 1 \end{cases}.$$

Từ đó ta có hệ
$$\begin{cases} b^2 - 4ac = 0 \\ c = 1 \\ 4a + 2b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 4a = 0 \\ c = 1 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0(\text{loại}) \\ b = 0 \\ c = 1 \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 1 \end{cases}.$$

Vậy $(P): y = x^2 - 2x + 1$. **Chọn A.**

Câu 51. Vì (P) qua $M(-5;6)$ nên ta có $6 = 25a - 5b + c$. (1)

Lại có, (P) cắt Oy tại điểm có tung độ bằng -2 nên $-2 = a.0 + b.0 + c \Leftrightarrow c = -2$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $25a - 5b = 8$. **Chọn B.**

Câu 52. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x = 2$ nên
$$\begin{cases} a > 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 4 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 6)$ nên ta có $c = 6$.

Từ đó ta có hệ
$$\begin{cases} a > 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 4 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b = -4a \\ b^2 - 4ac = -16a \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b = -4a \\ 16a^2 - 8a = 0 \\ c = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \\ c = 6 \end{cases}$$

$\longrightarrow P = abc = -6$. **Chọn A.**

Câu 53. Từ giả thiết ta có hệ
$$\begin{cases} a < 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 3 \\ c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b = -4a \\ b^2 - 4ac = -12a \\ c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b = -4a \\ 16a^2 + 16a = 0 \\ c = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ (loại)} \\ b = 0 \\ c = -1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = -1 \end{cases} \longrightarrow S = a + b + c = 2$$
. **Chọn D.**

Câu 54. Từ giả thiết, ta có hệ
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -2 \\ 4a - 2b + c = 5 \\ a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow a = -\frac{2}{3}; b = -\frac{8}{3}; c = \frac{7}{3}$$

$\longrightarrow S = a^2 + b^2 + c^2 = 13$. **Chọn C.**

Câu 55. Hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{4}$ tại $x = \frac{3}{2}$ nên ta có

$$-\frac{b}{2a} = \frac{3}{2} \text{ (} a < 0 \text{)} \text{ và điểm } \left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right) \text{ thuộc đồ thị} \Rightarrow \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = \frac{1}{4}.$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y = 0$. Theo giả thiết: $x_1^3 + x_2^3 = 9$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = 9 \xrightarrow{\text{Viet}} \left(-\frac{b}{a}\right)^3 - 3\left(-\frac{b}{a}\right)\left(\frac{c}{a}\right) = 9$$
. Từ đó ta có hệ:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2} \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = \frac{1}{4} \\ \left(-\frac{b}{a}\right)^3 - 3\left(-\frac{b}{a}\right)\left(\frac{c}{a}\right) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3a \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = \frac{1}{4} \\ \frac{c}{a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = -2 \end{cases} \longrightarrow P = abc = 6. \text{ Chọn B.}$$

Câu 56. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là $x^2 - 4x = -x - 2$

$$\longleftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \longleftrightarrow \begin{cases} x = 1 & \longrightarrow y = -3 \\ x = 2 & \longrightarrow y = -4 \end{cases}.$$

Vậy tọa độ giao điểm là $M(1; -3), N(2; -4)$. **Chọn B.**

Câu 57. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và Δ là $2x - x^2 = 3x - 6$

$$\longleftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \longleftrightarrow \begin{cases} x = 2 & \longrightarrow y = 0 \\ x = -3 & \longrightarrow y = -15 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ d = -15 \end{cases} \longrightarrow b + d = -15.$$

Chọn D.

Câu 58. Xét các đáp án:

• Đáp án A. Phương trình hoành độ giao điểm là $2x^2 - 5x + 3 = x + 2$

$$\longleftrightarrow 2x^2 - 6x + 1 = 0 \longleftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}. \text{ Vậy A sai.}$$

• Đáp án B. Phương trình hoành độ giao điểm là $2x^2 - 5x + 3 = -x - 1$

$$\longleftrightarrow 2x^2 - 4x + 4 = 0 \text{ (vô nghiệm)}. \text{ Vậy B sai.}$$

• Đáp án C. Phương trình hoành độ giao điểm là $2x^2 - 5x + 3 = x + 3$

$$\longleftrightarrow 2x^2 - 6x = 0 \longleftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}. \text{ Vậy C sai.}$$

• Đáp án D. Phương trình hoành độ giao điểm là $2x^2 - 5x + 3 = -x + 1$

$$\longleftrightarrow 2x^2 - 4x + 2 = 0 \longleftrightarrow x = 1. \text{ Vậy D đúng.}$$

Chọn D.

Câu 59. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với trục hoành là $x^2 + 4x + 4 = 0$

$$\longleftrightarrow (x + 2)^2 = 0 \longleftrightarrow x = -2.$$

Vậy (P) có 1 điểm chung với trục hoành. **Chọn B.**

Câu 60. Phương trình hoành độ giao điểm của hai parabol là $x^2 - 4 = 14 - x^2$

$$\longleftrightarrow 2x^2 - 18 = 0 \longleftrightarrow \begin{cases} x = -3 & \longrightarrow y = 5 \\ x = 3 & \longrightarrow y = 5 \end{cases}.$$

Vậy có hai giao điểm là $(-3; 5)$ và $(3; 5)$. **Chọn C.**

Câu 61. Xét phương trình hoành độ giao điểm: $-3x^2 + bx - 3 = 0$. (1)

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = b^2 - 36 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b < -6 \\ b > 6 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 62. Xét phương trình: $-2x^2 - 4x + 3 - m = 0$. (1)

Để phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -2m + 10 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 5$. **Chọn D.**

Câu 63. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với d là $x^2 + x + 2 = ax + 1$

$$\longleftrightarrow x^2 + (1-a)x + 1 = 0. \quad (1)$$

Để (P) tiếp xúc với d khi và chỉ khi (1) có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta = (1-a)^2 - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 3 \end{cases}. \quad \textbf{Chọn A.}$$

Câu 64. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là $x^2 - 2x + m - 1 = 0$

$$\longleftrightarrow (x-1)^2 = 2-m. \quad (1)$$

Để parabol không cắt Ox khi và chỉ khi (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow 2-m < 0 \Leftrightarrow m > 2$. **Chọn B.**

Câu 65. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là

$$x^2 - 2x + m - 1 = 0. \quad (1)$$

Để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm

$$\text{dương} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 2-m > 0 \\ S = 2 > 0 \\ P = m-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 2. \quad \textbf{Chọn A.}$$

Câu 66. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với d là $x^3 - 6x^2 + 9x = mx$

$$\longleftrightarrow x(x^2 - 6x + 9 - m) = 0 \longleftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 6x + 9 - m = 0 \end{cases}. \quad (1)$$

Để (P) cắt d tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 0^2 - 6 \cdot 0 + 9 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 9 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \neq 9 \end{cases}. \quad \textbf{Chọn A.}$$

Câu 67. Ta thấy $2x^2 - 3x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $|2x^2 - 3x + 2| = 2x^2 - 3x + 2$.

Do đó phương trình đã cho tương đương với $4x^2 + 5x + 2 - 5m = 0$. (*)

Khi đó để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi (*) có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow 25 - 16(2 - 5m) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{7}{80}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 68. Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$).

Khi đó, phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 2t + 3 - m = 0$. (*)

Để phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi (*) có nghiệm không âm.

• Phương trình (*) vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$.

• Phương trình (*) có hai nghiệm âm khi và chỉ khi
$$\begin{cases} \Delta' = m - 2 \geq 0 \\ S = 2 < 0 \\ P = 3 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Do đó, phương trình (*) có nghiệm không âm khi và chỉ khi $m \geq 2$. **Chọn C.**

Câu 69. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là $x^2 - 4x + 3 = mx + 3$

$$\longleftrightarrow x(x - (m + 4)) = 0 \longleftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m + 4 \end{cases}.$$

Để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi $4 + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -4$.

Với $x = 0 \Rightarrow y = 3 \longrightarrow A(0; 3) \in Oy$.

Với $x = 4 + m \Rightarrow y = m^2 + 4m + 3 \longrightarrow B(4 + m; m^2 + 4m + 3)$.

Gọi H là hình chiếu của B lên OA. Suy ra $BH = |x_B| = |4 + m|$.

Theo giả thiết bài toán, ta có $S_{\Delta OAB} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}OA \cdot BH = \frac{9}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot |m + 4| = \frac{9}{2}$

$$\Leftrightarrow |m + 4| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -7 \end{cases}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 70. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là $x^2 - 4x + 3 = mx + 3$

$$\longleftrightarrow x(x - (m + 4)) = 0 \longleftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m + 4 \end{cases}.$$

Để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi $4 + m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -4$.

