

Họ tên : Lớp:..... Số báo danh :

Mã đề 111

PHẦN I (4 điểm): Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn 01 phương án.

Câu 1: . Tính tích phân $I = \int_3^8 \left(\frac{1}{4}x - 1 \right) dx$.

- A. $\frac{15}{8}$. B. -20 . C. 30 . D. -5 .

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $-2x + 2y - z - 3 = 0$.

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến có tọa độ là

- A. $(1; 0; 5)$ B. $(-2; 2; -3)$. C. $(-2; 2; -1)$ D. $(0; 0; -3)$.

Câu 3: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

- A. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$. B. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.
C. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$. D. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$.

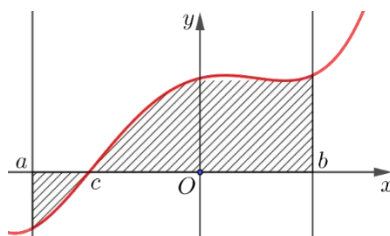
Câu 4: . Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_1^2 g(x) dx = -2$. Giá trị $\int_1^2 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 0 . B. 4 . C. -1 . D. 1 .

Câu 5: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi/6} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin x \right) dx$.

- A. $I = \frac{\sqrt{6}}{4}$. B. $I = -\frac{\sqrt{6}}{4}$. C. $I = -\frac{3}{4}$. D. $I = \frac{3-2\sqrt{3}}{4}$.

Câu 6: Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) tính theo công thức nào dưới đây ?



- A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. B. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.
C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Chọn mệnh đề **đúng**.

A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$. B. $\int_a^b f(x) dx = 1$. C. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$ D. $\int_a^b f(x) dx = 2$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2; -1; 3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; 3; -1)$ là:

A. $(\alpha): 2x + 3y - z - 2 = 0$.

B. $(\alpha): 2x + 3y - z + 2 = 0$.

C. $(\alpha): 2x - y + 3z - 2 = 0$.

D. $(\alpha): 2x - y + 3z + 4 = 0$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Chọn mệnh đề **đúng**.

A. $f(b) - f(a) = \int_a^b F(x) dx$.

B. $f'(b) - f'(a) = \int_a^b f'(x) dx$.

C. $F(b) - F(a) = \int_a^b f'(x) dx$.

D. $f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x) dx$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình:

A. $y = 2$.

B. $z = 0$.

C. $y = -1$.

D. $x = 2$.

Câu 11: Hàm số nào sau đây **không** là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + 3$.

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} + 3x - 1$ B. $F(x) = \frac{x^2}{2} + 3x + 1$ C. $F(x) = x^2 + 3x$ D.

$F(x) = \frac{x^2}{2} + 3x - 5$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 4y + 3z - 5 = 0$. Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng nào?

A. $7x + 3y - 6z + 2 = 0$ B. $2x + 4y + 3z + 7 = 0$ C. $x - 8y + 2z + 3 = 0$ D.

$7x - 8y - 6z + 2 = 0$

PHẦN II (4 điểm): Học sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

a) $\int f(x) dx = F(x) + C$.

b) $f(x) = 3x^2$.

c) Cho $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $G(0) = \frac{3}{2}$. Khi đó:

$G(x) = x^3 + \frac{5}{2}$.

d) $\int 2x dx = x^2 + C$.

Câu 14.: Cho hai hàm số $f(x) = 6x^5$ và $g(x) = -2.e^x$

a) Gọi $I = \int_a^b 6x^5 dx$ và $J = \int_a^b x^5 dx$ thì ta có $J = 6I$.

b) $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.

c) $\int_0^4 [2f(x) + 3] dx = 8204$.

d) $\int_0^1 [-g(x) + 5] dx = 2e - 3$.

Câu 15: Cho hai hàm số $f(x) = 2x$ và $g(x) = 3.\cos x$.

a) $\int_{-10}^7 f(x) dx = -51$.

b) $\int_0^\pi g(x) dx = 2\pi$.

c) $\int (2x + 3 \sin x) dx = x^2 - 3 \cos x + C$.

d) $\int (2x - \pi \sin x) dx = x^2 - \pi^2 \cos x + C$.

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;5;-2); B(3;1;2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 1 = 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) (α) đi qua điểm A .

b) Mặt phẳng đi qua điểm A và song song với (α) có phương trình $x - y + 2z - 2 = 0$.

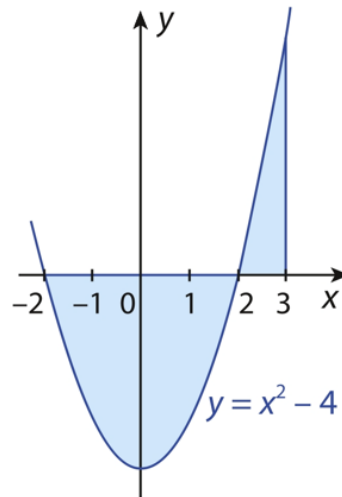
c) (α) vuông góc với $(P): x - y - z + 3 = 0$.

d) Phương trình mặt phẳng đi qua B và vuông góc với AB là $x - 2y + z - 3 = 0$.

