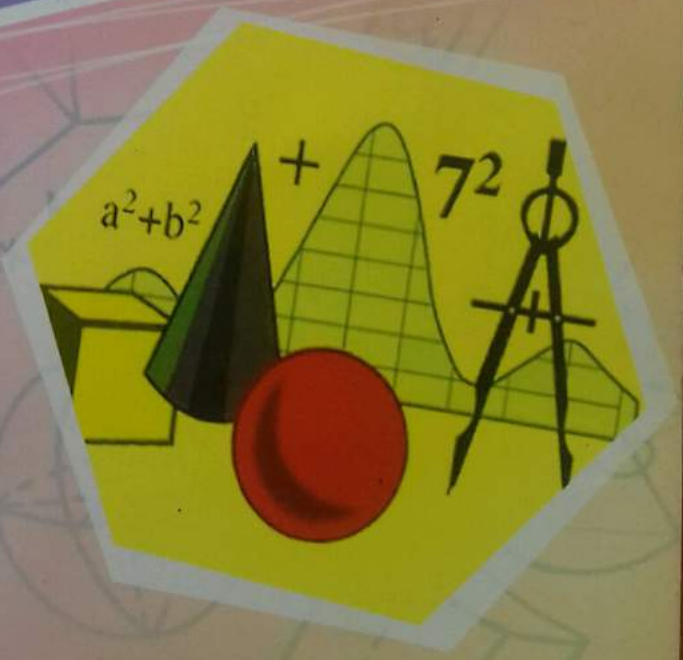
ĐOÀN QUỲNH (Chủ biên) - PHẠM KHẮC BAN
DOÃN MINH CƯỜNG - PHẠM ĐỨC

HƯỚNG DẪN ÔN TẬP KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA

năm học 2016 - 2017

MÔN

TOÁN



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

ĐOÀN QUỲNH (Chủ biên) - PHẠM KHẮC BAN
DOÃN MINH CƯỜNG - PHẠM ĐỨC

HƯỚNG DẪN ÔN TẬP KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM HỌC 2016 - 2017

MÔN

TOÁN

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

LỜI GIỚI THIỆU

Ngày 28–9–2016, Bộ Giáo dục và Đào tạo đã công bố phương án tổ chức kì thi Trung học phổ thông quốc gia năm 2017. Nét mới của kì thi năm 2017 là có 5 bài thi : Toán, Ngữ văn, Ngoại ngữ, Khoa học tự nhiên và Khoa học xã hội, trong đó chỉ có một bài thi tự luận là Ngữ văn, bốn bài còn lại thi theo hình thức trắc nghiệm.

Để giúp học sinh có tài liệu ôn tập đáp ứng yêu cầu đổi mới của Bộ Giáo dục và Đào tạo về kì thi Trung học phổ thông quốc gia, Công ty cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội – Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xuất bản bộ sách *Hướng dẫn ôn tập kì thi Trung học phổ thông quốc gia năm học 2016 – 2017.* Bộ sách gồm 5 cuốn, tương ứng với 5 bài thi : Toán, Ngữ văn, Tiếng Anh, Khoa học tự nhiên (tổ hợp Vật lí, Hoá học, Sinh học) và Khoa học xã hội (tổ hợp Lịch sử, Địa lí, Giáo dục công dân).

Cấu trúc của mỗi cuốn sách, mỗi môn trong hai cuốn tổ hợp đều gồm hai phần : Ôn tập theo chủ đề và một số đề tự luyện (có đáp án và hướng dẫn giải). Đặc biệt trong cuốn Toán và cuốn Khoa học tự nhiên, ở phần chủ đề, các tác giả còn lưu ý học sinh một số kĩ năng để trả lời nhanh các câu hỏi trắc nghiệm, đồng thời đề xuất một số câu hỏi khó nhằm giúp học sinh khá, giỏi ôn tập thi vào các trường Đại học có yêu cầu cao hơn.

Hi vọng bộ sách đáp ứng tốt nhu cầu về tài liệu ôn tập kì thi Trung học phổ thông quốc gia năm học 2016 – 2017 của học sinh.

Xin chân thành cảm ơn các em học sinh, các thầy cô giáo, các bậc cha mẹ học sinh và bạn đọc về những ý kiến đóng góp cho bộ sách.

Mọi ý kiến đóng góp xin gửi về : *Công ty cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội, Toà nhà văn phòng HEID, Ngõ 12 Láng Hạ, Ba Đình, Hà Nội.*

CÔNG TY CỔ PHẦN ĐẦU TƯ VÀ PHÁT TRIỂN GIÁO DỤC HÀ NỘI

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

LỜI NÓI ĐẦU

Năm 2017 Bộ Giáo dục và Đào tạo tổ chức thi Trung học phổ thông quốc gia môn Toán theo phương thức trắc nghiệm. Để giúp giáo viên và học sinh có tài liệu chuẩn bị ôn thi theo hình thức trắc nghiệm, Công ty cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội - Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam có mời chúng tôi biên soạn tài liệu Hướng dẫn ôn tập kì thi Trung học phổ thông quốc gia năm học 2016 – 2017 môn Toán. Cuốn sách này có thể coi là sự tiếp nối cuốn "Trắc nghiệm Toán 12" cũng của NXBGDVN đã xuất bản gần đây để giúp giáo viên và học sinh chuẩn bị tốt cho kì thi sắp tới.

Tài liệu gồm hai phần.

Phần một: Ôn tập theo chủ đề. Phần này giúp ôn lại những kiến thức, kĩ năng cần thiết cùng một số câu trắc nghiệm theo 7 chủ đề trong chương trình Toán 12. Phần này được coi như một tài liệu để ôn tập trước khi bước vào kì thi, trong đó chúng tôi nhắc lại khá chi tiết nhiều điều đã trình bày trong SGK chuẩn Toán 12.

Phần hai: Một số đề tự luyện, đưa ra 9 đề, được biên soạn phỏng theo đề minh họa của Bộ GD & ĐT đã được công bố. Mỗi đề cũng gồm 50 câu hỏi trắc nghiệm trải dài đủ 7 chủ đề của Giải tích, Hình học. Học sinh nên tự mình thử giải mỗi đề thi đó trong 90 phút để tự kiểm tra việc chuẩn bị thi. Sau khi làm bài, các em đối chiếu với đáp án để biết kết quả (mỗi câu được 0,25 điểm nếu chọn đúng đáp án). Với câu hỏi chưa chọn được đáp án đúng, có thể xem phần hướng dẫn giải để rút kinh nghiệm.

Chúng tôi đã cố gắng chọn những câu hỏi trắc nghiệm tốt cùng 4 đáp án cho mỗi câu (trong đó có một và chỉ một đáp án đúng).

Bản thảo đã được các ông bà Phạm Bảo Khuê, Phạm Thị Bạch Ngọc, Đặng Văn Tuyến, Nguyễn Thị Thanh giúp các tác giả sửa chữa nhiều sai sót. Chúng tôi xin cám ơn.

Tuy nhiên, tài liệu có thể vẫn còn lỗi. Chúng tôi mong các thầy cô giáo, các em học sinh và bạn đọc khi sử dụng tài liệu này, nếu phát hiện lỗi, xin góp ý cho chúng tôi để rút kinh nghiệm cho những lần xuất bản sau. Chúng tôi xin cảm ơn trước.

Chúng tôi hi vọng tài liệu sẽ giúp cho học sinh ôn thi tốt và chúc các em đạt thành tích cao trong kì thi sắp tới.

CÁC TÁC GIẢ

Phần một. ÔN TẬP THEO CHỦ ĐỀ

Chủ đề 1

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

I. KIẾN THỨC VÀ KĨ NĂNG CẦN THIẾT

I.1. Kiến thức

1. Tính đơn điệu của hàm số

Cho K là một khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng. Giả sử $f(x)$ là một hàm số xác định trên K.

- **Định nghĩa**

- Hàm số $f(x)$ được gọi là *đồng biến* trên K

$$\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in K: x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2).$$

- Hàm số $f(x)$ được gọi là *nghịch biến* trên K

$$\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in K: x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2).$$

Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên K được gọi chung là hàm số đơn điệu trên K.

- *Dạng phát biểu khác của định nghĩa* :

- Hàm số $f(x)$ được gọi là *đồng biến* trên K

$$\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in K, x_1 \neq x_2: \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0.$$

- Hàm số $f(x)$ được gọi là *nghịch biến* trên K

$$\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in K, x_1 \neq x_2: \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0.$$

- **Điều kiện cần và đủ để một hàm số đồng biến, nghịch biến trên K**

Giả sử hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên K. Khi đó

- Hàm số $f(x)$ không đổi trên $K \Leftrightarrow \forall x \in K: f'(x) = 0$.

- Giả sử đạo hàm $f'(x)$ chỉ triệt tiêu tại một số hữu hạn điểm thuộc K thì:

f đồng biến trên $K \Leftrightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in K$.

f nghịch biến trên $K \Leftrightarrow f'(x) \leq 0, \forall x \in K$.

• **Quy tắc khảo sát tính đơn điệu của một hàm số**

Giả sử hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên tập số $\mathcal{D}$.

Có thể tìm ra các khoảng đồng biến, nghịch biến (chứa trong $\mathcal{D}$) của hàm số $f(x)$, bằng cách thực hiện các bước sau :

- Bước 1: Tìm các điểm thuộc $\mathcal{D}$ mà tại đó $f(x)$ không có đạo hàm.

- Bước 2: Trên mỗi khoảng $f(x)$ có đạo hàm, tính đạo hàm $f'(x)$ và tìm các điểm x thuộc $\mathcal{D}$ mà tại đó $f'(x) = 0$.

- Bước 3: Giả sử trên $\mathcal{D}$ chỉ có một số hữu hạn điểm tìm được ở bước 1 và bước 2. Sắp xếp các điểm tìm được theo thứ tự tăng dần ; khi đó, các điểm này sẽ phân chia $\mathcal{D}$ thành các khoảng. Xác định dấu của $f'(x)$ trên mỗi khoảng vừa nêu.

- Bước 4: Căn cứ kết quả thu được ở bước 3, dựa vào điều kiện cần và đủ vừa nêu trên, rút ra kết luận về các khoảng đồng biến, nghịch biến của $f(x)$ chứa trong $\mathcal{D}$.

2. Cực trị của hàm số

Giả sử $f(x)$ là một hàm số với tập xác định $\mathcal{D}$ và x_0 là một điểm thuộc $\mathcal{D}$.

• **Các định nghĩa**

- Điểm x_0 được gọi là *điểm cực tiểu của hàm số* $f(x)$ nếu tồn tại số thực dương h sao cho khoảng $(x_0 - h; x_0 + h)$ chứa trong $\mathcal{D}$ và $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h) \setminus \{x_0\}$.

- Giá trị $f(x_0)$ được gọi là *giá trị cực tiểu* (còn gọi tắt là *cực tiểu*) của hàm số $f(x)$ nếu x_0 là điểm cực tiểu của $f(x)$.

- Điểm x_0 được gọi là *điểm cực đại của hàm số* $f(x)$ nếu tồn tại số thực dương h sao cho khoảng $(x_0 - h; x_0 + h)$ chứa trong $\mathcal{D}$ và $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h) \setminus \{x_0\}$.

- Giá trị $f(x_0)$ được gọi là *giá trị cực đại* (còn gọi tắt là *cực đại*) của hàm số $f(x)$ nếu x_0 là điểm cực đại của $f(x)$.

- Điểm cực tiểu, điểm cực đại của hàm số $f(x)$ được gọi chung là *điểm cực trị của hàm số* $f(x)$.

- Giá trị cực tiểu (hay cực tiểu), giá trị cực đại (hay cực đại) của hàm số $f(x)$ được gọi chung là *giá trị cực trị* (còn gọi tắt là *cực trị*) của hàm số $f(x)$.

- Vì $x_0 \in \mathcal{D}$ nên điểm $(x_0 ; f(x_0))$ thuộc đồ thị của hàm số $f(x)$. Điểm đó được gọi là *điểm cực tiểu của đồ thị hàm số* $f(x)$ nếu x_0 là điểm cực tiểu của

hàm số $f(x)$; và được gọi là *điểm cực đại của đồ thị hàm số* $f(x)$ nếu x_0 là điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

- Điểm cực tiểu, điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x)$ được gọi chung là *điểm cực trị của đồ thị hàm số* $f(x)$.

• *Chú ý* :

- Để thể hiện x_0 là điểm cực tiểu (hoặc điểm cực đại) của hàm số $f(x)$, người ta còn nói : hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu (hoặc cực đại) tại điểm x_0.

- Để thể hiện x_0 là điểm cực trị của hàm số $f(x)$, người ta còn nói : hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

• **Điều kiện cần để một hàm số có cực trị**

Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 thì hoặc không tồn tại $f'(x_0)$ hoặc $f'(x_0) = 0$.

• **Điều kiện đủ để một hàm số có cực trị**

Điều kiện 1

Giả sử tồn tại khoảng $(a\,;\,b)$ chứa điểm x_0 sao cho $(a\,;\,b)$ chứa trong $\mathcal{D}$, hàm số $f(x)$ liên tục trên $(a\,;\,b)$ và có đạo hàm trên mỗi khoảng $(a;\,x_0)$, $(x_0\,;\,b)$. Khi đó

- Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a;\,x_0)$ và $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (x_0\,;\,b)$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

- Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a;\,x_0)$ và $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (x_0\,;\,b)$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

Điều kiện 2

Giả sử tồn tại khoảng $(a\,;\,b)$ chứa điểm x_0 sao cho $(a\,;\,b)$ chứa trong $\mathcal{D}$, hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp một trên $(a\,;\,b)$ và có đạo hàm cấp hai tại x_0. Khi đó

- Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

- Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

• **Quy tắc tìm các điểm cực trị của một hàm số**

Quy tắc I

Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathcal{D}$.

Có thể tìm các điểm cực trị của $f(x)$ bằng cách thực hiện các bước sau:

- Bước 1: Tìm các điểm thuộc $\mathcal{D}$ mà tại đó $f(x)$ không có đạo hàm.

- Bước 2: Trên mỗi khoảng $f(x)$ có đạo hàm, tính đạo hàm $f'(x)$ và tìm các điểm x thuộc $\mathcal{D}$ mà tại đó $f'(x) = 0$.

- Bước 3: Giả sử trên $\mathcal{D}$ chỉ có một số hữu hạn điểm tìm được ở bước 1 và bước 2. Sắp xếp các điểm tìm được ở bước 1 và bước 2 theo thứ tự tăng dần. Khi đó, các điểm này sẽ phân chia $\mathcal{D}$ thành các khoảng. Xác định dấu của $f'(x)$ trên mỗi khoảng đó.

- Bước 4: Căn cứ kết quả thu được ở bước 3, dựa vào điều kiện 1 nêu trên, tìm ra các điểm cực trị của $f(x)$.

Quy tắc II

Giả sử hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathcal{D}$.

Có thể tìm các điểm cực trị của $f(x)$ bằng cách thực hiện các bước sau:

- Bước 1: Tính đạo hàm cấp một và cấp hai của $f(x)$.

- Bước 2: Giải phương trình $f'(x) = 0$ trên $\mathcal{D}$; giả sử tìm được n nghiệm $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

- Bước 3: Tính và xác định dấu của $f''(x_1), f''(x_2), \ldots, f''(x_n)$.

- Bước 4: Căn cứ kết quả thu được ở bước 3, dựa vào điều kiện 2 nêu trên, rút ra kết luận về tính chất cực trị của các điểm $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Chú ý : Để tìm cực trị của hàm số $f(x)$, trước hết cần tìm các điểm cực trị của $f(x)$, sau đó tính giá trị của hàm số $f(x)$ tại các điểm đó.

3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

• Định nghĩa

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập $\mathcal{D}$.

- Số M được gọi là *giá trị lớn nhất* của $f(x)$ trên $\mathcal{D}$ nếu $f(x) \le M$ với mọi $x \in \mathcal{D}$ và tồn tại $x_0 \in \mathcal{D}$ sao cho $f(x_0) = M$. Kí hiệu: $\max\limits_{\mathcal{D}} f(x) = M$.

- Số m được gọi là *giá trị nhỏ nhất* của $f(x)$ trên $\mathcal{D}$ nếu $f(x) \ge m$ với mọi $x \in \mathcal{D}$ và tồn tại $x_0 \in \mathcal{D}$ sao cho $f(x_0) = m$. Kí hiệu: $\min\limits_{\mathcal{D}} f(x) = m$.

• Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số liên tục trên một đoạn

Sự tồn tại: Mọi hàm số liên tục trên một đoạn đều có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn đó.

Quy tắc tìm: Giả sử hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[a\,;\,b]$. Có thể tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[a\,;\,b]$ bằng cách thực hiện các bước sau:

- Bước 1: Tìm các điểm thuộc khoảng $(a\,;\,b)$ mà tại đó $f(x)$ không có đạo hàm hoặc có đạo hàm bằng 0 ; giả sử tìm được n điểm $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

- Bước 2: Tính $f(a), f(b), f(x_1), f(x_2), \ldots, f(x_n)$.

- Bước 3: Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m, trong các số tính được ở bước 2. Khi đó $\max\limits_{[a;b]} f(x) = M$ và $\min\limits_{[a;b]} f(x) = m$.

4. Đường tiệm cận của đồ thị hàm số

Giả sử $y = f(x)$ là một hàm số với tập xác định $\mathcal{D}$.

- **Định nghĩa**

- Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là *đường tiệm cận ngang* (còn gọi tắt là *tiệm cận ngang*) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = y_0$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = y_0$.

- Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là *đường tiệm cận đứng* (còn gọi tắt là *tiệm cận đứng*) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty,\ \lim_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty,\ \lim_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty,\ \lim_{x \to x_0^+} f(x) = +\infty.$$

- **Một số lưu ý** : Từ hai định nghĩa nêu trên, có thể thấy

- Đồ thị hàm số $y = f(x)$ chỉ có thể có tiệm cận ngang nếu tập xác định $\mathcal{D}$ chứa khoảng vô hạn có dạng $(-\infty\,;\,a)$ hoặc $(a\,;\,+\infty)$, với a là một số thực.

- Đường thẳng $y = b$ được coi là tiệm cận ngang của đồ thị hàm hằng $y = b$.

- Để tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$, cần xét các giới hạn $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

- Đồ thị của một hàm số tùy ý chỉ có thể có tối đa hai tiệm cận ngang.

- Nếu đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathcal{D}$ thì hoặc $x_0 \notin \mathcal{D}$ (nhưng có khoảng $(a; x_0)$ với $a < x_0$ hoặc có khoảng $(x_0; b)$ với $x_0 < b$ nằm trong $\mathcal{D}$), hoặc $x_0 \in \mathcal{D}$ và f không liên tục tại x_0. Để tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathcal{D}$, cần xét giới hạn (vô tận) $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$ và $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)$, tại những điểm x_0 đó.

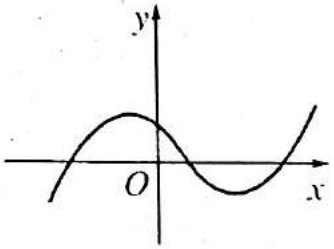
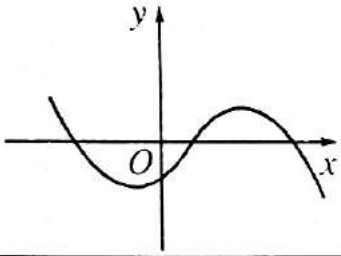
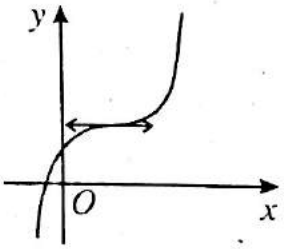
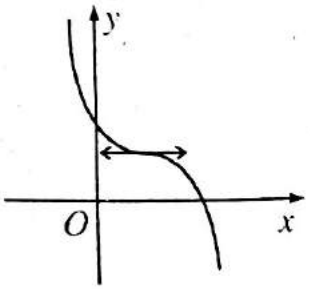
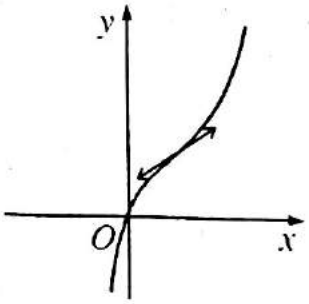
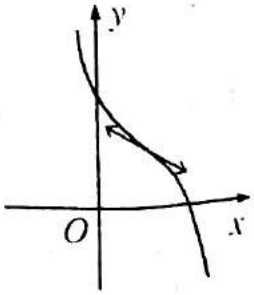
5. Tương giao của hai đồ thị hàm số

(C_1) là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathfrak{D}_1$ và (C_2) là đồ thị của hàm số $y = g(x)$ xác định trên tập $\mathfrak{D}_2$. Một *giao điểm* (hay *điểm chung*) $M \in (C_1) \cap (C_2)$ là điểm có tọa độ $(x_0; y_0)$, $x_0 \in \mathfrak{D}_1 \cap \mathfrak{D}_2$, $y_0 = f(x_0) = g(x_0)$ (cũng nói (C_1) và (C_2) cắt nhau hay giao nhau tại M). Để tìm các giao điểm đó, ta giải phương trình $f(x) = g(x)$ trên tập $\mathfrak{D}_1 \cap \mathfrak{D}_2$; mỗi nghiệm x_0 của nó cho một giao điểm $(x_0; y_0)$, $y_0 = f(x_0) = g(x_0)$, số giao điểm bằng số nghiệm đôi một phân biệt của phương trình (ẩn x) $f(x) = g(x)$ trên tập $\mathfrak{D}_1 \cap \mathfrak{D}_2$.

6. Hàm số bậc ba (còn gọi tắt là **hàm bậc ba**) $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$

Dưới đây, trong trường hợp hàm số có cực trị, cực đại và cực tiểu của hàm số được kí hiệu bởi $y_{CĐ}$ và y_{CT} tương ứng.

- **Dạng của đồ thị**

	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt		
Phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép		
Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm		

- **Một số kết quả cần lưu ý**

- Hàm bậc ba hoặc không có điểm cực trị hoặc có đúng hai điểm cực trị.

- Hàm bậc ba không có điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình (ẩn x) $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.

- Hàm bậc ba có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình (ẩn x) $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

- Hàm bậc ba có hai điểm cực trị và điểm cực đại nằm bên trái điểm cực tiểu khi và chỉ khi $a > 0$ và phương trình (ẩn x) $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

- Hàm bậc ba có hai điểm cực trị và điểm cực đại nằm bên phải điểm cực tiểu khi và chỉ khi $a < 0$ và phương trình (ẩn x) $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

- Đồ thị hàm bậc ba có hai điểm cực trị nằm ở hai phía của trục tung (còn nói: nằm khác phía nhau so với trục tung) khi và chỉ khi phương trình (ẩn x) $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- Đồ thị hàm bậc ba có hai điểm cực trị nằm ở một phía của trục tung (còn nói: nằm cùng phía so với trục tung) khi và chỉ khi phương trình (ẩn x) $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt cùng dấu.

- Đồ thị hàm bậc ba có hai điểm cực trị nằm bên trái trục tung khi và chỉ khi phương trình (ẩn x) $y' = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt.

- Đồ thị hàm bậc ba có hai điểm cực trị nằm bên phải trục tung khi và chỉ khi phương trình (ẩn x) $y' = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

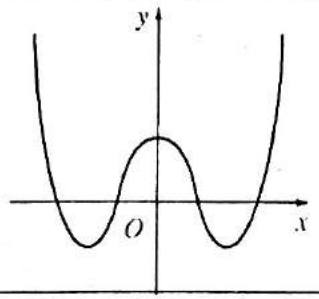
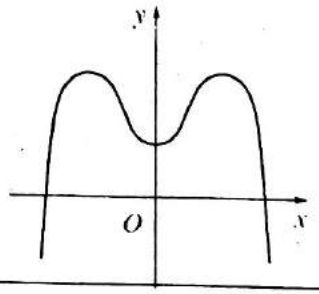
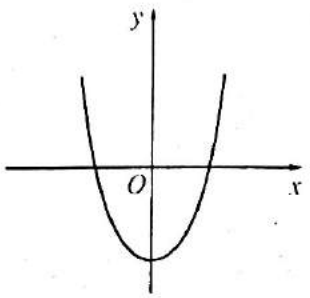
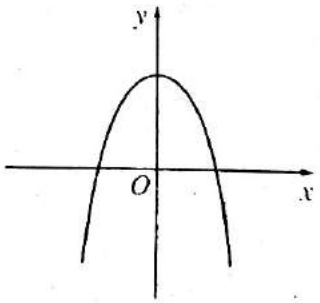
- Đồ thị hàm bậc ba cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (ẩn x) $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt và $y_{CD} \cdot y_{CT} < 0$.

- Đồ thị hàm bậc ba không có đường tiệm cận.

7. Hàm số trùng phương (còn gọi tắt là **hàm trùng phương)**

$y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a \neq 0)$

- **Dạng của đồ thị**

	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt		
Phương trình $y' = 0$ có một nghiệm		

• **Một số kết quả cần lưu ý**

- Hàm trùng phương có đúng một điểm cực trị hoặc có đúng ba điểm cực trị.

- Ta có $x = 0$ là một điểm cực trị của hàm trùng phương.

- Hàm trùng phương có đúng một điểm cực trị khi và chỉ khi $ab \geq 0$.

- Hàm trùng phương có đúng ba điểm cực trị khi và chỉ khi $ab < 0$.

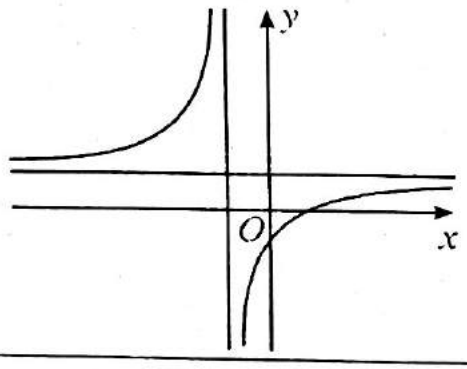
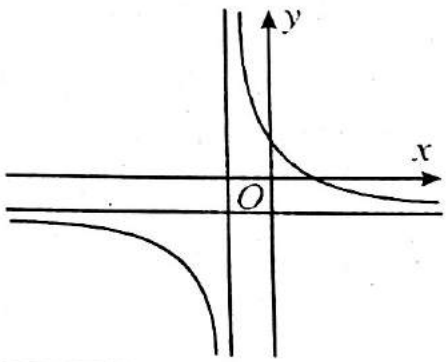
- Hàm trùng phương có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại khi và chỉ khi $a > 0$ và $b < 0$.

- Hàm trùng phương có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu khi và chỉ khi $a < 0$ và $b > 0$.

- Đồ thị hàm trùng phương nhận trục tung làm trục đối xứng và không có đường tiệm cận.

8. Hàm số $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}$ $(c \neq 0, ad - bc \neq 0)$

• **Dạng của đồ thị**

$D = ad - bc > 0$	$D = ad - bc < 0$
	

• **Một số kết quả cần lưu ý**

Hàm số xác định trên tập $\mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$.

- Khi $ad - bc > 0$, hàm số đồng biến trên các khoảng xác định của nó, còn khi $ad - bc < 0$ thì hàm số nghịch biến trên các khoảng đó.

- Hàm số không có điểm cực trị.

- Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\dfrac{d}{c}$ và một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \dfrac{a}{c}$.

- Giao điểm của hai đường tiệm cận nêu trên là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.

I.2. Kĩ năng

Theo yêu cầu của Chuẩn kĩ năng môn Toán lớp 12 THPT hiện hành, học sinh cần luyện tập để thành thục các kĩ năng dưới đây:

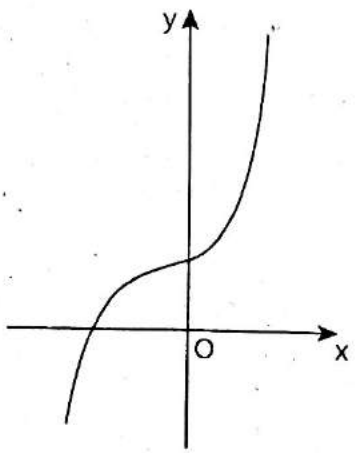
- Có khả năng tái hiện các khái niệm, kết quả nêu ở mục 1 trên đây trong các tình huống cụ thể.
- Biết dựa vào đạo hàm cấp một của một hàm số để khảo sát tính đồng biến, nghịch biến của hàm số đó.
- Biết cách tìm các điểm cực trị, các cực trị của một hàm số.
- Biết cách tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một hàm số liên tục trên một đoạn hay một khoảng.
- Biết cách tìm các đường tiệm cận (đứng, ngang) của đồ thị hàm số (nếu có).
- Biết cách lập, cách đọc bảng biến thiên của một hàm số.
- Biết cách vẽ và đọc đồ thị của một hàm số.
- Biết dựa vào các dạng đồ thị đã nêu ở mục 1 trên đây để xác định dạng đồ thị của hàm số.
- Biết dựa vào bảng biến thiên hoặc đồ thị của một hàm số để xác định số giao điểm của đồ thị hàm số đó và một đường thẳng song song với trục hoành.
- Biết cách xác định số giao điểm, tọa độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = g(x)$.

II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \dfrac{x-1}{|x|}$.

A. $(-\infty;0)$. B. $(-1;+\infty)$. C. $(-\infty;1)$. D. $(-\infty;+\infty)$.

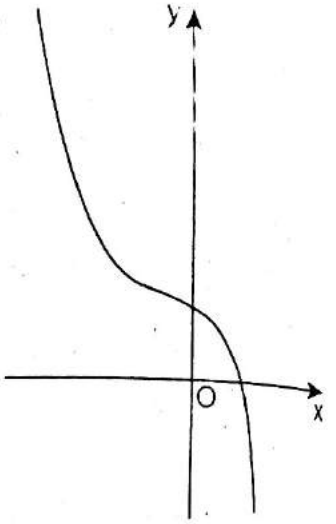
2. Cho biết hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



A. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.

3. Cho biết hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



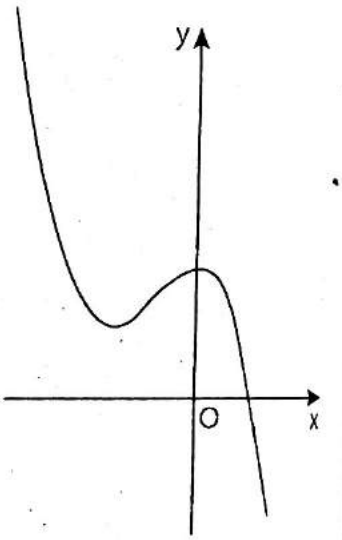
A. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.

4. Cho biết hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



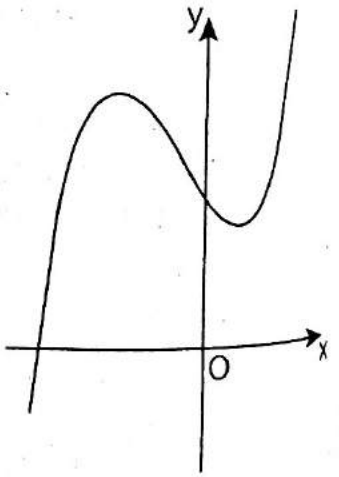
A. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.

5. Cho biết hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



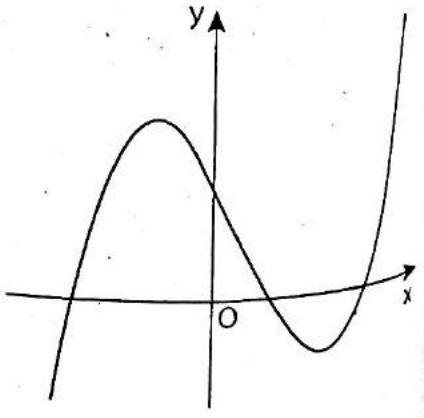
A. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.

6. Xác định dấu của a, b, c nếu đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx + c$ có dạng như hình bên



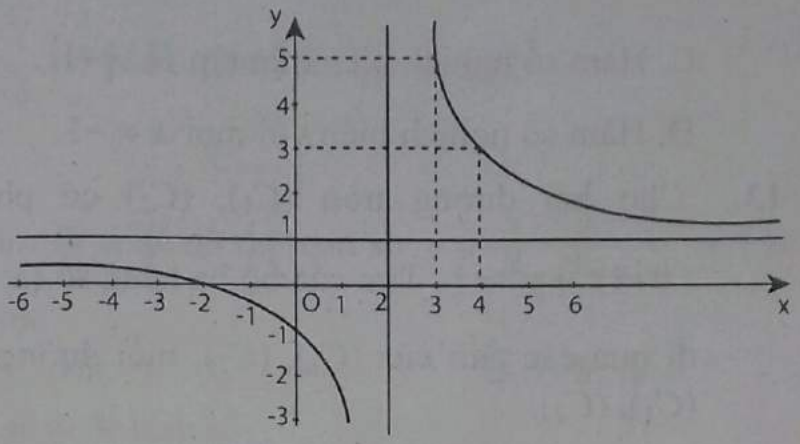
A. $a > 0, b < 0, c > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0$.

7. Tìm a, b để hàm số $y=\dfrac{ax+2}{x+b}$ có đồ thị như hình bên



A. $a=1, b=1$.

B. $a=1, b=2$.

C. $a=1, b=-2$.

D. $a=2, b=2$.

8. Tìm m để đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

A. $m\in(-\infty;\,3-3\sqrt{2})\cup(3+3\sqrt{2};\,+\infty)$.

B. $m\in(-\infty;\,3-2\sqrt{2})\cup(3+2\sqrt{2};\,+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;\,1-2\sqrt{3})\cup(1+2\sqrt{3};\,+\infty)$.

D. $m\in(-\infty;\,4-2\sqrt{2})\cup(4+2\sqrt{2};\,+\infty)$.

9. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-(2m-1)x+m^2+1$ có hai điểm cực trị.

A. $m>0,5$. B. $m<0,5$. C. $m>\sqrt{2}$. D. $m\le 0,5$.

10. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+mx^2+mx$ có một điểm cực trị duy nhất.

A. $m=0$. B. $m=1$. C. $m=3$. D. Không có m như thế.

11. Tìm các bộ ba số $(a;\,b;\,c)$ để hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$, $(1;+\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(-1;\,1)$ và có đồ thị đi qua điểm $(0;\,1)$.

A. $(a;\,b;\,c)=(1;\,1;\,1)$. B. $(a;\,b;\,c)=(0;\,-1;\,1)$.

C. $(a;\,b;\,c)=(-1;\,-3;\,1)$. D. $(a;\,b;\,c)=(0;\,-3;\,1)$.

12. Cho hàm số $y=\dfrac{-x+3}{x+1}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

D. Hàm số nghịch biến với mọi $x \neq -1$.

13. Cho hai đường tròn (C_1), (C_2) có phương trình $(x-1)^2+(y-2)^2=1$, $(x+1)^2+y^2=1$. Tìm các bộ ba hằng số (a; b; c) để đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ đi qua các tâm của (C_1), (C_2), mỗi đường tiệm cận của đồ thị tiếp xúc với (C_1), (C_2).

A. $(a; b; c) = (2; 2; 1)$.

B. $(a; b; c) = (3; 3; 2)$.

C. $(a; b; c) = (-2; -2; 3)$.

D. $(a; b; c) = (1; 1; 0)$.

14. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3x+1-m$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu.

A. $\forall m \in \mathbb{R}$.

B. $m<-1;\ m>3$.

C. $m \in \{-1; 3\}$.

D. $-1<m<3$.

15. Xét hàm số $y=x^4-2x^2-20000017$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$.

B. Gốc tọa độ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.

C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm.

D. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $y=-20000017$.

16. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3mx+2=0$ có nghiệm duy nhất.

A. $m=1$.

B. $m\leq 0$.

C. $0<m<1$.

D. $m<1$.

17. Tìm a, b, c để đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có $A(0;-3)$ là điểm cực đại và $B(-1;-5)$ là một điểm cực tiểu.

A. $a=2;\ b=-4;\ c=-3$.

B. $a=-3;\ b=-1;\ c=-5$.

C. $a=-2;\ b=4;\ c=-3$.

D. $a=2;\ b=4;\ c=-3$.

18. Tìm tập hợp các điểm cực trị của hàm số $y=x^2-2|x|$.

A. $\{-1; 0; 1\}$.

B. $\{0; 1\}$.

C. $\{0\}$.

D. $\{-1; 1\}$.

19. Tìm các tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2\sqrt{x^2-1}+1}{x}$.

A. $y=2$.

B. $y=+\infty$.

C. $y=-2$.

D. $y=2$ và $y=-2$.

20. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+1}{x^2-4|x|-5}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 0. B. 4. C. 2. D. 1.

21. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+m}$ có hai đường tiệm cận đứng phân biệt.

A. $(-\infty;1)$. B. $(-\infty;-8)\cup(-8;1)$. C. $(-\infty;-1)$. D. $(-8;1)$.

22. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x-2017$ có hai điểm cực trị nằm trong khoảng $(-5;5)$.

A. $-3<m$. B. $m<7$. C. $-3<m<7$. D. $-3<m<3$; $3<m<7$.

23. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+m$ cắt trục hoành tại đúng hai điểm.

A. $m<0$. B. $m\le 0$. C. $m<1$. D. $m\ge 1$.

24. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=|x^2-x|$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. $M=2,\ m=\dfrac{1}{4}$. B. $M=\dfrac{1}{4},\ m=0$.

C. $M=6,\ m=2$. D. $M=6,\ m=0$.

25. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

A. $m>1$. B. $m\ge 1$. C. $m\ge 3$. D. $m>3$.

26. Xét hàm số $y=\dfrac{x^2+x-3}{x+2}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số luôn luôn đồng biến.
B. Hàm số không có cực trị.
C. Hàm số có hai cực trị.
D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang.

27. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=\dfrac{3\cos x-1}{3+\cos x}$.

A. $M=\dfrac{1}{2},\ m=-2$. B. $M=-\dfrac{1}{3},\ m=-2$.

C. $M=\dfrac{1}{2},\ m=-\dfrac{1}{3}$. D. $M=-\dfrac{1}{2},\ m=-2$.

28. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2$.

A. $y = x$. B. $y = -x$. C. $y = x + 1$. D. $y = -2x$.

29. Cho hàm số $y = -x - \dfrac{2}{x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Đạo hàm của hàm số triệt tiêu và đổi dấu tại $x = \sqrt{2}$ và tại $x = -\sqrt{2}$.

B. Hàm số đạt cực trị tại $x = \sqrt{2}$ và tại $x = -\sqrt{2}$.

C. Hàm số đạt cực đại $y = 2\sqrt{2}$ và đạt cực tiểu $y = -2\sqrt{2}$.

D. Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $M_1\left(-\sqrt{2}; 2\sqrt{2}\right)$, $M_2\left(\sqrt{2}; -2\sqrt{2}\right)$.

30. Hàm số $y = \sqrt{4-x} - \sqrt{x+6}$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = x_0$. Tìm x_0.

A. $x_0 = -6$. B. $x_0 = -1$. C. $x_0 = 0$. D. $x_0 = 4$.

31. Tìm các giá trị của tham số m để $\min\limits_{-1 \le x \le 1}\left(-x^3 - 3x^2 + m\right) = 0$.

A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.

32. Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ tại bốn điểm phân biệt.

A. $-5 < m < -4$. B. $-4 < m < -3$. C. $0 < m < 1$. D. $m > 1$.

33. Kí hiệu M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin 2x + \sqrt{2 - \sin^2 2x}$. Tính $M - m$.

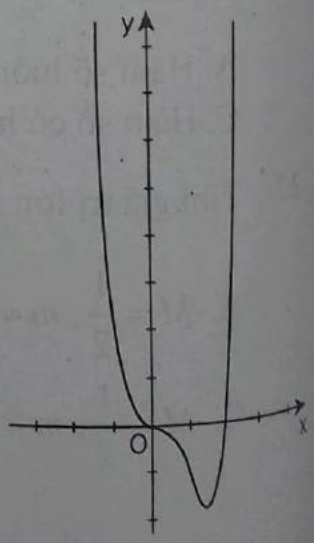
A. 4. B. 2. C. 1. D. 5.

34. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2$ cắt đường thẳng $y = 2 - x$ tại ba điểm phân biệt $A(0; 2)$, B_1, B_2 sao cho gốc tọa độ O và B_1, B_2 là ba đỉnh của một tam giác có diện tích bằng 2.

A. $m = \dfrac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$. B. $m = \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

C. $m = 1$, $m = 2$. D. $m = 0$.

35. Hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây có thể có đồ thị như trong hình bên ?



A. $y = \dfrac{2x}{x-2}$. B. $y = x^4 - 2x^2$.

C. $y = x^3 - 3x^2$. D. $y = x^4 - 2x^3$.

36. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

A. $m > 1$. B. $m \geq 1$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m \leq 0$.

37. Hàm số $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng cho sau đây?

A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; 1)$.

38. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$?

A. $y = \dfrac{-1}{x}$. B. $y = \dfrac{1}{x}$. C. $y = \dfrac{1}{x^2}$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

39. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có cực trị?

A. $y = x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 2x - 1$. B. $y = (x-1)^3 + 2$.

C. $y = \dfrac{4}{3}x^3 - 6x^2 + 9x - 1$. D. $y = \dfrac{x^2 - x - 5}{x + 1}$.

40. Tìm các giá trị của m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x|$ tại sáu điểm phân biệt.

A. $4 < m < 5$. B. $m \leq 4$. C. $m \geq 5$. D. $m = 1$.

41. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$.

A. $m \in \left(-\dfrac{1}{4}; 0\right)$. B. $m \in (0; 1)$.

C. $m \in \left(-\dfrac{1}{4}; 0\right) \cup (0; 1)$. D. $m = 0$.

42. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + (m+1)x + 4m$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

A. $m < 10$. B. $m \leq -10$. C. $m < -10$. D. $m \geq -10$.

43. Với các giá trị nào của m, đồ thị hàm số $y = -(x-1)^3 + 3m^2(x-1) - 2$ có hai điểm cực trị cách đều gốc tọa độ?

A. $m = \pm\dfrac{1}{2}$. B. $m = \pm\dfrac{1}{3}$. C. $m = 5$. D. $m = -5$.

III. GỢI Ý - HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP ÁN

Gợi ý – Hướng dẫn giải

1. Trên $(0;+\infty)$, hàm số $y=1-\dfrac{1}{x}$ có tập giá trị $(-\infty;1)$; trên $(-\infty;0)$, hàm số $y=-1+\dfrac{1}{x}$ có giá trị âm. Vậy chọn C.

2. Từ đồ thị suy ra $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên $a>0$. Đồ thị không có điểm cực trị nên $b^2-3ac<0$. Vậy chọn B.

3, 4, 5. Làm tương tự câu 2.

6. Từ đồ thị suy ra $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên $a>0$. Giao điểm của đồ thị với trục tung nằm phía trên trục hoành nên $c>0$. Đồ thị có điểm cực trị nên $y'=3ax^2+b$ có hai nghiệm phân biệt, do đó $ab<0$, suy ra $b<0$. Chọn A.

7. $x=2$ là tiệm cận đứng suy ra $b=-2$. Tiệm cận ngang là $y=1$ suy ra $a=1$. Chọn C.

8. $x+m=\dfrac{2x}{x+1}$ là phương trình xác định hoành độ giao điểm. Phương trình này tương đương với $g(x)=x^2+(m-1)x+m=0$. Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác -1 (đường thẳng cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt) khi $\begin{cases}\Delta=m^2-6m+1>0\\ g(-1)\neq 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow m<3-2\sqrt{2}; m>3+2\sqrt{2}$. Vậy chọn B.

10. Có $y'=3x^2+2mx+m$. Nếu tam thức y' vô nghiệm hoặc có nghiệm kép thì y' không đổi dấu, hàm số không có cực trị. Nếu y' có hai nghiệm phân biệt thì y' đổi dấu hai lần tại hai nghiệm đó, hàm số có hai cực trị. Vậy chọn D.

Chú ý: Tổng quát, số điểm cực trị của một hàm số bậc ba bất kì chỉ có thể là 0 hoặc 2.

11. Từ bài toán suy ra -1 và 1 là hai điểm cực trị hay ± 1 là hai nghiệm của $y'=3x^2+2ax+b$, vì vậy $a=0, b=-3$. Đồ thị đi qua (0; 1) nên $c=1$. Vậy chọn D.

13. Do đồ thị qua tâm (1; 2) và (−1; 0) của hai đường tròn suy ra $a = b$, $1 + c = a$. Đường tiệm cận đứng phải là tiếp tuyến chung $x = 0$ của hai đường tròn, suy ra $c = 0 \Rightarrow a = b = 1$. Có thể thử lại thấy tiệm cận ngang là $y = 1$ là tiếp tuyến chung của hai đường tròn. Vậy chọn D.

14. $y' = 3x^2 - 3$. Hàm số có hai điểm cực trị $x = \pm 1$. Các giá trị của hàm số tại $x = \pm 1$ chính là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho, chúng là $3 - m$ và $-1 - m$. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (3 - m)(-1 - m) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 3$. Chọn D.

16. Trong bài toán này, trường hợp hàm số có cực trị, cần tìm điều kiện để

$$y_{CĐ} \cdot y_{CT} > 0 \Leftrightarrow \begin{matrix} y_{CT} > 0 \\ y_{CĐ} < 0 \end{matrix}.$$ Chọn D.

17. Đồ thị qua $A(0;-3)$ và $B(-1;-5)$ suy ra $c = -3$ và $a + b = -2$. Chỉ có A thỏa mãn điều kiện này. Vậy chọn A.

18. Vẽ đồ thị $y = x^2 - 2x$ phía $x \geq 0$ rồi lấy đối xứng của nó qua trục Oy. Để ý (0; 0) là điểm cực trị. Vậy chọn A.

19. $y = \dfrac{2|x|\sqrt{1 - \dfrac{1}{x^2}} + 1}{x} = \dfrac{2|x|}{x}\sqrt{1 - \dfrac{1}{x^2}} + \dfrac{1}{x}$ nên $\lim\limits_{x \to +\infty} y = 2$, $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -2$. Chọn D.

20. Vì $x^2 = |x|^2$ nên $y = \dfrac{x^2 + 1}{(|x| + 1)(|x| - 5)}$, do đó $\lim\limits_{x \to \pm 5} y = +\infty$. Chọn C.

21. Điều kiện của m là $x^2 - 2x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác nghiệm của tử thức. Suy ra $m < 1$ và $m \neq -8$. Vậy chọn B.

22. $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + (m - 1)x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm $x = -1$, $x = 2 - m$. Yêu cầu hai nghiệm này phải khác nhau và nằm trong khoảng $(-5; 5)$ tức $m \neq 3$ và $-3 < m < 7$. Vậy chọn D.

23. Phương trình $t^2 - 2t + m = 0$ phải có hai nghiệm trái dấu, tức $m < 0$. Chọn A.

24. Vẽ cung parabol $y = x^2 - x$, $x \in [-2; 2]$. Giữ nguyên phần phía trên trục hoành và thay phần phía dưới trục hoành bằng hình đối xứng của nó qua Ox ta được đồ thị hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 2]$. Từ đó thấy ngay $M = 6, m = 0$. Chọn D.

25. Trước tiên, hàm số phải xác định trong khoảng $(-\infty;3)$ tức là $m \notin (-\infty;3)$ hay $m \geq 3$. Với điều kiện này $y' = \dfrac{-m+1}{(x-m)^2} < 0, \forall x \in (-\infty;3)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$. Chọn C.

26. $y' = \dfrac{x^2+4x+5}{(x+2)^2} = \dfrac{(x+2)^2+1}{(x+2)^2} > 0$, hàm số không có cực trị. Chọn B.

27. M, m là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $f(t) = \dfrac{3t-1}{3+t}$ trên đoạn $[-1;1]$. So sánh giá trị $f(t)$ tại hai mút của đoạn $[-1;1]$ ta được $M = \dfrac{1}{2}, m = -2$. Chọn A.

28. Đồ thị có hai điểm cực trị là gốc tọa độ và $A(1;-1)$. Đường thẳng nối hai điểm này có phương trình $y = -x$. Chọn B.

29. $y' = -1 + \dfrac{2}{x^2}$ triệt tiêu và đổi dấu tại $x = \pm\sqrt{2}$ nên A và B đúng. Giá trị của hàm số tại $x = \sqrt{2}$ là $y = -2\sqrt{2}$, giá trị của hàm số tại $x = -\sqrt{2}$ là $y = 2\sqrt{2}$ suy ra D đúng. Vậy C sai, chọn C.

30. Tập xác định: $\mathcal{D} = [-6; 4]$. $y' = \dfrac{-1}{2\sqrt{4-x}} - \dfrac{1}{2\sqrt{x+6}} < 0$, nên hàm số đạt giá trị lớn nhất tại mút trái. Chọn A.

31. Hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ có $y' = -3x^2 - 6x$. Trong khoảng $(-1; 1)$, y' chỉ có một nghiệm $x = 0$. Giá trị của y tại $x = -1; 0; 1$ lần lượt là $m-2$, m, $m-4$, giá trị nhỏ nhất là $m-4$. Vì vậy yêu cầu bài toán được thực hiện khi $m = 4$. Chọn A.

32. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có $y_{CT} = -4$, $y_{CD} = -3$. Lập bảng biến thiên, ta thấy yêu cầu bài toán được thực hiện khi $-4 < m < -3$. Chọn B.

33. Đặt $t = \sin 2x$ thì M, m là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $f(t) = t + \sqrt{2-t^2}$ trên đoạn $[-1;1]$. Có $f'(t) = 1 - \dfrac{t}{\sqrt{2-t^2}}$. Vì $f'(t) = 0$ có một nghiệm duy nhất $t = 1$ nên trong khoảng $(-1;1)$ thì $f'(t) = 0$ vô nghiệm. Do $f(-1) = 0, f(1) = 2$ nên $M = 2, m = 0, M - m = 2$. Chọn B.

34. B_1, B_2 có hoành độ là hai nghiệm phân biệt của $x^2+2mx+3m-2=0$. Tam giác OB_1B_2 có chiều cao $OH=\sqrt{2}$ (khoảng cách từ O tới đường thẳng $y=2-x$) và có độ dài cạnh đáy $B_1B_2=|x_1-x_2|\sqrt{2}$ (chú ý rằng B_1, B_2 nằm trên đường thẳng $y=2-x$). Vậy yêu cầu bài toán được thực hiện khi

$$\frac{1}{2}.\sqrt{2}.|x_1-x_2|\sqrt{2}=2 \text{ hay } |x_1-x_2|=2 \Leftrightarrow (x_1-x_2)^2=4 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=4.$$

Sử dụng định lí Vi-ét suy ra $m^2-(3m-2)=1 \Leftrightarrow m=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$. Chọn A.

35. Đồ thị không có tiệm cận, không nhận trục tung làm trục đối xứng, suy ra A, B bị loại. Từ đồ thị suy ra $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$ nên C bị loại. Vậy chọn D.

36. Cần $y'=3x^2-3m<0, \forall x\in(-1;1)$ hay $m>x^2, \forall x\in(-1;1)$. Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)=x^2$, xét trong khoảng $(-1;1)$ ta thấy yêu cầu bài toán được thực hiện khi $m\geq 1$. Chọn B.

37. $y'=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$ không xác định tại $x=1$, triệt tiêu và đổi dấu tại $x=0$ và $x=2$. Từ bảng dấu của y' suy ra phải chọn B.

38. Các hàm số trong ba phương án A, B, C không xác định tại $x=0\in(-1;1)$ nên cả ba phương án này đều bị loại. Chọn D.

39. Các hàm số cho trong các phương án B, C, D đều có đạo hàm không âm nên các hàm số này không có cực trị. Vì vậy phải chọn A.

40. Đồ thị hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$ nhận trục tung làm trục đối xứng và có phần bên phải trục tung trùng với phần bên phải trục tung của đồ thị hàm số $y=f(x)=2x^3-9x^2+12x$. Có $f'(x)=6(x^2-3x+2)$. Chú ý rằng $f(0)=0, f(1)=5, f(2)=4$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$, ta dễ dàng lập được bảng biến thiên của đồ thị $y=f(x)$ với $x\in[0;+\infty)$. Yêu cầu bài toán tương đương với điều kiện đường thẳng $y=m$ cắt nhánh bên phải trục tung của đồ thị $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt, tức là $4<m<5$. Chọn A.

41. $y = x(x-1)^2 - m(x-1) = (x-1)\ x(x-1) - m$. Như vậy đồ thị hàm số đã cho luôn cắt trục hoành tại $x=1$, yêu cầu bài toán trở thành: $x(x-1)-m=0$ phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 < 3$. Hai điều kiện đầu là $1+4m>0$ và $m \neq 0$. Viết lại điều kiện $x_1^2 + x_2^2 < 3$ thành $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 < 3 \Leftrightarrow 1+2m<3 \Leftrightarrow m<1$.

Vậy $-\frac{1}{4} < m < 1$ (và $m \neq 0$). Chọn C.

43. Hàm số có $y' = -3(x-1)^2 + 3m^2$. Hàm số có hai điểm cực trị $x_{1,2} = 1 \pm m$ với điều kiện $m \neq 0$. Hai điểm cực trị của đồ thị là $A_1\left(x_1 = 1+m, y_1 = 2m^3 - 2\right)$, $A_2\left(x_2 = 1-m, y_2 = -2m^3 - 2\right)$. Cần phải có $OA_1 = OA_2 \Leftrightarrow x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2$, từ đó $m = \pm\frac{1}{2}$. Chọn A.

Đáp án

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	C	12	B	23	A	34	A
2	B	13	D	24	D	35	D
3	D	14	D	25	C	36	B
4	C	15	B	26	B	37	B
5	A	16	D	27	A	38	D
6	A	17	A	28	B	39	A
7	C	18	A	29	C	40	A
8	B	19	D	30	A	41	C
9	A	20	C	31	A	42	B
10	D	21	B	32	B	43	A
11	D	22	D	33	B		

Chủ đề 2

HÀM SỐ LUỸ THỪA, HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT

I. KIẾN THỨC VÀ KĨ NĂNG CẦN THIẾT

I. 1. Kiến thức

1. Lũy thừa

- Lũy thừa với số mũ nguyên: Cho n là một số nguyên dương, a là số thực tùy ý, lũy thừa bậc n của a là tích của n thừa số a : $a^n = \underbrace{a.a...a}_{n}$. Với $a \neq 0$: $a^0 = 1$; $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$.

- Cho số thực b và số nguyên dương n $(n \geq 2)$. Số a được gọi là **căn bậc *n*** của số b nếu $a^n = b$.

Khi n lẻ, chỉ có một căn bậc n của $b \in \mathbb{R}$, kí hiệu là $\sqrt[n]{b}$.

Khi n chẵn, chỉ xét với $b \geq 0$; với $b > 0$ có đúng hai căn bậc n trái dấu của b, căn có giá trị dương được kí hiệu là $\sqrt[n]{b}$.

- Các tính chất của căn bậc n (giả sử các căn sau có nghĩa): $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$; $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}, (b \neq 0)$; $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$; $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, \text{khi } n \text{ lẻ} \\ |a|, \text{khi } n \text{ chẵn} \end{cases}$; $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$.

- Lũy thừa với số mũ hữu tỉ: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ với $a > 0$, $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

- Tính chất của lũy thừa với số mũ thực: Với a, b là những số thực dương; α, β là những số thực tùy ý:

$$a^\alpha.a^\beta = a^{\alpha+\beta}\ ;\ \frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}\ ;\ \left(a^\alpha\right)^\beta = a^{\alpha.\beta}\ ;\ (ab)^\beta = a^\beta.b^\beta\ ;\ \left(\frac{a}{b}\right)^\beta = \frac{a^\beta}{b^\beta}.$$

Nếu $a > 1$ thì $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

Nếu $0 < a < 1$ thì $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$.

2. Hàm số lũy thừa

- Hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha \in \mathbb{R}$ được gọi là *hàm số lũy thừa*.

- Đạo hàm của hàm số lũy thừa: $\left(x^\alpha\right)' = \alpha.x^{\alpha-1}$ với $x > 0, \alpha \in \mathbb{R}$.

- Đạo hàm của hàm hợp: $\left(u^\alpha\right)' = \alpha.u^{\alpha-1}.u'$.

3. Lôgarit

Với a, b và c là những số thực dương; $a \neq 1$. Ta có:

Định nghĩa, tính chất	*Công thức tính lôgarit*	*Công thức đổi cơ số* $(b \neq 1)$
$\log_a b = \alpha \Leftrightarrow a^\alpha = b.$	$\log_a (b.c) = \log_a b + \log_a c.$	$\log_b c = \dfrac{\log_a c}{\log_a b}$
$\log_a 1 = 0;$ $\log_a a = 1.$	$\log_a \dfrac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$	$\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$
$a^{\log_a b} = b;$ $\log_a (a^\alpha) = \alpha.$	$\log_a (b^\alpha) = \alpha \log_a b.$	$\log_{a^\alpha} b = \dfrac{1}{\alpha} \log_a b$
– Lôgarit thập phân: là lôgarit cơ số 10, kí hiệu $\log b$ hay $\lg b$. – Lôgarit tự nhiên là lôgarit cơ số e (e ≈ 2,718), kí hiệu là $\ln b$.	$\log_a \sqrt[n]{b} = \dfrac{1}{n} \log_a b.$	$\log_{\frac{1}{a}} b = -\log_a b$

4. Hàm số mũ, hàm số lôgarit

- Hàm số mũ: $y = a^x$ với $a > 0$ và $a \neq 1$. Tập xác định $\mathbb{R}$. Tập giá trị $\mathbb{R}_+^*$, tập các số thực dương. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 1$, nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $0 < a < 1$.
- Hàm số lôgarit: $y = \log_a x$ với $a > 0$, $a \neq 1$. Tập xác định $\mathbb{R}_+^*$. Tập giá trị $\mathbb{R}$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}_+^*$ khi $a > 1$, nghịch biến trên $\mathbb{R}_+^*$ khi $0 < a < 1$.

Hệ quả từ định nghĩa hàm số mũ và hàm số lôgarit (với $a > 0$ và $a \neq 1$):

a) Nếu $a > 1$ thì $a^\alpha < a^\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$.

b) Nếu $0 < a < 1$ thì $a^\alpha < a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

c) Cho $0 < a < b$, ta có: $\begin{cases} a^\alpha < b^\alpha \text{ khi } \alpha > 0 \\ a^\alpha > b^\alpha \text{ khi } \alpha < 0. \end{cases}$

d) Nếu $a > 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c > 0$.

e) Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow 0 < b < c$.

f) Nếu $a > 1$ thì $\log_a b > 0 \Leftrightarrow b > 1$.

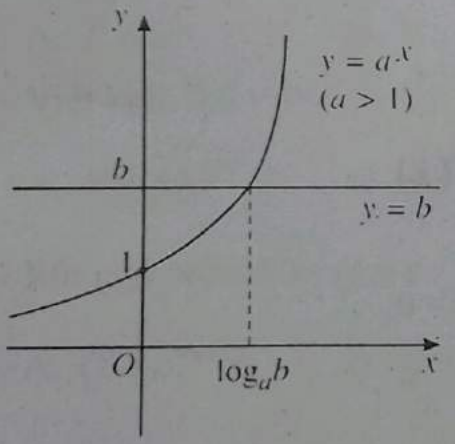
g) Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a b > 0 \Leftrightarrow 0 < b < 1$.

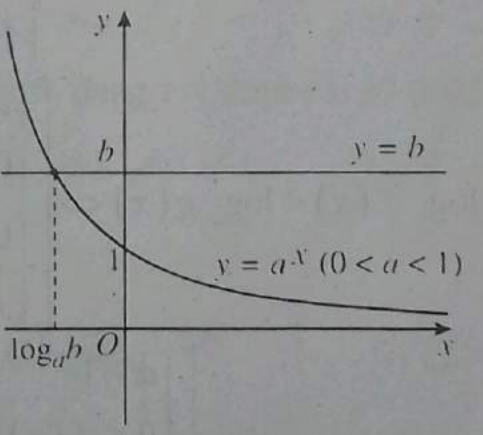
h) $a^\alpha = a^\beta \Leftrightarrow \alpha = \beta$.

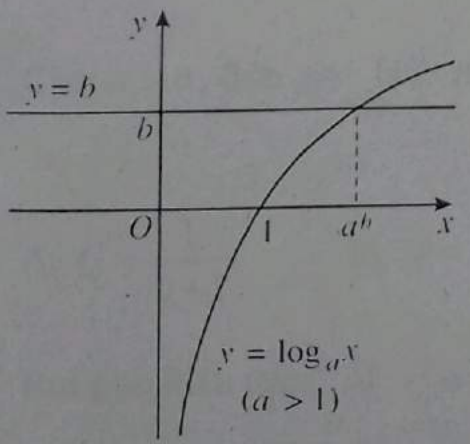
i) $\log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N > 0$.

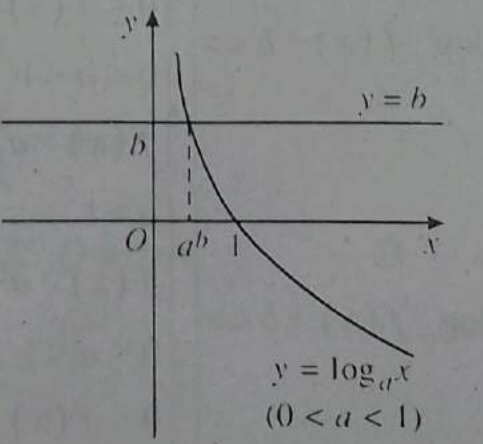
- Đạo hàm và đồ thị của hàm số mũ, hàm số lôgarit

Hàm sơ cấp	Hàm hợp $(u = u(x))$
$(e^x)' = e^x$ $(a^x)' = a^x \ln a$	$(e^u)' = e^u u'$ $(a^u)' = a^u . \ln a . u'$
$(\ln\|x\|)' = \frac{1}{x}$ $(\log_a\|x\|)' = \frac{1}{x \ln a}$	$(\ln\|u\|)' = \frac{u'}{u}$ $(\log_a\|u\|)' = \frac{u'}{u \ln a}$









5. Phương trình và bất phương trình mũ

a) $a^{f(x)} = a^{g(x)} (0 < a \neq 1) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.

$a^{f(x)} = b \quad (0 < a \neq 1,\ b > 0) \Leftrightarrow f(x) = \log_a b$.

b) $a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$ (nếu $a > 1$) hoặc

$a^{f(x)} < a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$ (nếu $0 < a < 1$).

c) $a^{f(x)} < b \Leftrightarrow f(x) < \log_a b$ (nếu $a > 1, b > 0$) hoặc

$a^{f(x)} < b \Leftrightarrow f(x) > \log_a b$ (nếu $0 < a < 1,\ b > 0$).

6. Phương trình và bất phương trình lôgarit

a) $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) = a^b. \end{cases}$

b) $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ g(x) > 0 \\ f(x) = g(x). \end{cases}$

c) $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ 0 < f(x) < g(x) \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ f(x) > g(x) > 0. \end{cases} \end{array}\right.$

d) $\log_a f(x) < b \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ 0 < f(x) < a^b \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ f(x) > a^b. \end{cases} \end{array}\right.$

e) $\log_a f(x) > b \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > a^b \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < a < 1 \\ 0 < f(x) < a^b. \end{cases} \end{array}\right.$

I. 2. Kĩ năng

- Biết tìm tập xác định của các hàm số liên quan đến hàm số lũy thừa, hàm số mũ, hàm số lôgarit, biết rút gọn các biểu thức có chứa lũy thừa và lôgarit.
- Biết tìm đạo hàm, giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của các hàm số lũy thừa, mũ, lôgarit; biết vẽ, nhận biết dáng điệu đồ thị, đường tiệm cận của chúng.
- Biết sử dụng các tính chất về các hàm số mũ, lôgarit để giải phương trình.
- Biết sử dụng các tính chất về bất đẳng thức của hàm số mũ, hàm số lôgarit để giải các bất phương trình mũ, bất phương trình lôgarit.

II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Cho a là một số dương, viết biểu thức $P = a^{\frac{3}{5}}\sqrt[3]{a}$ dưới dạng luỹ thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P = a^{\frac{1}{5}}$. B. $P = a^{\frac{14}{15}}$. C. $P = a^{\frac{14}{5}}$. D. $P = a^{\frac{1}{3}}$.

2. Cho a là một số dương, viết biểu thức $P = a^{\frac{2}{3}} : \sqrt[5]{a^2}$ dưới dạng luỹ thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P = a^{\frac{7}{15}}$. B. $P = a^{\frac{16}{15}}$. C. $P = a^{\frac{4}{15}}$. D. $P = a^{\frac{13}{15}}$.

3. Viết biểu thức $P = \sqrt{x}.\sqrt[3]{x}.\sqrt[6]{x^5}$ $(x > 0)$ dưới dạng luỹ thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P = x^{\frac{11}{5}}$ B. $P = x^{\frac{4}{3}}$. C. $P = x^{\frac{5}{3}}$. D. $P = x^{\frac{7}{6}}$.

4. Rút gọn biểu thức $Q = a^{-2\sqrt{3}}.\left(\frac{1}{a^{-\sqrt{3}-1}}\right)^{\sqrt{3}+1}$.

A. $Q = a^{4+4\sqrt{3}}$. B. $Q = a^{2\sqrt{3}}$. C. $Q = a^{4+2\sqrt{3}}$. D. $Q = a^4$.

5. Cho $a > 0$, đơn giản biểu thức $Q = \dfrac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)}$.

A. $Q = \dfrac{1}{a+1}$. B. $Q = \dfrac{1}{a}$. C. $Q = a+1$. D. $Q = a$.

6. Rút gọn biểu thức $M = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2\left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$.

A. $M = x$. B. $M = \dfrac{1}{x}$. C. $M = -x$. D. $M = \sqrt{x}$.

7. Cho $a>0;b>0;a\neq b$, đơn giản biểu thức sau: $N=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}.b^{-\frac{1}{3}}-a^{-\frac{1}{3}}.b^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{b^2}}$.

A. $N=\sqrt[3]{a}$. B. $N=\sqrt[3]{b}$. C. $N=\dfrac{1}{\sqrt[3]{ab}}$. D. $N=\sqrt[3]{ab}$.

8. Với a,b là các số thực dương. Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{a^{\frac{1}{2}}.\sqrt[3]{b}+b^{\frac{1}{2}}.\sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}$.

A. $P=\sqrt[6]{ab}$. B. $P=\sqrt[3]{ab}$. C. $P=\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}$. D. $P=\dfrac{1}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}$.

9. Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{\left(a^{2\sqrt{2}}-1\right)\left(a^{3\sqrt{2}}-a^{2\sqrt{2}}+a^{\sqrt{2}}\right)}{a^{4\sqrt{2}}+a^{\sqrt{2}}}$ với a là số dương.

A. $P=a^{\sqrt{2}}$. B. $P=a^{\sqrt{2}}-1$. C. $P=a^{\sqrt{2}}+1$. D. $P=a^{2\sqrt{2}}-1$.

10. Rút gọn biểu thức $Q=\dfrac{2:4^{-2}+\left(3^{-2}\right)^3\left(\dfrac{1}{9}\right)^{-3}}{5^{-3}.25^2+(0,7)^0.\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-3}}$.

A. $Q=\dfrac{1}{8}$. B. $Q=\dfrac{33}{5}$. C. $Q=\dfrac{33}{13}$. D. $Q=\dfrac{32}{13}$.

11. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\log_5 125=3$. B. $\log_2 32=4$. C. $\log_3\dfrac{1}{27}=3$. D. $\log_{25}\dfrac{1}{125}=-2$.

12. Rút gọn: $P=\log_2 16.\log_3 27.\log_8 32.\log_3\dfrac{1}{9}$.

A. $P=40$. B. $P=20$. C. $P=-20$. D. $P=-40$.

13. Rút gọn: $Q=\log_a b^2+2\log_{a^2} b^4+3\log_{a^3} b^6-4\log_{a^4} b^8$.

A. $Q=4\log_a b$. B. $Q=12\log_a b$. C. $Q=10\log_a b$. D. $Q=-2\log_a b$.

14. Tính $\log_{\frac{1}{a}}\sqrt[3]{a^{10}}$ $(a>0,a\neq 1)$.

A. -1. B. 10. C. $-\dfrac{10}{3}$. D. $\dfrac{10}{3}$.

15. Tính $\log_a\left(\dfrac{a^2.\sqrt[3]{a^2}.\sqrt[5]{a^2}}{\sqrt[7]{a^{12}}}\right)$.

A. $\dfrac{149}{60}$. B. $\dfrac{46}{15}$. C. $\dfrac{142}{105}$. D. $\dfrac{8}{3}$.

16. Cho $a=\log_2 5$. Tính $\log_4 1250$ theo a.

A. $2(1+4a)$. B. $\dfrac{1+4a}{2}$. C. $\dfrac{1-4a}{2}$. D. $2(1-4a)$.

17. Cho $a=\ln 2$. Hãy biểu diễn $\dfrac{1}{16}\ln\dfrac{1}{8}-\dfrac{1}{8}\ln\dfrac{1}{16}$ theo a.

A. $-\dfrac{5a}{16}$. B. $\dfrac{11a}{16}$. C. $\dfrac{a}{8}$. D. $\dfrac{5a}{16}$.

18. Tính: $\log_2 7.\log_{125} 8.\log_7 5$.

A. $\dfrac{1}{3}$. B. -3. C. 3. D. 1.

19. Tính: $9^{\log_{\sqrt{3}} 2}$.

A. 8. B. 16. C. 2. D. 4.

20. Cho $a=\log_2 5$; $b=\log_2 3$. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_3 675$ theo a và b.

A. $P=\dfrac{2a}{b}+3$. B. $P=\dfrac{2a}{b}$. C. $P=\dfrac{a}{b}+3$. D. $P=\dfrac{2a}{b}+1$.

21. Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(4x^2-9\right)^{-4}$.

A. $\left(-\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. B. $\left[-\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2}\right]$.

C. $\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]\cup\left[\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. D. $\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right)\cup\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$.

22. Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(2x^2-x+5\right)^{\frac{1}{3}}$.

A. $y'=\dfrac{4x-1}{3\sqrt[3]{2x^2-x+5}}$. B. $y'=\dfrac{4x-1}{\sqrt[3]{\left(2x^2-x+5\right)^2}}$.

C. $y'=\dfrac{4x-1}{3\sqrt[3]{\left(2x^2-x+5\right)^2}}$. D. $y'=\dfrac{1}{3\sqrt[3]{\left(2x^2-x+5\right)^2}}$.

23. Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn đồng biến trên toàn tập xác định của nó?

A. $y = x^{-6}$. B. $y = x^2$. C. $y = \sqrt[5]{x}$. D. $y = x^{-\frac{2}{3}}$.

24. Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn nghịch biến trên toàn tập xác định của nó?

A. $y = 2^x$. B. $y = \left(\sqrt{7} - \sqrt{2}\right)^x$.

C. $y = \left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^x$. D. $y = \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)^x$.

25. Cho $0 < a < 1$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. $a^x > 1$ khi $x < 0$. B. $0 < a^x < 1$ khi $x > 0$.

C. $x_1 < x_2$ thì $a^{x_1} < a^{x_2}$. D. $a^{x_1} = a^{x_2} \Leftrightarrow x_1 = x_2$.

26. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^{|x|}$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$.

A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. 1. D. 4.

27. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ trên đoạn $[-2; 3]$.

A. $\frac{27}{8}$. B. $\frac{8}{27}$. C. $\frac{9}{4}$. D. $\frac{4}{9}$.

28. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2\sqrt{5}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{3\sqrt{2}}$. B. $3^{6\sqrt{2}} < 3^{2\sqrt{6}}$.

C. $7^{6\sqrt{3}} < 7^{-3\sqrt{6}}$. D. $\left(\frac{2}{3}\right)^{2\sqrt{2}} > \left(\frac{2}{3}\right)^{3\sqrt{3}}$.

29. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}}\left(-2x^2 + 6x\right)$.

A. $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. B. $[0; 3]$. C. $(-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$. D. $(0; 3)$.

30. Hàm số $y = \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}}(x+3)$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(-3; +\infty)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $[-3; +\infty)$.

31. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \log_{\frac{\sqrt{5}}{3}} x$. B. $y = \log_{\sqrt{3}}(x-3)$.

C. $y = \log_{\frac{\pi}{2}} x$. D. $y = \log_{\sqrt{3}+\sqrt{2}} x$.

32. Cho $a>0, a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Tập giá trị của hàm số $y=a^x$ là $\mathbb{R}$.

B. Tập giá trị của hàm số $y=\log_a x$ là $\mathbb{R}$.

C. Tập xác định của hàm số $y=a^x$ là khoảng $(0;+\infty)$.

D. Tập xác định của hàm số $y=\log_a x$ là $\mathbb{R}$.

33. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\lg(x-2)+\lg(x+2)}$.

