

Ngày thi 08 tháng 02 năm 2026
ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề kiểm tra có 04 trang)

KỶ KIỂM TRA KHẢO SÁT HỌC SINH LỚP 12 THPT

NĂM HỌC 2025 - 2026

Bài kiểm tra môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút - không kể thời gian phát đề

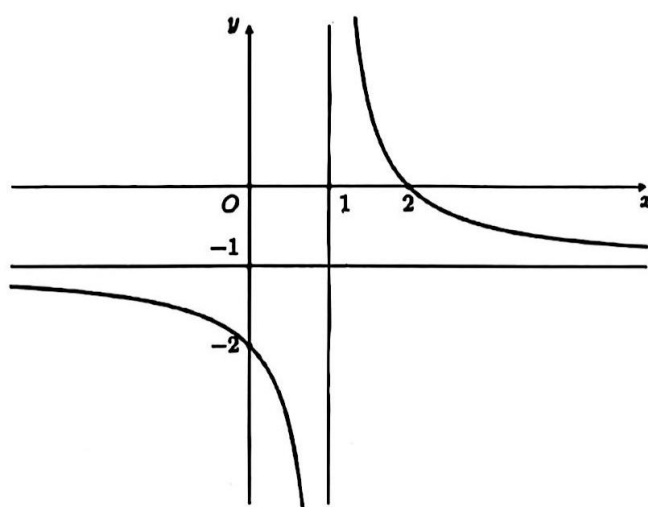
Mã đề 0416

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ac \neq 0, ad-bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Trong các hệ số a, b, c, d có bao nhiêu số dương?



- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với tâm O . Chọn đẳng thức sai.

- A. $\overline{AB} + \overline{BC_1} + \overline{CD} + \overline{D_1A} = \vec{0}$. B. $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CC_1} = \overline{AD_1} + \overline{D_1O} + \overline{OC_1}$.
C. $\overline{AC_1} = \overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA_1}$. D. $\overline{AB} + \overline{AA_1} = \overline{AD} + \overline{DD_1}$.

Câu 3. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1 dm, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}$ dm. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = \frac{\sqrt{2}}{3} \text{ dm}^3$. B. $V = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ dm}^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{6} \text{ dm}^3$. D. $V = \sqrt{2} \text{ dm}^3$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_3 = 8$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_5 bằng

- A. 17. B. 14. C. 12. D. 15.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$ là

- A. $2(-\cos 2x + \sin 2x) + C$. B. $\frac{1}{2}(\cos 2x - \sin 2x) + C$.
C. $\frac{1}{2}(\sin 2x - \cos 2x) + C$. D. $2(\cos 2x - \sin 2x) + C$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và nhận $\vec{n} = (-4; 3; 0)$ làm một vectơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là

- A. $4x - 3z = 0$. B. $-4x + 3y = 0$. C. $-4y + 3z = 0$. D. $-4x + 3z = 0$.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. MG song song (ACB) . B. MG song song (BCD) .
C. MG song song (ABD) . D. MG song song (ACD) .

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ được xác định bằng công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_1^3 (3x - 1)^2 dx$. B. $S = \pi \int_1^3 |3x - 1| dx$.
C. $S = \int_1^3 (3x - 1) dx$. D. $S = \pi \int_1^3 (3x - 1)^2 dx$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3z - 5 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{u} = (2; 0; -3)$. B. $\vec{a} = (2; -3; -5)$.
C. $\vec{v} = (2; -3; 0)$. D. $\vec{b} = (-2; 3; 0)$.

Câu 10. Một người chia thời lượng (đơn vị: giây) thực hiện các cuộc gọi điện thoại của mình trong một tuần thành sáu nhóm và lập bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[0; 30)$	$[30; 60)$	$[60; 90)$	$[90; 120)$	$[120; 150)$	$[150; 180)$
Tần số	11	10	6	8	3	2

Trung vị (đơn vị: giây, làm tròn đến hàng đơn vị) của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A. 57. B. 31. C. 90. D. 27.

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x = -1$ là

- A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2x-1} = 27$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{5}{2}$. D. $x = \frac{3}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$ có đồ thị là (C) .

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$. Khi đó $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

c) Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

d) Gọi (d) là tiếp tuyến với đồ thị hàm số (C) tại điểm $M(2;5)$. Biết (d) cắt hai đường tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B . Gọi I là tâm đối xứng của (C) . Diện tích tam giác LAB bằng 8 (đvdt).

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x - 2x$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos 2x - 2$.

b) Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

c) Nghiệm dương lớn nhất của phương trình $f'(x) + 1 = 0$ trên đoạn $(-\pi; \pi)$ là $\frac{5\pi}{6}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$ là $-\frac{\pi}{3} + \sqrt{3}$.

