

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 2 NĂM HỌC 2015-2016

Môn: Toán

Thời gian: 180 phút, không kể thời gian phát đề.

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m^2 - 1)x + 2$, m là tham số.

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho khi $m = 1$.
- 2) Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 2 (1,0 điểm).

- 1) Giải phương trình: $\log_2(x-5) + \log_2(x+2) = 3$
- 2) Giải phương trình: $7^x + 2 \cdot 7^{1-x} - 9 = 0$.

Câu 3 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - \ln(1-2x)$ trên đoạn $[-2; 0]$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển biểu thức $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^n$, biết n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^4 = 13C_n^{n-2}$.

Câu 5 (1,0 điểm).

- 1) Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin(\alpha + \pi) = -\frac{1}{3}$. Tính $\tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$.

2) Trong cuộc thi “Rung chuông vàng” có 20 bạn lọt vào vòng chung kết, trong đó có 5 bạn nữ và 15 bạn nam. Để sắp xếp vị trí chơi, ban tổ chức chia các bạn thành 4 nhóm A, B, C, D, mỗi nhóm có 5 bạn. Việc chia nhóm được thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Tính xác suất để 5 bạn nữ thuộc cùng một nhóm.

Câu 6 (1,0 điểm).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $mp(ABCD)$. Biết $AC = 2a$, $BD = 4a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC .

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng có phương trình lần lượt là $d_1: x - 2y + 2 = 0$, $d_2: 3x - 3y + \sqrt{6} = 0$ và tam giác ABC đều có diện tích bằng $\sqrt{3}$ và trực tâm I thuộc d_1 . Đường thẳng d_2 tiếp xúc với đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Tìm tọa độ giao điểm d_1 và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết điểm I có hoành độ dương.

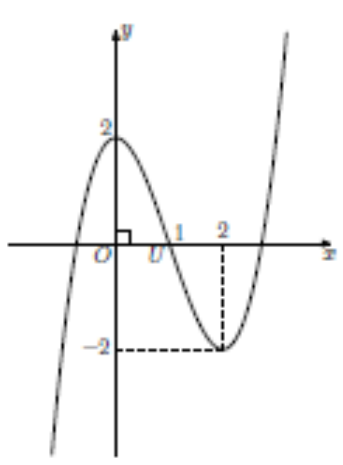
Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 + 3y - 1 = \sqrt{y-1} - \sqrt{x} \\ 3(\sqrt{6-y} + \sqrt{2x+3y-7}) = 2x+7 \end{cases}$$

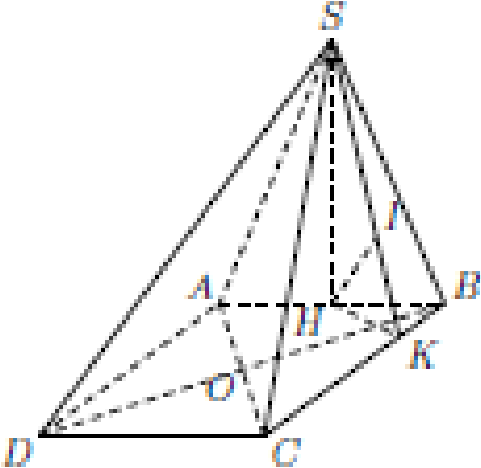
Câu 9 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a^2 + 2b = 12$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{4}{a^4} + \frac{4}{b^4} + \frac{5}{8(a-b)^2}$

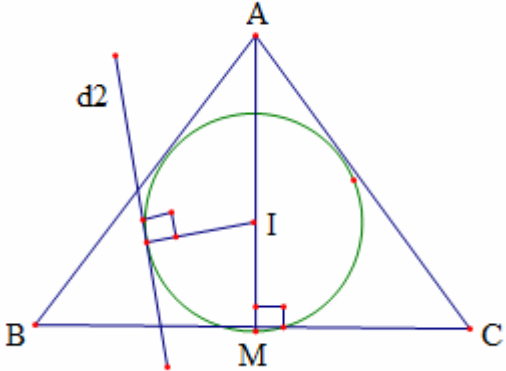
-----Hết-----

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 2 NĂM HỌC 2015-2016
ĐÁP ÁN- THANG ĐIỂM
Môn thi: Toán