A. $(-\infty;+\infty)$.

B. $\left(-\sqrt{5};\sqrt{5}\right)$.

C. $\left[\sqrt{5};+\infty\right)$.

D. $\left(-\infty;-\sqrt{5}\right]\cup\left[\sqrt{5};+\infty\right)$.

34. Tìm giá trị của x để đồ thị hàm số $y=\log_3 x$ nằm phía trên đường thẳng $y=2$.

A. $x>0$.

B. $x>9$.

C. $x<9$.

D. $x<0$.

35. Cho hàm số $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$. Tính $f'(0)$.

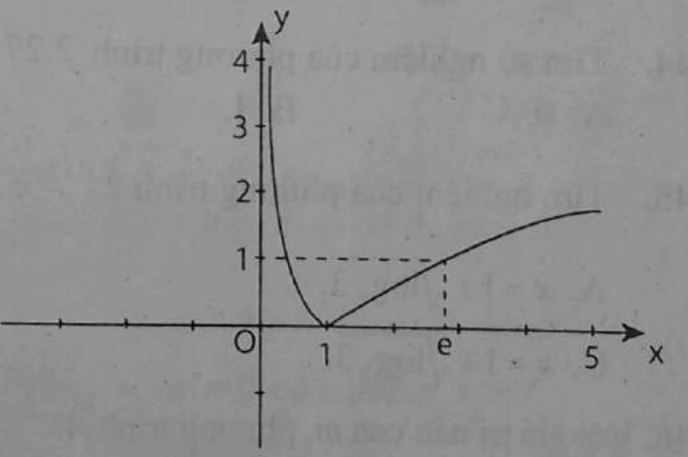
A. 2.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 0.

D. 1.

36. Hàm số nào có đồ thị như ở hình bên ?



A. $y=|\ln x|$.

B. $y=|\ln(x+1)|$.

C. $y=\ln|x|$.

D. $y=\ln|x+1|$.

37. Tìm nghiệm của phương trình $3^{2x-1}+2.3^{x-1}-1=0$.

A. $x=1$.

B. $x=0$.

C. $x=2$.

D. $x=-1$.

38. Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị hai hàm số $y=3^x$ và $y=\frac{1}{3}$.

A. $\left(1;\frac{1}{3}\right)$.

B. $\left(-1;-\frac{1}{3}\right)$.

C. $\left(-1;\frac{1}{3}\right)$.

D. $\left(1;-\frac{1}{3}\right)$.

39. Tìm tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{3}{2}\right)^{2-2x}=\left(\frac{8}{27}\right)^{x-2}$.

A. $\left\{\frac{8}{5}\right\}$. B. $\left\{\frac{4}{5}\right\}$. C. $\{8\}$. D. $\{4\}$.

40. Tìm nghiệm của phương trình $\left(\frac{5}{4}\right)^{1-x^2}=\left(\frac{16}{25}\right)^{2x+2}$.

A. $x=1\,;\,x=-5$. B. $x=-1\,;\,x=5$.

C. $x=-1$. D. $x=-5$.

41. Tìm số nghiệm của phương trình $2^x-3.2^{\frac{x+2}{2}}+8=0$.

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

42. Tìm nghiệm của phương trình $\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^{2x}+\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^{2x}=6.2^{x-1}$.

A. $x=1;x=-1$. B. $x=1;x=0$. C. $x=-1;x=0$. D. $x=2;x=-2$.

43. Tìm nghiệm của phương trình $3^x-8.3^{\frac{x}{2}}+15=0$.

A. $\left[\begin{array}{l}x=2\\x=\log_3 25.\end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l}x=2\\x=3.\end{array}\right.$ C. $\left[\begin{array}{l}x=2\\x=\log_3 5.\end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l}x=\log_3 5\\x=\log_3 25.\end{array}\right.$

44. Tìm số nghiệm của phương trình $2.27^x+18^x=4.12^x+3.8^x$.

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

45. Tìm nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x}=\frac{3}{2}$.

A. $x=1\pm\sqrt{\log_2 3}$. B. $x=2\pm\sqrt{\log_2 3}$.

C. $x=1+\sqrt{\log_2 3}$. D. $x=1-\sqrt{\log_2 3}$.

46. Với giá trị nào của m, phương trình $4^{x+1}-2^{x+2}+m=0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m<1$. B. $m\le 0$. C. $m\ge 1$. D. $0<m<1$.

47. Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_3(5x+2)=\log_3(-2x+5)$.

A. $\left\{\frac{3}{7}\right\}$. B. $\left\{\frac{7}{3}\right\}$. C. $\{1\}$. D. $\left\{\frac{5}{7}\right\}$.

48. Tìm x, biết $\log_2 x=2\log_2 a+3\log_2 b$.

A. $x=a^3b^2$. B. $x=a^2b^3$. C. $x=a^2b^2$. D. $x=a^3b^3$.

49. Tìm tập nghiệm của phương trình $\lg|x+1|+\lg|x+3|=\lg(x+7)$.

A. $\{1;4\}$. B. $\{-1;4\}$. C. $\{-4;1\}$. D. $\{-4;-1\}$.

50. Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_2 x+\log_4 x+\log_8 x=11$.

A. $\{2\}$. B. $\{32\}$. C. $\{64\}$. D. $\{36\}$.

51. Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(\log_2 x)=1$.

A. $x=8$. B. $x=6$. C. $x=2$. D. $x=9$.

52. Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}} x+\log_3 x-\log_9 x=5$.

A. $\{8\}$. B. $\{3\}$. C. $\{6\}$. D. $\{9\}$.

53. Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_4\left[\log_3(\log_2 x^9)\right]=\frac{1}{2}$.

A. $\{\log_9 2\}$. B. $\{2\}$. C. $\{9\}$. D. $\{2^9\}$.

54. Tìm tập nghiệm của phương trình $\frac{9}{1+2\log_2 x}-\frac{10}{3+2\log_2 x}=1$.

A. $\left\{1;8\sqrt{2}\right\}$. B. $\left\{\frac{1}{8\sqrt{2}};1\right\}$. C. $\left\{2;8\sqrt{2}\right\}$. D. $\left\{\frac{1}{8\sqrt{2}};2\right\}$.

55. Tìm x, biết $\log_2(2x-3)^2-2\log_2 x=4$.

A. $x=\frac{1}{4}$. B. $x=\frac{1}{2}$. C. $x=1$. D. $x=2$.

56. Tìm tung độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ và đồ thị hàm số $y=\frac{4^x}{2}$.

A. $y=1$. B. $y=2$. C. $y=4$. D. $y=0$.

57. Tìm m để phương trình $\log_2^2 x+2\log_2 x-m=0$ có nghiệm $x>2$.

A. $m<-1$. B. $m<3$. C. $m>3$. D. $m\geq 3$.

58. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2}+3^{x-1}\leq 28$.

A. $(1;+\infty)$. B. $(-\infty;1]$. C. $(-\infty;+\infty)$. D. $(-1;1)$.

59. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^{|x-1|}\geq 4$.

A. $(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$. B. $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

C. $(-1;3)$. D. $[-1;3]$.

60. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $4^x - 3.2^x + 2 > 0$.

A. $(-1;0)$. B. $[0;1]$. C. $(0;1)$. D. $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

61. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt{5}-1\right)^x + \left(\sqrt{5}+1\right)^x - 2^{x+\frac{3}{2}} \le 0$.

A. $\left(-\infty;\log_{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}(\sqrt{2}-1)\right)$. B. $(-\infty;+\infty)$.

C. $\left[\log_{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}(\sqrt{2}-1);\log_{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}(\sqrt{2}+1)\right]$. D. $\left(\log_{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}(\sqrt{2}+1);+\infty\right)$.

62. Tìm m để bất phương trình $9^x - 2.3^x + 3 - m > 0$ nghiệm đúng với mọi x.

A. $m < 2$. B. $m < 3$. C. $2 < m < 3$. D. $m = 2$.

63. Tìm nghiệm của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 3x + 2\right) \ge -1$.

A. $x \in [0;1)\cup(2;3]$. B. $x \in (-\infty;1)$.

C. $x \in [0;2)$. D. $[1;2]$.

64. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2} x - \log_5(x-2) < \log_{0,2} 3$.

A. $(-3;3)$. B. $(3;+\infty)$. C. $(-\infty;+\infty)$. D. $(-\infty;3)$.

65. Tìm nghiệm của bất phương trình $\log_2(3^x - 2) < 0$.

A. $x < 1$. B. $\log_3 2 < x < 1$. C. $x \le \log_3 2$. D. $x \ge 1$.

66. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{2}\log_2\left(x^2 + 4x - 5\right) > \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x+7}\right)$.

A. $\left[-7;\frac{-27}{5}\right]$. B. $(-\infty;-7]$. C. $(-7;\frac{-27}{5})$. D. $\left[-\frac{27}{5};+\infty\right)$.

67. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2\left(1+\log_2 x\right)\log_4 x + \log_8 x < 0$.

A. $\left(-\infty;\frac{1}{2\sqrt[3]{2}}\right]$. B. $\left(\frac{1}{2\sqrt[3]{2}};1\right)$. C. $[1;+\infty)$. D. $\left[\frac{1}{2\sqrt[3]{2}};1\right]$.

68. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\log_2 x - m + 1 > 0$ luôn đúng với $x > 4$.

A. $m < 2$. B. $2 < m < 3$. C. $m \ge 3$. D. $m < 3$.

III. GỢI Ý - HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP ÁN

Gợi ý – Hướng dẫn giải

9. Đặt $t = a^{\sqrt{2}}$.

20. $P = \log_3 675 = \log_3(5^2.3^3) = \log_3 5^2 + 3 = 2.\dfrac{\log_2 5}{\log_2 3} + 3 = \dfrac{2a}{b} + 3$.

40. *Cách 1:* Thay giá trị của x vào và kết luận nghiệm.

Cách 2: Ta có: $\left(\dfrac{5}{4}\right)^{1-x^2} = \left(\dfrac{16}{25}\right)^{2x+2} \Leftrightarrow \left(\dfrac{5}{4}\right)^{1-x^2} = \left(\dfrac{4}{5}\right)^{4(1+x)} \Leftrightarrow \left(\dfrac{5}{4}\right)^{1-x^2} = \left(\dfrac{5}{4}\right)^{-4(1+x)}$

$\Leftrightarrow 1 - x^2 = -4 - 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 5 \end{array}\right.$.

Có hai nghiệm là $x = -1$ và $x = 5$.

44. Biến đổi phương trình thành $2.3^{3x} + 2^x.3^{2x} = 4.2^{2x}3^x + 3.2^{3x}$

$\Leftrightarrow 2\left(\dfrac{3}{2}\right)^{3x} + \left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x} - 4\left(\dfrac{3}{2}\right)^{x} - 3 = 0$.

Đặt $t = \left(\dfrac{3}{2}\right)^x, t > 0$, ta có phương trình

$2t^3 + t^2 - 4t - 3 = 0 \Leftrightarrow (2t-3)(t+1)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{3}{2} \\ t = -1 (\text{loại}). \end{array}\right.$

Khi $t = \dfrac{3}{2}$ thì $x = 1$.

45. Ta có $2^{x^2-2x} = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow \log_2 2^{x^2-2x} = \log_2 \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow x^2 - 2x = \log_2 3 - 1$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 - \log_2 3 = 0$. Vậy phương trình có nghiệm $x = 1 + \sqrt{\log_2 3}$ và $x = 1 - \sqrt{\log_2 3}$.

46. Đặt $t = 2^x > 0$, chuyển phương trình về dạng $4t^2 - 4t + m = 0 \Leftrightarrow m = -4t^2 + 4t$. Tìm m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị $y = -4t^2 + 4t$ tại 2 điểm phân biệt với $t > 0$.

57. Đặt $t = \log_2 x$, tìm điều kiện để phương trình $t^2 + 2t - m = 0$ có nghiệm $t > 1$.

61. Chuyển bất phương trình về dạng $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x+\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x-2\sqrt{2}\le 0$.

Đặt $t=\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x, t>0$.

66. Điều kiện $x\in(-7;-5)\cup(1;+\infty)$. Giải bất phương trình, tìm được $x<\frac{-27}{5}$.

Kết hợp điều kiện, bất phương trình có nghiệm $x\in(-7;\frac{-27}{5})$.

67. Điều kiện : $x>0$. Đặt $t=\log_2 x$.

Đáp án

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	B	24	D	47	A
2	C	25	C	48	B
3	C	26	C	49	C
4	D	27	C	50	C
5	D	28	D	51	A
6	A	29	D	52	D
7	C	30	B	53	B
8	B	31	A	54	D
9	B	32	B	55	B
10	C	33	C	56	A
11	A	34	B	57	C
12	D	35	D	58	B
13	A	36	A	59	A
14	C	37	B	60	D
15	C	38	C	61	C
16	B	39	D	62	A
17	D	40	B	63	A
18	D	41	B	64	B
19	B	42	A	65	B
20	A	43	A	66	C
21	D	44	B	67	B
22	C	45	A	68	D
23	C	46	D		

Chủ đề 3
NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

I. KIẾN THỨC VÀ KĨ NĂNG CẦN THIẾT

I.1. Kiến thức

Theo yêu cầu của Chuẩn kiến thức môn Toán lớp 12 THPT hiện hành, học sinh cần hiểu, nhớ các khái niệm và kết quả dưới đây.

Các khái niệm:

1. ***Định nghĩa nguyên hàm của hàm số:***

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K (K là một khoảng, đoạn hay nửa khoảng). Hàm số $F(x)$ được gọi là ***nguyên hàm*** của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in K$.

2. ***Kí hiệu nguyên hàm:***

Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì $F(x)+C, C \in \mathbb{R}$ là họ tất cả các nguyên hàm của $f(x)$ trên K, kí hiệu là $\int f(x)dx = F(x)+C$.

3. ***Định nghĩa tích phân của hàm số; Kí hiệu tích phân, cận trên, cận dưới của tích phân:***

- Nếu $f(x)$ là hàm số liên tục trên K, $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K và $a, b \in K$ thì tích phân từ a đến b của hàm số $f(x)$, kí hiệu là $\int_a^b f(x)dx$, là hiệu số $F(b)-F(a)$.

- Kí hiệu $\int_a^b$ được gọi là dấu tích phân, trong đó a, b tương ứng là cận dưới và cận trên, $f(x)dx$ là biểu thức dưới dấu tích phân, $f(x)$ là hàm số dưới dấu tích phân.

Ta cũng viết $\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b$, trong đó $F(x)\Big|_a^b = F(b)-F(a)$.

Các kết quả:

1. ***Sự tồn tại nguyên hàm:***

Định lí: Mọi hàm số liên tục trên K đều có nguyên hàm trên K.

2. *Tính chất của nguyên hàm:*

Tính chất 1: $\int f'(x)dx = f(x) + C$.

Tính chất 2: Nếu k là một số thực khác 0 thì $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$.

Tính chất 3: $\int[f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$.

3. *Bảng nguyên hàm của một số hàm số cơ bản (thường gặp):*

a) $\int 0dx = C, \int dx = x + C$.

b) $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1} + C(\alpha \neq -1), \int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$.

c) $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C(0 < a \neq 1), \int e^x dx = e^x + C$.

d) $\int \cos x dx = \sin x + C, \int \sin x dx = -\cos x + C$.

e) $\int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \tan x + C, \int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\cot x + C$.

4. *Công thức tính nguyên hàm bằng cách đổi biến số:*

Định lí: Nếu $\int f(u)du = F(u) + C$ và $u = u(x)$ là một hàm số có đạo hàm liên tục thì $\int f(u(x))u'(x)dx = F(u(x)) + C$.

5. *Công thức tính nguyên hàm từng phần:*

Định lí: Nếu $u(x), v(x)$ là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên K thì $\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)dx$.

6. *Tính chất của tích phân:*

Tính chất 1: Nếu k là một số thực thì $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$.

Tính chất 2: $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$.

Tính chất 3: $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx (a < c < b)$.

7. *Công thức tính tích phân bằng cách đổi biến số:*

Định lí 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Giả sử hàm số $x = \varphi(t)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[\alpha;\beta]$ sao cho $a = \varphi(\alpha), b = \varphi(\beta)$ và $a \leq \varphi(t) \leq b, \forall t \in [\alpha;\beta]$. Khi đó $\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$.

Định lí 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Nếu hàm số $u=u(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$, $\alpha \le u(x) \le \beta \left(\forall x \in [a;b]\right)$ sao cho $f(x)=g\left(u(x)\right)u'(x)$ trong đó $g(u)$ liên tục trên đoạn $[\alpha;\beta]$ thì $\int\limits_a^b f(x)dx = \int\limits_{u(a)}^{u(b)} g(u)du$. (Các định lí 1, 2 cũng đúng khi $\beta < \alpha$).

8. *Công thức tính tích phân từng phần:*

Định lí: Nếu $u=u(x)$ và $v=v(x)$ là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$ thì $\int\limits_a^b u(x)v'(x)dx = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int\limits_a^b u'(x)v(x)dx$.

9. *Công thức tính diện tích hình phẳng:*

- Nếu hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ thì diện tích của nó được tính theo công thức $S = \int\limits_a^b \left|f(x)\right| dx$.

- Nếu hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và hai đường thẳng $x=a, x=b$ thì diện tích của nó được tính theo công thức $S = \int\limits_a^b \left|f(x)-g(x)\right| dx$.

10. *Công thức tính thể tích khối tròn xoay:*

Nếu quay quanh trục Ox hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ thì khối tròn xoay tạo thành có thể tích $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)dx$.

I.2. Kĩ năng

Theo yêu cầu của Chuẩn kiến thức môn Toán lớp 12 THPT hiện hành, học sinh cần luyện tập thành thạo các kĩ năng sau đây:

1. *Có khả năng nhớ lại, tái hiện lại, nhắc lại các khái niệm, kí hiệu, các kết quả đã nêu ở mục I.1) trên đây trong các tình huống cụ thể* *(ứng với mức độ nhận biết).*

Ví dụ 1. *Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào* ***không đúng****?*

A. $\int 0dx = C$.

B. $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$.

C. $\int \cos x dx = \sin x + C$.

D. $\int \sin x dx = \cos x + C$.

Hướng dẫn giải: Để trả lời câu hỏi này, học sinh chỉ cần biết khái niệm nguyên hàm, nhận biết được kí hiệu $\int f(x)dx$ và nhớ bảng nguyên hàm cơ bản.

Cách giải: Áp dụng bảng nguyên hàm cơ bản, ta thấy D là khẳng định không đúng.

2. Có khả năng hiểu được ý nghĩa các khái niệm, kí hiệu, biết lập luận giải thích cho việc áp dụng các khái niệm, kí hiệu hay các kết quả đã nêu ở mục I.1) trong những tình huống cụ thể *(ứng với mức độ thông hiểu).*

1) *Tình huống 1:* Kiểm tra tính đúng đắn của khẳng định $\int f(x)dx = F(x)+C$

(tức là xét xem $F(x)$ có phải là một nguyên hàm của $f(x)$ hay không). Học sinh cần tính $F'(x)$ và xét xem $F'(x)$ có đúng bằng $f(x)$ hay không.

Ví dụ 2. *Tìm nguyên hàm của hàm số* $f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$.

A. $\int f(x)dx = \sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+C$. B. $\int f(x)dx = -\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+C$.

C. $\int f(x)dx = \sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+C$. D. $\int f(x)dx = \cos x+C$.

Hướng dẫn giải: Một cách tự nhiên, học sinh sẽ lần lượt kiểm tra các phương án trả lời, khả năng "xấu nhất" là có thể phải kiểm tra tới 3 phương án mới tìm được phương án đúng. Có thể "tiết kiệm" thời gian làm bài nếu học sinh biết xem xét đặc điểm các phương án trả lời và dự đoán cần kiểm tra phương án nào. Chú ý rằng $\frac{\pi}{2}-x$ và x là hai góc phụ nhau; $\frac{\pi}{2}-x$ và $\frac{\pi}{2}+x$ là hai góc bù nhau nên $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$ và $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$. Do đó, các đáp án A, C, D *là một.*

Vì vậy, ta *dự đoán đáp án đúng chỉ có thể là* B.

Cách giải: Áp dụng quy tắc tính đạo hàm, ta có

$$\left(-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right)'=-\left(\frac{\pi}{2}-x\right)'\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=f(x).$$

Do đó B là phương án đúng.

2) *Tình huống 2:* Kiểm tra tính đúng đắn của khẳng định $\int_a^b f(x)dx = m$. Học sinh cần tìm một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$, tính $F(a), F(b)$ và $F(b)-F(a)$ rồi

so sánh kết quả với m. Nếu $F(b)-F(a)=m$ đúng thì $\int_a^b f(x)dx=m$ là khẳng định đúng.

Ví dụ 3. *Tính tích phân* $I=\int_1^e \frac{1}{x}dx$.

A. $I=e$. B. $I=1$. C. $I=e^2$. D. $I=\pi$.

Cách giải: Áp dụng bảng nguyên hàm cơ bản, ta có $\int \frac{1}{x}dx=\ln|x|+C$. Từ đó, theo định nghĩa tích phân, ta có $\int_1^e \frac{1}{x}dx=\ln|x|\Big|_1^e=\ln e-\ln 1=1$.

Vậy phương án trả lời đúng là B.

3. *Có khả năng diễn tả các khái niệm, các kết quả từ hình thức thể hiện này sang hình thức thể hiện khác, từ lời sang công thức hoặc ngược lại* *(ứng với mức độ thông hiểu).*

Chẳng hạn, đẳng thức $\int f(x)dx=-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+C$ có nghĩa là $-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+C$ là họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ nên *ví dụ 2* có những cách phát biểu khác như sau:

Ví dụ 2a. *Khẳng định nào trong các khẳng định sau đây đúng?*

A. $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+C$ *là họ nguyên hàm của hàm số* $f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$.

B. $-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+C$ *là họ nguyên hàm của hàm số* $f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$.

C. $\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+C$ *là họ nguyên hàm của hàm số* $f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$.

D. $\cos x+C$ *là họ nguyên hàm của hàm số* $f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$.

Trả lời: Khẳng định đúng là B.

Chú ý 1: Để tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$, ta chỉ cần tìm một nguyên hàm $F(x)$ của nó. Vì vậy, ví dụ 2 cũng còn có cách phát biểu khác nữa như sau:

Ví dụ 2b. *Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là một nguyên hàm của* $f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$.

A. $F(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$.

B. $F(x)=-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$.

C. $F(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$.

D. $F(x)=\cos x$.

Trả lời: Chọn đáp án B.

Chú ý 2: Theo định nghĩa, nguyên hàm của $f(x)$ là các hàm số $F(x)$ thỏa mãn điều kiện $F'(x)=f(x), \forall x \in K$. Do đó, ví dụ 2 còn có cách phát biểu thứ ba sau đây:

Ví dụ 2c. *Tìm các hàm số* $F(x)$, *thỏa mãn điều kiện* $F'(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right), \forall x$.

A. $F(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+C$.

B. $F(x)=-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+C$.

C. $F(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+C$.

D. $F(x)=\cos x+C$.

Trả lời: Chọn đáp án B.

Chú ý 3: Thay vì hỏi khẳng định nào đúng, câu hỏi trắc nghiệm cũng có thể yêu cầu tìm phương án ***sai*** duy nhất trong 4 phương án như ví dụ sau:

Ví dụ 2d. *Trong các khẳng định sau, khẳng định nào* ***sai****?*

A. $F(x)=-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ *là một nguyên hàm của* $f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$.

B. $-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+C$ *là họ nguyên hàm của* $f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$.

C. $\int\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)dx=-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+C$.

D. $\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$ *là một nguyên hàm của* $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$.

Trả lời: D là khẳng định sai.

4. *Có khả năng vận dụng trực tiếp các kết quả* *(các tính chất, công thức, định lí) đã nêu trong mục I.1) (ứng với mức độ thông hiểu)*, cụ thể là:

- Biết tìm nguyên hàm của một hàm số đơn giản bằng cách sử dụng bảng nguyên hàm.
- Biết tìm nguyên hàm của những hàm số tương đối đơn giản bằng phương pháp khai triển.
- Biết tìm nguyên hàm của những hàm số tương đối đơn giản bằng phương pháp nguyên hàm từng phần.
- Biết tìm nguyên hàm của những hàm số tương đối đơn giản bằng phương pháp đổi biến số (không đổi biến số quá một lần).
- Biết tính tích phân bằng cách sử dụng định nghĩa.
- Biết sử dụng phương pháp tích phân từng phần để tính $\int_a^b x^m f(x)dx$, trong đó $f(x)$ có một trong các dạng e^{kx+n}, $\sin(kx+n)$, $\cos(kx+n)$.
- Biết tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số (đổi biến số không quá một lần).

Ví dụ 4. *Xét tích phân* $I=\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}dx$. *Nếu đặt* $t=x^2+1$ *thì khẳng định nào trong các khẳng định sau đây đúng?*

A. $I=\int_0^1 \sqrt{t}dt$. B. $I=\frac{1}{2}\int_0^1 \sqrt{t}dt$. C. $I=\frac{1}{2}\int_1^2 \sqrt{t}dt$. D. $I=2\int_1^2 \sqrt{t}dt$.

Hướng dẫn giải: Học sinh cần xem lại phương pháp tính tích phân bằng cách đổi biến số.

Cách giải: A và B sai vì chưa thực hiện phép đổi cận. Với $t=x^2+1$ thì $dt=2xdx$. Do đó $x\sqrt{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\sqrt{t}dt$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$ và $x=1\Rightarrow t=2$, do đó $I=\frac{1}{2}\int_1^2 \sqrt{t}dt$ và C là đáp án đúng.

Ví dụ 5. *Đặt* $I=\int_0^{\sqrt{8}} \sqrt{16-x^2}dx$ *và* $x=4\sin t$. *Khẳng định nào trong các khẳng định sau* ***sai?***

A. $I=2\pi+4$.

B. $dx=4\cos t dt$.

C. $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} 16\cos^2 t dt$.

D. $\sqrt{16-x^2}=4\cos t$.

Hướng dẫn giải: Trong câu hỏi trắc nghiệm này, người ra đề muốn kiểm tra khả năng thực hiện các phép biến đổi để tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số. Học sinh cần nhớ lại cách tính vi phân của hàm số, nhớ các phép biến đổi đồng nhất lượng giác và căn thức, nhớ khi đổi biến số tính tích phân phải đổi cận.

Cách giải: Từ giả thiết $x = 4\sin t$ suy ra $x'(t) = 4\cos t, dx = 4\cos t dt$, B đúng. Hơn nữa, $\sqrt{16-x^2} = \sqrt{16-16\sin^2 t} = \sqrt{16\cos^2 t} = 4|\cos t|$, nên D sai; D là đáp án cần chọn.

- Biết tính diện tích hình thang cong và tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong.
- Biết tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay một hình thang cong quanh trục Ox.
- Với các bài toán tính tích phân những hàm số chứa giá trị tuyệt đối, các bài toán tính diện tích hình phẳng, học sinh cần nắm vững kĩ năng phá dấu giá trị tuyệt đối, biết xét dấu một biểu thức. Đặc biệt, học sinh nên nắm được tính chất: *Nếu hàm số liên tục, không nhận giá trị không trên một khoảng thì có dấu không đổi trên khoảng đó (đã học ở lớp 11).*

Ví dụ 6. *Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường* $y = 2-x$, $y = 0$, $y = \sqrt{x}$.

A. $\frac{7}{6}$. B. $\frac{6}{7}$. C. 2. D. $\frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải: Dễ thấy đồ thị $y = \sqrt{x}$ cắt đường thẳng $y = 0$ tại $O(0;0)$; đường thẳng $y = 2-x$ cắt đường thẳng $y = 0$ tại $A(2;0)$; đường thẳng $y = \sqrt{x}$ cắt đường thẳng $y = 2-x$ tại $B(1;1)$. Diện tích cần tính là tổng diện tích hai hình thang cong.

Cách giải: Hình thang cong giới hạn bởi $y = \sqrt{x}, y = 0, x = 0, x = 1$ có diện tích $S_1 = \int_0^1 \sqrt{x}dx = \frac{2}{3}$.

Hình thang cong giới hạn bởi $y = 2-x, y = 0, x = 1, x = 2$ có diện tích là $S_2 = \int_1^2 (2-x)dx = -\frac{(2-x)^2}{2}\Big|_1^2 = \frac{1}{2}$.

Diện tích cần tính là $S_1 + S_2 = \frac{7}{6}$. A là đáp án đúng.

5. *Có khả năng phối hợp các kĩ năng nói trên để giải quyết những vấn đề tương đối phức tạp* *(ứng với mức độ vận dụng, vận dụng cao).*

Ví dụ 7. *Tính tích phân* $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(1-\cos x)^n\sin xdx$ (n là số tự nhiên).

A. $I=\dfrac{1}{2n}$. B. $I=\dfrac{1}{n-1}$. C. $I=\dfrac{1}{n+1}$. D. $I=\dfrac{1}{2n-1}$.

Hướng dẫn giải: Đây là một bài tập tính tích phân không quá khó nhưng học sinh không thể sử dụng máy tính cầm tay để tính. Các em học sinh cần nhớ một số phép đổi biến số cơ bản (trong câu hỏi trắc nghiệm không có gợi ý dùng phép đổi biến nào).

Cách giải: Đặt $t=1-\cos x$ thì $dt=\sin xdx$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0$; $x=\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow t=1$. Vậy $I=\int\limits_0^1 t^n dt=\left.\dfrac{t^{n+1}}{n+1}\right|_0^1=\dfrac{1}{n+1}$.

Đáp án đúng là C.

Ví dụ 8. *Khẳng định nào* ***sai****?*

A. $\sin\left(\int\limits_0^{\pi}(\pi-x)\sin xdx\right)=0$. B. $\cos\left(\dfrac{1}{2}\int\limits_0^{\pi}(\pi-x)\sin xdx\right)=0$.

C. $\tan\left(\dfrac{3}{4}\int\limits_0^{\pi}(\pi-x)\sin xdx\right)=-1$. D. $\cos\left(2\int\limits_0^{\pi}(\pi-x)\sin xdx\right)=-1$.

Hướng dẫn giải: Học sinh có thể lúng túng vì sự "cồng kềnh" của các biểu thức có mặt trong các đáp án. Bài toán trông sẽ "rõ ràng" hơn nếu đặt $\varphi=\int\limits_0^{\pi}(\pi-x)\sin xdx$ và các phương án trả lời trở thành:

A. $\sin\varphi=0$; B. $\cos\dfrac{\varphi}{2}=0$; C. $\tan\dfrac{3\varphi}{4}=-1$; D. $\cos 2\varphi=-1$.

Hãy tính φ bằng phương pháp tích phân từng phần.

Cách giải: Tính $\int\limits_0^{\pi}(\pi-x)\sin xdx$ bằng cách đặt $u=\pi-x, dv=\sin xdx$, ta có $du=-dx, v=-\cos x$ nên

$$\int\limits_0^{\pi}(\pi-x)\sin xdx=-(\pi-x)\cos x\Big|_0^{\pi}-\int\limits_0^{\pi}(-\cos x)(-dx)=\pi-\sin x\Big|_0^{\pi}=\pi.$$

Do đó có thể viết lại các khẳng định nêu trong câu hỏi thành:

A. $\sin\pi = 0$. B. $\cos\frac{\pi}{2} = 0$. C. $\tan\frac{3\pi}{4} = -1$. D. $\cos 2\pi = -1$.

Trong các khẳng định này, khẳng định sai là D.

II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

A. $\int f(x)dx = \sin 2x + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sin 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = 2\sin 2x + C$. D. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\sin 2x + C$.

2. Tìm tất cả các hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $f'(x) = \sqrt[3]{4x+1}$.

A. $f(x) = \frac{4(4x+1)}{3}\sqrt[3]{4x+1} + C$. B. $f(x) = \frac{3(4x+1)}{4}\sqrt[3]{4x+1} + C$.

C. $f(x) = \frac{3}{16}\sqrt[3]{(4x+1)^4} + C$. D. $f(x) = \frac{16}{3}\sqrt[3]{(4x+1)^4} + C$.

3. Tìm $f(x)$, biết $\int f(x)dx = \ln\left(x^4 + x^2 + 1\right) + C$.

A. $f(x) = \frac{1}{x^4 + x^2 + 1}$. B. $f(x) = e^{x^4 + x^2 + 1}$.

C. $f(x) = \frac{4x^3 + 2x}{x^4 + x^2 + 1}$. D. $f(x) = \frac{4x^3 + 2x}{x^4 + x^2 + 1} + C$.

4. Tìm $f(x)$, biết $F(x) = \cos^3 x$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

A. $f(x) = 3\sin x\cos^2 x$. B. $f(x) = -3\sin x\cos^2 x$.

C. $f(x) = -3\sin x\cos^2 x + C$. D. $f(x) = 3\cos^2 x$.

5. Tìm $f(x)$, biết $\int f(x)dx = \sin 2x + \cos 2x - e^x + C$.

A. $f(x) = \frac{1}{2}\cos 2x - \frac{1}{2}\sin 2x - e^x + C$. B. $f(x) = 2\cos 2x + 2\sin 2x - e^x$.

C. $f(x) = 2\cos 2x - 2\sin 2x - e^x + C$. D. $f(x) = 2\cos 2x - 2\sin 2x - e^x$.

6. Tìm tất cả các hàm số $F(x)$, biết $F'(x)=\dfrac{1}{x}, \forall x \neq 0$ và $F(1)=0$.

A. $F(x)=-\dfrac{1}{x^2}$.

B. $F(x)=\begin{cases}\ln x & \text{với } x>0\\ \ln(-x)+C & \text{với } x<0,\ (C \text{ là hằng số tùy ý}).\end{cases}$

C. $F(x)=\ln|x|$.

D. $F(x)=e^x-e$.

7. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=-\cos x$, biết $F(2017\pi)=1$.

A. $F(x)=\sin x+1$.

B. $F(x)=-\sin x+1$.

C. $F(x)=\dfrac{x}{2017\pi}$.

D. $F(x)=-\sin x+C$.

8. Tìm nguyên hàm $f(x)$ của hàm số e^{2x}, biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi qua điểm $M\left(\ln\sqrt{2};2\right)$.

A. $f(x)=e^{2x}+1$. B. $f(x)=e^{2x}$. C. $f(x)=\dfrac{1}{2}e^{2x}+1$. D. $f(x)=2e^{2x}$.

9. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int x^e dx=\dfrac{x^{e+1}}{e+1}+C$.

B. $\int\cos 2x dx=\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$.

C. $\int e^x dx=\dfrac{e^{x+1}}{x+1}+C$.

D. $\int\dfrac{1}{x}dx=\ln|x|+C$.

10. Cho $\alpha\in\mathbb{R}$. Hàm số nào trong các hàm số sau đây **không phải** là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x$?

A. $F(x)=\sin x$.

B. $F(x)=2\cos\dfrac{x+\alpha}{2}\cos\dfrac{x-\alpha}{2}$.

C. $F(x)=2\sin\dfrac{x+\alpha}{2}\cos\dfrac{x-\alpha}{2}$.

D. $F(x)=2\sin\left(\dfrac{x}{2}+\alpha\right)\cos\left(\dfrac{x}{2}-\alpha\right)$.

11. Hàm số nào trong các hàm số sau đây **không phải** là nguyên hàm của hàm số $f(x)=1+\dfrac{3}{(x+1)^2}$?

A. $F(x)=\dfrac{x^2+(1+\cos\alpha)x+\cos\alpha-3}{x+1}$.

B. $F(x)=\dfrac{x^2+(1+\sin 2\alpha)x+\sin 2\alpha-3}{x+1}$.

C. $F(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$.

D. $F(x)=\dfrac{x^2+x-3}{x+1}$.

12. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$, biết $F(e)=2e$.

A. $F(x)=1+2e-\ln x$.

B. $F(x)=\ln x+2e-1$.

C. $F(x)=-\dfrac{1}{x^2}+2e+\dfrac{1}{e^2}$.

D. $F(x)=\ln\left|x+2e-1\right|$.

13. Tìm nguyên hàm $f(x)$ của hàm số $\cos 2x$, biết rằng $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=2\pi$.

A. $f(x)=\sin x+2\pi$.

B. $f(x)=x+\sin 2x+\dfrac{3\pi}{2}$.

C. $f(x)=2x+\pi$.

D. $f(x)=\dfrac{1}{2}\sin 2x+2\pi$.

14. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos 3x\cos x$, biết đồ thị $y=F(x)$ đi qua gốc tọa độ.

A. $F(x)=\dfrac{\sin 4x}{4}+\dfrac{\sin 2x}{2}$.

B. $F(x)=\dfrac{\sin 4x}{8}+\dfrac{\sin 2x}{4}$.

C. $F(x)=\dfrac{\cos 4x}{8}+\dfrac{\cos 2x}{4}$.

D. $F(x)=\dfrac{\sin 8x}{8}+\dfrac{\sin 4x}{4}$.

15. Tìm hàm số $F(x)$ trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn các điều kiện sau: Có số a, b để

$F'(x)=\dfrac{a\sin^2 x\cos^2 x+b\sqrt{3}}{\sin^2 x\cos^2 x}$, $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=-\dfrac{\pi}{2}$, $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\pi}{4}$, $F\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=\pi$.

A. $F(x)=9x-2\pi$.

B. $F(x)=x+\dfrac{\pi}{\sqrt{3}}(\tan x-\cot x)-\dfrac{\pi}{12}$.

C. $F(x)=x+\dfrac{\pi}{\sqrt{3}}(\tan x-\cot x)$.

D. $F(x)=x+\dfrac{\pi}{\sqrt{3}}(\tan x-\cot x)+\dfrac{\pi}{6}$.

16. Cho $f(x)$ là một hàm số có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn điều kiện $f(0)=\dfrac{\pi}{2}$. Biết $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)dx=2\pi$. Tính $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{2}$.

B. $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$.

C. $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{3\pi}{2}$.

D. $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{5\pi}{2}$.

17. Cho hàm số $f(x)$ có $\int_0^9 f(x)dx = 9$. Tính $\int_0^3 f(3x)dx$.

A. $\int_0^3 f(3x)dx = 3$. B. $\int_0^3 f(3x)dx = 27$. C. $\int_0^3 f(3x)dx = -3$. D. $\int_0^3 f(3x)dx = 1$.

18. Tính $S = e^{\int_1^5 \frac{dx}{2x-1}}$.

A. 3. B. 8. C. 18. D. 25.

19. Trong các hàm số $f(t)$ sau, hàm số nào thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (1-\tan x)^4 \frac{1}{\cos^2 x} dx = \int_0^1 f(t)dt$?

A. $f(t) = t^4$. B. $f(t) = t^2$.

C. $f(t) = (1-t)^2$. D. $f(t) = (t-1)^3$.

20. Đặt $t = 1 + \sqrt{x-1}$. Hãy tìm hàm số $f(t)$ trong các hàm số sau để $\int_1^2 \frac{xdx}{1+\sqrt{x-1}} = \int_1^2 f(t)dt$.

A. $f(t) = \frac{2t^3 + 2t}{t+1}$. B. $f(t) = 2t^2 - 6t + 8 - \frac{4}{t}$.

C. $f(t) = 2t\sqrt{t} - 1$. D. $f(t) = 3t - \ln|t|$.

21. Đặt $I = \int_{\ln 3}^{\ln 5} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3}$ và $t = e^x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $I = \ln 3 - \ln 2$. B. $\frac{1}{e^x + 2e^{-x} - 3} = \frac{t}{(t-1)(t-2)}$.

C. $I = \int_3^5 \left(\frac{1}{t-2} - \frac{1}{t-1}\right) dt$. D. $\int \left(\frac{1}{t-2} - \frac{1}{t-1}\right) dt = \ln \frac{t-2}{t-1} + C$.

22. Đặt $I = \int_1^3 \frac{dx}{e^x - 1}$ và $t = e^x - 1$. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là **sai**?

A. $dt = e^x dx$. B. $I = \ln(e^2 + e + 1) - 2$.

C. $I = \int_{e-1}^{e^3-1} \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+1}\right) dt$. D. $\int \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+1}\right) dt = \ln t - \ln(t+1) + C$.

23. Đặt $I=\int_1^2 \frac{x}{1+\sqrt{x-1}}dx$ và $t=1+\sqrt{x-1}$. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là **sai**?

A. $xdx=\left(t^2-2t+2\right)(2t-2)dt$.

B. $I=\frac{11}{3}+4\ln 2$.

C. $I=\int_1^2\left(2t^2-6t+8-\frac{4}{t}\right)dt$.

D. $I=\left(\frac{2}{3}t^3-3t^2+8t-4\ln|t|\right)\Big|_1^2$.

24. Khẳng định nào **sai**?

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^8 xdx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^8 tdt$.

B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^8 xdx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^8 tdt$.

C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^8 xdx=0$.

D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^8 xdx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^8 xdx$.

25. Đặt $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x.\cos^3 x.e^{\sin^2 x}dx$ và $t=\sin^2 x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $I=\frac{1}{2}\int_0^1 e^t\left(1-t\right)dt$.

B. $I=2\int_0^1 e^t\left(1-t\right)dt$.

C. $I=\frac{1}{2}\int_0^1 e^t\left(1+t\right)dt$.

D. $I=2\int_0^1 e^t\left(1+t\right)dt$.

26. Đặt $I=\int_{3\sqrt{2}}^6 \frac{dx}{x\sqrt{x^2-9}}$ và $x=\frac{3}{\cos t}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

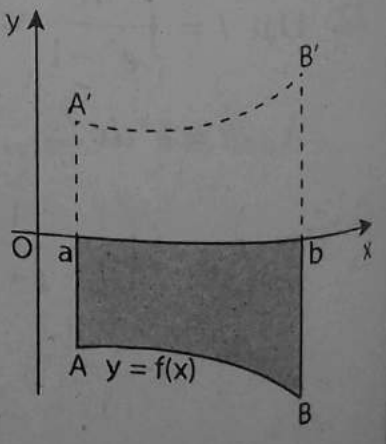
A. $dx=\frac{3\tan t dt}{\cos t}$.

B. $x\sqrt{x^2-9}=\frac{9\tan t}{\cos t}$.

C. $I=\frac{1}{3}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}dt$.

D. $I=\frac{\pi}{36}$.

27. Kí hiệu S là diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của hàm số liên tục $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ như trong hình vẽ bên. Khẳng định nào **sai**?



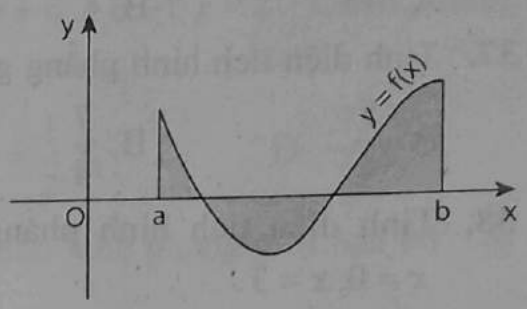
A. $S=\int_a^b f(x)dx$.

B. $S=\int_a^b (-f(x))dx$.

C. $S=\int_a^b |f(x)|dx$.

D. $S=\left|\int_a^b f(x)dx\right|$.

28. Kí hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x)$ liên tục, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b$ như trong hình vẽ bên. Khẳng định nào đúng?



A. $S=\int_a^b f(x)dx$.

B. $S=-\int_a^b f(x)dx$.

C. $S=\int_a^b |f(x)|dx$.

D. $S=\left|\int_a^b f(x)dx\right|$.

29. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=x$ và $y=\sqrt{x}$.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{7}$.

30. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2=8x, x=2$.

A. $\frac{32}{3}$.

B. $\frac{3}{128}$.

C. $\frac{61\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{2\pi}{3}$.

31. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=(x-1)^2, y=0, x=0, x=2$.

A. 15.

B. 21.

C. $\frac{2}{3}$.

D. 35.

32. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=(x-2)^2-1, y=0$.

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{25}{3}$.

D. $\frac{25}{4}$.

33. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x\ln x, y=0, x=e$.

A. $\frac{e^2-1}{4}$.

B. $\frac{e^2+1}{4}$.

C. $\frac{e^2}{4}$.

D. $\frac{1}{4}$.

34. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\tan x, y=0, x=0, x=\frac{\pi}{3}$.

A. $\ln 2$.

B. $\ln 3$.

C. $\ln 4$.

D. $\ln\sqrt{2}$.

35. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4, y = 2x - 4,$ $x = 0, x = 2$.

A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. 2. D. $\sqrt{8}$.

36. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x, y = 0, x = 0, x = \pi$.

A. 4π. B. 4. C. 2. D. π.

37. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 1, y = 0, x = 0, x = 1$.

A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{7}{4}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{3}$.

38. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x + 4, y = 0,$ $x = 0, x = 3$.

A. 5. B. 3. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

39. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$.

A. $e^3 - 1$. B. $e^{\sqrt{2}} - 1$. C. $e^{\sqrt{3}} + 1$. D. $e^{\sqrt{3}} - 1$.

40. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{2x-1}{x-1}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = -1$.

A. $2 - \ln 2$. B. $3 + \ln 4$. C. $2 - \ln 4$. D. $5 - \ln 4$.

41. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos 4x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{8}$.

A. $\frac{1}{4}$. B. 3. C. 4. D. 0,5.

42. Gọi S là số đo của diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 + 3x + 1$ và parabol $y = x^2 - x - 2$. Tính $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right)$.

A. $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right) = 0$. B. $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

43. Gọi S là số đo diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y = x\sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Khẳng định nào **sai**?

A. $\sin\dfrac{S}{2} = 1$. B. $\cos 2S = 1$. C. $\tan\dfrac{S}{4} = 1$. D. $\sin S = 1$.

44. Kí hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích hình vuông cạnh bằng 1 và diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1, y = 0, x = -1, x = 2$. Chọn khẳng định đúng.

A. $S_1 = S_2$. B. $S_1 > S_2$. C. $S_1 = \dfrac{1}{2}S_2$. D. $\dfrac{S_2}{S_1} = 6$.

45. Hình phẳng H có diện tích S gấp 30 lần diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2 = 2x, x - 2y + 2 = 0, y = 0$. Tính S.

A. $S = 20$. B. $S = 30$. C. $S = 40$. D. $S = 50$.

46. Kí hiệu S_1, S_2, S_3 lần lượt là diện tích hình vuông đơn vị (có cạnh bằng đơn vị), hình tròn đơn vị (có bán kính bằng đơn vị), hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = 2\sqrt{1-x^2}, y = 2(1-x)$. Tính tỉ số $\dfrac{S_1 + S_3}{S_2}$.

A. $\dfrac{S_1 + S_3}{S_2} = \dfrac{1}{3}$. B. $\dfrac{S_1 + S_3}{S_2} = \dfrac{1}{4}$. C. $\dfrac{S_1 + S_3}{S_2} = \dfrac{1}{2}$. D. $\dfrac{S_1 + S_3}{S_2} = \dfrac{1}{5}$.

47. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt[3]{x}, y = 0, x = 1, x = 8$.

A. $V = \pi^2$. B. $V = \dfrac{9\pi}{4}$. C. $V = 18,6$. D. $V = \dfrac{93\pi}{5}$.

48. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\tan x}, y = 0, x = 0, x = \dfrac{\pi}{4}$.

A. $V = \dfrac{\pi}{4}$. B. $V = \dfrac{\pi^2}{4}$. C. $V = \dfrac{\sqrt{\pi}}{4}$. D. $V = \dfrac{\pi \ln 2}{2}$.

49. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 4 - x^2, y = 0$.

A. $V = 2\pi$. B. $V = \dfrac{71}{82}$. C. $V = \dfrac{512\pi}{15}$. D. $V = \dfrac{8}{3}\pi^2$.

50. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích hình cầu bán kính đơn vị và thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=-2x+2$ và đường cong $y=2\sqrt{1-x^2}$. Hãy so sánh V_1, V_2.

A. $V_1 < V_2$. B. $V_1 = V_2$. C. $V_1 > V_2$. D. $V_1 = 2V_2$.

51. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích hình cầu bán kính đơn vị và thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng H giới hạn bởi đường cong $y=\dfrac{2}{2-x}$ và các đường $y=0, x=0, x=1$. Hãy tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{3}{2}$. B. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{2}{3}$. C. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{2}$. D. $\dfrac{V_1}{V_2}=2$.

III. GỢI Ý – HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Gợi ý - Hướng dẫn giải

1. Sử dụng $\int \cos kx dx = \dfrac{1}{k}\sin kx + C$.

2. $f(x)=\int f'(x)dx$ với $f'(x)=\sqrt[3]{4x+1}=(4x+1)^{\frac{1}{3}}$.

Sử dụng $\int (ax+b)^{\alpha} dx = \dfrac{1}{a}\dfrac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$.

3. $f(x)=\left(\ln\left(x^4+x^2+1\right)\right)'$. Sử dụng $(\ln u)'=\dfrac{u'}{u}$.

4. $f(x)=F'(x)=\left(\cos^3 x\right)'$.

6. Đáp án B diễn tả tường minh công thức $\int \dfrac{dx}{x} = \ln|x| + C$.

10. *Gợi ý: Trong 4 đáp án, đáp án A dễ kiểm tra nhất. Dễ thấy* $\sin x$ *là một nguyên hàm của* $f(x)=\cos x$. *Các hàm số trong các đáp án còn lại đều là tích của hai hàm lượng giác, để tính đạo hàm của chúng, học sinh có thể sử dụng công thức biến đổi tích thành tổng.*

Ta có

$$2\cos\frac{x+\alpha}{2}\cos\frac{x-\alpha}{2}=\cos\left(\frac{x+\alpha}{2}-\frac{x-\alpha}{2}\right)+\cos\left(\frac{x+\alpha}{2}+\frac{x-\alpha}{2}\right)=\cos x+\cos\alpha.$$

Hàm số này có đạo hàm là $-\sin x$, khác với $f(x)=\cos x$, vì vậy $F(x)=2\cos\dfrac{x+\alpha}{2}\cos\dfrac{x-\alpha}{2}$ không phải là nguyên hàm của $f(x)$.

Đáp án cần chọn là B.

11. *Gợi ý: Để dễ tính đạo hàm, nên viết* $F(x)$ *dưới dạng* $F(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$.

Ta có $x^2+(1+\cos\alpha)x+\cos\alpha-3=x(x+1)+(x+1)\cos\alpha-3$. Từ đó có thể viết lại hàm số cho trong đáp án A là $F(x)=x+\cos\alpha-\dfrac{3}{x+1}$, $F'(x)=1+\dfrac{3}{(x+1)^2}=f(x)$. A không phải là đáp án cần chọn. Làm tương tự với các đáp án còn lại ta thấy C là đáp án cần chọn.

12. *Gợi ý:* A, B, C *đều thỏa mãn điều kiện* $F(e)=2e$ *còn* D *thì không. Sử dụng bảng nguyên hàm các hàm số thường gặp, ta thấy* B *là đáp án đúng.*

Trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có $F(x)=\ln x+C$. Do đó $F(e)=\ln e+C=1+C$, vì vậy từ giả thiết $F(e)=2e$, suy ra $2e=1+C$, hay $C=2e-1$ và $F(x)=\ln x+2e-1$. B là đáp án đúng.

14. Áp dụng công thức biến tích thành tổng $\cos x\cos y=\dfrac{\cos(x-y)+\cos(x+y)}{2}$.

15. *Gợi ý:* $F(x)$ *là nguyên hàm của* $F'(x)$. *Tính nguyên hàm này, kết quả chứa 3 tham số là* a,b,C. *Lập hệ 3 phương trình tính* a,b,C *từ các điều kiện còn lại.*

Khai triển biểu thức $F'(x)$, ta được:

$$F'(x)=\frac{a\sin^2 x\cos^2 x+b\sqrt{3}}{\sin^2 x\cos^2 x}=a+b\sqrt{3}\left(\frac{1}{\cos^2 x}+\frac{1}{\sin^2 x}\right).$$

$$F(x)=\int F'(x)dx=\int\left(a+b\sqrt{3}\left(\frac{1}{\cos^2 x}+\frac{1}{\sin^2 x}\right)\right)dx$$

$$=ax+b\sqrt{3}(\tan x-\cot x)+C \qquad (*).$$

Các điều kiện còn lại là

$$\begin{cases} \frac{a\pi}{6}+b\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{3}\right)+C=-\frac{\pi}{2} \\ \frac{a\pi}{4}+b\sqrt{3}(1-1)+C=\frac{\pi}{4} \\ \frac{a\pi}{3}+b\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+C=\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a\pi}{6}-2b+C=-\frac{\pi}{2} & (1) \\ \frac{a\pi}{4}+0b+C=\frac{\pi}{4} & (2) \\ \frac{a\pi}{3}+2b+C=\pi & (3) \end{cases}$$

Giải hệ phương trình bậc nhất 3 ẩn a,b,C, ta được $a=1, b=\frac{\pi}{3}, C=0$.

Từ đó $F(x)=x+\frac{\pi}{\sqrt{3}}(\tan x-\cot x)$ và C là đáp án đúng.

Chú ý: Khéo quan sát học sinh có thể dự đoán để tìm ra đáp án đúng nhanh hơn như sau: Do (*), ta thấy các đáp án A, B, C, D *chứng tỏ a chỉ có thể nhận một trong hai giá trị là 9 hoặc 1 và nhiều khả năng* $a=1$. *Nếu* $a=1$ *thì* (2) *suy ra* $C=0$, *thế trở lại* (1) *ta được* $b=\frac{\pi}{3}$ *(cũng thỏa mãn* (3)*). Vì vậy,* $F(x)=x+\frac{\pi}{\sqrt{3}}(\tan x-\cot x)$ *và* C *là đáp án đúng.*

16. Vì $\int f'(x)dx=f(x)+C$ nên $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)dx=f\left(\frac{\pi}{2}\right)-f(0)$, suy ra

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=f(0)+\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)dx.$$

17. Đổi biến $t=3x$.

19. Đổi biến số $t=1-\tan x$.

20. $\sqrt{x-1}=t-1\Rightarrow x=t^2-2t+2, dx=(2t-2)dt$.

21. D **sai** vì $\left(\ln\frac{t-2}{t-1}\right)'=\frac{1}{t-2}-\frac{1}{t-1}$ chỉ đúng khi $t\in(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

22. Tương tự câu 21.

23. C và D cùng đúng hoặc cùng sai, do đó không thể chọn C hoặc D. Làm như trong câu 20 thấy ngay A đúng. Vậy B **sai**.

24. C **sai** vì $\sin^8 x > 0, \forall x \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^8 x dx > 0$.

26. B **sai** vì $\sqrt{x^2-9} = \sqrt{\frac{9}{\cos^2 t} - 9} = \sqrt{9\tan^2 t} = 3|\tan t|$.

29. Phương trình xác định hoành độ giao điểm hai đường là $x = \sqrt{x}$. Phương trình này có đúng hai nghiệm là $x = 0, x = 1$. Do đó, diện tích S cần tính là $S = \int\limits_0^1 \left|x - \sqrt{x}\right| dx$. Chú ý rằng trong khoảng $(0;1)$ phương trình $x - \sqrt{x} = 0$ không có nghiệm nên $x - \sqrt{x}$ có dấu không đổi. Do đó, $S = \left|\int\limits_0^1 \left(x - \sqrt{x}\right) dx\right|$. (Các câu 30 – 36 giải tương tự).

42-43. Tính S tương tự như trong các câu 29 – 41, sau đó sử dụng giá trị lượng giác của các cung lượng giác đặc biệt.

44. $S_1 = 1, S_2 = \int\limits_{-1}^2 \left(x^2 + 1\right) dx$.

45. H có diện tích gấp 30 lần diện tích hình giới hạn bởi các đường $x = \frac{1}{2}y^2$, $x = 2y - 2, y = 0$. Do đó $S = 30\left|\int\limits_0^2 \left(\frac{y^2}{2} - 2y + 2\right) dy\right|$.

46. $S_1 = 1, S_2 = \pi, S_3 = \left|\int\limits_0^1 \left(2(1-x) - 2\sqrt{1-x^2}\right) dx\right|$.

47. $V = \pi \int\limits_1^8 \left(\sqrt[3]{x}\right)^2 dx$. Các câu 48, 49 làm tương tự.

50. Có $V_1 = \frac{4\pi}{3}, V_2 = \pi\left|\int\limits_0^1 \left(\left(2\sqrt{1-x^2}\right)^2 - (-2x+2)^2\right) dx\right|$.

51. $V_1 = \frac{4\pi}{3}, V_2 = \pi \int\limits_0^1 \left(\frac{2}{2-x}\right)^2 dx$.

Đáp án

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	B	18	A	35	B
2	C	19	A	36	C
3	C	20	B	37	A
4	B	21	D	38	B
5	D	22	D	39	D
6	B	23	B	40	A
7	B	24	C	41	A
8	C	25	A	42	B
9	C	26	B	43	D
10	B	27	A	44	D
11	C	28	C	45	C
12	B	29	A	46	C
13	D	30	A	47	D
14	B	31	C	48	D
15	C	32	A	49	C
16	D	33	B	50	B
17	A	34	A	51	B

Chủ đề 4
SỐ PHỨC

I. KIẾN THỨC VÀ KĨ NĂNG CẦN THIẾT

I.1. Kiến thức

Theo yêu cầu của Chuẩn kiến thức môn Toán lớp 12 THPT hiện hành, học sinh cần hiểu, nhớ các khái niệm và kết quả dưới đây.

Các khái niệm:

1. ***Định nghĩa số i (đơn vị ảo):*** i là số thỏa mãn điều kiện $i^2 = -1$.

2. ***Số phức, phần thực và phần ảo của số phức:***

Số phức là các số có dạng $z = a + bi$, trong đó a, b là những số thực; a gọi là phần thực, b gọi là phần ảo của z.

3. *Tập số thực và tập số phức:*

- Tập hợp các số phức được kí hiệu là $\mathbb{C}$. Như vậy $\mathbb{C} = \{z = a+bi \mid a,b \in \mathbb{R}\}$.

- Tập hợp số thực là một tập con của tập số phức: Mỗi số thực a được coi là số phức $z = a+0i$. Do đó, $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

Như vậy, trong $\mathbb{C}$, các số phức có phần ảo bằng 0 cũng là các số thực.

Các số phức có phần thực bằng 0 được gọi là các số thuần ảo hay các số ảo.

4. *So sánh hai số phức:* Trong $\mathbb{C}$

$z_1 = a_1 + b_1 i,\ z_2 = a_2 + b_2 i,\ (a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{R})$ thì $z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}$.

5. *Biểu diễn hình học số phức, môđun của số phức:*

Số phức $z = a+bi$ (với $a,b \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn là $M(a;b)$.

Độ dài của vectơ $\overrightarrow{OM}$ được gọi là môđun của số phức z.

Nếu kí hiệu $|z|$ là môđun của số phức $z = a+bi$ thì $|z| = \sqrt{a^2+b^2}$.

6. *Số phức liên hợp:* Số phức liên hợp của $z = a+bi$ là $\overline{z} = a-bi$.

7. *Cộng, trừ, nhân hai số phức:*

Thực hiện theo quy tắc cộng, trừ, nhân hai đa thức, như vậy:

$(a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i$.

$(a+bi)-(c+di) = (a-c)+(b-d)i$.

$(a+bi)(c+di) = (ac-bd)+(bc+ad)i$.

8. *Chia hai số phức:* Cách thực hiện phép chia là nhân số bị chia và số chia với số phức liên hợp của số chia;

Cụ thể : $\frac{z}{z'} = \frac{z.\overline{z'}}{z'.\overline{z'}}$.

Các kết quả cần nhớ:

1. $i^2 = -1$.
2. $|a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$; $\overline{a+bi} = a-bi$.

3. $z.\overline{z} = |z|^2 = \left|\overline{z}\right|^2$; $\overline{\overline{z}} = z$.

4. Nếu $z_1 = a_1 + b_1 i, z_2 = a_2 + b_2 i, (a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{R})$ thì :

$z_1 = z_2$ khi và chỉ khi $a_1 = a_2, b_1 = b_2$.

$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$.

$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$.

$z_1 z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)i$.

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \overline{z_2}}{z_2 \overline{z_2}} = \frac{(a_1 + b_1 i)(a_2 - b_2 i)}{|z_2|^2} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} i .$$

5. Các phép toán trên $\mathbb{C}$ có đủ các tính chất như phép toán tương ứng trên $\mathbb{R}$:

- Phép cộng và phép nhân có tính chất giao hoán:

  $z_1 + z_2 = z_2 + z_1$; $z_1 z_2 = z_2 z_1$.

- Phép cộng và phép nhân có tính chất kết hợp:

  $z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3$; $z_1 (z_2 z_3) = (z_1 z_2) z_3$.

- Phép nhân phân phối đối với phép cộng: $z_1 (z_2 + z_3) = z_1 z_2 + z_1 z_3$.

- Mọi số phức z đều có số đối $-z$ thỏa mãn điều kiện $z + (-z) = 0$.

- Mọi số phức khác 0 đều có số nghịch đảo $\frac{1}{z}$ thỏa mãn điều kiện $z.\frac{1}{z} = 1$.

6. Trên $\mathbb{C}$ cũng có các phép biến đổi phương trình tương đương như trên $\mathbb{R}$:

- Cộng, trừ hai vế một phương trình với cùng một số.
- Nhân, chia hai vế một phương trình với cùng một số khác 0.
- Chuyển vế và đổi dấu một số hạng.

7. Mỗi số thực có hai căn bậc hai phức đối nhau:

- Nếu a là số không âm thì các căn bậc hai của nó là $\pm\sqrt{a}$;
- Nếu a là số âm thì các căn bậc hai của nó là $\pm i\sqrt{-a}$.

8. Trên $\mathbb{C}$, phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ với hệ số thực đều có nghiệm:

- Nếu $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ thì $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$;

- Nếu $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ thì $x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{-\Delta}}{2a}$.

I.2. Kĩ năng

Theo yêu cầu của Chuẩn kiến thức môn Toán lớp 12 THPT hiện hành, học sinh cần luyện tập thành thạo các kĩ năng sau đây:

1. ***Có khả năng nhớ lại, tái hiện lại, nhắc lại các khái niệm, kí hiệu, các kết quả đã nêu ở mục I.1) trên đây trong các tình huống cụ thể*** *(ứng với mức độ nhận biết).*

- *Tình huống 1:* Xác định phần thực, phần ảo của một số phức.

Ví dụ 1. *Tìm phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn* $(2-i)z=3+4i$.

A. *Phần thực là* $\frac{2}{5}$, *phần ảo là* $\frac{11}{5}i$. B. *Phần thực là* $\frac{2}{5}$, *phần ảo là* $\frac{11}{5}$.

C. *Phần thực là* 2, *phần ảo là* 11. D. *Phần thực là* $\frac{2}{5}$, *phần ảo là* $-\frac{11}{5}$.

Hướng dẫn giải: Điều kiện về z cho bởi một phượng trình bậc nhất đối với z. Giải phương trình này để tính z, từ đó tìm được phần thực và phần ảo của nó.

Cách giải: Nhân hai vế phương trình với $\overline{2-i}=2+i$, ta được $(2+i)(2-i)z=(2+i)(3+4i)$ hay $5z=2+11i$. Từ đó $z=\frac{2}{5}+\frac{11}{5}i$. Số phức z có phần thực là $\frac{2}{5}$, phần ảo là $\frac{11}{5}$. B là đáp án đúng.

- *Tình huống 2:* Biểu diễn hình học một số phức đã cho. Tìm số phức liên hợp, môđun của một số phức đã cho.

Ví dụ 2. *Tìm điểm biểu diễn số phức z biết* $\bar{z}=-2+i\sqrt{3}$.

A. $M\left(-2;\sqrt{3}\right)$. B. $N\left(2;\sqrt{3}\right)$. C. $P\left(-2;-\sqrt{3}\right)$. D. $Q\left(2;-\sqrt{3}\right)$.

Cách giải: Vì $z=\bar{\bar{z}}$ và $\bar{z}=-2+i\sqrt{3}$ suy ra $z=-2-i\sqrt{3}$. Do đó $P\left(-2;-\sqrt{3}\right)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Đáp án đúng là C.

2. ***Biết thực hiện các phép toán đơn giản với số phức: Cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa các số phức.***

Ví dụ 3. *Cho hai số phức* $z_1=3-\sqrt{2}i, z_2=\sqrt{2}+3i$. *Tìm phần thực của số phức liên hợp của* $v=z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2+z_1z_2$.

A. $6\sqrt{2}$. B. 7. C. 6. D. $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải: Học sinh cần nhớ lại khái niệm phần thực, phần ảo của số phức; số phức liên hợp và có kĩ năng thực hiện các phép tính cộng và nhân số phức.

Cách giải: Sử dụng định nghĩa số phức liên hợp và giả thiết, ta có $\overline{z_1} = 3+\sqrt{2}i$, $\overline{z_2} = \sqrt{2}-3i$.

Áp dụng quy tắc nhân và cộng các số phức, ta được

$z_1\overline{z_2} = \left(3\sqrt{2}-3\sqrt{2}\right)+(-9-2)i = -11i$;

$\overline{z_1}z_2 = \left(3\sqrt{2}-3\sqrt{2}\right)+(9+2)i = 11i$ và $z_1z_2 = \left(3\sqrt{2}+3\sqrt{2}\right)+(9-2)i = 6\sqrt{2}+7i$.

Từ đó $v = 6\sqrt{2}+7i$ nên $\overline{v}$ có phần thực là $6\sqrt{2}$. Đáp án đúng là A.

3. *Biết tìm các căn bậc hai (phức) của một số thực bất kì. Biết tìm nghiệm (phức) của các phương trình bậc hai với hệ số thực. Biết tìm nghiệm (phức) của các phương trình trùng phương với hệ số thực.*

Ví dụ 4. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

A. *Trong* $\mathbb{C}$, *căn bậc hai của* -5 *là* $i\sqrt{5}$.

B. *Trong* $\mathbb{C}$, *căn bậc hai của* $-\pi$ *là* $-i\sqrt{\pi}$.

C. *Trong* $\mathbb{C}$, *căn bậc hai của* 5 *là* $\pm\sqrt{5}$.

D. *Trong* $\mathbb{C}$, *căn bậc hai của* -1 *là* i.

Hướng dẫn giải: Học sinh cần nhớ là trong tập số phức, mỗi số thực đều có hai căn bậc hai đối nhau và tập số thực là tập con của tập số phức.

Cách giải: Vì trong tập số phức, mỗi số thực có hai căn bậc hai đối nhau nên A, B, D sai. Khẳng định C đúng vì $\pm\sqrt{5}+0i$ là hai căn bậc hai của 5.

4. *Biết tổng hợp các kĩ năng nói trên để giải toán số phức.*

Ví dụ 5. Cho số phức z *thỏa mãn điều kiện* $2+(2+i)z = (3-2i)\overline{z}+i$. *Tìm tọa độ của điểm biểu diễn của số phức liên hợp với* z.

A. $M\left(\frac{11}{8};-\frac{5}{8}\right)$. B. $M\left(\frac{11}{8};\frac{5}{8}\right)$. C. $M\left(-\frac{11}{8};\frac{5}{8}\right)$. D. $M\left(-\frac{11}{8};-\frac{5}{8}\right)$.

Cách giải: Đặt $z = x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$. Điều kiện đã cho trở thành

$$2+(2+i)(x+yi) = (3-2i)(x-yi)+i,$$

hay $(2+2x-y)+(2y+x)i = (3x-2y)+(-2x-3y+1)i$.

Từ đó $\begin{cases} x-y=2 \\ 3x+5y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{11}{8} \\ y=-\dfrac{5}{8}. \end{cases}$

Vậy $z=\dfrac{11}{8}-\dfrac{5}{8}i$ và $\bar{z}=\dfrac{11}{8}+\dfrac{5}{8}i$. Điểm biểu diễn $\bar{z}$ là $M\left(\dfrac{11}{8};\dfrac{5}{8}\right)$. Đáp án đúng là B.

Chú ý: Nếu không đọc kĩ đề bài, học sinh có thể chọn đáp án đúng là A (điểm biểu diễn của z).

Ví dụ 6. *Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|z.\bar{z}+z\right|=2$ và $\left|z\right|=2$?*

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Cách giải : Với $z = x + yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$ thì $|z| = 2$ có nghĩa $x^2+y^2=4$. Từ đó, $\left|z\bar{z}+z\right|=2$ có nghĩa là $\left|x^2+y^2+x+yi\right| = \left|4+x+yi\right| = 2$ tức là $(4+x)^2+y^2=4$, suy ra $8x + 16 = 0$. Vậy $x = -2$, $y = 0$. Đáp án đúng là A.

Ví dụ 7. *Gọi φ là góc lượng giác tia đầu Ox, tia cuối OM, trong đó M là điểm biểu diễn số phức $z=(2-i)(1+i)$. Tính $\sin 2\varphi$.*

A. $0,8$. B. $0,6$. C. $-0,8$. D. $-0,6$.

Hướng dẫn giải: Ta có $\tan\varphi=\dfrac{y}{x}$, trong đó $M(x;\,y)$ là điểm biểu diễn z.

Áp dụng công thức $\sin 2\varphi=\dfrac{2\tan\varphi}{1+\tan^2\varphi}$.

Cách giải: Áp dụng quy tắc cộng, trừ, nhân số phức, ta có

$$z=(2-i)(1+i)=(2+1)+(2-1)i=3+i.$$

Số phức z có điểm biểu diễn $M(3;\,1)$ nên $\tan\varphi=\dfrac{1}{3}$.

Áp dụng công thức lượng giác đã học, ta có $\sin 2\varphi=\dfrac{2\tan\varphi}{1+\tan^2\varphi}=\dfrac{2.\dfrac{1}{3}}{1+\dfrac{1}{9}}=\dfrac{6}{10}=0,6$.

Vậy đáp án đúng là B.

II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây:

A. Số phức $z = 25 - \sqrt{3}i$ có phần thực là 25, phần ảo là $-\sqrt{3}$.

B. Số phức $z = -\sqrt{3}i$ là số thuần ảo.

C. Điểm $M(25; -\sqrt{3})$ là điểm biểu diễn số phức $z = 25 - \sqrt{3}i$.

D. Số 0 không phải là số phức.

2. Tìm tất cả các cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện $3x + yi = 2y + 1 + (2 - x)i$.

A. $(1;1)$. B. $(1;1),(0;-1)$. C. $(1;0),(-1;-1)$. D. $(-1;-1)$.

3. Có bao nhiêu cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện

$$(x^2 - 3x) + (5y^2 + y + 1)i = (y + 1) + (y^2 + 2y + 6)i \ ?$$

A. 0. B. 2. C. 4. D. 3.

4. Kí hiệu $\mathbb{R}$ là tập số thực, $\mathbb{C}$ là tập số phức. Tìm khẳng định **sai.**

A. $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$. B. $z = 21 - 7\sqrt{3}i$ không phải là số thực.

C. $z = -1$ không phải là số phức. D. $\overline{z} = z, \forall z \in \mathbb{C}$.

5. Kí hiệu M là điểm biểu diễn số phức z, M' là điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$. Khẳng định nào đúng?

A. M, M' đối xứng nhau qua trục tung.

B. M, M' đối xứng nhau qua trục hoành.

C. M, M' đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

D. M, M' đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$.

6. Tìm khẳng định **sai**.

A. Với mọi số phức z, phần thực của z không lớn hơn môđun của z.

B. Với mọi số phức z, phần ảo của z không lớn hơn môđun của z.

C. Với mọi số phức z, phần thực và phần ảo của z đều không lớn hơn môđun của z.

D. Với mọi số phức z, z luôn khác số phức liên hợp của z.

7. Tìm khẳng định **sai**.

A. Với mọi số phức z, $|z|$ là một số thực.

B. Với mọi số phức z, $|z|$ là một số phức.

C. Với mọi số phức z, $|z|$ là một số thực dương.

D. Với mọi số phức z, $|z|$ là một số thực không âm.

8. Khẳng định nào trong các khẳng định sau đây **sai**?

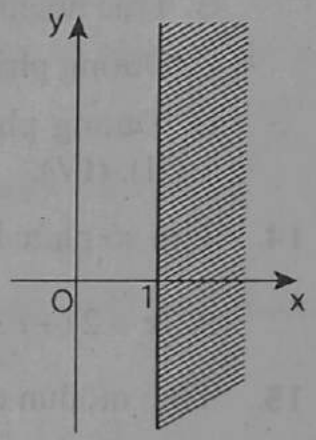
A. Số phức $z = 3 - 5\ln 2$ có phần thực là 3.

B. Có vô số số phức bằng số phức liên hợp của nó.

C. Số phức $z = 3\sqrt{2} - i$ có phần thực là $3\sqrt{2}$.

D. Nếu số phức z cũng là số thực thì giá trị tuyệt đối của z cũng là môđun của z.

9. Tìm điều kiện để số phức z có điểm biểu diễn thuộc phần gạch chéo (kể cả bờ) trong hình vẽ bên.



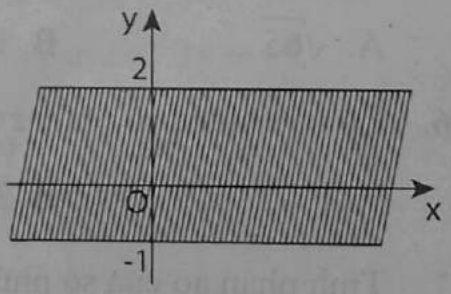
A. z có phần ảo lớn hơn 1.