Câu 3. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động.

Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A .

a) Thời điểm chất điểm B đuổi kịp chất điểm A thì chất điểm B đi được 15 giây, chất điểm A đi được 18 giây.

b) Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng 30 (m/s).

c) $a = 2$.

d) Sau khi B xuất phát được 10 giây thì quãng đường A đi được không quá 100 (m).

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ và cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Biết $SA = 2, AB = \sqrt{2}, AC = \sqrt{3}$. Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD . Khi đó, các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) là $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (đvdd).

b) $AD \parallel (SBC)$.

c) tan của góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

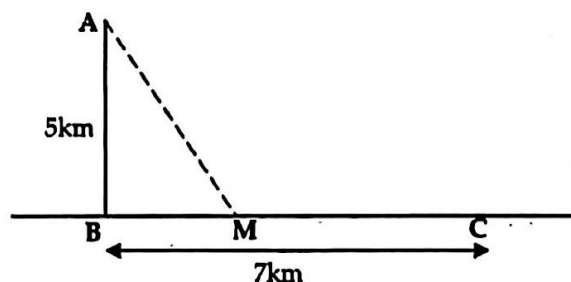
d) Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SD và AB là $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (đvdd).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

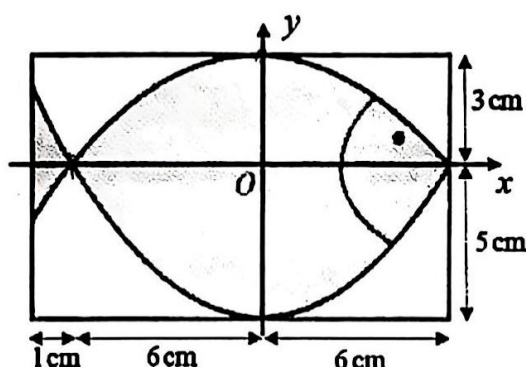
Câu 1. Bác An dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất không đổi là 7,5% một năm. Biết rằng cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Bác An cần gửi tối thiểu vào ngân hàng bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) để sau 5 năm Bác rút được số tiền đủ mua 1 chiếc xe máy điện trị giá 57 triệu đồng.

Câu 2. Một xưởng mộc sản xuất hai loại sản phẩm: bàn gỗ và ghế gỗ. Xưởng có tối đa 240 đơn vị gỗ và tổng thời gian nhân công là 100 giờ. Để làm 1 cái bàn cần 5 đơn vị gỗ và 2 giờ công. Để làm 1 cái ghế cần 2 đơn vị gỗ và 1 giờ công. Mỗi cái bàn lãi 600.000 đồng, mỗi cái ghế lãi 300.000 đồng. Lợi nhuận của xưởng mộc lớn nhất là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 3. Một chiếc thuyền ở vị trí A cách bờ biển một khoảng AB bằng 5km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7km. Người lái thuyền dự định chèo thuyền từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 1,2 m/s rồi đi bộ đến C với vận tốc 1,8 m/s (xem hình vẽ dưới đây). Điểm M cách B bao nhiêu km để người đó đến kho nhanh nhất.



Câu 4. Họa sĩ thiết kế logo hình con cá cho một doanh nghiệp kinh doanh hải sản. Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol với các kích thước được cho trong hình sau (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là cm).



Diện tích logo bằng bao nhiêu cm^2 (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng)?

Câu 5. Kết thúc học kì 1, cô giáo đã chuẩn bị 8 hộp bút bi, 7 Tập vở viết và 5 bộ dụng cụ vẽ hình (thước kẻ, compa, êke, thước đo độ) để làm phần thưởng cho 10 học sinh có kết quả xuất sắc nhất lớp. Mỗi học sinh nhận thưởng sẽ được 2 phần thưởng khác loại. Trong số 10 học sinh trên có 2 học sinh tên Dũng và Nam. Tìm xác suất để Dũng và Nam có phần thưởng giống nhau.

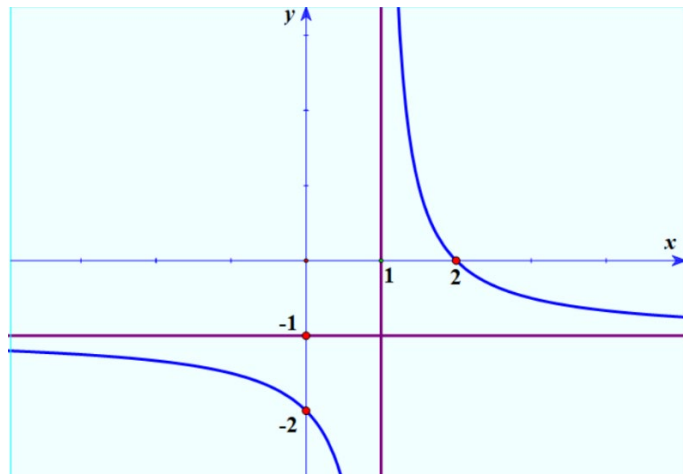
Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Tính $\cos \alpha$ với α là góc giữa đường thẳng CH và mặt phẳng (SBC) . Biết $AB = AC = 3, SA = BC = 4$.

———— HẾT ————

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ac \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Trong các hệ số a, b, c, d có bao nhiêu số dương?



A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số, ta xác định:

Tiệm cận đứng: Đường thẳng $x=1$ hay $x = -\frac{d}{c} = 1 \Leftrightarrow c = -d$.

Tiệm cận ngang: Đường thẳng $y=-1$ hay $y = \frac{a}{c} = -1 \Leftrightarrow c = -a$.

Giao điểm với trục hoành (Ox): Đồ thị cắt trục hoành tại điểm $(2;0)$.

Thay $y=0$ vào ta có $ax+b=0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a} \Leftrightarrow -\frac{b}{a} = 2 \Leftrightarrow b = -2a$.

Giao điểm với trục tung (Oy): Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0;-2)$.

Thay $x=0$ vào phương trình ta có $y = \frac{b}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{d} = -2 \Rightarrow b = -2d$.

Từ đó ta suy ra a, d cùng dấu và b, c cùng dấu. Bên cạnh đó a, d trái dấu b, c .

Từ đó suy ra trong bốn số a, b, c, d luôn có hai số dương và hai số âm.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với tâm O . Chọn đẳng thức **sai**.

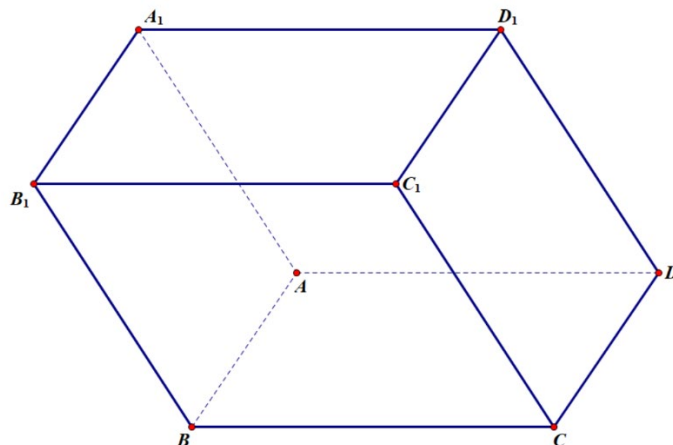
A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC_1} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D_1A} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{AD_1} + \overrightarrow{D_1O} + \overrightarrow{OC_1}$.

C. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}$.

Lời giải



Xét A: Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$ (vì $ABCD$ là hình bình hành). Tương tự $\overrightarrow{BC_1} + \overrightarrow{D_1A} = \overrightarrow{AD_1} + \overrightarrow{D_1A} = \vec{0}$ (vì ABC_1D_1 là hình bình hành). Vậy tổng bằng $\vec{0}$ là **Đúng**.

Xét B: Vế trái (VT) = $\overrightarrow{AC_1}$. Vế phải (VP) = $\overrightarrow{AC_1}$ (theo quy tắc cộng nối tiếp). Vậy VT = VP là **Đúng**.

Xét C: Đây là quy tắc hình hộp cơ bản. Vậy **Đúng**.

Xét D: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AB_1}$. Trong khi đó $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{AD_1}$. Hai vector $\overrightarrow{AB_1}$ và $\overrightarrow{AD_1}$ không bằng nhau trong một hình hộp tổng quát. Vậy đây là đẳng thức **Sai**.

Câu 3. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1dm, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}$ dm. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là:

- A.** $V = \frac{\sqrt{2}}{3} \text{ dm}^3$. **B.** $V = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ dm}^3$. **C.** $V = \frac{\sqrt{2}}{6} \text{ dm}^3$. **D.** $V = \sqrt{2} \text{ dm}^3$.

Lời giải

Công thức thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{3} (\text{dm}^3)$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_3 = 8$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_5 bằng:

- A.** 17. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 15.

Lời giải

Ta có: $u_3 = 8 \Leftrightarrow u_3 = u_1 + 2d \Leftrightarrow 8 = u_1 + 2 \cdot 3 \Leftrightarrow u_1 = 2$. Suy ra: $u_5 = u_1 + 4d = 2 + 4 \cdot 3 = 14$.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$ là:

- A.** $2(-\cos 2x + \sin 2x) + C$. **B.** $\frac{1}{2}(\cos 2x - \sin 2x) + C$.
C. $\frac{1}{2}(\sin 2x - \cos 2x) + C$. **D.** $2(\cos 2x - \sin 2x) + C$.

Lời giải

Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$ là: $\frac{1}{2}(-\cos 2x + \sin 2x) + C$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và nhận $\vec{n} = (-4; 3; 0)$ làm một vectơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là:

A. $4x - 3z = 0$

B. $-4x + 3y = 0$

C. $-4y + 3z = 0$

D. $-4x + 3z = 0$.

Lời giải

Phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và nhận $\vec{n} = (-4; 3; 0)$ làm vectơ pháp tuyến là: $-4(x-0) + 3(y-0) = 0 \Leftrightarrow -4x + 3y = 0$

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD . Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

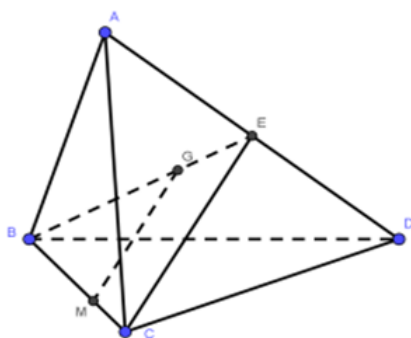
A. MG song song (ACB) .

B. MG song song (BCD) .

C. MG song song (ABD) .

D. MG song song (ACD) .

Lời giải



Gọi E là trung điểm của AD . Khi đó G nằm trên đoạn BE và $\frac{BG}{BE} = \frac{2}{3}$.

Xét tam giác BEC , ta có $\frac{BG}{BE} = \frac{BM}{BC} = \frac{2}{3}$, suy ra $MG \parallel EC$.

Mà $EC \subset (ACD)$. Do đó $MG \parallel (ACD)$.

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm

số $y = 3x - 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ được xác định bằng công thức nào sau đây?

A. $S = \int_1^3 (3x - 1)^2 dx$

B. $S = \pi \int_1^3 |3x - 1| dx$.

C. $S = \int_1^3 (3x - 1) dx$

D. $S = \pi \int_1^3 (3x - 1)^2 dx$

Lời giải

Diện tích S của hình phẳng là: $S = \int_1^3 |3x - 1| dx$.

Với $x \in [1; 3]$, biểu thức $3x - 1$ luôn dương ($3x - 1 > 0$ khi $x > 1/3$).

$$\text{Do đó: } S = \int_1^3 |3x - 1| dx = \int_1^3 (3x - 1) dx.$$

Câu 9. Trong không gian với hệ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3z - 5 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{u} = (2; 0; -3)$

B. $\vec{a} = (2; -3; -5)$

C. $\vec{v} = (2; -3; 0)$

D. $\vec{b} = (-2; 3; 0)$

Lời giải

Mặt phẳng $(P): 2x - 3z - 5 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{u} = (2; 0; -3)$

Câu 10. Một người chia thời lượng (đơn vị : giây) thực hiện các cuộc gọi điện thoại của mình trong một tuần thành sáu nhóm và lập bảng tần số ghép nhóm như sau

Nhóm	$[0; 30)$	$[30; 60)$	$[60; 90)$	$[90; 120)$	$[120; 150)$	$[150; 180)$
Tần số	11	10	6	8	3	2

Trung vị (đơn vị : giây, làm tròn đến hàng đơn vị) của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 57

B. 31

C. 90

D. 27

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 11 + 10 + 6 + 8 + 3 + 2 = 40$ nên tứ phân vị thứ hai thuộc nhóm $[30 ; 60)$

$$\text{Ta có } Q_2 = 30 + \frac{\frac{2.40}{10} - 11}{10} (60 - 30) = 57.$$

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x = -1$ là

A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $S = \left\{ k\frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$$

Câu 12 Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2x-1} = 27$ là

A. $x = 3$

B. $x = 1$

C. $x = \frac{5}{2}$

D. $x = \frac{3}{2}$

Lời giải

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x-1} = 27 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \Leftrightarrow -2x-1 = -3 \Leftrightarrow x = 1$$

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$ có đồ thị là đường cong (C) .

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$
- b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$. Khi đó $x_1^2 + x_2^2 = 10$.
- c) Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- d) Gọi (d) là tiếp tuyến với đồ thị hàm số (C) tại điểm $M(2; 5)$. Biết (d) cắt hai đường tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B . Gọi I là tâm đối xứng của (C) . Diện tích tam giác IAB bằng 8 (đvdt).

Lời giải

$$\text{Ta có } y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1} = x - 1 + \frac{4}{x - 1}.$$

Hàm số xác định khi $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$, nên tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		3		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	
y	$-\infty$		-4		$+\infty$		4		$+\infty$

Từ bản biến thiên suy ra

a) SAI,

b) ĐÚNG,

c) ĐÚNG

d) ĐÚNG

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(2; 5)$ có pt là $y = f'(2)(x - 2) + 5 = -3x + 11$

Đường tiệm cận đứng $x = 1$ cắt tiếp tuyến tại $A(1; 8)$

Đường tiệm cận xiên $y = x - 1$ cắt tiếp tuyến tại $B(3; 2)$

Giao của hai đường tiệm cận $I(1; 0)$

$$\overrightarrow{IA} = (0; 8); \overrightarrow{IB} = (2; 2)$$

Diện tích tam giác IAB là $S_{IAB} = \frac{1}{2}|0.2 - 2.8| = 8$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x - 2x$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos 2x - 2$.

b) Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

c) Nghiệm dương lớn nhất của phương trình $f'(x) + 1 = 0$ trên khoảng $(-\pi; \pi)$ là $\frac{5\pi}{6}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$ là $-\frac{\pi}{3} + \sqrt{3}$.

Lời giải

a) SAI

Đạo hàm của $f(x) = \sin 2x - 2x$ là $f'(x) = 2\cos 2x - 2$.

b) ĐÚNG

$f'(x) = 2\cos 2x - 2 \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$ do $\cos 2x \leq 1 \forall x \in \mathbb{R}$

nên hàm số nghịch biến trên tập xác định.

c) ĐÚNG

$f'(x) + 1 = 2\cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ suy ra $x = \frac{5\pi}{6}$ là nghiệm dương lớn nhất của phương trình $f'(x) + 1 = 0$ trên khoảng $(-\pi; \pi)$.

d) SAI

$f'(x) + 1 = 2\cos 2x - 1$ có nghiệm $x = \frac{\pi}{6} \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right]$,

$f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{3}$.

Do đó, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$ là $-\frac{\pi}{3} + \sqrt{3}$.

Câu 3. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động.

Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A .

a) Thời điểm chất điểm B đuổi kịp chất điểm A thì chất điểm B đi được 15 giây, chất điểm A đi được 18 giây.

b) Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng 30(m/s).

c) $a = 2$.

d) Sau khi B xuất phát được 10 giây thì quãng đường A đi được không quá 100(m).

Lời giải

a) Đúng.

Thời điểm chất điểm B đuổi kịp chất điểm A thì chất điểm B đi được 15 giây, chất điểm A đi được 18 giây.

Thời gian chất điểm B đi được 15 giây.

Thời gian chất điểm A đi được $15 + 3 = 18$ giây.

b) Đúng.

Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng 30(m/s).

Quãng đường chất điểm A đi được 18 giây.

$$S_A = \int_0^{18} \left(\frac{1}{120} t^2 + \frac{58}{45} t \right) dt = 225(m)$$

Phương trình chuyển động thẳng biến đổi đều của chất điểm B là: $S_B = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

Trong đó, tại gốc O nên $x_0 = 0$; vận tốc đầu $v_0 = 0$; do đó phương trình chuyển động thẳng biến đổi đều của chất điểm B là: $S_B = \frac{1}{2} a t^2$

Mặt khác, quãng đường đi được của chất điểm B bằng quãng đường đi được của chất điểm A trong 15 giây.

$$S_B = \frac{1}{2} a (15)^2 = 225(m) \Leftrightarrow a = 2.$$

Vận tốc chất điểm B là: $v = v_0 + at = 0 + 2(15) = 30(m/s)$

c) Đúng.

$$a = 2.$$

d) Sai.

Sau khi B xuất phát được 10 giây thì quãng đường A đi được không quá 100(m).

Sau khi B xuất phát được 10 giây thì chất điểm A đi được 13 giây

$$\text{Do đó quãng đường } A \text{ đi được } S_A = \int_0^{13} \left(\frac{1}{120} t^2 + \frac{58}{45} t \right) dt = 115,013(m).$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ và cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Biết $SA = 2, AB = \sqrt{2}, AC = \sqrt{3}$. Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo AC và BD . Khi đó, các mệnh đề sau đúng hay sai?

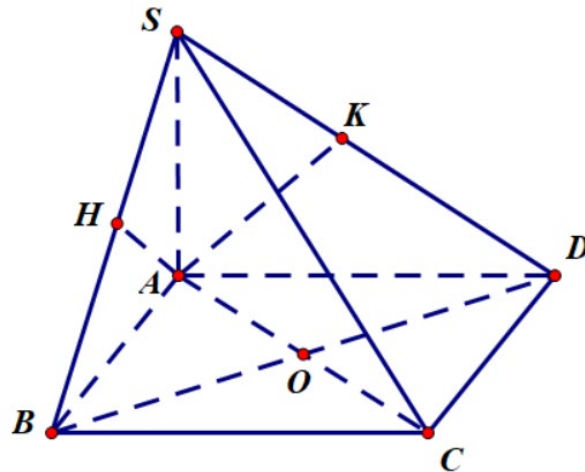
a) Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) là $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (đvdd).

b) $AD \parallel (SBC)$.

c) tan của góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

d) Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SD và AB là $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (đvdd).

Lời giải



a) Sai.

Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) là $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (đvdd).

Trong mặt phẳng (SAB) , kẻ $AH \perp SB$

Ta có: $\begin{cases} AD \parallel BC \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(D; (SBC)) = d(A; (SBC)) = AH$

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A , ta có: $AH = \frac{AB \cdot AS}{\sqrt{AB^2 + AS^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

b) Đúng.

$AD \parallel (SBC)$.

$\begin{cases} AD \parallel BC \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow AD \parallel (SBC)$

c) Sai.

$\tan$ của góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow$ Hình chiếu của SC lên $(ABCD)$ là AC

Do đó, $(SC; (ABCD)) = (SC; AC) = \widehat{SCA}$

Xét $\triangle SCA$, ta có: $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

d) Đúng.

Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SD và AB là $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (đvdd).

Trong mặt phẳng (SAD) , kẻ $AK \perp SD$ (1)

$$\text{Mặt khác, } \begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp AK \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra AK là đoạn vuông góc chung của SD, AB

$$\Rightarrow d(SD; AB) = AK$$

$$\text{Xét } \triangle SAD \text{ vuông tại } A, \text{ ta có: } AK = \sqrt{\frac{AD^2 \cdot AS^2}{AD^2 + AS^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

PHẦN III: TRẮC NGHIỆM ĐIỀN KHUYẾT.

Câu 1. Bác An dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất không đổi là 7,5% một năm. Biết rằng cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Bác An cần gửi số tiền tối thiểu vào ngân hàng bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) để sau 5 năm Bác rút được số tiền đủ mua 1 chiếc xe máy điện trị giá 57 triệu đồng.

Lời giải

Đáp án : 40

Áp dụng công thức lãi suất kép $A = P(1+r)^n$ với P là số tiền gửi vào ngân hàng.

$$P = \frac{57}{(1+0.075)^5} \approx 37,705 \text{ (triệu đồng)}$$

Làm tròn đến hàng đơn vị, số tiền tối thiểu là 40 triệu đồng.

Câu 2. Một xưởng mộc sản xuất hai loại sản phẩm: bàn gỗ và ghế gỗ. Xưởng có tối đa 240 đơn vị gỗ và tổng thời gian nhân công là 100 giờ. Để làm 1 cái bàn cần 5 đơn vị gỗ và 2 giờ công. Để làm 1 cái ghế cần 2 đơn vị gỗ và 1 giờ công. Mỗi cái bàn lãi 600.000 đồng, mỗi cái ghế lãi 300.000 đồng. Lợi nhuận của xưởng mộc lớn nhất là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Đáp án : 60

Gọi x, y lần lượt là số bàn, số ghế ($x, y \geq 0$).

Theo đề, ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 5x + 2y \leq 240 \\ 2x + y \leq 100 \end{cases}$$

Và lợi nhuận: $F = 0,6x + 0,3y$ (triệu đồng).

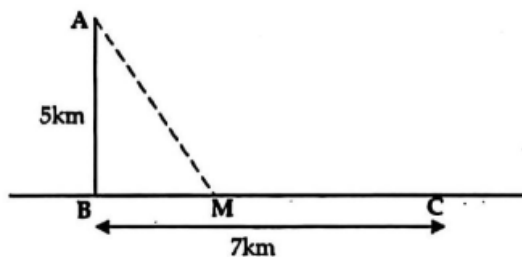


Dựa vào hình vẽ, miền nghiệm của hệ bất phương trình là tứ giác $OABC$ (kể cả bờ) với $O(0;0); A(100;0); B(40;20); C(48;0)$.

$$\begin{aligned} F_O &= 0 \\ \text{Ta có: } F_A &= 60 \\ F_B &= 30 \\ F_C &= 28,8 \end{aligned}$$

Vậy lợi nhuận lớn nhất mà xưởng mộc có thể đạt được là 60 triệu đồng.

Câu 3: Một chiếc thuyền ở vị trí A cách bờ biển một khoảng AB bằng 5km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7km. Người lái thuyền dự định chèo thuyền từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 1,2m/s rồi đi bộ đến C với vận tốc 1,8m/s (hình vẽ dưới đây). Điểm M cách B bao nhiêu km để người đó đến kho nhanh nhất?



Lời giải

Đáp án : 4,47

Đặt $BM = x$ (km, $0 \leq x \leq 7$).

Ta có: $CM = 7 - x$ (km).

$$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{5^2 + x^2} = \sqrt{25 + x^2} \text{ (km)}.$$

Đổi: 1,2 m/s = 4,32 km/s, 1,8 m/s = 6,48 km/h.

Thời gian người đó đi từ A đến C là:

$$t = \frac{AM}{4,32} + \frac{MC}{6,48} = \frac{\sqrt{25+x^2}}{4,32} + \frac{7-x}{6,48}.$$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{\sqrt{25+x^2}}{4,32} + \frac{7-x}{64,8} \quad (0 \leq x \leq 7)$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{x}{4,32 \cdot \sqrt{x^2+25}} - \frac{1}{6,48}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{4,32 \cdot \sqrt{x^2+25}} = \frac{1}{6,48}$$

$$\Leftrightarrow 6,48x = 4,32\sqrt{x^2+25} \Leftrightarrow \sqrt{x^2+25} = 1,5x$$

$$\Leftrightarrow 2,25x^2 = x^2 + 25 \Leftrightarrow 1,25x^2 = 25$$

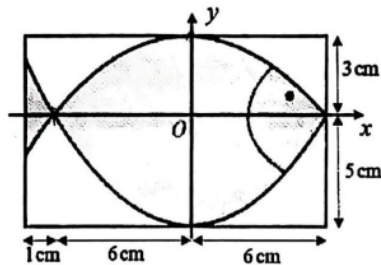
$$\Leftrightarrow x^2 = 20 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{5}$$

$$\text{Ta có: } f(2\sqrt{5}) = \frac{125\sqrt{5} + 350}{324} \approx 1,94$$

$$f(0) = \frac{725}{324} \approx 2,34, \quad f(7) = \frac{25\sqrt{74}}{108} \approx 1,99.$$

Vậy điểm M cách B một khoảng $2\sqrt{5} \approx 4,47$ km thì người đó đến kho nhanh nhất.

Câu 4: Họa sĩ thiết kế logo hình con cá cho một doanh nghiệp kinh doanh hải sản. Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol với các kích thước được cho trong hình sau (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là cm).



Diện tích logo bằng bao nhiêu cm^2 (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng)?

Lời giải

Đáp án : 65,4

Đặt parabol phía trên là $(P_1): y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ ($a_1 \neq 0$).

Ta thấy (P_1) có đỉnh $(0;3)$ và đi qua điểm $(6;0)$. Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -\frac{b_1}{2a_1} = 0 \\ a_1 \cdot 0^2 + b_1 \cdot 0 + c_1 = 3 \\ a_1 \cdot 6^2 + b_1 \cdot 6 + c_1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 0 \\ c_1 = 3 \\ a_1 = -\frac{1}{12} \end{cases} \Rightarrow (P_1): y = -\frac{1}{12}x^2 + 3.$$

Đặt parabol phía dưới là $(P_2): y = a_2x^2 + b_2x + c_2$ ($a_2 \neq 0$).

Ta thấy (P_2) có đỉnh $(0; -5)$ và đi qua điểm $(6; 0)$. Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -\frac{b_2}{2a_2} = 0 \\ a_2 \cdot 0^2 + b_2 \cdot 0 + c_2 = -5 \\ a_2 \cdot 6^2 + b_2 \cdot 6 + c_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_2 = 0 \\ c_2 = -5 \\ a_2 = \frac{5}{36} \end{cases} \Rightarrow (P_2): y = \frac{5}{36}x^2 - 5.$$

Diện tích logo là:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-7}^6 \left| \left(-\frac{1}{12}x^2 + 3 \right) - \left(\frac{5}{36}x^2 - 5 \right) \right| dx \\ &= \int_{-7}^6 \left[\left(\frac{5}{36}x^2 - 5 \right) - \left(-\frac{1}{12}x^2 + 3 \right) \right] dx + \int_{-7}^6 \left[\left(-\frac{1}{12}x^2 + 3 \right) - \left(\frac{5}{36}x^2 - 5 \right) \right] dx \\ &= \int_{-7}^6 \left(\frac{2}{9}x^2 - 8 \right) dx + \int_{-7}^6 \left(-\frac{2}{9}x^2 + 8 \right) dx \\ &= \frac{38}{27} + 64 = \frac{1766}{27} \approx 65,4 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

Câu 5. Kết thúc học kỳ 1, cô giáo đã chuẩn bị 8 hộp bút bi, 7 tập vở viết và 5 bộ dụng cụ vẽ hình (thước kẻ, compa, êke, thước đo độ) để làm phần thưởng cho 10 học sinh có kết quả xuất sắc nhất lớp. Mỗi học sinh nhận thưởng sẽ được 2 phần thưởng khác loại. Trong số 10 học sinh trên có 2 học sinh tên Dũng và Nam. Tìm xác suất để Dũng và Nam có phần thưởng giống nhau. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,31

Ta có $8 + 7 + 5 = 20$, suy ra mỗi phần thưởng là 1 hộp bút hoặc 1 tập vở viết hoặc 1 bộ dụng cụ vẽ hình.

Gọi x là số học sinh nhận được hai phần thưởng gồm 1 hộp bút và 1 tập vở viết.

Gọi y là số học sinh nhận được hai phần thưởng gồm 1 hộp bút và 1 bộ dụng cụ vẽ hình.

Gọi z là số học sinh nhận được hai phần thưởng gồm 1 tập vở viết và 1 bộ dụng cụ vẽ hình.

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} x + y = 8 \\ x + z = 7 \\ y + z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \\ z = 2. \end{cases}$$

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

Gọi A là biến cố “Dũng và Nam có phần thưởng giống nhau”.

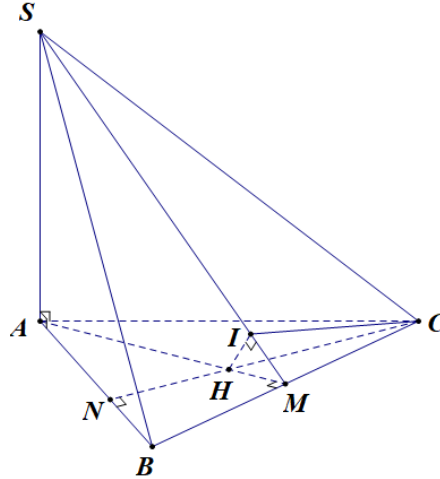
Suy ra $n(A) = C_5^2 + C_3^2 + C_2^2 = 14$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{14}{45} \approx 0,31$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy (ABC) . Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Tính $\cos \alpha$ với α là góc tạo bởi đường thẳng CH và mặt phẳng (SBC) . Biết $AB = AC = 3$, $SA = BC = 4$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,81



Gọi I là hình chiếu của H lên SM .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAM) \perp (SBC) \\ (SAM) \cap (SBC) = SM \Rightarrow IH \perp (SBC) \text{ tại } I. \\ (SAM) \supset IH \perp SM \end{cases}$$

Suy ra $(CH, (SBC)) = (CH, CI) = \widehat{HCI}$.

Xét tam giác ABM vuông tại M , ta có

$$\begin{aligned} - AM &= \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{5} \Rightarrow SM = \sqrt{SA^2 + AM^2} = \sqrt{21}. \\ - \cos \widehat{ABM} &= \frac{BM}{AB} = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Xét tam giác CBN vuông tại N , ta có

$$\begin{aligned} - BN &= BC \cos \widehat{ABM} = 4 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{3}. \\ - NC &= \sqrt{BC^2 - BN^2} = \frac{4\sqrt{5}}{3}. \end{aligned}$$

Hai tam giác NBC và MHC đồng dạng nên

$$\frac{NB}{MH} = \frac{NC}{MC} = \frac{BC}{HC} = \frac{\frac{4\sqrt{5}}{3}}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \begin{cases} MH = \frac{4\sqrt{5}}{5} \\ HC = \frac{6\sqrt{5}}{5} \end{cases}$$

Hai tam giác SAM và HIM đồng dạng nên

$$\frac{SA}{HI} = \frac{AM}{IM} = \frac{SM}{HM} = \frac{\sqrt{21}}{\frac{4\sqrt{5}}{5}} = \frac{\sqrt{105}}{4} \Rightarrow HI = \frac{16\sqrt{105}}{105}.$$

Tam giác IHC vuông tại I , ta có

$$IC = \sqrt{HC^2 - IH^2} = \frac{10\sqrt{21}}{21}.$$

$$\cos \widehat{HCI} = \frac{IC}{HC} = \frac{\frac{10\sqrt{21}}{21}}{\frac{6\sqrt{5}}{5}} = \frac{5\sqrt{105}}{63}.$$

$$\text{Vậy } \cos(\widehat{CH}, (\widehat{SBC})) = \frac{5\sqrt{105}}{63} \approx 0,81.$$

-----HẾT-----