Khi đó, ta có $x_1^3 + x_2^3 = 8 \Leftrightarrow 0 + (4 + m)^3 = 8 \Leftrightarrow 4 + m = 2 \Leftrightarrow m = -2$. **Chọn B.**

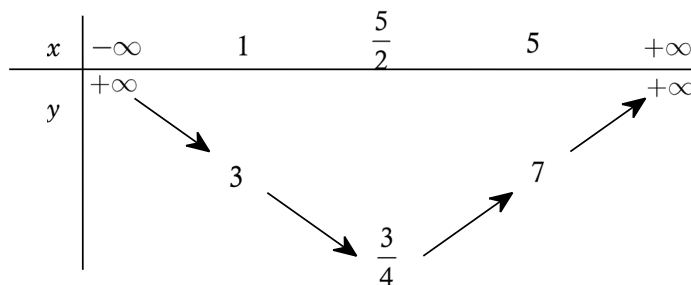
Câu 71. Phương trình $f(x) - 1 = m \longleftrightarrow f(x) = m + 1$. Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m + 1$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm khi và chỉ khi $m + 1 > -1 \Leftrightarrow m > -2$. **Chọn C.**

Câu 72. Ta có $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 7 = -2m$. (*)

Phương trình (*) là phương trình hoành độ giao điểm của parabol (P): $x^2 - 5x + 7$ và đường thẳng $y = -2m$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 - 5x + 7$ trên $[1; 5]$ như sau:



Dựa vào bảng biến ta thấy $x \in [1; 5]$ thì $y \in \left[\frac{3}{4}; 7\right]$.

Do đó để phương trình (*) có nghiệm $x \in [1; 5] \Leftrightarrow \frac{3}{4} \leq -2m \leq 7 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \geq m \geq -\frac{7}{2}$.

Chọn B.

Câu 73. Phương trình $f(x) + m - 2018 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2018 - m$. Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2018 - m$ (có phương song song hoặc trùng với trục hoành).

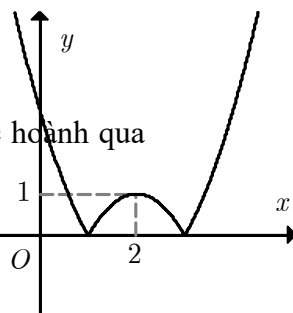
Dựa vào đồ thị, ta có yêu cầu bài toán $2018 - m = 2 \Leftrightarrow m = 2016$. **Chọn B.**

Câu 74. Ta có $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & ; f(x) \geq 0 \\ -f(x) & ; f(x) < 0 \end{cases}$. Từ đó suy ra cách vẽ đồ thị hàm số (C) từ đồ

thị hàm số $y = f(x)$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị $y = f(x)$ phía trên trục hoành.
- Lấy đối xứng phần đồ thị $y = f(x)$ phía dưới trục hoành qua trục hoành (bỏ phần dưới).

Kết hợp hai phần ta được đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình vẽ.

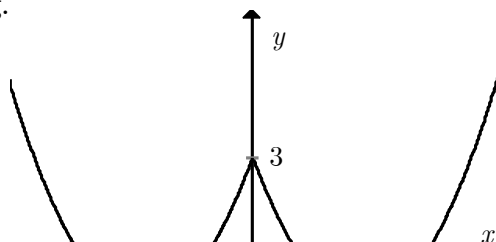


Phương trình $|f(x)| = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Dựa vào đồ thị, ta có yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 0 < m < 1$. **Chọn A.**

Câu 75. Ta có $f(|x|) = f(x)$ nếu $x \geq 0$. Hơn nữa hàm $f(|x|)$ là hàm số chẵn. Từ đó suy ra cách vẽ đồ thị hàm số (C) từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ như sau:

- Giữ nguyên đồ thị $y = f(x)$ phía bên phải trục tung.



● Lấy đối xứng phần đồ thị $y = f(x)$ phía bên phải trục tung qua trục tung.

Kết hợp hai phần ta được đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình vẽ.

Phương trình

$f(|x|) - 1 = m \Leftrightarrow f(|x|) = m + 1$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ và đường thẳng $y = m + 1$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Dựa vào đồ thị, ta có yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m + 1 = 3 \Leftrightarrow m = 2$. **Chọn A.**

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM PHẦN 2

- Câu 231.** [0D2-2] Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$. Khi đó $4a + 2b$ bằng
- A. -1. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Do parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$ nên $-\frac{b}{2a} = 1 \Leftrightarrow 2a = -b \Leftrightarrow 2a + b = 0 \Leftrightarrow 4a + 2b = 0$.

- Câu 232.** [0D2-2] Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$ bằng
- A. $\frac{11}{8}$. B. $\frac{11}{4}$. C. $\frac{8}{11}$. D. $\frac{4}{11}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } x^2 - 5x + 9 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} \geq \frac{11}{4} \Rightarrow \frac{2}{x^2 - 5x + 9} \leq \frac{2}{\frac{11}{4}} = \frac{8}{11}$$

$$\frac{2}{x^2 - 5x + 9} = \frac{8}{11} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$ bằng $\frac{8}{11}$.

- Câu 233.** [0D2-2] Hàm số $y = -x^2 + 6x + 5$ có
- A. giá trị nhỏ nhất khi $x = 3$. B. giá trị lớn nhất khi $x = 3$.
C. giá trị lớn nhất khi $x = -3$. D. giá trị nhỏ nhất khi $x = -3$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } -x^2 + 6x + 5 = 14 - (x - 3)^2 \leq 14$$

$$-x^2 + 6x + 5 = 14 \Leftrightarrow x = 3$$

Vậy hàm số $y = -x^2 + 6x + 5$ có giá trị lớn nhất khi $x = 3$.

- Câu 234.** [0D2-2] Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:
- A. Parabol $y = 2x^2 - 4x$ có bề lõm lên trên.
B. Hàm số $y = 2x^2 - 4x$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
C. Hàm số $y = 2x^2 - 4x$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
D. Trục đối xứng của parabol $y = 2x^2 - 4x$ là đường thẳng $x = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có hệ số $a > 0$ thì bề lõm hướng lên $\Rightarrow$ A đúng.

Hàm số $y = 2x^2 - 4x$ có đỉnh $I(1; -2) \Rightarrow$ trục đối xứng $x = 1 \Rightarrow$ D đúng.

BBT:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
-----	-----------	---	-----------

$f(x)$	0
--------	---

Dựa vào BBT $\Rightarrow$ C đúng.

Câu 235. [0D2-2] Cho đường thẳng $d: y = x + 1$ và Parabol $(P): y = x^2 - x - 2$. Biết rằng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B . Khi đó diện tích tam giác OAB (với O là gốc hệ trục tọa độ) bằng

- A. 4. B. 2. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là

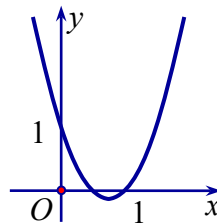
$$x^2 - x - 2 = x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0.$$

Phương trình này có $a - b + c = 0$ nên có hai nghiệm $x_1 = -1, x_2 = 3$.

Suy ra $A(-1; 0)$ và $B(3; 4)$.

Diện tích tam giác OAB bằng $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 = \frac{3}{2}$.

Câu 236. [0D2-2] Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -2x^2 + 3x - 1$. B. $y = -x^2 + 3x - 1$. C. $y = 2x^2 - 3x + 1$. D. $y = x^2 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn C.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1

Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1, phương trình hoành độ giao điểm phải có nghiệm $x = 1$, ta chỉ có phương trình

$$2x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 237. [0D2-2] Biết đường thẳng $d: y = mx$ cắt Parabol $(P): y = x^2 - x + 1$ tại hai điểm phân biệt A, B . Khi đó tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- A. $I\left(\frac{1+m}{2}; \frac{m^2+m}{2}\right)$. B. $I\left(\frac{1+m}{2}; \frac{-m^2-2m+3}{4}\right)$.
C. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$. D. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{m}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) :

$$mx = x^2 - x + 1 \Leftrightarrow x^2 - (m+1)x + 1 = 0 \quad (1)$$

Vì hoành độ giao điểm x_A, x_B là hai nghiệm của phương trình (1) nên ta có tọa độ trung điểm I là

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{m(x_A + x_B)}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{m+1}{2} \\ y_I = \frac{m^2+m}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{1+m}{2}; \frac{m^2+m}{2}\right).$$

Câu 238. [0D2-2] Hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(1; 3)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

Trục đối xứng $x = 2$. Ta có $a = 1 > 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 239. [0D2-2] Đồ thị hàm số $y = mx^2 - 2mx - m^2 - 2$ ($m \neq 0$) là parabol có đỉnh nằm trên đường thẳng $y = x - 3$ thì m nhận giá trị nằm trong khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 6)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-3; 3)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có đồ thị hàm số $y = mx^2 - 2mx - m^2 - 2$ là parabol có đỉnh $I(1; -m^2 - m - 2)$.

$$I \in d: y = x - 3 \Leftrightarrow -m^2 - m - 2 = 1 - 3 \Leftrightarrow m^2 + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases} \Rightarrow m \in (-3; 3).$$

Câu 240. [0D2-2] Xác định a, b, c biết Parabol có đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đi qua các điểm $M(0; -1), N(1; -1), P(-1; 1)$.

- A. $y = x^2 - x - 1$. B. $y = x^2 - x + 1$. C. $y = -2x^2 - 1$. D. $y = -x^2 + x - 1$.