B. z có phần thực không bé hơn 1.

C. z có phần ảo không bé hơn 1.

D. z có môđun lớn hơn 1.

10. Tìm điều kiện để số phức z có điểm biểu diễn thuộc phần gạch chéo (kể cả bờ) trong hình vẽ bên.



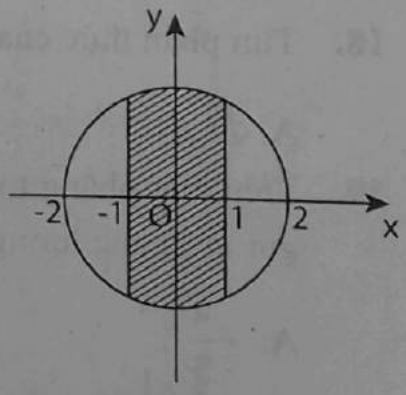
A. z có phần ảo nhỏ hơn 2.

B. z có phần ảo thuộc đoạn $[-1;2]$.

C. z có phần thực thuộc đoạn $[-1;2]$.

D. z có môđun thuộc đoạn $[-1;2]$.

11. Tìm điều kiện để số phức z có điểm biểu diễn thuộc phần gạch chéo (kể cả bờ) trong hình vẽ bên.



A. z có phần ảo thuộc đoạn $[-1;1]$.

B. z có môđun bé hơn 1.

C. z có phần thực thuộc đoạn $[-1;1]$ và môđun không lớn hơn 2.

D. z có môđun lớn hơn 1.

12. Khẳng định nào **sai**?

A. $\forall z \in \mathbb{C}, z+\bar{z}$ luôn là số thực.

B. $\forall z \in \mathbb{C}, \dfrac{\bar{z}}{z}$ luôn là số thực.

C. $\forall z \in \mathbb{C}, z-\bar{z}$ luôn là số thuần ảo.

D. $\forall z \in \mathbb{C}, z.\bar{z}$ luôn là số thực không âm.

13. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z, biết rằng số phức z^2 có điểm biểu diễn nằm trên trục tung.

A. Trục tung.

B. Trục hoành.

C. Đường phân giác góc phần tư (I) và góc phần tư (III).

D. Đường phân giác góc phần tư (I),(III) và đường phân giác góc phần tư (II), (IV).

14. Tìm số phức liên hợp của $z=(3+2i)\left[(2-i)+(3-2i)\right]$.

A. $\bar{z}=21+i$. B. $\bar{z}=21-i$. C. $\bar{z}=1+21i$. D. $\bar{z}=-21+i$.

15. Tính môđun của số phức $z=(2+i)\left(\overline{(3-2i)}(1+i)+1\right)+\left|\cos\gamma+i\sin\gamma\right|$.

A. $\sqrt{65}$. B. 12. C. $-\sqrt{2}$. D. π.

16. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|z.\bar{z}-z\right|=2, |z|=2$?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

17. Tính phần ảo của số phức z thỏa mãn điều kiện $\bar{z}=\left(2\sqrt{3}+i\right)^2\left(1-\sqrt{2}i\right)$.

A. $4\sqrt{3}-11\sqrt{2}$. B. $11\sqrt{2}+4\sqrt{3}$. C. 2. D. $11\sqrt{2}-4\sqrt{3}$.

18. Tìm phần thực của số phức $z=\left|2-\sqrt{3}i\right|\left(1+2\sqrt{3}i\right)-\left(2+\sqrt{5}i\right)\left|3-4i\right|$.

A. $\sqrt{7}$. B. $-10+\sqrt{7}$. C. $2\sqrt{7}$. D. $10+\sqrt{7}$.

19. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy lấy M là điểm biểu diễn số phức $z=-1+2i$ và gọi φ là góc lượng giác tia đầu Ox, tia cuối OM. Tính $\tan 2\varphi$.

A. $-\dfrac{4}{3}$. B. $-\dfrac{3}{4}$. C. $\dfrac{4}{3}$. D. -1.

20. Cho số phức $v=a+bi$. Tìm tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-v|=1$.

A. Đường thẳng $(x-a)+(y-b)=1$. B. Đường thẳng $y=b$.

C. Đường tròn $(x-a)^2+(y-b)^2=1$. D. Đường thẳng $x=a$.

21. Tìm tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z(i+1)-1-i|=\sqrt{2}$.

A. Đường thẳng $x+y-2=0$. B. Đường tròn $(x-1)^2+y^2=1$.

C. Đường tròn $x^2+(y-1)^2=1$. D. Cặp đường thẳng song song $y=\pm 2$.

22. Tìm tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $2|z-1-2i|=|3i+1-2\bar{z}|$.

A. Đường thẳng $2x+14y-5=0$. B. Đường thẳng $6x+1=0$.

C. Đường thẳng $3x+4y+5=0$. D. Đường thẳng $3x-4y-5=0$.

23. Tìm tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: số phức $v=(z-i)(2+i)$ là một số thuần ảo.

A. Đường tròn $x^2+y^2=2$. B. Đường thẳng $x+2y-2=0$.

C. Đường thẳng $2x-y+1=0$. D. Đường parabol $2x=y^2$.

24. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$, biết rằng z thỏa mãn điều kiện $\left|\frac{4+2i}{1-i}z-1\right|=1$.

A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. 0. D. -1.

25. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$, biết rằng z thỏa mãn điều kiện $\left|\frac{-2-3i}{3-2i}z+1\right|=1$.

A. 1. B. 2. C. $\sqrt{2}$. D. 3.

26. Tìm các số phức z thỏa mãn điều kiện $\frac{2|z|^2}{\bar{z}}+iz+\frac{z-i}{1-i}=-1+2i$.

A. $z=1-\sqrt{3}i$. B. $z=1$. C. $z=1+\sqrt{3}i$. D. $z=i$.

27. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $\bar{z}=\frac{2z^2}{3z-1}$?

A. 0. B. 2. C. 4. D. 1.

28. Cho z là số phức thỏa mãn $(1-i)(z+2i)=2-i+3z$. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $v=\dfrac{z-\bar{z}+1}{z^2}$ và N là điểm trong mặt phẳng tọa độ sao cho $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{ON})=2\varphi, |\overrightarrow{ON}|=|\overrightarrow{OM}|$, trong đó $\varphi=(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{OM})$ là góc lượng giác tia đầu Ox, tia cuối OM. Điểm N nằm trong góc phần tư nào?

A. Góc phần tư (I). B. Góc phần tư (II).

C. Góc phần tư (III). D. Góc phần tư (IV).

29. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

A. Trong $\mathbb{C}$, căn bậc hai của -9 là $3i$.

B. Trong $\mathbb{C}$, căn bậc hai của $-\pi$ là $-i\sqrt{\pi}$.

C. Trong $\mathbb{C}$, căn bậc hai của 3 là $\pm\sqrt{3}$.

D. Trong $\mathbb{C}$, căn bậc hai của -1 là i.

30. Tính tổng các bình phương môđun các nghiệm của phương trình sau $(x^2-3)(2x^4+3x^2+1)=0$.

A. 9. B. 10. C. 11. D. 12.

31. Tính tổng các nghịch đảo các nghiệm của phương trình $6x^4+19x^2+15=0$.

A. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}+i$. B. $2\sqrt{2}$. C. 0. D. -2.

32. Cho phương trình bậc hai với hệ số thực $az^2+bz+c=0, (a\neq 0)$. Xét trên tập số phức, khẳng định nào trong các khẳng định sau **sai**?

A. Phương trình bậc hai đã cho luôn có nghiệm.

B. Tổng hai nghiệm của phương trình đã cho là $-\dfrac{b}{a}$.

C. Tích hai nghiệm của phương trình đã cho là $\dfrac{c}{a}$.

D. Nếu $\Delta=b^2-4ac<0$ thì phương trình đã cho vô nghiệm.

III. GỢI Ý – HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Gợi ý - Hướng dẫn giải

1. Nhớ lại các định nghĩa phần thực, phần ảo, số thuần ảo, ta thấy ngay A, B, C đúng. Vì $\mathbb{R}\subset\mathbb{C}$ nên 0 là số phức, do đó D **sai**.

2. Giải hệ hai phương trình $3x = 2y + 1, y = 2 - x$.

5. z, z' có cùng phần thực và có phần ảo là hai số đối nhau nên M, M' có cùng hoành độ và tung độ đối nhau. Do đó M, M' đối xứng nhau qua trục hoành.

6. Nếu số phức z có phần ảo bằng 0 thì $z = \bar{z}$. Vậy D **sai**.

7. C **sai** (vì $|0| = 0$ không lớn hơn 0).

13. Với $z = x + yi$ thì $z^2 = \left(x^2 - y^2\right) + 2xyi$. Nếu z^2 có điểm biểu diễn nằm trên trục tung thì $x^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow y = \pm x$, suy ra tập hợp các điểm biểu diễn z là cặp đường thẳng $y = \pm x$.

16. Chú ý rằng $z.\bar{z} - z = z\left(\bar{z} - 1\right)$ nên điều kiện

$$\left|z.\bar{z} - z\right| = 2 \Leftrightarrow |z|\left|\bar{z} - 1\right| = 2 \Leftrightarrow \left|\bar{z} - 1\right| = 1.$$

19. $M(-1;2)$ nên $\tan\varphi = \dfrac{2}{-1} = -2$. Áp dụng công thức $\tan 2\varphi = \dfrac{2\tan\varphi}{1 - \tan^2\varphi}$.

24. *Cách chính tắc:* Có $\dfrac{4+2i}{1-i} = 1 + 3i$. Đặt $z = x + yi$ thì

$$\frac{4+2i}{1-i}z - 1 = (1+3i)(x+yi) - 1 = (x - 3y - 1) + (3x + y)i.$$

Điều kiện trong đề bài được viết lại thành

$$(x - 3y - 1)^2 + (3x + y)^2 = 1 \Leftrightarrow (x - 3y)^2 - 2(x - 3y) + 1 + (3x + y)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 10x^2 + 10y^2 - 2x + 6y = 0 \Leftrightarrow \left(x^2 - \frac{1}{5}x\right) + \left(y^2 + \frac{3}{5}y\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{10}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{10}\right)^2 = \frac{1}{10} \quad (*)$$

Điểm biểu diễn $M(x;y)$ của z chạy trên đường tròn (*). Cần tìm M thuộc đường tròn này để OM nhỏ nhất. Dễ thấy đường tròn này qua O nên $\min(OM) = 0$. Do đó $\min|z| = 0$.

Cách nhanh nhất: Vì $z = 0$ thỏa mãn phương trình $\left|\dfrac{4+2i}{1-i}z - 1\right| = 1$ nên $\min|z| = 0$.

28. $z = \frac{3}{5} + \frac{6}{5}i, v = \frac{11}{15} - \frac{56}{45}i$, do đó $M\left(\frac{11}{15}; -\frac{56}{45}\right)$. Từ đó $\tan\varphi = -\frac{56}{45} : \frac{11}{15} = -\frac{56}{33}$.

Áp dụng công thức lượng giác $\sin 2\varphi = \frac{2\tan\varphi}{1+\tan^2\varphi}$, $\cos 2\varphi = \frac{1-\tan^2\varphi}{1+\tan^2\varphi}$ và chú ý rằng $\tan\varphi < -1$, ta dễ suy ra được $\sin 2\varphi < 0$, $\cos 2\varphi < 0$. Từ đó N thuộc góc phần tư (III).

Đáp án

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	D	12	B	23	C
2	A	13	D	24	C
3	C	14	B	25	B
4	C	15	B	26	D
5	B	16	A	27	C
6	D	17	D	28	C
7	C	18	B	29	C
8	A	19	C	30	A
9	B	20	C	31	C
10	B	21	B	32	D
11	C	22	A		

Chủ đề 5
KHỐI ĐA DIỆN

I. KIẾN THỨC VÀ KĨ NĂNG CẦN THIẾT

Về các khối (hình) đa diện, chủ yếu ta đề cập đến khối (hình) lăng trụ và khối (hình) chóp.

Các khái niệm:

1. Khối (hình) lăng trụ tam giác, tứ giác,..., n-giác

- Hai mặt đáy là hai tam giác, tứ giác, ..., n-giác (lồi) bằng nhau, hai mặt (phẳng) đáy song song; các mặt bên là những hình bình hành; các cạnh bên song song và bằng nhau; có thể nói đến góc giữa cạnh bên và mặt (phẳng) đáy; về kí hiệu, chẳng hạn, thường viết khối (hình) lăng trụ tam giác là $ABC.A'B'C'$, khối (hình) lăng trụ tứ giác là $ABCD.A'B'C'D'$,...

- Chiều cao là khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy; chẳng hạn nếu cạnh bên dài ℓ và góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng α thì chiều cao là $h = \ell \sin\alpha$;

- Khối (hình) **lăng trụ đứng** là khối (hình) lăng trụ mà cạnh bên vuông góc với mặt (phẳng) đáy, cũng tức là mỗi mặt bên là một hình chữ nhật; mặt phẳng chứa một mặt bên vuông góc với mặt phẳng đáy; độ dài mỗi cạnh bên là chiều cao của khối (hình);

- Khối (hình) **lăng trụ tam giác đều, tứ giác đều,..., n-giác đều** là khối (hình) lăng trụ **đứng** mà đáy là tam giác đều, tứ giác đều,..., n-giác **đều**; cần phân biệt, chẳng hạn, hình lăng trụ tam giác đều với hình lăng trụ có đáy là tam giác đều;

- **Khối (hình) hộp** là khối lăng trụ (tứ giác) mà đáy là hình bình hành; khi đó mọi mặt bên cũng như mặt đáy của nó đều là hình bình hành; vậy hình hộp có 6 mặt, hai mặt nằm trên hai mặt phẳng song song gọi là hai **mặt đối diện**; hình hộp có 8 đỉnh, hai đỉnh không cùng nằm trên một mặt là hai **đỉnh đối diện**; hình hộp có 12 cạnh, hai **cạnh đối diện** là hai cạnh không cùng nằm trên một mặt nào; hình hộp có bốn **đường chéo** là bốn đoạn thẳng nối 4 cặp đỉnh đối diện. Bốn đường chéo của hình hộp cắt nhau tại một điểm là **tâm (đối xứng)** của nó. (Cần phân biệt đường chéo của hình hộp với đường chéo của một mặt của hình hộp!). Khối hộp đứng là khối hộp mà cạnh bên vuông góc với mặt (phẳng) đáy.

- **Khối (hình) hộp chữ nhật** là khối (hình) hộp đứng mà đáy là hình chữ nhật, tức là khối (hình) lăng trụ đứng mà đáy là hình chữ nhật; 6 mặt của nó đều là hình chữ nhật; ba cạnh cùng đi qua một đỉnh vuông góc với nhau từng đôi một; bốn đường chéo của hình hộp chữ nhật có độ dài bằng nhau: hình hộp chữ nhật kích thước a, b, c (độ dài ba cạnh cùng qua một đỉnh) thì có đường chéo dài $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$; mỗi mặt phẳng đi qua các trung điểm của bốn cạnh song song là một mặt phẳng đối xứng của hình hộp chữ nhật (cần phân biệt hình hộp chữ nhật với hình hộp mà đáy là hình chữ nhật).

- **Khối (hình) lập phương** cạnh a là khối hộp chữ nhật có tất cả các cạnh bằng a; 6 mặt của nó đều là hình vuông; mỗi mặt phẳng đi qua cặp cạnh đối diện là một mặt phẳng đối xứng của hình lập phương.

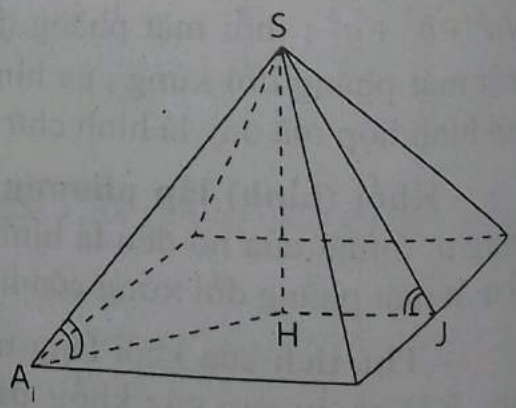
- **Thể tích** của khối lăng trụ là $V = Bh$, trong đó B là diện tích của đa giác đáy, h là chiều cao của khối; **diện tích xung quanh** của khối (hình) lăng trụ là tổng diện tích các mặt bên của nó; **diện tích toàn phần** của khối (hình) lăng trụ là tổng diện tích xung quanh với diện tích hai mặt đáy của nó; thể tích của khối hộp chữ nhật kích thước a, b, c là $V = abc$, diện tích toàn phần của nó là $2(ab + bc + ca)$; thể tích khối lập phương cạnh a là a^3, diện tích toàn phần của nó là $6a^2$; để nhanh chóng trả lời câu hỏi trắc nghiệm về thể tích, diện tích của khối (hình) lăng trụ, cần nhớ một số công thức (đã biết từ cấp THCS) tính diện tích tam giác như

$S = \frac{1}{2}ah$ (a là độ dài một cạnh, h là chiều cao tương ứng với cạnh đó), $S = \frac{1}{2}bc\sin A$ (b, c là độ dài hai cạnh, A là góc kẹp giữa hai cạnh đó), công thức Hê-rông, diện tích tam giác đều cạnh a là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, công thức tính diện tích hình chữ nhật kích thước a, b là $S = ab$, diện tích hình thoi cạnh a với một góc giữa hai cạnh bằng α là $S = a^2\sin\alpha$, diện tích hình thoi có hai đường chéo m, n là $S = \frac{mn}{2}$, diện tích hình thang có chiều cao h với độ dài hai đáy a, b là $S = \frac{a+b}{2}h$,...

2. Khối (hình) chóp tam giác, tứ giác,..., n-giác

- Đỉnh S; (mặt) đáy là tam giác, tứ giác,..., n-giác (lồi), n cạnh đáy, n cạnh bên, n mặt bên, mỗi mặt bên là một tam giác; đường cao là đoạn thẳng nối từ đỉnh S đến hình chiếu H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy (H không buộc nằm bên trong đa giác đáy); chiều cao là khoảng cách từ đỉnh đến mặt phẳng đáy; cần phân biệt khối (hình) chóp tam giác với khối (hình) tứ diện: khối tứ diện có 4 đỉnh (không cùng nằm trong một mặt phẳng), 6 cạnh, 4 mặt, có 4 đường cao (xuất phát từ 4 đỉnh).

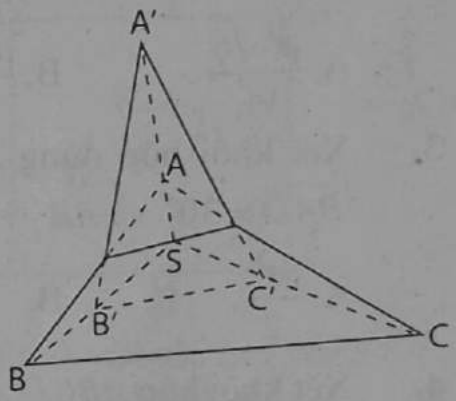
- **Khối (hình) chóp tam giác, tứ giác,..., n-giác đều**: khối (hình) chóp có đáy là tam giác, tứ giác,... , n-giác đều và có độ dài các cạnh bên bằng nhau (hay có chân đường cao H là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy); cần phân biệt khối (hình) chóp đa giác đều với khối chóp có đáy là đa giác đều; cần phân biệt khối (hình) chóp tam giác đều (không chắc có 6 cạnh bằng nhau) với tứ diện đều. Trong khối (hình) chóp đều, các mặt bên là những tam giác cân bằng nhau; góc giữa mỗi mặt bên với mặt phẳng đáy là không đổi, nếu J là hình chiếu của H trên một cạnh đáy thì góc đó là $\widehat{SJH}$, từ đó chiều cao của khối (hình) chóp là $h = SJ\sin\widehat{SJH}$; các cạnh bên của khối (hình) chóp đều có độ dài bằng nhau, góc giữa mỗi cạnh bên với mặt phẳng đáy là không đổi; nếu A_i là một đỉnh của đa giác đáy thì góc đó là $\widehat{SA_iH}$, từ đó chiều cao của khối (hình) chóp là $h = SA_i\sin\widehat{SA_iH}$; chân đường cao H cách đều các mặt bên và cũng cách đều các cạnh bên của khối (hình) chóp đều.



- **Thể tích** của khối chóp là $V = \frac{1}{3}Bh$, B là diện tích đa giác đáy, h là chiều cao của khối chóp (cần nhớ hệ số $\frac{1}{3}$ này!). Công thức này giúp ta đôi khi tính được khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng hay diện tích của đa giác (khi biết thể tích!).

Diện tích xung quanh của khối (hình) chóp là tổng diện tích các mặt bên của nó; diện tích toàn phần là tổng diện tích các mặt bên với diện tích mặt đáy.

Để giúp tính toán nhanh thể tích khối chóp nên chú ý :



* Thể tích khối chóp không thay đổi khi đỉnh thay đổi trên mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy ;

* Xét hai khối chóp tam giác cùng đỉnh $S.ABC$, $S.A'B'C'$ mà các bộ ba điểm (S, A, A'); (S, B, B') và (S, C, C') thẳng hàng thì $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.A'B'C'}} = \frac{SA}{SA'}.\frac{SB}{SB'}.\frac{SC}{SC'}$ (công thức này không đúng cho khối chóp tứ giác!).

Ngoài ra, từ công thức tính diện tích tam giác đều cạnh a là $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (tam giác đều ABC cạnh a có chiều cao $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, có trọng tâm G thì $GA = \frac{a}{\sqrt{3}}$), nhẩm nhanh được thể tích khối tứ diện đều cạnh a là $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

3. Thể tích khối đa diện

- Nên biết phân chia, lắp ghép khối đa diện một cách thích hợp để tính nhanh chóng thể tích.

- Chú ý rằng mặt phẳng đi qua tâm đối xứng của khối đa diện chia khối thành hai phần có cùng thể tích.

- Phép vị tự tỉ số k (định nghĩa tương tự phép vị tự trong mặt phẳng) biến khối đa diện có thể tích V thành khối đa diện có thể tích $|k|^3 V$.

- Cắt khối chóp đỉnh S bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy (cắt cạnh bên của khối chóp) thì được một "khối chóp con" cùng đỉnh S và một **khối chóp cụt** (mỗi mặt bên là một hình thang), thể tích của nó bằng hiệu thể tích của khối chóp lớn với thể tích khối chóp con.

II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Cho khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó $ABCD$ là hình thoi có hai đường chéo $AC = a$, $BD = a\sqrt{3}$ và cạnh $AA' = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối hộp đó.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $a^3\sqrt{6}$. D. $2a^3\sqrt{6}$.

2. Xét khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó $ABCD$ là hình thoi có hai đường chéo $AC = a$, $BD = a\sqrt{3}$ và có đường chéo của hình hộp $A'C = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối hộp đó.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $a^3\sqrt{6}$. D. $2a^3\sqrt{6}$.

3. Xét khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD} = 30^\circ$ và $AA' = 2a$. Tính thể tích khối hộp.

A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. a^3.

4. Xét khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó $ABCD$ là hình thoi có các đường chéo bằng a và $2a$; cạnh bên $AA' = 2a$ và tạo với mặt phẳng đáy góc bằng 30°. Tính thể tích khối hộp.

A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. a^3. D. $\frac{4a^3}{3}$.

5. Xét khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó $A'ABD$ là tứ diện đều cạnh a. Tính thể tích khối hộp đó.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $a^3\sqrt{2}$.

6. Xét khối chóp tứ giác $S.ABCD$, trong đó $SABC$ là tứ diện đều cạnh a và $ABCD$ là hình thoi. Tính thể tích khối chóp đó.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

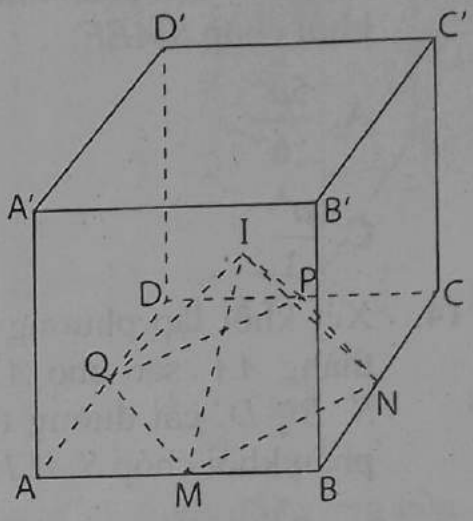
7. Cho khối chóp đỉnh S, có thể tích bằng V, có đáy là hình vuông $ABCD$ với tâm I. Điểm P thuộc cạnh AB, điểm Q thuộc cạnh AD (P, Q không phải là đỉnh hình vuông) sao cho $\widehat{PIQ}$ là góc vuông. Tính thể tích khối chóp tứ giác $S.APIQ$.

A. $\frac{V}{2}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{V}{6}$.

8. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng V. Gọi S' là điểm sao cho S là trung điểm của đoạn AS' và B', C' theo thứ tự là trung điểm của AB, AC. Tính thể tích của khối chóp tam giác $S'.AB'C'$.

A. V. B. $\frac{V}{2}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{V}{3}$.

9. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V, có tâm (đối xứng) I. Gọi M,N,P,Q theo thứ tự là trung điểm các cạnh AB,BC,CD,DA của đáy $ABCD$. Tính thể tích phần khối hộp đó không nằm trong khối chóp tứ giác $I.MNPQ$.



A. $\frac{5V}{6}$. B. $\frac{3V}{4}$.

C. $\frac{11V}{12}$. D. $\frac{7V}{8}$.

10. Cho khối chóp tứ giác có đỉnh S; đáy là hình thoi $ABCD$ với góc ở A bằng 60^o, cạnh bằng a; hình chiếu của S trên mặt phẳng đáy là tâm (đối xứng) I của hình thoi. Khối chóp có thể tích $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB).

A. $\frac{a}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

11. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$, $AB = a$. Thể tích của khối chóp bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB).

A. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a}{3}$.

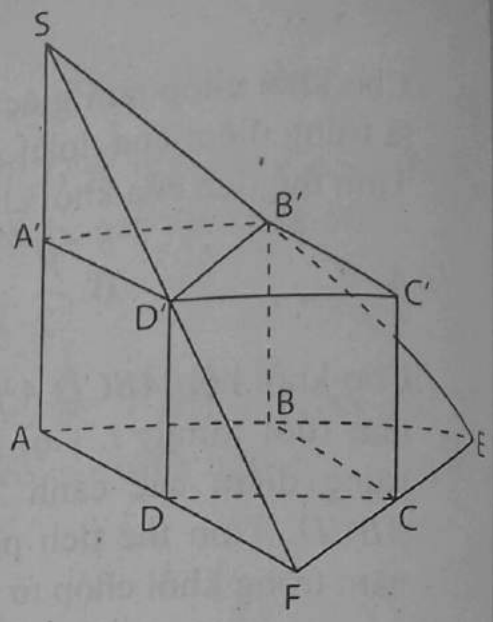
12. Xét khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi S là điểm thuộc đường thẳng AA' sao cho A' là trung điểm của SA. Mặt phẳng (P) qua các điểm S, B', D' cắt đường thẳng AB ở E, cắt đường thẳng AD ở F.

Tính thể tích khối chóp $S.AEF$.

A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. a^3. D. $\frac{4a^3}{3}$.

13. Xét khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi S là điểm thuộc đường thẳng AA' sao cho A' là trung điểm của SA. Mặt phẳng (P) qua các điểm S, B', D' cắt đường thẳng AB ở E, cắt đường thẳng AD ở F.

Tính thể tích phần khối lập phương nằm trong khối chóp $S.AEF$.



A. $\frac{5a^3}{6}$. B. $\frac{2a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

14. Xét khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi S là điểm thuộc đường thẳng AA' sao cho A' là trung điểm của SA. Mặt phẳng (P) qua các điểm S, B', D' cắt đường thẳng AB ở E, cắt đường thẳng AD ở F. Tính thể tích phần khối chóp $S.AEF$ không nằm trong khối lập phương.

A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

15. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi S là điểm thuộc đường thẳng AA' sao cho A' là trung điểm của SA. Tính thể tích phần khối chóp $S.ABD$ nằm ngoài khối lập phương.

A. $\frac{a^3}{24}$. B. $\frac{a^3}{12}$. C. $\frac{a^3}{48}$. D. $\frac{a^3}{36}$.

16. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi S là điểm thuộc đường thẳng AA' sao cho A' là trung điểm của SA. Tính thể tích phần khối chóp $S.ABD$ nằm trong khối lập phương.

A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{7a^3}{24}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{3a^3}{8}$.

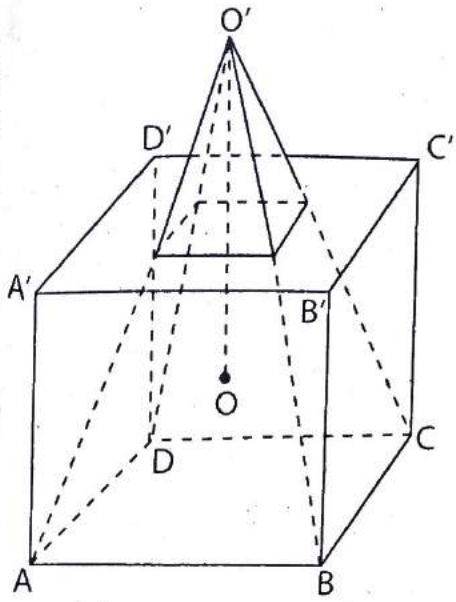
17. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi O' là điểm đối xứng của tâm O của khối lập phương qua mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Tính thể tích khối chóp tứ giác $O'.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

18. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi O' là điểm đối xứng của tâm O của khối lập phương qua mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Tính thể tích phần khối chóp tứ giác $O'.ABCD$ nằm ngoài khối lập phương.

A. $\frac{a^3}{54}$. B. $\frac{a^3}{27}$. C. $\frac{a^3}{18}$. D. $\frac{a^3}{36}$.

19. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi O' là điểm đối xứng của tâm O của khối lập phương qua mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Tính thể tích phần khối chóp tứ giác $O'.ABCD$ nằm trong khối lập phương.



A. $\frac{4a^3}{9}$. B. $\frac{5a^3}{9}$.

C. $\frac{13a^3}{27}$. D. $\frac{14a^3}{27}$.

20. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi S là điểm đối xứng của tâm I của hình vuông $ABCD$ qua mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Tính thể tích khối chóp tứ giác $S.ABCD$.

A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

21. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi S là điểm đối xứng của tâm I của hình vuông $ABCD$ qua mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Tính thể tích phần khối chóp tứ giác $S.ABCD$ nằm ngoài khối lập phương.

A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{a^3}{12}$. C. $\frac{a^3}{9}$. D. $\frac{2a^3}{9}$.

22. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi S là điểm đối xứng của tâm I của hình vuông $ABCD$ qua mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Tính thể tích phần khối chóp tứ giác $S.ABCD$ nằm trong khối lập phương.

A. $\frac{7a^3}{12}$. B. $\frac{5a^3}{12}$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{5a^3}{9}$.

23. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi S là điểm đối xứng của tâm I của hình vuông $ABCD$ qua mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Tính thể tích phần khối lập phương nằm ngoài khối chóp tứ giác $S.ABCD$.

A. $\frac{7a^3}{12}$. B. $\frac{5a^3}{12}$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{4a^3}{9}$.

24. Xét khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có thể tích $V = 24\sqrt{3}$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 30°. Tính chiều cao của khối chóp.

A. 2. B. $\sqrt{3}$. C. 1. D. 3.

25. Xét khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Tính thể tích khối chóp.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

26. Xét khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ mà SAC là tam giác đều cạnh a. Tính thể tích khối chóp.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

27. Xét khối chóp tam giác đều $S.ABC$ cạnh đáy a, chiều cao của khối chóp bằng chiều cao của tam giác đáy. Tính thể tích khối chóp.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3}{8}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

28. Xét khối chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông cân $AB = AC$, cạnh bên $SA = 3a$ tạo với mặt phẳng đáy góc 30°. Biết thể tích khối chóp bằng a^3, tính độ dài cạnh AB.

A. $a\sqrt{2}$. B. a. C. $2a$. D. $a\sqrt{3}$.

29. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có cạnh đáy bằng a và có thể tích $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. Tìm số dương r sao cho có điểm J nằm bên trong khối chóp, mà khoảng cách từ J đến các mặt bên và đến mặt đáy đều bằng r.

A. $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $r = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

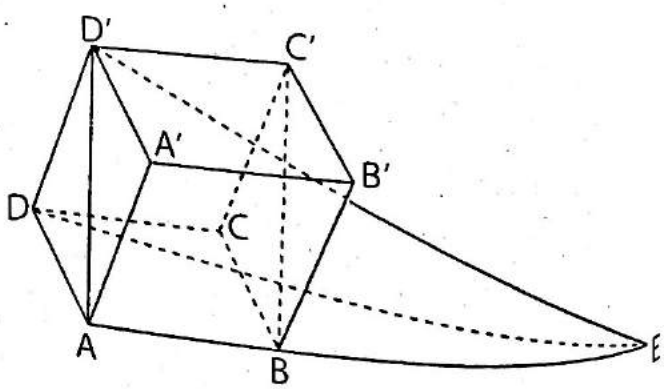
30. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$. Mặt phẳng đi qua trọng tâm của ba mặt bên của khối chóp chia khối chóp thành hai phần. Tính tỉ số thể tích hai phần đó.

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{8}{19}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

31. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích V. Gọi G, H, K là trọng tâm của ba mặt bên của khối chóp. Tính thể tích khối chóp $S.GHK$.

A. $\frac{V}{6}$. B. $\frac{V}{9}$. C. $\frac{V}{27}$. D. $\frac{2V}{27}$.

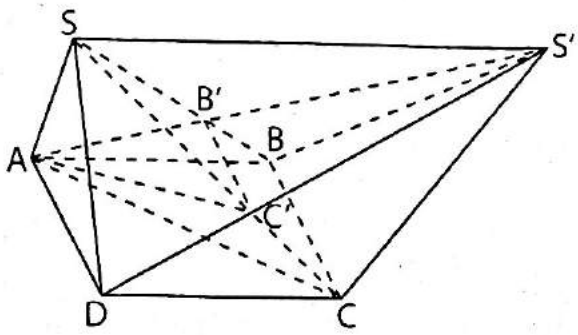
32. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V. Gọi E là điểm sao cho $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$. Tính thể tích của khối đa diện gồm các điểm chung của khối hộp đó và khối chóp tam giác $E.ADD'$.



A. $\frac{4V}{27}$. B. $\frac{V}{2}$.

C. $\frac{19V}{54}$. D. $\frac{25V}{54}$.

33. Cho hình chóp tứ giác đỉnh S, có thể tích V, đáy là hình bình hành $ABCD$. Lấy điểm S' sao cho $\overrightarrow{SS'} = 2\overrightarrow{AB}$. Tính thể tích của khối đa diện gồm các điểm chung của khối chóp đó và khối chóp tứ giác $S'.ABCD$.



A. $\frac{5V}{9}$. B. $\frac{4V}{9}$.

C. $\frac{V}{3}$. D. $\frac{V}{2}$.

34. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích V. Gọi S' là điểm xác định bởi $\overrightarrow{SS'} = 2\overrightarrow{AB}$. Tính thể tích phần khối chóp $S.ABC$ nằm trong khối chóp $S'.ABC$.

A. $\frac{V}{2}$. B. $\frac{V}{3}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{V}{6}$.

35. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích V. Gọi S' là điểm xác định bởi $\overrightarrow{SS'} = 2\overrightarrow{AB}$. Tính thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là S, S', A, B, C.

A. $2V$. B. $3V$. C. $\frac{3V}{2}$. D. $\frac{4V}{3}$.

36. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy; $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a, góc tại đỉnh A bằng 60°. Khối chóp có thể tích $V = \frac{a^3}{4}$. Gọi E là điểm xác định bởi $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AC}$. Tính khoảng cách từ điểm E đến mặt phẳng (SBD).

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{3a\sqrt{6}}{4}$. D. $a\sqrt{6}$.

37. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a, góc tại đỉnh A bằng 60°. Khối chóp có thể tích $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. Gọi E là điểm xác định bởi $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AC}$. Tính khoảng cách từ điểm E đến mặt phẳng (SBC).

A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. a.

III. GỢI Ý – HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Gợi ý - Hướng dẫn giải

7. Diện tích tứ giác $APIQ$ bằng $\frac{1}{4}$ diện tích hình vuông.

10. Khoảng cách cần tính bằng 2 lần chiều cao kẻ từ I của tam giác vuông SIJ, trong đó J là hình chiếu của I trên cạnh AB. Ngoài ra còn có thể trả lời câu hỏi nhờ dùng phương pháp tọa độ (xem câu hỏi 43 chủ đề 7).

11. Khoảng cách cần tính bằng 2 lần chiều cao kẻ từ I của tam giác vuông SIJ, trong đó I là tâm hình vuông $ABCD$, J là trung điểm cạnh AB. Ngoài ra còn có thể trả lời nhờ dùng phương pháp tọa độ.

13. Phần khối lập phương ở ngoài khối chóp $S.AEF$ là khối chóp $C.B'C'D'$.

29. I là tâm của hình vuông $ABCD$, H là trung điểm một cạnh của đáy thì SIH là tam giác vuông có một góc bằng 60^o.

32. Bộ phận của khối chóp $E.ADD'$ nằm ngoài khối hộp là một khối chóp vị tự với khối chóp $E.A'DD'$.

33. Mặt phẳng $(S'AD)$ cắt SB tại B', cắt SC tại C', $B'C'$ song song với BC, tỉ số thể tích khối chóp $S.ADC'B'$ và thể tích khối chóp $S.ADCB$ có thể tính được theo tỉ số $\frac{SB'}{SB}$ (nhờ công thức so sánh thể tích hai khối chóp tam giác cùng chung đỉnh và chung các đường thẳng chứa các cạnh bên).

Đáp án

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	A	11	A	20	A	29	D
2	B	12	D	21	B	30	B
3	D	13	A	22	A	31	D
4	C	14	B	23	B	32	C
5	B	15	A	24	A	33	B
6	C	16	B	25	B	34	B
7	C	17	C	26	A	35	B
8	B	18	A	27	C	36	C
9	C	19	C	28	C	37	C
10	D						

Chủ đề 6
MẶT NÓN, MẶT TRỤ, MẶT CẦU

I. KIẾN THỨC VÀ KĨ NĂNG CẦN THIẾT

I.1. Kiến thức

1. Mặt tròn xoay. Mặt nón (tròn xoay)

- Hiểu định nghĩa mặt tròn xoay, khối tròn xoay. Biết giao của mặt tròn xoay với mặt phẳng chứa trục, với mặt phẳng vuông góc với trục.

- Hiểu được khái niệm mặt nón tròn xoay (còn gọi là mặt nón), đỉnh, góc ở đỉnh, đường sinh; giao của nó với mặt phẳng chứa trục, mặt phẳng vuông góc với trục; hình (khối) nón tròn xoay, mặt đáy, mặt xung quanh, chiều cao, đường sinh của nó.

- Nhớ được các công thức tính thể tích khối nón; công thức tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của mặt nón:

+ Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay: $S_{xq} = \pi rl$, r là bán kính đường tròn đáy, l là độ dài đường sinh.

+ Thể tích của khối nón tròn xoay: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, r là bán kính đường tròn đáy, h là chiều cao (độ dài đường cao).

2. Mặt trụ (tròn xoay)

- Hiểu được khái niệm mặt trụ tròn xoay (còn gọi là mặt trụ), trục, bán kính, đường sinh; giao của mặt trụ với mặt phẳng vuông góc với trục (biết rằng giao của mặt trụ với mặt phẳng không song song với đường sinh là một elip); hình (khối) trụ, mặt đáy, mặt xung quanh, chiều cao, đường sinh của nó.

- Nhớ được các công thức tính thể tích khối trụ; công thức tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của mặt trụ:

+ Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay: $S_{xq} = 2\pi rl$, r là bán kính đường tròn đáy, l là độ dài đường sinh.

+ Thể tích của khối trụ tròn xoay: $V = \pi r^2 h$, r là bán kính đường tròn đáy, h là chiều cao (độ dài đường cao).

3. Mặt cầu

- Hiểu được khái niệm mặt (khối) cầu, tâm, bán kính, đường kính, mặt phẳng kính; tính chất đối xứng của mặt cầu qua tâm, qua đường kính, qua mặt phẳng kính ;

giao của mặt cầu với mặt phẳng qua tâm là đường tròn lớn; giao của mặt cầu với mặt phẳng cách tâm một khoảng bé hơn bán kính là đường tròn, bằng bán kính là một điểm (mặt phẳng đó gọi là tiếp diện của mặt cầu tại tiếp điểm); giao của mặt cầu với đường thẳng thường là cặp điểm, khi cặp điểm này trùng nhau thì đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu.

- Mặt phẳng (đường thẳng) tiếp xúc với mặt cầu khi và chỉ khi khoảng cách từ tâm mặt cầu đến nó bằng bán kính mặt cầu; mặt phẳng (đường thẳng) tiếp xúc với mặt cầu tâm O tại điểm M thuộc mặt cầu khi và chỉ khi nó vuông góc với OM tại M. Mặt cầu gọi là ngoại tiếp khối đa diện (lồi) nếu nó đi qua mọi đỉnh của đa diện đó. Khi xét các yếu tố của mặt cầu như tiếp diện, tiếp tuyến của nó,..., ta xét giao của toàn bộ hình với một mặt phẳng thích hợp và thường có thể đưa về xét một đường tròn trong mặt phẳng đó.

- Nhớ được các công thức tính thể tích khối cầu, công thức tính diện tích mặt cầu:

+ Diện tích của mặt cầu: $S = 4\pi r^2$, r là bán kính mặt cầu.

+ Thể tích của khối cầu: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, r là bán kính mặt cầu.

I.2. Kĩ năng

1. Biết cách tạo nên mặt nón, mặt trụ, mặt cầu nhờ quay hình, quay đường quanh một đường thẳng (gọi là trục). Biết mỗi mặt đó là quỹ tích của các điểm thỏa mãn một tính chất hình học quen thuộc.

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC vuông tại A. Khi quay cạnh BC của tam giác ABC quanh cạnh AB thì hình tròn xoay được tạo thành là hình gì?

A. Mặt xung quanh của một hình trụ.
B. Mặt cầu.
C. Mặt xung quanh của một hình nón.
D. Khối nón.

Đáp án C.

Hướng dẫn giải: Học sinh dễ quên mặt đáy của hình nón. Ở đây, đề bài đã nhắc đến nó. Có thể coi là câu hỏi ở cấp độ nhận biết.

Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khi quay các cạnh của hình chóp $S.ABC$ xung quanh trục AB, hỏi có bao nhiêu hình nón được tạo thành?

A. Hai hình nón.
B. Một hình nón.
C. Ba hình nón.
D. Không có hình nón nào.

Đáp án A.

Hướng dẫn giải: Đề bài hỏi có bao nhiêu hình nón được tạo thành chứ không hỏi khi quay các cạnh của hình chóp ta được hình gì? (ta thừa nhận một cách trực quan khi quay SC quanh AB ta không được hình nón). Có thể coi đây là câu hỏi ở cấp độ thông hiểu.

Ví dụ 3. Trong không gian, cho hai điểm A, B phân biệt và M là điểm thay đổi sao cho diện tích tam giác MAB không đổi. Hỏi điểm M thuộc mặt nào trong các mặt sau?

A. Mặt phẳng. B. Mặt nón. C. Mặt cầu. D. Mặt trụ.

Đáp án D.

Hướng dẫn giải: Chiều cao từ M của tam giác ABC, tức khoảng cách từ M đến đường thẳng AB là không đổi. Có thể coi đây là câu hỏi ở cấp độ thông hiểu.

2. Sử dụng thành thạo công thức tính thể tích khối nón, khối trụ, khối cầu, công thức tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình nón, hình trụ, diện tích hình (mặt) cầu.

Ví dụ 4. Cho hình nón tròn xoay có độ dài đường sinh là $2a$, góc ở đỉnh của hình nón bằng 60°. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = \dfrac{\pi a^3}{2}$. B. $V = \pi a^3\sqrt{3}$. C. $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \pi a^3$.

Đáp án C.

Hướng dẫn giải: Tính được dễ dàng bán kính đáy và chiều cao của hình nón. Có thể coi đây là câu hỏi ở cấp độ thông hiểu.

3. Xác định được thiết diện của mặt nón, mặt trụ, mặt cầu cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục, mặt phẳng chứa trục.

Ví dụ 5. Cho hình trụ có bán kính $R = a$, mặt phẳng qua trục và cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $6a^2$. Tính thể tích của khối trụ.

A. $12\pi a^3$. B. $3\pi a^3$. C. πa^3. D. $24\pi a^3$.

Đáp án B.

Hướng dẫn giải: Do thiết diện là hình chữ nhật, dễ tính được chiều cao rồi thể tích của khối trụ. Có thể coi đây là câu hỏi ở cấp độ thông hiểu.

4. Biết các tính chất hình học của mặt phẳng tiếp xúc, đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu; giao của mặt phẳng, của đường thẳng và mặt cầu. Hình dung được, "dựng" được mặt cầu (tâm, bán kính) ngoại tiếp hình hộp chữ nhật, hình lăng trụ đều, hình chóp đều; mặt cầu nội tiếp hình lập phương.

Ví dụ 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 3$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{125\pi}{6}$. B. $V = \dfrac{125\pi}{2}$. C. $V = \dfrac{125\pi}{3}$. D. $V = \dfrac{25\pi}{6}$.

Đáp án A.

Hướng dẫn giải: Gọi H là tâm của hình vuông $ABCD$, lấy điểm I là trung điểm của SC thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Có thể coi đây là câu hỏi ở cấp độ vận dụng (thấp).

Ví dụ 7. Tính thể tích của hình cầu nội tiếp hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{2}$.

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\dfrac{\pi a^3}{6}$. D. $\dfrac{\pi a^3}{3}$.

Đáp án A.

Hướng dẫn giải: Tâm của hình cầu nội tiếp hình lập phương trùng với tâm của hình lập phương. Có thể coi đây là câu hỏi ở cấp độ thông hiểu.

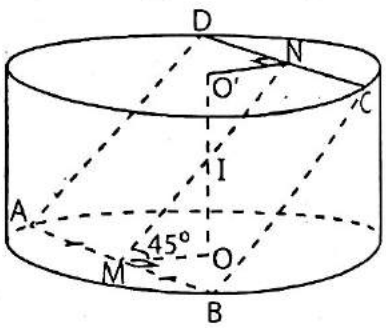
5. Biết sử dụng linh hoạt các kiến thức, kĩ năng trên để giải quyết một tình huống cụ thể có liên quan đến mặt nón, mặt trụ, mặt cầu.

Ví dụ 8. Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có hai đỉnh A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh C, D nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy hình trụ một góc $45°$. Tính thể tích của khối trụ.

A. $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{16}$. B. $\dfrac{3\sqrt{2}\pi a^3}{2}$. C. $\dfrac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$. D. $\dfrac{3\sqrt{2}\pi a^3}{8}$.

Đáp án C.

Hướng dẫn giải: Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB và CD. Khi đó: $OM \perp AB$ và $O'N \perp DC$.



Vì $AB // DC, AB = DC$ nên $OM // O'N, OM = O'N$. Do mặt phẳng $(ABCD)$ không vuông góc với mặt phẳng đáy nên MN cắt OO' tại trung điểm I của OO'.

Đặt $R = OA$, $h = OO'$. ΔIOM vuông cân tại O nên:

$$OM = OI = \frac{\sqrt{2}}{2}IM = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{a}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

Suy ra $\frac{h}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{4}\Leftrightarrow h=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có: $R^2=OA^2=AM^2+MO^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2=\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{8}=\frac{3a^2}{8}$.

Từ đó $V=\pi R^2h=\pi.\frac{3a^2}{8}.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$. Có thể xem đây là câu hỏi ở cấp độ vận dụng.

Ví dụ 9. Cho hình trụ có bán kính đáy r, chiều cao $h=r\sqrt{2}$. Tìm tập hợp X các số a (tính theo r) sao cho có hình vuông $ABCD$ cạnh a, A và B thuộc một đường tròn đáy, C và D thuộc đường tròn đáy kia của hình trụ đó.

A. $X=\left\{r,r\sqrt{2}\right\}$. B. $X=\left\{r\sqrt{3},r\right\}$. C. $X=\left\{r\sqrt{2},r\sqrt{3}\right\}$. D. $X=\left\{r\sqrt{2}\right\}$.

Đáp án C.

Hướng dẫn giải: - Khi mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với hai mặt phẳng đáy, cạnh AD song song với trục nên $a=h=r\sqrt{2}$.

- Khi mặt phẳng $(ABCD)$ cắt trục của hình trụ thì gọi A', B' tương ứng là hình chiếu của A, B trên mặt phẳng đáy chứa CD, ta được hình chữ nhật $A'B'CD$ nội tiếp đường tròn đáy đó và ta có :

$a^2=AD^2=AA'^2+A'D^2=h^2+4r^2-DC^2=h^2+4r^2-a^2$, suy ra $a=r\sqrt{3}$. Vậy chọn đáp án C. Có thể coi đây là câu hỏi ở cấp độ vận dụng cao.

II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$. Kẻ các đường chéo AC, BD của hình chữ nhật. Khi quay các cạnh và các đường chéo của hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục AB, hỏi có bao nhiêu hình nón được tạo thành?

A. Một hình nón. B. Hai hình nón.

C. Ba hình nón. D. Không có hình nón nào.

2. Trong không gian, cho hai điểm A, B cố định và điểm M di động thỏa mãn điều kiện $\widehat{AMB}=90^o$. Hỏi các điểm M thuộc mặt nào trong các mặt sau?

A. Mặt phẳng. B. Mặt cầu. C. Mặt trụ. D. Mặt nón.

3. Cho một hình nón và một dây cung AB thay đổi của đường tròn đáy, dây cung có chiều dài không đổi. Khi dây cung di động thì trung điểm của đoạn thẳng nối đỉnh của hình nón và trung điểm của AB chạy trên đường (mặt) nào?

A. Mặt nón. B. Mặt phẳng. C. Đoạn thẳng. D. Đường tròn.

4. Cho tam giác ABC vuông tại A. Khi quay các cạnh của tam giác ABC quanh cạnh BC thì số hình nón được tạo thành là mấy hình?

A. Một hình. B. Hai hình.

C. Ba hình. D. Không có hình nón nào.

5. Khi quay các cạnh của hình chữ nhật $ABCD$ (không phải hình vuông) quanh đường thẳng AC thì hình tròn xoay được tạo thành là hình nào?

A. Hai mặt xung quanh của hai hình nón.

B. Hình trụ.

C. Mặt xung quanh của một hình trụ.

D. Hình gồm 4 mặt xung quanh của 4 hình nón.

6. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AC > AB$. Khi quay các cạnh SC và SB quanh trục SA thì hình được tạo thành là hình nào?

A. Một hình nón.

B. Hai khối nón có chung đáy.

C. Một khối nón.

D. Hai mặt xung quanh của hai hình nón có chung đỉnh.

7. Cho hình chóp đều $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Khi quay các cạnh của hình chóp $S.ABC$ cùng với đoạn AG xung quanh trục SG, hỏi có bao nhiêu hình nón được tạo thành?

A. Ba hình nón. B. Hai hình nón.

C. Một hình nón. D. Không có hình nón nào.

8. Cho một hình nón và một dây cung AB thay đổi của đường tròn đáy, dây cung có chiều dài không đổi. Khi dây cung di động thì đoạn thẳng nối đỉnh của hình nón và trung điểm của AB chạy trên mặt nào?

A. Một mặt nón. B. Một mặt phẳng.

C. Một mặt cầu. D. Một mặt trụ.

9. Trong mặt phẳng cho góc xOy. Một mặt phẳng (P) thay đổi và vuông góc với đường phân giác trong của góc xOy cắt Ox, Oy tại A, B. Trong (P) lấy M sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$. Hỏi các điểm M chạy trên đường (mặt) nào?

A. Một đường tròn. B. Một mặt cầu.

C. Một mặt nón. D. Một mặt trụ.

10. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Tồn tại một mặt trụ chứa tất cả các cạnh bên của một hình hộp.

B. Tồn tại một mặt trụ chứa tất cả các cạnh bên của một hình lập phương.

C. Tồn tại một mặt nón chứa tất cả các cạnh bên của một hình chóp tứ giác đều.

D. Tồn tại một mặt cầu chứa tất cả các đỉnh của một hình tứ diện đều.

11. Cho hai điểm phân biệt A, B. Tìm tập hợp các tâm O của các mặt cầu đi qua hai điểm A, B.

A. Đường trung trực của đoạn thẳng AB.

B. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

C. Đường tròn đường kính AB.

D. Đường tròn tâm A đi qua B.

12. Cho ba điểm phân biệt A, B, C không thẳng hàng. Tìm tập hợp các tâm O của các mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C.

A. Trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

B. Mặt phẳng cách đều ba điểm A, B, C.

C. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

D. Mặt trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

13. Có bao nhiêu mặt cầu chứa một đường tròn cho trước?

A. Hai mặt cầu.

B. Một mặt cầu.

C. Vô số mặt cầu.

D. Không có mặt cầu nào.

14. Một hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20$, bán kính đáy $r = 25$. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $5\pi\sqrt{41}$.

B. $125\pi\sqrt{41}$.

C. $100\pi\sqrt{41}$.

D. 25π.

15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 5. Một hình nón tròn xoay được sinh ra khi các cạnh của tam giác $AA'C'$ quay xung quanh trục AA'. Tính thể tích của khối nón được tạo nên.

A. $\frac{10\pi}{3}$.

B. $\frac{50\pi}{3}$.

C. $\frac{250\pi}{3}$.

D. $\frac{125\pi}{3}$.

16. Cho hình lập phương có cạnh bằng b. Một khối nón có đỉnh là tâm của đáy trên và có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp đáy dưới của hình lập phương. Tính thể tích của khối nón đó.

A. $\frac{\pi b^3}{2}$.

B. $\frac{\pi b^3}{6}$.

C. $\frac{\pi b^3}{12}$.

D. $\frac{\pi b^3}{4}$.

17. Một hình nón có đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng 60°. Tính thể tích của khối nón được tạo nên từ hình nón đó.

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$.

18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên đáy là trung điểm O của cạnh BC. Biết rằng $AB = a, AC = a\sqrt{3}$, đường thẳng SA hợp với đáy một góc $60°$. Một hình nón có đỉnh là S, đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tính thể tích của khối nón.

A. $\pi a^3\sqrt{3}$. B. πa^3. C. $\pi a^3\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\pi a^3\dfrac{\sqrt{3}}{9}$.

19. Cho khối trụ có bán kính mặt đáy bằng 2cm, chiều cao bằng 3cm. Tính thể tích của khối trụ (theo cm^3).

A. 6π. B. 12π. C. 18π. D. 4π.

20. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a. Tính thể tích của khối trụ.

A. $\dfrac{\pi a^3}{4}$. B. $\dfrac{\pi a^3}{2}$. C. $\dfrac{\pi a^3}{3}$. D. πa^3.

21. Một hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy. Hình nón có đỉnh là tâm đáy trên của hình trụ và đáy là hình tròn đáy dưới của hình trụ. Gọi V_1 là thể tích hình trụ, V_2 là thể tích hình nón. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2} = 3$. B. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\dfrac{V_1}{V_2} = 2\sqrt{2}$. D. $\dfrac{V_1}{V_2} = 2$.

22. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2, AD = 1$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối trụ nhận được khi quay các cạnh của hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục AB và xung quanh trục AD. Hệ thức nào sau đây là hệ thức đúng?

A. $V_2 = 4V_1$. B. $V_2 = \dfrac{V_1}{2}$. C. $V_2 = 2V_1$. D. $V_2 = V_1$.

23. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O, R) và (O', R). Có một dây cung AB của đường tròn (O, R) sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn (O, R) một góc $60°$. Tính thể tích khối trụ.

A. $\dfrac{\pi R^3}{7}$. B. $\dfrac{3\pi R^3}{7}$. C. $\dfrac{\pi R^3\sqrt{7}}{7}$. D. $\dfrac{3\pi R^3\sqrt{7}}{7}$.

24. Một khối cầu có bán kính $\sqrt{3}R$, tính thể tích của nó.

A. $4\pi\sqrt{3}R^3$. B. $4\pi R^3$. C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi R^3$. D. $\pi\sqrt{3}R^3$.

25. Cho hình thang vuông $ABCD$, vuông góc ở A và D, $AB=1$, $AD=\sqrt{3}$, $\widehat{BCD}=60^\circ$. Tính thể tích của hình tròn xoay có được khi quay các cạnh của hình thang quanh đường thẳng AD.

A. $\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{7\pi\sqrt{3}}{3}$. C. $7\pi\sqrt{3}$. D. $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$.

26. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=2, AD=3$. Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$, không có điểm chung với $ABCD$, song song với cạnh AB và cách AB một khoảng bằng 2. Tính thể tích V của khối hình nhận được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục d.

A. 27π. B. 9π. C. 15π. D. 42π.

27. Trong mặt phẳng cho một hình lục giác đều cạnh bằng 2. Tính thể tích của hình tròn xoay có được khi quay các cạnh hình lục giác đó quanh đường thẳng đi qua hai đỉnh đối diện của nó.

A. 8π. B. 6π. C. π. D. 2π.

28. Cho hình lập phương có cạnh bằng a. Một hình nón có đỉnh là tâm của đáy trên và có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp đáy dưới của hình lập phương. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{\pi a^2\sqrt{5}}{4}$. D. $\frac{\pi a^2\sqrt{5}}{2}$.

29. Cắt một khối nón bằng một mặt phẳng đi qua trục của nó, ta được một tam giác vuông cân có diện tích bằng $\frac{9}{2}$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $\frac{9\pi\sqrt{2}}{2}$. B. $9\pi\sqrt{2}$. C. $\frac{3\pi\sqrt{2}}{2}$. D. $3\pi\sqrt{2}$.

30. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB=a$, cạnh bên SA tạo với đáy một góc 60°. Một hình nón có đỉnh là S, đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

A. $S_{xq}=\frac{4\pi a^2}{3}$. B. $S_{xq}=\frac{2\pi a^2}{3}$. C. $S_{xq}=\frac{\pi a^2}{6}$. D. $S_{xq}=\frac{\pi a^2}{2}$.

31. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 2a, AC = a$. Tính diện tích xung quanh của hình nón được tạo nên khi quay các cạnh của tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $\pi a^2\sqrt{5}$. B. $\pi a^2\sqrt{3}$. C. $2\pi a^2\sqrt{5}$. D. $2\pi a^2\sqrt{3}$.

32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 5. Một hình nón tròn xoay được sinh ra khi quay các cạnh của tam giác $AA'C'$ xung quanh trục AA'. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. 25π. B. $25\sqrt{2}\pi$. C. $25\sqrt{3}\pi$. D. $25\sqrt{6}\pi$.

33. Một hình trụ có chiều cao bằng $2\sqrt{2}$ và bán kính đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. $2\pi\sqrt{2}$. B. $\pi\sqrt{3}$. C. $\pi\sqrt{6}$. D. $2\pi\sqrt{6}$.

34. Một hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng $\sqrt{2}$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó.

A. 4π. B. 6π. C. 5π. D. 8π.

35. Cho một hình trụ và hình vuông $ABCD$ cạnh a có hai đỉnh A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh C, D nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy hình trụ một góc 45°. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $\pi a^2\sqrt{3}$. D. $\frac{\pi a^2\sqrt{6}}{2}$.

36. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O,R) và (O',R). Dây cung AB của đường tròn (O) thỏa mãn $\Delta O'AB$ đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60°. Tính diện tích xung quanh hình trụ.

A. $\frac{\pi R^2\sqrt{7}}{7}$. B. $\frac{6\pi R^2\sqrt{7}}{7}$. C. $\frac{3\pi R^2\sqrt{7}}{7}$. D. $\frac{2\pi R^2\sqrt{7}}{7}$.

37. Cho hình trụ có bán kính $R = a$, mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $6a^2$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $12\pi a^2$. B. $3\pi a^2$. C. $6\pi a^2$. D. $9\pi a^2$.

38. Một hình nón có chiều cao $h = 3$, bán kính đáy $R = 5$. Mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón nhưng không qua trục của hình nón, cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác cân có độ dài cạnh đáy bằng 8. Tính diện tích của thiết diện.

A. $8\sqrt{3}$. B. $6\sqrt{2}$. C. $24\sqrt{2}$. D. $12\sqrt{2}$.

39. Một hình nón có đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng 60°. Tính diện tích toàn phần của hình nón.

A. πa^2. B. $\frac{3\pi a^2}{2}$. C. $\frac{3\pi a^2}{4}$. D. $\frac{5\pi a^2}{2}$.

40. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 2a, AC = a$. Tính độ dài đường sinh của hình nón, nhận được khi quay các cạnh của tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. a. B. $a\sqrt{5}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $2a$.

41. Cho hình chóp đều $S.ABCD$, mặt bên tạo với đáy một góc 45°. Một khối nón có đỉnh là S, đáy là hình tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Gọi α là góc ở đỉnh của hình nón, tính $\cos\alpha$.

A. $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$. B. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\cos\alpha = \frac{1}{3}$.

42. Tính diện tích của mặt cầu có bán kính $R = a\sqrt{3}$.

A. $4\pi a^2$. B. $12\pi a^2$. C. $3\pi a^2$. D. $4\pi\sqrt{3}a^2$.

43. Trong các hình đa diện sau, hình nào nội tiếp được trong mặt cầu?

A. Hình tứ diện tùy ý. B. Hình lăng trụ tùy ý.

C. Hình chóp tùy ý. D. Hình hộp tùy ý.

44. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hình hộp chữ nhật nội tiếp được mặt cầu.

B. Hình lập phương nội tiếp được mặt cầu.

C. Lăng trụ đáy là tam giác đều nội tiếp được mặt cầu.

D. Lăng trụ đứng tam giác nội tiếp được mặt cầu.

45. Cho tứ diện đều $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện thuộc đường cao của tứ diện vẽ từ A.

B. Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện thuộc đoạn thẳng nối điểm A và trọng tâm tam giác BCD.

C. Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện thuộc đoạn nối trung điểm của AB, CD.

D. Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện là trung điểm của đoạn nối đỉnh A và chân đường cao vẽ từ A đến mặt phẳng (BCD).

46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AB = SA = a$, $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với SC, (P) lần lượt cắt SB, SC, SD tại H, I và K. Chọn mệnh đề **sai**?

A. Các điểm A, B, C, D, S cùng nằm trên một mặt cầu.

B. Các điểm A, H, I, K, S cùng nằm trên một mặt cầu.

C. Các điểm A, B, C, D, H, I, K cùng nằm trên một mặt cầu.

D. Các điểm A, B, C, D, H, I, K, S cùng nằm trên một mặt cầu.

47. Cho mặt cầu (S) có tâm I bán kính $R = 5$ và mặt phẳng (P) cắt (S) theo một đường tròn (C) có bán kính $r = 3$. Kết luận nào sau đây là **không đúng?**

A. Tâm của (C) là hình chiếu vuông góc của I trên (P).

B. Khoảng cách từ I đến (P) bằng 4.

C. (C) là đường tròn lớn của mặt cầu.

D. Tâm của (C) nằm bên trong mặt cầu.

48. Cho hình chóp $S.ABCD$. Đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a tâm O; SAB là tam giác đều có trọng tâm G và nằm trên mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Xác định điểm I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. I trùng với điểm O.

B. I trùng với điểm G.

C. I là điểm sao cho $\overrightarrow{GI} = \overrightarrow{AD}$.

D. I là giao điểm của đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ tại O và đường thẳng vuông góc với (SAB) tại G.

49. Một khối cầu thể tích bằng 288π. Tính bán kính của khối cầu đó.

A. 3. B. 6. C. $2\sqrt[3]{9}$. D. $3\sqrt[3]{2}$.

50. Cho hình lập phương cạnh a nội tiếp trong một mặt cầu. Tính bán kính đường tròn lớn của mặt cầu đó.

A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $a\sqrt{3}$.

51. Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA' = 2\sqrt{6}$, $B'C' = 3$, diện tích mặt đáy bằng 12. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình hộp trên.

A. $\frac{343\pi}{6}$. B. $\frac{343\pi}{2}$. C. $\frac{343\pi}{8}$. D. $\frac{343\pi}{24}$.

52. Cho khối cầu (S) tâm O, bán kính R và A là điểm thuộc mặt cầu (S). Mặt phẳng (P) đi qua A cắt (S) theo một hình tròn và tạo với OA một góc 60°. Tính diện tích hình tròn đó.

A. $\frac{\pi R^2}{4}$. B. $\frac{3\pi R^2}{4}$. C. $\frac{\pi R^2}{2}$. D. $\frac{3\pi R^2}{2}$.

53. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $16\pi a^2$. B. $\frac{3\pi a^2}{2}$. C. $12\pi a^2$. D. $6\pi a^2$.

54. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = a\sqrt{3}$, cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R = \frac{a\sqrt{15}}{5}$. B. $R = a$. C. $R = 2a$. D. $R = \frac{2a\sqrt{15}}{5}$.

55. Tứ diện $SABC$ có ba cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Cho $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 3a$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình tứ diện.

A. $8\pi a^2$. B. $28\pi a^2$. C. $\frac{7\pi a^2}{2}$. D. $14\pi a^2$.

56. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có $SA = 2$, $AB = 3$, $BC = 4$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đó.

A. $\frac{29\pi\sqrt{29}}{24}$. B. $\frac{29\pi\sqrt{29}}{6}$. C. $\frac{29\pi\sqrt{29}}{2}$. D. $\frac{29\pi\sqrt{29}}{3}$.

57. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông cân tại C, $AC = 2\sqrt{2}$ và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy góc 60°. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $\frac{112\pi}{3}$. B. $\frac{224\pi}{3}$. C. 160π. D. 40π.

58. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng 4.

A. 24π. B. 48π. C. $8\pi\sqrt{3}$. D. $16\pi\sqrt{3}$.

59. Tính tỉ số thể tích giữa khối lập phương và khối cầu ngoại tiếp khối lập phương đó.

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$. C. $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$.

60. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Có một mặt cầu ngoại tiếp một hình lăng trụ bất kì có đáy là đa giác đều.

B. Có một mặt cầu ngoại tiếp một hình chóp đều.

C. Có một mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương.

D. Có một mặt cầu ngoại tiếp một hình hộp chữ nhật.

61. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$ cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $2\pi a^3\sqrt{6}$. B. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\pi a^3\sqrt{6}$. D. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{2}$.

62. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại B, $AA' = AC = a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đó.

A. $4\pi a^2$. B. πa^2. C. $16\pi a^2$. D. $8\pi a^2$.

63. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên $AA' = \dfrac{2a}{3}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đó.

A. $\dfrac{\pi a^3}{81}$. B. $\dfrac{8\pi a^3}{81}$. C. $\dfrac{4\pi a^3}{81}$. D. $\dfrac{32\pi a^3}{81}$.

64. Cho mặt cầu (S) có tâm I, đường kính 10 cm và mặt phẳng (P) cách tâm I một khoảng 4 cm. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. (P) cắt (S).

B. (P) và (S) không có điểm chung.

C. Giao tuyến của (P) và (S) là đường tròn.

D. (P) và (S) có vô số điểm chung.

65. Người ta bỏ 3 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 3 lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của 3 quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$.

A. $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{1}{3}$. B. $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{1}{2}$. C. $\dfrac{S_1}{S_2} = 2$. D. $\dfrac{S_1}{S_2} = 1$.

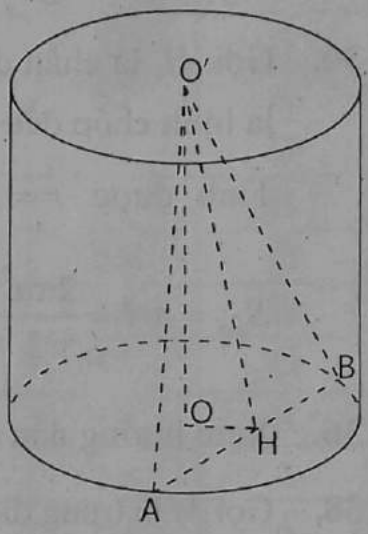
66. Người ta bỏ 3 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 3 lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của 3 quả bóng bàn, S_3 là diện tích toàn phần của hình trụ. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_3}$.

A. $\dfrac{S_1}{S_3} = \dfrac{2}{7}$. B. $\dfrac{S_1}{S_3} = \dfrac{1}{3}$. C. $\dfrac{S_1}{S_3} = 1$. D. $\dfrac{S_1}{S_3} = \dfrac{6}{7}$.

III. GỢI Ý – HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Gợi ý - Hướng dẫn giải

23. Ta có: $OO' \perp (OAB)$. Gọi H là trung điểm của AB thì



$OH \perp AB, O'H \perp AB \Rightarrow \widehat{OHO'} = 60^\circ$.

Giả sử $OH = x$.

Khi đó: $OO' = x\tan 60^\circ = x\sqrt{3}$.

Xét ΔOAH, ta có: $AH^2 = R^2 - x^2$.

Vì $\Delta O'AB$ đều nên:

$O'A = AB = 2AH = 2\sqrt{R^2 - x^2}$ (1).

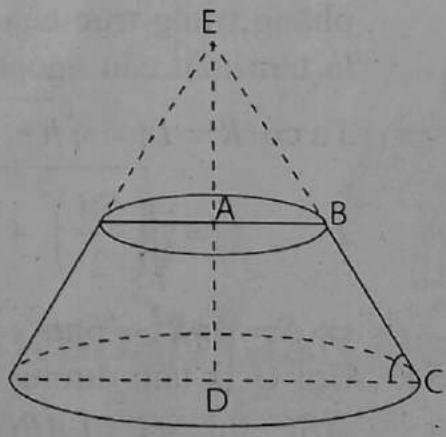
Mặt khác, $\Delta AOO'$ vuông tại O nên:

$O'A^2 = OO'^2 + R^2 = 3x^2 + R^2$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 4\left(R^2 - x^2\right) = 3x^2 + R^2 \Rightarrow x^2 = \dfrac{3R^2}{7}$.

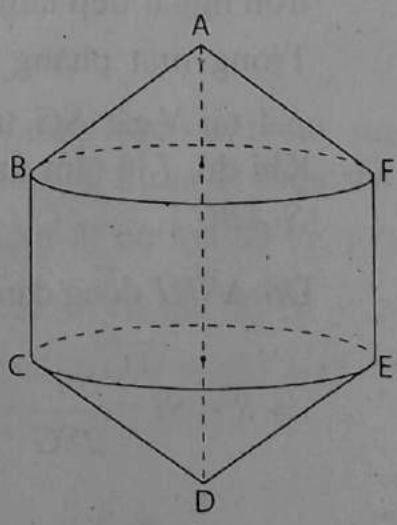
$\Rightarrow h = OO' = x\sqrt{3} = \dfrac{3R\sqrt{7}}{7}$. Ta có $V = \pi R^2 h = \dfrac{3\pi R^3\sqrt{7}}{7}$.

25. Gọi E là giao điểm của AD và BC thì dễ tính được $DC = AB + \dfrac{AD}{\sqrt{3}} = 2$, $AE = \sqrt{3}$, $BC = 2$.



Thể tích khối tròn xoay đang xét bằng hiệu số thể tích khối nón đỉnh E, hình tròn đáy có bán kính bằng DC với thể tích khối nón đỉnh E, hình tròn đáy có bán kính bằng AB. Suy ra thể tích đó bằng $\dfrac{\pi}{3}\left[2^2(\sqrt{3}+\sqrt{3}) - 1^2.\sqrt{3}\right] = \dfrac{7\pi\sqrt{3}}{3}$.

27. Khối tròn xoay có được do quay các cạnh hình lục giác đều $ABCDEF$ xung quanh đường thẳng AD được chia thành ba khối : khối trụ có được do quay hình chữ nhật $BCEF$ quanh AD và khối nón đỉnh A, đáy là hình tròn đường kính BF và khối nón đỉnh D, đáy là hình tròn đường kính CE. Vì $AB = 2$, $\widehat{BAF} = 120^\circ$ nên $BF = CE = 2\sqrt{3}$, thể tích khối trụ là $\pi\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{2}\right)^2.2 = 6\pi$, thể tích mỗi khối nón bằng



$\pi\frac{1}{3}\left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right)^2.\frac{2}{2}=\pi$. Vậy thể tích khối tròn xoay là 8π.

30. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ S đến (ABC). Do hình chóp $S.ABC$ là hình chóp đều nên H là trọng tâm ΔABC.

Tính được $r=AH=\frac{a}{\sqrt{3}}$, $h=SH=AH\tan 60^\circ=a$, $l=SA=\frac{AH}{\cos 60^\circ}=\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

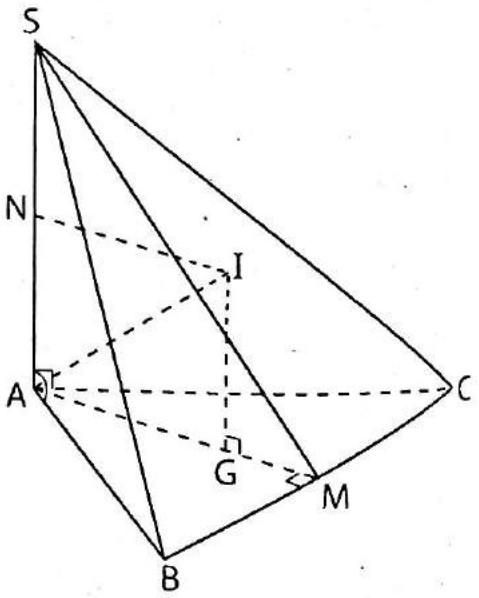
$S_{xq}=\pi rl=\frac{2\pi a^2}{3}$.