Câu	Đáp án	Điểm
1.1 (1,0 điểm)	Với $m = 1$ hàm số trở thành $y = x^3 - 3x^2 + 2$ *Tập xác định : $D = R$ * Sự biến thiên: + Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$	0,25
	+ Chiều biến thiên : $y' = 3x^2 - 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ Các khoảng đồng biến: $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; khoảng nghịch biến : $(0; 2)$ + Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = 2$; đạt cực tiểu tại $x = 2, y_{CT} = -2$.	0,25
	+ Bảng biến thiên: $\begin{array}{c ccccccc} x & -\infty & & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline y' & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline y & & \nearrow & 0 & \searrow & -2 & \nearrow & \end{array}$	0,25
	*Đồ thị: 	0,25
1.2	Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx + m^2 - 1$; $y'' = 6x - 6m$	0,25

(1,0 điểm)	Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 12m + 11 = 0 \\ 12 - 6m > 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow m = 1$ Vậy với $m = 1$ thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0,25
2.1 (0,5 điểm)	Điều kiện $x > 5$. Phương trình đã cho tương đương với $\log_2(x-5)(x+2) = 3 \Leftrightarrow (x-5)(x+2) = 8$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6(t/m) \\ x = -3(l) \end{cases}$ Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = 6$.	0,25
2.2 (0,5 điểm)	Đặt $t = 7^x, t > 0$. Ta có phương trình: $t + \frac{14}{t} - 9 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 9t + 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 7 \end{cases}$	0,25
	Với $t = 2$, suy ra $7^x = 2 \Rightarrow x = \log_7 2$ Với $t = 7$, suy ra $7^x = 7 \Rightarrow x = 1$ Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{\log_7 2; 1\}$.	0,25
3 (1,0 điểm)	Ta có hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;0]$; $f'(x) = \frac{-4x^2 + 2x + 2}{1 - 2x}$	0,25
	Với $x \in [-2;0]$ thì $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$	0,25
	Ta có $f(-2) = 4 - \ln 5; f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{4} - \ln 2; f(0) = 0$.	0,25
	Vậy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;0]$ lần lượt là $4 - \ln 5$ và $\frac{1}{4} - \ln 2$.	0,25
4 (1,0 điểm)	Điều kiện $\begin{cases} n \geq 3 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$. Phương trình đã cho tương đương với $\frac{n!}{4!(n-4)!} = 13 \cdot \frac{n!}{(n-2)!2!}$	0,25
	$\Leftrightarrow n^2 - 5n - 150 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 15(t/m) \\ n = -10(l) \end{cases}$ Vậy $n = 15$.	0,25
	Với $n = 15$ ta có	
		0,25

	$\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k (x^3)^{15-k} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k$ $= \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k (-1)^k \cdot x^{45-5k}$	
	Để trong khai triển đã cho có số hạng chứa x^{10} thì $45 - 5k = 10 \Rightarrow k = 7(t/m)$ Vậy hệ số của x^{10} trong khai triển đã cho là $C_{15}^7 \cdot (-1)^7 = -6435$.	0,25
5.1 (0,5 điểm)	Ta có: $\sin(\alpha + \pi) = -\frac{1}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{3}$ $\tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left(3\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$	0,25
	Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cot \alpha < 0$. Do đó $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \cot \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1} = -2\sqrt{2}$ Vậy $\tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = -2\sqrt{2}$.	0,25
5.2 (0,5 điểm)	Chia 20 học sinh thành 4 nhóm nên số phần tử của không gian mẫu là $\Omega = C_{20}^5 \cdot C_{15}^5 \cdot C_{10}^5 \cdot C_5^5$	0,25
	Gọi A là biến cố “ Chia 20 học sinh thành 4 nhóm sao cho 5 bạn nữ thuộc cùng một nhóm” Xét 5 bạn nữ thuộc một nhóm có $C_{15}^5 \cdot C_{10}^5 \cdot C_5^5$ cách chia 15 nam vào 3 nhóm còn lại Vì 5 bạn nữ có thể thuộc nhóm A, B, C hay D nên ta có $\Omega_A = 4 \cdot C_{15}^5 \cdot C_{10}^5 \cdot C_5^5$. Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{4 \cdot C_{15}^5 \cdot C_{10}^5 \cdot C_5^5}{C_{20}^5 \cdot C_{15}^5 \cdot C_{10}^5 \cdot C_5^5} = \frac{1}{3876}$.	0,25
6 (1,0 điểm)	 Gọi H là trung điểm của AB, tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$ Mà $(SAB) \perp (ABCD)$, suy ra $SH \perp (ABCD)$. Gọi O là giao điểm của AC và BD, ta có	0,25

	$OA = a, OB = 2a \Rightarrow AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = a\sqrt{5}$ Tam giác SAB đều cạnh $a\sqrt{5}$ nên đường cao $SH = a\sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$	
	Đáy ABCD là hình thoi nên có diện tích $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 4a = 4a^2$ Vậy thể tích của khối chóp S.ABCD là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$	0,25
	Ta có $AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (SBC)$ Do đó $d(AD; SC) = d(AD; (SBC)) = d(A; (SBC)) = 2d(H; (SBC))$. Gọi K là hình chiếu của H trên BC, ta có $BC \perp HK$ và $BC \perp SH$ nên $BC \perp (SHK)$ Gọi I là hình chiếu của H trên SK, ta có $HI \perp SK$ và $HI \perp BC$ nên $HI \perp (SBC)$. Từ đó suy ra $d(AD; SC) = 2d(H; (SBC)) = 2HI$	0,25
	Ta có $HK = \frac{2S_{\triangle HBC}}{BC} = \frac{S_{\triangle ABC}}{BC} = \frac{S_{\triangle ABCD}}{2BC} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$ Tam giác SHK vuông tại H nên $HI = \frac{HS \cdot HK}{\sqrt{HS^2 + HK^2}} = \frac{2a\sqrt{15}}{\sqrt{91}}$ Vậy $d(AD; SC) = 2HI = \frac{4a\sqrt{15}}{\sqrt{91}}$	0,25
7 (1,0 điểm)	 Gọi $M = AI \cap BC$. Giả sử $AB = x (x > 0)$, R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC -Do tam giác ABC đều nên $S_{ABC} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow \sqrt{3} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow x = 2$ -Do tam giác ABC đều nên trực tâm I là tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC $\Rightarrow r = IM = \frac{1}{3} AM = \frac{1}{3} \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Giả sử $I(2a - 2; a) \in d_1 (a > 1)$	0,25

8 (1,0 điểm)	Do d_2 tiếp xúc với đường tròn nội tiếp tam giác ABC nên $d(I; d_2) = r \Leftrightarrow \frac{ 3(2a-2) - 3a + \sqrt{6} }{\sqrt{9+9}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow 3a - 6 + \sqrt{6} = \sqrt{6} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{6-2\sqrt{6}}{3} < 1(l) \\ a = 2 \end{cases}$ Suy ra $I(2; 2)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm I và bán kính $R = \frac{2}{3} AM = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ $\Rightarrow$ phương trình đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC là : $(x-2)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{3}$	0,25
	Giao điểm của đường thẳng (d_1) và (C) là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x - 2y + 2 = 0 \\ (x-2)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{3} \end{cases}$ Vậy giao điểm của (d_1) và (d_2) là $E(2 + \frac{2}{\sqrt{15}}; 2 + \frac{4}{\sqrt{15}}), F(2 - \frac{2}{\sqrt{15}}; 2 - \frac{4}{\sqrt{15}})$.	0,25
	$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 + 3y - 1 = \sqrt{y-1} - \sqrt{x} \quad (1) \\ 3(\sqrt{6-y} + \sqrt{2x+3y-7}) = 2x+7 \quad (2) \end{cases}$	
	Điều kiện $\begin{cases} x \geq 0 \\ 1 \leq y \leq 6 \\ 2x+3y-7 \geq 0 \end{cases}$. Với điều kiện trên ta có : $(1) \Leftrightarrow \frac{y-1-x}{\sqrt{y-1}+\sqrt{x}} + (y-1-x)(y-1+x) + y(y-1-x) = 0$ $\Leftrightarrow (y-1-x) \left(\frac{1}{\sqrt{y-1}+\sqrt{x}} + y-1+x+y \right) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x+1 \\ \frac{1}{\sqrt{y-1}+\sqrt{x}} + y-1+x+y = 0 (*) \end{cases}$ + Với $\begin{cases} x \geq 0 \\ 1 \leq y \leq 6 \end{cases}$, suy ra phương trình (*) vô nghiệm + Với $y = x+1$ thay vào (2) ta được $3\sqrt{5-x} + 3\sqrt{5x-4} = 2x+7 \quad (3)$	0,25
	Điều kiện $\frac{4}{5} \leq x \leq 5$ ta có :	

	$(3) \Leftrightarrow 7-x-3\sqrt{5-x}+3(x-\sqrt{5x-4})=0$ $\Leftrightarrow \frac{(7-x)^2-9(5-x)}{7-x+3\sqrt{5-x}}+\frac{3(x^2-5x+4)}{x+\sqrt{5x-4}}=0$ $\Leftrightarrow (x^2-5x+4)\left(\frac{1}{7-x+3\sqrt{5-x}}+\frac{3}{x+\sqrt{5x-4}}\right)=0$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases} \\ \frac{1}{7-x+3\sqrt{5-x}}+\frac{3}{x+\sqrt{5x-4}}=0(VN) \end{cases}$ Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x;y)=(1;2)$ và $(x;y)=(4;5)$	0,25												
9 (1,0 điểm)	Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a^2+2b=12$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\frac{4}{a^4}+\frac{4}{b^4}+\frac{5}{8(a-b)^2}$													
	Từ giả thiết và bất đẳng thức CôSi ta có: $a^2+2b=12 \Leftrightarrow a^2+4+2b=16 \Leftrightarrow 4a+2b \leq 16 \Leftrightarrow 2\sqrt{4a \cdot 2b} \leq 16 \Leftrightarrow 0 < ab \leq 8$	0,25												
	Do đó $P \geq \frac{a^2b^2}{64}\left(\frac{4}{a^4}+\frac{4}{b^4}\right)+\frac{ab}{8} \cdot \frac{5}{8(a-b)^2}=\frac{1}{16}\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}\right)+\frac{5}{64} \cdot \frac{1}{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-2}$	0,25												
	Đặt $t=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}(t>2)$, ta có $P \geq \frac{1}{16}t^2+\frac{5}{64} \cdot \frac{1}{t-2}-\frac{1}{8}$													
	Xét hàm số $f(t)=\frac{1}{16}t^2+\frac{5}{64} \cdot \frac{1}{t-2}-\frac{1}{8}$ trên $(2;+\infty)$ Ta có $f'(t)=\frac{1}{8}t-\frac{5}{64} \cdot \frac{1}{(t-2)^2}; f'(t)=0 \Leftrightarrow t=\frac{5}{2}$ Bảng biến thiên	0,25												
	<table><tr><td>t</td><td>2</td><td>$\frac{5}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td>$+\infty$</td><td>$\frac{27}{64}$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	t	2	$\frac{5}{2}$	$+\infty$	$f'(t)$	-	0	+	$f(t)$	$+\infty$	$\frac{27}{64}$	$+\infty$	
t	2	$\frac{5}{2}$	$+\infty$											
$f'(t)$	-	0	+											
$f(t)$	$+\infty$	$\frac{27}{64}$	$+\infty$											
	Từ bảng biến thiên ta có $\min_{(2;+\infty)} f(t)=f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{27}{64}$ Suy ra $P \geq \frac{27}{64}$, dấu bằng xảy ra khi $a=2, b=4$. Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{27}{64}$ khi $a=2, b=4$.	0,25												