Lời giải

Chọn A.

Vì $M \in (P), N \in (P), P \in (P)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} c = -1 \\ a + b + c = -1 \\ a - b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -1 \end{cases}.$$

Vậy $(P): y = -x^2 - x - 1$.

Câu 241. [0D2-2] Tìm hàm số bậc hai có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

- A. $y = x^2 - 4x + 5$. B. $y = -x^2 + 4x - 3$. C. $y = x^2 - 4x - 5$. D. $y = x^2 - 2x + 2$.

Lời giải

Chọn A.

+ Xét hàm số $y = x^2 - 4x + 5$.

+ Ta có: $a=1$; $b=-4$; $c=5$; $\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4.1.5=-4$.

+ Hoành độ đỉnh là $x=-\frac{b}{2a}=2$; tung độ đỉnh là $y=-\frac{\Delta}{4a}=1$.

+ Mặt khác, hệ số $a=1>0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$, đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

+ Vậy hàm số $y=x^2-4x+5$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

Câu 242. [0D2-2] Cho parabol (P) có phương trình $y=3x^2-2x+4$. Tìm trục đối xứng của parabol

A. $x=-\frac{2}{3}$.

B. $x=-\frac{1}{3}$.

C. $x=\frac{2}{3}$.

D. $x=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

+ Có $a=3$; $b=-2$; $c=4$.

+ Trục đối xứng của parabol là $x=\frac{-b}{2a}=\frac{1}{3}$.

Câu 243. [0D2-2] Tìm parabol $(P): y=ax^2+3x-2$, biết rằng parabol có trục đối xứng $x=-3$.

A. $y=x^2+3x-2$.

B. $y=\frac{1}{2}x^2+x-2$.

C. $y=\frac{1}{2}x^2-3x-2$.

D.

$y=\frac{1}{2}x^2+3x-2$.

Lời giải

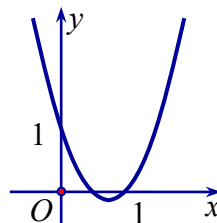
Chọn D.

Trục đối xứng của (P) có dạng:

$$x=-\frac{b}{2a}=-3 \Leftrightarrow -\frac{3}{2a}=-3 \Leftrightarrow -3=-6a \Leftrightarrow a=\frac{1}{2}.$$

Vậy (P) có phương trình: $y=\frac{1}{2}x^2+3x-2$.

Câu 244. [0D2-2] Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^2-3x+1$.

B. $y=2x^2-3x+1$.

C. $y=-x^2+3x-1$.

D. $y=-2x^2+3x-1$.

Lời giải

Chọn B.

Vì bề lõm hướng lên trên nên $a>0 \Rightarrow$ loại đáp án C, D

Đồ thị giao trục Ox tại điểm $(1;0)$ và $(\frac{1}{2};0) \Rightarrow$ loại A.

Câu 245. [0D2-2] Cho hàm số $f(x)=x^2-|x|$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Đồ thị của hàm số $f(x)$ đối xứng qua trục hoành.
B. $f(x)$ là hàm số chẵn.
C. Đồ thị của hàm số $f(x)$ đối xứng qua gốc tọa độ.
D. $f(x)$ là hàm số lẻ.

Lời giải

Chọn B.

Ta có tập xác định của hàm số $f(x) = x^2 - |x|$ là $D = \mathbb{R}$.

Dễ thấy $f(x) = f(-x)$ nên $f(x) = x^2 - |x|$ là hàm số chẵn.

Câu 246. **[0D2-2]** Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt cực tiểu bằng 4 tại $x = 2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$. Tính tích $P = abc$.

- A.** $P = -6$. **B.** $P = -3$. **C.** $P = 6$. **D.** $P = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Nhận xét: Hàm số đi qua điểm $A(0;6)$; đạt cực tiểu bằng 4 tại $x = 2$ nên đồ thị hàm số đi qua $I(2;4)$ và nhận $x = 2$ làm trục đối xứng, hàm số cũng đi qua điểm $A(0;6)$ suy ra:

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = 4 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \\ c = 6 \end{cases} \Rightarrow abc = -6.$$

Câu 247. **[0D2-2]** Cho hàm số $y = 2x^2 - 4x + 3$ có đồ thị là parabol(P). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** (P) không có giao điểm với trục hoành. **B.** (P) có đỉnh là $S(1;1)$.
C. (P) có trục đối xứng là đường thẳng $y = 1$. **D.** (P) đi qua điểm $M(-1;9)$.

Lời giải

Chọn C.

(P) có đỉnh là $S(1;1)$; trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$ nên C sai.

và (P) đi qua điểm $M(-1;9) \Rightarrow$ B, D đều đúng.

Xét phương trình $2x^2 - 4x + 3 = 0$ vô nghiệm trên $\mathbb{R}$ nên (P) không có giao điểm với trục hoành $\Rightarrow$ A đúng.

Câu 248. **[0D2-2]** Hàm số $y = -x^2 + 2x - 5$ đồng biến trên khoảng:

- A.** $(-1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có đồ thị hàm số là một parabol có hoành độ đỉnh: $x = -\frac{b}{2a} = 1$

Mà hệ số $a = -1 < 0$ nên đồ thị hàm số có bề lõm quay xuống

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$.

Câu 249. [0D2-2] Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ, thì dấu các hệ số của nó là

- A.** $a < 0, b < 0, c > 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **C.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị là parabol có bề lõm hướng xuống dưới nên $a < 0$.

Đồ thị cắt chiều dương trục Oy nên $c > 0$.

Trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a} > 0$, mà $a < 0$, nên $b > 0$.

Câu 250. [0D2-2] Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu bằng 4 tại $x = -2$ và đồ thị đi qua $A(0; 6)$ có phương trình là

- A.** $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$. **B.** $y = x^2 + 6x + 6$. **C.** $y = x^2 + x + 4$. **D.** $y = x^2 + 2x + 6$.

Lời giải

Chọn A.

Parabol có đỉnh $I(-2; 4)$ và đi qua $A(0; 6)$ nên ta có

$$\begin{cases} 4a - 2b + c = 4 \\ c = 6 \\ -\frac{b}{2a} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 2 \\ c = 6 \end{cases} \text{ . Vậy } y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6 \text{ .}$$

Câu 251. [0D2-2] Xác định phương trình của Parabol có đỉnh $I(0; -1)$ và đi qua điểm $A(2; 3)$.

- A.** $y = (x - 1)^2$. **B.** $y = x^2 + 1$. **C.** $y = (x + 1)^2$. **D.** $y = x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn D.

Parabol (P) có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Do $I \in (P) \Rightarrow c = -1$.

$I(0; -1)$ là đỉnh của $(P) \Rightarrow \frac{-b}{2a} = 0 \Rightarrow b = 0$.

Lại có $A(2; 3) \in (P) \Rightarrow 3 = 4a + 2b + c \Rightarrow a = 1$.

Nên $(P): y = x^2 - 1$.

Câu 252. [0D2-2] Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2017x^2 - 2018$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C.

Xét phương trình: $x^4 - 2017x^2 - 2018 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \text{ (VN)} \\ x^2 = 2018 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2018}.$

Vậy đồ thị hàm số $y = x^4 - 2017x^2 - 2018$ cắt trục hoành tại hai điểm.

Câu 253. [0D2-2] Hàm số $y = 2x^2 + 16x - 25$ đồng biến trên khoảng:

- A. $(-6; +\infty)$. B. $(-4; +\infty)$. C. $(-\infty; 8)$. D. $(-\infty; -4)$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số là parabol có hoành độ đỉnh $x = -4$; hệ số $a = 2 > 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-4; +\infty)$.

Câu 254. [0D2-2] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = 2x + 3$ cắt parabol $y = x^2 + (m+2)x - m$ tại hai điểm phân biệt nằm cùng phía với trục tung Oy .

- A. $m > -3$. B. $m < -3$. C. $m > 3$. D. $m < 0$.

Lời giải

Chọn B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 + (m+2)x - m = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 + mx - m - 3 = 0. \quad (1)$$

Để đường thẳng d cắt parabol tại hai điểm phân biệt nằm cùng phía với trục tung Oy thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dấu

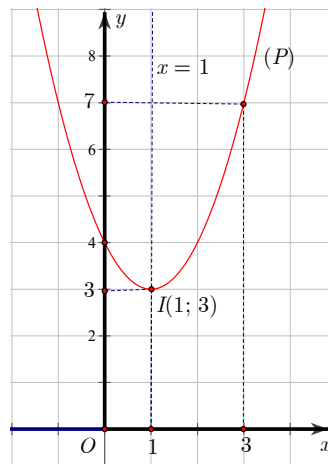
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m + 12 > 0 \\ -m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -3.$$

Câu 255. [0D2-2] Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 4$ có đồ thị (P) . Tìm mệnh đề sai.

- A. (P) có đỉnh $I(1; 3)$. B. $\min y = 4, \forall x \in [0; 3]$.
C. (P) có trục đối xứng $x = 1$. D. $\max y = 7, \forall x \in [0; 3]$.

Lời giải

Chọn B.