36. Xem hướng dẫn câu 23. $S=2\pi Rh=\frac{6\pi R^2\sqrt{7}}{7}$.

38. Gọi M là trung điểm của cạnh đáy AB của tam giác cân SAB. I là tâm đáy.

Suy ra $IM=\sqrt{R^2-\frac{AB^2}{4}}=3\Rightarrow SM=3\sqrt{2}\Rightarrow S_{\Delta SAB}=\frac{1}{2}SM.AB=12\sqrt{2}$.

53. Gọi G là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC thì G là trọng tâm ΔABC. Trục của đường tròn ngoại tiếp ΔABC cắt mặt phẳng trung trực của cạnh bên SA tại I, thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.



Ta có $R=IA=\sqrt{IG^2+GA^2}$

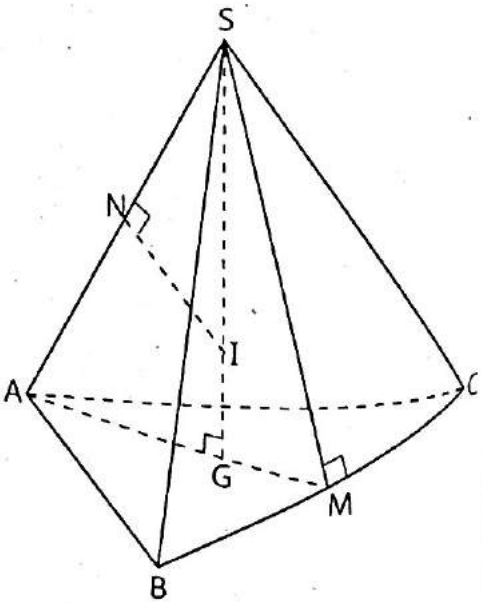
$=\sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2+GA^2}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$

$\Rightarrow S=4\pi R^2=6\pi a^2$.

54. Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thì $SG\perp(ABC)$, SG là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Trong mặt phẳng (SAG), kẻ trung trực của SA tại N cắt SG tại I.

Khi đó, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.



Do ΔSNI đồng dạng với ΔSGA nên $\frac{SN}{SG}=\frac{SI}{SA}$

$\Rightarrow R=SI=\frac{SA^2}{2SG}=\frac{SA^2}{2\sqrt{SA^2-AG^2}}=a$.

Đáp án

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	B	18	C	35	B	51	A
2	B	19	B	36	B	52	A
3	D	20	A	37	C	53	D
4	B	21	A	38	D	54	B
5	D	22	C	39	B	55	D
6	D	23	D	40	B	56	B
7	C	24	A	41	A	57	D
8	A	25	B	42	B	58	B
9	C	26	D	43	A	59	A
10	A	27	A	44	C	60	A
11	B	28	C	45	D	61	C
12	A	29	A	46	D	62	A
13	C	30	B	47	C	63	D
14	B	31	A	48	D	64	B
15	C	32	D	49	B	65	D
16	C	33	D	50	B	66	D
17	C	34	D				

Chủ đề 7

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

I. KIẾN THỨC VÀ KĨ NĂNG CẦN THIẾT

1. Tọa độ của điểm, của vectơ trong không gian

- **Hệ tọa độ *Oxyz*** trong không gian : ba trục tọa độ vuông góc với nhau từng đôi một. Vectơ đơn vị trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz thường được kí hiệu theo thứ tự là $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$; ta cũng viết là hệ tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Điểm M có tọa độ (x, y, z) trong hệ tọa độ đó, viết $M(x, y, z)$ hay $M = (x, y, z)$. Vectơ $\vec{u}$ có tọa độ (x, y, z), viết $\vec{u}(x, y, z)$ hay $\vec{u} = (x, y, z)$. Nói $M = (x, y, z)$ có nghĩa là $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ và $\vec{u} = (x, y, z)$ có nghĩa là $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

- Nếu $\vec{u}=(x,y,z), \vec{u'}=(x',y',z')$ thì $\begin{cases}\vec{u}+\vec{u'}=(x+x',y+y',z+z'),\\ k\vec{u}=(kx,ky,kz)\ (k\in\mathbb{R}).\end{cases}$

- Nếu $M=(x, y, z)$, $M'=(x', y', z')$ thì $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{OM'}-\overrightarrow{OM}=(x'-x, y'-y, z'-z)$

- $M=(x, y, z)$ là *trung điểm* của AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM}=\dfrac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}}{2}$, tức là

$x=\dfrac{x_A+x_B}{2}, y=\dfrac{y_A+y_B}{2}, z=\dfrac{z_A+z_B}{2}$, với $A=(x_A, y_A, z_A)$, $B=(x_B, y_B, z_B)$.

- G là *trọng tâm* của tam giác ABC

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OG}=\dfrac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}}{3} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}.$

- G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OG}=\dfrac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}}{4} \Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}.$

- A, B là hai điểm phân biệt thì điểm M thuộc đường thẳng $AB \Leftrightarrow$ có số k để $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OA}=k(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM}=(1-k)\overrightarrow{OA}+k\overrightarrow{OB}$, và điểm M thuộc đoạn AB khi số k đó thuộc $[0; 1]$.

- **Tích vô hướng** của hai vectơ $\vec{u}=(x,y,z), \vec{u'}=(x',y',z')$ là số

$$\boxed{\vec{u}.\vec{u'}=xx'+yy'+zz'}.$$

Các tính chất quen thuộc:

- $\vec{u}.\vec{v}=\vec{v}.\vec{u}$, $(\vec{u_1}+\vec{u_2}).\vec{v}=\vec{u_1}.\vec{v}+\vec{u_2}.\vec{v}$, $\vec{u}.\vec{u}=\vec{u}^2=x^2+y^2+z^2\geq 0$, $\vec{u}^2=0 \Leftrightarrow \vec{u}=\vec{0}$.

- Độ dài của vectơ $\vec{u}$ là $|\vec{u}|=\sqrt{\vec{u}^2}$.

- Khoảng cách giữa hai điểm A, B là

$$\boxed{AB=|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}}.$$

- $\vec{u}, \vec{v}$ khác $\vec{0}$ thì góc φ $(0\leq\varphi\leq\pi)$ giữa hai vectơ đó được xác định bởi

$$\boxed{\cos\varphi=\frac{\vec{u}.\vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}}.$$

- Hai vectơ $\vec{u}=(x,y,z), \vec{u'}=(x',y',z')$ *vuông góc* với nhau khi và chỉ khi tích vô hướng của chúng triệt tiêu, tức là $xx'+yy'+zz'=0$.

- **Tích có hướng** của hai vectơ $\vec{u}=(x,y,z), \vec{u'}=(x',y',z')$ là vectơ $\left[\vec{u},\vec{u'}\right]=\left(\begin{vmatrix} y & z \\ y' & z' \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} z & x \\ z' & x' \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x & y \\ x' & y' \end{vmatrix}\right)$, trong đó định thức cấp hai $\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}=ab'-ba'$.

- Vectơ $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=\vec{0}$ khi và chỉ khi $\vec{u},\vec{v}$ *cùng phương*.

  Vậy ba điểm A,B,C *thẳng hàng* khi và chỉ khi $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\vec{0}$.

- $\left[\vec{u},\vec{v}\right]$ *vuông góc với* $\vec{u}$, *vuông góc với* $\vec{v}$. Suy ra ba vectơ $\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ đồng phẳng (các giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng) khi và chỉ khi $\left[\vec{u},\vec{v}\right].\vec{w}=0$.

Từ đó, bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt phẳng (*đồng phẳng*) khi và chỉ khi $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0$.

2. *Phương trình của mặt phẳng*

- Cho điểm I và vectơ $\vec{n}\neq\vec{0}$. Tập hợp các điểm M sao cho $\overrightarrow{IM}$ vuông góc với $\vec{n}$ là mặt phẳng qua I với **vectơ pháp tuyến** $\vec{n}$; vậy có thể coi phương trình $\overrightarrow{IM}.\vec{n}=0$ là phương trình dạng vectơ của mặt phẳng đó. Khi $I=(x_0;y_0,z_0)$, $M=(x,y,z)$, $\vec{n}=(A,B,C)$ thì mặt phẳng đó có phương trình

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0.$$

Ngược lại phương trình $Ax+By+Cz+D=0$, trong đó A, B, C không đồng thời bằng 0 là phương trình của một mặt phẳng với một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A,B,C)$ (**phương trình tổng quát của mặt phẳng**).

- A (theo thứ tự B, C) $=0 \Leftrightarrow$ mặt phẳng song song hay chứa trục Ox (theo thứ tự Oy, Oz). Cách nhớ : chẳng hạn nếu vế trái của phương trình tổng quát của mặt phẳng không chứa biến x (tức $A=0$) thì mặt phẳng song song hay chứa trục Ox, tức vuông góc với mặt phẳng (Oyz).
- $D=0 \Leftrightarrow$ mặt phẳng qua gốc tọa độ O.
- Mặt phẳng không đi qua gốc tọa độ và cắt cả ba trục tọa độ có phương trình dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$, $(abc\neq 0)$, giao với các trục tọa độ là các điểm $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$, $(0, 0, c)$ (**phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn**).

- Mặt phẳng (P) đi qua I với vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ và mặt phẳng (P') đi qua I' với vectơ pháp tuyến $\vec{n'}$ thì :

- (P) cắt (P') (theo một đường thẳng) $\Leftrightarrow \left[\vec{n},\vec{n'}\right] \neq \vec{0}$;
- Góc $\varphi \left(0 \le \varphi \le \dfrac{\pi}{2}\right)$ giữa (P) và (P') xác định bởi $\boxed{\cos\varphi = \dfrac{\left|\vec{n}.\vec{n'}\right|}{\left|\vec{n}\right|\left|\vec{n'}\right|}}$;
- (P) vuông góc với $(P') \Leftrightarrow \vec{n}.\vec{n'} = 0$; khi đó chúng phải cắt nhau;
- (P) song song với $(P') \Leftrightarrow \left[\vec{n},\vec{n'}\right] = \vec{0}, \vec{n}.\overrightarrow{II'} \neq 0$; khoảng cách giữa (P), (P') là $\dfrac{\left|\overrightarrow{II'}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{n}\right|}$;
- (P) trùng với $(P') \Leftrightarrow \left[\vec{n},\vec{n'}\right] = \vec{0}, \overrightarrow{II'}.\vec{n} = 0$.
- Nếu (P), (P') tương ứng có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$, $A'x + B'y + C'z + D' = 0$ (khi tích $A'B'C'D' \neq 0$), thì

  (P), (P') song song $\Leftrightarrow \dfrac{A}{A'} = \dfrac{B}{B'} = \dfrac{C}{C'} \neq \dfrac{D}{D'}$,

  (P), (P') trùng nhau $\Leftrightarrow \dfrac{A}{A'} = \dfrac{B}{B'} = \dfrac{C}{C'} = \dfrac{D}{D'}$.

- Khoảng cách d từ điểm J đến mặt phẳng (P) đi qua I với vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ là $\dfrac{\left|\overrightarrow{IJ}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{n}\right|}$; nếu (P) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0, J = (x_1, y_1, z_1)$ thì công thức tính khoảng cách đó là $\boxed{d = \dfrac{\left|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D\right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}}$.

Lưu ý :

- Cần nhanh chóng xác định được vectơ pháp tuyến của mặt phẳng cho bởi phương trình tổng quát. Chẳng hạn trong phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn nói trên, một vectơ pháp tuyến là $\left(\dfrac{1}{a}, \dfrac{1}{b}, \dfrac{1}{c}\right)$ chứ không phải là (a, b, c).

- Thấy ngay rằng chẳng hạn, mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình $z = 0$, có một vectơ pháp tuyến là $\vec{k}$; từ đó côsin của góc giữa mặt phẳng có phương trình tổng quát $Ax + By + Cz + D = 0$ với mặt phẳng (Oxy) là $\dfrac{|C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

- Cho hai mặt phẳng (P), (P') theo thứ tự có các vectơ pháp tuyến $\vec{n}, \vec{n'}$ không cùng phương thì mặt phẳng vuông góc với hai mặt phẳng đó có vectơ pháp tuyến là $\left[\vec{n}, \vec{n'}\right]$ nhưng không có mặt phẳng nào song song với cả (P) và (P').

- Viết được ngay khoảng cách từ điểm $M = (x, y, z)$ đến mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $|z|$ (không cần dùng công thức tổng quát!).

- Chú ý rằng nếu hai bộ số (A,B,C), (A',B',C') tỉ lệ thì ít nhất một bộ số không đồng thời bằng 0, chẳng hạn $|A|+|B|+|C| \neq 0$ và nếu chẳng hạn $A = 0$ thì phải có $A' = 0$.

3. *Phương trình của đường thẳng*

- Cho điểm J và vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ thì tập hợp các điểm M sao cho $\overrightarrow{JM} = t\vec{u}$ (*), t là số tùy ý, là đường thẳng qua J với vectơ chỉ phương $\vec{u}$. Vậy có thể coi (*) là phương trình tham số dạng vectơ của đường thẳng.

Nếu $J = (x_0, y_0, z_0)$, $\vec{u} = (a,b,c)$ thì phương trình tham số của đường thẳng là

$$\boxed{\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \quad (t \in \mathbb{R}). \\ z = z_0 + ct \end{cases}}$$

Khi $abc \neq 0$, đường thẳng có phương trình chính tắc: $\boxed{\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b} = \dfrac{z - z_0}{c}}$.

Phương trình $\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b}$ là phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng đó và vuông góc với mặt phẳng (Oxy), còn hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b} \\ z = 0 \end{cases}$ xác định hình chiếu vuông góc của đường thẳng đó trên mặt phẳng (Oxy)...

- Người ta còn thường cho đường thẳng dưới dạng giao của hai mặt phẳng (cắt nhau) và viết nó dạng $\boxed{\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases}}$.

Xét $\vec{n} = (A, B, C)$, $\vec{n'} = (A', B', C')$ thì một vectơ chỉ phương của đường thẳng đó là $\left[\vec{n}, \vec{n'}\right]$.

Nếu $C' \neq 0$, tính z từ phương trình thứ hai thay vào phương trình thứ nhất, ta được phương trình dạng $A''x + B''y + D'' = 0$ (ta nói khử z trong hai phương trình

đã cho) thì khi A'', B'' không đồng thời bằng 0, đó là phương trình của mặt phẳng chứa giao tuyến và vuông góc với mặt phẳng (Oxy).

- Cần nhanh chóng xác định được một vectơ chỉ phương của đường thẳng dù phương trình của nó được cho dưới dạng nào (tham số, chính tắc hay giao của hai mặt phẳng). Chẳng hạn, trục Ox xác định bởi $\begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$, nó có phương trình tham số $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$, có một vectơ chỉ phương là (1; 0; 0); đường thẳng xác định bởi $\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ z - 2 = 0 \end{cases}$ có phương trình tham số $\begin{cases} x = t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$, có một vectơ chỉ phương là (1, –2, 0).

- Mặt phẳng đi qua ba điểm M, N, P không thẳng hàng là mặt phẳng đi qua M với vectơ pháp tuyến $\left[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}\right]$.

- Đường thẳng d đi qua J với vectơ chỉ phương $\vec{u}$, đường thẳng d' đi qua J' với vectơ chỉ phương $\vec{u'}$ thì góc θ giữa chúng $\left(0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}\right)$ xác định bởi

$$\boxed{\cos\theta = \frac{\left|\vec{u}.\vec{u'}\right|}{\left|\vec{u}\right|\left|\vec{u'}\right|}}.$$

d, d' vuông góc $\Leftrightarrow \vec{u}.\vec{u'} = 0$.

d, d' trùng nhau $\Leftrightarrow \left[\vec{u}, \vec{u'}\right] = \vec{0}, \left[\vec{u}, \overrightarrow{JJ'}\right] = \vec{0}$.

d, d' song song $\Leftrightarrow \left[\vec{u}, \vec{u'}\right] = \vec{0}, \left[\vec{u}, \overrightarrow{JJ'}\right] \neq \vec{0}$.

d, d' cắt nhau (tại một điểm) $\Leftrightarrow \left[\vec{u}, \vec{u'}\right] \neq \vec{0}, \left[\vec{u}, \vec{u'}\right].\overrightarrow{JJ'} = 0$.

d, d' chéo nhau $\Leftrightarrow \left[\vec{u}, \vec{u'}\right].\overrightarrow{JJ'} \neq 0$.

- Mặt phẳng (P) đi qua điểm I với vectơ pháp tuyến $\vec{n}$, đường thẳng d đi qua điểm J với vectơ chỉ phương $\vec{u}$:

d nằm trong $(P) \Leftrightarrow \vec{n}.\vec{u} = 0, \overrightarrow{IJ}.\vec{n} = 0$.

d song song với $(P) \Leftrightarrow \vec{n}.\vec{u} = 0, \overrightarrow{IJ}.\vec{n} \neq 0$.

d cắt (P) (tại một điểm) $\Leftrightarrow \vec{n}.\vec{u} \neq 0$. Góc $\theta \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$ giữa d và (P) xác định bởi $\boxed{\sin\theta = \frac{|\vec{n}.\vec{u}|}{|\vec{n}||\vec{u}|}}$.

d, (P) vuông góc $\Leftrightarrow [\vec{n}, \vec{u}] = \vec{0}$.

Lưu ý :

- Thấy ngay đường thẳng với vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a,b,c) \neq \vec{0}$ thì góc giữa nó với trục Ox chẳng hạn có côsin bằng $\frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$, và số đó cũng là sin của góc giữa đường thẳng và mặt phẳng (Oyz).

- Cho đường thẳng d đi qua điểm J với vectơ chỉ phương $\vec{u}$ và đường thẳng d' với vectơ chỉ phương $\vec{u'}$ không cùng phương với $\vec{u}$ thì mặt phẳng chứa d, song song (hay chứa) d' là mặt phẳng đi qua J với vectơ pháp tuyến $[\vec{u}, \vec{u'}]$ (chú ý rằng không chắc có mặt phẳng chứa d vuông góc với d' trừ khi d' vuông góc với d. Lúc này, mặt phẳng cần tìm là mặt phẳng qua J với vectơ pháp tuyến $\vec{u'}$) ; mặt phẳng chứa d và vuông góc với mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ không cùng phương với $\vec{u}$ là mặt phẳng đi qua J và có vectơ pháp tuyến $[\vec{u}, \vec{n}]$.

- Để tìm hình chiếu H của điểm $M_1 = (x_1, y_1, z_1)$ trên mặt phẳng (P) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$, ta viết phương trình tham số $x = x_1 + At$, $y = y_1 + Bt$, $z = z_1 + Ct$ của đường thẳng đi qua M_1 vuông góc với (P), tìm giá trị tham số ứng với giao điểm H của đường thẳng với (P). Từ đó điểm M_2 sao cho $\overrightarrow{M_1M_2} = 2\overrightarrow{M_1H}$ là điểm đối xứng của M_1 qua (P) (để kiểm nghiệm điểm M_2 cho trước là điểm đối xứng của M_1 qua (P) chỉ cần thử $\overrightarrow{M_1M_2}$ là một vectơ pháp tuyến của (P) và trung điểm của M_1M_2 thuộc (P), không cần viết phương trình đường thẳng nói trên). Không cần lập luận như thế, ta cũng thấy ngay hình chiếu của M_1 trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) chẳng hạn là $H = (x_1, y_1, 0)$ và điểm đối xứng của M_1 qua mặt phẳng (Oxy) là $(x_1, y_1, -z_1)$.

- Để tìm hình chiếu của đường thẳng d trên mặt phẳng (P) không vuông góc với d thì thấy ngay hình chiếu đó là giao của (P) với mặt phẳng chứa d vuông góc với (P).

- Để tìm **hình chiếu** H của điểm $M_1 = (x_1, y_1, z_1)$ **trên đường thẳng** d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a,b,c) \neq \vec{0}$, ta viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M_1 với vectơ pháp tuyến $\vec{u}$ thì giao của nó với d là H hoặc ta viết phương trình tham số của d, tìm giá trị của tham số ứng với điểm H sao cho $\overrightarrow{M_1H}.\vec{u} = 0$. Khi đó M_1H là **khoảng cách từ** M_1 **đến đường thẳng** d. Ta cũng tìm được **điểm đối xứng** M_2 **của** M_1 qua d bởi $\overrightarrow{M_1M_2} = 2\overrightarrow{M_1H}$. Không cần lập luận như thế, ta cũng thấy ngay hình chiếu của M_1 trên trục Ox là điểm $(x_1, 0, 0)$, điểm đối xứng của M_1 qua Ox là điểm $(x_1, -y_1, -z_1)$; khoảng cách từ M_1 đến Ox là $\sqrt{y_1^2 + z_1^2}$.

- Để tìm **đường vuông góc chung và khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau** d và d' với các vectơ chỉ phương $\vec{u}$ và $\vec{u'}$ tương ứng, ta có thể viết phương trình tham số của chúng, t là tham số của điểm M trên d và t' là tham số của điểm M' trên d', tìm giá trị của t, t' sao cho $\overrightarrow{MM'}.\vec{u} = 0, \overrightarrow{MM'}.\vec{u'} = 0$ thì được điểm M thuộc d, điểm M' thuộc d' sao cho MM' là đường vuông góc chung của d và d' và độ dài đoạn MM' tìm thấy là khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho. Nếu chỉ cần tính khoảng cách giữa d và d', ta còn có thể viết phương trình mặt phẳng chứa d song song với d' và tính khoảng cách từ một điểm tùy ý trên d' đến mặt phẳng đó.

Sau đây, ta nêu một **ví dụ bài toán hình học giải bằng phương pháp tọa độ** và minh họa một số điều nói trên (có thể tách bài toán này thành một số câu hỏi trắc nghiệm !):

Gọi d và d' là hai đường chéo của hai mặt kề nhau (có một cạnh chung) của một hình lập phương cạnh a mà d, d' không có điểm chung. Tính khoảng cách giữa d và d'.

Trước hết giả sử hình lập phương là $ABCD.A'B'C'D'$, có thể coi hai mặt kề nhau đó là $AA'B'B$ và $CC'B'B$ và hai đường chéo đó là AB' và BC' và coi $a = 1$. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho $A \equiv O = (0, 0, 0)$, $B = (1, 0, 0)$, $D = (0, 1, 0)$, $A' = (0, 0, 1)$ (hệ tọa độ thường dùng để khảo sát hình lập phương!).

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa BC' và song song với AB', tức là mặt phẳng $(BC'D)$: vì chứa BD nên nó có dạng $x + y + kz = 1$, do đi qua $C' = (1, 1, 1)$ nên $k = -1$, tức là (P) có phương trình $x + y - z - 1 = 0$. Khoảng cách từ O thuộc AB' đến (P) là $\frac{1}{\sqrt{3}}$: đó là khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC'. (Với hình lập phương cạnh a, khoảng cách đó là $\frac{a}{\sqrt{3}}$).

Vẫn coi $a = 1$, trong hệ tọa độ nói trên, nếu câu hỏi trắc nghiệm đòi hỏi : viết phương trình đường vuông góc chung của AB' xác định bởi $\begin{cases} x = z \\ y = 0 \end{cases}$ và BC' xác định bởi $\begin{cases} x - 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$ thì ta có thể giải như sau : vectơ $\vec{u} = (1,0,1), \vec{u'} = (0,1,1)$ là các vectơ chỉ phương của AB', BC'. Điểm M trên AB' có tọa độ $(x, 0, x)$, điểm N trên BC' có tọa độ $(1, t, t)$, $\overrightarrow{MN} = (1 - x, t, t - x)$. Khi đó, $\overrightarrow{MN}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2x = 1 + t$, $\overrightarrow{MN}.\vec{u'} = 0 \Leftrightarrow 2t = x$. Suy ra $x = \frac{2}{3}, t = \frac{1}{3}$. Vậy $M = \left(\frac{2}{3}, 0, \frac{2}{3}\right)$, $N = \left(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$, $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$, phương trình đường vuông góc chung là $x - \frac{2}{3} = y = \frac{2}{3} - z$.

4. *Phương trình của mặt cầu*

- Cho điểm I và số R dương thì tập hợp các điểm M sao cho khoảng cách $IM = R$, tức là $\overrightarrow{IM}^2 - R^2 = 0$ là mặt cầu tâm I bán kính R nên có thể coi phương trình này là phương trình dạng vectơ của mặt cầu đó. Nếu $I = (x_0, y_0, z_0)$ thì mặt cầu tâm I bán kính R có phương trình $\boxed{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 - R^2 = 0.}$

Ngược lại, phương trình $\boxed{x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0}$ (a, b, c, d là những số cho trước) là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi $\boxed{a^2 + b^2 + c^2 > d}$; đó là mặt cầu tâm $I = (-a, -b, -c)$, bán kính $R = \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2) - d}$. Vế trái của phương trình trên là $IM^2 - R^2$, $M = (x, y, z)$ nên khi vế trái đó âm (dương) thì điểm M nằm bên trong (ngoài) mặt cầu.

- Mặt phẳng (P) cách tâm I của mặt cầu một khoảng d thì :

Khi $d > R$, (P) không có điểm chung nào với mặt cầu.

Khi $d < R$, (P) giao với mặt cầu theo một đường tròn có tâm là hình chiếu J của I trên (P), có bán kính $\sqrt{R^2 - d^2}$.

Khi $d = R$, (P) tiếp xúc với mặt cầu tại hình chiếu J của I trên (P).

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu tâm I $\Leftrightarrow$ khoảng cách từ tâm I đến (P) bằng bán kính mặt cầu ; (P) tiếp xúc mặt cầu tại J thuộc (P) và thuộc mặt cầu tâm I $\Leftrightarrow$ đường thẳng IJ vuông góc với (P) $\Leftrightarrow$ mặt phẳng (P) và mặt cầu có chung một điểm duy nhất là J.

Đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu tâm I (còn nói d là một tiếp tuyến của mặt cầu) $\Leftrightarrow$ khoảng cách từ tâm I đến d bằng bán kính mặt cầu; d tiếp xúc

mặt cầu tâm I tại J thuộc mặt cầu và thuộc $d \Leftrightarrow$ đường thẳng IJ vuông góc với $d \Leftrightarrow$ đường thẳng d và mặt cầu có chung một điểm duy nhất là J.

II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y - 2z + 1 = 0$. Tính côsin của góc giữa (P) với mặt phẳng tọa độ (Oxy).

A. 1. B. 0. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{-2}{3}$.

2. Cho hai mặt phẳng có phương trình $x + y + z + 1 = 0$ và $2x - y - z - 1 = 0$. Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng đó.

A. 1. B. 0. C. $\frac{1}{3\sqrt{2}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

3. Cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + 3y - 2z + 1 = 0$ và mặt phẳng (Q) có phương trình $x + y + 2z - 1 = 0$. Trong các mặt phẳng tọa độ và mặt phẳng (Q), xác định mặt phẳng tạo với (P) góc có số đo lớn nhất.

A. Mặt phẳng (Oxy). B. Mặt phẳng (Oyz).
C. Mặt phẳng (Ozx). D. (Q)

4. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có $S = (0, 0, \sqrt{2})$, $A = (1, 1, 0)$, $B = (-1, 1, 0)$, $C = (-1, -1, 0)$, $D = (1, -1, 0)$. Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

5. Viết phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A = (2, 1, 2)$, $B = (1, 2, -1)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy).

A. $2y + z - 4 = 0$. B. $y - 2z + 3 = 0$.
C. $2x + 2y - 4 = 0$. D. $x + y - 3 = 0$.

6. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A = (1, 2, -1)$, $B = (2, 1, 1)$ và vuông góc với mặt phẳng có phương trình $2x + y - 2z - 1 = 0$.

A. (P) có phương trình $x + y - 3 = 0$.
B. (P) có phương trình $2y + z + 3 = 0$.
C. (P) có phương trình $2y + z - 3 = 0$.
D. Không có mặt phẳng (P) như thế.

7. Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A = (1, 2, -1)$ vuông góc với hai mặt phẳng có phương trình $2x + y = 0$ và $x = z + 1$.

A. $x - 2y - 2z - 1 = 0$. B. $x - 2y + z + 4 = 0$.
C. $2x - y - z - 1 = 0$. D. $x + y + z - 2 = 0$.

8. Cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y - z - 6 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng song song với (P) và đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB với $A = (3, -1, -4)$ và $B = (-1, 5, 2)$.

A. $x + 2y - z - 3 = 0$.

B. $x + 2y - z - 2 = 0$.

C. $x + 2y - z - 1 = 0$.

D. Không có mặt phẳng như thế.

9. Tìm điểm M trên trục tọa độ Ox cách đều hai điểm $A = (1, 2, -1)$ và $B = (2, 1, 2)$.

A. $M = (1, 0, 0)$.

B. $M = (2, 0, 0)$.

C. $M = (\frac{1}{2}, 0, 0)$.

D. $M = (\frac{3}{2}, 0, 0)$.

10. Tìm điểm M trên trục Oy cách đều hai mặt phẳng có phương trình $x + 2y - 2z + 1 = 0$ và $2x + y + 2z - 1 = 0$.

A. $M = (0, -1, 0)$.

B. $M = (0, \frac{1}{2}, 0)$.

C. $M = (0, 1, 0)$.

D. $M \equiv O = (0, 0, 0)$ và $M = (0, -2, 0)$.

11. Cho điểm $A = (1, 2, -1)$ và điểm $B = (2, -1, 3)$. Kí hiệu (S) là quỹ tích các điểm $M = (x, y, z)$ sao cho $MA^2 - MB^2 = 2$. Tìm khẳng định đúng.

A. (S) là mặt phẳng có phương trình $x - 3y + 4z - 5 = 0$.

B. (S) là mặt phẳng có phương trình $x - 3y + 4z - 2 = 0$.

C. (S) là mặt phẳng có phương trình $x - 3y + 4z + 4 = 0$.

D. (S) là mặt phẳng có phương trình $x - 3y + 4z - 3 = 0$.

12. Viết phương trình mặt phẳng chứa trục tọa độ Oy và đi qua điểm $A = (1, 2, 3)$.

A. $y - 2 = 3x - z$. B. $3x = z$. C. $2 - y = 3x - z$. D. $y = z - 3x$.

13. Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $(3, 4, 5)$ và chứa đường thẳng xác định bởi $\begin{cases} x - 1 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases}$.

A. $x + 2 = z$. B. $y + 1 = z$. C. $x + 1 = y$. D. $x + y = 3$.

14. Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $(0, 0, 1)$ và chứa đường thẳng có phương trình $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{4}$.

A. $3x - 2y = 0$.

B. $2x - 3y = 0$.

C. $x + y = 0$.

D. $3x + 2y + z = 1$.

15. Cho hai mặt phẳng (P) và (P') lần lượt có phương trình $x + 2y - 2z + 1 = 0$ và $x - 2y + 2z - 1 = 0$. Gọi (S) là quỹ tích các điểm cách đều hai mặt phẳng (P) và (P'). Tìm khẳng định đúng.

A. (S) là mặt phẳng có phương trình $x = 0$.

B. (S) là mặt phẳng có phương trình $2y - 2z + 1 = 0$.

C. (S) là đường thẳng xác định bởi giao tuyến của hai mặt phẳng có phương trình $x = 0$ và $2y - 2z + 1 = 0$.

D. (S) là hai mặt phẳng có phương trình là $x = 0$ và $2y - 2z + 1 = 0$.

16. Tính côsin của các góc giữa một đường chéo của hình lập phương với mỗi cạnh của nó.

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{1}{2}$.

17. d và d' là hai đường chéo của hai mặt của một hình lập phương, d và d' cắt nhau tại một đỉnh của hình lập phương. Tính số đo độ của góc giữa d, d'.

A. 45°. B. 30°. C. 60°. D. 90°.

18. Cho các điểm $M = (2, 2, 1)$ và $N = (1, 2, -2)$. Trong các đường thẳng ON, Ox, Oy, Oz, xác định đường thẳng tạo với đường thẳng OM góc lớn nhất.

A. ON. B. Ox. C. Oy. D. Oz.

19. Cho điểm $M = (2, 2, 1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y - 2z - 1 = 0$. Trong các mặt phẳng (P), (Oxy), (Oyz), (Ozx), xác định mặt phẳng tạo với đường thẳng OM góc bé nhất.

A. (P). B. (Oxy). C. (Oyz). D. (Ozx).

20. Cho hai điểm $A = (1, 2, 1)$ và $B = (4, 5, -2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $3x - 4y + 5z + 6 = 0$. Đường thẳng AB cắt (P) tại M. Tính tỉ số $\frac{MB}{MA}$.

A. 2. B. 4. C. $\frac{1}{4}$. D. 3.

21. Cho điểm $A = (0, 0, 2)$, đường thẳng d có phương trình $2x = y = z$ và đường thẳng d' xác định bởi $\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$. Tìm tọa độ của điểm N thuộc đường thẳng d' sao cho đường thẳng AN cắt đường thẳng d tại một điểm.

A. $N = (0, 3, 0)$.

B. $N = (2, 1, 0)$.

C. $N = (1, 2, 0)$.

D. Không có điểm N như thế.

22. Cho điểm $A = (1; 1; 4)$, đường thẳng d xác định bởi $\begin{cases} x - z - 1 = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases}$ và đường thẳng d' xác định bởi $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ z - 1 = 0 \end{cases}$. Tìm tọa độ của điểm M thuộc đường thẳng d' sao cho đường thẳng AM cắt đường thẳng d tại một điểm.

A. $M = (-2, 1, 1)$.
B. $M = (2, -1, 1)$.
C. $M = (-4, 2, 1)$.
D. Không có điểm M như thế.

23. Cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{2} = y + 1 = z + 2$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x - y - z = 0$. Tìm khẳng định đúng.

A. d cắt (P) tại đúng một điểm và d tạo với (P) góc 45°.
B. d song song với (P).
C. d nằm trong (P).
D. d vuông góc với (P).

24. Cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y - z - 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm đối xứng với gốc tọa độ O qua mặt phẳng (P).

A. $(1, 2, -1)$.
B. $(-1, -2, 1)$.
C. $\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{-2}{3}\right)$.
D. $\left(\frac{-2}{3}, \frac{-4}{3}, \frac{2}{3}\right)$.

25. Với mỗi điểm M của mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y + z - 1 = 0$ lấy điểm M' đối xứng với M qua trục Ox. Viết phương trình mặt phẳng chứa các điểm M' đó.

A. $-x - 2y + z - 1 = 0$.
B. $x + 2y - z - 1 = 0$.
C. $x - 2y + z + 1 = 0$.
D. $x + 2y - z + 1 = 0$.

26. Tìm tọa độ hình chiếu của điểm $M = (2, 0, 1)$ trên đường thẳng có phương trình $x = y = z$.

A. $(1, 1, 1)$.
B. $(2, 2, 2)$.
C. $(3, 3, 3)$.
D. $(0, 0, 0)$.

27. Cho đường thẳng Δ có phương trình $x = y = z$. Tìm tọa độ điểm đối xứng của điểm $(1, 2, 3)$ qua đường thẳng Δ.

A. $(-1, -2, -3)$.
B. $(2, 3, 1)$.
C. $(3, 1, 2)$.
D. $(3, 2, 1)$.

28. Cho đường thẳng Δ có phương trình $x = y = z$. Tìm tọa độ điểm đối xứng của điểm $(1, 2, -1)$ qua đường thẳng Δ.

A. $(-1, 2, 1)$.
B. $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-5}{3}\right)$.
C. $\left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{7}{3}\right)$.
D. $(1, -1, 2)$.

29. Viết phương trình tham số của hình chiếu của trục tọa độ Ox trên mặt phẳng (P) có phương trình $y+z=1$.

A. $\begin{cases} x=t \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=t \\ y=2 \\ z=-1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=t \\ y=\dfrac{1}{2} \\ z=\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

30. Cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x-y-z=2$. Tìm phương trình của hình chiếu của trục Oz trên mặt phẳng (P).

A. $\dfrac{x}{2}=-y=\dfrac{z+2}{5}$. B. $\dfrac{x}{2}=-y=\dfrac{z-2}{5}$.

C. $\dfrac{x}{2}=y=-\dfrac{z+2}{5}$. D. $\dfrac{x}{2}=-y=\dfrac{z}{5}$.

31. Cho đường thẳng d có phương trình $x-2=-y+1=z+2$ và đường thẳng d' có phương trình $\dfrac{x-1}{2}=y-2=z+1$. Viết phương trình mặt phẳng chứa d và song song với d'.

A. $3x+y-2z-1=0$. B. $-2x+y+3z+9=0$.

C. $2x-y-3z+6=0$. D. $3x+y-2z+1=0$.

32. Cho đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=-z$ và đường thẳng d' xác định bởi $\begin{cases} x=0 \\ 2y-z=0 \end{cases}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và vuông góc với d'.

A. Không có mặt phẳng (P) như thế.

B. (P) có phương trình $y+2z-1=0$.

C. (P) có phương trình $x-y=2$.

D. (P) có phương trình $y+2z-2=0$.

33. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A=(1,2,-1)$, chứa đường thẳng d có phương trình $x-1=\dfrac{y-2}{2}=z$ và vuông góc với đường thẳng d' xác định bởi $\begin{cases} x-y+3=0 \\ z+1=0 \end{cases}$

A. (P) có phương trình $x-y+z+2=0$.

B. (P) có phương trình $x-y+z-2=0$.

C. (P) có phương trình $x - y + 1 = 0$.

D. Không có mặt phẳng (P) như thế.

34. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A = (1, 2, -1)$ song song với đường thẳng d có phương trình $x - 1 = y = z + 1$ và song song với đường thẳng d' có phương trình $x - 1 = -y = z - 2$.

A. Không có mặt phẳng (P) như thế.

B. (P) có phương trình $x - z - 2 = 0$.

C. (P) có phương trình $x - y + z + 2 = 0$.

D. (P) có phương trình $x - y + 1 = 0$.

35. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A = (1, 2, -1)$ và vuông góc với mặt phẳng có phương trình $2x + y + z = 0$.

A. $\frac{x-1}{2} = y - 2 = z + 1$.

B. $2(x - 1) = y - 2 = z + 1$.

C. $\frac{x-1}{2} = -y + 2 = -z - 1$.

D. Có vô số đường thẳng như thế.

36. Gọi d là đường thẳng có phương trình $x = y = z$ và d' là đường thẳng xác định bởi $\begin{cases} x - 1 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$. Viết phương trình tham số của đường thẳng cắt và vuông góc với cả d và d'.

A. $\begin{cases} x = u \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = u \\ z = 1 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = u \\ z = 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + u \\ y = -u \\ z = \frac{1}{2} \end{cases}$.

37. Cho đường thẳng Δ có phương trình $x = y = z$ và đường thẳng d xác định bởi $\begin{cases} x + z - 1 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$. Tìm khẳng định đúng.

A. Δ và d trùng nhau.

B. Δ và d song song.

C. Δ và d cắt nhau tại một điểm.

D. Δ và d chéo nhau.

38. Cho đường thẳng d xác định bởi $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ z - 1 = 0 \end{cases}$ và đường thẳng d' xác định bởi $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ z + 1 = 0 \end{cases}$. Gọi (S) là quỹ tích trung điểm các đoạn thẳng MM', M tùy ý thuộc d, M' tùy ý thuộc d'. Chọn khẳng định đúng.

A. (S) là trục tọa độ Oy.

B. (S) là trục tọa độ Ox.

C. (S) là đường thẳng có phương trình tham số $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}$.

D. (S) là mặt phẳng tọa độ (Oxy).

39. Cho đường thẳng d có phương trình $x - 1 = y = z + 1$ và đường thẳng d' xác định bởi $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$. Gọi (S) là quỹ tích trung điểm các đoạn thẳng MM', M tùy ý thuộc d, M' tùy ý thuộc d'. Chọn khẳng định đúng.

A. (S) là mặt phẳng có phương trình $x - y = 1$.

B. (S) là mặt phẳng có phương trình $x + y = 1$.

C. (S) là đường thẳng xác định bởi $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ z + 1 = 0 \end{cases}$.

D. (S) là đường thẳng xác định bởi $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ z + 1 = 0 \end{cases}$.

40. Cho đường thẳng d xác định bởi $x - 1 = 2y = z + 1$ và đường thẳng d' xác định bởi $x + 1 = 2y + 4 = z + 3$. Gọi (S) là quỹ tích trung điểm các đoạn thẳng MM', M tùy ý thuộc d, M' tùy ý thuộc d'. Chọn khẳng định đúng.

A. (S) là mặt phẳng xác định bởi $x = 2y + 2$.

B. (S) là mặt phẳng xác định bởi $x = z + 2$.

C. (S) là đường thẳng xác định bởi $x = 2y = z$.

D. (S) là đường thẳng xác định bởi $x = 2y + 2 = z + 2$.

41. Cho đường thẳng d có phương trình $x + 1 = y = z - 1$ và đường thẳng d' xác định bởi $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ d đến (P) bằng khoảng cách từ d' đến (P).

A. $x + y - 2z + 1 = 0$. B. $x + y + 2z - 1 = 0$.

C. $x - y + 2z - 1 = 0$. D. $2x + y + z - 1 = 0$.

42. Cho đường thẳng Δ có phương trình $x = y = z$ và đường thẳng d xác định bởi $\begin{cases} x + z - 1 = 0 \\ y + 1 = 0 \end{cases}$. Tính khoảng cách giữa Δ và d.

A. $\frac{2}{\sqrt{6}}$. B. $\sqrt{\frac{3}{2}}$. C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{6}}$.

43. Cho khối chóp tứ giác có đỉnh S; đáy là hình thoi $ABCD$ với góc ở A bằng 60°, cạnh bằng a; hình chiếu của S trên mặt phẳng đáy là tâm (đối xứng) I của hình thoi. Khối chóp có thể tích $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB).

A. $\dfrac{a}{4}$. B. $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $\dfrac{a}{3}$. D. $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

44. Trong bốn phương trình mặt cầu sau đây, tìm phương trình mặt cầu tiếp xúc với trục Oz.

A. $x^2+y^2+z^2+4x-8y+2z+2=0$.

B. $x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+2=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+x-2y+z+1=0$.

D. $x^2+y^2+z^2-2x+4y+4z+4=0$.

45. Cho đường thẳng Δ có phương trình $x=y=z$. Trong bốn phương trình mặt cầu sau đây, tìm mặt cầu tiếp xúc với đường thẳng Δ.

A. $x^2+y^2+z^2+x+y+z-6=0$. B. $x^2+y^2+z^2+2x-4y+2z-3=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-2x+3y+5z+3=0$. D. $x^2+y^2+z^2-7x-2z+6=0$.

46. Gọi (S) là tập hợp tâm các mặt cầu nằm trong phần không gian có $x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0$, tiếp xúc với hai mặt phẳng tọa độ (Oxz), (Oyz) và tiếp xúc với mặt phẳng $x+y-1=0$. Chọn khẳng định đúng .

A. (S) là tập hợp gồm hai điểm $(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2},1-\dfrac{\sqrt{2}}{2},0),(1+\dfrac{\sqrt{2}}{2},1+\dfrac{\sqrt{2}}{2},0)$.

B. (S) là một đường thẳng.

C. (S) là hai đường thẳng.

D. (S) là một mặt phẳng.

47. Cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x-y+2z+3(\sqrt{2}-1)=0$. Viết phương trình mặt cầu nằm trong phần không gian có $x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0$, tiếp xúc với các trục Ox, Oy, Oz và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

A. $x^2+y^2+z^2-2(x+y+z)-1=0$. B. $x^2+y^2+z^2-2(x+y+z)+\sqrt{2}=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-2(x+y+z)-\sqrt{2}=0$. D. $x^2+y^2+z^2-2(x+y+z)-5=0$.

48. Cho hai mặt cầu (S) và (S') có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z-10=0$ và $x^2+y^2+z^2-6x-2y-2z+10=0$. Chọn khẳng định đúng.

A. (S) và (S') có ít nhất hai điểm chung.
B. (S) và (S') ở ngoài nhau và không có điểm chung.
C. (S) và (S') tiếp xúc trong.
D. (S) và (S') ở trong nhau và không có điểm chung.

49. Cho hai mặt cầu (S) và (S') có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2z+1=0$ và $x^2+y^2+z^2-4x-6y-4z+13=0$. Chọn khẳng định đúng.

A. (S) và (S') tiếp xúc trong.
B. (S) và (S') ở ngoài nhau và không có điểm chung.
C. (S) và (S') tiếp xúc ngoài.
D. (S) và (S') ở trong nhau và không có điểm chung.

50. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Chọn hệ tọa độ sao cho $A=(0,0,0)$, $B=(a,0,0)$, $D=(0,a,0)$, $A'=(0,0,a)$. Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$ và J là điểm đối xứng của I qua đường thẳng CD. Tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng $(A'BJ)$.

A. $\frac{a}{4}$. B. $\frac{3a}{\sqrt{19}}$. C. $\frac{a}{\sqrt{19}}$. D. $\frac{3a}{2\sqrt{7}}$.

51. Cho phương trình có chứa tham số m :

$(m-1)x+2(m^2-1)y+(m-1)z+2(m-1)=0$.

Tìm giá trị của tham số m để phương trình đó là phương trình của mặt phẳng $x+2y+z+2=0$.

A. $m=1$. B. $m=2$.
C. $m=0$. D. Không có giá trị nào của m như thế.

52. Tìm giá trị của tham số m sao cho phương trình $(1+m^2)x-4my+2mz+m-1=0$ là phương trình của một mặt phẳng song song với mặt phẳng $x+2y-z+2=0$.

A. $m=1$. B. $m=2$.
C. $m=-1$. D. Không có giá trị nào của m như thế.

53. Tìm giá trị của tham số m sao cho phương trình $(1+2m)x-(1+m)y+(1+m)z+m=0$ là phương trình của một mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $x+2y-z+1=0$.

A. $m=0$. B. $m=1$.
C. $m=-2$. D. Không có giá trị nào của m như thế.

54. Với mỗi giá trị của tham số m, xét mặt phẳng (P_m) xác định bởi phương trình $mx+m(m+1)y+(m-1)^2z-1=0$. Tìm tọa độ của điểm thuộc mọi mặt phẳng (P_m).

A. $(1,-2,1)$. B. $(0,1,1)$.
C. $(3,-1,1)$. D. Không có điểm như thế.

55. Tìm giá trị của tham số m để mặt phẳng xác định bởi phương trình $(1+2m)x-y+(1-m)z-1+2m=0$ vuông góc với đường thẳng xác định bởi $\begin{cases} x-1=0 \\ 3y+2z=0 \end{cases}$.

A. $m=1$.

B. $m=-1$.

C. $m=-\frac{1}{2}$.

D. Không có giá trị nào của m như thế.

56. Với mỗi giá trị của tham số m, xét đường thẳng xác định bởi $\begin{cases} mx+y-m=0 \\ x-mz+m-1=0 \end{cases}$. Tìm tọa độ của điểm thuộc mọi đường thẳng đó.

A. $(1, 0, 1)$.

B. $(-1, 0, -1)$.

C. $(1, 0, -1)$.

D. Không có điểm nào như thế.

57. Với mỗi giá trị của tham số m, xét mặt phẳng có phương trình $x-y+z-1+m(2x-z+2)=0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng nằm trong mọi mặt phẳng đó.

A. $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-2}{2}$.

B. $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{2}$.

D. Không có đường thẳng như thế.

58. Với mỗi giá trị khác 0 của tham số a, xét mặt cầu S_a có phương trình $(x-a)^2+(y-a)^2+(z-a)^2-3a^2=0$. Tìm phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mỗi mặt cầu S_a tại gốc tọa độ O.

A. $x+y+z=0$.

B. $x-y+z=0$.

C. $x-y-z=0$.

D. $ax+y+z=0$.

59. Với mỗi giá trị của góc α, xét mặt cầu có phương trình $(x-\sin\alpha)^2+(y-\cos\alpha)^2+z^2-1=0$. Tìm quỹ tích tâm các mặt cầu đó.

A. Mặt phẳng (Oxy).

B. Trục Oz.

C. Đường tròn trong mặt phẳng (Oxy), có tâm tại gốc tọa độ, bán kính bằng 1.

D. Mặt trụ trục Oz, bán kính bằng 1.

60. Với mỗi tia Ot gốc O, gọi α, β, γ theo thứ tự là góc hợp bởi tia Ot với tia Ox, tia Oy, tia Oz và xét mặt cầu có phương trình $(x-\cos\alpha)^2+(y-\cos\beta)^2+(z-\cos\gamma)^2-1=0$. Tìm quỹ tích tâm các mặt cầu đó.

A. Đường thẳng $x = y = z$.

B. Ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz

C. $\{(x, y, z) \mid |x| \le 1, |y| \le 1, |z| \le 1\}$.

D. Mặt cầu tâm O bán kính bằng 1.

61. Với mỗi bộ giá trị của các tham số a, b, c (c khác 0), xét mặt cầu có phương trình $(x-a)^2 + (y-b)^2 + z^2 - 2cz = 0$. Tìm khẳng định đúng.

A. Mọi mặt cầu đó đi qua gốc tọa độ O.

B. Mọi mặt cầu đó tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy).

C. Mọi mặt cầu đó tiếp xúc với trục Oz.

D. Mọi mặt cầu đó tiếp xúc với các mặt phẳng (Oyz) và (Ozx).

62. Với mỗi bộ giá trị của các tham số a, b, c (a, b không đồng thời bằng 0), xét mặt cầu có phương trình $x^2 - 2ax + y^2 - 2by + (z-c)^2 = 0$. Tìm khẳng định đúng.

A. Mọi mặt cầu đó đi qua gốc tọa độ O.

B. Mọi mặt cầu đó tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy).

C. Mọi mặt cầu đó tiếp xúc với trục Oz.

D. Mọi mặt cầu đó tiếp xúc với các trục Ox và Oy.

III. GỢI Ý – HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐÁP ÁN

Gợi ý - Hướng dẫn giải

4. Có thể tìm vectơ pháp tuyến của các mặt phẳng (SAB) và (SCD). Có thể dùng nhận xét: $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều, kẻ SH vuông góc AB, SK vuông góc CD thì $\widehat{HSK}$ là góc cần tính côsin.

8. Trung điểm đoạn AB thuộc (P).

17. Có thể chọn hệ tọa độ thích hợp rồi tính toán; tuy nhiên nên để ý rằng hai đường chéo đó cùng với một đường chéo (của một mặt) nữa làm thành một tam giác đều!

18. Đối với góc nhọn, góc càng lớn côsin càng bé.

19. Đối với góc nhọn, góc càng bé sin càng bé.

21. Mặt phẳng chứa d và A có phương trình $2x = y$, nó cắt d' tại $N = (1, 2, 0)$, AN không song song với d nên cắt d (có thể tìm giao điểm của AN và d là $(\frac{1}{2}, 1, 1)$).

22. Mặt phẳng qua A, chứa d có phương trình $y = 1$, nó cắt d' tại điểm $M = (-2, 1, 1)$ nhưng đường thẳng AM song song với d. Nên ta chọn đáp án D.

24. Gọi điểm đối xứng cần tìm là A thì trung điểm đoạn OA phải thuộc (P) và đường thẳng qua OA có vectơ chỉ phương $(1, 2, -1)$.

28. Chỉ cần thử vectơ có hai đầu mút là điểm $(1, 2, -1)$ và điểm ta chọn có vuông góc với vectơ chỉ phương của Δ và trung điểm đoạn thẳng nối điểm $(1, 2, -1)$ với điểm ta chọn có thuộc Δ hay không ?

29. Để ý rằng Ox song song với (P).

30. Hình chiếu đó là giao của (P) với mặt phẳng chứa Oz mà vuông góc với (P).

39. Viết phương trình tham số của d và của d'.

41. d và d' chéo nhau nên (P) song song với d và d' do đó có phương trình dạng $x + y - 2z + m = 0$; xác định m bởi khoảng cách từ $I = (-1, 0, 1)$ thuộc d và từ $I' = (0, 1, 0)$ thuộc d' đến (P) bằng nhau.

42. Mặt phẳng chứa Δ song song với d có phương trình $x - 2y + z = 0$; khoảng cách từ điểm $(1, -1, 0)$ thuộc d đến mặt phẳng đó là khoảng cách cần tìm.

43. (Đây là câu hỏi số 10 chủ đề 5). Ta giải bằng phương pháp tọa độ. Do $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$ và diện tích hình thoi $ABCD$ là $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$ suy ra $SI = h = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$; coi $a = 2$ cho đơn giản ; chọn hệ tọa độ sao cho $I(0; 0; 0)$, $A = (\sqrt{3}, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$, $C = (-\sqrt{3}, 0, 0)$, $D = (0, -1, 0)$, $S = (0, 0, \sqrt{6})$; viết phương trình mặt phẳng (SAB) và tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng đó thì được $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

44. Mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ tiếp xúc với trục Oz khi và chỉ khi phương trình $z^2 + 2cz + d = 0$ có đúng một nghiệm.

45. Mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ tiếp xúc với đường thẳng Δ khi và chỉ khi phương trình $3x^2 + 2(a + b + c)x + d = 0$ có đúng một nghiệm.

47. Do tiếp xúc với các trục tọa độ nên tâm mặt cầu có dạng (p, p, p), $p > 0$ và do khoảng cách từ tâm đến mỗi trục tọa độ bằng $p\sqrt{2}$ nên chỉ còn điều kiện khoảng cách từ tâm đó đến (P) bằng $p\sqrt{2}$.

48. Hiệu hai bán kính bằng khoảng cách hai tâm.

50. $I = (\dfrac{a}{2}, \dfrac{a}{2}, 0)$, BJ cắt Oy tại $(0, 3a, 0)$, viết phương trình $(A'BJ)$ dưới dạng đoạn chắn. Có thể giải bài toán mà không dùng phương pháp tọa độ.

51. Khi $m = 1$, phương trình đã cho không phải là phương trình của mặt phẳng.

54. Đa thức bậc hai của m đồng nhất bằng 0 với mọi m khi và chỉ khi mọi hệ số của đa thức đó triệt tiêu.

57. Đó là đường thẳng xác định bởi $\begin{cases} x - y + z - 1 = 0 \\ 2x - z + 2 = 0. \end{cases}$

58. Mặt cầu S_a có tâm tại $I_a = (a, a, a)$ thuộc đường thẳng d xác định bởi $x = y = z$, S_a đi qua gốc tọa độ O nên mặt phẳng tiếp xúc S_a tại O vuông góc với I_aO, tức vuông góc với d, do đó nhận vectơ (1, 1, 1) làm một vectơ pháp tuyến.

59. Tâm mặt cầu là $(\sin\alpha, \cos\alpha, 0)$.

60. Vectơ đơn vị chỉ hướng của tia Ot là $(\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$.

61. Bán kính mặt cầu bằng $|c|$, khoảng cách từ tâm $I(a, b, c)$ của mặt cầu theo thứ tự đến O, đến Oz, đến (Oxy) bằng $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}, \sqrt{a^2 + b^2}, |c|$.

62. Bán kính mặt cầu bằng $\sqrt{a^2 + b^2}$, khoảng cách từ tâm $I(a, b, c)$ của mặt cầu theo thứ tự đến gốc tọa độ, mặt phẳng (Oxy), trục Oz bằng $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}, |c|, \sqrt{a^2 + b^2}$.

Đáp án

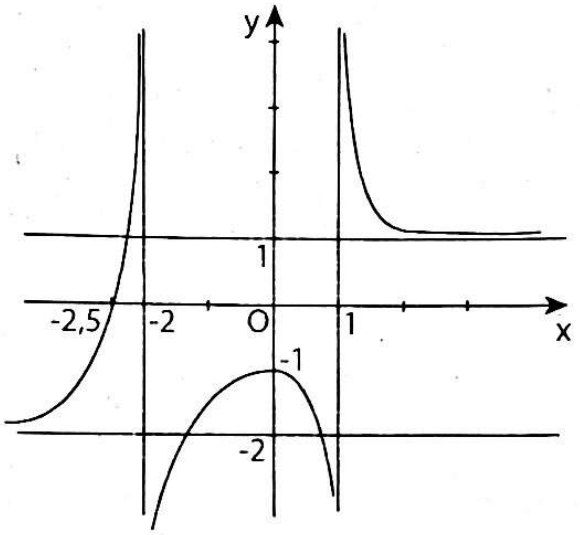
Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	C	17	C	33	D	49	B
2	B	18	D	34	B	50	C
3	D	19	B	35	A	51	C
4	C	20	A	36	D	52	C
5	D	21	C	37	D	53	C
6	C	22	D	38	C	54	C
7	B	23	B	39	A	55	C
8	D	24	C	40	D	56	A
9	D	25	B	41	A	57	A
10	D	26	A	42	B	58	A
11	A	27	D	43	D	59	C
12	B	28	C	44	D	60	D
13	C	29	D	45	C	61	B
14	A	30	A	46	C	62	C
15	D	31	B	47	D		
16	C	32	B	48	C		

phần hai. MỘT SỐ ĐỀ LUYỆN TẬP

A - MỘT SỐ ĐỀ LUYỆN TẬP

ĐỀ 1

Câu 1. Đồ thị của hàm số $f(x)$ được cho bởi hình vẽ bên. Hãy chọn câu **sai** trong các kết luận sau:



A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$, $(-2; 0)$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(0; 1)$, $(1; +\infty)$.

C. $f(x) > 0$ trên miền $(-2,5; -2) \cup (1; +\infty)$.

D. Hàm số $f(x)$ chỉ có tiệm cận ngang $y = 1$; tiệm cận đứng $x = 1$.

Câu 2. Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

A. $y_{CD} = 3$. B. $y_{CD} = 2$. C. $y_{CD} = 1$. D. $y_{CD} = 0$.

Câu 3. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 13$ trên $[-3; 2]$.

A. $\max\limits_{[-3;2]} y = 7$. B. $\max\limits_{[-3;2]} y = 9$. C. $\max\limits_{[-3;2]} y = -4$. D. $\max\limits_{[-3;2]} y = 3$.

Câu 4. Tìm các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = 2x^3 + mx^2 - 12x - 13$ có các điểm cực đại, cực tiểu và các điểm đó có khoảng cách bằng nhau đến trục tung.

A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

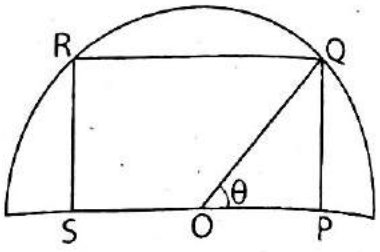
Câu 5. Cho biết đường thẳng $y = -3x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ tại điểm duy nhất. Tìm tung độ y_0 của điểm đó.

A. $y_0 = 2$. B. $y_0 = -2$. C. $y_0 = 0$. D. $y_0 = 4$.

Câu 6. Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x-1}$, cách giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho một khoảng bằng 4?

A. 1. B. 2. C. 4. D. 0.

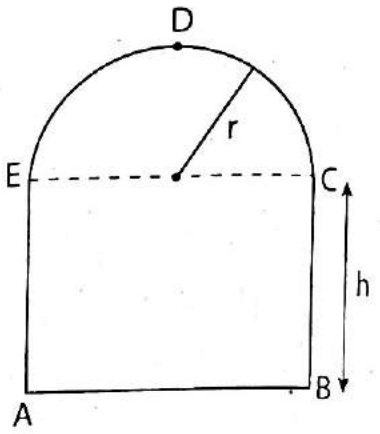
Câu 7. Trên hình vẽ mô tả hình chữ nhật $PQRS$ nội tiếp nửa đường tròn tâm O bán kính 10cm. Đặt $\widehat{POQ} = \theta$ (θ đo bằng radian và thay đổi). Tìm giá trị của θ để diện tích hình chữ nhật lớn nhất.



A. $\theta = \frac{\pi}{4}$. B. $\theta = \frac{\pi}{3}$.

C. $\theta = \frac{\pi}{6}$. D. $\theta = \frac{3\pi}{4}$.

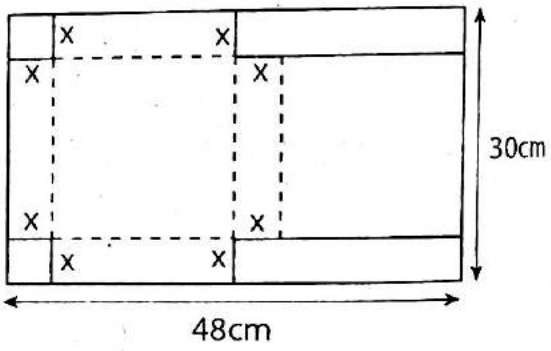
Câu 8. Một sợi dây kim loại dài 250cm được uốn thành khuôn cửa sổ có dạng như hình vẽ. Khi r thay đổi, tìm r để diện tích hình tạo thành đạt giá trị lớn nhất.



A. $\frac{250}{4}$ cm. B. $\frac{250}{4+\pi}$ cm.

C. $\frac{125}{4}$ cm. D. $\frac{125}{4+\pi}$ cm.

Câu 9. Với tấm nhôm hình chữ nhật có kích thước 30cm, 48cm. Người ta phân chia tấm nhôm như hình vẽ và cắt bỏ một phần để gấp lên được một cái hộp có nắp. Tìm x để thể tích cái hộp lớn nhất.



A. 6cm. B. 4cm.

C. 2cm. D. 8cm.

Câu 10. Cho tam giác vuông ABC có cạnh huyền $BC = 6\sqrt{3}$ quay quanh AC được khối tròn xoay. Tính AC để thể tích khối thu được lớn nhất.

A. 10. B. 8. C. 6. D. 4.

Câu 11. Một người thợ muốn làm một chiếc thùng hình hộp chữ nhật đáy vuông không nắp có thể tích $V = 2{,}16\text{m}^3$. Giá nguyên vật liệu để làm bốn mặt bên là 36 000 đồng/m^2. Giá nguyên vật liệu để làm đáy là 90 000 đồng/m^2. Tính các kích thước của cái hộp để giá vật liệu làm chiếc thùng có dạng đó là nhỏ nhất.

A. Cạnh đáy 1,2m, chiều cao 1,5m. B. Cạnh đáy 1,5m, chiều cao 1,2m.

C. Cạnh đáy 1m, chiều cao 1,7m. D. Cạnh đáy 1,7m, chiều cao 1m.

Câu 12. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 + 2x - 3)^{\sqrt{2}}$.

A. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. B. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$.

C. $(-3; 1)$. D. $[-3; 1]$.

Câu 13. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2(4^x + 2^{x+1} - 8)$.

A. $(1; +\infty)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 1]$. D. $(1 ; 2]$.

Câu 14. Cho $X = \log\frac{1}{2} + \log\frac{2}{3} + ... + \log\frac{99}{100}$. Chọn câu trả lời đúng về giá trị của X.

A. $X > 2$. B. $X = 0$. C. $X = -2$. D. $X = \frac{1}{2}$.

Câu 15. Đặt $\log_3 2 = a$; $\log_3 5 = b$, $X = \log_3\frac{1}{2} + \log_3\frac{2}{3} + ... + \log_3\frac{99}{100}$. X được biểu thị qua a, b là:

A. $X = -2a - 2b$. B. $X = -2a + 2b$. C. $X = 2a - 2b$. D. $X = 2a + 2b$.

Câu 16. Tìm nghiệm của phương trình $3^{x+1} + 3^{x+2} = 2^{x+1} + 2^{x+2}$.

A. $x = -\log_{\frac{3}{2}} 2$. B. $x = -\log_{\frac{3}{2}} 3$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 17. Tìm nghiệm của phương trình $\log_3 x + \log_9 x = \frac{3}{2}$.

A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. Phương trình vô nghiệm.

Câu 18. Giải bất phương trình $2^{1-x} - 2^x + 1 \le 0$.

A. $x \ge 1$. B. $x > 2$. C. $1 < x \le 2$. D. $x < 1$.

Câu 19. Tính giá trị của $A = \log_2 125 . \log_5 49 . \log_7 16$.

A. $A = 24$. B. $A = 12$. C. $A = 6$. D. $A = 3$.

Câu 20. Tính giá trị của đạo hàm hàm số $y = \frac{\ln(x^2+1)}{x}$ tại $x = 1$.

A. $2 - 2\ln 2$. B. $2 + 2\ln 2$. C. $1 - \ln 2$. D. $1 + \ln 2$.

Câu 21. Tìm nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x - \frac{1}{2}$.

A. $x = 1$. B. $x = \frac{1}{2}$.

C. $x = 2$. D. Cả 3 khẳng định trên đều đúng.

Câu 22. Tính nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x}$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. $\int f(x)dx = -\cot x + \tan x + C$. B. $\int f(x)dx = \cot x - \tan x + C$.

C. $\int f(x)dx = \ln\sin^2 x + \ln\cos^2 x + C$. D. $\int f(x)dx = -\cot x - \tan x + C$.

Câu 23. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sqrt{1+3\sin x}}$.

A. $I = \frac{1}{3}$. B. $I = \frac{2}{3}$. C. $I = 1$. D. $I = \frac{4}{3}$.

Câu 24. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^2 x dx$.

A. $I = 1$. B. $I = \frac{1}{2}$. C. $I = \frac{1}{3}$. D. $I = \frac{2}{3}$.

Câu 25. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \tan x$; trục hoành, các đường thẳng $x = 0; x = \frac{\pi}{3}$.

A. $\ln 2$. B. $\frac{1}{2}\ln 2$. C. $\ln\sqrt{2}$. D. $\frac{1}{2}\ln\sqrt{2}$.

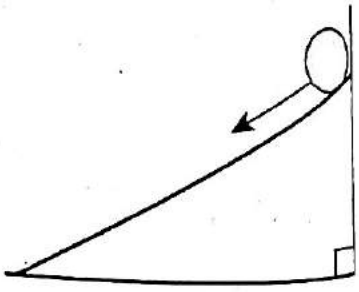
Câu 26. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \ln x$, trục hoành, các đường thẳng $x = 1$, $x = e$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục Ox.

A. $V = \pi(e-2)$. B. $V = \pi(e-1)$. C. $V = \pi(2e-2)$. D. $V = 2(e+1)$.

Câu 27. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$ (a, b cho trước, a, $b > 0$), trục hoành, các đường thẳng $x = -a$, $x = a$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi cho hình (H) quay quanh trục Ox.

A. $V = \frac{4}{3}\pi a^2 b$. B. $V = \frac{4}{3}\pi ab^2$. C. $V = \frac{1}{3}\pi a^2 b$. D. $V = \frac{1}{3}\pi ab^2$.

Câu 28. Xét sự lăn của một vật thể từ đỉnh của mặt ván phẳng nằm nghiêng. Cho biết gia tốc của chuyển động là $5 m/s^2$. Biết rằng sau 1,2 giây vật thể chạm đến chân của mặt ván nghiêng. Tính độ dài của mặt ván nghiêng.



A. 3,6m. B. 3,2m.

C. 3m. D. 2,8m.

Câu 29. Cho các số phức $p = 3 + 4i$; $q = -2 + 3i$. Tìm tọa độ $(x; y)$ của điểm biểu diễn số phức z mà $2q + 3z = p$.

A. $\left(\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. B. $\left(-\frac{7}{3}; \frac{2}{3}\right)$. C. $\left(-\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. D. $\left(\frac{7}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Câu 30. Tìm số phức z thỏa mãn $|z-5|=|z-2-3i|$ và phần thực, phần ảo của z có giá trị đối nhau.

A. $z=-2+2i$. B. $z=2-2i$. C. $z=1-i$. D. $z=-1+i$.

Câu 31. Tìm số điểm biểu diễn cho số phức z mà $|z+4|=3|z|$ và z là thuần ảo.

A. 2. B. 1. C. 0. D. 4.

Câu 32. Tính tổng các môđun các số phức là nghiệm của phương trình $z^3-2z^2+2z-1=0$.

A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 33. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+6|=5$ và phần ảo của z bằng 4.

A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

Câu 34. Với số phức $z=x+yi,\ x,y\in\mathbb{R}$ mà $|z|=1,\ y=\sqrt{3}x$ và $y>0$, tìm môđun của số phức $\dfrac{z-1}{z+1}$.

A. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\dfrac{1}{2}$. D. $\dfrac{1}{3}$.

Câu 35. Hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=\dfrac{\sqrt{42}}{3}$, đáy ABC có $AB=1, AC=2$, $\widehat{BAC}=120^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V=\dfrac{\sqrt{7}}{6}$. B. $V=\dfrac{\sqrt{6}}{7}$. C. $V=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. D. $V=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 36. Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh cùng bằng 1, ba góc tại đỉnh A cùng bằng 60°. Tính thể tích V của khối hộp.

A. $V=\sqrt{2}$. B. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. C. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. D. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=60^\circ$; $\widehat{ASC}=90^\circ$; $\widehat{BSC}=120^\circ$ và $SA=1, SB=2, SC=3$. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. B. $V=\sqrt{2}$. C. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. D. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$.

Câu 38. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V. Gọi M, N, R lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CC'. Tính thể tích của khối đa diện lồi $ADCNMP$.

A. $\dfrac{7}{12}V$. B. $\dfrac{7}{24}V$. C. $\dfrac{7}{48}V$. D. $\dfrac{7}{18}V$.

Câu 39. Cho hai đường tròn (C_1) tâm O_1, bán kính 1, (C_2) tâm O_2, bán kính 2 lần lượt nằm trong các mặt phẳng (P_1) và (P_2) mà $(P_1) \,//\, (P_2)$, $O_1O_2 \perp (P_1)$, $O_1O_2 = 3$. Tính diện tích mặt cầu đi qua hai đường tròn đó

A. 24π. B. 20π. C. 16π. D. 12π.

Câu 40. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Một mặt cầu tiếp xúc với hai đáy hình trụ. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối trụ, khối cầu. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

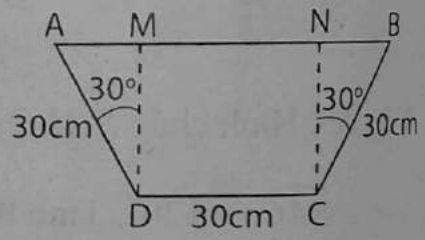
A. $\dfrac{4}{3}$. B. $\dfrac{3}{2}$. C. $\dfrac{5}{4}$. D. 2.

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, BC, CD đôi một vuông góc với nhau, $AB = 1$, $BC = 2$, $CD = 3$. Khi quay tứ diện quanh trục BC, tính tổng S các diện tích xung quanh các khối nón tạo thành.

A. $S = \pi\left(\sqrt{3} + 3\sqrt{5}\right)$. B. $S = \pi\left(\sqrt{5} + 3\sqrt{13}\right)$.

C. $S = \pi\left(\sqrt{5} + 3\sqrt{14}\right)$. D. $S = \pi\left(\sqrt{3} + 3\sqrt{7}\right)$.

Câu 42. Một chiếc xô có dạng khối tròn xoay. Cho biết thiết diện qua trục của khối đó là hình với các kích thước cho sẵn như hình vẽ. Tính diện tích xung quanh S của khối đó.



A. $S = \pi.1350\text{cm}^2$. B. $S = \pi.1530\ \text{cm}^2$.

C. $S = 1300\ \text{cm}^2$. D. $S = 1500\ \text{cm}^2$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(1; 0; 0)$, $N(0; 0; 1)$, $P(2; 1; 1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác MNP.

A. $H(0; 2; -1)$. B. $H(-1; 4; 2)$. C. $H(2; -2; 1)$. D. $H(1; 0; 0)$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 0; -1)$, $N(1; -2; 3)$, $P(0; 1; 2)$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP.

A. $\dfrac{7\sqrt{11}}{10}$. B. $\dfrac{7\sqrt{11}}{5}$. C. $\dfrac{11\sqrt{7}}{10}$. D. $\dfrac{11\sqrt{7}}{5}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$ cho bốn điểm $A(3; 5; -1)$, $B(7; 5; 3)$, $C(9; -1; 5)$, $D(5; 3; -3)$. Tìm số mặt phẳng (P) đi qua A, B và khoảng cách từ D đến (P) gấp hai lần khoảng cách từ C đến (P).

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-3}{1}$. Phương trình nào sau đây cũng là phương trình của d?

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 3+t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3+4t \\ y = 1-2t \\ z = 4+2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1-t \\ z = 2+t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2+t \\ z = 3-t \end{cases}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$ cho $M(1; 2; 5)$. Có bao nhiêu điểm M' mà đường thẳng MM' vuông góc và cắt trục hoành và khoảng cách từ M' đến trục hoành bằng hai lần khoảng cách từ M đến trục hoành?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=49$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng tiếp xúc với (S)?

A. $6x+2y+3z=0$. B. $2x+3y+6z-5=0$.

C. $6x+2y+3z-55=0$. D. $x+2y+3z-7=0$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1; 2; 5)$. Số mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$ là :

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ cho bốn đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-2}$;

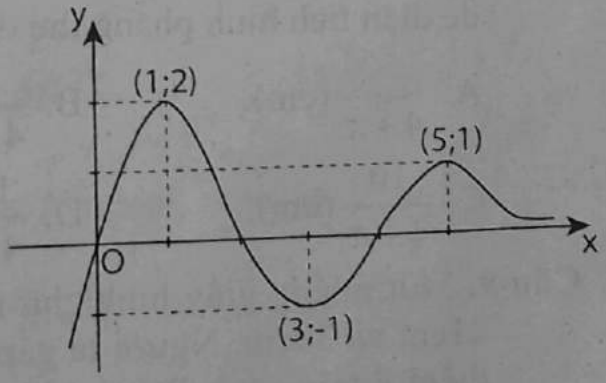
$d_2: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-\frac{1}{2}}{1}=\dfrac{z-\frac{3}{2}}{1}$; $d_3: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z}{-4}$; $d_4: \dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

Có bao nhiêu đường thẳng cắt cả bốn đường thẳng đã cho?