PHẦN III (3 điểm): Học sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17. Cho $\int_{\frac{-\pi}{3}}^{\pi} (\sqrt{2} \sin x - 9 \cos x) dx = \frac{a\sqrt{2} - b\sqrt{3}}{2}; (a; b \in \mathbb{Z})$. Tính $P = a.b$.

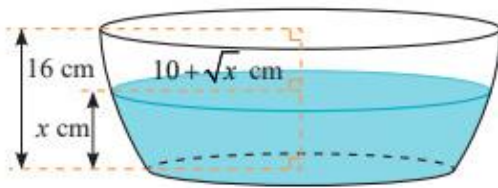
Câu 18. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4$, trục hoành và các đường thẳng $x = -2, x = 3$ (Hình).



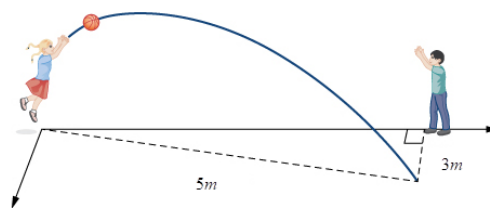
Câu 19. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành bởi các đường thẳng $y = \sin x; x = 0; x = \frac{\pi}{2}$

quay quanh trục Ox . (Làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 20. Nếu cắt chậu nước có hình dạng như hình bên bằng mặt phẳng song song và cách mặt đáy x (cm) ($0 \leq x \leq 16$) thì mặt cắt là hình tròn có bán kính $(10 + \sqrt{x})$ (cm). Tìm x (đơn vị cm, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) để dung tích nước trong chậu bằng nửa thể tích của chậu?



Câu 21. Hai đứa trẻ đang chơi với một quả bóng. Bé gái ném quả bóng cho bé trai. Quả bóng di chuyển trong không khí, uốn cong $3m$ về bên phải và rơi cách bé gái $5m$ (xem hình sau).



Biết mặt phẳng chứa quỹ đạo của quả bóng vuông góc với mặt đất và phương trình tổng quát của nó có dạng $ax - 3y + c = 0$. Tính $a + c$?

Câu 22. Trong một trò chơi mô phỏng bắn súng, một người chơi đặt điểm ngắm tại điểm O là giao điểm của AC và BD trong căn phòng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có kích thước $AB = 50(m)$, $AD = 35(m)$, $AA' = 10(m)$. Người chơi có nhiệm vụ từ điểm ngắm đã đặt bắn trúng một mục tiêu di động trên mặt phẳng $(CB'D')$ Tính khoảng cách ngắn nhất từ điểm ngắm đó đến mục tiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

----- HẾT -----

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề có 4 trang)

Thời gian làm bài : 90 Phút; (Đề có 22 câu)

Họ tên : Số báo danh :

Mã đề 222

PHẦN I(3,0 điểm): Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là:

- A. $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$. B. $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$. C. $\vec{n}_2 = (2; 3; -4)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$.

Câu 2: Biết $\int_2^3 f(x)dx = 3$ và $\int_2^3 g(x)dx = -5$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

- A. 2. B. 8. C. -8. D. -2.

Câu 3: Cho f là hàm số liên tục trên $[a; b]$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $[a; b]$. Khi đó

$\int_a^b f(x)dx$ bằng.

- A. $F(b) - F(a)$. B. $a - b$.
C. $F(a) - F(b)$. D. $b - a$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = 2\cos x + 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = -2\sin x$. B. $\int f(x)dx = 2\sin x + 3$.
C. $\int f(x)dx = 2\sin x + 3x + C$. D. $\int f(x)dx = -2\sin x + 3x + C$.

Câu 5: Biết $\int_2^3 f(x)dx = 3$ và $\int_3^5 f(x)dx = 4$. Khi đó $\int_2^5 f(x)dx$ bằng

- A. -1. B. 1. C. 12. D. 7.

Câu 6: $\int_0^2 e^x dx$ bằng

- A. $e^2 - e$. B. e . C. $e^4 - 1$. D. $e^2 - 1$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là của một mặt phẳng:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 10$. B. $x^2 + z = 0$. C. $x + 2y - 3z - 7 = 0$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+3}{2}$.

Câu 8: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

- A. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$. B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.
C. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$. D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$

có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; 3)$ là

- A. $x - 2y - 4 = 0$. B. $2x + y + 3z + 5 = 0$.
C. $2x - y + 3z + 9 = 0$. D. $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức:

A. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. B. $S = - \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \int_b^a |f(x)| dx$. D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 11: Giá trị của $\int_0^1 (2x+1)dx$ bằng

A. 2. B. 3. C. 1. D. 5.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y+2z-4=0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (α) .

A. $(\beta): 2x+2y+4z-7=0$. B. $(\gamma): x-2y-2z-1=0$.
C. $(\mu): x-y+2z-1=0$. D. $(\lambda): 2x+4y+4z-9=0$.

PHẦN II (4,0 điểm): Học sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau ?

- a) $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.
b) Nếu $F(x) = \frac{1}{x}$ thì $f(x) = \ln|x|$.
c) $\int f(x) dx = F(x) + C$.
d) Biết $f(x) = 2x+1$ và $F(0) = 5$, khi đó $F(x) = x^2 + x + 5$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+4=0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Phương trình mặt phẳng đi qua B và vuông góc với OA là $x+2y+3z+1=0$.
b) Phương trình mặt phẳng đi qua B và song song với (P) là: $3x-2y+z-5=0$.
c) Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+2y-z+4=0$.
d) $A \in (P)$.

Câu 15: Biết $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^1 g(x) dx = 9$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $\int_0^1 [f(x) - g(x)] dx = 6$.
b) $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx = 12$.
c) $\int_0^1 [2f(x) + 2] dx = 8$.
d) $\int_0^1 [3f(x) - g(x)] dx = 0$. c)

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = 3x$ và $g(x) = 3\cos x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\int [2f(x) + 3g(x)]dx = 3x^2 + 9\sin x + C.$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)dx = 3.$

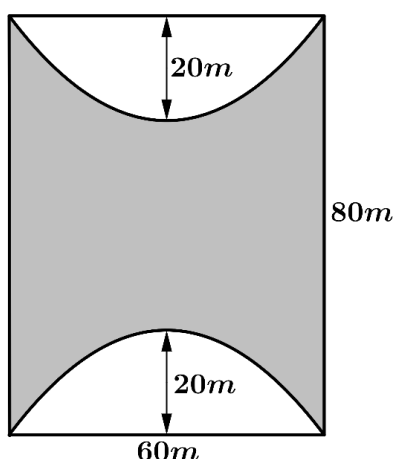
c) $\int [2f(x) - g(x)]dx = \frac{3x^2}{2} + 3\sin x + C.$

d) $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0.$

PHẦN III (3 điểm): Học sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

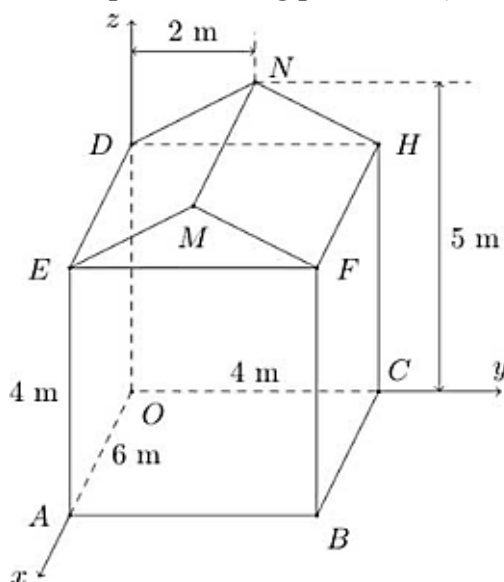
Câu 17: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ và các đường thẳng $x = 1; x = 4$; trục Ox . (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

Câu 18: Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là 60m và 80m. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng 20m (xem hình minh họa).

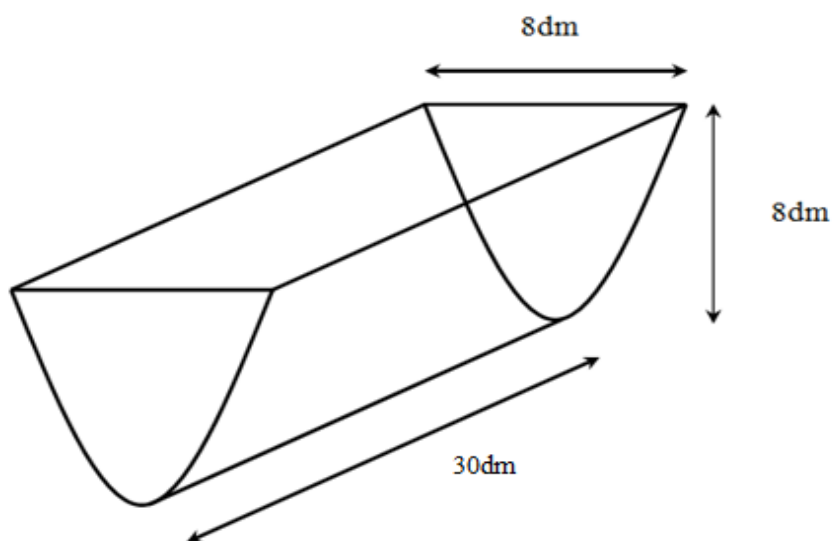


Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông?

Câu 19: Một kỹ sư xây dựng thiết kế khung một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ như hình vẽ bên nhờ một phần mềm đồ họa máy tính (đơn vị trên mỗi trục là mét). Biết rằng sàn nhà, bốn mặt bên cùng với các mặt phẳng $(DEMN)$ và $(MNHF)$ là các hình chữ nhật, tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(DEMN)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Câu 20: Một bồn nước được thiết kế với chiều cao 8dm, ngang 8dm, dài 30dm, bề mặt cong đều nhau với mặt cắt ngang là một hình parabol như hình vẽ bên dưới. Bồn chứa được tối đa bao nhiêu lít nước?



Câu 21: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (2 \sin x - \cos x) dx = \frac{a+b\sqrt{3}}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$.

Câu 22: Tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ và đường thẳng $d: y = 2x - 2$ quay xung quanh trục Ox (kết quả làm tròn tới hàng phân chục).

----- **HẾT** -----

MÃ ĐỀ 111 & 333

Phần I: Phần đáp án câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Mã đề Câu	111	333
1	A	C
2	C	C
3	A	D
4	D	D
5	D	A
6	B	B
7	A	B
8	B	A
9	D	A
10	B	B
11	C	A
12	B	C

PHẦN II (4 điểm): Học sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16 Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Mã 111

- Câu 13. a. Đúng b. Đúng c. Sai d. Đúng
Câu 14. a. Sai b. Đúng c. Đúng d. Sai
Câu 15. a. Đúng b. Sai c. Đúng d. Sai
Câu 16. a. Sai b. Sai c. Đúng d. Sai

Mã 333

- Câu 13. a. Đúng b. Đúng c. Đúng d. Sai
Câu 14. a. Sai b. Sai c. Đúng d. Sai
Câu 15. a. Đúng b. Sai c. Sai d. Đúng
Câu 16. a. Sai b. Đúng c. Đúng d. Sai

PHẦN III (3 điểm): Học sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17: 27.

Câu 18: 13.

Câu 19: 2,5.

Câu 20: 8,94.

Câu 21: 4 hoặc 2,25

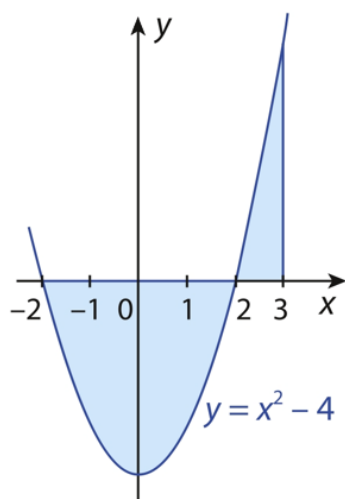
Câu 22: 9,44.

Lời giải chi tiết:

Câu 1. Ta có $\int_{\frac{-\pi}{3}}^{\pi} (\sqrt{2} \sin x - 3^2 \cos x) dx = \left(-\sqrt{2} \cos x - 9 \sin x \right) \Big|_{\frac{-\pi}{3}}^{\pi} = \frac{3\sqrt{2} - 9\sqrt{3}}{2}$

Suy ra $a = 3; b = 9 \Rightarrow P = 27$

Câu 2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4$, trục hoành và các đường thẳng $x = -2, x = 3$ (Hình).



Lời giải

Gọi S là diện tích hình phẳng cần tìm. Ta có:

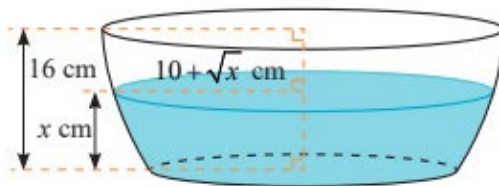
$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^3 |x^2 - 4| dx = \int_{-2}^2 |x^2 - 4| dx + \int_2^3 |x^2 - 4| dx \\ &= \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx + \int_2^3 (x^2 - 4) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_{-2}^2 + \left(\frac{x^3}{3} - 4x \right) \Big|_2^3 \\ &= 13 \text{ (đvdt)}. \end{aligned}$$

Câu 3.

Thể tích:

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx = 2,5$$

Câu 4.



Dung tích nước trong chậu bằng nửa thể tích của chậu nên ta có phương trình

$$\Leftrightarrow 100x + \frac{40}{3}x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2} = \frac{3872}{3}$$

Ta được phương trình $100t^2 + \frac{40}{3}t^3 + \frac{t^4}{2} = \frac{3872}{3}$. Đặt $f(t) = 100t^2 + \frac{40}{3}t^3 + \frac{t^4}{2}$

Vậy $x = t^2 \approx 8,94 \text{ (cm)}$

$$-4(x-0)+3(y-0)+0(z-0)=0 \Leftrightarrow 4x-3y=0. \text{ \textcolor{red}{Vây}} \ a+c=4.$$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có $B'(0;50;10), D'(35;0;10), C(35;50;0)$ và $O(17,5;25;0)$

Mặt phẳng $(CB'D')$ nhận $\overrightarrow{CB'} = (-35;0;10)$ và $\overrightarrow{CD'} = (0;-50;10)$ làm cặp vector chỉ phương nên $(C'BD)$ nhận $\vec{n} = [\overrightarrow{CB'}, \overrightarrow{CD'}] = (500;350;1750)$ làm vector pháp tuyến

Mặt khác, $(CB'D')$ qua $C(35;50;0)$ nên có phương trình $50x + 35y + 175z - 3500 = 0$

Do mục tiêu di động trên mặt phẳng $(C'BD)$ nên khoảng cách ngắn nhất từ điểm ngắm đến mục tiêu chính là khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng $(C'BD)$

$$\text{Ta có } d(O; (C'BD)) = \frac{|50 \cdot 17,5 + 35 \cdot 25 + 75 \cdot 0 - 3500|}{\sqrt{35^2 + 50^2 + 175^2}} \approx 9,44(m)$$

Vậy khoảng cách ngắn nhất từ điểm ngắm đến mục tiêu là khoảng 9,44 mét.

Phần đáp án câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn và đúng sai

Mã đề Câu	222	444
1	C	C
2	B	B
3	A	D
4	C	D
5	D	C
6	D	C
7	C	C
8	A	A
9	B	C
10	D	A
11	A	D
12	D	B
13	A- Đ; B- S; C- Đ; D- Đ;	A- Đ; B- Đ; C- S; D- Đ;
14	A- Đ; B- Đ; C- S; D- S;	A- Đ; B- S; C- Đ; D- Đ;
15	A- S; B- Đ; C- Đ; D- Đ;	A- Đ; B- Đ; C- S; D- S;
16	A- Đ; B- Đ; C- S; D- Đ;	A- Đ; B- Đ; C- S; D- Đ;

PHẦN III (3 điểm): Học sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Mã 222:

Câu 17: 4,83.

Câu 18: 3200.

Câu 19: 5,37.

Câu 20: 1280.

Câu 21: 5

Câu 22: 59,5 .

Mã 444:

Câu 17: 5,37.

Câu 18: 1280.

Câu 19: 59,5.

Câu 20: 5.

Câu 21: 4,83

Câu 22: 3200.

Mã đề 222:

Câu 17 Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ và các đường thẳng $x = 1; x = 4$; trục Ox .(kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

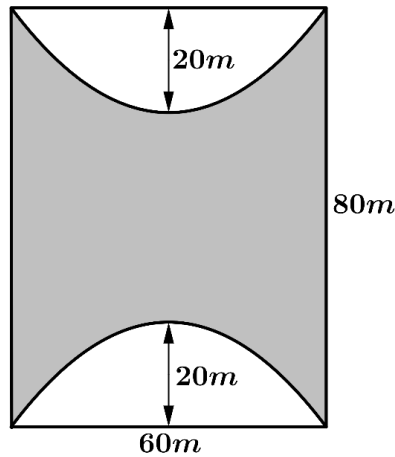
Gợi ý làm bài:

4,83

<!>

$$S = \int_1^4 |x^2 - 3x + 2| dx \approx 4,83$$

Câu 18 Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là 60m và 80m. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng 20m (xem hình minh họa).



Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông?

Gợi ý làm bài:

3200

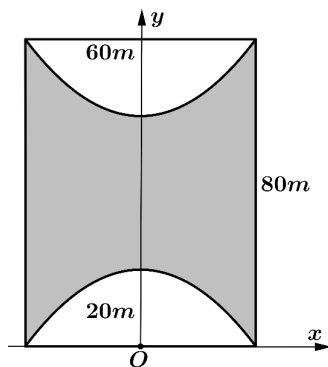
<!>

Diện tích của phần sân chơi bằng diện tích của hình chữ nhật trừ đi diện tích của hai phần trồng hoa.

Diện tích của hình chữ nhật là: $60 \cdot 80 = 4800 \text{ m}^2$.

Diện tích của mỗi phần trồng hoa bằng diện tích của một parabol.

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Phương trình parabol bên dưới có dạng: $y = ax^2 + b$ (vì đỉnh parabol thuộc trục tung).

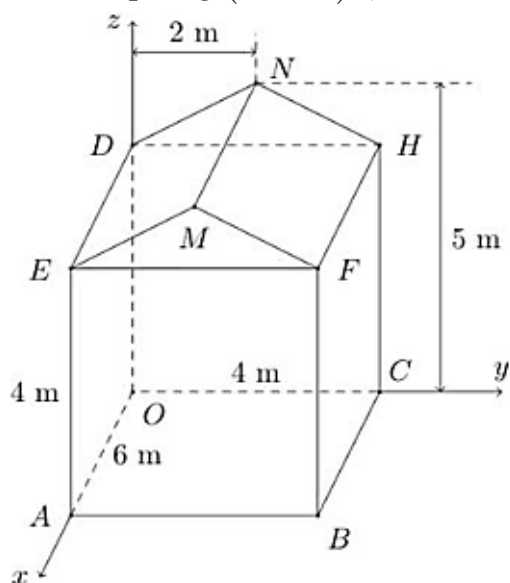
$$\text{Ta có } \begin{cases} y(0) = 20 \\ y(30) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 20 \\ a \cdot 30^2 + 20 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{45} \\ b = 20 \end{cases}$$

Phương trình Parabol dưới là $y = -\frac{1}{45}x^2 + 20$

Diện tích của mỗi phần trồng hoa bằng: $\int_{-30}^{30} \left(-\frac{1}{45}x^2 + 20 \right) dx = 800 \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích của phần sân chơi là: $4800 - 2 \cdot 800 = 3200 \text{ (m}^2\text{)}$.

Câu 19 Một kĩ sư xây dựng thiết kế khung một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ như hình vẽ bên nhờ một phần mềm đồ họa máy tính (đơn vị trên mỗi trục là mét). Biết rằng sàn nhà, bốn mặt bên cùng với các mặt phẳng $(DEMN)$ và $(MNHF)$ là các hình chữ nhật, tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(DEMN)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Gợi ý làm bài:

5,37

<!>

Theo hình vẽ, $(DEMN)$ đi qua $D(0;0;4)$, $E(6;0;4)$, $M(6;2;5)$ nên $(DEMN)$ có cặp VTCP là

$\overrightarrow{DE}(6;0;0)$ và $\overrightarrow{DM}(6;2;1) \Rightarrow (DEMN)$ có 1 VTPT: $[\overrightarrow{DE}; \overrightarrow{DM}] = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} = (0; -6; 12)$. Mà

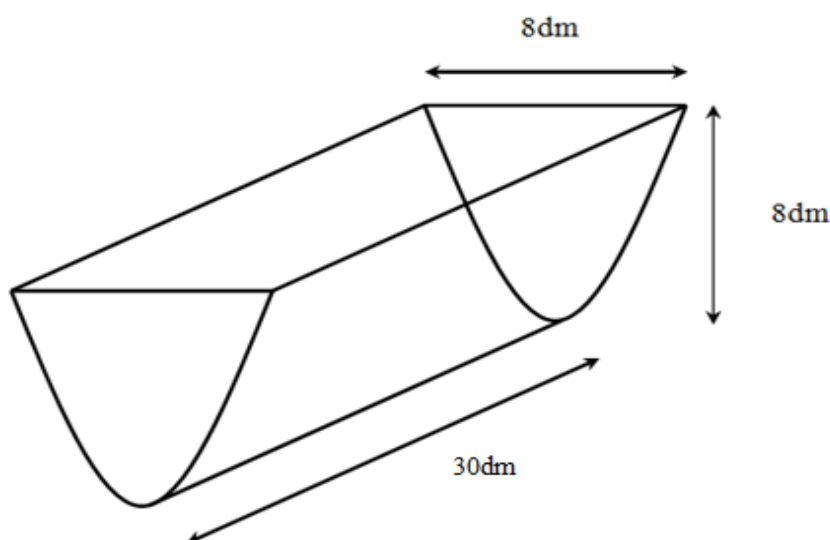
$D(0;0;4) \in (DEMN)$.

Phương trình của $(DEMN)$: $0(x-0) - 6(y-0) + 12(z-4) = 0$

$$\Leftrightarrow -6y + 12z - 48 = 0 \Leftrightarrow y - 2z + 8 = 0.$$

Khoảng cách từ $B(6;4;0)$ đến $(DEMN)$ là: $\frac{|4 - 2 \cdot 0 + 8|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{12}{\sqrt{5}} \approx 5,37$.

Câu 20 Một bồn nước được thiết kế với chiều cao 8dm, ngang 8dm, dài 30dm, bề mặt cong đều nhau với mặt cắt ngang là một hình parabol như hình vẽ bên dưới. Bồn chứa được tối đa bao nhiêu lít nước.



Gợi ý

làm bài:

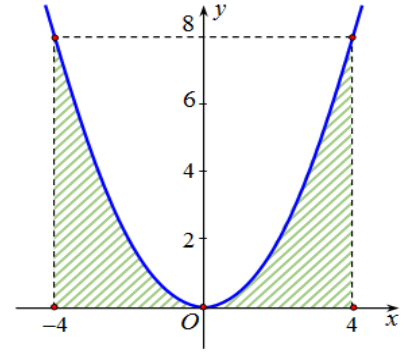
<!>

Xét mặt cắt parabol, chọn hệ trục như hình vẽ. Ta thấy Parabol đi qua các điểm $A(-4;8)$, $B(4;8)$, $C(0;0)$ nên có phương trình

$y = \frac{1}{2}x^2$. Diện tích phần mặt cắt tính như sau:

$$S = S_{hv} - \int_{-4}^4 \frac{1}{2}x^2 dx = 64 - \frac{64}{3} = \frac{128}{3} (\text{dm}^2)$$

$$\text{Do đó thể tích của bồn bằng } V = \int_0^{30} S dx = \int_0^{30} \frac{128}{3} dx = 1280 (\text{dm}^3).$$



Câu 21 Biết $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (2 \sin x - \cos x) dx = \frac{a+b\sqrt{3}}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$.

Gợi ý làm bài:

5.

<!>

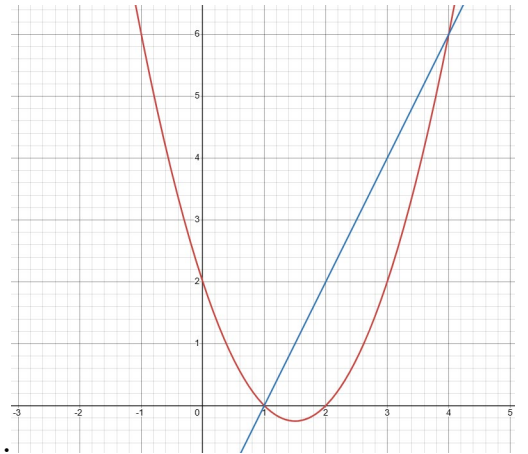
$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} (2 \sin x - \cos x) dx = (-2 \cos x - \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = 2; b = -1 \Rightarrow a^2 + b^2 = 5.$$

Câu 22 Tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ và đường thẳng $d: y = 2x - 2$ quay xung quanh trục Ox (kết quả làm tròn tới hàng phần chục).

Gợi ý làm bài:

59,5.

<!>



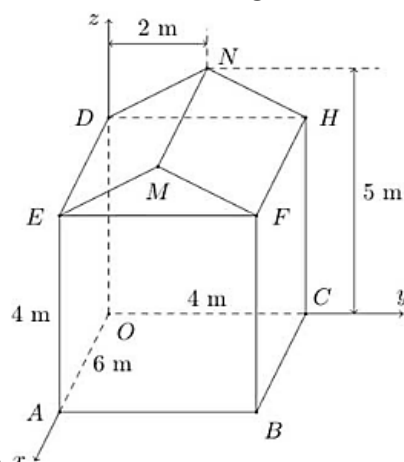
Giải phương trình $x^2 - 3x + 2 = 2x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$.

Thể tích khối tròn xoay là: $V = \pi \left[\int_1^4 (x^2 - 3x + 2)^2 dx - \int_2^4 (2x - 2)^2 dx \right] \approx 59,5$.

Mã đề 444:

Câu 17 Một kĩ sư xây dựng thiết kế khung một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ như hình vẽ bên nhờ một phần mềm đồ họa máy tính (đơn vị trên mỗi trục là mét). Biết rằng sàn nhà, bốn mặt bên

cùng với các mặt phẳng $(DEMN)$ và $(MNHF)$ là các hình chữ nhật, tính khoảng cách từ điểm B



đến mặt phẳng $(DEMN)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Gợi ý làm bài:

5,37

<!>

Theo hình vẽ, $(DEMN)$ đi qua $D(0;0;4)$, $E(6;0;4)$, $M(6;2;5)$ nên $(DEMN)$ có cặp VTCP là

$\overrightarrow{DE}(6;0;0)$ và $\overrightarrow{DM}(6;2;1) \Rightarrow (DEMN)$ có 1 VTPT: $[\overrightarrow{DE}; \overrightarrow{DM}] = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 1 & 6 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = (0; -6; 12)$. Mà

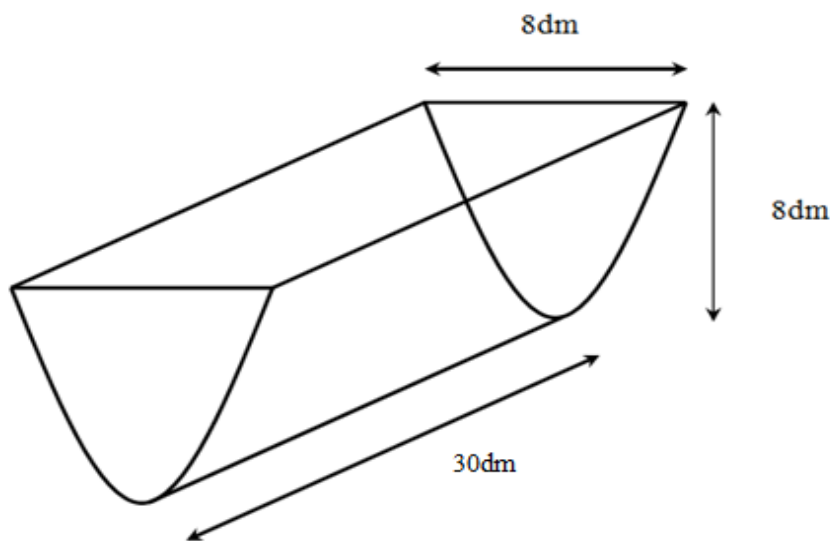
$D(0;0;4) \in (DEMN)$.

Phương trình của $(DEMN)$: $0(x-0) - 6(y-0) + 12(z-4) = 0$

$$\Leftrightarrow -6y + 12z - 48 = 0 \Leftrightarrow y - 2z + 8 = 0.$$

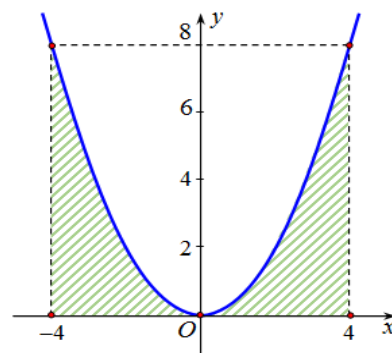
Khoảng cách từ $B(6;4;0)$ đến $(DEMN)$ là: $\frac{|4 - 2 \cdot 0 + 8|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{12}{\sqrt{5}} \approx 5,37$.

Câu 18 Một bồn nước được thiết kế với chiều cao 8dm, ngang 8dm, dài 30dm, bề mặt cong đều nhau với mặt cắt ngang là một hình parabol như hình vẽ bên dưới. Bồn chứa được tối đa bao nhiêu lít nước.



Gợi ý làm bài:

1280



<!>

Xét mặt cắt parabol, chọn hệ trục như hình vẽ. Ta thấy Parabol đi qua các điểm $A(-4;8)$, $B(4;8)$, $C(0;0)$ nên có phương trình $y = \frac{1}{2}x^2$. Diện tích phần mặt cắt tính như sau:

$$S = S_{hv} - \int_{-4}^4 \frac{1}{2}x^2 dx = 64 - \frac{64}{3} = \frac{128}{3} (\text{dm}^2)$$

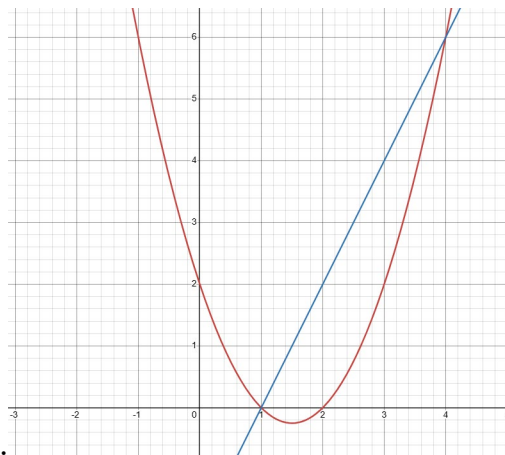
$$\text{Do đó thể tích của bồn bằng } V = \int_0^{30} S dx = \int_0^{30} \frac{128}{3} dx = 1280 (\text{dm}^3).$$

Câu 19 Tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ và đường thẳng $d: y = 2x - 2$ quay xung quanh trục Ox (kết quả làm tròn tới hàng phần chục).

Gợi ý làm bài:

59,5.

<!>



$$\text{Giải phương trình } x^2 - 3x + 2 = 2x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}.$$

$$\text{Thể tích khối tròn xoay là: } V = \pi \left[\int_1^4 (x^2 - 3x + 2)^2 dx - \int_2^4 (2x - 2)^2 dx \right] \approx 59,5.$$

Câu 20 Biết $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (2 \sin x - \cos x) dx = \frac{a + b\sqrt{3}}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$.

Gợi ý làm bài:

5.

<!>

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} (2 \sin x - \cos x) dx = (-2 \cos x - \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = 2; b = -1 \Rightarrow a^2 + b^2 = 5.$$

Câu 21 Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ và các đường thẳng $x = 1; x = 4$; trục Ox . (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

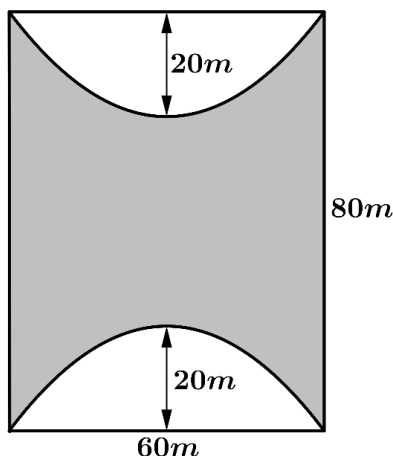
Gợi ý làm bài:

4,83

<!\>

$$S = \int_1^4 |x^2 - 3x + 2| dx \approx 4,83$$

Câu 22 Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là 60m và 80m. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng 20m (xem hình minh họa).



Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông?

Gợi ý làm bài:

3200

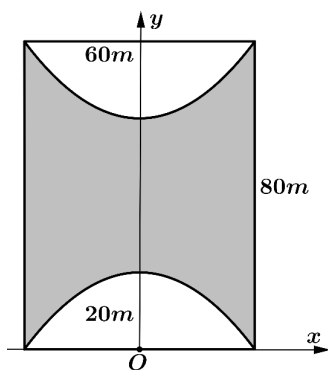
<!\>

Diện tích của phần sân chơi bằng diện tích của hình chữ nhật trừ đi diện tích của hai phần trồng hoa.

Diện tích của hình chữ nhật là: $60 \cdot 80 = 4800 \text{ m}^2$.

Diện tích của mỗi phần trồng hoa bằng diện tích của một parabol.

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Phương trình parabol bên dưới có dạng: $y = ax^2 + b$ (vì đỉnh parabol thuộc trục tung).

$$\text{Ta có } \begin{cases} y(0) = 20 \\ y(30) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 20 \\ a \cdot 30^2 + 20 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{45} \\ b = 20 \end{cases}$$

Phương trình Parabol dưới là $y = -\frac{1}{45}x^2 + 20$

Diện tích của mỗi phần trồng hoa bằng: $\int_{-30}^{30} \left(-\frac{1}{45}x^2 + 20 \right) dx = 800 \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích của phần sân chơi là: $4800 - 2 \cdot 800 = 3200 \text{ (m}^2\text{)}$.