Dựa vào đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x + 4$: (P) , ta nhận thấy:

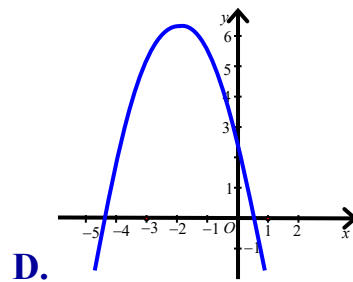
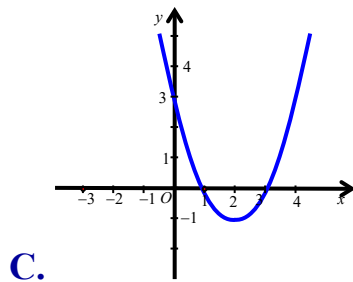
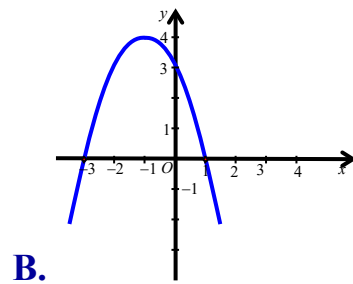
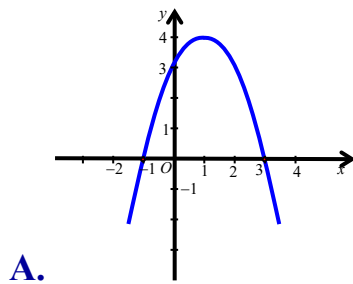
(P) có đỉnh $I(1; 3)$ nên A đúng.

$\min y = 3, \forall x \in [0; 3]$, đạt được khi $x = 1$ nên B sai.

(P) có trục đối xứng $x = 1$ nên C đúng.

$\max y = 7, \forall x \in [0; 3]$, đạt được khi $x = 3$ nên D đúng.

Câu 256. [0D2-2] Hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ có đồ thị là hình nào trong các hình sau?



Lời giải:

Chọn A.

Do $a = -1$ nên đồ thị lõm xuống dưới $\Rightarrow$ Loại C.

Đồ thị có đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow I(1; 4)$

Câu 257. [0D2-2] Hàm số nào cho dưới đây có bảng biến thiên như hình bên?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

A. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$. **B.** $y = x^2 - 4x + 5$. **C.** $y = 2x^2 - 8x + 7$. **D.**

$y = -x^2 + 4x - 3$.

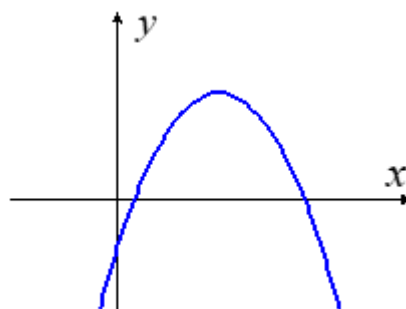
Lời giải:

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên ta có đây là bảng biến thiên của đồ thị hàm số bậc hai có bề lõm lên trên. Do đó $a > 0 \Rightarrow$ loại D.

Đồ thị đi qua điểm $(2; 1)$, thay vào các đáp án, chỉ có B thỏa.

Câu 258. [0D2-2] Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, \Delta > 0$.

B. $a < 0, b < 0, \Delta > 0$.

C. $a > 0, b > 0, \Delta < 0$.

D. $a > 0, b > 0, \Delta > 0$.

Lời giải

Chọn B.

Quan sát bề lõm của parabol như hình vẽ ta có $a < 0$ loại **C.** và **D.**, parabol cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt nên $\Delta > 0$. Cho $x = 0$ thì giao của parabol với trục tung Oy là $b < 0$.

Câu 259. **[0D2-2]** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $(3; 4)$?

A. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$. **B.** $y = x^2 - 7x + 2$. **C.** $y = -3x + 1$. **D.**
 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - 1$.

Lời giải

Chọn A.

+ Hàm số $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ đồng biến trên $(2; +\infty)$ nên đồng biến trên $(3; 4)$.

Chọn A

+ Hàm số $y = x^2 - 7x + 2$ đồng biến trên $\left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$. Loại **B.**

+ Hàm số $y = -3x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Loại **C.**

+ Hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - 1$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$. Loại **D.**

Câu 260. **[0D2-2]** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$-\infty$

A. $y = -x^2 + 5x + 2$. **B.** $y = -\frac{1}{2}x^2 + x$. **C.** $y = x^2 - 3x + 1$. **D.**
 $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 3$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị có bề lõm hướng xuống nên loại **C,** **D.**

Đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2 + x$ có tọa độ đỉnh $I\left(1; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 261. **[0D2-2]** Hàm số $y = 5x^2 - 6x + 7$ có giá trị nhỏ nhất khi

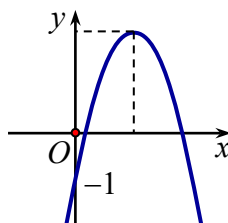
A. $x = \frac{3}{5}$. **B.** $x = \frac{6}{5}$. **C.** $x = -\frac{3}{5}$. **D.** $x = -\frac{6}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

Parabol có hoành độ đỉnh $x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{5}$ và $a = 5 > 0$. Nên hàm số có giá trị nhỏ nhất khi $x = \frac{3}{5}$.

Câu 262. [0D2-2] Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ sau



- A. $y = x^2 - 3x - 1$. B. $y = -2x^2 + 5x - 1$. C. $y = 2x^2 - 5x - 1$. D. $y = -2x^2 + 5x$.

Lời giải

Chọn B.

Do bề lõm parabol hướng xuống nên $a < 0$ và qua $A(0; -1)$.

Câu 263. [0D2-2] Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $[-10; -4)$ để đường thẳng $d: y = -(m+1)x + m + 2$ cắt Parabol $(P): y = x^2 + x - 2$ tại hai điểm phân biệt cùng phía với trục tung?

- A. 6. B. 5. C. 7. D. 8.

Lời giải

Chọn A.

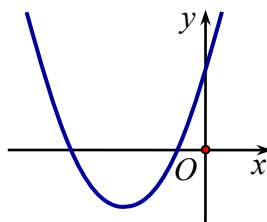
Xét phương trình: $-(m+1)x + m + 2 = x^2 + x - 2 \Leftrightarrow x^2 + x(m+2) - m - 4 = 0$

Để đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt cùng phía với trục tung vậy điều kiện là

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)^2 + 4(m+4) > 0 \\ -m-4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 8m + 20 > 0, \forall m \\ m < -4 \end{cases}$$

Vậy trong nửa khoảng $[-10; -4)$ có 6 giá trị nguyên m .

Câu 264. [0D2-2] Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh nào sau đây đúng?



- A. $a > 0, b = 0, c > 0$. B. $a > 0, b > 0, c > 0$. C. $a > 0, b < 0, c > 0$. D. $a < 0, b > 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị có bề lõm quay lên trên $\Rightarrow a > 0$. Loại đáp án D.

Trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow a.b > 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 265. [0D2-2] Tìm m để Parabol $(P): y = x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1.x_2 = 1$.

- A. $m = 2$. B. Không tồn tại m . C. $m = -2$. D. $m = \pm 2$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với trục hoành:

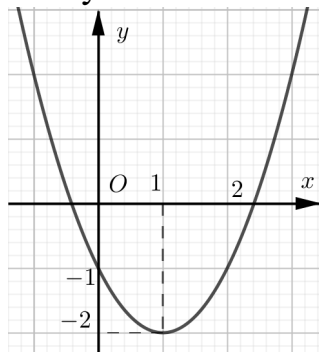
$$x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0 \quad (1).$$

Parabol (P) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 1$

$\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1 \cdot x_2 = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 3) > 0 \\ m^2 - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m = \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 266. [0D2-2] Đồ thị dưới đây là của hàm số nào sau đây?



A. $y = -x^2 - 2x + 3.$

B. $y = x^2 + 2x - 2.$

C. $y = 2x^2 - 4x - 2.$

D.

$y = x^2 - 2x - 1.$

Lời giải**Chọn D.**

Do parabol có bề lõm quay lên nên $a > 0$, từ đó ta loại **A**.

Trục đối xứng của parabol là $x = -\frac{b}{2a} = 1$ nên ta loại **B**.

Khi $x = 0$ thì $y = -1$ nên loại **C**.

Vậy đồ thị trên là của hàm số $y = x^2 - 2x - 1$.

Câu 267. [0D2-2] Tìm m để Parabol $(P): y = mx^2 - 2x + 3$ có trục đối xứng đi qua điểm $A(2;3)$.

A. $m = 2.$

B. $m = -1.$

C. $m = 1.$

D. $m = \frac{1}{2}.$

Lời giải**Chọn D.**

Với $m = 0$ ta có phương trình $y = -2x + 3$ là phương trình đường thẳng nên loại $m = 0$.