A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

ĐỀ 2

Câu 1. Hàm số $f(x)$ có đồ thị cho bởi hình vẽ. Chọn câu **sai** trong các kết luận sau:



A. $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$, $(3; 5)$.

B. $f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(1; 3)$, $(5; +\infty)$.

C. Điểm cực đại của đồ thị $f(x)$ là $(1; 2)$ và $(5; 1)$.

D. Giá trị cực tiểu của $f(x)$ bằng 3.

Câu 2. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+1$.

A. $y_{CT}=-\frac{1}{3}$. B. $y_{CT}=\frac{1}{3}$. C. $y_{CT}=-\frac{1}{2}$. D. $y_{CT}=\frac{1}{2}$.

Câu 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4+\frac{1}{2}x^2+1$ trên đoạn $[-1;2]$.

A. $\min\limits_{[-1;2]} y=1$. B. $\min\limits_{[-1;2]} y=\frac{5}{2}$. C. $\min\limits_{[-1;2]} y=19$. D. Không có $\min\limits_{[-1;2]} y$.

Câu 4. Tìm các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=-x^4+mx^2+1-m$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác vuông.

A. $m=1$. B. $m=2$. C. $m=3$. D. $m=4$.

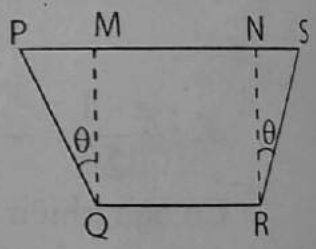
Câu 5. Cho biết đường thẳng $y=2x+3$ cắt đồ thị hàm số $y=-x^3-3x+3$ tại điểm duy nhất. Tìm tung độ y_0 của điểm đó.

A. $y_0=-1$. B. $y_0=0$. C. $y_0=2$. D. $y_0=3$.

Câu 6. Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị hàm số $y=-x^3-3x+3$, cách giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung một khoảng bằng $\sqrt{17}$?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

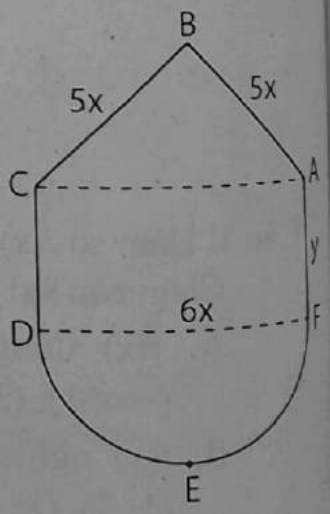
Câu 7. Trên hình vẽ mô tả thiết diện qua trục của cái gầu xúc có dạng hình tròn xoay mà $PQ=QR=RS=30$cm và $\widehat{PQM}=\widehat{SRN}=\theta$ (θ thay đổi và đo bằng radian). Tìm giá trị của θ để diện tích thiết diện đó lớn nhất.



A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{4}$. D. Không có giá trị của θ.

Câu 8. Một đoạn dây thép dài 150cm được uốn thành một chiếc khung có dạng như hình vẽ. Khi x thay đổi, tìm x để diện tích hình phẳng thu được đạt giá trị lớn nhất.

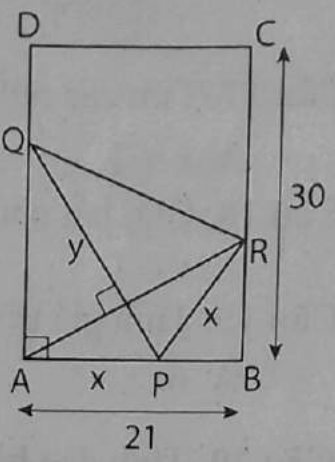


A. $\frac{50}{4+\pi}$ (cm). B. $\frac{25}{4+\pi}$ (cm).

C. $\frac{10}{4+\pi}$ (cm). D. $\frac{100}{4+\pi}$ (cm).

Câu 9. Một miếng giấy hình chữ nhật với các kích thước là 21cm và 30cm. Người ta gấp nó dọc theo đoạn PQ để điểm A đến trùng với điểm R trên cạnh BC như hình vẽ. Đặt $AP=x$ (cm), $PQ=y$ (cm). Có thể tính

được $y^2 = \dfrac{2x^3}{2x-21}$ với điều kiện nhất định của x. Khi x thay đổi, hãy tìm x để y có giá trị nhỏ nhất.



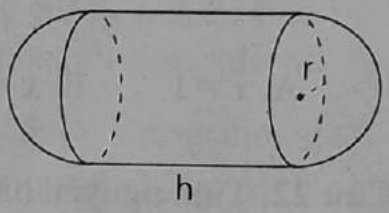
A. $\dfrac{63}{4}$. B. $\dfrac{63}{8}$.

C. $\dfrac{63}{2}$. D. $\dfrac{63}{16}$.

Câu 10. Một hình chữ nhật $ABCD$ có nửa chu vi bằng 15 (đơn vị dài). Cho hình chữ nhật đó quay quanh đường thẳng AB ta được một khối tròn xoay. Đặt $BC = x$. Khi x thay đổi, hãy tìm x để thể tích khối đó lớn nhất.

A. $x = 10$. B. $x = 8$. C. $x = 6$. D. $x = 4$.

Câu 11. Một người kĩ sư muốn thiết kế một bồn chứa xăng với thể tích V cho trước, hình dạng như hình vẽ bên, các kích thước r, h thay đổi. Xác định kích thước h của bồn để nguyên vật liệu làm bồn xăng là ít nhất.



A. $h = 0$. B. $h = \dfrac{\sqrt[3]{V}}{\pi}$. C. $h = 2\sqrt[3]{V}$. D. $h = \dfrac{\sqrt[3]{V}}{2}$.

Câu 12. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 + 2x - 8)^{\sqrt{3}}$.

A. $(-\infty; -4) \cup (2; +\infty)$. B. $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$.

C. $(-4; 2)$. D. $[-4; 2]$.

Câu 13. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2 \dfrac{x^2 + 2x - 3}{e^x}$.

A. $(-\infty; -3] \cup (1; +\infty)$. B. $(-3; 1)$.

C. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. D. $[-3; 1]$.

Câu 14. Cho $M = 7\log_2(3 + 2\sqrt{2}) - 64\log_2(\sqrt{2} + 1) - 50\log_2(\sqrt{2} - 1)$. Giá trị của M là:

A. $M = 0$. B. $M = 1$. C. $M = 2$. D. $M = 3$.

Câu 15. Cho $\log_a b = 5$, $\log_a c = -2$. Giá trị của $N = \log_a \dfrac{a^4 b^{\frac{1}{3}}}{c^3}$ là:

A. $N = 2$. B. $N = 3$. C. $N = 4$. D. $N = \dfrac{35}{3}$.

Câu 16. Tìm nghiệm của phương trình $25^{x+1} + 9^{x+1} - 34.15^x = 0$.

A. $x = 0$. B. $x = -2$. C. $x = 0; x = -2$. D. $x = 1$.

Câu 17. Tìm các nghiệm của phương trình $(2+\log_2 x)^2+2\log_2 x-11=0$.

A. $x=2$. B. $x=2^{-7}$. C. $x=2;x=2^{-7}$. D. $x=3$.

Câu 18. Giải bất phương trình $4^x+2^{x+1}-8>0$.

A. $x>1$. B. $x\le 2$. C. $1\le x<2$. D. $x>2$.

Câu 19. Tính giá trị của $A=\log_8 27.\log_{49}16.\log_3 343$.

A. 6. B. 9. C. 12. D. 15.

Câu 20. Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$.

A. $\dfrac{4}{(e^x+e^{-x})^2}$. B. $\dfrac{2(e^x-e^{-x})}{(e^x+e^{-x})^2}$. C. $\dfrac{2}{(e^x+e^{-x})^2}$. D. $\dfrac{e^{-x}-e^x}{(e^x+e^{-x})^2}$.

Câu 21. Tìm nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x=x-1$.

A. $x=1$. B. $x=\dfrac{1}{2}$. C. $x=2$. D. Cả ba khẳng định trên đều sai.

Câu 22. Tính nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{4x}{x+\sqrt{x^2-2}}$.

A. $\int f(x)dx=\dfrac{2}{3}x^3-\dfrac{2}{3}(x^2-2)^{\frac{3}{2}}+C$. B. $\int f(x)dx=\dfrac{2}{3}x^3-2(x^2-2)^{\frac{1}{2}}+C$.

C. $\int f(x)dx=2x^3-\dfrac{2}{3}(x^2-2)^{\frac{3}{2}}+C$. D. $\int f(x)dx=2x^3-2(x^2-2)^{\frac{1}{2}}+C$.

Câu 23. Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{x}{\cos^2 x}dx$.

A. $I=\dfrac{\pi}{4}+\ln\sqrt{2}$. B. $I=\dfrac{\pi}{4}-\ln\sqrt{2}$.

C. $I=-\dfrac{\pi}{4}+\ln\sqrt{2}$. D. $I=-\dfrac{\pi}{4}-\ln\sqrt{2}$.

Câu 24. Tính tích phân $I=\int_1^e\dfrac{\ln x}{x}dx$.

A. $I=1$. B. $I=\dfrac{1}{2}$. C. $I=\dfrac{1}{4}$. D. $I=\dfrac{1}{6}$.

Câu 25. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$, trục hoành và các đường thẳng $x=\dfrac{1}{2};x=1$.

A. e^2-e. B. $2e^2+e$. C. e^2+2e. D. e^2+e.

Câu 26. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \tan x$, trục hoành, các đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi cho hình (H) quay quanh trục Ox.

A. $\pi(1 - \frac{\pi}{4})$. B. $\pi(1 + \frac{\pi}{4})$. C. $\frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$. D. $\frac{\pi}{2}\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 27. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ với $x \geq 0$, trục tung Oy, các đường thẳng $y = 2$; $y = 4$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi cho hình (H) quay quanh trục tung Oy.

A. 6π. B. 8π. C. 10π. D. 12π.

Câu 28. Xét sự chuyển động của một vật thể theo đường thẳng mà tại thời điểm t giây sau khi rời điểm xuất phát 0, vận tốc của chuyển động đó cho bởi $v = 5 + \frac{3}{4}t^2$ (m/s). Tính khoảng cách dịch chuyển được trong thời gian 1 giây tính từ giây thứ 4 đến giây thứ 5.

A. 21m. B. $\frac{81}{4}$m. C. $\frac{81}{2}$m. D. 81m.

Câu 29. Tìm số điểm biểu diễn cho số phức z mà $z^4 - 1 = 0$.

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 30. Tìm số phức z mà $z + 4 = z(2 - i)$.

A. $2 + 2i$. B. $1 + i$. C. $1 + 2i$. D. $2 + i$.

Câu 31. Tìm số điểm biểu diễn cho số phức z mà $|z + 2i| = |z + 4|$ và phần ảo của z bằng 0.

A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

Câu 32. Tìm số điểm biểu diễn các số phức z là nghiệm của phương trình $z^3 + z^2 + z - 3 = 0$.

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Cậu 33. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 4| = 1$ mà phần thực x, phần ảo y của z có liên hệ $y = 2x$?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 34. Cho điểm A biểu diễn cho số phức $z = 3$. Có bao nhiêu điểm B biểu diễn cho số phức w có phần thực bằng 5 và $OB = 2AB$?

A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$, tam giác ABC vuông tại A, $AB = 1$, $AC = 2$, góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (ABC) bằng 60°. Tính thể tích khối chóp.

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 36. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'A = AB = AC = 1$, $\widehat{BAC} = 90^\circ$, $\widehat{BAA'} = \widehat{CAA'} = 60^\circ$. Tính thể tích khối lăng trụ

A. $\frac{\sqrt{2}}{8}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Câu 37. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Điểm A_1 thuộc cạnh AA' mà $A_1A' = \frac{1}{3}AA'$; B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của BB', CC'. Mặt phẳng $(A_1B_1C_1)$ chia hình lăng trụ thành hai phần. Kí hiệu V_1 là thể tích phần khối lăng trụ có chứa đỉnh A', V_2 là thể tích phần còn lại. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{6}{5}$. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 38. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi C_1 là trung điểm của SC. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng AC_1 và song song với BD chia khối chóp thành hai phần. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$, ở đó V_1 là thể tích phần khối chóp có chứa đỉnh S, V_2 là thể tích phần còn lại của khối chóp đã cho.

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC có $AB = 2$, $AC = 2$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng α mà $\tan\alpha = 2$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $\sqrt{5}$. B. 2. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 40. Đặt ba viên bi có dạng hình cầu có cùng kích thước vào một cái hộp hình trụ sao cho một viên tiếp xúc với một đáy hình trụ, một viên khác tiếp xúc với mặt đáy còn lại của hộp. Cho biết đường tròn đáy hình trụ bằng đường tròn lớn của viên bi. Gọi S_1 là diện tích xung quanh hình trụ, S_2 là tổng diện tích của ba viên bi. Tính $\frac{S_1}{S_2}$.

A. 1. B. 1,5. C. 2. D. 2,5.

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (BCA)$, $AB \perp BC$. Khi quay các cạnh của tứ diện đó xung quanh trục AB, có bao nhiêu hình nón được tạo thành

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 42. Cho hình trụ có bán kính bằng 5, trục O_1O_2. Một mặt phẳng (P) song song với trục O_1O_2 và cách trục một khoảng bằng 3 cắt hình trụ theo thiết diện có diện tích bằng 32. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. 40π. B. 30π. C. 20π. D. 10π.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; 1; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC.

A. $H(0; 3; 1)$. B. $H(2; -1; -1)$. C. $H(1; 1; 0)$. D. $H(-1; 5; 2)$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; 1; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. C. $\sqrt{5}$. D. 1.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -3; 0)$, $P(0; 0; 4)$, $Q(2; 3; 4)$. Tìm số mặt phẳng (α) đi qua các điểm M, N và khoảng cách từ Q đến (α) gấp hai lần khoảng cách từ P đến (α).

A. 1. B. 2. C. Vô số. D. 0.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$; $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{6}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. d_1, d_2 cắt nhau. B. d_1, d_2 trùng nhau.

C. d_1, d_2 song song. D. d_1, d_2 chéo nhau.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 1)$ và mặt phẳng (P) $x-2y-3z+14=0$. Có bao nhiêu điểm M' mà đường thẳng MM' vuông góc với (P) và khoảng cách từ M' đến (P) gấp hai lần khoảng cách từ M đến (P)?

A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+(z-2)^2=1$ và hai mặt phẳng (P): $3x+4z-12=0$, (Q): $3x+12y+4z-12=0$. Trong các mặt phẳng (P), (Q) đó, thì mặt phẳng cắt mặt cầu (S) theo đường tròn bán kính $r=\frac{3}{5}$ là:

A. (P). B. (Q). C. (P); (Q). D. Không có mặt phẳng nào.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;\ 2\ ;\ 5)$. Xét mặt phẳng (α) đi qua M và cắt chiều dương của các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C. Trong các câu sau, tìm câu đúng:

A. Thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất khi điểm M là trọng tâm tam giác ABC.

B. Thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất khi điểm M là trực tâm tam giác ABC.

C. Thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất khi điểm M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

D. Thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất khi điểm M là trung điểm của cạnh BC.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ cho bốn đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-2}$; $d_2: \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{1}$; $d_3: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z}{-4}$; $d_4: \dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Có bao nhiêu đường thẳng cắt cả bốn đường thẳng trên?

A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

ĐỀ 3

Câu 1. Tìm tập giá trị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$.

A. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. B. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. C. $\mathbb{R}\setminus\{1,2\}$. D. $\mathbb{R}$.

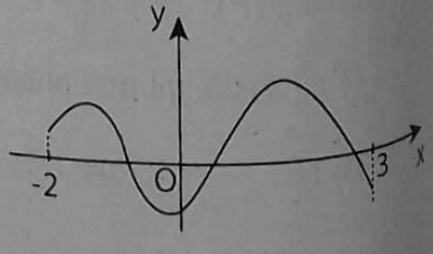
Câu 2. Tìm câu đúng trong các câu sau : đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ nhận các đường thẳng sau và chỉ chúng làm đường tiệm cận :

A. $x=-2, y=2$. B. $x=-2, y=-2$. C. $x=-2, y=\dfrac{1}{2}$. D. $x=-2$.

Câu 3. Kí hiệu (C) là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. Với mỗi điểm $M=(x;\ y)$ thuộc (C), xét điểm $M'=(x-2;\ y-1)$. Trong các hàm số sau, tìm hàm số có đồ thị tạo bởi các điểm M' đó.

A. $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. B. $y=\dfrac{2}{x-2}$. C. $y=\dfrac{3}{x}$. D. $y=\dfrac{x}{x-2}$.

Câu 4. Cho biết đồ thị của đạo hàm của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;\ 3]$ có dạng như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;\ 3]$.



A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 5. Tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 6x + 1$ tại điểm $A = (1; -4)$ còn cắt (C) tại một điểm B khác A. Tìm tọa độ của điểm B.

A. $B = (2; -3)$. B. $B = (0; 1)$.

C. $B = (-1; 4)$. D. $B = (-2; 5)$.

Câu 6. Cho hàm số phụ thuộc tham số m là $y = x^4 - 8x^2 + m$; kí hiệu đồ thị của nó là (C_m). Tìm giá trị của tham số m để (C_m) có các điểm cực tiểu cách gốc tọa độ O một khoảng bằng 2.

A. $m = 12$. B. $m = 16$. C. $m = 10$. D. $m = 8$.

Câu 7. Xét hàm số $y = x^3 - 3x$. Tìm giá trị bé nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số đó trên khoảng $(0; 2)$.

A. $m = 0, M = 2$. B. $m = -2, M = 2$.

C. $m = 1, M = 2$. D. $m = -2$, không có M.

Câu 8. Một viên đá được ném lên từ gốc tọa độ O trong mặt phẳng tọa độ Oxy (Ox nằm ngang) chuyển động theo đường (quỹ đạo) có phương trình $y = -(1 + m^2)x^2 + mx$, m là tham số dương. Tìm giá trị của tham số m để viên đá rơi xuống cắt trục Ox tại điểm cách O xa nhất.

A. $m = 3$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 9. Tìm hàm số dạng $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a, b, c, d là hằng số, $a \neq 0$) sao cho $f(x)$ là hàm số lẻ, đồ thị của nó tiếp xúc với đường thẳng $y = 9x - 16$ tại điểm $(2; 2)$.

A. $f(x) = -x^3 + 5x$. B. $f(x) = 2x^3 - 7x$.

C. $f(x) = -2x^3 + 9x$. D. $f(x) = x^3 - 3x$.

Câu 10. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $y = mx + m^2$ tiếp xúc với parabol $y = -\frac{x^2}{4}$.

A. Tập các số dương. B. Tập các số khác 0.

C. Tập các số khác 1 và khác -1. D. Tập $\mathbb{R}$.

Câu 11. Hình nón gọi là nội tiếp mặt cầu nếu đỉnh và đường tròn đáy của hình nón nằm trên mặt cầu. Tìm chiều cao h của hình nón có thể tích lớn nhất nội tiếp mặt cầu bán kính R cho trước.

A. $h = \frac{3R}{2}$. B. $h = \frac{4R}{3}$. C. $h = \frac{5R}{3}$. D. $h = \frac{5R}{4}$.

Câu 12. Tìm các nghiệm của phương trình $\log_4(4x+12)-\log_4 5=\log_4 x$.

A. $x=10$. B. $x=11$. C. $x=12$. D. $x=14$.

Câu 13. Tìm tập hợp các giá trị của hàm số $y=5-\log_{\frac{1}{5}} x^2$.

A. $(-\infty,+\infty)$. B. $(-\infty,5)$. C. $(5,+\infty)$. D. $(25,+\infty)$.

Câu 14. Tìm tích tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt[4]{16-x^2}\log(16-2x-x^2)=0$

A. -3. B. 4. C. -12. D. 12.

Câu 15. Giải bất phương trình $\log_{0,2}(x-3)+2\geq 0$.

A. $(-\infty,28)$. B. $(28,+\infty]$. C. $(3,+\infty)$. D. $(3,28]$.

Câu 16. Biết $\log_6 2=a,\log_6 5=b$. Tính $\log_3 5$ theo a và b.

A. $\frac{a}{1-b}$. B. $\frac{a-1}{b}$. C. $\frac{b-1}{a}$. D. $\frac{b}{1-a}$.

Câu 17. Xét hàm số $y=\log_a|x|$, $0<a<1$. Tìm câu đúng trong các câu sau.

A. Hàm số đồng biến trên mọi khoảng trong tập xác định.

B. Hàm số nghịch biến trên mọi khoảng trong tập xác định.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty,0)$, nghịch biến trên khoảng $(0,+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty,0)$, đồng biến trên khoảng $(0,+\infty)$.

Câu 18. Trong các hàm số cho sau đây tìm hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

A. $\left(\frac{3}{4}\right)^x$. B. $(3,1)^{-x}$. C. $(0,5)^{2x}$. D. $\left(\frac{1}{7}\right)^{\frac{-3x}{10}}$.

Câu 19. Giải bất phương trình $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{x^2}<\frac{1}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^3}$.

A. $(0,\sqrt{3})$. B. $(-\infty,\sqrt{3})$. C. $(\sqrt{3},+\infty)$. D. $(-\sqrt{3},\sqrt{3})$.

Câu 20. Giải bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{3x}\leq\left(\frac{5}{2}\right)^{3-x}$.

A. $\left[-\frac{3}{2},+\infty\right)$. B. $\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$. C. $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right]$. D. $\left(-\infty,\frac{3}{4}\right]$.

Câu 21. Giải phương trình $1+3^{\frac{x}{2}}=2^x$.

A. $\{2,\log_2 3\}$. B. $\{2,\log_3 2\}$. C. $\{2,-\log_2 3\}$. D. $\{2\}$.

Câu 22. Tìm các hằng số a, b để hàm số $F(x) = e^x(a\cos x + b\sin x)$ là một nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ của hàm số $f(x) = e^x(5\sin x - \cos x)$.

A. $(a, b) = (2, 3)$. B. $(a, b) = (3, 2)$.

C. $(a, b) = (-2, 3)$. D. $(a, b) = (-3, 2)$.

Câu 23. Tìm nguyên hàm $F(x)$ trên $(-\infty; 0)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$ thỏa mãn điều kiện $F(-1) = \frac{1}{e}$.

A. $F(x) = e^{\frac{1}{x}}$. B. $F(x) = \frac{2}{e} - e^{\frac{1}{x}}$.

C. $F(x) = 2e^{\frac{1}{x}} - \frac{1}{e}$. D. $F(x) = -2e^{\frac{1}{x}} + \frac{3}{e}$.

Câu 24. Tìm tất cả các nguyên hàm $F(x)$ trên $(0; +\infty)$ của hàm số $f(x) = x\ln x$.

A. $F(x) = \frac{x^2}{2}(\ln x - \frac{1}{2}) + C$. B. $F(x) = x^2\ln x - \frac{x^2}{2} + C$.

C. $F(x) = \frac{x^2}{2}\ln x - \frac{x^2}{2} + C$. D. $F(x) = x^2\ln x - \frac{x^2}{4} + C$.

Câu 25. Tính tích phân $\int_e^{e^2} \frac{1}{x\ln x}dx$.

A. $\ln 2 + 1$. B. $\ln 2 + 2$. C. $\ln 3 - 1$. D. $\ln 2$.

Câu 26. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = \ln x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \frac{1}{e}$ và $x = 1$.

A. $S = 1 - \frac{2}{e}$. B. $S = \frac{2}{e} - 1$. C. $S = 2 - \frac{1}{e}$. D. $S = 2 - \frac{2}{e}$.

Câu 27. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x(1 - x)$ và trục Ox.

A. $\frac{31}{30}\pi$. B. $\frac{\pi}{6}$. C. $\frac{\pi}{30}$. D. $\frac{11}{30}\pi$.

Câu 28. Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$. Trong các câu sau tìm câu **sai.**

A. Hai nguyên hàm bất kì của $f(x)$ sai khác nhau cùng một hằng số C.

B. Một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(-\infty, 1)$ là $F(x) = \ln(1 - x)$.

C. Một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(1,+\infty)$ là $F(x)=\ln(x-1)$.

D. Trên mỗi khoảng nằm trong tập xác định của hàm số $f(x)$, một nguyên hàm của $f(x)$ là hàm số $\ln|x-1|$.

Câu 29. Xét số phức z. Trong các câu sau, tìm câu đúng.

A. $|z|\le 2$ khi và chỉ khi $z\bar{z}\le 4$.

B. $|z|\le 2$ khi và chỉ khi $z\bar{z}\le 2$.

C. $|z|\le 2$ khi và chỉ khi $z\bar{z}\le\sqrt{2}$.

D. $|z|\le 2$ khi và chỉ khi $z\bar{z}\le 1$.

Câu 30. A, B, C là các điểm trong mặt phẳng theo thứ tự biểu diễn các số phức $2+3i$, $3+i$, $1+2i$. Trọng tâm G của tam giác ABC biểu diễn số phức z. Tìm z.

A. $z=1+i$.

B. $z=2-2i$.

C. $z=1-i$.

D. $z=2+2i$.

Câu 31. A là điểm trong mặt phẳng biểu diễn số phức z, A không trùng với gốc tọa độ O. Xét điểm B biểu diễn số phức iz. Trong các câu sau, tìm câu đúng.

A. Ba điểm O, A, B thẳng hàng.

B. Góc giữa hai đường thẳng OA, OB là góc 30°.

C. Tam giác OAB là tam giác đều.

D. Tam giác OAB là tam giác vuông cân tại O.

Câu 32. Xét bốn điểm trong mặt phẳng biểu diễn bốn nghiệm phân biệt của phương trình $z^4-16=0$. Tìm câu đúng trong các câu sau.

A. Bốn điểm đó là bốn đỉnh của một hình vuông có cạnh bằng $2\sqrt{2}$.

B. Bốn điểm đó là bốn đỉnh của một hình vuông có cạnh bằng 1.

C. Bốn điểm đó là bốn đỉnh của một hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{2}$.

D. Bốn điểm đó là bốn đỉnh của một hình vuông có cạnh bằng 4.

Câu 33. Xét tập hợp S các điểm trong mặt phẳng biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|\dfrac{z-1}{z-i}\right|=1$. Chọn câu đúng trong các câu sau.

A. S là trục thực Ox.

B. S là trục ảo Oy.

C. S là một đường tròn.

D. S là một đường phân giác của góc xOy.

Câu 34. Gọi A và B là hai điểm trong mặt phẳng biểu diễn hai nghiệm phân biệt của phương trình $z^2+4z+5=0$. Tính tang của góc $\widehat{AOB}$.

A. $\tan\widehat{AOB}=\dfrac{1}{2}$.

B. $\tan\widehat{AOB}=1$.

C. $\tan\widehat{AOB}=\dfrac{4}{3}$.

D. $\tan\widehat{AOB}=\sqrt{3}$.

Câu 35. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V. Lấy điểm S thuộc đường thẳng AA' sao cho A là trung điểm của SA'. Tính thể tích của khối chóp $S.A'B'C'D'$.

A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{2V}{3}$. C. $\frac{4V}{3}$. D. V.

Câu 36. Cho khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V và khối lăng trụ tam giác đều $PQR.P'Q'R'$ có thể tích W. Hai khối lăng trụ đó có các chu vi đáy bằng nhau và có diện tích xung quanh bằng nhau. Tính tỉ số $k = \frac{V}{W}$.

A. $k = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $k = \sqrt{3}$. C. $k = \frac{3\sqrt{3}}{4}$. D. $k = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 37. Cho khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt cầu tâm A' tiếp xúc với mặt phẳng $(ABCD)$ và tiếp xúc với đường thẳng CC'. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V = a^3$. B. $V = a^3\sqrt{2}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{3a^3}{2}$.

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, cạnh đáy a, thể tích $V = \frac{a^3}{3}$. Kí hiệu M là trung điểm của đoạn AB, N là trung điểm của đoạn AD. Tính khoảng cách d từ điểm C đến mặt phẳng (SMN).

A. $d = a$. B. $d = \frac{a}{3}$. C. $d = \frac{a}{2}$. D. $d = \frac{2a}{3}$.

Câu 39. Cho hình hộp chữ nhật có kích thước a, b, c. Gọi (T) là một tứ diện có sáu cạnh là sáu đường chéo của sáu mặt bên của hình hộp. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đó.

A. $S = 4\pi(a^2 + b^2 + c^2)$. B. $S = \pi(a^2 + b^2 + c^2)$.

C. $S = 2\pi(a^2 + b^2 + c^2)$. D. $S = \frac{\pi}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$.

Câu 40. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, có chiều cao $h = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó.

A. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $R = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $R = a\sqrt{6}$. D. $R = a\sqrt{3}$.

Câu 41. Cho hình trụ bán kính r có chiều cao $h = \frac{r}{\sqrt{2}}$. Xét một hình vuông $ABCD$ có A, B thuộc đường tròn đáy trên; C, D thuộc đường tròn đáy dưới

mà mặt phẳng $(ABCD)$ không song song, không chứa trục của hình trụ. Tính diện tích S của hình vuông $ABCD$.

A. $S = 2r^2$. B. $S = 3r^2$. C. $S = \frac{5r^2}{2}$. D. $S = \frac{9r^2}{4}$.

Câu 42. Trong mặt phẳng, cho hình thang cân $ABCD$ có cạnh đáy $AB = a$, cạnh đáy $CD = \frac{a}{2}$, góc ở A và ở B bằng 60^0. Cạnh bên AD quay quanh đường trung trực của đoạn AB tạo nên một mặt tròn xoay. Tính diện tích S của mặt tròn xoay đó.

A. $S = \frac{3\pi}{8}a^2$. B. $S = \frac{5\pi}{8}a^2$. C. $S = \frac{\pi}{2}a^2$. D. $S = \frac{3\pi}{4}a^2$.

Câu 43. Trong không gian tọa độ, xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A = (1; 2; -1)$, $C = (3; 4; -1)$ và tâm I của hình lập phương là $I = (2; 3; 0)$. Tìm tọa độ tâm K của hình vuông $A'B'C'D'$.

A. $K = (2, 3, 2)$. B. $K = (2, 3, -1)$.

C. $K = (2, 3, 1)$. D. $K = (2, 3, -2)$.

Câu 44. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, xét quỹ tích (S) các điểm thuộc mặt phẳng (Ozx) cách đều đường thẳng Oz và mặt phẳng $y = 1$. Tìm câu đúng.

A. (S) là hai điểm $(1; 0; 0)$ và $(-1; 0; 0)$.

B. (S) là một đường thẳng.

C. (S) là hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm khác O.

D. (S) là một cặp đường thẳng song song.

Câu 45. Tập hợp các điểm $M = (x; y; z)$ trong không gian tọa độ $Oxyz$ sao cho $|x| + |y| = 1, |z| \le 1$ làm thành các mặt bên của một khối lăng trụ. Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V = 1$. B. $V = 2$. C. $V = 3$. D. $V = 4$.

Câu 46. Trong không gian tọa độ, cho điểm $A = (0; 2; -1)$ và điểm $B = (2; 0; 1)$. Tìm tọa độ điểm M trong mặt phẳng (Oyz) sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị bé nhất.

A. $M = (0; 1; 0)$. B. $M = (0; 2; 1)$.

C. $M = (0; 1; 2)$. D. $M = (0; -1; 1)$.

Câu 47. Tìm tập hợp S các giá trị của tham số m để mặt phẳng có phương trình $(1+m)x + \sqrt{2}y + (m-1)z + 2m = 0$ tiếp xúc với mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

A. $S = \{-1; 1\}$. B. $S = \{\sqrt{2}\}$. C. $S = \{\sqrt{2}; -\sqrt{2}\}$. D. $S = \{1\}$.

Câu 48. Tìm tọa độ các giao điểm của mặt trụ trục Oz bán kính bằng 2 với đường thẳng xác định bởi $\begin{cases} x+y-2=0 \\ x-y-z+2=0. \end{cases}$

A. (2; 0; 4) và (1; 1; 2). B. (3; −1; 6) và (0; 2; 0).

C. (3; −1; 6) và (−1; 3; 2). D. (0; 2; 0) và (2; 0; 4).

Câu 49. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A = (0; 1; 2)$, $B = (1; -2; -1)$, $C = (1; -1; 1)$. Gọi (S) là quỹ tích các điểm M sao cho $MA^2 + MB^2 - MC^2 = 9$. Tìm câu đúng.

A. (S) là mặt cầu tâm O bán kính bằng 1. B. (S) là một mặt phẳng.

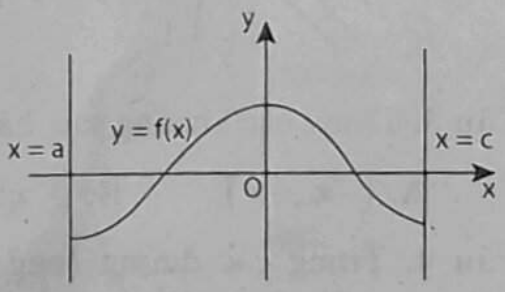
C. (S) là mặt cầu tâm O bán kính bằng 3 . D. (S) là một mặt trụ.

Câu 50. Xét đường thẳng d xác định bởi $\begin{cases} x=1 \\ y+z=2 \end{cases}$ và đường thẳng d' xác định bởi $\begin{cases} x=0 \\ y=z \end{cases}$. Tìm bán kính bé nhất R của mặt cầu tiếp xúc với cả d và d'.

A. $R=1$. B. $R=\dfrac{1}{2}$. C. $R=2$. D. $R=\sqrt{2}$.

ĐỀ 4

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ với tập xác định $D=[a;c]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào **sai**?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(a;0)$; nghịch biến trên khoảng $(0;c)$.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

C. Hàm số có điểm cực đại.

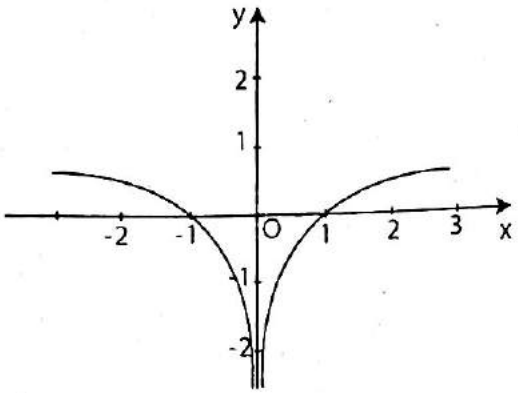
D. Hàm số có dấu không đổi.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên hai khoảng $(-\infty;0)$, $(0;+\infty)$ và có bảng biến thiên sau:

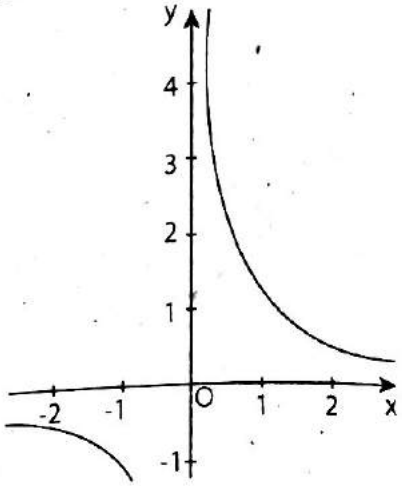
x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	0	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	0

Đường nào trong các đường sau đây có thể là đồ thị của hàm số đã cho?

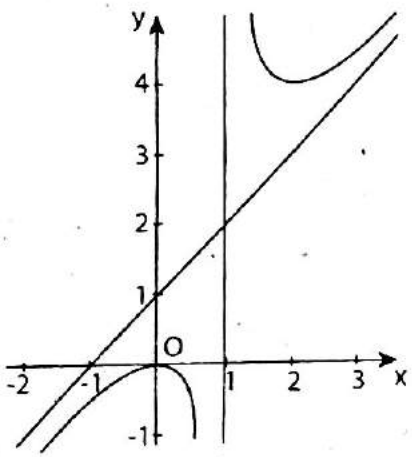
A.



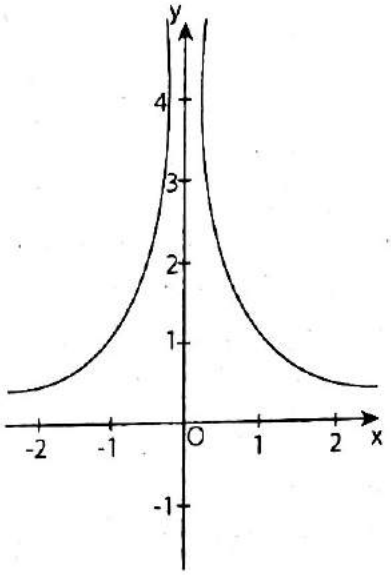
B.



C.



D.

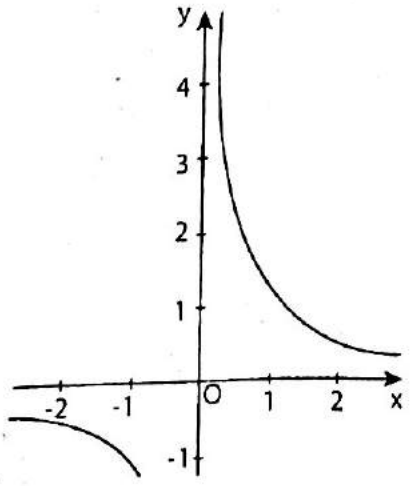


Câu 3. Trong các khoảng sau, hàm số $y=\ln|x|$ đồng biến trên khoảng nào?

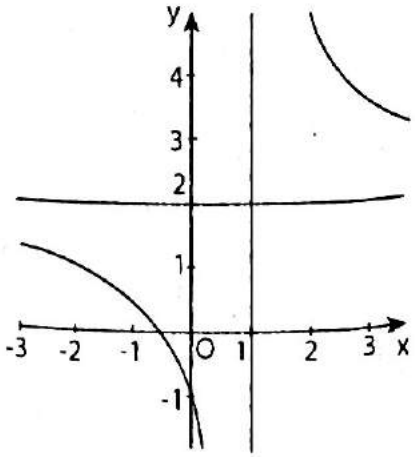
A. $(-\infty;+\infty)$. B. $(-\infty;0)$. C. $(0;+\infty)$. D. $(-1;1)$.

Câu 4. Trong các đường cong cho sau đây, đường nào là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$?

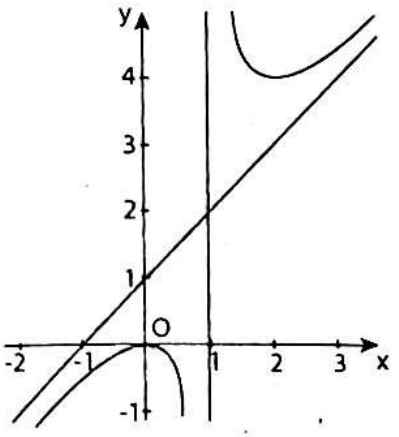
A.



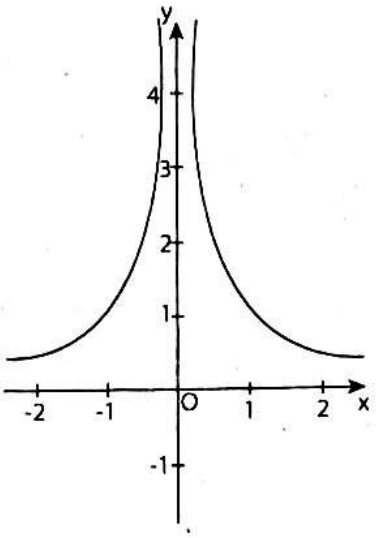
B.



C.



D.



Câu 5. Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y=\frac{x^4}{4}-2x^2+6$.

A. $x=0, x=\pm 2$. B. $x=\pm 2$. C. $y=6, y=2$. D. $y=2$.

Câu 6. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-\sin x$ trên đoạn $D=\left[\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{3}\right]$.

A. $\max\limits_{D} y=\frac{3\pi}{2}+1, \min\limits_{D} y=\frac{\pi}{2}-1$.

B. Không có giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.

C. $\max\limits_{D} y=\frac{\pi}{2}-1, \min\limits_{D} y=\frac{\pi}{6}-\frac{1}{2}$.

D. $\max\limits_{D} y=\frac{5\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}, \min\limits_{D} y=\frac{\pi}{6}-\frac{1}{2}$.

Câu 7. Tìm hoành độ các giao điểm của đường thẳng $y=2x-\frac{7}{2}$ với đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x+4}$.

A. $x=2, x=-\frac{15}{4}$. B. $x=-\frac{15}{4}$.

C. $x=2, x=1-\sqrt{2}$. D. $x=1\pm\sqrt{2}$.

Câu 8. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=2x^3-3(2m+1)x^2+6m(m+1)x+1$ có hai điểm cực trị cách đều trục tung.

A. Không tồn tại giá trị nào. B. $m=-\frac{1}{2}$.

C. $m=2$. D. $m=2, m=-\frac{1}{2}$.

Câu 9. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{m\sqrt{x^2-1}+1}{x+1}$ có một tiệm cận ngang duy nhất.

A. Không tồn tại giá trị nào.
B. $m=\pm 1$.
C. $m=0$.
D. $m=-1$.

Câu 10. Kí hiệu M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3\ln x$ trên đoạn $[1;e]$. Tính hiệu $M-m$.

A. $\dfrac{e}{3}$.
B. $\dfrac{e\sqrt{e}}{2}$.
C. $e^3-\dfrac{e}{3}$.
D. e^3.

Câu 11. Tìm các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=x^3+3x^2+(m+1)x+4m$ nghịch biến trên khoảng $K=(-1;1)$.

A. $m\le -10$.
B. $m>-10$.
C. Không tồn tại.
D. $m\le 0$.

Câu 12. Tính tổng các nghiệm của phương trình $(1,5)^{5x-7}=\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x+1}$.

A. 5.
B. 1.
C. $\dfrac{1}{2}$.
D. -2.

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(2x^2-x+1\right)^{\frac{1}{3}}$

A. $\dfrac{1}{3}\left(2x^2-x+1\right)^{-\frac{2}{3}}$.
B. $\left(2x^2-x+1\right)^{\frac{1}{3}}\ln\left(2x^2-x+1\right)$.
C. $\dfrac{4x-1}{3}\left(2x^2-x+1\right)^{-\frac{2}{3}}$.
D. $(4x-1)\left(2x^2-x+1\right)^{\frac{1}{3}}\ln\left(2x^2-x+1\right)$

Câu 14. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2-x-2\right)^{\sqrt{2}}$

A. $D=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$.
B. $D=(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$.
C. $D=(-1;2)$.
D. $D=[-1;2]$.

Câu 15. Giải bất phương trình $2^x+2^{-x}-3<0$.

A. $x<\log_2\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$.
B. $x>\log_2\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$.
C. $\log_2\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}<x<\log_2\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$.
D. Vô nghiệm.

Câu 16. Trong ba hàm số sau đây $f(x)=\ln\dfrac{1}{\sin x}$, $g(x)=\ln\dfrac{1+\sin x}{\cos x}$, $h(x)=\ln\dfrac{1}{\cos x}$, tìm các hàm số có đạo hàm bằng $\dfrac{1}{\cos x}$.

A. $f(x)$. B. $g(x)$. C. $h(x)$. D. $g(x)$ và $h(x)$.

Câu 17. Cho $\lg 5=a, \lg 3=b$. Hãy tính $\log_{30} 8$.

A. $\dfrac{1-a}{1+b}$. B. $\dfrac{1+b}{1-a}$. C. $\dfrac{1+b}{3(1-a)}$. D. $\dfrac{3(1-a)}{1+b}$.

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $y=2xe^x+3\sin 2x$.

A. $y'=2xe^x+3\cos 2x$. B. $y'=2e^x+2xe^x+6\cos 2x$.

C. $y'=2e^x+2xe^x+12\cos 2x$. D. $y'=2e^x+2xe^x-12\cos 2x$.

Câu 19. Biết $b=10^{\frac{1}{1-\lg a}}, c=10^{\frac{1}{1-\lg b}}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $a=10^{\frac{1}{1-\lg c}}$. B. $a=10^{\frac{1}{\lg c-1}}$. C. $a=10^{\frac{1}{\lg b\lg c-1}}$. D. $a=10^{\frac{1}{\lg b+\lg c-1}}$.

Câu 20. Xét bất phương trình $\log_2\left[\log_{\frac{1}{2}}\left(2^x-\dfrac{31}{16}\right)\right]\le 2$ (*).

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $(*)\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}\left(2^x-\dfrac{31}{16}\right)\le 4$. B. $(*)\Leftrightarrow \dfrac{1}{16}\le 2^x-\dfrac{31}{16}<1$.

C. $(*)\Leftrightarrow 2^x-\dfrac{31}{16}\ge\dfrac{1}{16}$. D. $(*)\Leftrightarrow 0<2^x-\dfrac{31}{16}\le\dfrac{1}{16}$.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau được nghiệm đúng với mọi $x>0$: $\log_2\left(7x^2+7\right)<\log_2\left(mx^2+4x+m\right)$.

A. $m>7$. B. $m\ge 7$. C. $m>5$. D. $m\ge 5$.

Câu 22. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int\left(\ln\dfrac{\sqrt{x^2+1}+x}{x^4+1}\right)'dx=\ln\dfrac{\sqrt{x^2+1}+x}{x^4+1}+C$.

B. $\int\left(x+\sqrt{x^2+x+1}\right)\ln x dx=\int x\ln x dx+\int\sqrt{x^2+x+1}\ln x dx$.

C. $\int\left(x+\sqrt{x^2+x+1}\right)\ln x dx=\int x\ln x dx.\int\sqrt{x^2+x+1}\ln x dx$.

D. $\left(\int\left(x+\sqrt{x^2+x+1}\right)\ln x dx\right)'=\left(x+\sqrt{x^2+x+1}\right)\ln x$.

Câu 23. Tìm nguyên hàm $F(x)$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right)$ của hàm số $f(x)=\frac{1}{\cos^2 2x}$, biết $F\left(\frac{\pi}{8}\right)=0$.

A. $F(x)=\frac{1}{2}(\tan 2x-1)$.

B. $F(x)=2x-\frac{\pi}{4}$.

C. $F(x)=\frac{1}{2}\left(\tan^2 2x-1\right)$.

D. $F(x)=\tan 2x-1$.

Câu 24. Biết $v(t)=2t-\sin\left(\pi t+\frac{\pi}{2}\right)$ là vận tốc tại giây thứ t tính từ khi bắt đầu chuyển động của một vật, trong đó t tính bằng giây, $v(t)$ tính bằng m/s. Biết $\pi\approx 3{,}14$, hãy tính quãng đường di chuyển của vật sau 3,5 giây chính xác đến 1cm.

A. ≈ 382cm.

B. ≈ 1257cm.

C. ≈ 257cm.

D. ≈ 823cm.

Câu 25. Đặt $I=\int_1^2\frac{x}{1+\sqrt{x-1}}dx$ và $t=1+\sqrt{x-1}$. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là **sai**?

A. $x=t^2-2t+2$.

B. $I=4+4\ln 2$.

C. $I=\int_1^2\left(t^2-2t+2\right)(2t-2)\frac{1}{t}dt$.

D. $I=\int_1^2\left(2t^2-6t+8-\frac{4}{t}\right)dt$.

Câu 26. Tính $I=\int_0^1 x\ln\left(1+x^2\right)dx$.

A. $\frac{2\ln 2-1}{2}$.

B. $1-\ln 2$.

C. $3-2\ln 2$.

D. $\frac{9-3\ln 2}{4}$.

Câu 27. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}$, $y=0$, $x=0$, $x=\frac{\pi}{6}$.

A. e^3-1.

B. $e^{\sqrt{2}}-1$.

C. $e^{\sqrt{3}}+1$.

D. $e^{\frac{1}{\sqrt{3}}}-1$.

Câu 28. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích hình cầu bán kính đơn vị và thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng H giới hạn bởi đường cong $y=\dfrac{2}{2-x}$ và các đường $y=0, x=0, x=1$. Hãy tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{3}{2}$. B. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{2}{3}$. C. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{2}$. D. $\dfrac{V_1}{V_2}=2$.

Câu 29. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây.

A. Số phức $z=15+\sqrt{3}i$ có phần thực là 15, phần ảo là $\sqrt{3}$.

B. Số phức $z=-\sqrt{5}i$ là số thuần ảo.

C. Điểm $M(15;\sqrt{3})$ là điểm biểu diễn số phức $z=15+\sqrt{3}i$.

D. Số 0 không phải là số phức.

Câu 30. Cho hai số phức $z_1=2-i, z_2=1+i$. Tính $\left|z_1.\overline{z_2}+\overline{z_1}.z_2\right|$.

A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{10}$. D. 2.

Câu 31. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện z^2 có điểm biểu diễn nằm trên trục tung.

A. Trục tung.

B. Đường phân giác góc phần tư (I), (III).

C. Trục hoành.

D. Đường phân giác góc phần tư (I), (III) và đường phân giác góc phần tư (II), (IV).

Câu 32. Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4-z^2-12=0$. Tính tổng $T=z_1^4+z_2^4+z_3^4+z_4^4$.

A. $T=10$. B. $T=25$. C. $T=50$. D. $T=100$.

Câu 33. Tìm tất cả các cặp số thực $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $3x+yi=2y+1+(2-x)i$.

A. $(1;1)$. B. $(1;1),(0;-1)$. C. $(1;0),(-1;-1)$. D. $(-1;-1)$.

Câu 34. Cho số phức $v=a+bi$. Tìm tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-v|=1$.

A. Đường thẳng $(x-a)+(y-b)=1$. B. Đường thẳng $y=b$.

C. Đường tròn $(x-a)^2+(y-b)^2=1$. D. Đường thẳng $x=a$.

Câu 35. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng hình vuông tại A, lấy điểm S sao cho tam giác SBD là tam giác đều. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^2\sqrt{a}}{3}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{9a^2\sqrt{3a}}{4}$.

Câu 36. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi với góc $\widehat{A}=60^0$. Tính chiều cao của khối hộp nếu đường chéo nhỏ của khối hộp bằng đường chéo lớn của đáy và khối hộp có thể tích $2\sqrt{3}$ cm^3.

A. 2 cm. B. $\sqrt{2}$ cm. C. 3cm. D. $\sqrt{3}$ cm.

Câu 37. Một mặt phẳng đi qua hai đỉnh A, B của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ chia khối hộp thành hai phần, phần nhỏ có thể tích bằng $\frac{1}{4}$ thể tích của khối hộp. Biết cạnh $A'D'$ của khối hộp có độ dài 12cm và cắt mặt phẳng đã cho tại điểm M, tính độ dài đoạn $A'M$.

A. 4cm. B. 8cm. C. 6cm. D. 3cm.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính độ dài cạnh đáy của hình chóp nếu biết khoảng cách từ A tới mặt bên (SCD) bằng $\frac{\sqrt{21}}{7}$ cm.

A. $\sqrt{7}$ cm. B. 1cm. C. $\sqrt{3}$ cm. D. $\sqrt{21}$ cm.

Câu 39. Tính diện tích xung quanh của khối trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông cạnh bằng a.

A. πa^2. B. $\frac{\pi a^2}{2}$. C. $2\pi a^2$. D. $3\pi a^2$.

Câu 40. Một cái ca hình trụ không nắp có đường kính đáy và chiều cao cùng bằng 10cm đựng được bao nhiêu nước?

A. 350π cm^3. B. 250π cm^3. C. 50π cm^3. D. 150π cm^3.

Câu 41. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Xét khối nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$, đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Biết khối nón này có thể tích bằng 1 cm^3, hãy tính thể tích khối trụ ngoại tiếp khối lập phương.

A. 5 cm^3. B. 9 cm^3. C. 4 cm^3. D. 6 cm^3.

Câu 42. Cho hình nón đỉnh O có thiết diện thẳng qua trục là một tam giác đều. Xét hình trụ có đáy trùng với đáy của hình nón và có chiều cao bằng

chiều cao của hình nón. Tính diện tích xung quanh của hình trụ biết rằng hình nón có diện tích xung quanh bằng $2\sqrt{3}\ \text{cm}^2$.

A. $3\ \text{cm}^2$. B. $6\ \text{cm}^2$. C. $4\ \text{cm}^2$. D. $9\ \text{cm}^2$.

Câu 43. Cho bốn điểm $A(1;1;1), B(1;3;5), C(1;1;4), D(2;3;2)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $AB \perp IJ$. B. $CD \perp IJ$.

C. $IJ \perp (ABC)$. D. Hai đoạn AB, CD có chung trung điểm.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + y - 2 = 0$. Vectơ nào trong các vectơ sau vuông góc với mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}(1;4;0)$. B. $\vec{n}(-8;-2;0)$. C. $\vec{n}(4;0;1)$. D. $\vec{n}(4;1;-2)$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + 3y - 2z + 1 = 0$ và điểm $I(0;-2;1)$. Tính bán kính của hình cầu tâm I tiếp xúc với (P).

A. 3. B. $\dfrac{5}{\sqrt{29}}$. C. $\dfrac{3}{\sqrt{29}}$. D. $\dfrac{7}{\sqrt{29}}$.

Câu 46. Viết phương trình mặt phẳng qua ba điểm $A(0;2;1), B(3;0;1), C(1;0;0)$.

A. $2x + 3y - 4z + 2 = 0$. B. $2x + 3y - 4z - 2 = 0$.

C. $2x - 3y - 4z + 1 = 0$. D. $2x + 3y - 4z - 5 = 0$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;3;5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 17 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm của (d) với Oz.

A. $(0;0;1)$. B. $(0;0;-1)$. C. $(4;0;0)$. D. $(0;0;4)$.

Câu 48. Cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z + 1 = 0$ và điểm $A(1;0;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và cách A một khoảng $h = \sqrt{6}$.

A. $x + 2y + z + 2 = 0$. B. $x + 2y - z - 10 = 0$ và $x + 2y - z + 10 = 0$.

C. $x + 2y + z - 10 = 0$. D. $x + 2y + z - 10 = 0$ và $x + 2y + z + 2 = 0$.

Câu 49. Cho đường thẳng (d) xác định bởi $\begin{cases} y = -1 \\ x + z = 0 \end{cases}$ và hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$, $(Q): x + 2y + 2z + 7 = 0$.

Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc (d) và tiếp xúc với $(P),(Q)$.

A. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=\frac{4}{9}$. B. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=\frac{4}{9}$.

C. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=\frac{4}{9}$. D. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=\frac{4}{9}$.

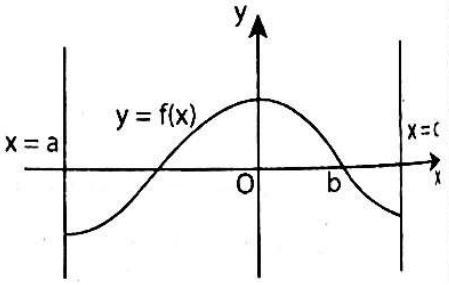
Câu 50. Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y+1=0$ và điểm $M(0;-1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại M.

A. $2x+y-z+1=0$. B. $x=0$.

C. $-x+y+2z+1=0$. D. $x+y+1=0$.

ĐỀ 5

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ với tập xác định $D=[a;c]$ có đồ thị như hình bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



A. Hàm số đồng biến trên $(a;b)$; nghịch biến trên $(b;c)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(a;0)$; nghịch biến trên $(0;c)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(a;c)$.

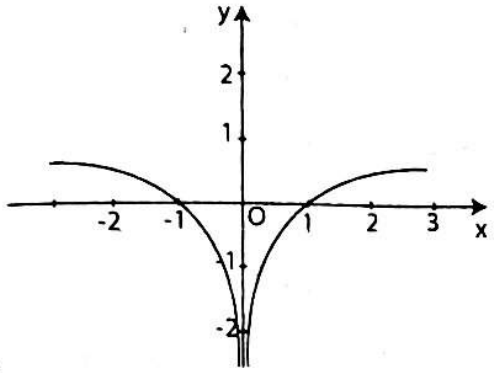
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(a;c)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên hai khoảng $(-\infty;-1)$, $(-1;+\infty)$ và có bảng biến thiên sau :

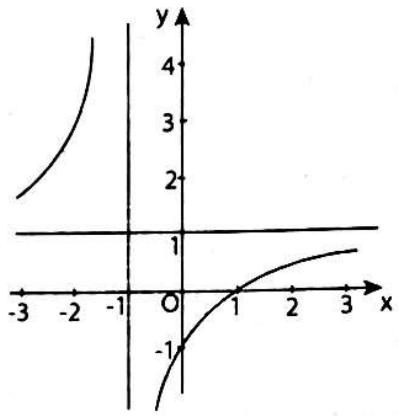
x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'	$+$			$+$	
y	1	$\nearrow$	$+\infty$ / $-\infty$	$\nearrow$	1

Đường nào trong các đường sau đây có thể là đồ thị của hàm số đã cho?

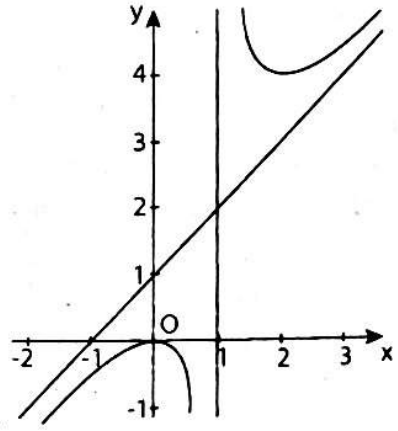
A.



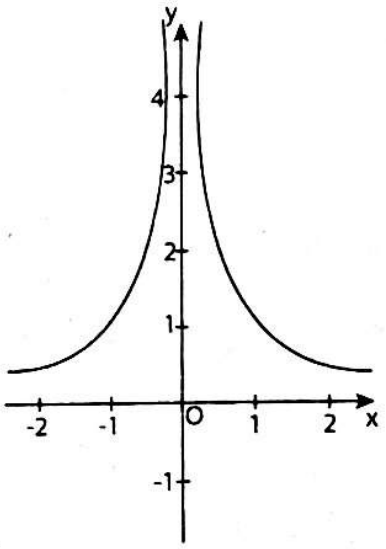
B.



C.



D.

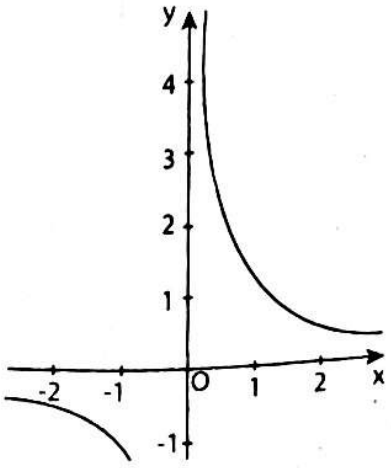


Câu 3. Trong các khoảng sau, hàm số $y=\ln|2x-1|$ đồng biến trên khoảng nào?

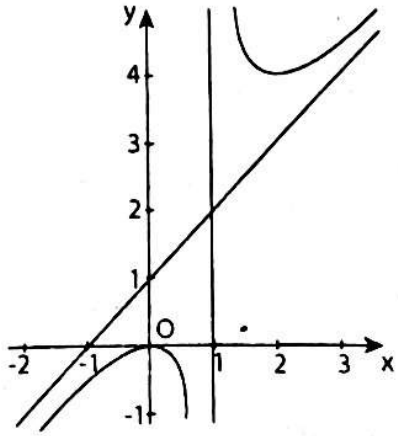
A. $(-\infty;+\infty)$. B. $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. D. $(0;1)$.

Câu 4. Trong các đường cong cho sau đây, đường nào là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-2}{2x+1}$?

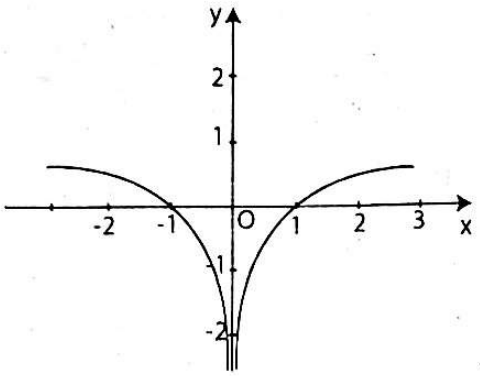
A.



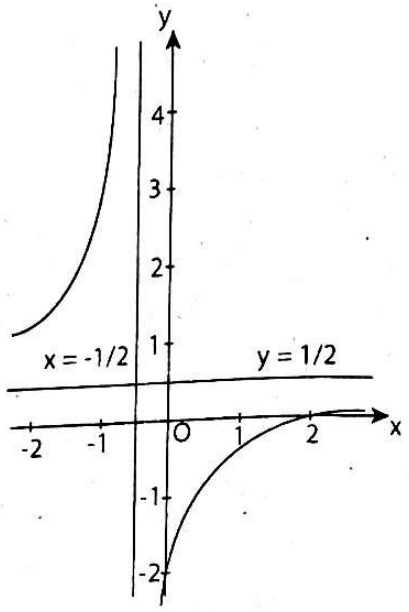
B.



C.



D.



Câu 5. Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y = \sin 2x$.

A. $x = \frac{\pi}{4} + l\frac{\pi}{2}(l \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi(k \in \mathbb{Z})$.

C. $y = -1$.

D. $y = 1, y = -1$.

Câu 6. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \cos x$ trên đoạn $D = \left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{3}\right]$.

A. $\max\limits_{D} y = \frac{5\pi}{3} + \frac{1}{2}, \min\limits_{D} y = \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\max\limits_{D} y = \frac{5\pi}{3} + \frac{1}{2}, \min\limits_{D} y = \frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\max\limits_{D} y = \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2}, \min\limits_{D} y = \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\max\limits_{D} y = \frac{\pi}{2}, \min\limits_{D} y = \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 7. Tìm hoành độ các giao điểm của đường thẳng $y = 2x - \frac{13}{4}$ với đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$.

A. $x = -\frac{11}{4}$.

B. $x = 2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $x = 2, x = -\frac{11}{4}$.

D. $x = 1, x = 2, x = 3$.

Câu 8. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + (m+2)x + m^2 + 2}{x + m}$ có hai điểm cực trị cách đều trục tung.

A. $m = 0$.

B. Không có.

C. $m = 1$.

D. $m = -3$.

Câu 9. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}+1}{x^2+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận (đứng, ngang)?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 10. Kí hiệu M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2\sin x+\sin 2x$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{3\pi}{2}\right]$. Tính tích $M.m$.

A. 0. B. $-3\sqrt{3}$. C. -4. D. $3\sqrt{3}$.

Câu 11. Tìm các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=mx^4+\left(m^2-9\right)x^2+10$ có ba điểm cực trị.

A. $m<-3$. B. $0<m<3$.

C. $m<-3;\ 0<m<3$. D. $m=1$.

Câu 12. Tính tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2-3}.5^{x^2-3}=0,01.\left(10^{x-1}\right)^3$.

A. 3. B. 5. C. 0. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y=(-x+1)^{-\frac{1}{3}}$.

A. $-\dfrac{1}{3}(-x+1)^{-\frac{4}{3}}$. B. $\dfrac{1}{3}(-x+1)^{-\frac{4}{3}}$.

C. $(1-x)^{-\frac{1}{3}}.\ln|1-x|$ D. $\dfrac{1}{\ln|-x+1|}(-x+1)^{-\frac{1}{3}}$.

Câu 14. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2+x-2\right)^{\frac{2}{5}}$.

A. $D=(-\infty;+\infty)$. B. $D=(-\infty;-2)\cup(1;+\infty)$.

C. $D=(-2;1)$. D. $\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$.

Câu 15. Giải bất phương trình $4^x-2.5^{2x}<10^x$.

A. $x>0$. B. $x\geq 0$. C. $x>\log_{\frac{2}{5}}2$. D. $x<3$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)=\ln\left(4x-x^2\right)$. Khẳng định nào trong các khẳng định sau đây đúng?

A. $f'(2)=1$. B. $f'(2)=0$. C. $f'(5)=1,2$. D. $f'(-1)=-1,2$.

Câu 17. Cho $\log_{a^2+1}27=b^2+1$. Hãy tính $\log_{\sqrt{3}}\sqrt[6]{a^2+1}$.

A. b^2+1. B. $\dfrac{1}{6}\left(b^2+1\right)$. C. $\dfrac{1}{b^2+1}$. D. $\dfrac{1}{36\left(b^2+1\right)}$.

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $y = 5x^2 - 2^x \cos x$.

A. $y' = 10x - 2^x \cos x.\ln 2 + 2^x \sin x$.
B. $y' = 10x - 2^x \cos x + 2^x \sin x$.
C. $y' = 10x - 2^x \cos x.\ln 2 - 2^x \sin x$.
D. $y' = 10x + 2^x \cos x.\ln 2 + 2^x \sin x$.

Câu 19. Cho a,b,c là ba số dương thỏa mãn điều kiện $a,b,ab \neq 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\log_{ab} c = \dfrac{\log_a c + \log_b c}{\log_a c.\log_b c}$.
B. $\log_{ab} c = \dfrac{\log_a c.\log_b c}{\log_a c + \log_b c}$.
C. $\log_{ab} c = \dfrac{\left|\log_a c - \log_b c\right|}{\log_a c.\log_b c}$.
D. $\log_{ab} c = \dfrac{\log_a c.\log_b c}{\left|\log_a c - \log_b c\right|}$.

Câu 20. Xét phương trình $5^x.2^{\frac{2+x}{x}} = 40$ (*). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $(*) \Leftrightarrow 5^x.2^{\frac{2+x}{x}} = 5.2^3$.
B. $(*) \Leftrightarrow x = 1$.
C. $(*) \Leftrightarrow 5^{x-1} = \left(4^{\frac{1}{x}}\right)^{x-1}$.
D. $(*) \Leftrightarrow x\ln 5 + \dfrac{2+x}{x}\ln 2 = \ln 5 + 3\ln 2$

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau được nghiệm đúng với mọi x: $9^x - m.3^x - m + 3 > 0$.

A. Không tồn tại m.
B. $m > 2$.
C. $m < 2$.
D. $m < 3$.

Câu 22. Với e là cơ số của lôgarit tự nhiên, trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int 0dx = C$.
B. $\int dx = x + C$.
C. $\int x^e dx = \dfrac{1}{e+1}x^{e+1} + C$.
D. $\int e^x dx = \dfrac{e^x}{x+1} + C$.

Câu 23. Tìm hàm số $F(x)$ biết $F'(x) = \sin 2x$ và $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1$.

A. $F(x) = 2x - \pi + 1$.
B. $F(x) = -\dfrac{1}{2}\cos 2x + \dfrac{1}{2}$.
C. $F(x) = \dfrac{1}{2}\cos 2x + \dfrac{3}{2}$.
D. $F(x) = -\cos 2x$.

Câu 24. Hai viên đạn cùng rời khỏi nòng súng tại thời điểm $t = 0$ với những vận tốc khác nhau: viên đạn thứ nhất có vận tốc $u(t) = 3t^2$ (m/s), viên đạn thứ hai có vận tốc $v(t) = 2t + 5$ (m/s). Hỏi từ giây thứ mấy thì viên đạn thứ nhất xa điểm xuất phát hơn viên đạn thứ hai?

A. giây thứ tư.
B. giây thứ nhất.
C. giây thứ hai.
D. giây thứ ba.

Câu 25. Đặt $I=\int_1^3 \frac{dx}{e^x-1}$ và $t=e^x-1$. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là **sai**?

A. $dt=e^x dx$.

B. $I=\ln\left(e^2+e+1\right)-2$.

C. $I=\int_{e-1}^{e^3-1}\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{t+1}\right)dt$.

D. $I=\int_1^3\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{t+1}\right)dt$.

Câu 26. Tính $I=\int_0^{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}\cos\sqrt{x}dx$.

A. $\pi-2$.

B. $\pi+2$.

C. $2-\pi$.

D. $-2-\pi$.

Câu 27. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2+\sin x$, $y=1+\cos^2 x, x=0, x=\pi$.

A. $\frac{\pi}{2}-2$.

B. $\frac{\pi}{2}+2$.

C. $2\pi-1$.

D. $1+\pi$.

Câu 28. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=x^2-4x+6$ và $y=-x^2-2x+6$.

A. π.

B. 2π.

C. 3π.

D. $\pi-1$.

Câu 29. Kí hiệu $\mathbb{R}$ là tập số thực, $\mathbb{C}$ là tập số phức. Tìm khẳng định **sai.**

A. $\mathbb{R}\subset\mathbb{C}$.

B. $z=25-\sqrt{3}i$ không phải là số thực.

C. $z=-11$ không phải là số phức.

D. $\overline{z}=z, \forall z\in\mathbb{C}$.

Câu 30. Cho hai số phức $z_1=3-4i, z_2=4+3i$. Tính $\left|\frac{2z_1}{3z_2}\right|$.

A. 2.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 31. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện z^2 có điểm biểu diễn nằm trên trục hoành.

A. Trục tung.

B. Đường phân giác góc phần tư (I), (III).

C. Trục hoành.

D. Trục tung và trục hoành.

Câu 32. Có bao nhiêu cặp số thực $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $\left(x^2-3x\right)+\left(5y^2+y+1\right)i=\left(y+1\right)+\left(y^2+2y+6\right)i$?

A. 0.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Câu 33. Kí hiệu i là đơn vị ảo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $i^{2036}=1$.

B. $i^{2017}=i^{27}$.

C. $i^{2003}=-i$.

D. $i^{-2018}=-1$.

Câu 34. Tìm tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z(i+1)-1-i|=\sqrt{2}$.

A. Đường thẳng $x+y-2=0$.

B. Đường tròn $(x-1)^2+y^2=1$.

C. Đường tròn $x^2+(y-1)^2=1$.

D. Cặp đường thẳng song song $y=\pm 2$.

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường chéo $A'C$ của hình lập phương cắt mặt phẳng $(AB'D')$ tại điểm E. Tính thể tích hình lập phương biết rằng đoạn $A'E$ có độ dài $\sqrt{3}$ cm.

A. 27cm^3.

B. $3\sqrt{3}\ \text{cm}^3$.

C. $6\sqrt{3}\ \text{cm}^3$.

D. 15cm^3.

Câu 36. Cho một hình thoi với góc nhọn bằng 45°. Một khối lăng trụ có thể tích $1000\ \text{cm}^3$, đáy là hình thoi đã cho, cạnh bên gấp đôi cạnh đáy và tạo với mặt phẳng đáy một góc 45°. Tính cạnh bên khối lăng trụ.

A. 10cm.

B. 20cm.

C. 80cm.

D. 40cm.

Câu 37. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 27cm^3. Đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác ABC song song với BC cắt AB, AC lần lượt tại D, E. Tính thể tích khối tứ diện $AA'DE$.

A. 4cm^3.

B. 23cm^3.

C. 14cm^3.

D. 13cm^3.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với hai kích thước $AB=a, AD=2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Mặt phẳng (SBC) phải tạo với đáy một góc bao nhiêu độ để khối chóp đã cho có thể tích $\frac{2a^3}{3}$?

A. 30°.

B. 60°.

C. 45°.

D. 75°.

Câu 39. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có thể tích $3\sqrt{3}\ \text{cm}^3$ và có chiều cao gấp đôi cạnh đáy. Xét khối trụ với hai đường tròn đáy là hai đường tròn nội tiếp hai tam giác ABC, $A'B'C'$. Tính thể tích khối trụ nằm trong khối lăng trụ đã cho.

A. 9cm^3.

B. $\sqrt{3}\ \text{cm}^3$.

C. 3cm^3.

D. $\pi\ \text{cm}^3$.

Câu 40. Để đổ bê tông xây một cây cột cầu hình trụ đường kính 1m và cao 5m cần bao nhiêu khối bê tông ? (cho biết $\pi \approx 3,14$).

A. $3,927\text{m}^3$.

B. $15,7\text{m}^3$.

C. $7,85\text{m}^3$.

D. $5,235\text{m}^3$.

Câu 41. Tính thể tích khối nón ngoại tiếp khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ cm và SAC là tam giác đều.

A. $\pi\ \text{cm}^3$.

B. $2\pi\ \text{cm}^3$.

C. $3\pi\ \text{cm}^3$.

D. $4\pi\ \text{cm}^3$.

Câu 42. Tính diện tích xung quanh của một hình nón có tâm của đáy cách đường sinh một khoảng $\sqrt{3}$ cm và thiết diện qua trục hình nón là một tam giác đều.

A. 4π cm^2. B. 8π cm^2. C. 6π cm^2. D. π cm^2.

Câu 43. Cho ba điểm $A(2;1;1), B(1;-1;0), C(1;0;2)$. Tính độ dài đường chéo của hình hộp nhận OA, OB, OC làm ba cạnh.

A. $\sqrt{5}$. B. 3. C. 5. D. $\sqrt{2}$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z-1}{1}$. Vectơ nào trong các vectơ sau đây có giá song song với d?

