

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN THPT

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 06/3/2026

(Đề thi có 02 trang, gồm 05 bài)

- Chú ý:** - Thí sinh làm bài vào giấy thi do giám thị phát;
- Nếu đề bài không có yêu cầu riêng thì kết quả làm tròn đến 4 chữ số thập phân.
- Thí sinh phải trình bày tóm tắt cách giải hay công thức tính.

Bài 1. (10,0 điểm)

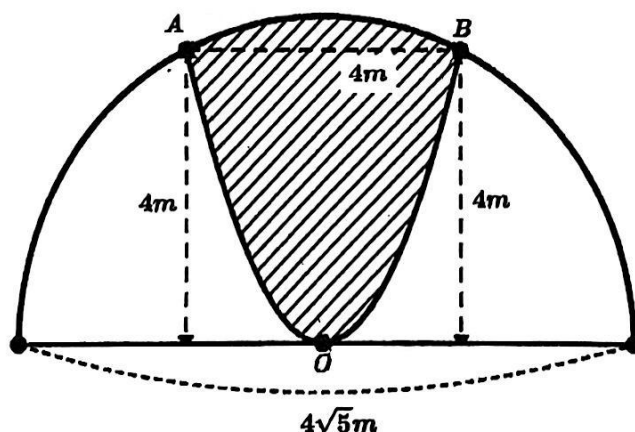
Câu 1. (5,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \frac{1,4x - 5,3}{3,7x^2 + 0,2x + \sqrt{3}}$ trên đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$.

Câu 2. (5,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \left(\frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^x$. Tính đạo hàm cấp một của hàm số tại điểm $x = \sqrt{2026}$.

Bài 2. (10,0 điểm)

Câu 1. (5,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = 0,0001x^2 - 0,2x + 10000$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng $\sqrt{6}$.

Câu 2. (5,0 điểm) Một khuôn viên dạng nửa hình tròn có đường kính bằng $4\sqrt{5}(m)$ (xem hình minh họa). Trên đó người ta thiết kế hai phần để trồng hoa và trồng cỏ. Phần thứ nhất (phần gạch sọc) có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm O và hai đầu mút A, B của cánh hoa cách nhau $4(m)$. Phần thứ hai (phần không gạch sọc) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ và kinh phí để trồng cỏ Nhật Bản là 100 000 đồng/m². Tính số tiền để trồng cỏ Nhật Bản trên toàn bộ phần đất thứ hai. (Số tiền được làm tròn đến nghìn đồng)



Bài 3. (10,0 điểm)

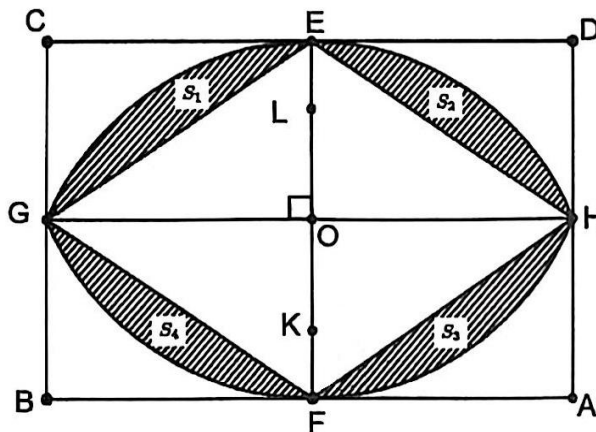
Câu 1. (5,0 điểm) Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 phương án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 5 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài nên chọn hù họa (chọn ngẫu nhiên) một phương án trả lời cho mỗi câu hỏi. Tính xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1, biết học sinh này đã hoàn thành 10 câu hỏi của bài trắc nghiệm.

Câu 2. (5,0 điểm) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1 và $AA' = 2$. Gọi M là trung điểm của AA' . Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$.

Bài 4. (10,0 điểm)

Câu 1. (5,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(\sqrt{6}; 2), B(\sqrt{2}; 6)$ và đường thẳng $\Delta: x + y - 2 = 0$. Tìm điểm K trên Δ sao cho $AK + BK$ nhỏ nhất.

Câu 2. (5,0 điểm) Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O , với $AB = 6, BC = 4$. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của CD, AB, BC, AD và $FK = EL = \frac{3}{5}OL$. Biết hai cung GEH, GFH lần lượt là cung tròn nằm trên đường tròn tâm K có bán kính KE và đường tròn tâm L có bán kính LF . Tính tổng diện tích $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ (phần hình được gạch sọc như hình vẽ).



Bài 5. (10,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x^3 - 3x) = y^3 + 3y \\ 2(x^2 - 1) = 5y^2 + 1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

-----HẾT-----

Ghi chú:

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐỀ THI HSG GIẢI TOÁN TRÊN MTCT AN GIANG 2026

Chú ý:

- Nếu đề bài không có yêu cầu riêng thì kết quả làm tròn đến 4 chữ số phân thập phân.
- Thí sinh phải **trình bày tóm tắt cách giải** hay công thức.

Bài 1. (10,0 điểm)

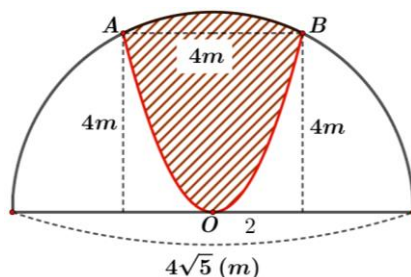
Câu 1. (5,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{1,4x - 5,3}{3,7x^2 + 0,2x + \sqrt{3}}$ trên đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$.

Câu 2. (5,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \left(\frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^x$. Tính đạo hàm cấp một của hàm số tại điểm $x = \sqrt{2026}$.

Bài 2. (10,0 điểm)

Câu 1. (5,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = 0,0001x^2 - 0,2x + 10000$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = \sqrt{6}$.

Câu 2. (5,0 điểm) Một khuôn viên dạng nửa hình tròn có đường kính bằng $4\sqrt{5}$ (m) (xem hình minh họa). Trên đó người ta thiết kế hai phần để trồng hoa và trồng cỏ. Phần thứ nhất (phần gạch sọc) có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm O và hai đầu mút A, B của cánh hoa cách nhau 4(m). Phần thứ hai (phần không gạch sọc) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ và kinh phí để trồng cỏ Nhật Bản là 100.000 đồng/m². Tính số tiền để trồng cỏ Nhật Bản trên toàn bộ phần đất thứ hai. (Số tiền được làm tròn đến nghìn đồng)



Bài 3. (10,0 điểm)

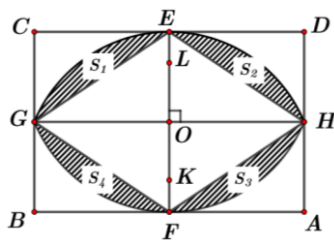
Câu 1. (5,0 điểm) Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 phương án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 5 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài nên chọn hù họa (chọn ngẫu nhiên) một phương án trả lời cho mỗi câu hỏi. Tính xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1, biết học sinh này đã hoàn thành 10 câu hỏi của bài trắc nghiệm.

Câu 2. (5,0 điểm) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1 và $AA' = 2$. Gọi M là trung điểm của AA' . Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$.

Bài 4. (10,0 điểm)

Câu 1. (5,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(\sqrt{6}; 2)$, $B(\sqrt{2}; 6)$ và đường thẳng $\Delta: x + y - 2 = 0$. Tìm điểm K trên Δ sao cho $AK + BK$ nhỏ nhất.

Câu 2. (5,0 điểm) Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O , với $AC = 6, BC = 4$. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của CD, AB, BC, AD và $FK = EL = \frac{3}{5}OL$. Biết hai cung GEH, GFH lần lượt là cung tròn nằm trên đường tròn tâm K có bán kính KE và đường tròn tâm L có bán kính LF . Tính tổng diện tích $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ (phần hình được gạch sọc như hình vẽ)



Bài 5. (10,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2(x^3 - 3x) = y^3 + 3y \\ 2(x^2 - 1) = 5y^2 + 1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

HƯỚNG DẪN GIẢI

(của cá nhân chứ không phải đáp án chính thức)

Bài 1.

Câu 1. $f(x) = \frac{1,4x - 5,3}{3,7x^2 + 0,2x + \sqrt{3}}$

$$+ f'(x) = \frac{-5,18x^2 + 39,22x + 1,4\sqrt{3} + 0,2 \cdot 5,3}{(3,7x^2 + 0,2x + \sqrt{3})^2}.$$

$$+ f'(x) = 0 \Leftrightarrow -5,18x^2 + 39,22x + 1,4\sqrt{3} + 0,2 \cdot 5,3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -0,08... \rightarrow A \\ x = 7,6 > \sqrt{3} \end{cases}.$$

$$+ \begin{cases} f(-\sqrt{3}) \approx -0,6187 \\ f(\sqrt{3}) \approx -0,2182 \\ f(A) \approx -3,1112 \end{cases}.$$

$$+ \text{Vậy } f_{\max} \approx -0,2182 \text{ tại } x = \sqrt{3} \text{ và } f_{\min} \approx -3,1112 \text{ tại } x = A \approx -0,0878.$$

Câu 2. $y = f(x) = \left(\frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \right)^x$

$$+ f'(x) = \left(\frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \right)^x \cdot \ln \left(\frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \right).$$

$$+ f'(\sqrt{2026}) \approx -0,0056.$$

Bài 2.

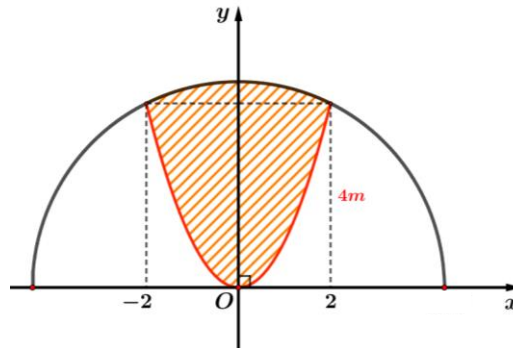
Câu 1. $y = f(x) = 0,0001x^2 - 0,2x + 10000$

$$+ y' = f'(x) = 0,0002x - 0,2.$$

$$+ \text{Tại } x_0 = \sqrt{6} \Rightarrow \begin{cases} f'(\sqrt{6}) \approx -0,1995 \rightarrow A \\ B = f(\sqrt{6}) - A \cdot x_0 \approx 9999,9994 \end{cases}$$

+ Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = Ax + B$ với $A \approx -0,1995$ và $B \approx 9999,994$.

Câu 2. Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ



+ Nửa đường tròn (C) có phương trình $y = \sqrt{20 - x^2}$.

Parabol (P) có phương trình $y = x^2$.

Giao điểm của (C) và (P) là $A(-2; 4)$ và $B(2; 4)$

Diện tích phần gạch sọc là $S_1 = \int_{-2}^2 (\sqrt{20 - x^2} - x^2) dx \approx 11,9396 \rightarrow A \text{ (m}^2\text{)}.$

+ Diện tích nửa hình tròn là $S = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \pi (2\sqrt{5})^2 = 10\pi \text{ (m}^2\text{)}.$

Diện tích phần trống cỏ Nhật Bản là $S_2 = S - S_1 \approx 19,4763 \rightarrow B \text{ (m}^2\text{)}..$

+ Tổng số tiền trồng cỏ Nhật Bản là $P = B \cdot 100000 \approx 1.948.000$ đồng

Bài 3.

Câu 1.

Gọi $X = \{k \in \mathbb{N} \mid k = \overline{0,10}\}$ là số câu trả lời đúng trong bài trắc nghiệm

và $Y = \{7k - 20 \mid k \in \mathbb{N} \text{ và } k = \overline{0,10}\}$ là số điểm đạt được trong bài trắc nghiệm

Khi đó X, Y là các biến ngẫu nhiên rời rạc

Ta có $P(X = k) = C_{10}^k \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^k \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{10-k}$ với $0 \leq k \leq 10$.

Bảng phân bố xác suất

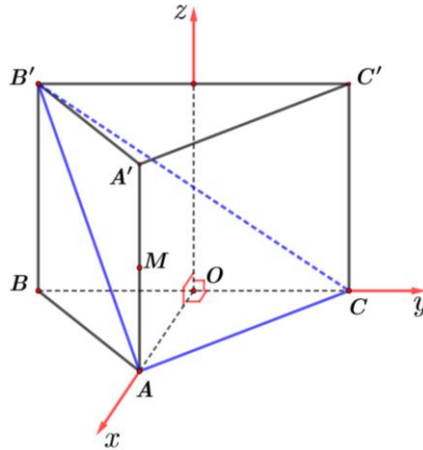
X	0	1	2	3	4	...	10
Y	-20	-13	-6	1	8	...	50
P	$\left(\frac{3}{4}\right)^{10}$	$C_{10}^1 \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^9$	$C_{10}^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^8$	$C_{10}^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^7$	$C_{10}^4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^6$	...	$\left(\frac{1}{4}\right)^{10}$

Xác suất để học sinh đó có điểm dưới 1 là

$$P(Y < 1) = P(-20) + P(-13) + P(-6) = \sum_{k=0}^2 C_{10}^k \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^k \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{10-k} \approx 0,5256$$

Câu 2.

Gọi O là trung điểm BC , dựng hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



Khi đó $A\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right), C\left(0; \frac{1}{2}; 0\right), B\left(0; -\frac{1}{2}; 0\right), A'\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0; 2\right), B'\left(0; -\frac{1}{2}; 2\right)$.

+ Trung điểm M của AA' có tọa độ là $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0; 1\right)$.

+ Viết phương trình mặt phẳng $(B'AC)$.

Ta có $\overrightarrow{B'A} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; -2\right)$ và $\overrightarrow{B'C} = (0; 1; -2)$

nên $\vec{n} = [\overrightarrow{B'A}, \overrightarrow{B'C}] = \left(1; \sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ là một vector pháp tuyến của $(B'AC)$.

và $(B'AC)$ đi qua điểm B'

suy ra phương trình mặt phẳng $(B'AC)$ là $2\sqrt{3}x + 6y + 3z - 3 = 0$.

+ Vậy khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(B'AC)$ là $d(M, (B'AC)) = \frac{\sqrt{57}}{19} \approx 0,3974$.

Bài 4.**Câu 1.**

Vì $K \in \Delta: y = 2 - x$ nên $K(x; 2 - x)$.

Ta có $\overrightarrow{AK} = (x - \sqrt{6}; -x)$ và $\overrightarrow{BK} = (x - \sqrt{2}; -x - 4)$

$$AK = \sqrt{(x - \sqrt{6})^2 + x^2} = \sqrt{2x^2 - 2\sqrt{6}x + 6}$$

$$BK = \sqrt{(\sqrt{2} - x)^2 + (-x - 4)^2} = \sqrt{2x^2 + (8 - 2\sqrt{2})x + 18}$$

Xét hàm số $f(x) = AK + BK = \sqrt{2x^2 - 2\sqrt{6}x + 6} + \sqrt{2x^2 + (8 - 2\sqrt{2})x + 18}$ với $x \leq \sqrt{6}$.

Dùng lệnh Table dò tìm ta được $f_{\min} \approx 6,602720496$ tại $x \approx 0,4405 \Rightarrow y \approx 1,5595$.

Vậy điểm $K(0,4405; 1,5595)$.

Cách 2:

Để thấy hai điểm A, B nằm cùng phía với Δ .

Gọi B' là điểm đối xứng với B qua Δ .

Khi đó $AK + BK = AK + B'K$ nhỏ nhất khi và chỉ khi A, K, B' thẳng hàng và $(AK + BK)_{\min} = AB'$.

+ Tìm tọa độ điểm $B'(a; b)$.

$$\text{Tọa độ } (a; b) \text{ của } B' \text{ thỏa mãn hệ phương trình } \begin{cases} (a - \sqrt{2}) \cdot 1 - (b - 6) \cdot 1 = 0 \\ \frac{a + \sqrt{2}}{2} + \frac{b + 6}{2} - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = \sqrt{2} - 6 \\ a + b = -2 - \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 2 - \sqrt{2} \end{cases} \rightarrow B'(-4; 2 - \sqrt{2}).$$

+ Phương trình đường thẳng AB' : $\sqrt{2}(x - \sqrt{6}) - (4 + \sqrt{6})(y - 2) = 0$

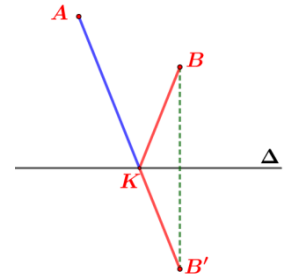
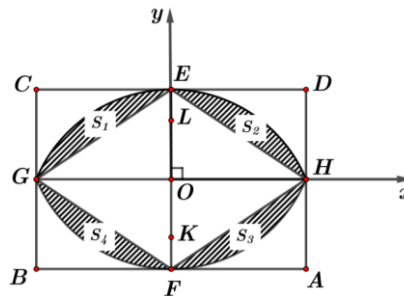
$$\Leftrightarrow \sqrt{2}x - (4 + \sqrt{6})y - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6} + 8 = 0.$$

+ Tọa độ điểm K .

Ta có $K = AB' \cap \Delta$ nên tọa độ điểm K là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ \sqrt{2}x - (4 + \sqrt{6})y = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,440517... \\ y = 1,559482... \end{cases}$$

Vậy điểm $K(0,4405; 1,5595)$.

**Câu 2.**

Vì tính đối xứng của hình nên $S_1 = S_2 = S_3 = S_4$.

Xét hình S_2 .

Dựng hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

Khi đó $G(-3; 0), H(3; 0), E(0; 2)$

+ Viết phương trình đường tròn (K) có tâm K và đi qua 3 điểm G, E, H .

Giả sử đường tròn đi qua 3 điểm G, E, H có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 6a & + c = -9 \\ -6a & + c = -9 \\ & -4b + c = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -\frac{5}{4} \\ c = -9 \end{cases} \Rightarrow K\left(0; -\frac{5}{4}\right), r_k = \sqrt{0^2 + \left(-\frac{5}{4}\right)^2 + 9} = \frac{13}{4}.$$

suy ra phương trình (K): $x^2 + \left(y + \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{169}{16}$.

Do đó cung tròn đi qua G, E, H có phương trình là $y = \sqrt{\frac{169}{16} - x^2} - \frac{5}{4}$.

+ Viết phương trình đường thẳng EH : $y = -\frac{2}{3}x + 2$.

+ Diện tích S_2 là hình phẳng giới hạn bởi cung tròn GEH với đường thẳng EH

$$\text{suy ra } S_2 = \int_0^3 \left[\sqrt{\frac{169}{16} - x^2} - \frac{5}{4} - \left(-\frac{2}{3}x + 2\right) \right] dx = 1,335775 \rightarrow A.$$

$$\text{Vậy } S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 4S_1 = 4A \approx 5,3431.$$

Bài 5.
$$\begin{cases} 2(x^3 - 3x) = y^3 + 3y & (1) \\ 2(x^2 - 1) = 5y^2 + 1 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Ta có (2)} \Rightarrow y^2 = \frac{2x^2 - 3}{5}$$

$$\text{suy ra } y^3 + 3y = y(y^2 + 3) = y\left(\frac{2x^2 - 3}{5} + 3\right) = \frac{y(2x^2 + 12)}{5}$$

$$\text{do đó (1)} \Leftrightarrow 2(x^3 - 3x) = \frac{y(2x^2 + 12)}{5} \Rightarrow y = \frac{5(x^3 - 3x)}{x^2 + 6} \quad (*)$$

$$\text{Thay (*) vào (2) ta được: } 2(x^2 - 1) = 125 \frac{(x^3 - 3x)^2}{(x^2 + 6)^2} + 1$$

$$\Leftrightarrow 125(x^3 - 3x)^2 - 2(x^2 - 1)(x^2 + 6)^2 + (x^2 + 6)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 125(x^6 - 6x^4 + 9x^2) - 2(x^2 - 1)(x^4 + 12x^2 + 36) + (x^4 + 12x^2 + 36) = 0$$

$$\Leftrightarrow 125(t^3 - 6t^2 + 9t) - 2(t - 1)(t^2 + 12t + 36) + (t^2 + 12t + 36) = 0 \text{ với } t = x^2 \geq 0.$$

$$\Leftrightarrow 123t^3 - 771t^2 + 1089t + 108 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -0,09... < 0 & (l) \\ t = 4 \\ t = 2,36... \rightarrow A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 1 \\ x = -2 \Rightarrow y = -1 \\ x \approx -1,5366 \Rightarrow y \approx 0,5869 \\ x \approx 1,5366 \Rightarrow y \approx -0,5869 \end{cases}.$$

Vậy hệ có 4 nghiệm $(x; y)$ là $(2; 1), (-2; -1), (-1,5366; 0,5869), (1,5366; -0,5869)$.