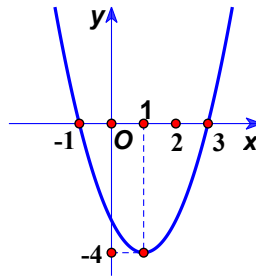
Với $m \neq 0$. Ta có phương trình của Parabol:

$$\text{Trục đối xứng: } x = -\frac{-2}{2m} \Leftrightarrow x = \frac{1}{m}.$$

$$\text{Trục đối xứng đi qua điểm } A(2;3) \text{ nên } 2 = \frac{1}{m} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Câu 268. [0D2-2] Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên.

Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là



A. -9.

B. 9.

C. -6.

D. 6.

Lời giải

Chọn C.

Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ đi qua các điểm $A(-1; 0)$, $B(1; -4)$,

$$C(3; 0) \text{ nên có hệ phương trình: } \begin{cases} a - b + c = 0 \\ a + b + c = -4 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}.$$

Khi đó: $2a + b + 2c = 2.1 - 2 + 2(-3) = -6$.

Câu 269. [0D2-2] Tọa độ giao điểm của đường thẳng $d: y = -x + 4$ và parabol $y = x^2 - 7x + 12$ là

A. $(-2; 6)$ và $(-4; 8)$. B. $(2; 2)$ và $(4; 8)$. C. $(2; -2)$ và $(4; 0)$. D. $(2; 2)$ và $(4; 0)$.

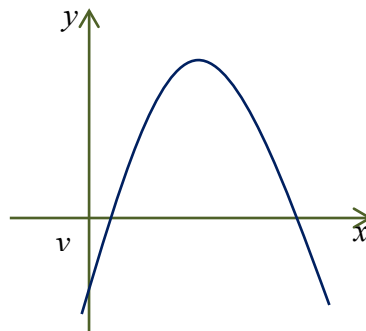
Lời giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 - 7x + 12 = -x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 2 \\ x = 4 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

Câu 270. [0D2-2] Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a < 0, b > 0, c > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn C.

Nhìn vào đồ thị ta có:

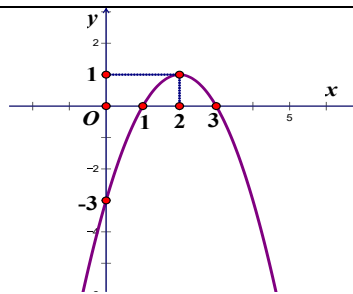
☐ Bề lõm hướng xuống $\Rightarrow a < 0$.

☐ Hoành độ đỉnh $x = -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow b > 0$ (do $a < 0$).

☐ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c < 0$.

Do đó: $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 271. [0D2-2] Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



- A. $y = -x^2 + 2x - 3$. B. $y = -x^2 + 4x - 3$. C. $y = x^2 - 4x + 3$. D. $y = x^2 - 2x - 3$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị suy ra: $a < 0$ và hoành độ đỉnh là 2.

$$y = -x^2 + 4x - 3 \Rightarrow a = -1; I(2;1)$$

Câu 272. [0D2-2] Bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ là bảng nào sau đây?

A.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$	1	$+\infty$

B.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	3	$-\infty$

C.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

D.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	3	$+\infty$

Lời giải

Chọn B.

Do hệ số $a = -2 < 0$ nên parabol có bề lõm hướng xuống và đỉnh có tọa độ $I(1;3)$.

Câu 273. [0D2-2] Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(8;0)$ và có đỉnh $I(6;-12)$. Khi đó tích $a.b.c$ bằng

- A. -10368. B. 10368. C. 6912. D. -6912.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Từ giả thiết ta có hệ } \begin{cases} 64a + 8b + c = 0 \\ 36a + 6b + c = -12 \\ -\frac{b}{2a} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -36 \\ c = 96 \end{cases} \Rightarrow abc = -10368.$$

Câu 274. [0D2-2] Cho hàm số bậc nhất $y = (m^2 - 4m - 4)x + 3m - 2$ có đồ thị là (d) . Tìm số giá trị nguyên dương của m để đường thẳng (d) cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB là tam giác cân (O là gốc tọa độ).

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng (d) tạo với trục hoành và trục tung một tam giác OAB là tam giác vuông cân $\Leftrightarrow$ đường thẳng (d) tạo với chiều dương trục hoành bằng 45° hoặc $135^\circ \Leftrightarrow$ hệ số góc tạo của (d) bằng 1 hoặc

$$-1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m - 4 = 1 \\ m^2 - 4m - 4 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m - 3 = 0 \\ m^2 - 4m - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 5 \\ m = 2 \pm \sqrt{7} \end{cases}.$$

Thử lại: $m = 5$ thì d không đi qua O .

Vậy có duy nhất một giá trị $m = 5$ nguyên dương thỏa ycbt.

Câu 275. [0D2-2] Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 3$. Chọn câu đúng.

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. B. Hàm số
nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. D. Hàm số đồng biến trên
khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $a = 1 > 0$, $b = -2$, $c = 3$ nên hàm số có đỉnh là $I(1; 2)$. Từ đó suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 276. [0D2-3] Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 360 - 10n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích để trọng lượng cá sau một vụ thu được nhiều nhất?

- A. 12. B. 18. C. 36. D. 40.

Lời giải

Chọn B.

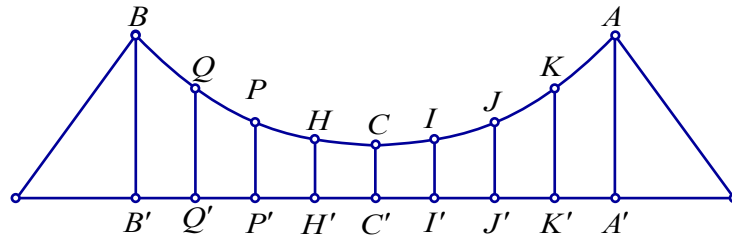
Trọng lượng cá trên đơn vị diện tích là

$$T = (360 - 10n)n = 360n - 10n^2 = -10(n^2 - 36n + 324 - 324)$$

$$= -10(n - 18)^2 + 3240$$

$$\Rightarrow T_{\max} = 3240 \text{ khi } n = 18.$$

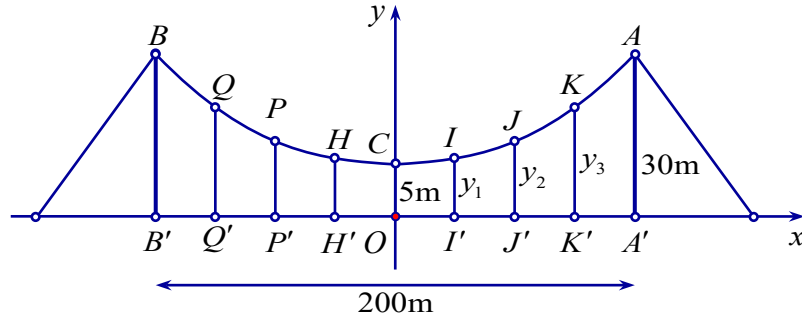
Câu 277. [0D2-3] Dây truyền đỡ trên cầu treo có dạng Parabol ACB như hình vẽ. Đầu, cuối của dây được gắn vào các điểm A , B trên mỗi trục AA' và BB' với độ cao 30m. Chiều dài đoạn $A'B'$ trên nền cầu bằng 200m. Độ cao ngắn nhất của dây truyền trên cầu là $OC = 5$ m. Gọi Q' , P' , H' , O , I' , J' , K' là các điểm chia đoạn $A'B'$ thành các phần bằng nhau. Các thanh thẳng đứng nối nền cầu với đáy dây truyền: QQ' , PP' , HH' , OC , II' , JJ' , KK' gọi là các dây cáp treo. Tính tổng độ dài của các dây cáp treo?



- A. Đáp án khác. B. 36,87m. C. 73,75m. D. 78,75m.

Lời giải

Chọn D.



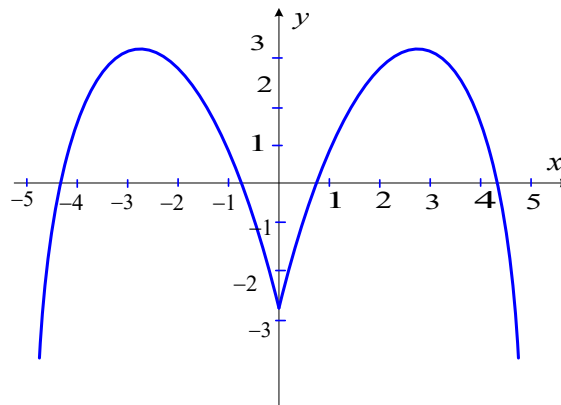
Giả sử Parabol có dạng: $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ, khi đó parabol đi qua điểm $A(100; 30)$, và có đỉnh $C(0; 5)$. Đoạn AB chia làm 8 phần, mỗi phần 25m.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 30 = 10000a + 100b + c \\ \frac{-b}{2a} = 0 \\ 5 = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{400} \\ b = 0 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow (P): y = \frac{1}{400}x^2 + 5.$$

Khi đó, tổng độ dài của các dây cáp treo bằng $OC + 2y_1 + 2y_2 + 2y_3$
 $= 5 + 2\left(\frac{1}{400} \cdot 25^2 + 5\right) + 2\left(\frac{1}{400} \cdot 50^2 + 5\right) + 2\left(\frac{1}{400} \cdot 75^2 + 5\right)$
 $= 78,75(\text{m}).$

Câu 278. [0D2-3] Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



- A. $y = x^2 - 3x - 3$. B. $y = -x^2 + 5|x| - 3$. C. $y = -x^2 - 3|x| - 3$. D. $y = -x^2 + 5x - 3$.

Lời giải

Chọn B.

Quan sát đồ thị ta loại A. và D. Phần đồ thị bên phải trục tung là phần đồ thị (P) của hàm số $y = -x^2 + 5x - 3$ với $x > 0$, tọa độ đỉnh của (P) là

$\left(\frac{5}{2}; \frac{13}{4}\right)$, trục đối xứng là $x = 2,5$. Phần đồ thị bên trái trục tung là do lấy đối xứng phần đồ thị bên phải của (P) qua trục tung Oy . Ta được cả hai phần là đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 5|x| - 3$.

- Câu 279.** [0D2-3] Cho parabol $y = ax^2 + bx + 4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1;3)$. Tổng giá trị $a + 2b$ là
- A. $-\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. -1.

Lời giải

Chọn B.

Vì parabol $y = ax^2 + bx + 4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1;3)$

$$\text{Nên ta có: } \begin{cases} a + b + 4 = 3 \\ -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = -1 \\ 2a + 3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases}$$

Do đó: $a + 2b = -3 + 4 = 1$

- Câu 280.** [0D2-3] Để đồ thị hàm số $y = mx^2 - 2mx - m^2 - 1$ ($m \neq 0$) có đỉnh nằm trên đường thẳng $y = x - 2$ thì m nhận giá trị nằm trong khoảng nào dưới đây?
- A. $(2; 6)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(0; 2)$. D. $(-2; 2)$.

Lời giải

Chọn D.

Đồ thị hàm số $y = mx^2 - 2mx - m^2 - 1$ ($m \neq 0$) có đỉnh là $I(1; -m^2 - m - 1)$.

Để $I(1; -m^2 - m - 1)$ nằm trên đường thẳng $y = x - 2$ thì $-m^2 - m - 1 = -1$

$$\Leftrightarrow m^2 + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (l)} \\ m = -1 \text{ (n)} \end{cases}. \text{ Vậy } m = -1 \in (-2; 2).$$

- Câu 281.** [0D2-3] Đồ thị hàm số $y = x^2 - 6|x| + 5$.

- A. có tâm đối xứng $I(3; -4)$.
 B. có tâm đối xứng $I(3; -4)$ và trục đối xứng có phương trình $x = 0$.
 C. không có trục đối xứng.
 D. có trục đối xứng là đường thẳng có phương trình $x = 0$.

Lời giải

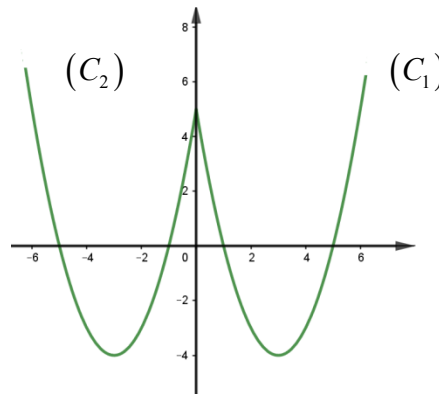
Chọn D.

$$\text{Ta có: } y = x^2 - 6|x| + 5 = \begin{cases} y_1 = x^2 - 6x + 5 \text{ khi } x \geq 0 \text{ (} C_1 \text{)} \\ y_2 = x^2 + 6x + 5 \text{ khi } x < 0 \text{ (} C_2 \text{)} \end{cases}$$

Đồ thị (C) của hàm số $y = x^2 - 6|x| + 5$ gồm hai phần

Phần đồ thị (C_1) : là phần đồ thị của hàm số $y_1 = x^2 - 6x + 5$ nằm bên phải trục tung

Phần đồ thị (C_2) : là phần đồ thị của hàm số $y_2 = x^2 + 6x + 5$ có được bằng cách lấy đối xứng phần đồ thị (C_1) qua trục tung
Ta có đồ thị (C) như hình vẽ



Vậy: đồ thị (C) có trục đối xứng có phương trình $x = 0$.

Câu 282. [0D2-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $|f(x) - 1| = m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m = 1$.

B. $1 < m < 3$.

C. $0 < m < 1$.

D. $m \geq 3$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x) - 1|$.

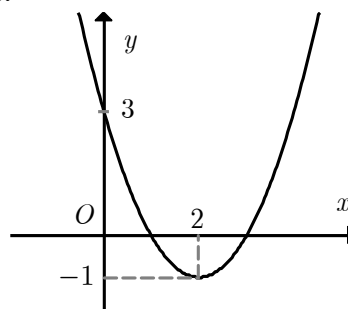
x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	1	3	$+\infty$
$ f(x) - 1 $	0	0	0	0

Từ BBT suy ra phương trình $|f(x) - 1| = m$ có bốn nghiệm phân biệt khi

$1 < m < 3$.

Vậy $1 < m < 3$.

Câu 283. [0D2-3] Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình bên dưới. Hỏi với những giá trị nào của tham số m thì phương trình $f(|x|) - 1 = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.



A. $-2 < m < 2$.

B. $m = 3$.

C. $m > 3$.

D. $m = 2$.

Lời giải**Chọn D.**

Hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là (C) , lấy đối xứng phần đồ thị nằm bên phải Oy của (C) qua Oy ta được đồ thị (C') của hàm số $y = f(|x|)$.

Dựa vào đồ thị, phương trình $f(|x|) - 1 = m \Leftrightarrow (|x|) = m + 1$ có đúng 3 nghiệm phân biệt khi

$$m + 1 = 3 \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 284. [0D2-3] Cho hai hàm số $y_1 = x^2 + (m-1)x + m$, $y_2 = 2x + m + 1$. Khi đồ thị hai hàm số cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì m có giá trị là

- A.** $m > 0$. **B.** $m < 0$. **C.** m tùy ý. **D.** không có giá trị nào.

Lời giải**Chọn C.**

Phương trình hoành độ giao điểm:
 $x^2 + (m-1)x + m = 2x + m + 1 \Leftrightarrow x^2 + (m-3)x - 1 = 0(1)$.

Khi đồ thị hai hàm số cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì pt(1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta = (m-3)^2 + 4 > 0 \text{ luôn đúng } \forall m \in \mathbb{R}.$$

Câu 285. [0D2-3] Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$. Xác định hệ số a, b biết (P) có đỉnh $I(2; -2)$.

- A.** $a = -1, b = 4$. **B.** $a = 1, b = 4$. **C.** $a = 1, b = -4$. **D.** $a = 4, b = -1$.

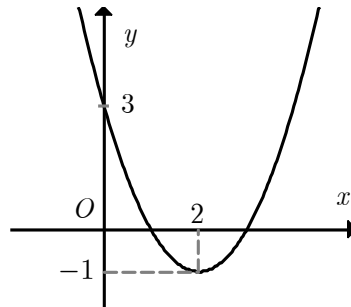
Lời giải**Chọn C.**

+ Điều kiện: $a \neq 0$.

+ (P) có đỉnh $I(2; -2)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ -2 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + b = 0 \\ 4a + 2b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}.$$

Câu 286. [0D2-3] Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình bên dưới. Hỏi với những giá trị nào của tham số m thì phương trình $|f(x)| - 1 = m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt.



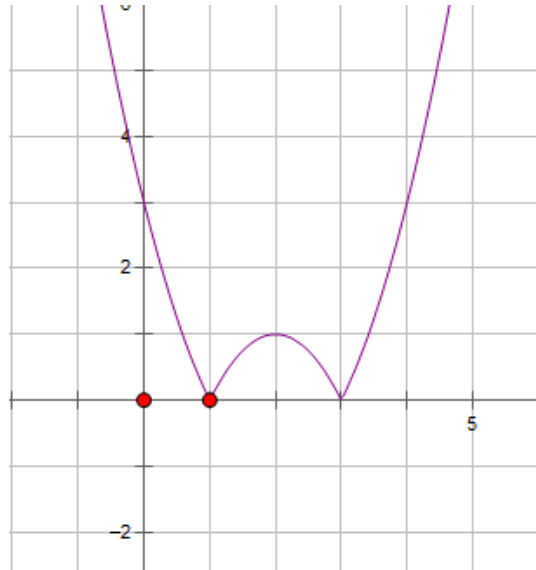
- A.** $\begin{cases} m \geq 0 \\ m = -1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m > 0 \\ m = -1 \end{cases}$. **C.** $m \geq -1$. **D.** $m \geq 0$.

Lời giải

Chọn B.

+ Phương trình $\Leftrightarrow |f(x)| = m+1$.

+ Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có dạng:



+ Dựa vào đồ thị, để phương trình $|f(x)| = m+1$ có hai nghiệm phân biệt thì:

$$\begin{cases} m+1 > 1 \\ m+1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m = -1 \end{cases}.$$

Câu 287. [0D2-3] Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 đôla. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x đôla thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120-x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

- A. 80 USD. B. 160 USD. C. 40 USD. D. 240 USD.

Lời giải**Chọn A.**

Gọi y là số tiền lãi của cửa hàng bán giày.

$$\text{Ta có } y = (120-x)(x-40) = -x^2 + 160x - 4800 = -(x-80)^2 + 1600 \leq 1600.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 80$.

Vậy cửa hàng lãi nhiều nhất khi bán đôi giày với giá 80 USD.

Câu 288. [0D2-3] Parabol $(P): y = -2x^2 - ax + b$ có điểm $M(1;3)$ với tung độ lớn nhất. Khi đó giá trị của b là

- A. 5. B. 1. C. -2. D. -3.

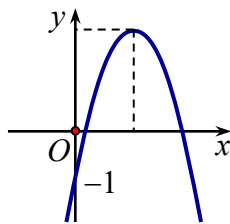
Lời giải**Chọn B.**

Do bề lõm của (P) quay xuống và M có tung độ lớn nhất nên M là đỉnh của (P) .

$$\text{Ta có } M(1;3) \text{ là đỉnh của parabol nên } \frac{a}{-4} = 1 \Leftrightarrow a = -4.$$

Suy ra $y = -2x^2 + 4x + b$ qua $M(1;3)$ nên $b = 1$.

Câu 289. [0D2-3] Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0, b < 0, c < 0$.

B. $a < 0, b = 0, c < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn D.

Quan sát đồ thị ta có:

Đồ thị quay bề lõm xuống dưới nên $a < 0$; có hoành độ đỉnh

$$x_I = -\frac{b}{2a} > 0 \Leftrightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b > 0.$$

Lại có: đồ thị cắt Ox tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$.

Vậy $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 290. [0D2-3] Tìm m để hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2; 5]$ bằng -3 .

A. $m = -3$.

B. $m = -9$.

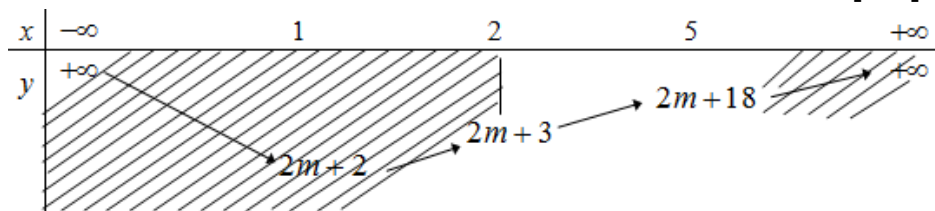
C. $m = 1$.

D. $m = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ trên đoạn $[2; 5]$:



Do đó giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2; 5]$ của hàm số $y = x^2 - 2x + 2m + 3$ bằng $2m + 3$.

Theo giả thiết $2m + 3 = -3 \Leftrightarrow m = -3$.

Câu 291. [0D2-3] Xác định các hệ số a và b để Parabol $(P): y = ax^2 + 4x - b$ có đỉnh $I(-1; -5)$.

A. $\begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$.

Lời giải

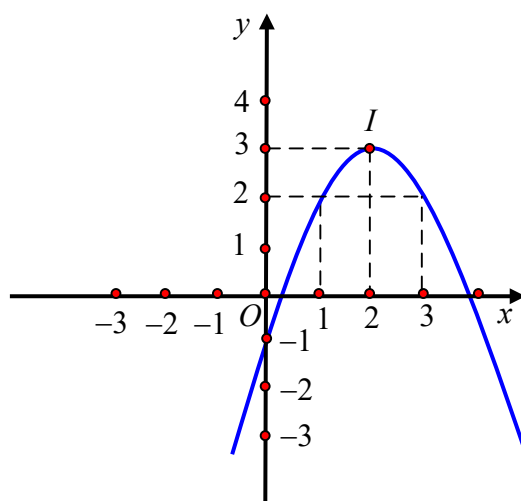
Chọn C.

$$\text{Ta có: } x_I = -1 \Rightarrow -\frac{4}{2a} = -1 \Rightarrow a = 2.$$

$$\text{Hơn nữa: } I \in (P) \text{ nên } -5 = a - 4 - b \Rightarrow b = 3.$$

Câu 292. [0D2-3] Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên.

Tìm các giá trị m để phương trình $|ax^2 + bx + c| = m$ có bốn nghiệm phân biệt.



A. $-1 < m < 3$.
 $-1 \leq m \leq 3$.

B. $0 < m < 3$.

C. $0 \leq m \leq 3$.

D.

Lời giải

Chọn B.

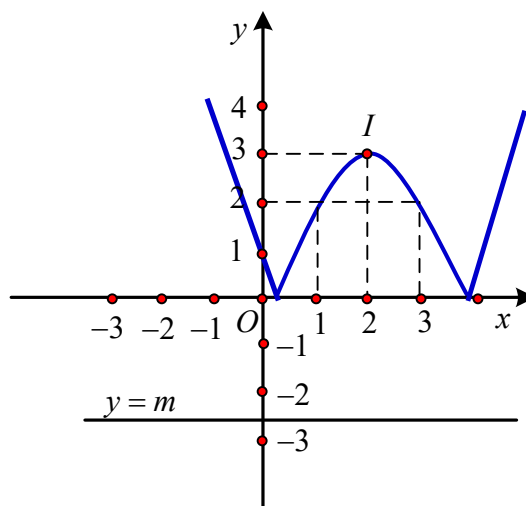
Quan sát đồ thị ta có đỉnh của parabol là $I(2;3)$ nên

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ 3 = 4a + 2b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b + c = 3 \end{cases}.$$

Mặt khác (P) cắt trục tung tại $(0; -1)$ nên $c = -1$. Suy ra

$$\begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases}.$$

$(P): y = -x^2 + 4x - 1$ suy ra hàm số $y = |-x^2 + 4x - 1|$ có đồ thị là phần đồ thị phía trên trục hoành của (P) và phần có được do lấy đối xứng phần phía dưới trục hoành của (P) , như hình vẽ sau:



Phương trình $|ax^2 + bx + c| = m$ hay $|-x^2 + 4x - 1| = m$ có bốn nghiệm phân biệt khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |-x^2 + 4x - 1|$ tại bốn điểm phân biệt.

Suy ra $0 < m < 3$.

Câu 293. [0D2-3] Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng $y = mx + 3 - 2m$ cắt parabol $y = x^2 - 3x - 5$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ trái dấu.

- A. $m < -3$. B. $-3 < m < 4$. C. $m < 4$. D. $m \leq 4$.

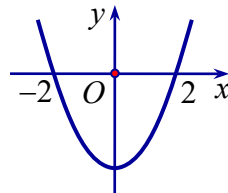
Lời giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 3x - 5 = mx + 3 - 2m \Leftrightarrow x^2 - (m+3)x + 2m - 8 = 0$ (*).

Đường thẳng cắt parabol tại hai điểm phân biệt có hoành độ trái dấu khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow 2m - 8 < 0 \Leftrightarrow m < 4$.

Câu 294. [0D2-3] Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), (P) có đồ thị như hình vẽ:



Biết đồ thị (P) cắt trục Ox tại các điểm lần lượt có hoành độ là $-2, 2$.

Tập nghiệm của bất phương trình $y < 0$ là

- A. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. B. $(-2; 2)$. C. $[-2; 2]$. D. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị ta thấy $y < 0$ khi $x \in (-2; 2)$.

Câu 295. [0D2-4] Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe honda Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 (triệu đồng) và bán ra với giá là 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất.

- A. 30 triệu đồng. B. 29 triệu đồng. C. 30,5 triệu đồng. D. 29,5 triệu đồng.

Lời giải

Chọn C.

Gọi x (triệu) đồng là số tiền mà doanh nghiệp A dự định giảm giá; ($0 \leq x \leq 4$).

Khi đó:

Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là $31 - x - 27 = 4 - x$ (triệu đồng).

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là $600 + 200x$ (chiếc).

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là

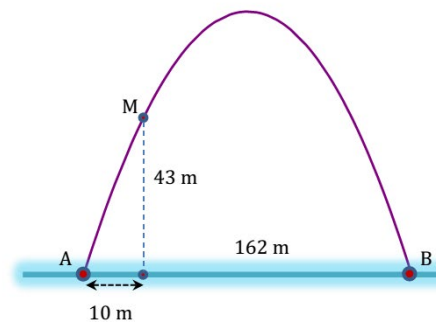
$$f(x) = (4 - x)(600 + 200x) = -200x^2 + 200x + 2400.$$

Xét hàm số $f(x) = -200x^2 + 200x + 2400$ trên đoạn $[0; 4]$ có bảng biến thiên

$$\text{Vậy } \max_{[0;4]} f(x) = 2450 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Vậy giá mới của chiếc xe là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

Câu 296. [0D2-4] Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol (hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất (điểm M), người ta thả một sợi dây chạm đất (dây căng thẳng theo phương vuông góc với đất). Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng Arch (tính từ mặt đất đến điểm cao nhất của cổng).



A. 175,6 m.

B. 197,5 m.

C. 210 m.

D. 185,6 m.

Lời giải

Chọn D.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Phương trình Parabol (P) có dạng

$$y = ax^2 + bx + c.$$

Parabol (P) đi qua điểm $A(0;0)$, $B(162;0)$, $M(10;43)$ nên ta có

$$\begin{cases} c = 0 \\ 162^2 a + 162b + c = 0 \\ 10^2 a + 10b + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases} \Rightarrow (P): y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x.$$

$$\text{Do đó chiều cao của cổng là } h = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \approx 185,6 \text{ m.}$$

Câu 297. [0D2-4] Khi quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết rằng quỹ đạo của quả là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả

thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5m và 2 giây sau khi đá lên, nó ở độ cao 6m. Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị độ cao h theo thời gian t và có phần đồ thị trùng với quỹ đạo của quả bóng trong tình huống trên.

A. $y = 4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

B. $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

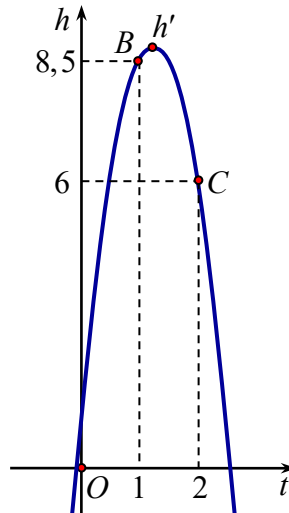
C. $y = -4,9t^2 + 12,2t - 1,2$.

D. $y = -4,9t^2 - 12,2t + 1,2$.

Lời giải

Chọn B.

Tại $t = 0$ ta có $y = h = 1,2$; tại $t = 1$ ta có $y = h = 8,5$; tại $t = 2$, ta có $y = h = 6$.



Chọn hệ trục Oth như hình vẽ.

Parabol (P) có phương trình: $y = at^2 + bt + c$, với $a \neq 0$.

Giả sử tại thời điểm t' thì quả bóng đạt độ cao lớn nhất h' .

Theo bài ra ta có: tại $t = 0$ thì $h = 1,2$ nên $A(0; 1,2) \in (P)$.

Tại $t = 1$ thì $h = 8,5$ nên $B(1; 8,5) \in (P)$.

Tại $t = 2$ thì $h = 6$ nên $C(2; 6) \in (P)$.

$$\text{Vậy ta có hệ: } \begin{cases} c = 1,2 \\ a + b + c = 8,5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1,2 \\ a = -4,9 \\ b = 12,2 \end{cases}.$$

Vậy hàm số Parabol cần tìm có dạng: $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

Câu 298. **[0D2-4]** Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $(0; 2017]$ để phương trình $|x^2 - 4|x| - 5| - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 2016.

B. 2008.

C. 2009.

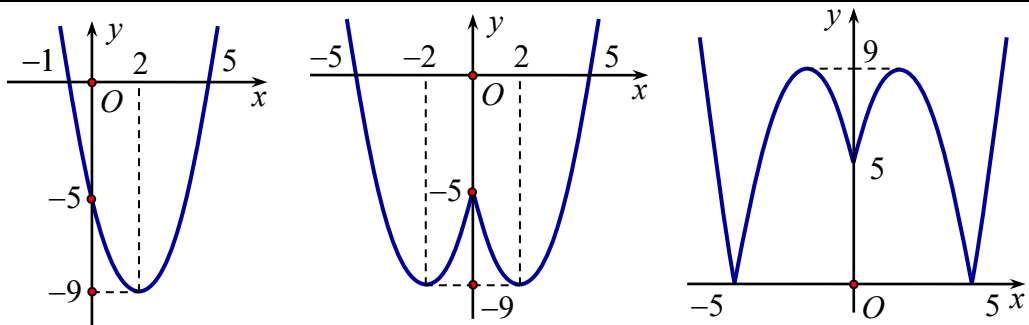
D. 2017.

Lời giải

Chọn B.

PT: $|x^2 - 4|x| - 5| - m = 0 \Leftrightarrow |x^2 - 4|x| - 5| = m(1)$. Số nghiệm phương trình (1) $\Leftrightarrow$ số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x^2 - 4|x| - 5|(P)$ và đường thẳng $y = m$ (cùng phương Ox).

Xét hàm số $y = x^2 - 4x - 5 (P_1)$ có đồ thị như hình 1.



Hình 1.

Hình 2.

Hình 3.

Xét hàm số $y = x^2 - 4|x| - 5$ (P_2) là hàm số chẵn nên có đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng. Mà $y = x^2 - 4|x| - 5 = x^2 - 4x - 5$ nếu $x \geq 0$. Suy ra đồ thị hàm số (P_2) gồm hai phần:

- ☐ Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số (P_1) phần bên phải Oy .
- ☐ Phần 2: Lấy đối xứng phần 1 qua trục Oy .

Ta được đồ thị (P_2) như hình 2.

Xét hàm số $y = |x^2 - 4|x| - 5|$ (P), ta có: $y = \begin{cases} x^2 - 4|x| - 5 & (y \geq 0) \\ -(x^2 - 4|x| - 5) & (y < 0) \end{cases}$.

Suy ra đồ thị hàm số (P) gồm hai phần:

- ☐ Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số (P_2) phần trên Ox .
- ☐ Phần 2: Lấy đối xứng đồ thị hàm số (P_2) phần dưới Ox qua trục Ox .

Ta được đồ thị (P) như hình 3.

Quan sát đồ thị hàm số (P) ta có: Để $|x^2 - 4|x| - 5| = m$ (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 9 \\ m = 0 \end{cases}$.

Mà $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in (0; 2017] \end{cases} \Rightarrow m \in \{10; 11; 12; \dots; 2017\}$.

Câu 299. [0D2-4] Cho hàm số $y = x^2 - 2\left(m + \frac{1}{m}\right)x + m$ ($m > 0$) xác định trên $[-1; 1]$.

Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ lần lượt là y_1, y_2 thỏa mãn $y_1 - y_2 = 8$. Khi đó giá trị của m bằng

- A.** $m = 1$. **B.** $m \in \emptyset$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 1$, $m = 2$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $y = f(x) = x^2 - 2\left(m + \frac{1}{m}\right)x + m$.

Hoành độ đỉnh của đồ thị hàm số là $x = m + \frac{1}{m} \geq 2$ (bất đẳng thức Côsi).

Vì hệ số $a = 1 > 0$ nên hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; m + \frac{1}{m}\right)$.

Suy ra, hàm số nghịch biến $[-1; 1]$.

$$\Rightarrow y_1 = f(-1) = 3m + \frac{2}{m} + 1.$$

$$y_2 = f(1) = 1 - m - \frac{2}{m}.$$

Theo đề bài ta có: $y_1 - y_2 = 8$

$$\Leftrightarrow 3m + \frac{2}{m} + 1 - 1 + m + \frac{2}{m} = 8 \quad (m > 0) \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 300 (VDC): Cho hàm số $y = x^2 - 2x - 2$ có đồ thị là parabol (P) và đường thẳng (d) có phương trình $y = x + m$. Giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $OA^2 + OB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là:

A. $m = -\frac{5}{2}$.

B. $m = \frac{5}{2}$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Hướng dẫn giải

Đáp án A

Phương pháp:

Lập phương trình hoành độ giao điểm (*) của hai đồ thị hàm số.

Tìm điều kiện của m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt.

Áp dụng định lý Vi-et để tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $OA^2 + OB^2$.

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$$x^2 - 2x - 2 = x + m \Leftrightarrow x^2 - 3x - m - 2 = 0 \quad (*)$$

(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 9 + 4(m + 2) > 0 \Leftrightarrow 4m + 17 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{17}{4}.$$

Gọi $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ là hai giao điểm của hai đồ thị hàm số.

$\Rightarrow x_A; x_B$ là hai nghiệm của phương trình (*).

$$\text{Áp dụng định lý Vi-et ta có : } \begin{cases} x_A + x_B = 3 \\ x_A x_B = -m - 2 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}, OB = \sqrt{x_B^2 + y_B^2}$$

$$\Rightarrow OA^2 + OB^2 = x_A^2 + y_A^2 + x_B^2 + y_B^2 = (x_A^2 + x_B^2) + (y_A^2 + y_B^2)$$

$$= (x_A^2 + x_B^2) + \left[(x_A + m)^2 + (x_B + m)^2 \right]$$

$$= x_A^2 + x_B^2 + x_A^2 + x_B^2 + 2m(x_A + x_B) + 2m^2$$

$$= 2(x_A + x_B)^2 - 4x_A x_B + 2m(x_A + x_B) + 2m^2$$

$$= 2.3^2 + 4(m + 2) + 2m.3 + 2m^2$$

$$= 2m^2 + 10m + 26 = 2(m^2 + 5m) + 26$$

$$= 2\left(m + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{27}{2} \geq \frac{27}{2}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow m + \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{2} \text{ (tm).}$$

Vậy $OA^2 + OB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $m = -\frac{5}{2}$.