A. $\vec{u}(-2;1;-1)$. B. $\vec{u}(6;-4;2)$. C. $\vec{u}(2;-1;1)$. D. $\vec{u}(-2;3;1)$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-4z-1=0$. Mặt cầu nào trong các mặt cầu sau đây tiếp xúc với (P)?

A. $(x-1)^2+(y-3)^2+z^2=1$. B. $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=1$.

C. $x^2+(y-3)^2+(z-1)^2=1$. D. $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=1$.

Câu 46. Viết phương trình mặt phẳng qua điểm $M(0;0;-1)$ và song song với hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-3}{3}$, $d_2: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2 \\ z = -1+5t \end{cases}$.

A. $-5x+2y+3z+3=0$. B. $5x-2y-3z-21=0$.

C. $5x-2y-3z+21=0$. D. $10x-4y-6z+21=0$.

Câu 47. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+2}{3}$ với mặt phẳng $(P): x+2y-z-3=0$.

A. $(-3;1;-7)$. B. $\left(-\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{7}{2}\right)$. C. $\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{7}{2}\right)$. D. $\left(-\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2};-\dfrac{7}{2}\right)$.

Câu 48. Viết phương trình các mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;0;0), B(0;-2;3)$ và cách điểm $M(1;1;1)$ một khoảng bằng $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

A. $x+y+z-1=0$ và $-23x+37y+17z+23=0$.

B. $x+y+2z-1=0$ và $-2x+3y+7z+23=0$.

C. $x+2y+z-1=0$ và $-2x+3y+6z+13=0$.

D. $2x+3y+z-1=0$ và $3x+y+7z+6=0$.

Câu 49. Tính độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=t\\z=2t\end{cases}$ và d' xác định bởi $\begin{cases}2y-z=0\\x=5\end{cases}$.

A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{45}$. C. 4. D. 2.

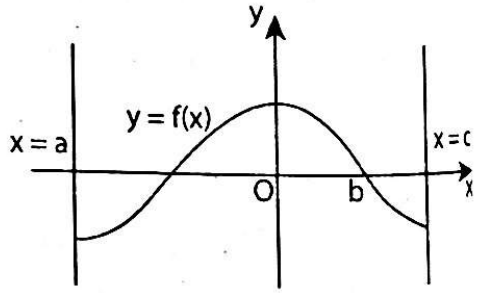
Câu 50. Cho đường thẳng d xác định bởi $\begin{cases}x-y=1\\y+z=0\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z-1=0$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. d nằm trong (P). B. d song song với (P).

C. d vuông góc với (P). D. d tạo một góc 45° với (P).

ĐỀ 6

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ với tập xác định $D=[a;c]$ có đồ thị như hình bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai** ?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$; nghịch biến trên khoảng $(b;c)$.

B. Hàm số nhận cả giá trị dương lẫn giá trị âm.

C. Hàm số có điểm cực đại.

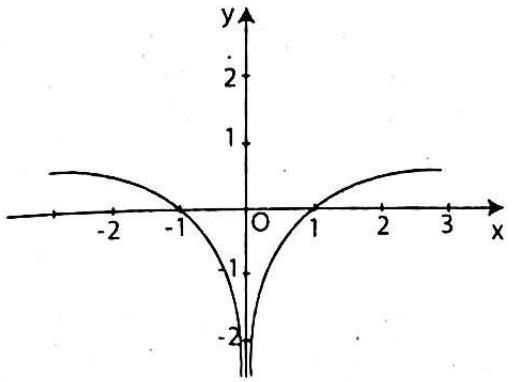
D. Hàm số có giá trị lớn nhất và giá trị bé nhất.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

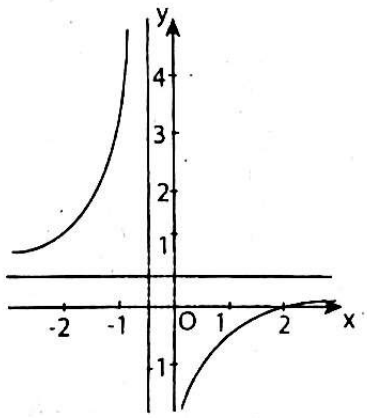
x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$\frac{19}{6}$	↘	$-\frac{4}{3}$	↗	$+\infty$

Đường nào trong các đường sau đây có thể là đồ thị của hàm số đã cho?

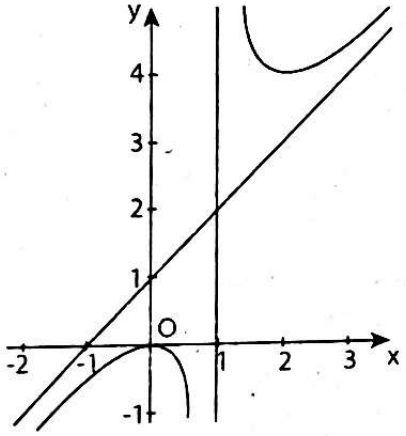
A.



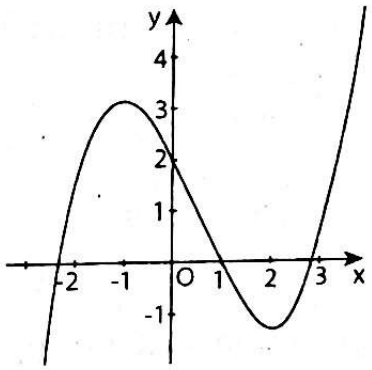
B.



C.



D.

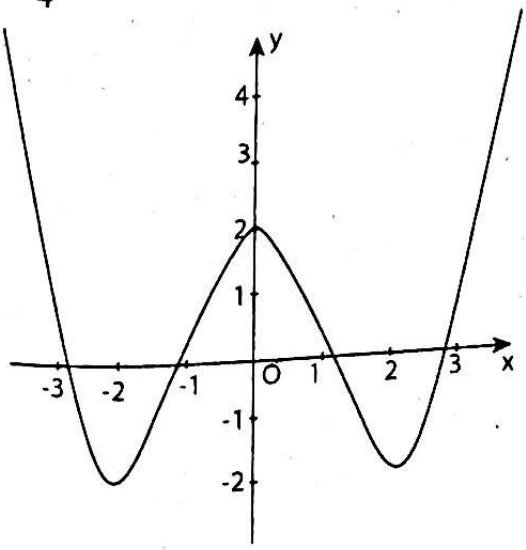


Câu 3. Trong các khoảng sau đây, hãy chọn một khoảng mà hàm số $y = \ln x^2$ đồng biến trên đó.

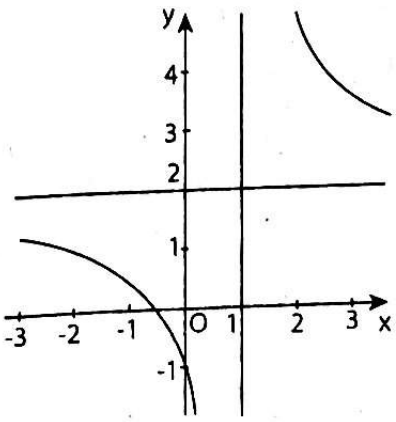
A. $(-\infty;+\infty)$. B. $(-\infty;0)$. C. $(0;+\infty)$. D. $(-1;1)$.

Câu 4. Trong các đường cong cho sau đây, đường nào là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 2$?

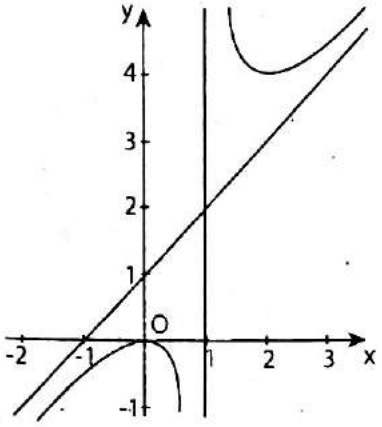
A.



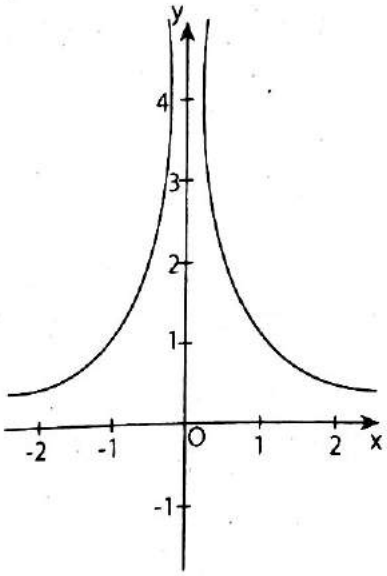
B.



C.



D.



Câu 5. Tìm các điểm cực tiểu của hàm số $y = \sin 2x - x$.

A. $x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 6. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2+1}{x-1}$ trên tập $D = \left[\dfrac{3}{2}; 3\right]$.

A. $\max\limits_{D} y = \dfrac{13}{2}, \min\limits_{D} y = 5.$

B. $\max\limits_{D} y = \dfrac{13}{2}, \min\limits_{D} y = 2 + 2\sqrt{2}$.

C. $\max\limits_{D} y = 5, \min\limits_{D} y = 2 + 2\sqrt{2}$.

D. $\max\limits_{D} y = 2 + 2\sqrt{2}, \min\limits_{D} y = \dfrac{19}{4}$.

Câu 7. Biết rằng đồ thị hàm số $y = (x+1)^3$ và đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2 + 2x + 2$ cắt nhau tại một điểm duy nhất. Tính tung độ y_0 của giao điểm đó.

A. $\dfrac{27}{4}$.

B. $\dfrac{27}{8}$.

C. 9.

D. $-\dfrac{27}{4}$.

Câu 8. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + m$ có hai điểm cực trị A, B sao cho gốc tọa độ O cùng với A và B là ba đỉnh của một tam giác vuông tại O.

A. Không có giá trị nào của m.

B. $m = -4$.

C. $m = 0, m = -4$.

D. $m = 1, m = 4$.

Câu 9. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\left(m^2+1\right)\sqrt{x^2-4}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận (đứng, ngang)?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 10. Kí hiệu M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\cos^4 x+\sin^2 x-2$. Tính tích Mm.

A. $\dfrac{5}{4}$. B. $-\dfrac{5}{4}$. C. $\dfrac{1}{2}$. D. 0.

Câu 11. Tìm các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$ có hai điểm cực trị đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.

A. $m=0$. B. $m=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. C. $m=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. D. $m=1$.

Câu 12. Tính tổng các nghiệm của phương trình $0,6^x\left(\dfrac{25}{9}\right)^{x^2-12}=\left(\dfrac{27}{125}\right)^3$.

A. 0,5. B. −0,5. C. 0,25. D. 0,75.

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(\dfrac{2x-1}{x+1}\right)^{\sqrt{2}}$.

A. $\sqrt{2}.\left(\dfrac{2x-1}{x+1}\right)^{\sqrt{2}-1}$. B. $\dfrac{-3\sqrt{2}}{(x+1)^2}\left(\dfrac{2x-1}{x+1}\right)^{\sqrt{2}-1}$.

C. $\dfrac{3\sqrt{2}}{(x+1)^2}\left(\dfrac{2x-1}{x+1}\right)^{\sqrt{2}-1}$. D. $\left(\dfrac{3}{(x+1)^2}\right)^{\sqrt{2}}$.

Câu 14. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^{-3}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. B. $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. C. $D=\mathbb{R}\setminus\{2;-1\}$. D. $D=\mathbb{R}$.

Câu 15. Giải bất phương trình $2^{2x-1}+2^{2x-2}+2^{2x-3}\geq 448$.

A. $x\geq\dfrac{9}{2}$. B. $x>4,5$. C. $x\geq 5$. D. $x\leq 5$.

Câu 16. Xét hàm số $f(x)=\ln\sqrt{x^2-x-12}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $f'(-5)=-\dfrac{11}{36}$. B. $f'(6)=\dfrac{11}{36}$. C. $f'(5)=\dfrac{9}{16}$. D. $f'(-2)=\dfrac{5}{12}$.

Câu 17. Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -2$. Hãy tính $\log_a \dfrac{a^4\sqrt[3]{b}}{c^3}$.

A. 1. B. -1. C. 11. D. 1,25.

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{x^2+x}{9^x}$.

A. $y' = \dfrac{2x+1-\left(2x^2+2x\right)\ln 3}{9^x}$. B. $y' = \dfrac{2x+1-\left(x^2+x\right)\ln 3}{9^x}$.

C. $y' = \dfrac{2x+1-\left(x^2+x\right)\ln 3}{3^{x^2}}$. D. $y' = \dfrac{2x+1-2\left(x^2+x\right)\ln 3}{3^{x^2}}$.

Câu 19. Cường độ một trận động đất M được cho bởi công thức $M = \lg A - \lg A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỉ XX, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, một trận động đất khác ở Nam Đại Tây Dương có cường độ 7,3 độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần biên độ của trận động đất ở Nam Đại Tây Dương?

A. 5. B. 10. C. 13,1. D. 11,2.

Câu 20. Xét phương trình $\ln^2(-x) - 3\ln\left(x^2\right) + 9 = 0$ (*). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $(*) \Leftrightarrow \ln(-x)^2 - 3\ln(-x) + 9 = 0$. B. $(*) \Leftrightarrow \ln^2 x - 3\ln\left(x^2\right) + 9 = 0$.

C. $(*) \Leftrightarrow \ln^2(-x) - 6\ln(-x) + 9 = 0$. D. $(*) \Leftrightarrow \ln^2 x - 6\ln x + 9 = 0$.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm.

A. $m > 4$. B. $m \geq 4$. C. $m = -1$. D. $m < 0; m \geq 4$.

Câu 22. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int \dfrac{1}{x}dx = \ln|x| + C$. B. $\int \cos x dx = \sin x + C$.

C. $\int \cos 2x dx = \sin 2x + C$. D. $\int \dfrac{1}{\cos^2 x}dx = \tan x + C$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn các điều kiện $f'(x)=2+\cos 2x$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=2\pi$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $f(0)=\pi$.

B. $f(x)=2x-\sin 2x+\pi$.

C. $f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=0$.

D. $f(x)=2x+\frac{1}{2}\sin 2x+\pi$.

Câu 24. Một bể nước bị rò, lượng nước thất thoát với tốc độ tính bằng cm^3/phút, tại phút thứ t là $\mu(t)=(t+1)^2$. Tính lượng nước thất thoát sau 2 giờ đầu.

A. 590,520 lít.

B. 890,121 lít.

C. 1590,520 lít.

D. 11590,520 lít.

Câu 25. Đặt $I=\int\limits_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{2}}\frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$ và $t=\sqrt{x^2-1}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $xdx=tdt$.

B. $x^2=t^2+1$.

C. $I=\int\limits_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{2}}\frac{dt}{t^2+1}$.

D. $I=\int\limits_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{1}\frac{dt}{t^2+1}$.

Câu 26. Tính tích phân $I=\int\limits_1^2\frac{\ln(1+x)}{x^2}dx$.

A. $3\ln 2-3\ln\sqrt{3}$.

B. $2\ln 2-3\ln\sqrt{3}$.

C. $4\ln 2-3\ln 3$.

D. $3\ln 2$.

Câu 27. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=0$, $y=3$, $y=x$, $y^2=2x$.

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{19}{4}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Câu 28. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{x^3}{3}$, $y=x^2$.

A. $\frac{46\pi}{35}$.

B. $\frac{486\pi}{35}$.

C. $\frac{86\pi}{35}$.

D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 29. Kí hiệu M là điểm biểu diễn số phức z, M' là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. M, M' đối xứng nhau qua trục tung.

B. M, M' đối xứng nhau qua trục hoành.

C. M, M' đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

D. M, M' đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$.

Câu 30. Cho hai số phức $z_1 = \sqrt{3} - 2i, z_2 = 1 + \sqrt{3}i$. Tính số phức liên hợp của $v = z_1\overline{z_2} - \overline{z_1}z_2$.

A. $10i$. B. $1 - 10i$. C. $-10i$. D. 10.

Câu 31. Khi số phức z thay đổi tùy ý, tập hợp các điểm biểu diễn số phức $v = z^2 - \left(\overline{z}\right)^2$ là đường nào trong mặt phẳng phức?

A. Trục tung.

B. Đường phân giác góc phần tư (I), (III).

C. Trục hoành.

D. Đường phân giác góc phần tư (I), (III) và đường phân giác góc phần tư (II), (IV).

Câu 32. Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 + 7z^2 + 12 = 0$. Tính tổng $T = z_1^4 + z_2^4 + z_3^4 + z_4^4$.

A. $T = 10$. B. $T = 25$. C. $T = 50$. D. $T = 100$.

Câu 33. Kí hiệu i là đơn vị ảo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $(1+i)^{10} = 32i$. B. $(1+i)^{10} = -32$.

C. $(1+i)^{10} = 32$. D. $(1+i)^{10} = -32i$.

Câu 34. Tìm tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $2|z - 1 - 2i| = |3i + 1 - 2\overline{z}|$.

A. Đường thẳng $2x + 14y - 5 = 0$. B. Đường thẳng $6x + 1 = 0$.

C. Đường thẳng $3x + 4y + 5 = 0$. D. Đường thẳng $3x - 4y - 5 = 0$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Tính độ dài cạnh AB nếu biết hình lăng trụ đã cho có chiều cao gấp đôi cạnh đáy AC và khối tứ diện $GA'B'C'$ có thể tích bằng 9cm^3.

A. 3cm. B. $3\sqrt{2}$ cm. C. 1cm. D. $9\sqrt{2}$ cm.

Câu 36. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi với góc nhọn 60°, chiều cao khối hộp bằng cạnh đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, B'C', C'D'$. Tính thể tích V của khối hộp đã cho biết rằng khối tứ diện $C'MNP$ có thể tích 5cm^3.

A. 120cm^3. B. 20cm^3. C. 30cm^3. D. 40cm^3.

Câu 37. Tính cạnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết rằng khối chóp $D.ABC'D'$ có thể tích bằng 9cm^3.

A. $\sqrt[3]{36}$ cm. B. 3cm. C. 6cm. D. 9cm.

Câu 38. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông với độ dài ba cạnh là 3cm, 4cm, 5cm. Gọi A_0, B_0, C_0 lần lượt là trung điểm ba cạnh bên AA', BB', CC' và V_a, V_b, V_c theo thứ tự là thể tích các khối chóp $A_0.BB'C'C, B_0.CC'A'A, C_0.AA'B'B$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $V_a = V_b = V_c$. B. $V_a < V_b < V_c$. C. $V_a < V_c < V_b$. D. $V_b < V_c < V_a$.

Câu 39. Tính diện tích toàn phần của một khối trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi\ \text{cm}^2$ và thiết diện qua trục là một hình vuông.

A. $4\pi\ \text{cm}^2$. B. $6\pi\ \text{cm}^2$. C. $9\pi\ \text{cm}^2$. D. $12\pi\ \text{cm}^2$.

Câu 40. Một khối gỗ hình trụ có chiều cao bằng đường kính đáy và có thể tích 1m^3. Người ta khoét khối gỗ bởi hai nửa hình cầu mà đường tròn đáy của khối gỗ là đường tròn lớn của mỗi nửa hình cầu thì phần còn lại có thể tích bao nhiêu?

A. $\frac{1}{4}\text{m}^3$. B. $\frac{1}{2}\text{m}^3$. C. $\frac{1}{5}\text{m}^3$. D. $\frac{1}{3}\text{m}^3$.

Câu 41. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ cm và SAC là tam giác đều. Tính thể tích khối nón đỉnh S và đáy là đường tròn nội tiếp đáy $ABCD$ của hình chóp.

A. $\frac{3\pi}{2}\text{cm}^3$. B. $2\pi\,\text{cm}^3$. C. $3\pi\,\text{cm}^3$. D. $4\pi\,\text{cm}^3$.

Câu 42. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các mặt bên nghiêng với đáy một góc 60°. Tính cạnh đáy của hình chóp, biết rằng mặt nón đỉnh S và đáy là đường tròn nội tiếp $ABCD$ có diện tích xung quanh bằng $50\pi\,\text{cm}^2$.

A. 5cm. B. 8cm. C. 10cm. D. 15cm.

Câu 43. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ nếu biết $A(1;1;0), A'(1;1;3), B'(2;1;3), C(2;2;0)$.

A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \\ z = 4 + t \end{cases}$

Trong các vectơ sau, vectơ nào có giá song song với đường thẳng d?

A. $\vec{u}(0;0;-3)$. B. $\vec{u}(3;6;4)$. C. $\vec{u}(-3;-6;-4)$. D. $\vec{u}(0;6;1)$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-4z-1=0$. Mặt cầu nào trong các mặt cầu sau đây cắt (P) ?

A. $(x-1)^2+(y-3)^2+z^2=1$.

B. $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=1$.

C. $x^2+(y-3)^2+(z-1)^2=1$.

D. $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=1$.

Câu 46. Viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 4x+3y-7z+1=0$.

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \\ z=3+4t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=-3+t \\ y=-1+3t \\ z=10-7t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t \\ z=3+7t \end{cases}$.

D. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$.

Câu 47. Tìm một vectơ chỉ phương của giao tuyến hai mặt phẳng $(P): 3x+2y-z-1=0$ và $(Q): x+4y-3z+2=0$.

A. $(2;-4;-5)$.

B. $(0;4;5)$.

C. $(-1;-4;5)$.

D. $(1;-4;-5)$.

Câu 48. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): 2x+y-z-3=0$ và $(P'): x+y+z-1=0$.

A. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$.

B. $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+1}{1}$.

D. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Câu 49. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1 \\ y=-1, \\ z=t \end{cases}$ $d': \begin{cases} x=1 \\ y=1. \\ z=t' \end{cases}$

A. 2.

B. 4.

C. $\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Câu 50. Cho mặt phẳng $(P): x-y-z-1=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) qua $A(1;1;-2)$, vuông góc với d và song song với (P).

A. $\dfrac{x}{-6}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{9}$.

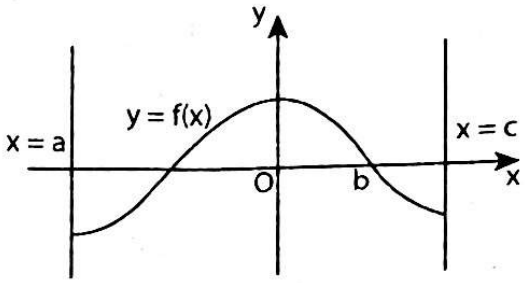
B. $\dfrac{x-3}{50}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-75}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+2}{-3}$.

D. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z}{3}$.

ĐỀ 7

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ với tập xác định $D = [a;c]$ có đồ thị như hình bên.



Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số đã cho là hàm số chẵn.

B. Hàm số đồng biến trên $(a;0)$ và $(b;c)$; nghịch biến trên $(0;b)$.

C. Nếu $a < x_1 < x_2 < b$ thì $\dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$.

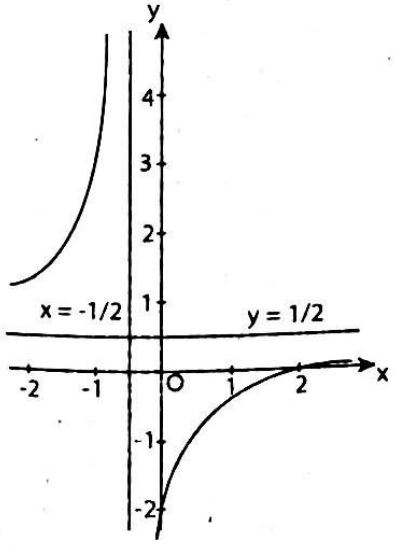
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;c)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên các khoảng $\left(-\infty; -\dfrac{1}{2}\right)$; $\left(-\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$ và có bảng biến thiên sau :

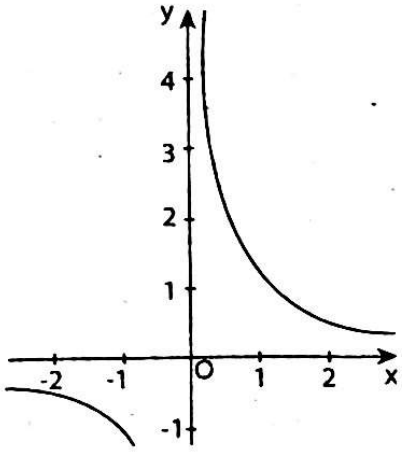
x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	$\dfrac{1}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$	$-\infty$	$\nearrow$ $\dfrac{1}{2}$

Đường nào trong các đường sau đây có thể là đồ thị của hàm số đã cho?

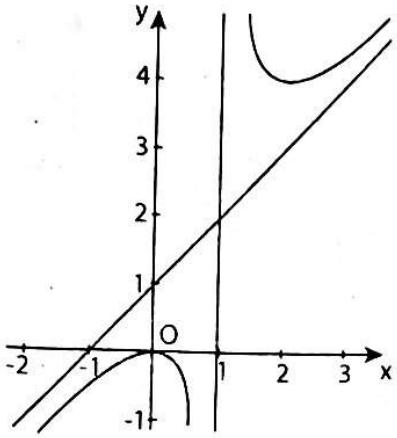
A.



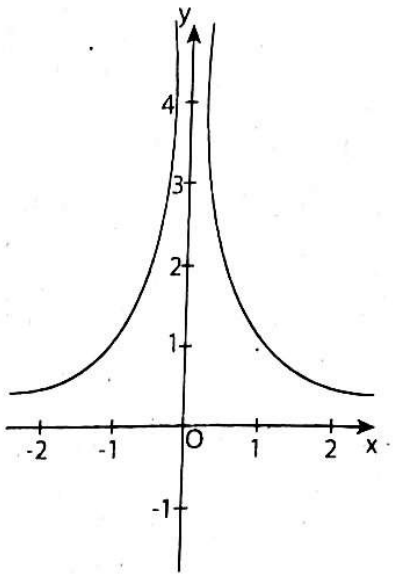
B.



C.



D.

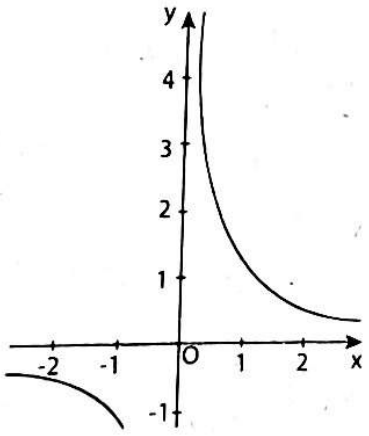


Câu 3. Trong các khoảng sau đây, hàm số $y = \ln x^4$ đồng biến trên khoảng nào?

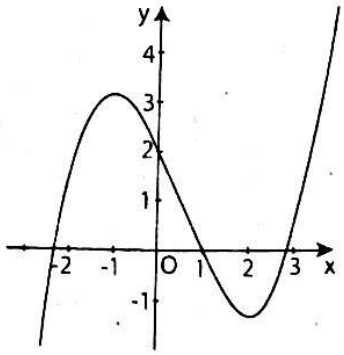
A. $(-\infty;+\infty)$. B. $(-\infty;0)$. C. $(0;+\infty)$. D. $(-1;1)$.

Câu 4. Trong các đường cong cho sau đây, đường nào là đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$?

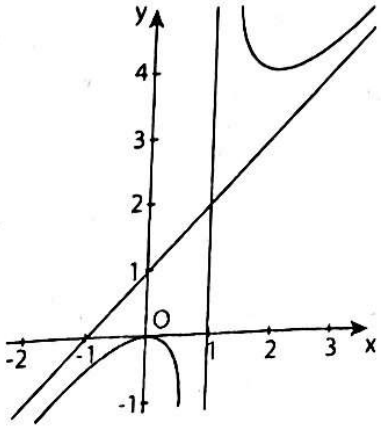
A.



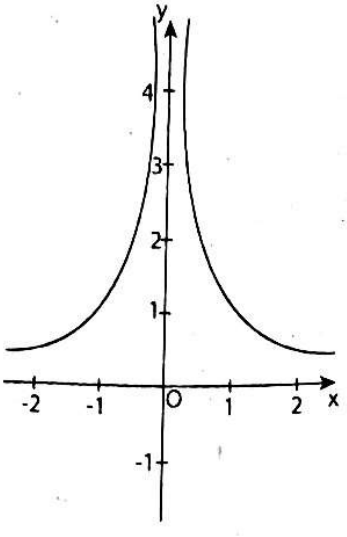
B.



C.



D.



Câu 5. Tìm các giá trị cực đại của hàm số $y=\cos x+\sin x$.

A. $\sqrt{2}$.

B. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

C. $-\sqrt{2}$.

D. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 6. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x-1}{x^2+1}$ trên đoạn $D=\left[\frac{3}{2};3\right]$.

A. $\max\limits_{D} y=\frac{-1+\sqrt{2}}{2}, \min\limits_{D} y=\frac{171}{865}$.

B. $\max\limits_{D} y=\frac{2}{13}, \min\limits_{D} y=\frac{1}{5}$.

C. $\max\limits_{D} y=\frac{-1+\sqrt{2}}{2}, \min\limits_{D} y=\frac{2}{13}$.

D. $\max\limits_{D} y=\frac{-1+\sqrt{2}}{2}, \min\limits_{D} y=\frac{1}{5}$.

Câu 7. Biết rằng đường thẳng $y=2x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{-x-1}{x^2}$ tại một điểm duy nhất. Tính tung độ giao điểm.

A. 10.

B. -2.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{11}{4}$.

Câu 8. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác đều.

A. $m=-1$.

B. $m=2$.

C. $m=\sqrt[3]{3}$.

D. $m=\pm\sqrt[3]{3}$.

Câu 9. Đồ thị hàm số $y=\frac{m|x|+1}{\left(m^2+1\right)\sqrt{x^2-1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận (đứng, ngang)?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 10. Kí hiệu M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2\ln x$ trên đoạn $[1;e]$. Tính hiệu $M-m$.

A. $e^2-\frac{e}{2}$.

B. $e^2-\frac{\sqrt{e}}{4}$.

C. e^2.

D. $\frac{\sqrt{e}}{4}-1$.

Câu 11. Tìm các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{1}{3}mx^3-\left(m-1\right)x^2+3\left(m+2\right)x+\frac{1}{3}$ đồng biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$.

A. $m<0$.

B. $m>0$.

C. $m=0$.

D. $m\geq 0$.

Câu 12. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{2^x\sqrt[3]{4^x.0,125^{\frac{1}{x}}}}=4\sqrt[3]{2}$.

A. 2,8.

B. 5,6.

C. 4,25.

D. -1.

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y=(2x+1)^{\frac{1}{3}}(3x-1)^{\frac{1}{3}}$.

A. $\frac{1}{3}(2x+1)^{\frac{-2}{3}}(3x-1)^{\frac{-2}{3}}$.

B. $\frac{1}{3}(2x+1)^{\frac{-2}{3}}(3x-1)+\frac{1}{3}(2x+1)(3x-1)^{\frac{-2}{3}}$.

C. $\frac{12x+1}{3}(6x^2+x-1)^{\frac{-2}{3}}$.

D. $\frac{1}{3}(6x^2+x-1)^{\frac{-2}{3}}$.

Câu 14. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(\frac{x^2-1}{x+2}\right)^{\sqrt{3}}$.

A. $D=(-2;-1)\cup(1;+\infty)$.

B. $D=(-\infty;-2)\cup(-1;1)$.

C. $D=(1;+\infty)$.

D. $D=(-\infty;-2)$.

Câu 15. Giải bất phương trình $(2,5)^{x+1}-(0,4)^{x}+1,5<0$.

A. $x>1$.

B. $x>2$.

C. $x<-1$.

D. $x<-2$

Câu 16. Xét hàm số $f(x)=\ln(2x-1)+\ln(1-x)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $f'\left(\frac{3}{4}\right)=0$.

B. $f'(0)=3$.

C. $f'(2)=-\frac{5}{3}$.

D. $f'(-1)=\frac{7}{6}$.

Câu 17. Cho $\log_a b=3, \log_a c=-2$. Hãy tính $\log_a\left(a^3b^2\sqrt{c}\right)$.

A. 5.

B. 8.

C. -8.

D. 4.

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2-x+1\right).4^x$.

A. $y'=(2x-1).4^x.\ln 4$.

B. $y'=(2x-1).4^x+\left(x^2-x+1\right).4^x$.

C. $y'=(2x-1).4^x+\left(x^2-x+1\right).4^x.\ln 4$.

D. $y'=(2x-1).2^{x^2}+\left(x^2-x+1\right).2^{x^2}.\ln 4$

Câu 19. Cho a, b là hai số dương khác 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $ba^{\frac{2}{\log_b a}+1}-2a^{\log_a b+1}b^{\log_b a+1}+ab^{\frac{2}{\log_a b}+1}=ab(a-b)^2$.

B. $ba^{\frac{2}{\log_b a}+1}-2a^{\log_a b+1}b^{\log_b a+1}+ab^{\frac{2}{\log_a b}+1}=ab(a+b)^2$.

C. $ba^{\frac{2}{\log_b a}+1}-2a^{\log_a b+1}b^{\log_b a+1}+ab^{\frac{2}{\log_a b}+1}=ab\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)^2$.

D. $ba^{\frac{2}{\log_b a}+1}-2a^{\log_a b+1}b^{\log_b a+1}+ab^{\frac{2}{\log_a b}+1}=\frac{(a-b)^2}{ab}$.

Câu 20. Xét bất phương trình $\log_{\frac{2x-1}{x}}5<\log_{\frac{2x-1}{x}}2$ (*). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $(*)\Leftrightarrow\frac{1}{\log_{\frac{2x-1}{x}}5}>\frac{1}{\log_{\frac{2x-1}{x}}2}$.

B. $(*)\Leftrightarrow\log_2\frac{2x-1}{x}<\log_5\frac{2x-1}{x}$.

C. $(*)\Leftrightarrow\left[\begin{cases}\frac{2x-1}{x}>1\\5<2\end{cases}\right.$
$\left.\begin{cases}\frac{2x-1}{x}<1\\5>2\end{cases}\right.$.

D. $(*)\Leftrightarrow 0<\frac{2x-1}{x}<1$.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log(mx)=2\log(x+1)$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m>4$. B. $m\geq 4$. C. $m=-1$. D. $m<0;m\geq 4$.

Câu 22. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int\frac{1}{2x}dx=\ln|2x|+C$.

B. $\int e^x dx=e^x+C$.

C. $\int\sin x dx=-\cos x+C$.

D. $\int 4^x dx=\frac{4^x}{\ln 4}+C$.

Câu 23. Tìm hàm số $f(x)$, biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng e và có $f'(x)=3x^2+2x+1,\forall x$.

A. $f(x)=\cos 2x+e-1$.

B. $f(x)=x^3+x^2+x+e$.

C. $f(x)=x^3+x^2+x+1$.

D. $f(x)=x^3+x^2+e$.

Câu 24. Một xe lửa chuyển động chậm dần đều và dừng lại hẳn sau 20s kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Trong thời gian đó xe chạy được 120m. Cho biết công thức tính vận tốc của chuyển động biến đổi đều là $v=v_0+at$; trong đó a (m/s^2) là gia tốc, v (m/s) là vận tốc tại thời điểm t (s). Hãy tính vận tốc v_0 của xe lửa lúc bắt đầu hãm phanh.

A. 12m/s. B. 6m/s. C. 30m/s. D. 45m/s.

Câu 25. Đặt $I=\int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{1+x^3}}$ và $t=\sqrt{1+x^3}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $x^3=t^2-1$.

B. $x^2dx=\frac{2}{3}tdt$.

C. $I=\int_1^2 \frac{2}{3\left(t^2-1\right)}dt$.

D. $I=\frac{1}{3}\int_{\sqrt{2}}^3\left(\frac{1}{t-1}-\frac{1}{t+1}\right)dt$.

Câu 26. Tính tích phân $I=\int_0^1(x-1)e^x dx$.

A. $I=10,223$. B. $I=e+\frac{1}{2}$. C. $I=2-e^2$. D. $I=2-e$.

Câu 27. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=\sqrt{y}, x+y-2=0, y=0$.

A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{6}{5}$. C. $\frac{5}{7}$. D. $\frac{7}{5}$.

Câu 28. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=\frac{\pi}{2}, x=\pi, y=0, y=\sqrt{1+\cos^4 x+\sin^4 x}$.

A. $\frac{7}{8}\pi$. B. $\frac{7}{8}\pi^2$. C. $\frac{7}{8}\pi^3$. D. $\frac{5}{8}\pi^2$.

Câu 29. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Số phức $z=\pi-5\ln 2$ có phần thực là π.

B. Có vô số số phức bằng số phức liên hợp của nó.

C. Số phức $z=3\sqrt{2}-i$ có phần thực là $3\sqrt{2}$.

D. Nếu số phức z cũng là số thực thì giá trị tuyệt đối của z cũng là môđun của z.

Câu 30. Cho hai số phức $z_1=1-5i, z_2=3+2i$. Tính phần ảo của số phức $v=\frac{z_1^2}{z_2}$.

A. $\sqrt{19}$. B. $\frac{18}{13}i$. C. $\frac{18}{13}$. D. $\frac{13}{18}$.

Câu 31. Khi số phức z thay đổi tùy ý, tập hợp các điểm biểu diễn số phức $v=z^2+\left(\overline{z}\right)^2$ là đường nào trong mặt phẳng phức?

A. Trục tung.

B. Đường phân giác góc phần tư (I), (III).

C. Trục hoành.

D. Đường phân giác góc phần tư (I), (III) và đường phân giác góc phần tư (II), (IV).

Câu 32. Kí hiệu i là đơn vị ảo. Tìm tất cả các cặp số phức v, z thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} iv - 3z = i + 1 \\ 2v - iz = i - 2 \end{cases}$.

A. $v = 3 - 4i, z = 2 + 5i$.

B. $v = -\frac{5}{7} + \frac{2}{7}i, z = -\frac{3}{7} - \frac{4}{7}i$.

C. $v = -\frac{3}{7} - \frac{4}{7}i, z = -\frac{5}{7} + \frac{2}{7}i$.

D. $v = -1 + \frac{2}{5}i, z = -\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$.

Câu 33. Kí hiệu i là đơn vị ảo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $i + i^2 + i^3 + ... + i^{2000} = 0$.

B. $i + i^2 + i^3 + ... + i^{999} = -1$.

C. $i + i^2 + i^3 + ... + i^{2017} = -i$.

D. $1 + i + i^2 + i^3 + ... + i^{1000} = 1$.

Câu 34. Tìm tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: số phức $v = (z - i)(2 + i)$ là một số thuần ảo.

A. Đường tròn $x^2 + y^2 = 2$.

B. Đường thẳng $x + 2y - 2 = 0$.

C. Đường thẳng $2x - y + 1 = 0$.

D. Đường parabol $2x = y^2$.

Câu 35. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có mặt bên nghiêng với đáy một góc 45°. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh bên SA, SB, SD của hình chóp. Tính cạnh đáy của hình chóp đã cho, biết khối tứ diện $AMNP$ có thể tích bằng 18cm^3.

A. 12cm. B. 6cm. C. 8cm. D. 16cm.

Câu 36. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B'$ và $B'C'$ của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính thể tích của khối hộp nếu biết khối tứ diện $BD'MN$ có thể tích 8cm^3.

A. 48cm^3. B. 64cm^3. C. 80cm^3. D. 40cm^3.

Câu 37. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết khối chóp $A.BB'D'D$ có thể tích bằng 5cm^3.

A. 15cm^3. B. 10cm^3. C. 40cm^3. D. 25cm^3.

Câu 38. Gọi M, N lần lượt là trung điểm hai cạnh bên AA', BB' của khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Tính thể tích của khối lăng trụ nếu biết khối đa diện lồi $ABCMN$ có thể tích bằng 1cm^3.

A. 2cm^3. B. 4cm^3. C. 6cm^3. D. 3cm^3.

Câu 39. Tính thể tích khối trụ ngoại tiếp khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng a và diện tích xung quanh bằng $12a^2$.

A. $6\pi a^3$. B. πa^3. C. $2\pi a^3$. D. $3\pi a^3$.

Câu 40. Cho một khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy. Kẻ hai bán kính đáy OA và $O'B'$ không song song với nhau rồi cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua A, B' và song song với trục của khối trụ, ta được thiết diện có diện tích bằng một nửa diện tích thiết diện phẳng qua trục. Tính góc tạo thành bởi $OA, O'B'$.

A. 60°. B. 45°. C. 90°. D. 30°.

Câu 41. Cho một khối lập phương và khối trụ với hai đáy là hai đường tròn nội tiếp hai mặt của khối lập phương. Tính thể tích khối lập phương nếu biết khối trụ có diện tích xung quanh là 25π cm^2.

A. 27cm^3. B. 8cm^3. C. 125cm^3. D. $5\sqrt{5}$ cm^3.

Câu 42. Trong mặt phẳng đã cho tam giác đều ABC tâm O. Khi quay mặt phẳng quanh đường thẳng AO thì tam giác ABC sinh ra một khối nón, đồng thời đường tròn nội tiếp và đường tròn ngoại tiếp ABC sinh ra hai khối cầu: một khối cầu tiếp xúc với mặt đáy của khối nón, khối cầu kia chứa đỉnh và đường tròn đáy của khối nón (hai khối cầu này cũng được gọi là khối cầu nội tiếp và khối cầu ngoại tiếp khối nón). Nếu khối cầu nhỏ thể tích 1 cm^3 thì khối cầu lớn có thể tích bao nhiêu?

A. 8cm^3. B. 27cm^3. C. 5cm^3. D. 3cm^3.

Câu 43. Cho bốn điểm $A(1;2;1), B(2;2;0), C(3;2;1), D(1;6;1)$. Tìm tọa độ tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $(1;2;1)$. B. $(2;4;1)$. C. $(1;4;2)$. D. $(1;1;0)$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x+y-2=0$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng sau vuông góc với mặt phẳng (P)?

A. $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$. B. $d: \dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{2}$.

C. $d: \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-0}{1}$. D. $d: \begin{cases} x=4t \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-4z-1=0$. Mặt cầu nào trong các mặt cầu sau đây không cắt (P)?

A. $(x-1)^2+(x-3)^2+z^2=1$.

B. $(x-1)^2+(y-3)^2+z^2=\frac{4}{25}$.

C. $(x-1)^2+(y-3)^2+z^2=\frac{1}{25}$.

D. $(x-1)^2+(y-3)^2+z^2=5$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-4), B(5;4;2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

A. $4x+2y+6z-11=0$.

B. $2x+3z-3=0$.

C. $10x+9y+5z-70=0$.

D. $2x+y+3z-6=0$.

Câu 47. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua điểm $M(1;-1;1)$ và chứa trục Oy.

A. $x+z=0$.

B. $x-z=0$.

C. $x-y=0$.

D. $x+y=0$.

Câu 48. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $M(8;-2;4)$ lên các trục Ox, Oy, Oz. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A, B, C.

A. $x+4y+2z-8=0$.

B. $x+4y-2z-8=0$.

C. $x-4y-2z-8=0$.

D. $x-4y+2z-8=0$.

Câu 49. Cho hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z+3=0, (Q): x+2y+2z+7=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với hai mặt phẳng đã cho.

A. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=\frac{4}{9}$.

B. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=\frac{4}{9}$.

C. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=\frac{4}{9}$.

D. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=\frac{4}{9}$.

Câu 50. Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng d xác định bởi $\begin{cases} 2x+3y-2=0 \\ my+2z+4=0 \end{cases}$ nằm trong mặt phẳng $(P): 2x-y-2z-6=0$.

A. $m=4$.

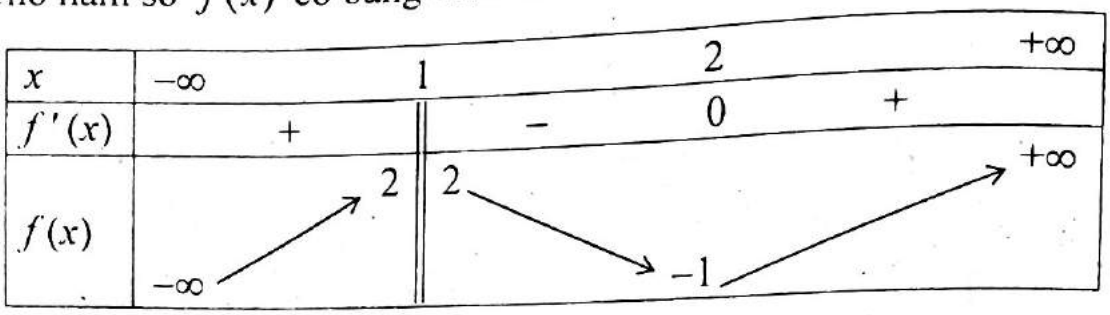
B. $m=-4$.

C. $m=2$.

D. $m=-2$.

ĐỀ 8

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và đạt cực đại tại $x=2$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ và không đạt cực đại.

D. Hàm số không có cực trị.

Câu 2. Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$.

A. $y=2$. B. $y=-1$. C. $y=\dfrac{3}{2}$. D. $y=-3$.

Câu 3. Tìm tập giá trị của hàm số $y=\dfrac{|x|+1}{x-1}$.

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

B. $(-\infty;-1]\cup(1;+\infty)$.

C. $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

D. $(1;+\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=(x-2)\sqrt[3]{x}$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

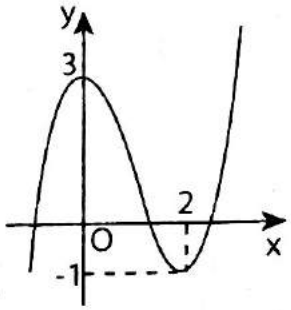
A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0);(2;+\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$, $(0;2)$ và đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0),(2;+\infty)$.

Câu 5. Cho $y=f(x)$ là hàm số bậc ba và có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)+m=0$ có ba nghiệm phân biệt.



A. $-3<m<1$.
B. $-1<m<3$.
C. $-3\le m\le 1$.
D. $-1\le m\le 3$.

Câu 6. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-3x}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $\min\limits_{[0;2]} y=0$.
B. $\min\limits_{[0;2]} y=\dfrac{-2}{3}$.
C. $\min\limits_{[0;2]} y=-1$.
D. $\min\limits_{[0;3]} y=-9$.

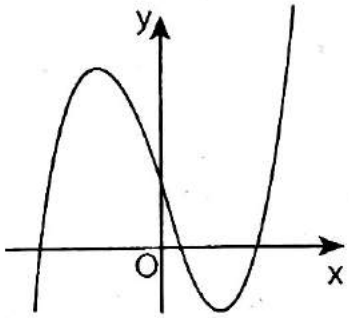
Câu 7. Cho hàm số $f(x)=x^4-4x^2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số có một cực tiểu và hai cực đại.
B. Hàm số có hai cực tiểu và không có cực đại.
C. Hàm số có hai cực đại và không có cực tiểu.
D. Hàm số có một cực đại và hai cực tiểu.

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

A. $m>1$.
B. $-1<m<1$.
C. $m<-1$ hoặc $m>1$.
D. $m\ge 1$.

Câu 9. Hình bên là đồ thị của hàm số $f(x)=ax^3+bx+c$.



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $a<0,b<0,c>0$.
B. $a>0,b>0,c>0$.
C. $a>0,b<0,c<0$.
D. $a>0,b<0,c>0$.

Câu 10. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2-4(m+1)x$ đạt cực đại tại $x=1$.

A. $m=-\dfrac{1}{2}$.
B. $m=1$.
C. $m=-\dfrac{3}{2}$.
D. $m=-3$.

Câu 11. Cho đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ đạt cực đại tại $A(0;-3)$ và cực tiểu tại $B(-1;-5)$. Tính giá trị của $P = a + 2b + 3c$.

A. $P = -15$. B. $P = -5$. C. $P = -9$. D. $P = 3$.

Câu 12. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + 1)$.

A. $y' = \dfrac{2x}{x^2+1}$. B. $y' = \dfrac{x}{x^2+1}$. C. $y' = 2x\ln(x^2+1)$. D. $y' = \ln(2x)$.

Câu 13. Giải phương trình $2^x + 2^{x+1} = 12$.

A. $x = 2$. B. $x = \dfrac{5}{2}$. C. $x = \log_2 10$. D. $x = \log_2\left(\dfrac{11}{2}\right)$.

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y = x.\sqrt[3]{x}$.

A. $y' = \dfrac{4.\sqrt[3]{x}}{3}$. B. $y' = \dfrac{4}{3.\sqrt[3]{x}}$. C. $y' = \dfrac{2.\sqrt[3]{x}}{3}$. D. $y' = \dfrac{2}{3.\sqrt[3]{x}}$.

Câu 15. Cho $a, b > 0$, rút gọn biểu thức $P = \log_2 a - 2\log_4 b$.

A. $P = \log_2\left(\dfrac{a}{b}\right)$. B. $P = \log_2(ab)$.

C. $P = \log_2\left(\dfrac{a}{b^2}\right)$. D. $P = \log_2\left(\dfrac{a}{b^4}\right)$.

Câu 16. Cho hàm số $y = e^{x\ln x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{e};+\infty\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{1}{e}\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 17. Gọi P là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(3.2^x - 1) = 2x + 1$. Tính P.

A. $P = -1$. B. $P = 0$. C. $P = \dfrac{3}{2}$. D. $P = \dfrac{1}{2}$.

Câu 18. Đặt $a=\log_2 5$ và $b=\log_3 5$. Hãy biểu diễn $\log_6 5$ theo a và b.

A. $\log_6 5=\dfrac{ab}{a+b}$.

B. $\log_6 5=\dfrac{1}{a+b}$.

C. $\log_6 5=a+b$.

D. $\log_6 5=a^2+b^2$.

Câu 19. Cho hàm số $y=\dfrac{\ln x}{x^2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. Cực đại của hàm số bằng $\dfrac{1}{2e}$ tại $x=\sqrt{e}$ và hàm số không có cực tiểu.

B. Cực đại của hàm số bằng $\dfrac{1}{2e}$ tại $x=\sqrt{e}$ và cực tiểu bằng 0 tại $x=1$.

C. Cực tiểu của hàm số bằng $\dfrac{1}{2e}$ tại $x=\sqrt{e}$ và hàm số không có cực đại.

D. Hàm số không có cực trị.

Câu 20. Giải bất phương trình $\left(2-\sqrt{3}\right)^x>\left(2+\sqrt{3}\right)^{x+2}$.

A. $x<-1$. B. $x<-2$. C. $x>-2$. D. $x>-1$.

Câu 21. Với x,y,z,t là các số tự nhiên đôi một nguyên tố cùng nhau thỏa mãn $x\log_{2016}2+y\log_{2016}3+z\log_{2016}7=t$.

Tính giá trị của biểu thức $P=x^y+y^z+z^t$.

A. 3130. B. 28 C. 58. D. 57.

Câu 22. Tìm nguyên hàm $I=\int\sqrt{2x+1}dx$.

A. $I=\dfrac{1}{3}\sqrt{(2x+1)^3}+C$.

B. $I=\dfrac{2}{3}\sqrt{(2x+1)^3}+C$.

C. $I=\dfrac{1}{2\sqrt{2x+1}}+C$.

D. $I=\dfrac{1}{4\sqrt{2x+1}}+C$.

Câu 23. Tìm nguyên hàm $I=\int\dfrac{\ln x}{x}dx$.

A. $I=\dfrac{1}{2}\ln^2 x+C$. B. $I=\ln^2 x+C$. C. $I=\dfrac{1}{x}+C$. D. $I=\ln x+C$.

Câu 24. Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin 2xdx$.

A. $I=\dfrac{1}{2}$. B. $I=1$. C. $I=2$. D. $I=0$.

Câu 25. Tính tích phân $I=\int_0^1\sqrt{1-x^2}\,dx$.

A. $I=\frac{\pi}{4}$. B. $I=\frac{\pi}{2}$. C. $I=\frac{1}{4}$. D. $I=\frac{1}{2}$.

Câu 26. Tìm nguyên hàm $I=\int\frac{1}{x^2+2x-3}dx$.

A. $I=\frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-1}{x+3}\right|+C$. B. $I=\frac{1}{4}\ln\left|\frac{x+3}{x-1}\right|+C$.

C. $I=\ln\left|\frac{x-1}{x+3}\right|+C$. D. $I=\ln\left|\frac{x+3}{x-1}\right|+C$.

Câu 27. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3+2x+1$, trục hoành, $x=1$ và $x=2$.

A. $S=\frac{31}{4}$. B. $S=\frac{49}{4}$. C. $S=\frac{21}{4}$. D. $S=\frac{39}{4}$.

Câu 28. Tìm nguyên hàm $I=\int\frac{2\sin x}{\sin x-\cos x}dx$.

A. $I=x+\ln\left|\sin x-\cos x\right|+C$. B. $I=x+\ln\left|\sin x+\cos x\right|+C$.

C. $I=x+\frac{1}{\left|\sin x-\cos x\right|}+C$. D. $I=\ln\left|\sin x-\cos x\right|+C$.

Câu 29. Cho số phức $z=1+2i$. Tìm phần ảo của số phức $w=2z+\overline{z}$.

A. Phần ảo của w bằng 2. B. Phần ảo của w bằng $2i$.

C. Phần ảo của w bằng -2. D. Phần ảo của w bằng $-2i$.

Câu 30. Rút gọn biểu thức $P=(1-i)^{2016}$.

A. $P=2^{1008}$. B. $P=-2^{1008}$. C. $P=2^{1008}i$. D. $P=-2^{1008}i$.

Câu 31. Tìm số phức z thỏa mãn $z+4-2i=\frac{10+20i}{3-i}$.

A. $z=-3+9i$. B. $z=1-3i$. C. $z=46-52i$. D. $z=5+5i$.

Câu 32. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+6z+12=0$. Tính giá trị của biểu thức $P=\left|z_1\right|+\left|z_2\right|$.

A. $P=4\sqrt{3}$. B. $P=2\sqrt{3}$. C. $P=6$. D. $P=3$.

Câu 33. Cho các số phức z thỏa mãn $|(1-i)z-4+2i|=2$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z trên mặt phẳng tọa độ là một đường tròn. Tìm toạ độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.

A. Tâm $I(3;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$. B. Tâm $I(3;-1)$, bán kính $R=2$.

C. Tâm $I(3;1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$. D. Tâm $I(-3;1)$, bán kính $R=2$.

Câu 34. Với các số phức z thỏa mãn $|\overline{z}-3-4i|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.

A. $\max|z|=6$. B. $\max|z|=4$. C. $\max|z|=5$. D. $\max|z|=7$.

Câu 35. Cho khối hộp chữ nhật có ba cạnh có độ dài bằng 3, 4 và 5. Tính thể tích V của khối hộp.

A. $V=60$. B. $V=20$. C. $V=180$. D. $V=30$.

Câu 36. Tính tổng diện tích các mặt của hình lập phương ngoại tiếp một hình cầu có bán kính bằng 2.

A. $S=96$. B. $S=64$. C. $S=48$. D. $S=32$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là một tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy và SB tạo với mặt đáy một góc 45°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. B. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. C. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. D. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{14}}{6}$. B. $V=\dfrac{\sqrt{7}a^3}{12}$. C. $V=\dfrac{\sqrt{7}a^3}{2}$. D. $V=\dfrac{\sqrt{7}a^3}{4}$.

Câu 39. Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=a, AD=2a$. Quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh đường thẳng AB, ta được một khối trụ. Tính thể tích khối trụ đó.

A. $V=4\pi a^3$. B. $V=\dfrac{4\pi a^3}{3}$. C. $V=2\pi a^3$. D. $V=\dfrac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 40. Cho hình lập phương có cạnh bằng a. Tính diện tích mặt cầu nội tiếp hình lập phương đó.

A. $S=\pi a^2$. B. $S=\dfrac{\pi a^2}{3}$. C. $S=4\pi a^2$. D. $S=\dfrac{4\pi a^2}{3}$.

Câu 41. Cho một hình nón có chiều cao bằng 6 và bán kính đáy bằng 3. Một khối trụ (H) nằm bên trong hình nón, có trục trùng với trục của hình nón, có một mặt phẳng đáy trùng với mặt phẳng đáy của hình nón và đường tròn đáy kia

thuộc mặt xung quanh của hình nón. Biết chiều cao của (H) bằng 4, tính thể tích của (H).

A. $V_H = 8\pi$. B. $V_H = 6\pi$. C. $V_H = 4\pi$. D. $V_H = 2\pi$.

Câu 42. Đường chéo AC của mặt đáy $ABCD$ của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ quay quanh đường chéo AC' của hình lập phương tạo nên mặt xung quanh của một hình nón. Tính diện tích của mặt xung quanh đó, biết cạnh của hình lập phương bằng a.

A. $S = \dfrac{2\pi a^2}{\sqrt{3}}$. B. $S = \dfrac{3\pi a^2}{\sqrt{3}}$. C. $S = \dfrac{4\pi a^2}{\sqrt{3}}$. D. $S = \dfrac{5\pi a^2}{3}$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 3 = 0$. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu.

A. $I(1;-2;-1)$ và $R = \sqrt{3}$. B. $I(1;-2;-1)$ và $R = 3$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R = 3$. D. $I(-1;2;1)$ và $R = 3$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3 = 0$. Tìm vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P$ của (P).

A. $\vec{n}_P = (1;-2;0)$. B. $\vec{n}_P = (1;-2;3)$.

C. $\vec{n}_P = (1;0;-2)$. D. $\vec{n}_P = (0;1;-2)$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 9$. B. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 3$.

C. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 9$. D. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1)$ và $B(2;-1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

A. $x - y + 2z - 3 = 0$. B. $x - y + 2z + 3 = 0$.

C. $x + z - 3 = 0$. D. $x + z + 3 = 0$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(1;0;1)$ và $C(2;1;-2)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và song song với đường thẳng BC.

A. $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{-3}$. B. $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+2}{-3}$.

C. $d: \dfrac{x}{3} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$. D. $d: \dfrac{x}{3} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+2}{-1}$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;1;2), B(0;-1;1)$ và song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$.

A. $(P): 5x - y - 3z + 2 = 0$.

B. $(P): 3x + y - 5z + 6 = 0$.

C. $(P): 3x + 3y + z - 8 = 0$.

D. $(P): x - y + 2z - 4 = 0$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và $d_2: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(6;1;-4)$ và cắt hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. $d: \frac{x-2}{-4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{4}$.

B. $d: \frac{x-2}{-4} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+4}{4}$.

C. $d: \frac{x-1}{-4} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{4}$.

D. $d: \frac{x}{-4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{4}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$ và đường thẳng d có phương trình $x - 2 = y = -z$. Hai mặt phẳng (P), (P') chứa d, tiếp xúc với (S) tại T và T'. Tìm tọa độ trung điểm H của TT'.

A. $H = \left(\frac{1}{3}; \frac{5}{6}; \frac{-5}{6}\right)$.

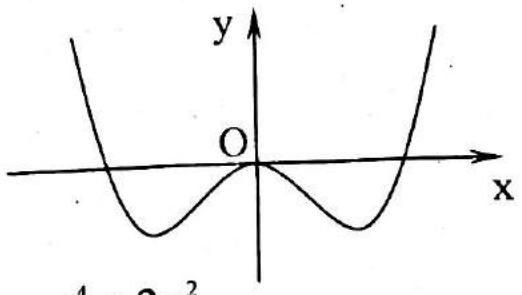
B. $H = \left(\frac{2}{3}; \frac{5}{6}; \frac{-7}{6}\right)$.

C. $H = \left(\frac{1}{3}; \frac{-5}{6}; \frac{5}{6}\right)$.

D. $H = \left(\frac{1}{3}; \frac{-7}{6}; \frac{-7}{6}\right)$.

ĐỀ 9

Câu 1. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = x^4 - 2x^2$.

B. $y = -x^4 + 2x^2$.

C. $y = x^2 - 2x$.

D. $y = -x^2 + 2x$.

Câu 2. Hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 3. Đồ thị hàm số nào dưới đây nhận đường thẳng $y=1$ làm đường tiệm cận?

A. $y=\dfrac{x-2}{x+3}$. B. $y=x^3+x$. C. $y=-x^3+x$. D. $y=x^4+x^2$.

Câu 4. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=x^4+1$. B. $y=-x^3+1$. C. $y=-x+1$. D. $y=(x-1)^4+1$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như dưới đây.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
f'		$+$		$+$	
f	2	$\nearrow$	$+\infty$ / $-\infty$	$\nearrow$	2

Hỏi $f(x)$ là hàm số nào?

A. $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$. B. $f(x)=\dfrac{1-2x}{x+1}$. C. $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$. D. $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Câu 6. Tìm điểm cực tiểu x_{CT} của hàm số $y=x^3-3x^2+2$.

A. $x_{CT}=2$. B. $x_{CT}=0$. C. $x_{CT}=3$. D. $x_{CT}=-2$.

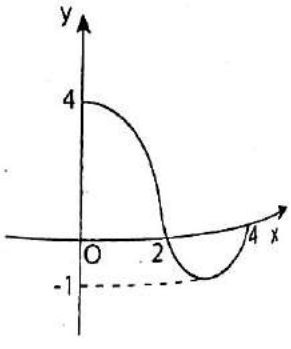
Câu 7. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{3x-1}{x+2}$ trên đoạn $[-5;-3]$. Tính $S=m+M$.

A. $S=\dfrac{46}{3}$. B. $S=-\dfrac{46}{3}$. C. $S=\dfrac{14}{3}$. D. $S=-\dfrac{14}{3}$.

Câu 8. Hàm số $y=-x^4+2x^2+3$ có mấy điểm cực đại?

A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 9. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[0;4]$, với $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[0;4]$, có đạo hàm trên khoảng $(0;4)$. Hỏi mệnh đề nào sau dây đúng?



A. $f(0)<f(2)<f(4)$. B. $f(0)<f(4)<f(2)$.

C. $f(0)<f(4)=f(2)$. D. $f(4)=f(2)<f(0)$.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=-x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=4x^3-6mx^2+1$ tại ba điểm phân biệt?

A. $m>\frac{2}{3}$. B. $|m|>\frac{2}{3}$. C. $|m|\geq\frac{2}{3}$. D. $m\geq\frac{2}{3}$.

Câu 11. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là **sai**?

A. Tồn tại hằng số c sao cho $5^x>1+cx$, với mọi số thực dương x.

B. Tồn tại hằng số c sao cho $e^x>c+x+\frac{x^2}{2}$, với mọi số thực dương x.

C. Tồn tại hằng số c sao cho $\sin x<cx$, với mọi số thực dương x.

D. Tồn tại hằng số c sao cho $\tan x<cx$, với mọi số thực dương x.

Câu 12. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log x$.

A. $D=(0;+\infty)$. B. $D=[0;+\infty)$. C. $D=\mathbb{R}$. D. $D=(10;+\infty)$.

Câu 13. Giải phương trình $\ln(x-1)=0$.

A. $x=2$. B. $x=1$. C. $x=e$. D. $x=e+1$.

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y=x^9$.

A. $y'=9x^8$. B. $y'=x^8$. C. $y'=x^9\ln 9$. D. $y'=x^8\ln 8$.

Câu 15. Tính đạo hàm của hàm số $y=x\ln|x|$.

A. $y'=\ln|x|+1$. B. $y'=\frac{1}{x}$.

C. $y'=\ln|x|+x$. D. $y'=\frac{1}{x}+1$.

Câu 16. Giải bất phương trình $\log_3(3-x)>2$.

A. $x<-6$. B. $x<-5$. C. $x>-6$. D. $x>-5$.

Câu 17. Tìm số nghiệm của phương trình $8^x+4=4^x+2^{x+2}$.

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $9^x-3^{x+1}=m$ có nghiệm.

A. $m\geq-\frac{9}{4}$. B. $m>0$. C. $m\leq-1$. D. $m\geq\frac{5}{8}$.

Câu 19. Xét các số dương a,b thỏa mãn $4\log^2 a+\log^2 b=1$. Tìm giá trị lớn nhất của a.

A. 10^{-1}. B. 1. C. $\sqrt{10}$. D. $10^{\sqrt{2}}$.

Câu 20. Tìm số nghiệm của phương trình $2^{\sin^2 x}+2^{\cos^2 x}=2$ trên đoạn $[0;2\pi]$.

A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 21. Tìm các giá trị của tham số a để đường thẳng có phương trình $y=x$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=e^{ax^4}$.

A. $a=\dfrac{1}{4e}$. B. $a=\dfrac{1}{4e^4}$. C. $a=\dfrac{e^4}{4}$. D. $a=4e^{\frac{1}{4}}$.

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^{\sqrt{2}}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}x^{\sqrt{2}+1}+C$. B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}x^{\sqrt{2}-1}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^{\sqrt{2}+1}+C$. D. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^{\sqrt{2}-1}+C$.

Câu 23. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int f(x^2)\mathrm{d}x=F(x^2)+C$. B. $\int 2xf(x^2)\mathrm{d}x=F(x^2)+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$. D. $\int f(t)\mathrm{d}t=F(t)+C$.

Câu 24. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 x2^x\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{2\ln 2-1}{\ln^2 2}$. B. $I=\dfrac{2\ln 2+1}{\ln^2 2}$.

C. $I=\dfrac{2-\ln 2}{\ln 2}$. D. $I=\dfrac{2+\ln 2}{\ln 2}$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-2;3)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(-2;3)$. Tính $I=\int\limits_{-1}^{2}[f(x)+2x]\mathrm{d}x$. biết $F(-1)=1, F(2)=4$.

A. $I=6$ B. $I=10$. C. $I=3$. D. $I=9$.

Câu 26. Tính diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{3^x-1}{(3^{-x}+1)\sqrt{3^x+1}}$; $y=0$; $x=1$.

A. $S=\dfrac{2\left(3-2\sqrt{2}\right)}{\ln 3}$. B. $S=\dfrac{2\left(3+2\sqrt{2}\right)}{\ln 3}$.

C. $S=3-2\sqrt{2}$. D. $S=3+2\sqrt{2}$.

Câu 27. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+3}}$, $y=0$, $x=3$ xung quanh trục hoành.

A. $V=(4+\ln 3)\pi-\dfrac{\sqrt{3}\pi^2}{3}$.

B. $V=(4+\ln 3)\pi+\dfrac{\sqrt{3}\pi^2}{3}$.

C. $V=4+\ln 3-\dfrac{\sqrt{3}\pi}{3}$.

D. $V=4+\ln 3+\dfrac{\sqrt{3}\pi}{3}$.

Câu 28. Xét $f(x)$ là hàm số liên tục, có đạo hàm, nhận giá trị trên khoảng $(-1;4)$; $f(3)=5$ và $f'(x)\geq -1$, với mọi x. Tìm giá trị lớn nhất của $f(0)$.

A. 3. B. 4. C. 5. D. 8.

Câu 29. Cho các số phức $z_1=1+i$, $z_2=2+3i$. Tìm phần thực a của số phức $z=z_1+z_2$.

A. $a=3$. B. $a=4$. C. $a=1$. D. $a=2$.

Câu 30. Tính môđun của số phức $z=4-3i$.

A. $|z|=5$. B. $|z|=25$. C. $|z|=1$. D. $|z|=7$.

Câu 31. Gọi w là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+7z+13=0$. Tìm $\overline{w}$.

A. $\overline{w}=-\dfrac{7}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

B. $\overline{w}=\dfrac{7}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

C. $\overline{w}=\dfrac{7}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

D. $\overline{w}=-\dfrac{7}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 32. Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn của các số phức $w=z(i+1)$ là đường nào trong các đường có phương trình dưới đây?

A. $x^2+y^2=8$.

B. $x^2+y^2=2\sqrt{2}$.

C. $x^2+y^2=4$.

D. $x^2+y^2=2$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $z-|z|=3i-1$. Tính môđun của số phức $w=z(1-i)$.

A. $|w|=5\sqrt{2}$. B. $|w|=4\sqrt{2}$. C. $|w|=10$. D. $|w|=8$.

Câu 34. Xét các số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=\sqrt{5}$. Tìm số phức w có môđun lớn nhất, biết rằng $w=z+1+i$.

A. $w=4-2i$. B. $w=-2+4i$. C. $w=4-3i$. D. $w=4+3i$.

Câu 35. Cho một hình đa diện. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của ít nhất ba mặt.

B. Mỗi mặt của hình đa diện có ít nhất ba cạnh.

C. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

D. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a, biết $AB = a\sqrt{3}, AC = a$, $SA = \dfrac{3a}{2}$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$. C. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 37. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ và điểm M thuộc cạnh CC'. Mặt phẳng đi qua A, B và M chia khối lăng trụ thành hai khối đa diện $MABC$ và $MABC'A'B'$ sao cho $\dfrac{V_{MABC}}{V_{MABC'A'B'}} = \dfrac{1}{5}$. Tính tỉ số $\dfrac{MC}{CC'}$.

A. $\dfrac{MC}{CC'} = \dfrac{1}{3}$. B. $\dfrac{MC}{CC'} = \dfrac{1}{2}$. C. $\dfrac{MC}{CC'} = \dfrac{1}{4}$. D. $\dfrac{MC}{CC'} = \dfrac{1}{5}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^0$; $SA = 3, SB = 4, SC = 5$. Tính khoảng cách d từ C đến mặt phẳng (SAB).

A. $d = \dfrac{5\sqrt{6}}{3}$. B. $d = \dfrac{5\sqrt{6}}{9}$. C. $d = \dfrac{5\sqrt{2}}{3}$. D. $d = \dfrac{5\sqrt{2}}{9}$.

Câu 39. Tính diện tích S của mặt cầu có đường kính bằng a.

A. $S = \pi a^2$. B. $S = 2\pi a^2$. C. $S = 4\pi a^2$. D. $S = \dfrac{\pi a^2}{3}$.

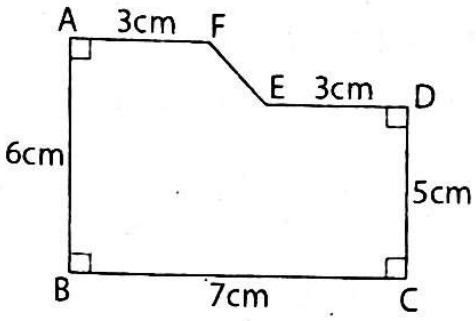
Câu 40. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB = 4, AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD. Tính thể tích V của khối trụ tạo thành khi cho hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh MN.

A. $V = 4\pi$. B. $V = 8\pi$. C. $V = 16\pi$. D. $V = 32\pi$.

Câu 41. Cho hình lập phương cạnh a. Gọi R_1, R_2, R_3 lần lượt là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương, bán kính mặt cầu nội tiếp hình lập phương và bán kính mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?

A. $R_2^2 = R_1R_3$. B. $R_2^2 = R_1^2 + R_3^2$. C. $R_1^2 = R_2^2 + R_3^2$. D. $R_3^2 = R_1R_2$.

Câu 42. Cho hình phẳng (H) được mô tả ở hình vẽ bên. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng (H) quanh cạnh AB.



A. $V=\dfrac{772\pi}{3}\text{cm}^3$. B. $V=\dfrac{799\pi}{3}\text{cm}^3$.

C. $V=254\pi\,\text{cm}^3$. D. $V=\dfrac{826\pi}{3}\text{cm}^3$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-3z+8=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_1=(1;2;-3)$. B. $\vec{n}_2=(1;2;3)$.

C. $\vec{n}_3=(-1;2;-3)$. D. $\vec{n}_4=(1;-2;-3)$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+4}{4}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_1=(1;2;4)$. B. $\vec{u}_2=(2;4;1)$.

C. $\vec{u}_3=(1;4;2)$. D. $\vec{u}_4=(2;1;4)$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x-y+z+2=0$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của M trên (P).

A. $H\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{10}{3};\dfrac{5}{3}\right)$. B. $H(3;0;5)$. C. $H\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{10}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$. D. $H(-1;0;1)$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1;-2;4)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $5x-y+z+6=0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (P).

A. $(d):\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$. B. $(d):\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-4}{5}$.

C. $(d):\dfrac{x+2}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$. D. $(d):\dfrac{x-4}{5}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0), B(0;1;0)$. Viết phương trình tất cả các mặt phẳng đi qua các điểm A, B đồng thời cắt trục Oz tại điểm C sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích bằng $\frac{1}{6}$.

A. $x+y+z-1=0$.
B. $x+y+z+1=0$.
C. $x+y-z-1=0$.
D. $x+y+z-1=0,\ x+y-z-1=0$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;-2;1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $7x-y+2z-1=0$. Tính khoảng cách h từ A đến (P).

A. $h=\frac{3}{\sqrt{54}}$.
B. $h=\frac{3}{54}$.
C. $h=\frac{1}{\sqrt{54}}$.
D. $h=\frac{1}{54}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1), B(4;1;0)$ và $C(-1;4;-1)$. Mặt phẳng (P) nào dưới đây chứa đường thẳng AB mà khoảng cách từ C đến (P) bằng $\sqrt{14}$.

A. $(P): x-2y+3z-2=0$.
B. $(P): x-2y+3z+2=0$.
C. $(P): x+2y-3z=0$.
D. $(P): x-2y-3z+4=0$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-13}{-1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{4}$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-67=0$.

Qua d dựng các tiếp diện tới (S), tiếp xúc với (S) tại các điểm T, T'. Viết phương trình đường thẳng TT'.

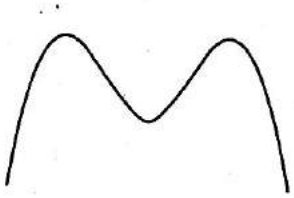
A. $x-8=\frac{y-1}{5}=\frac{z-5}{-1}$
B. $\frac{x-8}{-1}=\frac{y+1}{5}=\frac{z-5}{-1}$.
C. $\frac{x-8}{1}=\frac{y-1}{5}=\frac{z+5}{1}$.
D. $\frac{x-8}{1}=\frac{y-1}{-5}=\frac{z-5}{-1}$.

B - HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

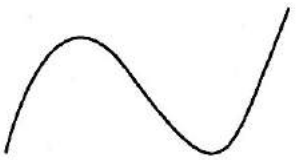
ĐỀ 1

Gợi ý - Hướng dẫn giải

Câu 2. $y' = -4x^3 + 4x = 0$ có ba nghiệm phân biệt $x = 0$, $x = -1$, $x = 1$. Kết hợp với dạng đồ thị khi hệ số của x^4 là âm. Tính $y(-1) = y(1) = 2$, $y(0) = 1$. Từ đó có giá trị cực đại bằng 2.



Câu 3. $y' = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x = 1$, $x = -2$. Kết hợp với dạng đồ thị khi hệ số của x^3 dương, chỉ cần tính $y(-2) = 7$, đó là giá trị cực đại. Tính $y(-3) = -4$; $y(2) = -9$. Vậy $\max\limits_{[-3;2]} y = 7$.



Câu 4. $y' = 6x^2 + 2mx - 12 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + mx - 6 = 0$.

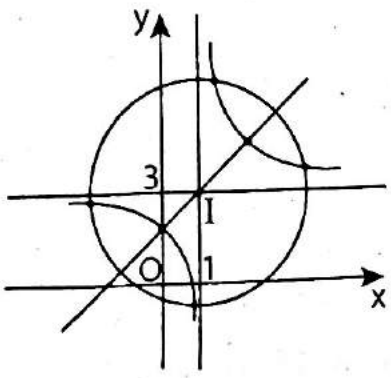
$\Delta'_{y'} = m^2 + 72 > 0, \forall m$. Hàm số luôn có hai cực trị. Hệ số của x^3 dương. Hoành độ hai cực trị là x_1, x_2. Với điều kiện của giả thiết thì $x_1 = -x_2$ hay $x_1 + x_2 = 0$. Do đó $m = 0$.



Câu 5. Với $y = -3x - 2$, hàm số nghịch biến, tung độ gốc âm. Với $y = \dfrac{x+2}{x-1}$, đồ thị của nó luôn nằm trong góc phần tư I và III do hai tiệm cận tạo nên. Vậy để $y = -3x - 2$ cắt đồ thị tại điểm duy nhất thì đường thẳng này phải là tiếp tuyến của đồ thị, từ đó $y_0 = -2$.

Chú ý : Có thể giải trực tiếp nhờ tính toán việc tìm giao điểm của hai đồ thị.

Câu 6. Đồ thị $y = \dfrac{3x-1}{x-1}$ có tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 3$. Đồ thị có dạng như hình vẽ. Chỉ có một đường phân giác của góc giữa hai tiệm cận cắt đồ thị hàm số tại hai điểm, khoảng cách từ các giao điểm đó đến I nhỏ hơn 4, tức là hai điểm đó nằm trong đường tròn tâm I, bán kính 4. Vậy có 4 giao điểm thỏa mãn yêu cầu đặt ra.

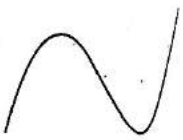


Chú ý : Có thể tìm giao điểm của đồ thị $y=\dfrac{3x-1}{x-1}$ với đường tròn tâm I, bán kính 4 để tìm 4 giao điểm.

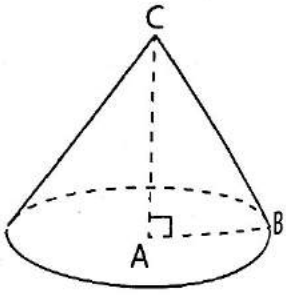
Câu 7. Tính được hai kích thước hình chữ nhật là $10\sin\theta$, $20\cos\theta$, từ đó diện tích hình chữ nhật $S = 100\sin 2\theta$. Nghiệm của $S' = 0$ là $\dfrac{\pi}{4}$. Kết hợp với hai cạnh đối diện hình chữ nhật song song với một đường kính của nửa đường tròn, từ đó $S_{\max}$ khi $\theta = \dfrac{\pi}{4}$.

Câu 8. Tính được $h=\dfrac{250-2r-\pi r}{2}$, từ đó diện tích hình phẳng là $S=\dfrac{1}{2}\pi r^2+2rh=250r-r^2(\dfrac{\pi}{2}+2)$. Đồ thị của S là một parabol mà hệ số của r^2 là số âm nên $S_{\max}$ tại $r=\dfrac{250}{4+\pi}$.

Câu 9. Từ hình vẽ ta có ba kích thước của hình hộp tạo thành là x, $30-2x$, $24-x$, do đó thể tích hộp là $V = 720x - 78x^2 + 2x^3$ với $0 < x < 15$. Đồ thị biểu thị V có dạng như hình vẽ, $V' = 0$ chỉ có $x = 6$ lấy được, tính $V(6)$ thì có giá trị lớn nhất.



Câu 10. Đặt $AC = x$, $0 < x < 6\sqrt{3}$. Vì $AC^2 + AB^2 = 108$ nên $AB=\sqrt{108-x^2}$. Vậy thể tích khối tạo thành là $V=\dfrac{1}{3}\pi(108-x^2)x$. Xét $y=(108-x^2)x$, $x>0$, $y'=0$ chỉ cho ta $x = 6$ là điểm cực trị của V mà hệ số của x^3 là âm. Từ đó có giá trị lớn nhất của y.



Câu 11. Có $h=\dfrac{2,16}{x^2}$. Diện tích hình hộp không nắp là $S=x^2+4xh=x^2+\dfrac{8,64}{x}$. Tiền phải chi để mua nguyên vật liệu làm hộp đó là $\mathscr{C}=18\left(5x^2+\dfrac{17,28}{x}\right)$. Xét $\mathscr{C}'=0\Leftrightarrow x=1,2$, do đó $h = 1,5$. Với $x = 1,2$ thì $\mathscr{C}$ nhỏ nhất.

Câu 12. Đáp án A, vì điều kiện $x^2+2x-3>0$.

Câu 13. Đáp án A, vì phải giải bất phương trình $4^x+2^{x+1}-8>0$, tức là $t^2+2t-8>0$, $t=2^x$ Chỉ cần giải $2^x>2$.

Câu 14. Đáp án C, vì $X=-\log 2+\log 2-\log 3+...+\log 99-\log 100=-2$.

Câu 15. Đáp án A, vì $X=-\log_3 100=-(\log_3 4+\log_3 25)=-2(a+b)$.

Câu 16. Đáp án A, vì phương trình đã cho trở thành $3.3^x + 9.3^x = 2.2^x + 4.2^x$ hay $12.3^x = 6.2^x$, từ đó $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{1}{2}$.

Câu 17. Đáp án B, vì $\log_3 x + \log_9 x = \log_3 x + \frac{1}{2}\log_3 x = \frac{3}{2}\log_3 x$.

Vậy phương trình đã cho trở thành $\frac{3}{2}\log_3 x = \frac{3}{2}$, tức là $x = 3$.

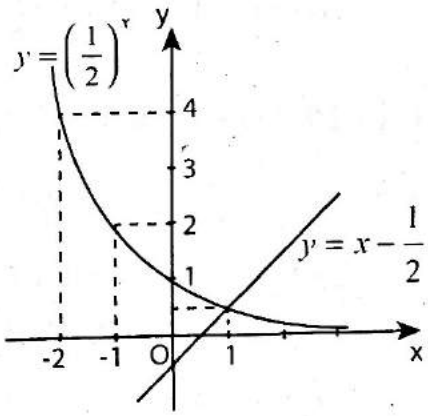
Câu 18. Đáp án A, vì bất phương trình đã cho trở thành $-t^2 + t + 2 \le 0$, $t = 2^x$ hay $t \le -1$ hoặc $t \ge 2$. Từ đó có đáp số.

Câu 19. Đáp án A, vì $\log_2 125.\log_5 49.\log_7 16 = \frac{\log_3 5^3}{\log_3 2}.\frac{\log_3 7^2}{\log_3 5}.\frac{\log_3 2^4}{\log_3 7} = 24.$

Câu 20. Đáp án C, vì $y' = \left[\frac{2x}{x^2+1}.x - \ln(x^2+1)\right].\frac{1}{x^2} = \frac{2x^2 - (x^2+1)\ln(x^2+1)}{x^2(x^2+1)}$.

Từ đó $y'(1) = 1 - \ln 2$.

Câu 21. Đáp án A, vì vẽ đồ thị của $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ và $y = x - \frac{1}{2}$ để đọc nghiệm hoặc nhận xét $x = 1$ là một nghiệm và chứng minh đó là nghiệm duy nhất nhờ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ nghịch biến và $y = x - \frac{1}{2}$ đồng biến trên tập xác định.



Câu 22. Đáp án A, vì $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x}$ và $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\cot x + C_1$.

$\int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \tan x + C_2$.

Câu 23. Đáp án B, vì

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{1+3\sin x}}dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{1+3\sin x}}d(\sin x) = \frac{1}{3}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{1+3\sin x}}d(3\sin x + 1)$$

$$= \frac{1}{3}\frac{\sqrt{1+3\sin x}}{\frac{1}{2}}\Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{3}.$$

Câu 24. Đáp án C, vì $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sin^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x d(\sin x) = \frac{\sin^3 x}{3}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{3}$.

Câu 25. Đáp án A, vì $S = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx = -\ln|\cos x|\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \ln 2$.

Câu 26. Đáp án A, vì $V = \pi\int_1^e \ln^2 x dx = \pi\left(x\ln^2 x\Big|_1^e - \int_1^e 2\ln x dx\right)$

$= \pi\left(e - 2\int_1^e \ln x dx\right) = \pi\left(e - 2x\ln x\Big|_1^e + 2\int_1^e dx\right) = \pi(e-2)$.

Câu 27. Đáp án B, vì xét $\int_{-a}^{a} \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2)dx = \frac{b^2}{a^2}\left(a^2 x - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-a}^{a} = \frac{4}{3}ab^2$.

Câu 28. Đáp án A, vì $v = \int 5dt = 5t$, $s = \int 5tdt = \frac{5}{2}t^2$ (do $v(0) = 0$, $s(0) = 0$).

Khi $t = 1{,}2$ thì $s = \frac{5}{2}.1{,}44 = 3{,}6$ (m).

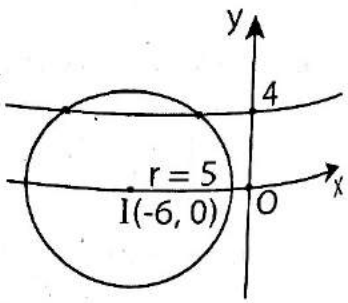
Câu 29. Đáp án A, vì từ $2q + 3z = p$ ta có số phức phải tìm $z = \frac{7}{3} - \frac{2}{3}i$.

Câu 30. Đáp án C, vì từ $|z-5| = |z-2-3i|$ với $z = x + yi$ ta có $x - y - 2 = 0$, mặt khác $x + y = 0$ nên $x = 1, y = -1$.

Câu 31. Đáp án A. Viết $z = yi$ ($y \in \mathbb{R}$) thì $|z+4| = 3|z| \Leftrightarrow 16 + y^2 = 9y^2$ $\Leftrightarrow y = \pm\sqrt{2}$.

Câu 32. Đáp án A, vì phương trình đã cho có ba nghiệm $z = 1$; $z = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

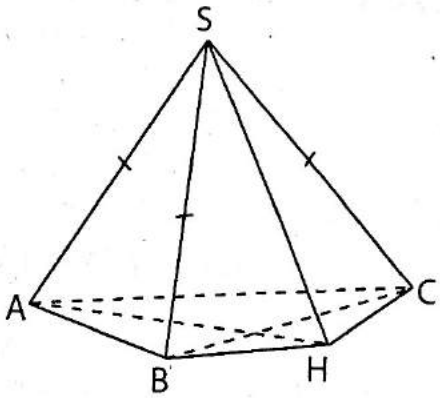
Câu 33. Đáp án B, vì từ $|z+6| = 5$ với $z = x + yi$ ta có $(x+6)^2 + y^2 = 25$. Mặt khác đường thẳng $y = 4$ cắt đường tròn trên tại hai điểm.



Câu 34. Đáp án B, vì từ $|z| = 1$, $z = x + yi$ thì $x^2 + y^2 = 1$, mặt khác $y = \sqrt{3}x$ và $y > 0$ nên $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Từ đó $\left|\frac{z-1}{z+1}\right| = \frac{|z-1|}{|z+1|} = \frac{\left|-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right|}{\left|\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right|} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 35. Đáp án A, vì từ $SA = SB = SC$ ta có hình chiếu H của S trên (ABC) là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tính bán kính R_1 của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bởi định lí sin trong tam giác ABC, $2R_1 = \frac{BC}{\sin A} = \frac{\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$.

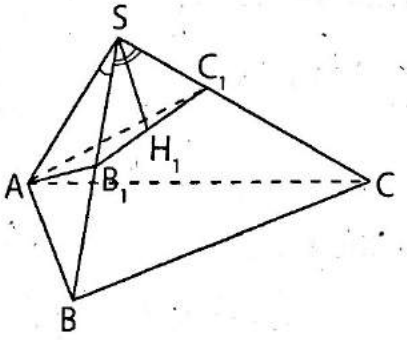


Vậy $R_1 = \frac{\sqrt{21}}{3}$, từ đó $SH = \frac{\sqrt{21}}{3}$,

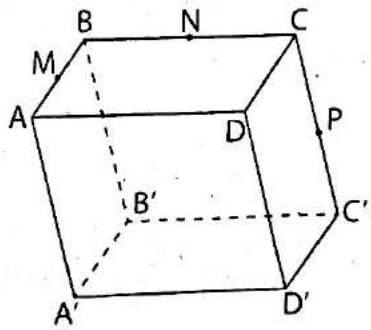
$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC\sin A$ và $V = \frac{\sqrt{7}}{6}$.

Câu 36. Đáp án B, vì từ giả thiết ta có $A'ABD$ là tứ diện đều cạnh 1 nên đường cao của tứ diện đó là $\frac{\sqrt{6}}{3}$, mà $V_{\text{hộp}} = 6V_{A'ABD}$.

Câu 37. Đáp án A, vì nếu gọi B_1 là trung điểm SB, C_1 thuộc SC mà $SC_1 = \frac{1}{3}SC$ thì SAB_1C_1 là hình chóp có $SA = SB = SC = 1$. ΔAB_1C_1 vuông tại A nên $SH_1 \perp (AB_1C_1)$, H_1 là trung điểm của B_1C_1. $AB_1 = 1$, $AC_1 = \sqrt{2}$, $B_1C_1 = \sqrt{3}$ và $V_{SAB_1C_1} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.1.\sqrt{2}.\frac{1}{2}$ tức là $V_{SAB_1C_1} = \frac{\sqrt{2}}{12}$. Mặt khác $\frac{V_{SABC}}{V_{SAB_1C_1}} = 2.3 = 6$, từ đó $V_{SABC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

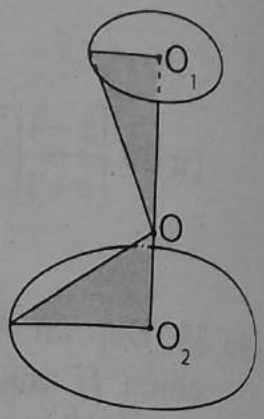


Câu 38. Đáp án C, vì diện tích $S_{ADCNM} = \frac{7}{8}S_{ABCD}$ mà chiều cao của $P.ADCNM$ bằng nửa chiều cao h của hình hộp nên $V_{ADCNMP} = \frac{1}{3}.\frac{7}{8}S_{ABCD}.\frac{h}{2} = \frac{7}{48}V$.



Câu 39. Đáp án B vì tâm mặt cầu thuộc trục O_1O_2. Đặt $OO_2 = h$ và bán kính mặt cầu là R thì $R^2 = 4 + h^2$; $R^2 = 1 + (3-h)^2 = 10 + h^2 - 6h$. Vậy $h = 1$, do đó $R^2 = 5$.

Diện tích mặt cầu đó là 20π.



Câu 40. Đáp án B vì $V_{trụ} = \pi R^2 . 2R = 2\pi R^3$; $V_{cầu} = \frac{4}{3}\pi R^3$.

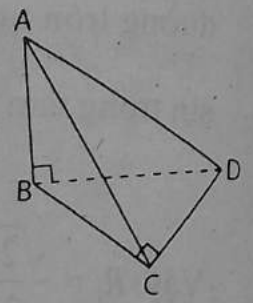
$$\Rightarrow \frac{V_{trụ}}{V_{cầu}} = \frac{3}{2}.$$

Câu 41. Đáp án B vì

$S_1 = \pi AB.AC = \pi.1.\sqrt{5} = \sqrt{5}\pi$.

$S_2 = \pi CD.BD = \pi.3.\sqrt{13}$.

Vậy $S_1 + S_2 = \pi(\sqrt{5} + 3\sqrt{13})$.

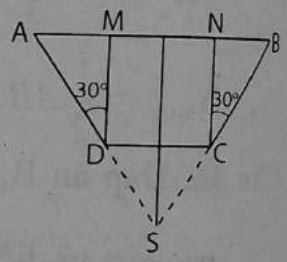


Câu 42. Đáp án A vì dễ thấy

$AM = BN = 15$, tức là $AB = 60$

$S = \pi.30.60 - \pi.15.30$

$= \pi.30.45 = \pi.1350.$

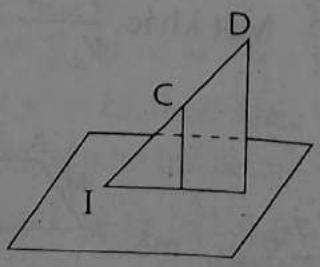


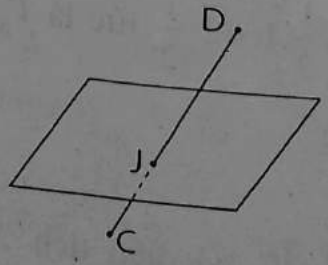
Câu 43. Ta có ΔMNP vuông tại M nên $H \equiv M$.

Câu 44. Tính R bởi định lí sin trong ΔMNP.

Ở đây $\cos M = \frac{\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MP}}{|\overrightarrow{MN}|.|\overrightarrow{MP}|} = \frac{12}{7\sqrt{6}}$, từ đó $\sin M = \frac{5}{7}$. Mặt khác $NP = \sqrt{11}$ nên có điều phải tìm.

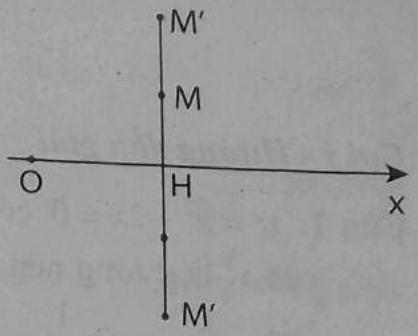
Câu 45. Chỉ ra A, B, C, D không đồng phẳng, từ đó có hai mặt phẳng thoả mãn đề bài : Lấy I sao cho C là trung điểm của ID, J sao cho $\overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{JC}$ thì hai mặt phẳng đó là (ABI), (ABJ).





Câu 46. Đáp án B có được vì hai đường thẳng đã cho có hai vectơ chỉ phương cùng phương và điểm $M_1(1; 2; 3)$ thoả mãn phương trình nêu ở B.

Câu 47. Đáp án B, vì nếu gọi H là giao điểm của MM' và Ox, từ giả thiết ta có $HM' = 2HM$, điều này tương đương với $\overrightarrow{HM'} = -2\overrightarrow{HM}$ hoặc $\overrightarrow{HM'} = 2\overrightarrow{HM}$.

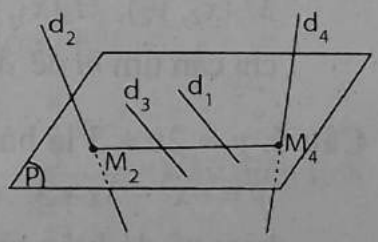


Chú ý : Có thể tìm được cụ thể toạ độ M' (bạn đọc tự tìm).

Câu 48. Đáp án C, vì sử dụng điều kiện mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu khi và chỉ khi $d(I, (P)) = R$. Ở đây, $I(1; -3; 2)$, $R = 7$.

Câu 49. Đáp án D, vì sử dụng dạng phương trình mặt phẳng phải tìm là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. Do $M(1; 2; 5)$ thuộc mặt phẳng nên $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{5}{c}=1$ (*). Mặt khác $OA = OB = OC \neq 0$, tức là $|a| = |b| = |c|$, từ đó có 4 trường hợp, mỗi trường hợp kết hợp với (*) ta tìm ra mặt phẳng thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. Đáp án B, vì nhận thấy $d_1 // d_3$; d_1, d_3 cùng nằm trong (P): $y + z - 2 = 0$. Mặt khác



$d_2 \cap (P) = M_2\left(1; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$, $d_4 \cap (P) = M_4(4; 2; 0)$ và $\overrightarrow{M_2M_4}$ // $(2; 1; -1)$ vectơ này không cùng phương với $\vec{u}_{d_1}$. Như vậy M_2M_4 là đường thẳng phải tìm.

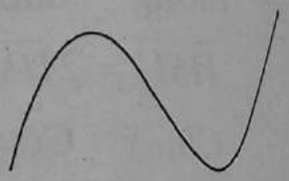
Chú ý : Ở bài này nếu $\overrightarrow{M_2M_4}$ song song với $\vec{u}_{d_1}$ thì không có đường thẳng thoả mãn bài toán.

Đáp án Đề 1

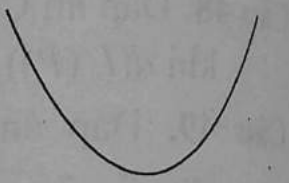
Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	D	11	A	21	A	31	A	41	B
2	B	12	A	22	A	32	A	42	A
3	A	13	A	23	B	33	B	43	D
4	A	14	C	24	C	34	B	44	A
5	B	15	A	25	A	35	A	45	C
6	C	16	A	26	A	36	B	46	B
7	A	17	B	27	B	37	A	47	B
8	B	18	A	28	A	38	C	48	C
9	A	19	A	29	A	39	B	49	D
10	C	20	C	30	C	40	B	50	B

ĐỀ 2

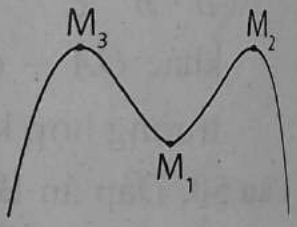
Gợi ý - Hướng dẫn giải



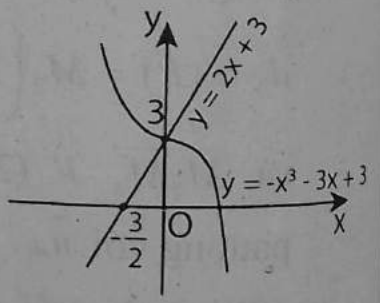
Câu 2. $y' = x^2 - 2x = 0$ có hai nghiệm $x = 0$, $x = 2$, hệ số của x^3 là dương nên chỉ cần so sánh $y(0)$ và $y(2)$ để nhận ra $y_{CT} = -\frac{1}{3}$.



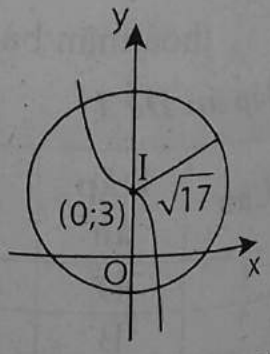
Câu 3. $y' = 4x^3 + x = 0$ chỉ có 1 nghiệm, hệ số của x^4 là dương nên đồ thị có $y(0) = y_{CT}$. Tính $y(-1)$, $y(0)$, $y(2)$ thì có $\min\limits_{[-1;2]} y = 1$.



Câu 4. $y' = -4x^3 + 2mx = 0$. Để hàm số có ba cực trị thì phải có $m > 0$. Xét ba điểm cực trị $M_1(0, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$, $M_3(x_3, y_3)$ với dạng đồ thị hàm số đã cho, chỉ cần tìm m để $M_2M_3 = \sqrt{2}M_1M_2$, từ đó có $m = 2$.



Câu 5. $y = 2x + 3$ là hàm số đồng biến, tung độ gốc là 3 ; $y = -x^3 - 3x + 3$ có $y' = -3x^2 - 3 < 0\ \forall x$, tức là hàm số đó luôn nghịch biến, mà giao của đồ thị hàm số với trục tung là 3. Vậy tung độ điểm phải tìm là $y_0 = 3$.



Câu 6. $y = -x^3 - 3x + 3$ nghịch biến và cắt trục tung tại $I(0; 3)$. Phương trình đường tròn tâm $I(0; 3)$ bán kính $\sqrt{17}$ là $x^2 + (y-3)^2 = 17$. Vậy có hai điểm M trên đồ thị cách I một khoảng $\sqrt{17}$. Có thể thấy hai điểm đó $M_1(1; -1)$, $M_2(-1; 7)$.

Câu 7. Tính được $MP = 30\sin\theta$. Từ đó diện tích thiết diện là $S = 900(\cos\theta + \frac{1}{2}\sin 2\theta)$ với $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, $S' = 0$ có nghiệm $\sin\theta = \frac{1}{2}$, tức là $\theta = \frac{\pi}{6}$. Lập bảng biến thiên để có S lớn nhất khi $\theta = \frac{\pi}{6}$.

Câu 8. Tính được $y = 75 - 5x - \frac{3\pi}{2}x$. Diện tích hình phẳng là $S = (75 - 5x - \frac{3\pi}{2}x).6x + \frac{9\pi x^2}{2} + 12x^2$ hay $S = 450x - 18x^2 - \frac{9\pi}{2}x^2$. Phương trình $S' = 0$ có nghiệm $x = \frac{50}{\pi + 4}$ và dựa vào hệ số của x^2 trong công thức tính S là âm, ta được $x = \frac{50}{\pi + 4}$ làm cho S lớn nhất.

Câu 9. Đặt $y^2 = Y$ thì $Y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (kép), $x = \frac{63}{4}$, loại trường hợp $x = 0$. Vậy chỉ còn một cực trị. Lập bảng biến thiên ta có khi $x = \frac{63}{4}$ thì y^2 nhỏ nhất (ứng với x đó, $AQ < 30$, nằm trong kích thước tờ giấy).

Câu 10. Tính được $V = \pi(15x^2 - x^3)$, $0 < x < 15$. Từ đó $V' = \pi(30x - 3x^2) = 0$ $\Rightarrow x = 10$. Với bảng biến thiên thì $x = 10$ làm cho V lớn nhất.

Câu 11. Chú ý rằng $h \geq 0$. Do $V = \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h$ nên $h = \frac{V - \frac{4}{3}\pi r^3}{\pi r^2}$. Vậy diện tích cần có để tạo ra bồn đựng xăng là $S = 4\pi r^2 + 2\pi r h = \frac{4\pi r^3 + 2V - \frac{8}{3}\pi r^3}{r}$.

$$S' = \frac{\frac{8}{3}\pi r^3 - 2V}{r^2} = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}.$$

Dựa theo bảng biến thiên thì $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$ làm cho S bé nhất. Khi ấy $h = 0$.

Câu 12. Đáp án A, vì cần giải $x^2 + 2x - 8 > 0$.

Câu 13. Đáp án C, vì cần giải $\frac{x^2 + 2x - 3}{e^x} > 0$ tức là $x^2 + 2x - 3 > 0$.

Câu 14. Đáp án A, vì

$$\begin{aligned} M &= 7\log_2(\sqrt{2}+1)^2 - 64\log_2(\sqrt{2}+1) - 50\log_2(\sqrt{2}-1) \\ &= 14\log_2(\sqrt{2}+1) - 64\log_2(\sqrt{2}+1) - 50\log_2(\sqrt{2}-1) \\ &= -50\left[\log_2(\sqrt{2}+1) + \log_2(\sqrt{2}-1)\right] \\ &= -50.\log_2 1 = 0. \end{aligned}$$

Câu 15. Đáp án D, vì viết $\log_a \frac{a^4 b^{\frac{1}{3}}}{c^3} = 4 + \frac{1}{3}\log_a b - 3\log_a c$.

Câu 16. Đáp án C vì chia hai vế của phương trình đã cho cho 9^x, khi đó ta có

$$25\left(\frac{5}{3}\right)^{2x} - 34\left(\frac{5}{3}\right)^{x} + 9 = 0$$

$25t^2 - 34t + 9 = 0, t = \left(\frac{5}{3}\right)^x$, tức là $\left(\frac{5}{3}\right)^x = 1$ hoặc $\left(\frac{5}{3}\right)^x = \left(\frac{5}{3}\right)^{-2}$.

Câu 17. Đáp án C, vì phương trình đã cho trở thành

$4 + 4\log_2 x + (\log_2 x)^2 + 2\log_2 x - 11 = 0$ hay $(\log_2 x)^2 + 6\log_2 x - 7 = 0$, từ đó $\log_2 x = 1$ hoặc $\log_2 x = -7$.

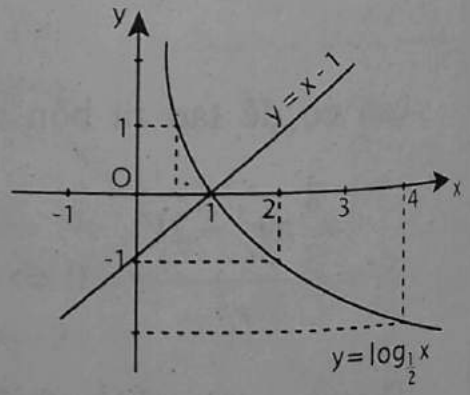
Câu 18. Đáp án A, vì bất phương trình đã cho trở thành $t^2 + 2t - 8 > 0, t = 2^x > 0$ hay $2^x > 2$, tức là $x > 1$.

Câu 19. Đáp án A vì

$$\log_8 27 . \log_{49} 16 . \log_3 343 = \frac{\log 3^3}{\log 2^3} \cdot \frac{\log 2^4}{\log 7^2} \cdot \frac{\log 7^3}{\log 3} = 6.$$

Câu 20. Đáp án A, vì dùng quy tắc tính đạo hàm một thương, $(e^x)' = e^x$; $(e^{-x})' = -e^{-x}$.

Câu 21. Đáp án A, vì vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng hệ trục và đọc giao điểm hoặc nhận xét $x = 1$ là một nghiệm rồi chứng minh nó duy nhất nhờ tính nghịch biến của $\log_{\frac{1}{2}} x$, tính đồng biến của hàm số $y = x - 1$.



Câu 22. Đáp án A vì

$$\int \frac{4x}{x + \sqrt{x^2 - 2}} dx = \int 4x \frac{(x - \sqrt{x^2 - 2})}{2} dx$$

$$= \int (2x^2 - 2x\sqrt{x^2 - 2}) dx = \int 2x^2 dx - \int \sqrt{x^2 - 2} d(x^2 - 2).$$

Câu 23. Đáp án B, vì

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x d(\tan x) = x \tan x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = \frac{\pi}{4} + \ln \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2}.$$

Câu 24. Đáp án B, vì $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \int_1^e \ln x d(\ln x) = \frac{\ln^2 x}{2}\Big|_1^e = \frac{1}{2}$.

Câu 25. Đáp án A, vì $\int_{\frac{1}{2}}^{1}\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}dx=-\int_{\frac{1}{2}}^{1}e^{\frac{1}{x}}.d\left(\frac{1}{x}\right)$.

Câu 26. Đáp án A, vì xét

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^2 xdx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(1+\tan^2 x-1)dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\cos^2 x}dx-\int_0^{\frac{\pi}{4}}dx=\tan x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$$

Câu 27. Đáp án D, vì xét $x^2=2y$. Tính $\pi\int_2^4 x^2dy=\pi\int_2^4 2ydy=\pi.y^2\Big|_2^4=12\pi$.

Câu 28. Đáp án B, vì $\int_4^5\left(5+\frac{3}{4}t^2\right)dt=\left(5t+\frac{t^3}{4}\right)\Big|_4^5=\frac{81}{4}$.

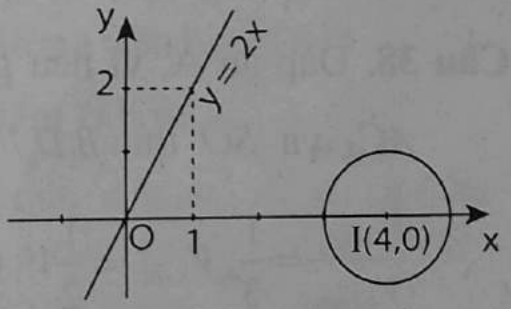
Câu 29. Đáp án D, vì phương trình $z^4-1=0$ có 4 nghiệm $1;-1;i;-i$.

Câu 30. Đáp án A, vì từ $z+4=z(2-i)$ với $z=x+yi$, do hai số phức bằng nhau nên $x=2;y=2$.

Câu 31. Đáp án A, vì từ $|z+2i|=|z+4|$ với $z=x+0.i$, ta có phương trình $x^2+4=(x+4)^2$, phương trình này chỉ có 1 nghiệm.

Câu 32. Đáp án C, vì phương trình $z^3+z^2+z-3=0$ có ba nghiệm $z=1$; $z=-1\pm\sqrt{2}i$.

Câu 33. Đáp án D, vì từ $|z-4|=1$, $z=x+yi$ ta có $(x-4)^2+y^2=1$, mặt khác $y=2x$ đường thẳng này và đường tròn không cắt nhau.

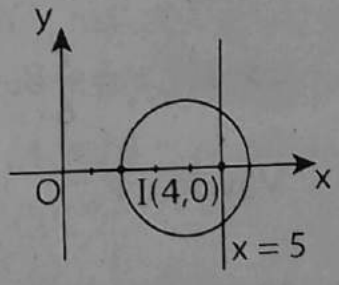


Câu 34. Đáp án C, vì với $w=x+yi$, $B(x;y)$, $A(3;0)$ ta có $OB^2=x^2+y^2$.

$AB^2=(x-3)^2+y^2$, $OB=2AB\Leftrightarrow OB^2=4AB^2$,

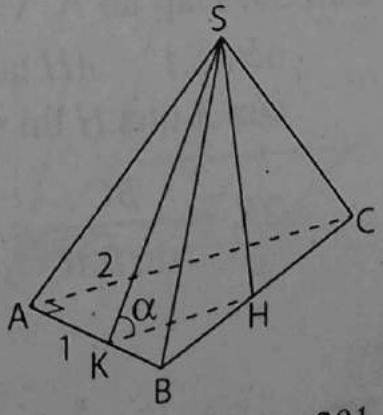
tức là $x^2+y^2=4[(x-3)^2+y^2]$

$\Leftrightarrow(x-4)^2+y^2=4$, đó là đường tròn tâm $I(4;0)$, bán kính 2. Vì phần thực của z bằng 5 nên số điểm tìm được là số giao điểm của đường tròn trên với đường thẳng $x=5$.

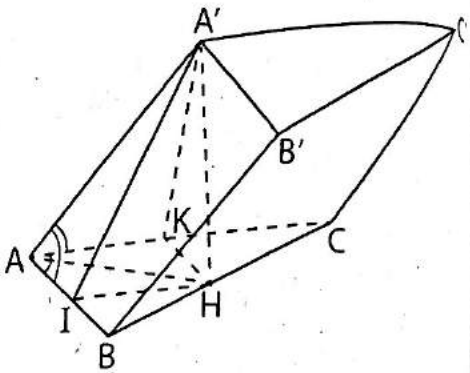


Câu 35. Đáp án A, vì từ $SA=SB=SC$ và ΔABC vuông tại A nên chân đường cao H của hình chóp là trung điểm của BC. $BC=\sqrt{5}$, $\widehat{SKH}=\alpha=60^o$,

$HK=1\Rightarrow SH=\sqrt{3}$, $V=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.1.2.\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.



Câu 36. Đáp án B, vì dễ thấy chân đường cao H kẻ từ A' xuống (ABC) là trung điểm của BC, $AIHK$ là hình vuông cạnh

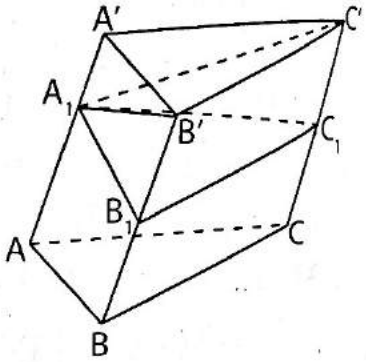


$$AI = \frac{1}{2},\ AH = \frac{1}{2}.\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow A'H^2 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$A'H = \frac{\sqrt{2}}{2}.\ V_{\text{lăng trụ}} = \frac{1}{2}.1.1.\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Câu 37. Đáp án A, vì

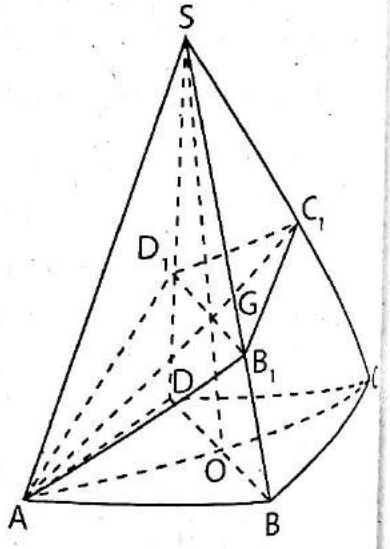


$$V_{A_1B_1C_1C'B'} = \frac{1}{2}V_{A_1BCC'B'} = \frac{1}{2}.\frac{2}{3}V = \frac{1}{3}V.$$

$V_{A_1A'B'C'} = \frac{1}{3}S_{\Delta A'B'C'}.h_1$ mà $h_1 = \frac{1}{3}h$ (h là chiều cao lăng trụ). Vậy $V_{A_1A'B'C'} = \frac{1}{9}V$.

Từ đó $V_1 = \frac{1}{3}V + \frac{1}{9}V = \frac{4}{9}V$, tức là $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}$.

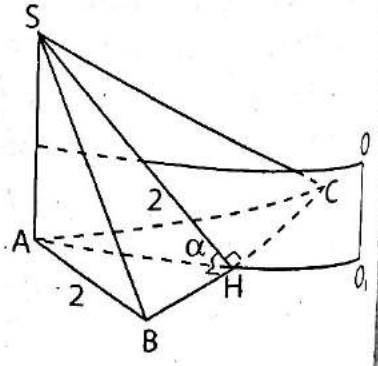
Câu 38. Đáp án A, vì nếu gọi G là giao điểm của AC_1 và SO thì $B_1D_1 // BD$ và $\frac{SB_1}{SB} = \frac{2}{3}$. Có $\frac{V_{SAB_1C_1}}{V_{SABC}} = \frac{1}{3}$, $V_{SABC} = \frac{1}{2}V$ (V là thể tích $SABCD$).



$\Rightarrow V_{SAB_1C_1} = \frac{1}{6}V$. Cũng như vậy $V_{SAD_1C_1} = \frac{1}{6}V$.

Vậy $V_1 = V_{SAB_1C_1D_1} = \frac{1}{3}V$. Suy ra $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

Câu 39. Đáp án A, vì có $BC = 2BH = 2\sqrt{3}$, $AH = 1$ nên $SA = AH.\tan\alpha = 1.2 = 2$. O_1 là đối xứng của A qua H thì $O_1A = O_1B = O_1C = R_1$.

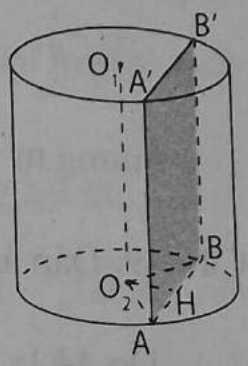


$$2R_1 = \frac{BC}{\sin\widehat{BAC}} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4.$$

Từ đó $R_1 = 2$. Kẻ O_1O song song với SA, $O_1O = \frac{1}{2}SA$ thì O là tâm mặt cầu. Vậy $R^2 = R_1^2 + \frac{SA^2}{4} = 4 + 1 = 5$.

Câu 40. Đáp án A vì $S_{\text{xq trụ}} = 2\pi R.6R = 12\pi R^2$. Tổng diện tích ba mặt cầu bằng $12\pi R^2$.

Câu 42. $d(O_1O_2,(P)) = O_2H$ (H là trung điểm AB ; $O_2H = 3$, từ đó $AH = 4$, tức là $AB = 8$. Do diện tích thiết diện là 32 nên chiều cao hình trụ là $\frac{32}{8} = 4$.



Vậy $S_{\text{xq trụ}} = 10\pi.4 = 40\pi$.

Câu 43. Đáp án C vì ΔABC vuông tại A.

Câu 44. Đáp án A vì ΔABC vuông tại A nên $R = \frac{1}{2}BC$.

Chú ý sau câu 43, 44:

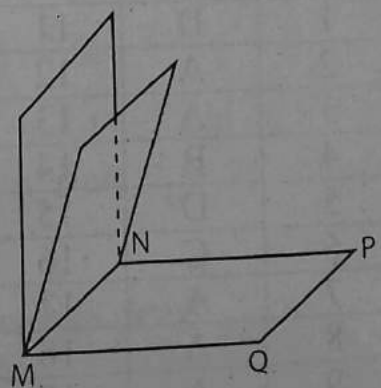
Để tìm trực tâm ΔABC và tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC, nếu ΔABC vuông tại A thì $H \equiv A$ và BC là đường kính đường tròn ngoại tiếp.

Nếu ΔABC không có gì đặc biệt thì tìm trực tâm H bởi:

- $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC} = 0$, $\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC} = 0$, $\overrightarrow{AH}$ khai triển qua $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ để có sự đồng phẳng của A, B, C, H.
- Hoặc H là giao của ba mặt phẳng: mặt phẳng (ABC), mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với BC; mặt phẳng (β) qua B và vuông góc với AC.

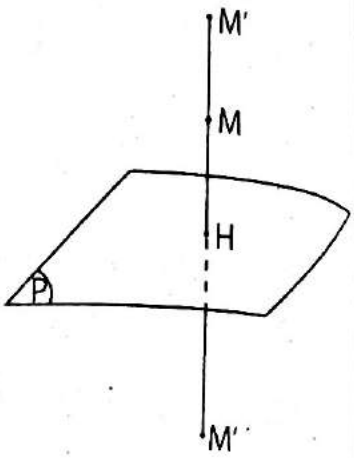
Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp bởi $R = IA = IB = IC$ và A, B, C, I đồng phẳng.

Câu 45. Đáp án D vì $MNPQ$ tạo thành hình bình hành nên mọi mặt phẳng qua MN đều song song với PQ hay chứa PQ, lúc đó khoảng cách từ P và Q đến mặt phẳng ấy bằng nhau.



Câu 46. Đáp án C vì $\vec{u}_{d_1} \,//\, \vec{u}_{d_2}$ và điểm $A(0;1;2)$ thuộc d_2 nhưng A không thuộc d_1.

Câu 47. Đáp án A vì nếu gọi H là giao điểm của MM' với (P) thì giả thiết bài toán suy ra $HM' = 2HM$. Điều này dẫn đến $\overrightarrow{HM'} = -2\overrightarrow{HM}$ hoặc $\overrightarrow{HM'} = 2\overrightarrow{HM}$. Có thể tìm được toạ độ M' (bạn đọc tự làm).



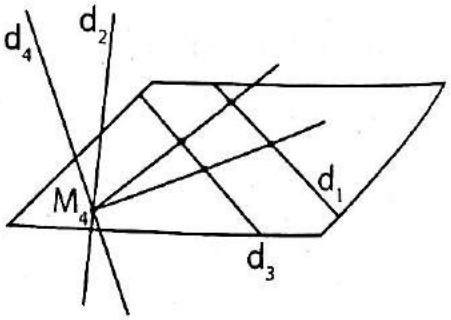
Câu 48. Đáp án A vì tính $d(I, (P)) = \frac{4}{5}$, tính r bởi $r^2 = R^2 - d^2 = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$. Đối với (Q) làm tương tự như trên nhưng $d(I, (Q)) \neq \frac{4}{5}$.

Câu 49. Đáp án (A) vì sử dụng dạng mặt phẳng $(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$; $a, b, c > 0$.

Do $M(1; 2; 5)$ thuộc (α) nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{5}{c} = 1$. Thể tích $OABC$ là $V = \frac{1}{6}abc$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si với ba số dương $\frac{1}{a}; \frac{2}{b}; \frac{5}{c}$ thì có kết quả $a = 3, b = 6, c = 15$, lúc đó $A(3; 0; 0)$, $B(0; 6; 0)$, $C(0; 0; 15)$. Rõ ràng M là trọng tâm ΔABC.

Câu 50. Đáp án D vì thấy $d_1 // d_3$, d_1, d_3 nằm trong (P): $y + z - 2 = 0$, d_4 cắt (P) tại $M_4(4; 2; 0)$; d_2 qua M_4 và d_2 không nằm trong (P). Trong (P) có vô số đường thẳng qua M_4 và cắt d_1, d_3 tức là có vô số đường thẳng cắt cả d_1, d_2, d_3, d_4.



Đáp án Đề 2

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	D	11	A	21	A	31	A	41	B
2	A	12	A	22	A	32	C	42	A
3	A	13	C	23	B	33	D	43	C
4	B	14	A	24	B	34	C	44	A
5	D	15	D	25	A	35	A	45	D
6	C	16	C	26	A	36	B	46	C
7	A	17	C	27	D	37	A	47	A
8	A	18	A	28	B	38	A	48	A
9	A	19	A	29	D	39	A	49	A
10	A	20	A	30	A	40	A	50	D

ĐỀ 3

Gợi ý - Hướng dẫn giải

Câu 1. Tiệm cận ngang là $y = 1$ nên dễ thấy đáp án đúng là B. Vả lại có thể viết $y = 1 + \dfrac{3}{x-2}$ nên cũng suy ra đáp án đó. Chú ý, đề bài hỏi tập giá trị chứ không phải tập xác định của hàm số.

Câu 3. Đặt $x_1 = x - 2$, $y_1 = y - 1$ thì được $x = x_1 + 2$, $y = y_1 + 1$, từ đó $y = \dfrac{x+1}{x-2} \Leftrightarrow y_1 = \dfrac{3}{x_1}$. Vậy chọn C. (Ở đây có khác với phép đổi hệ tọa độ đã học ở lớp dưới).

Câu 4. Chú ý tính chất đạo hàm triệt tiêu, đổi dấu từ dương sang âm khi x thay đổi qua x_0 thì hàm đạt cực đại tại x_0.

Câu 5. Cần biết viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại một điểm của đồ thị đó.

Câu 6. Do hai điểm cực tiểu của đồ thị đối xứng qua trục tung nên chỉ cần xét với một điểm là đủ.

Câu 7. Nên phác họa đồ thị : điểm (1; –2) là điểm cực tiểu và do xét trên khoảng (0; 2) nên hàm số không đạt giá trị lớn nhất.

Câu 8. Khoảng cách điểm rơi của viên đá đến O là $X = \dfrac{m}{m^2+1}$; đạo hàm của X (theo m) triệt tiêu khi $m = 1$.

Câu 9. Vì hàm số lẻ nên $b = d = 0$. Từ đó do $f(2) = 2$ và $f'(2) = 9$ suy ra $a = 1$, $c = -3$.

Câu 10. Viết phương trình của tiếp tuyến tại điểm của parabol có hoành độ x_0 thì thấy chỉ cần chọn $x_0 = -2m$.

Câu 11. h là chiều cao hình nón thì bán kính r của mặt đáy hình nón xác định bởi $r^2 = h(2R - h)$ từ đó thể tích khối nón $V = \dfrac{\pi}{3}h^2(2R - h)$. Chỉ việc lấy đạo hàm của V theo h suy ra kết quả.

Câu 13. Hàm số $y = \log_a x$ (với mọi $a > 0$, $a \neq 1$) có tập giá trị $\mathbb{R}$.

Câu 14. Phương trình $16 - 2x - x^2 = 1$ có hai nghiệm $x = 3$ và $x = -5$, chỉ có $x = 3$ thỏa mãn $x^2 \leq 16$. Còn trong hai nghiệm của phương trình $x^2 = 16$ chỉ có $x = -4$ thỏa mãn $16 - 2x - x^2 > 0$.

Câu 15. Chú ý rằng $0,2 = \dfrac{1}{5}$ nên bất phương trình viết được dưới dạng $\log_5(x-3) \leq \log_5(5^2) \Leftrightarrow 0 < x - 3 \leq 25$.

Câu 16. $\log_3 5 = \log_3 6.\log_6 5 = \dfrac{\log_6 5}{\log_6 3} = \dfrac{\log_6 5}{\log_6 \dfrac{6}{2}}$.

Câu 19. Chú ý rằng $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2}) = 1$.

Câu 21. Dễ thấy $x = 2$ (trong đáp án D) là một nghiệm; viết lại phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^x = 1$, vế trái là tổng hai hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ để thấy phương trình chỉ có một nghiệm đó.

Câu 23. Chú ý rằng đạo hàm của $\dfrac{1}{x}$ là $\dfrac{-1}{x^2}$ để tính nguyên hàm từng phần.

Câu 24. Viết $x \ln x dx = \dfrac{1}{2} \ln x d(x^2)$ để tính nguyên hàm từng phần.

Câu 25. Chú ý rằng $\dfrac{dx}{x} = d(\ln x)$.

Câu 26. Chú ý rằng trên đoạn $\left[\dfrac{1}{e}; 1\right]$ hàm số không dương.

Câu 27. Parabol $y = x(1 - x)$ cắt Ox tại (0; 0) và (1; 0).

Câu 28. Cần để ý nguyên hàm của hàm số liên tục trên một khoảng mới xác định sai khác hằng số.

Câu 30. G là trọng tâm của tam giác ABC thì G xác định bởi $\overrightarrow{OG} = \dfrac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$

Câu 31. Chú ý rằng hai vectơ $\overrightarrow{OA} = (x, y), \overrightarrow{OB} = (-y, x)$ có cùng môđun và vuông góc với nhau.

Câu 33. Viết $z = x + iy$ $(x, y \in \mathbb{R})$, tính $\dfrac{z-1}{z-i}$ rồi tính môđun của nó (nếu chưa biết rằng môđun của thương bằng thương các môđun và $|z - z'|$ là khoảng cách giữa hai điểm biểu diễn z, z').

Câu 34. Dễ thấy $\tan\dfrac{\widehat{AOB}}{2} = \dfrac{1}{2}$, từ đó tính $\tan\widehat{AOB}$.

Câu 36. Hai khối lăng trụ đứng có cùng chu vi đáy và cùng diện tích xung quanh thì có cùng chiều cao.

Câu 37. Mặt cầu có bán kính $A'A = A'C'$.

Câu 38. Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$ thì khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SMN) bằng ba lần khoảng cách từ I đến (SMN), khoảng cách này là đường cao kẻ từ I của tam giác vuông SIK, K là trung điểm của MN.

Câu 39. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp cũng là mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật.

Câu 40. Bán kính R của mặt cầu xác định bởi $(h-R)^2 = R^2 - \dfrac{a^2}{2}$ do tâm I của mặt cầu nằm trên đường cao SH của hình chóp, cách đều đỉnh S và một đỉnh của mặt đáy.

Câu 41. Kí hiệu O, O' là tâm đáy trên và đáy dưới, I là trung điểm OO', K là trung điểm của AB thì cạnh a của hình vuông $ABCD$ thỏa mãn $a = AB = 2IK$, $IK^2 = IO^2 + OK^2 = \dfrac{h^2}{4} + r^2 - \dfrac{a^2}{4}$, suy ra $a = \dfrac{3r}{2}$.

Câu 42. Hình thang $ABCD$ là ghép ba tam giác đều; gọi S là giao của các đường thẳng AD, BC thì diện tích cần tìm bằng hiệu số diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn đường kính AB với diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn đường kính CD.

Câu 43. Gọi H là tâm của hình vuông $ABCD$ thì H là trung điểm của AC và K là điểm sao cho I là trung điểm của HK.

Câu 44. Phác họa hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $y = 1$, thấy ngay trên trục Ox có hai điểm $(1; 0; 0)$, $(-1; 0; 0)$ và chỉ hai điểm đó thuộc quỹ tích ; suy ra quỹ tích là hai đường thẳng song song với Oz đi qua mỗi điểm đó.

Câu 45. Lăng trụ đứng đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}$ chiều cao bằng 2.

Câu 46. $M = (0, y, z)$ thì $AM^2 + BM^2 = 2y^2 - 4y + 2z^2 + 10 = 2[(y-1)^2 + z^2 + 4]$. Có lẽ cách này còn nhanh hơn là tính số nhỏ nhất trong bốn số $AM^2 + BM^2$ với M là điểm ở các đáp án đã cho ?

Câu 47. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng đó bằng 1.

Câu 48. Viết phương trình đường thẳng dạng tham số $\begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 2t \end{cases}$; cần tìm t để $x^2 + y^2 = 4$ tức $t^2 + (2-t)^2 = 4$.

Câu 49. Viết $M = (x, y, z)$, và thấy nếu tính $MA^2 + MB^2 - MC^2$ theo x, y, z thì được một biểu thức bậc hai dạng $(x^2 + y^2 + z^2) + ax + by + cz + d$, do đó, chọn đáp án A hoặc C. Để biết A, hoặc C thì chỉ cần thử 1 điểm : chẳng hạn

chọn $M = (1; 0; 0)$ thì biểu thức đó bằng 1 nên chọn đáp án A. Có thể cách này gọn hơn cách tính trực tiếp biểu thức đó theo x, y, z để được phương trình mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$.

Câu 50. Hai đường thẳng đó chéo nhau, một đường trong mặt phẳng $x = 0$, một đường trong mặt phẳng $x = 1$, hai mặt phẳng này song song; đường vuông góc chung của hai đường thẳng là OI, $I = (1; 0; 0)$. Mặt cầu đường kính OI tiếp xúc hai mặt phẳng đang xét theo thứ tự tại O và I nên tiếp xúc hai đường thẳng đó. Nó có bán kính $R = \frac{1}{2}$ nên ta chọn đáp án B. (Có thể suy luận chặt chẽ: đó là mặt cầu có bán kính bé nhất vì nếu có mặt cầu bán kính R tiếp xúc d tại P, tiếp xúc d' tại P' thì $2R \geq PP' \geq OI$ và có dấu bằng khi và chỉ khi P trùng với O, P' trùng với I).

Đáp án Đề 3

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	B	11	B	21	D	31	D	41	D
2	A	12	C	22	D	32	A	42	A
3	C	13	A	23	B	33	D	43	C
4	B	14	C	24	A	34	C	44	D
5	D	15	D	25	D	35	B	45	D
6	B	16	D	26	A	36	C	46	A
7	D	17	C	27	C	37	B	47	C
8	C	18	D	28	A	38	A	48	D
9	D	19	D	29	A	39	B	49	A
10	D	20	A	30	D	40	B	50	B

ĐỀ 4

Gợi ý - Hướng dẫn giải

Câu 3. Hai khoảng $(-1;1)$ và $(-\infty;+\infty)$ không nằm trọn trong tập xác định của hàm số đã cho nên A và D là những phương án trả lời sai. Ta cũng đã biết $\left(\ln|x|\right)' = \frac{1}{x}, \forall x \neq 0$ và hàm số đồng biến trên khoảng K khi $y' > 0, \forall x \in K$, từ đó C là phương án trả lời đúng. Chọn C.

Câu 4. Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=2$ nên A, C, D không thể là phương án đúng. Chọn B.

Câu 5. Sử dụng quy tắc thứ hai tìm cực trị, ta thấy $x=\pm 2$ là hai điểm cực tiểu, $x=0$ là điểm cực đại. Giá trị cực tiểu là $y=2$ (giá trị hàm số tại $x=\pm 2$). Chọn D.

Câu 6, 10. Sử dụng quy tắc tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn.

Câu 7. Phương trình xác định hoành độ giao điểm là $2x-\frac{7}{2}=\frac{x+1}{x+4}$.

Câu 8. Kí hiệu $A_1\left(x_1;y_1\right), A_2\left(x_2;y_2\right)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Để A_1, A_2 cách đều trục tung, điều kiện cần và đủ là $x_1+x_2=0$. Cần tìm m để y' có hai nghiệm phân biệt có tổng bằng 0.

Câu 9. $y=\frac{m\sqrt{x^2-1}+1}{x+1}=\frac{m\sqrt{x^2-1}}{x+1}+\frac{1}{x+1}$. Do đó

$$y=\frac{m|x+1|}{x+1}\cdot\sqrt{\frac{x^2-1}{(x+1)^2}}+\frac{1}{x+1}=\frac{m|x+1|}{x+1}\cdot\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}+\frac{1}{x+1}=\frac{m|x+1|}{x+1}\cdot\sqrt{\frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}}+\frac{1}{x+1}.$$

Vì vậy $\lim\limits_{x\to+\infty}y=m$, $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-m$, hai đường thẳng $y=m, y=-m$ đều là tiệm cận ngang. Đồ thị có một tiệm cận ngang duy nhất khi $m=0$. Chọn C.

Câu 11. Có $y'=3x^2+6x+1+m$. Cần $y'\le 0, \forall x\in K=(-1;1)$ hay

$m\le -3x^2-6x-1, \forall x\in K$.

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)=-3x^2-6x-1$ với $x\in K$ ta thấy yêu cầu được thực hiện khi $m\le -10$. Chọn A.

Câu 12. Chú ý rằng $1,5=\frac{3}{2}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$, phương trình được viết lại thành $\left(\frac{2}{3}\right)^{7-5x}=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}$. Phương trình cần giải trở thành $7-5x=x+1$. Chọn B.

Câu 13. Sử dụng công thức $\left(u^\alpha\right)'=\alpha u^{\alpha-1}u'$.

Câu 14. Giải bất phương trình $x^2-x-2>0$.

Câu 15. Đặt $t=2^x$, dẫn đến việc tìm nghiệm dương của bất phương trình $t^2-3t+1<0$. Tập nghiệm dương của bất phương trình này là

$\frac{3-\sqrt{5}}{2}<t<\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. Giải $\frac{3-\sqrt{5}}{2}<2^x<\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ bằng cách lôgarit hóa theo cơ số 2 (không đổi chiều). Chọn C.

Câu 16. Viết $f(x)=-\ln\sin x, g(x)=\ln(1+\sin x)-\ln\cos x, h(x)=-\ln\cos x$ và sử dụng công thức $(\ln u)'=\frac{u'}{u}$.

Câu 17. Sử dụng công thức đổi cơ số, ta được $\log_{30}8=\frac{\lg 8}{\lg 30}$.

Sử dụng tính chất lôgarit và giả thiết ta được

$\lg 8=\lg 2^3=3\lg 2=3\lg\frac{10}{5}=3(\lg 10-\lg 5)=3(1-a)$;

$\lg 30=\lg(10.3)=1+\lg 3=1+b$. Vậy $\log_{30}8=\frac{3(1-a)}{1+b}$. Chọn D.

Câu 19. Các phương án trả lời đều cho công thức tính a theo b và c. Để tính a theo b và c, ta lôgarit hóa cơ số 10 các đẳng thức điều kiện và nhận được $\lg b=\frac{1}{1-\lg a}$ (1) và $\lg c=\frac{1}{1-\lg b}$ (2). Thế (1) vào (2):

$$\lg c=\frac{1}{1-\frac{1}{1-\lg a}}=\frac{1-\lg a}{-\lg a}=-\frac{1}{\lg a}+1 \text{ hay } \frac{1}{\lg a}=1-\lg c \text{ hay } \lg a=\frac{1}{1-\lg c}.$$

Mũ hóa theo cơ số 10, ta nhận được phương án đúng là A.

Câu 20. Sử dụng $\log_2 u\le 2\Leftrightarrow 0<u\le 4$, ta thấy

$$(*)\Leftrightarrow 0<\log_{\frac{1}{2}}\left(2^x-\frac{31}{16}\right)\le 4\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}1<\log_{\frac{1}{2}}\left(2^x-\frac{31}{16}\right)\le\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^4.$$

Do đó $(*)\Leftrightarrow\frac{1}{16}\le 2^x-\frac{31}{16}<1$. Chọn B.

Câu 21. Vì $7x^2+7>0, \forall x$ nên bất phương trình tương đương với $7x^2+7<mx^2+4x+m$ hay $\frac{7x^2-4x+7}{x^2+1}<m$. Bất phương trình này cần phải đúng với mọi $x>0$. Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)=\frac{7x^2-4x+7}{x^2+1}$ (với $x>0$). Chú ý rằng $f'(x)=\frac{4x^2-4}{(x^2+1)^2}$ chỉ bị triệt

tiêu tại $x=\pm 1$ và $f(0)=7, f(1)=5, \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=7$ nên yêu cầu $f(x)<m$, $\forall x>0$ được thực hiện khi $m\geq 7$. Chọn B.

Câu 22. A đúng theo tính chất $\int u'(x)dx=u(x)+C$. B đúng do $\int(u+v)dx=\int udx+\int vdx$. D đúng theo định nghĩa $\left(\int u(x)dx\right)'=u(x)$. Chọn C.

Câu 23. Vì $\int\frac{1}{\cos^2 2x}dx=\frac{1}{2}\tan 2x+C$ nên $F(x)=\frac{1}{2}\tan 2x+C$. Do đó $F\left(\frac{\pi}{8}\right)=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}+C=0$. Vậy $F(x)=\frac{1}{2}\tan 2x-\frac{1}{2}$. Chọn A.

Câu 24. Giả sử $s=f(t)$ là công thức chuyển động của vật đã cho (tức là $f(t)$ cho khoảng cách từ vị trí của vật tại thời điểm t giây tới điểm gốc hệ quy chiếu). Theo ý nghĩa cơ học của đạo hàm thì

$$f'(t)=v(t)=2t-\sin\left(\pi t+\frac{\pi}{2}\right)=2t-\cos(-\pi t)=2t-\cos(\pi t).$$

Do đó sau 3,5 giây, vật di chuyển được một quãng đường là

$$\int_0^{\frac{7}{2}}v(t)dt=\int_0^{\frac{7}{2}}\left(2t-\cos(\pi t)\right)dt=\left(t^2-\frac{1}{\pi}\sin(\pi t)\right)\Big|_0^{\frac{7}{2}}=\frac{49}{4}+\frac{1}{\pi}\approx 12,57m=1257\text{ cm}.$$

Chọn B.

Câu 25. Từ phép đặt suy ra $\sqrt{x-1}=t-1, x=t^2-2t+2, dx=(2t-2)dt$. Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=1$, $x=2\Rightarrow t=2$. Từ đó A, C, D đúng. Do đó B sai. Chọn B.

Câu 26. Viết $xdx=\frac{1}{2}d\left(1+x^2\right)$ và sử dụng công thức tích phân từng phần.

Câu 27. Diện tích cần tính là

$$S=\int_0^{\frac{\pi}{6}}e^{\tan x}.\frac{1}{\cos^2 x}dx=\int_0^{\frac{\pi}{6}}e^{\tan x}d(\tan x)=e^{\frac{1}{\sqrt{3}}}-e^0=e^{\frac{1}{\sqrt{3}}}-1.$$ Chọn D.

Câu 28. Có $V_1=\frac{4\pi}{3}, V_2=\pi\int_0^1\frac{4}{(2-x)^2}dx=-4\pi\int_2^1\frac{dt}{t^2}=\frac{4\pi}{t}\Big|_2^1=2\pi, \frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{3}$. Chọn B.

Câu 29. D sai vì số 0 là số phức với phần thực và phần ảo cùng bằng 0.

Câu 30. Xem lại cách tính tổng và tích hai số phức, số phức liên hợp và môđun của một số phức.

Câu 31. Nếu $z = x + yi;\ x, y \in \mathbb{R}$ thì $z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$. Số phức z^2 được biểu diễn bởi $M\left(x^2 - y^2; 2xy\right)$. $M \in Oy \Leftrightarrow x^2 - y^2 = 0$. Đây là phương trình cặp đường phân giác các góc phần tư. Chọn D.

Câu 32. Viết lại phương trình đã cho thành $\left(z^2 - 4\right)\left(z^2 + 3\right) = 0$. Phương trình có hai nghiệm thỏa mãn $z^2 = 4$ và hai nghiệm thỏa mãn $z^2 = -3$. Vậy $T = 2.4^2 + 2.(-3)^2 = 50$. Chọn C.

Câu 33. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x = 2y + 1 \\ y = 2 - x. \end{cases}$

Câu 34. Nếu $M(x; y)$ là điểm biểu diễn z thì

$z = x + yi,\ z - v = x - a + (y - b)i$ nên $|z - v| = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$.

Điều kiện $|z - v| = 1 \Leftrightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 = 1$. Chọn C.

Câu 35. Từ giả thiết suy ra các mặt ASB, ASD, ABD của tứ diện $SABD$ là ba tam giác vuông cân bằng nhau có cạnh góc vuông bằng a. Tứ diện này có thể tích $V_1 = \frac{1}{3}.a.\left(\frac{1}{2}a^2\right) = \frac{a^3}{6}$. Ta có $V = 2V_1 = \frac{a^3}{3}$. Chọn B.

Câu 36. Từ giả thiết $ABCD$ là hình thoi với góc $\widehat{A} = 60^\circ$ suy ra ABD và CBD là hai tam giác đều bằng nhau. Gọi a (cm) là độ dài cạnh hai tam giác đều đó thì $BD = a$ và $AC = a\sqrt{3}$ là đường chéo nhỏ và đường chéo lớn của hình thoi $ABCD$, suy ra $B'D$ là đường chéo nhỏ, $A'C$ là đường chéo lớn của hình hộp. Vì vậy $B'D = a\sqrt{3}$. Tam giác vuông $B'BD$ có cạnh huyền $a\sqrt{3}$, cạnh góc vuông $BD = a$, suy ra $B'B = a\sqrt{2}$. Do đó, khối hộp có chiều cao $a\sqrt{2}$, diện tích đáy $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ và có thể tích $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. Vì $V = 2\sqrt{3}$ thì $a^3\sqrt{6} = 4\sqrt{3} \Rightarrow a = \sqrt{2}$ và chiều cao hình hộp $B'B = \sqrt{2}.\sqrt{2} = 2$ cm.

Câu 37. Gọi N là giao điểm của mặt phẳng đã cho với cạnh $B'C'$ thì $MN // A'B'$. Từ giả thiết suy ra khối lăng trụ tam giác $AA'M.BB'N$ có thể tích bằng $\frac{1}{4}$ thể tích khối $AA'D'D.BB'C'C$, do đó $dt_{AA'M} = \frac{1}{4} dt_{AA'D'D}$.

Vì vậy $A'M = \frac{1}{2}A'D' = 6$ cm. Chọn C.

Câu 38. Kí hiệu x là độ dài (tính bằng cm) của cạnh đáy hình chóp. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm AB và DC. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống SN thì $MH \perp (SCD)$, khoảng cách từ A tới mặt bên (SCD) chính là MH. Do đó từ giả thiết suy ra tam giác vuông SMN có hai cạnh góc vuông là $MS = \frac{x\sqrt{3}}{2}, MN = x$ và có đường cao $MH = \sqrt{\frac{3}{7}}$.

Vì vậy $\frac{1}{\left(\frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{\left(\sqrt{\frac{3}{7}}\right)^2} \Leftrightarrow \frac{4}{3x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{7}{3} \Leftrightarrow x = 1$. Chọn B.

Câu 39. Từ giả thiết suy ra khối trụ có bán kính đáy $\frac{a}{2}$, chiều cao a, diện tích xung quanh là $a.2\pi.\frac{a}{2} = \pi a^2$. Chọn A.

Câu 40. Khối trụ có chiều cao 10cm, bán kính đáy 5cm, thể tích $V = 10.\pi.5^2 = 250\pi$ cm^3. Chọn B.

Câu 41. Kí hiệu a là độ dài cạnh hình lập phương thì khối nón có chiều cao a, bán kính đáy $\frac{a}{2}$; khối trụ ngoại tiếp khối lập phương có chiều cao a, bán kính đáy $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Do đó khối trụ và khối nón có thể tích V_1, V_2 tương ứng là

$V_1 = a.\pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^3\pi}{2}$, $V_2 = \frac{1}{3}.a.\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^3\pi}{12}$.

Từ đó $V_1 = 6V_2$. Theo giả thiết có $V_2 = 1\,\text{cm}^3$, suy ra $V_1 = 6\,\text{cm}^3$. Chọn D.

Câu 42. Gọi a là độ dài cạnh của tam giác đều sinh ra khối nón. Như vậy, khối nón có chiều cao $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ và bán kính đáy $\frac{a}{2}$, đường sinh a, diện tích xung quanh $S_1 = \pi a\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{\pi a^2}{2}$. Khối trụ có chiều cao $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, bán kính đáy $\frac{a}{2}$, diện tích xung quanh $S_2 = 2\pi.\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. Khử a^2 ta được $S_2 = S_1\sqrt{3}$.

Theo giả thiết $S_1 = 2\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ suy ra $S_2 = 6\,\text{cm}^2$. Chọn B.

Câu 43. Từ giả thiết suy ra $I(1;2;3), J\left(\frac{3}{2};2;3\right)$ suy ra D sai. Cả ba phương án A, B, C đều cần tính vectơ $\overrightarrow{IJ}$, từ giả thiết thấy $\overrightarrow{IJ}\left(\frac{1}{2};0;0\right), \overrightarrow{AB}(0;2;4)$ suy ra $\overrightarrow{IJ}.\overrightarrow{AB}=0$. Do đó, A đúng.

Câu 44. (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{v}(4;1;0)$. Các vectơ vuông góc với (P) phải có tọa độ tỉ lệ với tọa độ của $\vec{v}(4;1;0)$. Chọn B.

Câu 45. Chọn D, vì khoảng cách từ I tới (P) là $\frac{|0-6-2+1|}{\sqrt{4^2+3^2+2^2}}=\frac{7}{\sqrt{29}}$.

Câu 46. Từ giả thiết suy ra $\overrightarrow{AB}(3;-2;0), \overrightarrow{CA}(-1;2;1)$. Tích có hướng của hai vectơ này là $\vec{n}(-2;-3;4)$.

Do đó, (ABC) có phương trình $-2(x-1)-3(y-0)+4(z-0)=0$. Chọn B.

Câu 47. (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2;3;1)$ cũng là vectơ chỉ phương của d. Phương trình tham số của d là $\begin{cases}x=2+2t\\y=3+3t\\z=5+t\end{cases}$. Tọa độ giao điểm của d với Oz được xác định bởi nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}2+2t=0\\3+3t=0\end{cases}\Leftrightarrow t=-1$. Giao điểm là $(0;0;4)$. Chọn D.

Câu 48. Có hai mặt phẳng song song với (P) và cách A cùng một khoảng $h=\sqrt{6}$. Vì vậy, A và C không thích hợp. Hai mặt phẳng trong phương án B không song song với (P) nên B cũng không thích hợp. Chọn D.

Câu 49. Từ phương trình xác định d suy ra tâm mặt cầu phải có dạng $I(t;-1;-t)$ nên A và D không thích hợp. Thử B thấy không thích hợp, suy ra chọn C (hoặc thử C thấy thích hợp, chọn C).

Câu 50. Điểm M có tọa độ thoả mãn phương trình (S) nên $M\in(S)$. Tâm (S) là $I(1;-1;0)$, do đó $\overrightarrow{MI}(1;0;0)$ là vectơ pháp tuyến của (P). Mặt phẳng (P) qua $M(0;-1;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{MI}(1;0;0)$ nên (P) có phương trình $1.(x-0)+0.(y+1)+0.(z-0)=0\Leftrightarrow x=0$. Chọn B.

Đáp án Đề 4

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	D	11	A	21	B	31	D	41	D
2	B	12	B	22	C	32	C	42	B
3	C	13	C	23	A	33	A	43	A
4	B	14	A	24	B	34	C	44	B
5	D	15	C	25	B	35	B	45	D
6	D	16	B	26	A	36	A	46	B
7	A	17	D	27	D	37	C	47	D
8	B	18	B	28	B	38	B	48	D
9	C	19	A	29	D	39	A	49	C
10	D	20	B	30	D	40	B	50	B

ĐỀ 5

Gợi ý - Hướng dẫn giải

Câu 2. Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị có tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=1$ nên A, C, D không phù hợp. Chọn B.

Câu 3. Hàm số $y=\ln|2x-1|$ có $y'=\dfrac{2}{2x-1}$. Như vậy $y'>0\Leftrightarrow x\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ nên C đúng.

Câu 4. $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}} y=\infty, \lim\limits_{x\to\infty} y=\dfrac{1}{2}$; đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-\dfrac{1}{2}$, tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{2}$ nên A, B, C không phù hợp. Chọn D.

Câu 5. Ta có $y=\sin 2x, y'=2\cos 2x, y''=-4\sin 2x$; $y'=0\Leftrightarrow\cos 2x=0$

$\Leftrightarrow 2x=\pm\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Mà $y''\left(\pm\dfrac{\pi}{4}+k\pi\right)=-4\sin\left(\pm\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\right)=\mp 4$. Các điểm cực tiểu của hàm số là $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$. Các giá trị cực tiểu là $y\left(-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\right)=\sin\left(-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\right)=-1$.

Chọn C.

Câu 6. $y'=0\Leftrightarrow 1-\sin x=0$. Trong khoảng $\left(\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{3}\right)$ phương trình $y'=0$ chỉ có một nghiệm là $x=\frac{\pi}{2}$. Giá trị của $y=x+\cos x$ tại $\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{3}$ lần lượt là $\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{3}+\frac{1}{2}$. Do đó $\max\limits_{D} y=\frac{5\pi}{3}+\frac{1}{2},\min\limits_{D} y=\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}$. Chọn A.

Câu 7. Phương trình $2x-\frac{13}{4}=\frac{x^2-1}{x+2}$ có hai nghiệm $x=2,x=-\frac{11}{4}$. Chọn C.

Câu 8. Cần tìm m để $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt với tổng bằng 0. Có $y'=\frac{x^2+2mx+2m-2}{(x+m)^2}$. Điều kiện $x_1+x_2=0\Leftrightarrow -2m=0\Leftrightarrow m=0$. Chọn A.

Câu 9. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0$. Đồ thị có một tiệm cận duy nhất là đường $y=0$. Chọn B.

Câu 10. $y'=2\cos x+2\cos 2x=4\cos\frac{x}{2}\cos\frac{3x}{2}$. Trong khoảng $\left(0;\frac{3\pi}{2}\right)$ phương trình $y'=0$ có đúng hai nghiệm $x=\frac{\pi}{3}$ và $x=\pi$. Giá trị của y tại $x=0,x=\frac{\pi}{3},x=\pi,x=\frac{3\pi}{2}$ lần lượt là $0,\frac{3\sqrt{3}}{2},0,-2$. Do đó $M=\frac{3\sqrt{3}}{2}$, $m=-2$, tích $Mm=-3\sqrt{3}$. Chọn B.

Câu 11. Có $y'=4mx^3+2\left(m^2-9\right)x$. Cần tìm m để y' có ba nghiệm phân biệt, tức là tam thức bậc hai $2mx^2+m^2-9$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 0. Vậy phải có $\frac{-m^2+9}{2m}>0$, tức là $m<-3,0<m<3$. Chọn C.

Câu 12. Viết lại phương trình thành $10^{x^2-3}=10^{3x-5}$ hay $x^2-3=3x-5$. Phương trình có hai nghiệm $x=1,x=2$. Tổng các nghiệm là 3. Chọn A.

Câu 13. Sử dụng công thức $\left(u^\alpha\right)'=\alpha u^{\alpha-1}u'$.

Câu 14. Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2+x-2\neq 0$.

Câu 15. Chia hai vế bất phương trình cho 4^x và đặt $t=\left(\frac{5}{2}\right)^x>0$, ta được bất phương trình $2t^2+t-1>0$. Nghiệm dương của bất phương trình ẩn t này là

$t > \frac{1}{2}$. Bất phương trình trở thành $\left(\frac{5}{2}\right)^x > \frac{1}{2} \Leftrightarrow x > \log_{\frac{5}{2}} \frac{1}{2} \Leftrightarrow x > \log_{\frac{2}{5}} 2$.

Chọn C.

Câu 16. $f'(x) = \frac{4-2x}{4x-x^2} \Rightarrow f'(2) = 0$. Chọn B.

Câu 17. Sử dụng công thức đổi cơ số, ta có

$$\log_{\sqrt{3}} \sqrt[6]{a^2+1} = \frac{\log_{a^2+1} \sqrt[6]{a^2+1}}{\log_{a^2+1} \sqrt{3}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}\log_{a^2+1} 3} = \frac{1}{3\log_{a^2+1} 3} = \frac{1}{\log_{a^2+1} 27} = \frac{1}{b^2+1}.$$

Chọn C.

Câu 19. Ta có $\frac{\log_a c + \log_b c}{\log_a c . \log_b c} = \frac{1}{\log_b c} + \frac{1}{\log_a c} = \log_c b + \log_c a = \log_c (ab) = \frac{1}{\log_{ab} c}$.

Suy ra $\log_{ab} c = \frac{\log_a c . \log_b c}{\log_a c + \log_b c}$. Do đó B đúng.

Câu 20. Rõ ràng A, C, D đúng. Do đó B sai. Chọn B.

Câu 21. Đặt $t = 3^x \ (t > 0)$ thì bất phương trình trở thành $t^2 + 3 > m(t+1) \Leftrightarrow m < \frac{t^2+3}{t+1}$.

Cần tìm m nhỏ hơn mọi giá trị của hàm $f(t) = \frac{t^2+3}{t+1} (t > 0)$. Ta có $f'(t) = \frac{t^2+2t-3}{(t+1)^2}$. Trong khoảng $(0; +\infty)$ đạo hàm chỉ triệt tiêu tại $t = 1$.

Chú ý rằng $f(0) = 3, f(1) = 2, \lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = +\infty$ nên $\min\limits_{t \in (0;+\infty)} f(t) = 2$. Phải có $m < 2$. Chọn C.

Câu 23. $F(x)$ là nguyên hàm của $\sin 2x$ nên $F(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$, $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = C + \frac{1}{2}$.

Do đó điều kiện $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow C = \frac{1}{2}$ nên $F(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{2}$. Chọn B.

Câu 24. Từ ý nghĩa cơ học của đạo hàm suy ra tại thời điểm $t = t_0$ hai viên đạn cách nòng súng lần lượt là $s_1 = \int\limits_0^{t_0} 3t^2 dt = t_0^3$, $s_2 = \int\limits_0^{t_0} (2t+5) dt = t_0^2 + 5t_0$. Tìm nghiệm dương của bất phương trình

$$s_1 > s_2 \Leftrightarrow t_0^3 > t_0^2 + 5t_0 \Leftrightarrow t_0^2 - t_0 - 5 > 0,$$

ta được $t_0 > \frac{1+\sqrt{21}}{2} \approx 2,79$. Do đó từ giây thứ ba, viên đạn thứ nhất xa điểm xuất phát hơn viên đạn thứ hai.

Câu 25. D sai (không đổi cận).

Câu 26. Đổi biến $t = \sqrt{x}$ rồi tích phân từng phần, ta có

$$\int_0^{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2} \cos\sqrt{x}dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos t.2tdt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2td(\sin t) = 2t\sin t\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin td(2t)$$

$$= \pi - 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin tdt = \pi - 2.$$

Chọn A.

Câu 27. $S = \int_0^{\pi} \left|1 + \sin x - \cos^2 x\right| dx = \int_0^{\pi} \left|\sin^2 x + \sin x\right| dx = \int_0^{\pi} \left(\sin^2 x + \sin x\right) dx = \frac{\pi}{2} + 2.$

Chọn B.

Câu 28. $V = \left|\pi \int_0^1 \left[\left(x^2 - 4x + 6\right)^2 - \left(-x^2 - 2x + 6\right)^2\right] dx\right| = \left|\pi \int_0^1 \left(-12x^3 + 36x^2 - 24x\right) dx\right|$

$$\int_0^1 \left(-12x^3 + 36x^2 - 24x\right) dx = \left(-3x^4 + 12x^3 - 12x^2\right)\Big|_0^1 = -3;\ V = 3\pi.$$

Chọn C.

Câu 29. $z = -11$ là số phức với phần thực -11, phần ảo 0. Vậy C sai.

Câu 30. Sử dụng định nghĩa phép chia hai số phức và định nghĩa môđun của một số phức.

Câu 31. Nếu $z = x + yi$ thì $z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$. Nếu z^2 có điểm biểu diễn thuộc trục hoành thì $2xy = 0$. Đây là phương trình hai trục tọa độ. Chọn D.

Câu 32. Giải hệ $x^2 - 3x = y + 1, 5y^2 + y + 1 = y^2 + 2y + 6$ hay

$4y^2 - y - 5 = 0, y = x^2 - 3x - 1$.

Hệ có 4 nghiệm. Chọn C.

Câu 33. $i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1, i^5 = i$.

Do đó với mọi $k \in \mathbb{N}$, $i^{4k} = 1, i^{4k+1} = i, i^{4k+2} = -1, i^{4k+3} = -i$.

Vậy A, C, D đúng. Chọn B.

Câu 34. Nếu $z=x+yi$ thì $z(i+1)-1-i=(x-1-y)+(x-1+y)i$. Do đó, điều kiện cho trong đề bài trở thành $(x-1-y)^2+(x-1+y)^2=2$ hay $(x-1)^2+y^2=1$. Chọn B.

Câu 35. Sử dụng tính chất: Mặt chéo tam giác của khối lập phương chia đường chéo lập phương theo tỉ số 1:2, suy ra $A'C=3A'E=3\sqrt{3}$ cm. Gọi x (cm) là độ dài cạnh lập phương thì đường chéo lập phương bằng $x\sqrt{3}$, từ đó suy ra $x=3$. Thể tích của khối lập phương bằng 27 cm^3. Chọn A.

Câu 36. Kí hiệu $ABCD.A'B'C'D'$ là khối lăng trụ đã cho, đáy $ABCD$ là hình thoi với góc nhọn 45°. Kí hiệu a là độ dài cạnh hình thoi thì hình thoi có diện tích $S=a^2\sin 45^\circ=\dfrac{a^2}{\sqrt{2}}$.

Kẻ đường cao AH của khối lăng trụ thì $\widehat{AA'H}$ là góc mà cạnh bên AA' tạo với mặt phẳng đáy do đó $\widehat{AA'H}=45^\circ$, tam giác $AA'H$ vuông cân tại H. Theo giả thiết $AA'=2a\Rightarrow AH=AA'.\dfrac{\sqrt{2}}{2}=a\sqrt{2}$. Vì vậy, lăng trụ có thể tích $V=AH.S=a\sqrt{2}.\dfrac{a^2}{\sqrt{2}}=a^3$. Theo giả thiết thì $V=1000\,\text{cm}^3$, do đó $a=10\,\text{cm}\Rightarrow 2a=20\text{cm}$. Chọn B.

Câu 37. Từ giả thiết suy ra ABC là tam giác đều. Gọi O là trọng tâm tam giác thì O chia đường cao tam giác đều thành hai đoạn theo tỉ số 2:1, do đó tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC với tỉ số đồng dạng $\dfrac{2}{3}$, tỉ số diện tích là $\dfrac{4}{9}$. Gọi h là chiều cao lăng trụ (cũng là chiều cao hình chóp $A'.ADE$). Kí hiệu S là diện tích ABC thì diện tích ADE là $\dfrac{4}{9}S$. Lăng trụ và khối tứ diện $A'ADE$ có thể tích lần lượt là $V_1=h.S, V_2=\dfrac{1}{3}h.\dfrac{4}{9}S=\dfrac{4}{27}hS$. Từ đó $V_2=\dfrac{4}{27}V_1$. Theo giả thiết $V_1=27\,\text{cm}^3$, suy ra $V_2=4\ \text{cm}^3$. Chọn A.

Câu 38. SA là đường cao của hình chóp, $ABCD$ là hình chữ nhật nên góc $\widehat{SBA}$ là góc mà mặt phẳng (SBC) tạo với đáy. Đặt $h=SA$, V là thể tích khối chóp thì $V=\dfrac{1}{3}.a.2a.h=\dfrac{2ha^2}{3}$.

Lại theo giả thiết, $V=\dfrac{2a^3}{3}$, từ đó $\dfrac{2a^2h}{3}=\dfrac{2a^3}{3}\Leftrightarrow h=a\Leftrightarrow SAB$ là tam giác vuông cân, góc $\widehat{SBA}=45^\circ$. Chọn C.

Câu 39. Kí hiệu a (cm) là độ dài cạnh tam giác đều ABC, theo giả thiết $AA'=2a$, lăng trụ có thể tích $V=2a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh a có bán kính là $r=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. Khối trụ được xét có thể tích $V_1=2a.\pi r^2=2a\pi\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2=\dfrac{\pi a^3}{6}$. Khử a khỏi hai biểu thức tính thể tích trên, ta có $V_1=\dfrac{\pi V}{3\sqrt{3}}$. Theo giả thiết $V=3\sqrt{3}\ \text{cm}^3$, từ đó $V_1=\pi\ \text{cm}^3$. Chọn D.

Câu 40. $V=h\pi R^2$ với $h=5\text{m}$, $R=\dfrac{1}{2}\text{m}$ từ đó $V=\dfrac{5\pi}{4}\approx 3,927\ \text{m}^3$. Chọn A.

Câu 41. Hình vuông $ABCD$ cạnh $\sqrt{6}$ cm có đường chéo $AC=\sqrt{6}.\sqrt{2}=2\sqrt{3}$ cm. Gọi O là tâm hình vuông thì SO là đường cao hình nón, OA là bán kính đáy hình nón và $OA=\dfrac{AC}{2}=\sqrt{3}$ (cm).

Tam giác đều SAC cạnh $2\sqrt{3}$ (cm) có đường cao $SO=2\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\,(\text{cm})$ nên hình nón có thể tích $V=\dfrac{1}{3}.SO.\pi.OA^2=\dfrac{1}{3}.3.\pi.3=3\pi\ (\text{cm}^3)$. Vậy C là phương án trả lời đúng.

Câu 42. Theo giả thiết, thiết diện qua trục là tam giác đều SAB, tâm đáy là trung điểm O của AB. Kẻ đường cao OH của tam giác OSB, theo giả thiết $OH=\sqrt{3},\widehat{OBS}=60^\circ$.

Nên $OB=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}=2, SB=2.OB=4$. Khối nón có diện tích xung quanh $\pi.SB.OB=8\pi\ (\text{cm}^2)$. Chọn B.

Câu 43. $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=(4;0;3)$ là vectơ đường chéo của hình hộp, độ dài đường chéo hình hộp nhận OA,OB,OC làm ba cạnh là $OD=\left|\overrightarrow{OD}\right|=\sqrt{4^2+0^2+3^2}=5$. Chọn C.

Câu 44. Chỉ có vectơ trong B có các tọa độ tỉ lệ với bộ ba số (3; –2; 1). Chọn B.

Câu 45. Các mặt cầu trong A, B, C, D đều có bán kính bằng 1. Xác định tâm mỗi mặt cầu rồi tính khoảng cách từ tâm tới mặt phẳng $(P): 3x-4z-1=0$, chỉ có tâm mặt cầu cho trong C cách (P) một khoảng bằng 1. Chọn C.

Câu 46. Tọa độ M không thỏa mãn các phương trình cho trong B, C, D nên trái yêu cầu mặt phẳng qua M. Vậy chọn A.

Câu 47. Chỉ xét điều kiện thuộc (P), ta thấy A, B, C bị loại. Chọn D.

Câu 48. Thay tọa độ $A(1;0;0)$ vào các phương trình cho trong A, B, C, D (yêu cầu phải thỏa mãn cả hai phương trình trong mỗi phương án), ta thấy ngay B, C, D bị loại. Chọn A.

Câu 49. Từ phương trình của d và d' ta thấy $(P): x=1$ chứa d; $(P'): x=5$ chứa d'. Hai mặt phẳng này song song với nhau và cách nhau một khoảng bằng 4, suy ra độ dài đoạn vuông góc chung của d và d' là 4. Chọn C.

Câu 50. Viết lại phương trình d dưới dạng tham số bằng cách đặt $y=t$ thì phương trình xác định d trở thành $x=1+t, y=t, z=-t$. Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;1;-1)$, còn mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;1;2)$, từ đó $\vec{u}.\vec{n}=0$, suy ra d song song với (hoặc nằm trong) (P). Thế $x=1+t, y=t, z=-t$ vào phương trình (P) ta được đẳng thức đúng với mọi t, vì vậy d nằm trong (P). Chọn A.

Đáp án Đề 5

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	B	11	C	21	C	31	D	41	C
2	B	12	A	22	D	32	C	42	B
3	C	13	B	23	B	33	B	43	C
4	D	14	D	24	D	34	B	44	B
5	C	15	C	25	D	35	A	45	C
6	A	16	B	26	A	36	B	46	A
7	C	17	C	27	B	37	A	47	D
8	A	18	A	28	C	38	C	48	A
9	B	19	B	29	C	39	D	49	C
10	B	20	B	30	B	40	A	50	A

ĐỀ 6

Gợi ý – Hướng dẫn giải

Câu 2. Từ bảng biến thiên ta thấy tập xác định của hàm số là $(-\infty;+\infty)$, vì thế A, B, C không phù hợp. Chọn D.

Câu 3. Các khoảng cho trong A và D chứa $x=0$ làm hàm số không xác định, vậy A và D không phù hợp. Ta có $y'=\left(\ln x^2\right)'=\dfrac{2x}{x^2}$ cùng dấu với x nê hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$. Chọn C.

Câu 4. Hàm số đã cho có tập xác định là $(-\infty;+\infty)$ vì vậy B, C, D không phù hợp. Chọn A.

Câu 5. $y'=2\cos 2x-1, y''=-4\sin 2x$. $y'=0$ có các nghiệm là $x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z}$

Với $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$ thì $y''=-4\sin\dfrac{\pi}{3}<0$, $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$ là các điểm cực đại.

Với $x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi$ thì $y''=-4\sin\dfrac{-\pi}{3}>0$, $x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi$ là các điểm cực tiểu. Chọn C.

Câu 6. Trong khoảng $\left(\dfrac{3}{2};3\right)$ đạo hàm $y'=\dfrac{x^2-2x-1}{(x-1)^2}$ chỉ có một nghiệm $x=1+\sqrt{2}$. Giá trị của y tại $x=\dfrac{3}{2}, x=1+\sqrt{2}, x=3$ lần lượt là $\dfrac{13}{2};2+2\sqrt{2};5$ do đó $\max\limits_{D} y=\dfrac{13}{2}, \min\limits_{D} y=2+2\sqrt{2}$. Chọn B.

Câu 7. Phương trình $(x+1)^3=-x^3+2x^2+2x+2\Leftrightarrow 2x^3+x^2+x-1=0$ có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{1}{2}$. Giá trị hàm số $y=(x+1)^3$ tại $x=\dfrac{1}{2}$ là $y_0=\dfrac{27}{8}$. Chọn B.

Câu 8. Với mọi m hàm số luôn có hai điểm cực trị $x=0, x=-2$. Hai điểm cực trị của đồ thị là $A(0;m), B(-2;m+4)$. Từ đó $\overrightarrow{OA}=(0;m), \overrightarrow{OB}=(-2;m+4)$. $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=m(m+4)$. Tích này bằng 0 khi $m=0, m=-4$, tuy nhiên khi $m=0$ thì $A\equiv O$, không được tam giác OAB. Vậy chọn B.

Câu 9. Có $y=\dfrac{x+1}{\left(m^2+1\right)\sqrt{x^2-4}}=\dfrac{x+1}{\left(m^2+1\right)|x|\sqrt{1-\dfrac{4}{x^2}}}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\dfrac{1}{m^2+1}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\dfrac{-1}{m^2+1}$.

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang. $\lim\limits_{x\to 2^+} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to(-2)^-} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng. Chọn D.

Câu 10. Đặt $t=\cos^2 x$, hàm số đã cho trở thành $f(t)=t^2-t-1$ với $t\in[0;1]$. Trong khoảng $(0;1)$, $f'(t)$ có nghiệm duy nhất $t=\dfrac{1}{2}$. Giá trị của $f(t)$ tại $t=0;\ t=\dfrac{1}{2};\ t=1$ lần lượt là $-1;-\dfrac{5}{4};-1$ nên $M=-1, m=-\dfrac{5}{4}$. Do đó, $M.m=\dfrac{5}{4}$. Chọn A.

Câu 11. $y'=3x^2-6mx$ có hai nghiệm $x_1=0,\ x_2=2m$. Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $m\neq 0$. Khi đó hai điểm cực trị của đồ thị là $A_1\left(0;4m^3\right), A_2\left(2m;0\right)$, hai điểm này đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$ khi và chỉ khi $4m^3=2m$. Chọn C.

Câu 12. Chú ý rằng $0,6=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}; \dfrac{25}{9}=\left(\dfrac{5}{3}\right)^2=\left(\dfrac{3}{5}\right)^{-2}; \dfrac{27}{125}=\left(\dfrac{3}{5}\right)^3$ nên phương trình được viết lại thành $\left(\dfrac{3}{5}\right)^{x-2\left(x^2-12\right)}=\left(\dfrac{3}{5}\right)^9$ hay $x-2\left(x^2-12\right)=9$. Hai nghiệm là $x=3,\ x=-\dfrac{5}{2}$. Chọn A.

Câu 13. Sử dụng $\left(u^\alpha\right)'=\alpha u^{\alpha-1}u'$.

Câu 14. Hàm số được xác định khi $\dfrac{x-2}{x+1}\neq 0\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}\setminus\{2;-1\}$. Chọn C.

Câu 15. Viết lại bất phương trình thành $2^{2x-3}\left(2^2+2+1\right)\geq 448$.

Câu 16. $f(x)=\dfrac{1}{2}\ln\left(x^2-x-12\right), f'(x)=\dfrac{2x-1}{2\left(x^2-x-12\right)}$. Chú ý rằng tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;-3)\cup(4;+\infty)$ mà $-2\notin D$ suy ra D sai. Chọn D.

Câu 17. $\log_a \dfrac{a^4\sqrt[3]{b}}{c^3} = 4 + \dfrac{1}{3}\log_a b - 3\log_a c = 4 + 1 + 6 = 11$. Chọn C.

Câu 18. Sử dụng quy tắc tính đạo hàm của một thương, ta có

$$y' = \frac{(2x+1)9^x - (x^2+x)9^x \ln 9}{(9^x)^2} = \frac{2x+1-(x^2+x)2\ln 3}{9^x}.$$ Chọn A.

Câu 19. Mũ hóa theo cơ số 10, ta có

$M = \lg A - \lg A_0 \Leftrightarrow \lg A = M + \lg A_0 \Leftrightarrow A = A_0.10^M$.

Vì vậy, biên độ A của mỗi trận động đất được tính theo công thức $A = A_0.10^M$, trong đó A_0 là biên độ chuẩn, M là cường độ của trận động đất. Trận động đất ở San Francisco có $M = 8,3$ nên có biên độ $A_1 = A_0.10^{8,3}$. Trận động đất ở Nam Đại Tây Dương có $M = 7,3$ nên có biên độ $A_2 = A_0.10^{7,3}$. Động đất ở San Francisco có biên độ gấp 10 lần biên độ động đất ở Nam Đại Tây Dương ($A_1 : A_2 = 10$). Chọn B.

Câu 20. Điều kiện có nghĩa: $-x > 0 \Leftrightarrow x < 0$ vì vậy B và D sai. Theo quy ước về cách bỏ dấu ngoặc trong các biểu thức lôgarit thì $\ln^2(-x) = (\ln(-x))^2$, còn $\ln(-x)^2 = \ln((-x)^2)$, vì vậy A sai. Với điều kiện $x < 0$ thì $\ln(x^2) = \ln((-x)^2) = 2\ln(-x)$. Vậy C đúng.

Câu 21. Phương trình đã cho tương đương với $m = \dfrac{(x+1)^2}{x}$ với điều kiện $x > -1,\ x \neq 0$. Phương trình đã cho sẽ có nghiệm khi và chỉ khi m là một giá trị của hàm số $f(x) = \dfrac{(x+1)^2}{x}, x > -1$. Ta có $f'(x) = \dfrac{x^2-1}{x^2}$ chỉ có một nghiệm trong $D = (-1;0) \cup (0;+\infty)$ (là $x = 1$). Hơn nữa :

$f(-1) = 0, \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -\infty, \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty, f(1) = 4, \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ nên tập giá trị của hàm số đang xét là $(-\infty;0] \cup [4;+\infty)$. Vậy $m \in (-\infty;0) \cup [4;+\infty)$. Chọn D.

Câu 24. Sau 2 giờ đầu (120 phút) lượng nước thất thoát là

$$\int_0^{120}\mu(t)\,dt=\left.\frac{(t+1)^3}{3}\right|_0^{120}=590\,520\ (\text{cm}^3)$$ hay 590,520 lít. Chọn A.

Câu 25. $t=\sqrt{x^2-1}\Rightarrow t^2=x^2-1\Rightarrow x^2=t^2+1\Rightarrow d\left(x^2\right)=d\left(t^2+1\right)\Rightarrow xdx=tdt$

nên A, B đúng. Đổi cận: $x=\frac{2}{\sqrt{3}}\Rightarrow t=\frac{1}{\sqrt{3}};x=\sqrt{2}\Rightarrow t=1$ nên C sai. Chọn C.

Câu 26. Tích phân từng phần

$$I=\int_1^2\ln(1+x)\,d\left(\frac{-1}{x}\right)=-\frac{1}{x}\ln(1+x)\Big|_1^2-\int_1^2\frac{-1}{x}\,d\left(\ln(1+x)\right)$$

$$=\ln 2-\frac{1}{2}\ln 3+\int_1^2\frac{1}{x(x+1)}\,dx=3\ln 2-\frac{3}{2}\ln 3=3\ln 2-3\ln\sqrt{3}$$. Chọn A.

Câu 27. Diện tích S cần tính là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $x=y,x=\frac{y^2}{2}$,

$y=0,y=3$ nên

$$S=\int_0^3\left|\frac{y^2}{2}-y\right|dy=\int_0^2\left|\frac{y^2}{2}-y\right|dy+\int_2^3\left|\frac{y^2}{2}-y\right|dy=\left|\int_0^2\left(\frac{y^2}{2}-y\right)dy\right|+\left|\int_2^3\left(\frac{y^2}{2}-y\right)dy\right|$$

(do $\frac{y^2}{2}-y=0$ chỉ có hai nghiệm $y=0,y=2$). Đáp số $S=\frac{4}{3}$. Chọn D.

Câu 28. $V=\left|\pi\int_0^3\left(\frac{x^6}{9}-x^4\right)dx\right|=\frac{486\pi}{35}$. Chọn B.

Câu 31. Nếu $z=x+yi$ thì $v=z^2-\left(\bar{z}\right)^2=4xyi$ là số thuần ảo, có điểm biểu diễn thuộc trục tung. Vậy chọn A.

Câu 32. $z^4+7z^2+12=0\Leftrightarrow\left(z^2+3\right)\left(z^2+4\right)=0$. Như vậy, phương trình có bốn nghiệm: hai nghiệm của $z^2=-3$, hai nghiệm của $z^2=-4$. Do đó

$T=z_1^4+z_2^4+z_3^4+z_4^4=(-3)^2+(-3)^2+(-4)^2+(-4)^2=50$. Chọn C.

Câu 33. $(1+i)^2=2i,(1+i)^4=-4,(1+i)^8=16,(1+i)^{10}=32i$. Chọn A.

Câu 34. Nếu $z=x+yi$ thì

$z-1-2i=x-1+(y-2)i,3i+1-2\bar{z}=(1-2x)+(2y+3)i$.

Điều kiện để cho trở thành $4\left[(x-1)^2+(y-2)^2\right]=(1-2x)^2+(2y+3)^2$, rút gọn ta, được phương trình cho trong A. Vậy chọn A.

Câu 35. Khối chóp $G.A'B'C'$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chung đáy $A'B'C'$ và chung chiều cao. Do đó khối lăng trụ có thể tích V gấp 3 lần thể tích $GA'B'C'$, tức $V=27\,\text{cm}^3$. Gọi a là độ dài cạnh AC thì từ giả thiết suy ra $AB=a\sqrt{2}, V=2a.\dfrac{a^2}{2}=a^3$ (do chiều cao gấp đôi AC).

Từ đó $a^3=27\,\text{cm}^3$, $a=3\,\text{cm}$, $AB=3\sqrt{2}$ cm. Chọn B.

Câu 36. NP là đường trung bình của tam giác $C'B'D'$ nên $S_{C'NP}=\dfrac{1}{4}S_{C'B'D'}=\dfrac{1}{8}S_{A'B'C'D}$.

Hình chóp $M.C'NP$ và khối hộp có chiều cao bằng nhau và có $S_{C'NP}=\dfrac{1}{8}S_{A'B'C'D'}$ nên khối hộp có thể tích V gấp 24 lần thể tích khối chóp, tức là $V=120\,\text{cm}^3$. Chọn A.

Câu 37. Kí hiệu a (cm) là độ dài cạnh lập phương, O là tâm mặt $(AA'D'D)$ thì $DO=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ là chiều cao hình chóp $D.ABC'D'$, đáy hình chóp là hình chữ nhật với hai kích thước $a, a\sqrt{2}$. Do đó, khối chóp có thể tích $V=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a.a\sqrt{2}=\dfrac{a^3}{3}$. Theo giả thiết $V=9\,\text{cm}^3$, suy ra $a^3=27, a=3$ cm. Chọn B.

Câu 38. Gọi V là thể tích khối lăng trụ. Vì $AA'\,//\,(BCC'B')$ nên

$$V_{A_0.BCC'B'}=V_{A.BCC'B'}=V-V_{A.A'B'C'}.$$

Mà $A.A'B'C'$ và khối lăng trụ có cùng đáy và cùng chiều cao nên $V_{A.A'B'C'}=\dfrac{1}{3}V$, suy ra $V_{A_0.BCC'B'}=\dfrac{2}{3}V$.

Tương tự $V_{B_0.ACC'A'}=\dfrac{2}{3}V$, $V_{C_0.ABB'A'}=\dfrac{2}{3}V$. Do đó có A đúng.

Câu 39. Gọi $2a$ (cm) là độ dài cạnh hình vuông thiết diện qua trục thì a là bán kính đáy và diện tích xung quanh khối trụ là $S_{xq}=2a.2\pi a=4\pi a^2$. Theo giả thiết, $S_{xq}=4\pi\,\text{cm}^2$, suy ra $a=1\,\text{cm}$. Diện tích đáy của khối trụ là $\pi.1^2=\pi$, diện tích toàn phần là $S_{tp}=S_{xq}+2S_d=4\pi+2\pi=6\pi\,\text{cm}^2$. Chọn B.

Câu 40. Gọi a là bán kính đáy khối trụ thì chiều cao khối trụ là $2a$, hai nửa khối cầu có bán kính là a. Khối trụ có thể tích $V_1 = 2a.\pi a^2 = 2\pi a^3$. Tổng thể tích hai nửa khối cầu bị khoét cũng bằng thể tích khối cầu bán kính a, tức là có thể tích $\frac{4}{3}\pi a^3$, phần còn lại có thể tích

$$V = V_1 - \frac{4}{3}\pi a^3 = 2\pi a^3 - \frac{4}{3}\pi a^3 = \frac{2\pi a^3}{3} = \frac{1}{3}V_1 .$$

Theo giả thiết $V_1 = 1\,\text{m}^3$, suy ra phần còn lại có thể tích $\frac{1}{3}\text{m}^3$. Chọn D.

Câu 41. Đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $\sqrt{6}$ nên đường chéo AC dài $\sqrt{6}.\sqrt{2} = 2\sqrt{3}$. Theo giả thiết SAC là tam giác đều (cạnh $AC = 2\sqrt{3}$) có đường cao $SO = AC.\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} = 3$. Bán kính đáy khối nón bằng nửa cạnh hình vuông đáy: $r = \frac{\sqrt{6}}{2}$, khối nón có thể tích

$$V = \frac{1}{3}SO.\pi r^2 = \frac{1}{3}.3\pi\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2 = \frac{3\pi}{2}\ (\text{cm}^3)$$. Chọn A.

Câu 42. Gọi M, N tương ứng là trung điểm AB, CD; O là trung điểm MN thì SO là đường cao hình chóp, góc $\widehat{SNO}$ là góc nghiêng tạo bởi mặt bên SCD với mặt đáy. Theo giả thiết góc này bằng 60° nên SMN là tam giác đều cạnh a (bằng cạnh đáy hình chóp). Mặt nón xét trong đề có bán kính đáy là $\frac{a}{2}$, độ dài đường sinh $SN = a$ và có diện tích xung quanh $S_{xq} = a.\pi.\frac{a}{2} = \frac{\pi a^2}{2}$.

Theo giả thiết

$S_{xq} = 50\pi\ \text{cm}^2$, suy ra $\frac{\pi a^2}{2} = 50\pi \Leftrightarrow a = 10$ (cm). Chọn C.

Câu 43. Gọi $(x;y;z)$ là tọa độ của B. Từ các giả thiết về tọa độ suy ra $\overrightarrow{B'B}(x-2;y-1;z-3), \overrightarrow{A'A}(0;0;-3)$. Khối đa diện đã cho là khối hộp nên $\overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{A'A} \Rightarrow x = 2, y = 1, z = 0 \Rightarrow B(2;1;0)$. Ba đỉnh A, B, C cùng có cao độ 0 nên cùng nằm trong mặt phẳng (xOy) (mặt phẳng $z = 0$). Trong mặt phẳng này A, B, C lần lượt có tọa độ $(1;1),(2;1),(2;2)$ là ba đỉnh của tam giác vuông cân cạnh 1 nên đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 1. Mặt khác,

$\overrightarrow{A'A}(0;0;-3)$ song song với vectơ đơn vị của trục Oz nên $A'A \perp (xOy)$. Do đó, hình hộp đã cho là khối hộp đứng có chiều cao $AA' = |\overrightarrow{AA'}| = 3$. Khối hộp có thể tích $V = 3.1^2 = 3$. Chọn A.

Câu 44. d có vectơ chỉ phương $\vec{v}(0;0;1)$. Chọn A.

Câu 45. (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(3;0;-4)$ với độ dài $|\vec{n}| = 5$. Các mặt cầu trong A, B, C, D đều có bán kính 1. Mặt cầu sẽ cắt (P) khi khoảng cách từ tâm cầu tới (P) phải nhỏ hơn 1. Xác định tọa độ tâm các mặt cầu và tính khoảng cách từ đó tới (P), ta thấy phương án đúng là A.

Câu 46. (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(4;3;-7)$. Nếu d vuông góc với (P) thì vectơ chỉ phương của nó phải song song với $\vec{n}$, từ đó A, B, C không thích hợp. Thử thấy D thỏa mãn. Chọn D.

Câu 47. (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}(3;2;-1)$. Nếu $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của $(P) \cap (Q)$ thì phải có $\vec{u}.\overrightarrow{n_P} = 0$. Dễ thử thấy rằng A, B, C không thỏa mãn điều kiện này nên bị loại. Chọn D.

Câu 48. Các vectơ chỉ phương của các đường thẳng cho trong các phương án B, C, D không vuông góc với vectơ pháp tuyến của (P') nên không thể là giao tuyến của hai mặt phẳng đã cho. Vectơ chỉ phương của đường thẳng cho trong A vuông góc với các vectơ pháp tuyến của cả hai mặt phẳng đã cho. Viết lại phương trình trong A dưới dạng tham số $x = 2t, y = 2 - 3t, z = -1 + t$ thỏa mãn cả hai phương trình của hai mặt phẳng. Vậy A là phương án trả lời đúng.

Câu 49. d và d' cùng có vectơ chỉ phương $(0;0;1)$ nên hai đường thẳng này cùng song song với Oz. Hai đường thẳng này cùng vuông gốc với (xOy) tại $A(-1;-1;0)$ và $A'(1;1;0)$ và AA' chính là đường vuông góc chung của d, d'. Khoảng cách $AA' = |\overrightarrow{AA'}| = 2\sqrt{2}$, đó cũng là khoảng cách cần tìm. Chọn D.

Câu 50. (Δ) song song với (P) thì vectơ chỉ phương của (Δ) phải vuông góc với vectơ pháp tuyến của (P), từ đó A, B, D bị loại. Thử thấy ngay đường thẳng có phương trình trong C vuông góc với d và song song với (P) và đi qua $A(1;1;-2)$. Chọn C.

Đáp án Đề 6

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	A	11	C	21	D	31	A	41	A
2	D	12	A	22	C	32	C	42	C
3	C	13	C	23	B	33	A	43	A
4	A	14	C	24	A	34	A	44	A
5	C	15	A	25	C	35	B	45	A
6	B	16	D	26	A	36	A	46	D
7	B	17	C	27	D	37	B	47	D
8	B	18	A	28	B	38	A	48	A
9	D	19	B	29	B	39	B	49	D
10	A	20	C	30	A	40	D	50	C

ĐỀ 7

Gợi ý – Hướng dẫn giải

Câu 2. Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng $x=-\frac{1}{2}$ và tiệm cận ngang $y=\frac{1}{2}$, chỉ có A thỏa mãn. Chọn A.

Câu 3. Hàm số $y=\ln x^4$ có $y'=\frac{4x^3}{x^4}$ dương trong khoảng $(0;+\infty)$, âm trong $(-\infty;0)$. C đúng.

Câu 4. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận. Vậy chọn B.

Câu 5. B và D cho các giá trị của đối số chứ không phải giá trị của hàm số, vậy B và D bị loại. Hàm số đã cho bị chặn nên giá trị cực đại cũng là giá trị lớn nhất, giá trị cực tiểu cũng là giá trị nhỏ nhất mà $\sqrt{2}>-\sqrt{2}$ suy ra giá trị cực đại (giá trị lớn nhất) là $\sqrt{2}$. Chọn A.

Câu 6. Ta có $y'=\frac{-x^2+2x+1}{\left(x^2+1\right)^2}$.

Trong khoảng $\left(\frac{3}{2};3\right)$, y' chỉ có một nghiệm $x=1+\sqrt{2}$.

Giá trị hàm số tại $x=\frac{3}{2}, x=1+\sqrt{2}, x=3$ là $y=\frac{2}{13}, y=\frac{-1+\sqrt{2}}{2}, y=\frac{1}{5}$.

Do đó $\max\limits_{D} y=\frac{-1+\sqrt{2}}{2}, \min\limits_{D} y=\frac{2}{13}$.

Câu 7. Phương trình xác định hoành độ giao điểm là

$$2x-1=\frac{-x-1}{x^2} \Rightarrow 2x^3-x^2+x+1=0 \Leftrightarrow (2x+1)\left(x^2-x+1\right)=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}.$$

Giá trị của hàm số $y=2x-1$ tại $x=-\frac{1}{2}$ là $y=-2$. Chọn B.

Câu 8. Nếu $m>0$ thì đồ thị có ba điểm cực trị là $A\left(0;2m+m^4\right)$; $B_{1,2}\left(\pm\sqrt{m};m^4-m^2+2m\right)$. Tam giác AB_1B_2 cân ở A có đáy $B_1B_2=2\sqrt{m}$. Vì $\overrightarrow{AB_1}\left(\sqrt{m};-m^2\right)$ nên $AB_1=\left|\overrightarrow{AB_1}\right|=\sqrt{m+m^4}$ là độ dài cạnh bên tam giác cân. Để tam giác AB_1B_2 là tam giác đều, cần và đủ là $AB_1=B_1B_2$, tức là $2\sqrt{m}=\sqrt{m+m^4} \Leftrightarrow m^4=3m \Leftrightarrow m=\sqrt[3]{3}$. Chọn C.

Câu 9. Đồ thị có 2 tiệm cận đứng $x=1, x=-1$ và 1 tiệm cận ngang $y=\frac{m}{m^2+1}$.

Chọn A.

Câu 10. $y'=2x\ln x+x$; $y'=0$ có nghiệm duy nhất $x=e^{-\frac{1}{2}}\notin(1;e)$. Giá trị hàm số tại hai đầu mút của đoạn là $y=0$ và $y=e^2$. Do đó $M=e^2$, $m=0$ nên $M-m=e^2$. Chọn C.

Câu 11. $y'=mx^2-2(m-1)x+3(m+2)=\left(x^2-2x+3\right)m+2x+6$. Hàm số sẽ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ khi và chỉ khi

$y'\geq 0, \forall x\in(2;+\infty) \Leftrightarrow m\geq\frac{-2x-6}{x^2-2x+3}$, $\forall x>2$. Cần tìm m không bé hơn mọi giá trị của hàm số $f(x)=\frac{-2x-6}{x^2-2x+3}$ trên khoảng $(2;+\infty)$.

Ta có $f'(x)=\frac{2x^2+12x-18}{\left(x^2-2x+3\right)^2}>0, \forall x>2$ và $f(2)=-\frac{10}{3}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ nên tập giá trị là khoảng $\left(-\frac{10}{3};0\right)$. Các giá trị cần tìm của m là $m\geq 0$, chọn D.

Do đó

$ba^{\frac{2}{\log_b a}+1} - 2a^{\log_a b+1}b^{\log_b a+1} + ab^{\frac{2}{\log_a b}+1} = b^3a - 2a^2b^2 + a^3b = ab\left(b^2 - 2ab + a^2\right)$

$= ab(a-b)^2$. Chọn A.

Câu 20. Vì $a < b$ không tương đương với $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ (chẳng hạn khi $a = -1,\ b = 1$) nên A sai. Vì $\log_2 \frac{2x-1}{x} = \frac{1}{\log_{\frac{2x-1}{x}} 2}$ nên A và B là một, do đó B cũng sai. C sai vì thiếu điều kiện $\frac{2x-1}{x} > 0$. Chọn D.

Câu 21. (Xem thêm hướng dẫn giải câu 21 đề 6). Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x) = \frac{(x+1)^2}{x}, x > -1$:

x	-1		0		1		$+\infty$
y'	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	0	↘	‖ $-\infty$		$+\infty$ ↘ 4	↗	$+\infty$

Nhìn bảng biến thiên ta thấy phương trình $m = f(x)$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m > 4$. Chọn A.

Câu 23. $f(x) = \int f'(x)dx = x^3 + x^2 + x + C$. Đồ thị $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng e có nghĩa là $f(0) = e \Rightarrow C = e$. Vậy chọn B.

Câu 24. Theo giả thiết, xe dừng lại sau 20 giây, tức là khi $t = 20$ (s) thì $v = 0$ (m/s), từ đó $0 = v_0 + a.20 \Leftrightarrow v_0 = -20a$.

Theo ý nghĩa vật lí của đạo hàm thì quãng đường S mà xe lửa di chuyển được sau thời gian t (s) là nguyên hàm của $v = v_0 + at$. Do đó, sau 20 giây, xe lửa dịch chuyển một quãng đường là

$$S = \int_0^{20} (v_0 + at)\,dt = \int_0^{20} (-20a + at)\,dt = \left(-20at + \frac{1}{2}at^2\right)\Big|_0^{20} = -200a.$$

Lại theo giả thiết, quãng đường xe lửa chạy trong 20 giây là 120m, từ đó $-200a=120$ hay $a=-0,6$ và $v_0=-20.(-0,6)=12$. Vậy lúc bắt đầu hãm phanh, xe lửa có vận tốc là 12m/s. Chọn A.

Câu 25. C sai vì chưa đổi cận.

Câu 26. $I=\int\limits_0^1(x-1)de^x=(x-1)e^x\Big|_0^1-\int\limits_0^1e^xd(x-1)=1-(e-1)=2-e$. Chọn D.

Câu 27. Khử x từ hai phương trình đầu, ta được $\sqrt{y}=2-y$. Phương trình này có nghiệm duy nhất $y=1$. Hình phẳng đã cho được giới hạn bởi $x=\sqrt{y}$, $x=2-y$, $y=0$, $y=1$ và có diện tích là $\left|\int\limits_0^1\left(2-y-\sqrt{y}\right)dy\right|=\frac{5}{6}$. Chọn A.

Câu 28. Có $V=\pi\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\left(1+\cos^4x+\sin^4x\right)dx=\pi\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\left(\frac{7}{4}+\frac{1}{4}\cos 4x\right)dx=\frac{7\pi^2}{8}$. Chọn B.

Câu 30. Sử dụng định nghĩa phép nhân và chia hai số phức.

Câu 31. Với $z=x+yi$ thì $v=z^2+\left(\overline{z}\right)^2=2\left(x^2-y^2\right)\in\mathbb{R}$, các điểm biểu diễn của v thuộc trục hoành. Chọn C.

Câu 32. Giải bằng phương pháp thế hoặc phương pháp cộng đại số hoặc sử dụng định thức: $D=\begin{vmatrix}i & -3\\ 2 & -i\end{vmatrix}=7, D_v=\begin{vmatrix}i+1 & -3\\ i-2 & -i\end{vmatrix}=2i-5, D_z=\begin{vmatrix}i & i+1\\ 2 & i-2\end{vmatrix}=-3-4i.$

Hệ có nghiệm duy nhất $v=-\frac{5}{7}+\frac{2}{7}i$, $z=-\frac{3}{7}-\frac{4}{7}i$. Chọn B.

Câu 33. Có $i+i^2+i^3+i^4=\left(i+i^3\right)+\left(i^2+i^4\right)=\left(1+i^2\right)\left(i+i^2\right)=0$ nên với mọi số k là bội của 4, ta đều có $i+i^2+i^3+...+i^k=0$. Do đó A đúng, $i+i^2+i^3+...+i^{1000}=0$ nên D đúng, và

$i+i^2+i^3+...+i^{999}=i+i^2+i^3+...+i^{1000}-i^{1000}=0-\left(i^2\right)^{500}=-1$, B đúng.

Vậy chọn C.

Câu 34. Với $z=x+yi$ thì $v=\left[x+(y-1)i\right](2+i)=2x-y+1+(x+2y-2)i$ là số thuần ảo khi và chỉ khi $2x-y+1=0$. Chọn C.

Câu 35. Gọi O là tâm của đáy $ABCD$, H là trung điểm cạnh BC thì góc $\widehat{SHO}$ là góc giữa mặt bên và mặt đáy nên theo giả thiết bằng 45°, tam giác SHO

vuông cân tại O, $SO = OH = \frac{a}{2}$ (a (cm) là độ dài cạnh đáy hình chóp). Tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABD tỉ số $\frac{1}{2}$ nên MNP có diện tích bằng $\frac{1}{4}$ diện tích ABD. Do đó $dt_{MNP} = \frac{a^2}{8}$. Mặt phẳng (MNP) song song với đáy $(ABCD)$ và cách đáy một khoảng bằng nửa đường cao SO của hình chóp, do đó A cách (MNP) một khoảng $h = \frac{a}{4}$. Khối chóp $A.MNP$ có thể tích $\frac{1}{3}.\frac{a}{4}.\frac{a^2}{8} = \frac{a^3}{96}$. Theo giả thiết $\frac{a^3}{96} = 18 \Rightarrow a = 12$ (cm). Chọn A.

Câu 36. Gọi S, h lần lượt là diện tích đáy và chiều cao của khối hộp.

Ta có $dt_{D'A'M} = dt_{D'NC'} = \frac{S}{4}, dt_{B'MN} = \frac{S}{8}$ nên $dt_{D'MN} = \frac{3S}{8}$.

Khối chóp $B.D'MN$ có cùng chiều cao với khối hộp nên có thể tích $V_c = \frac{1}{3}.h.\frac{3S}{8} = \frac{1}{8}hS = \frac{1}{8}V_h$, trong đó V_h là thể tích khối hộp.

Theo giả thiết $B.D'MN$ có thể tích 8cm^3 suy ra khối hộp có thể tích 64cm^3. Chọn B.

Câu 37. Kí hiệu S, h tương ứng là diện tích đáy và chiều cao khối hộp đã cho thì $V = hS$ là thể tích khối hộp. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích các khối chóp $A.BB'D'D$ và $A.A'B'D'$ thì theo giả thiết $V_1 = 5\text{cm}^3$. Khối chóp $A.A'B'D'$ có diện tích đáy bằng $\frac{S}{2}$, chiều cao h nên $V_2 = \frac{1}{3}h.\frac{S}{2} = \frac{V}{6}$. Mặt khác, ta lại thấy $V_1 + V_2$ là thể tích khối lăng trụ $ABD.A'B'D'$ và bằng nửa thể tích khối hộp. Do đó $5 + \frac{V}{6} = \frac{V}{2} \Rightarrow V = 15$ (cm^3). Chọn A.

Câu 38. Gọi P là trung điểm cạnh CC' thì $ABC.MNP$ là một nửa khối lăng trụ đã cho. Khối $ABC.MNP$ có thể chia thành hai khối: Khối $C.ABNM$ và khối $C.MNP$, trong đó khối $C.MNP$ có diện tích đáy S, chiều cao $\frac{h}{2}$ (S, h tương ứng là diện tích đáy và chiều cao lăng trụ đã cho) nên khối $C.MNP$ có thể tích $\frac{V}{6}$ (V là thể tích khối lăng trụ đã cho).

Vậy $\frac{V}{2} = V_{C.ABNM} + \frac{V}{6} \Rightarrow V = 3.V_{C.ABNM} = 3$ (cm^3). Chọn D.

Câu 39. Chu vi đáy: $6a$. Gọi h là chiều cao khối lăng trụ thì diện tích xung quanh khối lăng trụ là $h.6a$, theo giả thiết có $6ha = 12a^2 \Rightarrow h = 2a$. Khối trụ ngoại tiếp có chiều cao $h = 2a$, bán kính đáy bằng a nên có thể tích $V = h.\pi a^2 = 2\pi a^3$. Chọn C.

Câu 40. Gọi a, h là bán kính đáy và chiều cao của khối trụ đã cho. Từ giả thiết suy ra $h = 2a$. Thiết diện phẳng qua trục là một hình vuông với hai kích thước: $2a$ và $h = 2a$, diện tích thiết diện phẳng là $4a^2$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A xuống đáy chứa O', B là hình chiếu vuông góc của B' xuống mặt đáy chứa O thì $ABB'A'$ là thiết diện tạo thành bởi mặt phẳng qua A, B' và song song với trục khối trụ, thiết diện này là hình chữ nhật với $AA' = h = 2a$ và có diện tích $AB.2a$. Từ giả thiết suy ra $AB.2a = 2a^2$ $\Rightarrow AB = a \Rightarrow \widehat{AOB} = 60^\circ$. Chọn A.

Câu 41. Gọi a là cạnh khối lập phương thì khối trụ có bán kính đáy $\frac{a}{2}$, chiều cao a. Khối trụ có diện tích xung quanh $a.2\pi.\frac{a}{2} = \pi a^2$. Theo giả thiết ta có $\pi a^2 = 25\pi \Rightarrow a = 5$. Khối lập phương có thể tích $5^3 = 125\,(\text{cm}^3)$. Chọn C.

Câu 42. Gọi R, r là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác đều ABC. Khối cầu lớn và khối cầu nhỏ có thể tích $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3, V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3$. Tỉ số thể tích $V_1 : V_2 = (R : r)^3$. Gọi H là trung điểm của BC thì tam giác OBH là nửa tam giác đều có $OB = R$, $OH = r$, $\widehat{BOH} = 60^\circ$ suy ra $OB : OH = 2 \Rightarrow R : r = 2 \Rightarrow V_1 : V_2 = 8$. Mà $V_2 = 1$ nên $V_1 = 8\,\text{cm}^3$. Chọn A.

Câu 43. Nhận thấy A, B, C cùng thuộc mặt phẳng $y = 2$ (song song với mặt phẳng (xOz)). Chọn E trong mặt phẳng này để $ABCE$ là hình bình hành, tức là $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BA}$ từ đó $E(2;2;2)$. Dễ thấy $ABCE$ là hình vuông cạnh $\sqrt{2}$. Mặt khác, từ tọa độ A, D suy ra $\overrightarrow{AD} = (0;4;0)$ song song với Oy, hay AD vuông góc với mặt $(ABCE)$ nên hình hộp ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ đã cho là hình hộp chữ nhật với đáy $ABCE$, cạnh bên AD, trung điểm đường chéo hình hộp cũng là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp (và cả hình tứ diện $ABCD$ đã cho). Xác định F sao cho $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AD} = (0;4;0)$, ta được $F(3;6;1)$, AF là một đường chéo hình hộp chữ nhật. Trung điểm đường chéo này là $I(2;4;1)$ chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Câu 44. Chỉ có đường thẳng trong D có vectơ chỉ phương song song với vectơ pháp tuyến của (P). Chọn D.

Câu 45. Cả bốn mặt cầu trong bốn phương án đều có tâm $I(1;3;0)$, khoảng cách từ I tới (P) là $h=\frac{2}{5}$, $h^2=\frac{4}{25}$. Từ đó suy ra chỉ có C thích hợp. Chọn C.

Câu 46. $M(x;y;z)$ thuộc mặt phẳng trung trực của đoạn AB khi và chỉ khi $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=(x-5)^2+(y-4)^2+(z-2)^2$.

Rút gọn ta được $2x+y+3z-6=0$. Chọn D.

Câu 47. Đường thẳng Oy chứa hai điểm $O(0;0;0), E(0;1;0)$. Mặt phẳng (P) qua ba điểm M, O, E. Tích có hướng của hai vectơ $\overrightarrow{OM}(1;-1;1), \overrightarrow{OE}(0;1;0)$ là một vectơ pháp tuyến của (P). Vậy (P) qua $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;0;-1)$, $x-z=0$ là phương trình của (P). Chọn B.

Câu 48. Từ giả thiết suy ra $A(8;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;4)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{8}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow x-4y+2z-8=0$. Chọn D.

Câu 49. Từ phương trình suy ra tâm mặt cầu phải có tung độ -1, B bị loại. Tâm mặt cầu phải có hoành độ và cao độ đối nhau nên C bị loại. Hai mặt cầu cho trong A và D đều có tâm thuộc d. Mặt cầu cho bởi A có tâm $I(-3;-1;3)$ cách (P) một khoảng $\frac{4}{3}$, cách (Q) một khoảng $\frac{8}{3}$, trong khi bán kính mặt cầu này lại là $\frac{2}{3}$, A cũng bị loại. Chọn D.

Câu 50. Đặt $y=t$ thì phương trình xác định d trở thành

$$x=1-\frac{3}{2}t, y=t, z=-2-\frac{m}{2}t.$$

Yêu cầu bài toán được thực hiện khi và chỉ khi tọa độ các điểm thuộc d phải thỏa mãn phương trình (P), tức là

$$2\left(1-\frac{3}{2}t\right)-t-2\left(-2-\frac{m}{2}t\right)-6=0, \forall t \text{ hay } (m-4)t=0, \forall t.$$

Điều này xảy ra khi và chỉ khi $m=4$. Chọn A.

Cách khác: Từ phương trình xác định d suy ra $2x=-3y+2,\ 2z=-my-4$. Thế vào phương trình của (P) ta được $(m-4)y=0$. Nếu d nằm trong (P) thì phương trình này phải đúng với mọi y, tức là $m=4$.

Đáp án Đề 7

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	D	11	D	21	A	31	C	41	C
2	A	12	A	22	A	32	B	42	A
3	C	13	C	23	B	33	C	43	B
4	B	14	A	24	A	34	C	44	D
5	A	15	C	25	C	35	A	45	C
6	C	16	A	26	D	36	B	46	D
7	B	17	B	27	A	37	A	47	B
8	C	18	C	28	B	38	D	48	D
9	A	19	A	29	A	39	C	49	D
10	C	20	D	30	C	40	A	50	A

ĐỀ 8

Gợi ý – Hướng dẫn giải

Câu 1. Chú ý hàm số không xác định tại $x=1$.

Câu 3. Phác họa đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ với $x\geq 0$; còn khi $x\leq 0$, hàm số là hàm hằng $y=-1$.

Câu 6. Hàm số liên tục trên đoạn $[0;2]$, có đạo hàm triệt tiêu tại $x=1$.

Câu 8. Chú ý khoảng $(1;+\infty)$ phải nằm trong tập xác định của hàm số.

Câu 17. Viết vế phải là $\log_2 2^{2x+1}$.

Câu 18. Lưu ý công thức $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$ (khi a, b dương khác 1).

Câu 20. Chú ý rằng $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=1$.

Câu 21. Để ý rằng $2016=2^5.3^2.7$.

Câu 26. Viết $\frac{1}{x^2+2x-3}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+3}\right)$.

Câu 28. Lấy đạo hàm các hàm số cho ở bốn đáp án.

Câu 30. Để ý rằng $(1-i)^2=-2i$.

Câu 34. Tập hợp các điểm trên mặt phẳng biểu diễn z là một đường tròn, tâm đường tròn biểu diễn số $3-4i$, bán kính đường tròn bằng 1; số $|z|$ lớn nhất bằng $|3-4i|+1=6$.

Câu 41. Mặt phẳng đáy trên của hình trụ cách đỉnh của hình nón $6-4=2$ nên suy ra bán kính hình trụ bằng 1.

Câu 42. Mặt nón đó có đỉnh A, đường sinh bằng $a\sqrt{2}$, đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác đều $CB'D'$ có cạnh bằng $a\sqrt{2}$, bán kính đường tròn này bằng $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Câu 46. Với $M=(x;y;z)$ viết điều kiện $MA^2=MB^2$.

Câu 49. Có thể viết phương trình tham số (t) của d và phương trình tham số (t') của d'. Tìm t, t' để điểm M của d ứng với t và điểm M' của d' ứng với t' thỏa mãn điều kiện hai vectơ $\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AM'}$ cùng phương. Suy ra $t=1$, $t'=2$.

Câu 50. Mặt cầu có tâm $I=(0;\ 1;\ -1)$. Hình chiếu A của I trên d có tọa độ $(2;\ 0;\ 0)$; trung điểm H của TT' là điểm thuộc IA sao cho $\overrightarrow{IH}.\overrightarrow{IA}=1$ (bình phương bán kính mặt cầu).

Đáp án Đề 8

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	C	11	A	21	B	31	A	41	C
2	A	12	A	22	A	32	A	42	A
3	B	13	A	23	A	33	C	43	A
4	D	14	A	24	A	34	A	44	A
5	A	15	A	25	A	35	A	45	A
6	C	16	A	26	A	36	A	46	A
7	D	17	A	27	A	37	A	47	A
8	A	18	A	28	A	38	A	48	A
9	D	19	A	29	A	39	A	49	A
10	C	20	A	30	A	40	A	50	A

ĐỀ 9

Gợi ý - Hướng dẫn giải

Câu 5. Để ý đến tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị.

Câu 7. Hàm số đồng biến trên mọi khoảng trong tập xác định.

Câu 9. Hàm số $f'(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[0;2]$, có một nguyên hàm trên đoạn đó là $f(x)$ nên diện tích của hình thang cong bên trái $\{(x;y)\,|\,0\le x\le 2, 0\le y\le f'(x)\}$ bằng $f(2)-f(0)$; hàm số $-f'(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[2;4]$, có một nguyên hàm trên đoạn đó là $-f(x)$ nên diện tích hình thang cong $\{(x;y)\,|\,2\le x\le 4, 0\le y\le -f'(x)\}$ bằng $-f(4)+f(2)$; nhưng diện tích hình thang cong đó bằng diện tích hình đối xứng với nó qua trục hoành, tức là hình thang bên phải trong hình (nằm bên dưới trục hoành). Trên hình đã cho, diện tích hình thang bên phải (là số dương) bé hơn diện tích hình thang bên trái nên ta được $0<f(2)-f(4)<f(2)-f(0)$, từ đó suy ra $f(0)<f(4)<f(2)$.

Câu 11. Nếu tồn tại c để $\tan x<cx$ với mọi $x>0$ thì đồ thị (C) của hàm số $y=\tan x$ nằm phía dưới đồ thị hàm số $y=cx$ với $x>0$, tức là nằm phía dưới tia Ot với hệ số góc c; nhưng khi $c\le 1$, (C) nằm phía trên tia đó; còn khi $c>1$ tia đó luôn cắt (C) nên có bộ phận của (C) nằm phía trên tia đó.

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y=\ln|x|, x\ne 0$ là $y'=\dfrac{1}{x}$.

Câu 17. Phương trình được viết lại là

$$2^{3x}-2^{2x}-2^{x+2}+2^2=0\Leftrightarrow 2^{2x}(2^x-1)-2^2(2^x-1)=0\Leftrightarrow (2^{2x}-2^2)(2^x-1)=0.$$

Câu 18. Đặt $3^x=t$.

Câu 19. Cần tìm số a lớn nhất sao cho $4\log^2 a=1-\log^2 b\le 1$, tức là $\log^2 a\le\dfrac{1}{4}$.

Đó là số a sao cho $\log a=\dfrac{1}{2}=\log 10^{\frac{1}{2}}=\log\sqrt{10}$.

Câu 20. Đặt $\sin^2 x=t$ thì đưa về tìm t, $0\le t\le 1$, sao cho $2^t+2^{1-t}=2$; phương trình này vô nghiệm (có thể dùng bất đẳng thức Cô-si).

Câu 21. Đường thẳng $y = x$ là tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = e^{ax^4}$ tại điểm $A(x_0; y_0)$ có nghĩa là:

$x_0 = e^{ax_0^4}$ và $1 = e^{ax_0^4}.4ax_0^3 = 4ax_0^4$, suy ra $ax_0^4 = \frac{1}{4}$, $x_0 = e^{\frac{1}{4}}$ và $a = \frac{1}{4x_0^4} = \frac{1}{4e}$.

Câu 24. Viết $x2^x dx = \frac{1}{\ln 2} x d(2^x)$, tính tích phân từng phần.

Câu 26. Dùng phương pháp đổi biến số, đặt $3^x + 1 = t^2$, đưa về tính $\frac{2}{\ln 3}\int_{\sqrt{2}}^{2}(1-\frac{2}{t^2})dt$.

Câu 27. Đưa về tính tích phân $\pi\int_{-1}^{3}\frac{(x+1)^2}{x^2+3}dx = \pi\int_{-1}^{3}dx + \pi\int_{-1}^{3}\frac{d(x^2+3)}{x^2+3} - \pi\int_{-1}^{3}\frac{2dx}{x^2+3}$; để tính tích phân cuối, dùng đổi biến số $x = \sqrt{3}\tan t$.

Câu 28. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(3; 5)$ với hệ số góc -1 thì do $f'(x) \geq -1$, đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(-1; 4)$ nằm phía dưới đường thẳng d; d giao với đường thẳng $x = 0$ tại điểm $(0; 8)$.

Câu 33. Viết $z = x + iy$ $(x, y \in \mathbb{R})$, từ $z - |z| = 3i - 1$, ta tìm được x, y.

Câu 34. Các điểm M biểu diễn z có khoảng cách đến điểm I biểu diễn $1 - 2i$ khoảng bằng $\sqrt{5}$ nên thuộc đường tròn tâm I bán kính bằng $\sqrt{5}$. Từ đó các điểm biểu diễn w thay đổi trên đường tròn tâm J biểu diễn $1 - 2i + 1 + i = 2 - i$, bán kính bằng $\sqrt{5}$. Do $|2 - i| = \sqrt{5}$ nên đường tròn này đi qua gốc O. Điểm P biểu diễn w có môđun lớn nhất khi P là điểm xuyên tâm đối của O trên đường tròn đó tức là $w = 2(2 - i) = 4 - 2i$.

Câu 38. Lấy B' trên SB, C' trên SC sao cho $SB' = SC' = SA = 3$ thì được tứ diện đều $SAB'C'$ có cạnh bằng 3 nên có thể tích $V_1 = \frac{3^3\sqrt{2}}{12}$. Thể tích hình chóp đã cho bằng $\frac{4}{3}.\frac{5}{3}V_1 = 5\sqrt{2}$. Diện tích tam giác SAB bằng $3\sqrt{3}$ nên khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Câu 42. Đường thẳng EF cắt đường thẳng AB ở S thì SAF là tam giác vuông cân; kí hiệu A' là giao của DE với AB thì khi quay ta được khối trụ bán kính 7cm, chiều cao 5cm cùng với khối nón cụt do cắt khối nón đỉnh S bán kính

Câ

Đáp

Câ
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

đáy 3cm (do quay tam giác SAF) khối khối nón đỉnh S bán kính đáy 4cm (do quay tam giác $SA'E$).

Câu 50. $I = (1; 2; 3)$ là tâm mặt cầu; A là hình chiếu vuông góc của I lên d thì $A = (\frac{23}{2}; \frac{1}{2}; 6)$. Trung điểm H của TT' là điểm thuộc IA sao cho $\overline{IH}.\overline{IA} = 81$ (bán kính mặt cầu là 9) nên $H = (8; 1; 5)$. Đường thẳng TT' là đường thẳng đi qua H vuông góc với IA và vuông góc với d. Suy ra phương trình của TT' là phương trình ở đáp án A.

Đáp án Đề 9

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	A	11	D	21	A	31	A	41	C
2	B	12	A	22	A	32	A	42	A
3	A	13	A	23	A	33	A	43	A
4	A	14	A	24	A	34	A	44	A
5	A	15	A	25	A	35	A	45	A
6	A	16	A	26	A	36	C	46	A
7	A	17	C	27	A	37	B	47	D
8	A	18	A	28	D	38	A	48	A
9	B	19	C	29	A	39	A	49	A
10	B	20	A	30	A	40	B	50	A

MỤC LỤC

Trang

Lời giới thiệu 3

Lời nói đầu 4

Phần một. ÔN TẬP THEO CHỦ ĐỀ

Chủ đề 1. Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số 5

Chủ đề 2. Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit 25

Chủ đề 3. Nguyên hàm, tích phân và ứng dụng 39

Chủ đề 4. Số phức 60

Chủ đề 5. Khối đa diện 72

Chủ đề 6. Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu 83

Chủ đề 7. Phương pháp tọa độ trong không gian 99

Phần hai. MỘT SỐ ĐỀ LUYỆN TẬP

A - MỘT SỐ ĐỀ LUYỆN TẬP 121

Đề 1 121

Đề 2 127

Đề 3 134

Đề 4 141

Đề 5 150

Đề 6 158

Đề 7 167

Đề 8 176

Đề 9 183

B - HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP ÁN

Đề 1	191
Đề 2	198
Đề 3	205
Đề 4	208
Đề 5	215
Đề 6	222
Đề 7	229
Đề 8	237
Đề 9	239

Chịu trách nhiệm xuất bản :
Chủ tịch Hội đồng Thành viên MẠC VĂN THIỆN
Tổng Giám đốc GS.TS. VŨ VĂN HÙNG
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập TS. PHAN XUÂN THÀNH

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung :
Phó Tổng biên tập NGUYỄN THÀNH ANH
Tổng Giám đốc CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội VŨ BÁ KHÁNH

Biên tập nội dung và sửa bản in :
ĐẶNG VĂN TUYẾN - NGUYỄN THỊ THANH

Trình bày bìa :
ĐINH THANH LIÊM

Chế bản :
THÁI MỸ DUNG

Công ty cổ phần Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội –
Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam giữ quyền công bố tác phẩm

HƯỚNG DẪN ÔN TẬP KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM HỌC 2016 - 2017
MÔN TOÁN

Mã số: C3T09A7-ĐTH
Mã số ISBN: 978-604-0-09764-4
In 20.000 bản (QĐ03TK), khổ 17 x 24 cm.
In tại Công ty cổ phần In Phú Thọ. Số in: 20
Địa chỉ: Đ.Nguyễn Thái Học - P.Gia Cẩm - TP.Việt Trì - T.Phú Thọ
Số ĐKXB: 05-2017/CXBIPH/17-1610/GD.
Số QĐXB: 24/QĐ-GD-HN ngày 11 tháng 1 năm 2017.
In xong và nộp lưu chiểu tháng 1 năm 2017.

CÔNG TY CỔ PHẦN ĐẦU TƯ VÀ PHÁT TRIỂN GIÁO DỤC HÀ NỘI
HANOI EDUCATION INVESTMENT AND DEVELOPMENT, JSC
Toà nhà Văn phòng HEID, ngõ 12, Láng Hạ - Thành Công - Ba Đình - Hà Nội
Tel : (04) 35123939 - *Phòng Kinh doanh* - Tel : (04) 35122636, Fax : (04) 35122504

VƯƠNG MIỆN KIM CƯƠNG
CHẤT LƯỢNG QUỐC TẾ

HƯỚNG DẪN ÔN TẬP KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA

NĂM HỌC 2016 - 2017

1. HƯỚNG DẪN ÔN TẬP KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM HỌC 2016 - 2017 MÔN TOÁN
2. HƯỚNG DẪN ÔN TẬP KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM HỌC 2016 - 2017 MÔN NGỮ VĂN
3. HƯỚNG DẪN ÔN TẬP KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM HỌC 2016 - 2017 MÔN TIẾNG ANH
4. HƯỚNG DẪN ÔN TẬP KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM HỌC 2016 - 2017 KHOA HỌC XÃ HỘI
5. HƯỚNG DẪN ÔN TẬP KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM HỌC 2016 - 2017 KHOA HỌC TỰ NHIÊN

Bạn đọc có thể mua sách tại các Công ty Sách - Thiết bị trường học ở các địa phương hoặc các cửa hàng sách của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam :

- **Tại TP. Hà Nội :** 45 Phố Vọng ; 187, 187C Giảng Võ ; 232 Tây Sơn ; 25 Hàn Thuyên ; 51 Lò Đúc ; 45 Hàng Chuối ; ngõ 385 Hoàng Quốc Việt.
- **Tại TP. Đà Nẵng :** 17T2 - 17T3 Trung Hoà, Nhân Chính ; Toà nhà HESCO Văn Quán - Hà Đông.
- **Tại TP. Hồ Chí Minh :** 78 Pasteur ; 145 Lê Lợi ; 223 Lê Đình Lý.
- **Tại TP. Cần Thơ :** 261C Lê Quang Định, quận Bình Thạnh ; 231 Nguyễn Văn Cừ, quận 5 ; 116 Đinh Tiên Hoàng, phường 1, quận Bình Thạnh.
- **Tại Website bán hàng trực tuyến :** www.sach24.vn

Website: www.nxbgd.vn
www.heid.vn
www.sachgiaoduconline.net

ISBN: 978-604-0-09764-4

9 786040 097644

Giá: 39.000đ

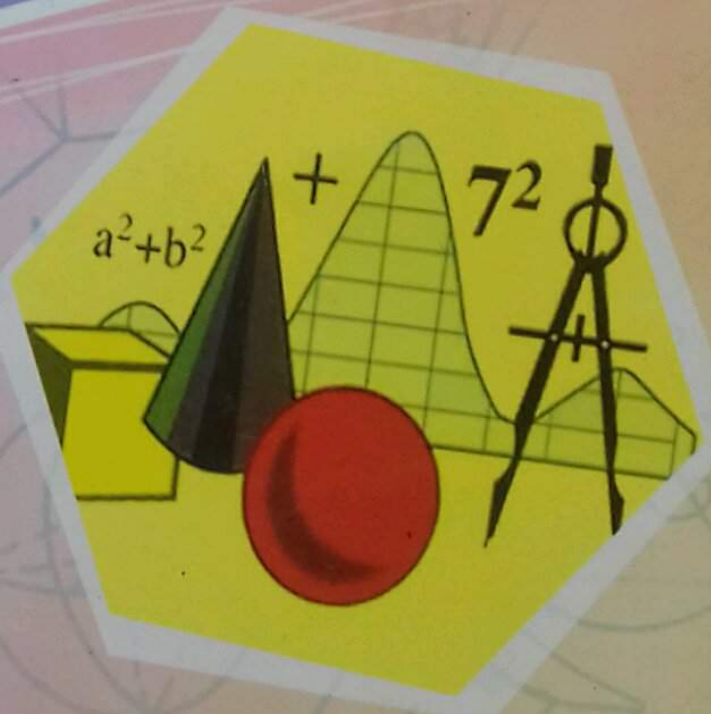
ĐOÀN QUỲNH (Chủ biên) - PHẠM KHẮC BAN
DOÃN MINH CƯỜNG - PHẠM ĐỨC

HƯỚNG DẪN ÔN TẬP KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA

năm học 2016 - 2017

MÔN

TOÁN



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

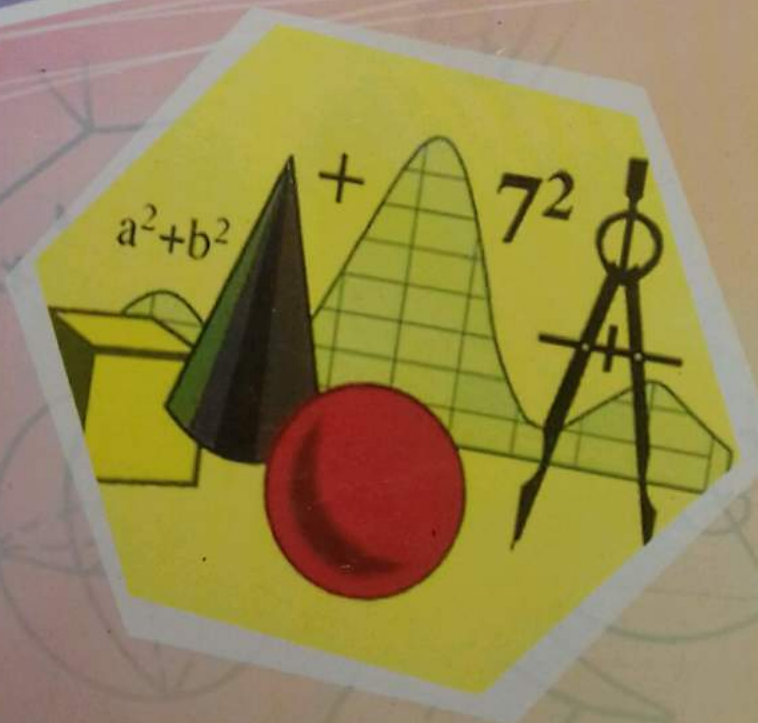
ĐOÀN QUỲNH (Chủ biên) - PHẠM KHẮC BAN
DOÃN MINH CƯỜNG - PHẠM ĐỨC

HƯỚNG DẪN ÔN TẬP KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA

năm học 2016 - 2017

MÔN

TOÁN



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM