CHƯƠNG III

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

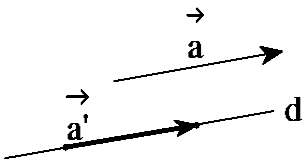
BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

I LÝ THUYẾT.

I. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

Vecto $\vec{a} \neq \vec{0}$ là 1 *vecto chỉ phương* của đường thẳng d nếu giá của vecto $\vec{a}$ song song hoặc trùng với đường thẳng d.



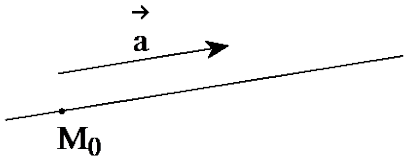
2. Phương trình tham số - Phương trình chính tắc của đường thẳng

Đường thẳng d đi qua $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có 1 vecto chỉ phương $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$

+ *Phương trình tham số* của đường thẳng d là: $\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$ $(t \in R)$ (1)

+ *Phương trình chính tắc* của đường thẳng d là:

$$d: \quad \frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3} \qquad (2)\ (\ a_1.a_2.a_3 \neq 0\ )$$



II. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = x_0' + b_1 k \\ y = y_0' + b_2 k \\ z = z_0' + b_3 k \end{cases}$

Đường thẳng d_1 có 1 vecto chỉ phương $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$.

Đường thẳng d_2 có 1 vecto chỉ phương $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$.

1. Xét vị trí tương đối của d_1 và d_2 theo chương trình cơ bản:

Bước 1: Kiểm tra tính cùng phương của $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Bước 2: Nhận xét:

+ Nếu $\vec{a}$ và $\vec{b}$ *cùng phương* thì: $\left[\begin{array}{l} d_1 // d_2 \\ d_1 \equiv d_2 \end{array}\right.$

+ Nếu $\vec{a}$ và $\vec{b}$ *không cùng phương* thì **hoặc** d_1 cắt d_2 **hoặc** d_1 và d_2 chéo nhau.

- **TH1**: d_1 **cắt** d_2

Điều kiện 1: $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương .

Điều kiện 2: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x_0 + a_1 t = x_0' + b_1 k & (1) \\ y_0 + a_2 t = y_0' + b_2 k & (2) \\ z_0 + a_3 t = z_0' + b_3 k & (3) \end{cases}$ (*) có nghiệm duy nhất $(t_0,\ k_0)$

.

Kết luận: d_1 cắt d_2 tại điểm $M_0\left(x_0 + a_1 t_0; y_0 + a_2 t_0; z_0 + a_3 t_0\right)$.

Lưu ý: Giải hệ (*) bằng cách: Từ (1) và (2) giải ra $\left(t_0; k_0\right)$ và thay vào (3) (Nếu (3) thoả thì $\left(t_0; k_0\right)$, ngược lại thì không).

- **TH2:** d_1 và d_2 **chéo nhau**

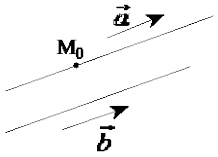
Điều kiện 1: $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương .

Điều kiện 2: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x_0 + a_1 t = x_0' + b_1 k & (1) \\ y_0 + a_2 t = y_0' + b_2 k & (2) \\ z_0 + a_3 t = z_0' + b_3 k & (3) \end{cases}$ (*) vô nghiệm.

- **TH3:** d_1 **song song** với d_2

Điều kiện 1: $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương .

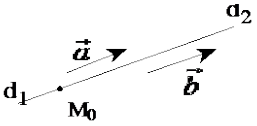
Điều kiện 2: Chọn điểm $M_0(x_0; y_0; z_0) \in d_1$. Cần chỉ rõ $M_0 \notin d_2$.



- **TH4**: d_1 và d_2 **trùng nhau**

Điều kiện 1: $\vec{a}$ và $\vec{b}$ trùng nhau.

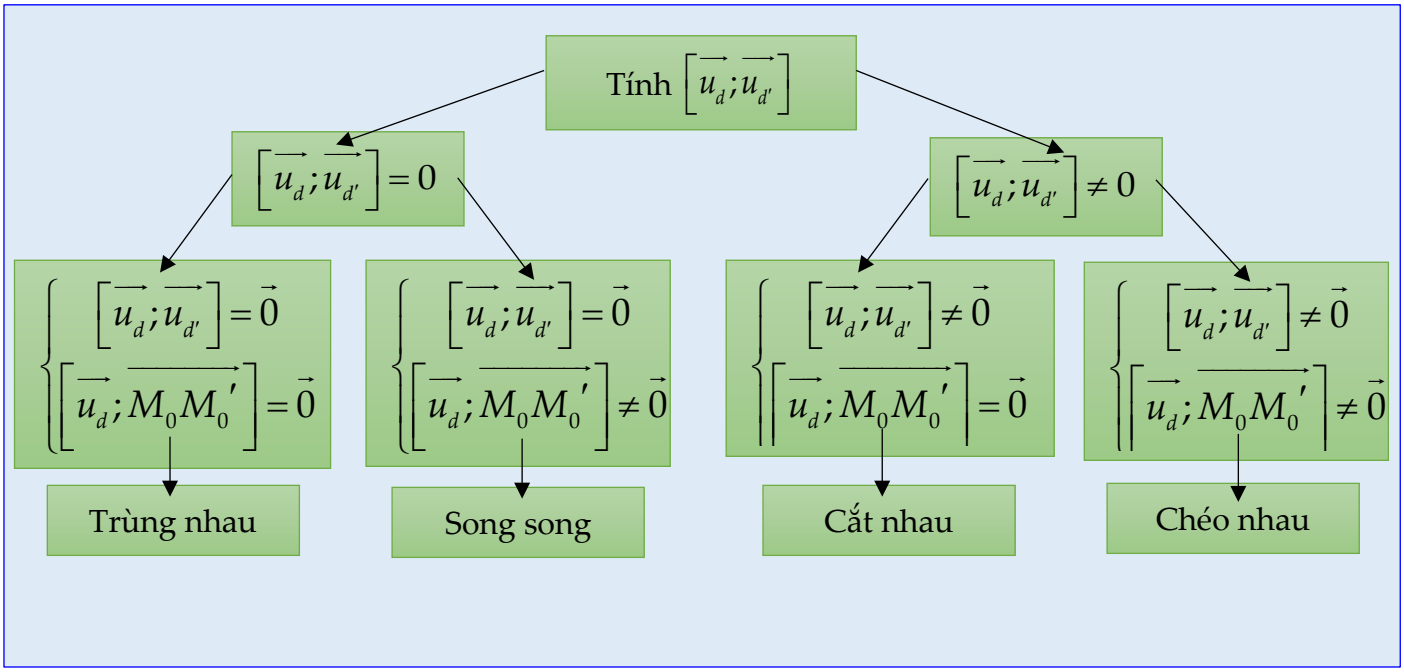
Điều kiện 2: Chọn điểm $M_0\left(x_0; y_0; z_0\right) \in d_1$. *Cần* chỉ rõ $M_0 \in d_2$.



Đặc biệt: $\boxed{d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = 0}$

2. Xét vị trí tương đối của d_1 và d_2 theo chương trình nâng cao bằng sơ đồ sau:

- Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}$ và $M_0 \in d$.
- Đường thẳng d' có 1 vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{d'}}$ và $M_0^{/} \in d$.



III. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

Cho đường thẳng: $d:\begin{cases}x=x_0+a_1t\\y=y_0+a_2t\\z=z_0+a_3t\end{cases}$ và mp $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$

Xé hệ phương trình: $\begin{cases}x=x_0+a_1t & (1)\\y=y_0+a_2t & (2)\\z=z_0+a_3t & (3)\\Ax+By+Cz+D=0 & (4)\end{cases}$ (*)

- (*) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ d cắt (α)
- (*) có vô nghiệm $\Leftrightarrow$ d // (α)
- (*) vô số nghiệm $\Leftrightarrow$ $d \subset (\alpha)$

IV. KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT ĐƯỜNG THẲNG – KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

- Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng d qua điểm M_o có vectơ chỉ phương $\vec{u}$:

$$d(M,d)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{M_0M};\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}.$$

- Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.
- Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:

  d đi qua điểm M và có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ và d' đi qua điểm M' và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u'}$ là:

$$d(d,d')=\frac{\left|\left[\vec{u};\overrightarrow{u'}\right].\overrightarrow{M_0M}\right|}{\left|\left[\vec{u};\overrightarrow{u'}\right]\right|}.$$

- Khoảng cách từ giữa đường thẳng và mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng đến mặt phẳng hoặc khoảng cách từ một điểm thuộc mặt phẳng đến đường thẳng.

V. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG – GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

- Góc giữa hai đường thẳng (d) và (d') có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ và $\overrightarrow{u'}=(a';b';c')$ là ϕ:

$$\cos\phi=\frac{\left|aa'+bb'+cc'\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}\qquad (0^o\le\phi\le 90^o).$$

  Đặc biệt: $(d)\perp(d')\Leftrightarrow aa'+bb'+cc'=0.$

- Góc giữa đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ và mp(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ là:

$$\sin\phi=\left|\cos(\vec{n},\vec{u})\right|=\frac{\left|Aa+Bb+Cc\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\qquad (0^o\le\phi\le 90^o).$$

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

I. XÁC ĐỊNH VECTƠ CHỈ PHƯƠNG CỦA ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương pháp

- Vecto $\vec{a}\neq\vec{0}$ là 1 *vecto chỉ phương* của đường thẳng d nếu giá của vecto $\vec{a}$ song song hoặc trùng với đường thẳng d.
- Nếu $\vec{a}$ là 1 vecto chỉ phương của đường thẳng d thì $k\vec{a},(k\neq 0)$ cũng là 1 vecto chỉ phương của d.
- Gọi $\vec{u}$ là 1 vecto chỉ phương của đường thẳng d. Nếu có 2 vecto $\vec{a}$, $\vec{b}$ không cùng phương và $\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{a}\\ \vec{u}\perp\vec{b}\end{cases}$ thì chọn 1 vecto chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ hoặc $\vec{u}=k\left[\vec{a},\vec{b}\right],\ k\neq 0$

2. Ví dụ:

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;2)$, $B(2;3;1)$, $C(4;2;0)$; các đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=1\\ y=2-3t\\ z=3+4t\end{cases}(t\in R)$, $\Delta_2:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+3}{2}$; các mặt phẳng $(P):x+3y-2z+1=0$, $(Q):3x-z=0$. Tìm một vecto chỉ phương của các đường thẳng sau:

1) Đường thẳng Δ_1.

2) Đường thẳng d_1 đi qua A và song song với Δ_2.

3) Đường thẳng AB.

4) Đường thẳng d_2 qua B và song song với Oy.

5) Đường thẳng d_3 qua C và vuông góc với (P).

6) Đường thẳng d_4 qua B, vuông góc với Ox và Δ_1.

7) Đường thẳng $d_5\subset(Q)$ qua O và vuông góc với Δ_2.

8) Đường thẳng d_6 là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P),(Q)$.

9) Đường thẳng d_7 qua B vuông góc với Δ_2 và song song với mặt phẳng (Oxy).

10) Đường thẳng d_8 qua A, cắt và vuông góc với trục Oz.

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha):\ x+3ky-z+2=0$ và $(\beta):\ kx-y+2z+1=0$. Tìm k để giao tuyến của (α), (β)

1) vuông góc với mặt phẳng $(P):\ x-y-2z+5=0$.

2) song song với mặt phẳng $(Q):\ -x-y-2z+1=0$.

II. LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương pháp

Bước 1: Xác định $M_0\left(x_0;y_0;z_0\right)\in d$.

Bước 2: Xác định 1 vectơ chỉ phương $\vec{a}=\left(a_1;a_2;a_3\right)$ của đường thẳng d.

Bước 3: Áp dụng công thức, ta có:

- Phương trình tham số của d: $\begin{cases}x=x_0+a_1t\\y=y_0+a_2t\\z=z_0+a_3t\end{cases}\ (t\in R)$
- Phương trình chính tắc của d: $\dfrac{x-x_0}{a_1}=\dfrac{y-y_0}{a_2}=\dfrac{z-z_0}{a_3}$; $\left(a_1,a_2,a_3\neq 0\right)$

2. Ví dụ:

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=2+2t\\y=-1-t\\z=3t\end{cases}$. Viết phương trình:

1) tham số của đường thẳng Δ_1.

2) chính tắc của đường thẳng Δ_2.

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A\left(2;0;-1\right)$, $B\left(2;3;-3\right)$, $C\left(1;2;4\right)$, $D\left(-1;2;1\right)$; đường thẳng thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=t\\y=-1-t\\z=2t\end{cases}$; mặt phẳng $\left(\alpha\right):\ 3x+5y-z+1=0$. Viết phương trình của đường thẳng d trong mỗi trường hợp sau:

1) Qua A và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(-1;3;5\right)$.

2) Qua 2 điểm B,C.

3) Qua $M_0\left(1;2;3\right)$ và song song với trục tung.

4) Qua C và song song với Δ_1.

5) Qua B và vuông góc với $\left(Oxz\right)$.

6) Qua D và vuông góc với $\left(\alpha\right)$.

Ví dụ 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A\left(1;1;-1\right)$, $B\left(2;-1;3\right)$, $C\left(1;2;2\right)$, $D\left(-1;-2;1\right)$; các đường thẳng thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=2+t\\y=-1-t\\z=t\end{cases}$, $\Delta_2:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$; các mặt phẳng $\left(\alpha\right):\ x+2y-z+1=0$, $\left(\beta\right):\ x+y+2z+3=0$. Viết phương trình của đường thẳng d trong mỗi trường hợp sau:

1) Qua A và vuông góc với các đường thẳng Δ_1, AB.

2) Qua B và vuông góc với đường thẳng AC và trục Oz.

3) Qua O và song song với 2 mặt phẳng $\left(\alpha\right)$, $\left(Oyz\right)$.

4) Qua C, song song với $\left(\beta\right)$ và vuông góc với Δ_2.

5) d là giao tuyến của hai mặt phẳng (α), (β).

Ví dụ 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(2;-1;1)$ cắt và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-1-t \\ z=t \end{cases}$.

Ví dụ 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-4)$ và d: $\frac{x-2}{3}=\frac{y+4}{-2}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng (*P*): $3x-2y-3z-7=0$ .Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A, song song với (P) và cắt đường thẳng d.

Ví dụ 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d vuông góc với mp(*P*), đồng thời cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 với $d_1: \frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+2}{1}$; $d_2: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=3 \end{cases}$; $(P): 7x+y-4z=0.$

Ví dụ 7: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mp(α) và mặt cầu (S) có phương trình như sau: $(\alpha): x+y+z+5=0$, $(S): (x-2)^2+(y+1)^2+z^2=25$.

1) Chứng minh: (α) cắt (S) theo một đường tròn có tâm H.

2) Gọi I là tâm mặt cầu (S). Viết phương trình đường thẳng IH.

III. XÉT VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Dùng 1 trong 2 cách như trong phần lý thuyết.

Ví dụ 1: Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau:

a) $\Delta_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=2t \\ z=3-t \end{cases}$; $\Delta_2: \begin{cases} x=2+2t' \\ y=3+4t' \\ z=5-2t' \end{cases}$.

b) $\Delta_1: \frac{x-3}{-1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z-5}{-2}$; $\Delta_2: \begin{cases} x=2-3t \\ y=5+3t \\ z=3-6t \end{cases}$

c) $\Delta_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+3}{-1}$; $\Delta_2: \begin{cases} x=2-2t \\ y=-2+t \\ z=1+3t \end{cases}$

d) $\Delta_1: \begin{cases} x=2t \\ y=-1+3t \\ z=t \end{cases}$; $\Delta_2: \begin{cases} x=1+3t' \\ y=-2+2t' \\ z=1+2t' \end{cases}$

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xác định vị trí tương đối của cặp đường thẳng sau theo m với $d_m:\begin{cases}x=1+mt\\y=m+2t\\z=1-m-3t\end{cases}$ và $d_m':\begin{cases}x=m-2t'\\y=mt'\\z=1-m+t'\end{cases}$.

Ví dụ 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=5+t\\y=at\\z=2-t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+2t'\\y=a+4t'\\z=2-2t'\end{cases}$. Xác định a để:

1) d_1 vuông góc với d_2.

2) d_1 song song với d_2.

Ví dụ 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=3-t\end{cases}$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=2+2t'\\y=3+4t'\\z=5-2t'\end{cases}$.

a) Chứng minh Δ_1 và Δ_2 cùng thuộc một mặt phẳng.

b) Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ_1 và Δ_2.

Ví dụ 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng:

$\Delta_1:\dfrac{3-x}{7}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=8+t\\y=5+2t\\z=8-t\end{cases}$.

a) Chứng minh Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

b) Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ_1 và song song với Δ_2.

Ví dụ 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=8+t\\y=5+2t\\z=8-t\end{cases}$ và $d_2:\dfrac{3-x}{7}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$.

a) Chứng tỏ rằng hai đường thẳng d_1, d_2 chéo nhau.

b) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O, song song với d_1 và d_2.

c) Viết phương trình đường vuông góc chung của 2 đường thẳng d_1 và d_2.

Ví dụ 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 đường thẳng:

$d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-2}$, $d_2:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z}{-4}$, $d_3:\ \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_4:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

a) CMR: Hai đường thẳng d_1, d_2 cùng nằm trong 1 mặt phẳng. Viết phương trình mặt phẳng đó.

b) CMR: Tồn tại một đường thẳng Δ cắt cả 4 đường thẳng đã cho. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ.

Ví dụ 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và 2 đường thẳng

$\mathrm{d}_1:\begin{cases}x=t\\y=-1-2t\\z=-3t\end{cases}$; $\mathrm{d}_2:\begin{cases}x=-\dfrac{4}{5}-t\\y=-\dfrac{3}{5}-2t\\z=-5t\end{cases}$. Chứng minh A, d_1 và d_2 cùng thuộc một mặt phẳng.

IV. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

1. Phương pháp:

Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_0+a_1t\\y=y_0+a_2t\\z=z_0+a_3t\end{cases}$ $(t\in R)$ và mặt phẳng $(\mathrm{P}):Ax+By+Cz+D=0$.

Xét hệ phương trình $\begin{cases}x=x_0+a_1t\\y=y_0+a_2t\\z=z_0+a_3t\\Ax+by+Cz+D=0\end{cases}$ $\Rightarrow A(x_0+a_1t)+B(y_0+a_2t)+C(z_0+a_3t)+D=0$ (1)

- Nếu (1) vô nghiệm thì $d//(P)$.
- Nếu (1) có nghiệm duy nhất $t=t_0$ thì d cắt (P) tại $M(x_0+a_1t_0;y_0+a_2t_0;z_0+a_3t_0)$
- Nếu (1) có vô số nghiệm thì $d\subset(P)$.

Chú ý: Nếu VTCP của d cùng phương với VTPT của (P) thì $d\perp(P)$.

2. Ví dụ:

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, và 3 đường thẳng $\mathrm{d}_1:\begin{cases}x=t\\y=-1-2t\\z=-3t\end{cases}$;

$\mathrm{d}_2:\begin{cases}x=-t\\y=1-2t\\z=t\end{cases}$; $\mathrm{d}_3:\dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+5=0$.

Xét vị trí tương đối của:

a) d_1 và (P). b) d_2 và (P). c) d_3 và (P).

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+3z-4=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+3}{4}=z$.

a) Xác định giao điểm A của đt Δ và mặt phẳng (α).

b) Viết phương trình đường thẳng d qua A nằm trong mp(α) và vuông góc với Δ.

Ví dụ 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $4x-3y+11z-26=0$ và 2 đường thẳng $d_1: \dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+1}{3}$; $d_2: \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{2}$

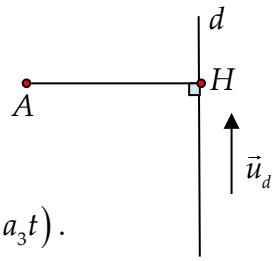
a) Chứng minh: d_1 và d_2 chéo nhau.

b) Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trên mp(P), đồng thời cắt d_1 và d_2.

V. HÌNH CHIẾU CỦA MỘT ĐIỂM LÊN MỘT ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương pháp

Cho điểm $A(x_A;y_A;z_A)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=x_0+a_1t \\ y=y_0+a_2t \\ z=z_0+a_3t \end{cases} (t\in R)$.



Cách 1:

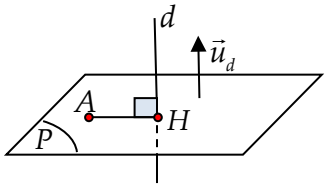
Gọi H là hình chiếu của A lên d. Ta có $H\in d \Rightarrow H(x_0+a_1t;y_0+a_2t;z_0+a_3t)$.

Tính $\overrightarrow{AH}$; $\overrightarrow{AH}\perp\vec{u}_d \Leftrightarrow \vec{u}_d.\overrightarrow{AH}=0 \Rightarrow t=?\Rightarrow H?$

Cách 2:

Gọi H là hình chiếu của A lên d.

- Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với d
- Khi đó tìm tọa độ điểm H thỏa $\{H\}=d\cap(P)$



2. Ví dụ:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=t \end{cases}$.

a)Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng Δ.

b)Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua đường thẳng Δ.

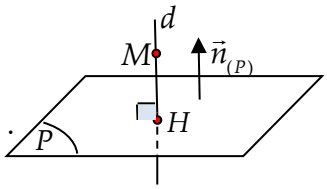
VI. HÌNH CHIẾU CỦA MỘT ĐIỂM LÊN MỘT MẶT PHẲNG

1. Phương pháp

Cho điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ và mặt phẳng $(P): Ax+By+Cz+D=0$.

Gọi H là hình chiếu của A lên $mp(P)$.

- Viết phương trình đường thẳng d qua A và vuông góc với $mp(P)$.
- Khi đó tìm tọa độ điểm H thỏa $\{H\}=d\cap(P)$.



2. Ví dụ:

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;4;2)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$.

a)Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (P).

b)Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (P).

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+y-z+5=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-2x-10=0$.

a) Chứng minh mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C).

b) Tìm tọa độ tâm và tính bán kính của đường tròn (C).

Ví dụ 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-2x-10=0$.

a) Chứng minh mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S)

b) Tìm tọa độ tiếp điểm của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S).

Ví dụ 4: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết các phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=z-3$ trên mỗi mặt phẳng sau: mp(*Oxy*), mp(*Oyz*), mp(*Oxz*) và $(\alpha): x+y+z-7=0$.

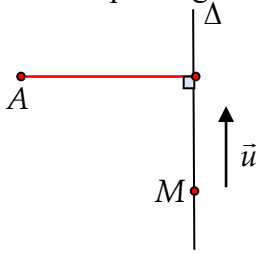
VII. KHOẢNG CÁCH TỪ ĐIỂM ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG – KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU

1. Kiến thức vận dụng

• Khoảng cách từ điểm đến đường thẳng:

Cho điểm A và đường thẳng Δ $(A \notin \Delta)$ đi qua điểm M và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}$.

Ta có: $d(A;\Delta)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{AM}\right]\right|}{|\vec{u}|}$

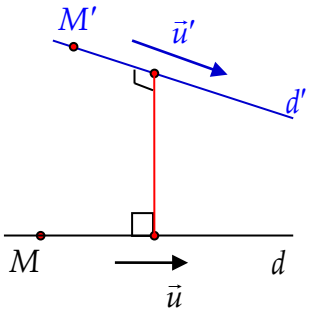


• Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:

Cho 2 đường thẳng chéo nhau d, d'.

- d đi qua điểm M và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}$.
- d' đi qua điểm M' và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}'$.

Ta có: $d(d;d')=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{MM'}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right]\right|}$



Đặc biệt: Nếu $\Delta // \Delta'$ *thì* $d(\Delta;\Delta')=d(A;\Delta')$; $(A \in \Delta)$.

2. Ví dụ:

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;2)$ hai đường thẳng:

$$d:\begin{cases}x=1-t\\y=2+2t\\z=3t\end{cases} \text{ và } d':\begin{cases}x=1+t'\\y=3-2t'\\z=1\end{cases}$$

a) Chứng minh 2 đường thẳng d và d' chéo nhau.

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d và d'.

c) Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d.

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hai đường thẳng d, d' và mặt cầu (S) có phương trình $d:\begin{cases}x=1-t\\y=2+2t\\z=2t\end{cases}$; $d':\begin{cases}x=1+2t'\\y=1-2t'\\z=t'\end{cases}$ và $(S):(x-1)^2+y^2+z^2=\dfrac{20}{9}$.

a) Chứng minh đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu (S) tại tiếp điểm H. Tìm tọa độ điểm H.

b) Chứng minh đường thẳng d' cắt mặt cầu (S) tại 2 điểm phân biệt A,B. Tính độ dài đoạn AB và tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB.

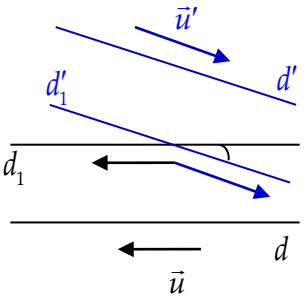
VIII. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG – GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

1. Kiến thức vận dụng

- ***Góc giữa hai đường thẳng:***

Cho 2 đường thẳng d,d' có các vectơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}=(a;b;c),\vec{u}'=(a';b';c')$.

Ta có: $\cos(d;d')=\left|\cos(\vec{u},\vec{u}')\right|=\dfrac{|a.a'+b.b'+c.c'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$, $0\le(d;d')\le 90^0$

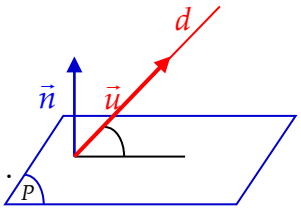


- ***Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng***

Cho đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$.

Mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$

Ta có: $\sin(d;(P))=\left|\cos(\vec{u},\vec{n})\right|=\dfrac{|a.A+b.B+c.C|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$, $0\le(d;(P))\le 90^0$.



2. Ví dụ:

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hai đường thẳng d, d' và mặt phẳng (P) có phương trình $d:\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=t\end{cases}$; $d':\begin{cases}x=1+2t'\\y=1-t'\\z=t'\end{cases}$ và $(P):2x+3y+z-4=0$

a) Tính góc giữa hai đường thẳng d, d'.

b) Tính góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hai đường thẳng d, d' và mặt phẳng (P) có phương trình $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=t\end{cases}$; $d':\begin{cases}x=1\\y=1+\sqrt{2}t'\\z=\sqrt{2}t'\end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(3;2;2)$, vuông góc với đường thẳng d và tạo với đường thẳng d' một góc 60^0.

IX. XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ ĐIỂM TRÊN ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương pháp

- Điểm M nằm trên đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_0+a_1t\\y=y_0+a_2t\\z=z_0+a_3t\end{cases}$ thì $M(x_0+a_1t;y_0+a_2t;z_0+a_3t)$.
- Từ điều kiện ta tìm được $t=?\Rightarrow M?$

2. Ví dụ:

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho điểm $A(2;1;3)$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=t\end{cases}$, và mặt phẳng $(P):2x+y-2z-1=0$.

a) Tìm tọa độ điểm M thộc đường thẳng d sao cho $AM=\sqrt{11}$.

b) Tìm tọa độ điểm N thộc đường thẳng d sao cho $d(N,(P))=\dfrac{1}{3}$

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$.

a) Viết phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm A,B,C.

b) Tìm tọa độ điểm M thộc mặt phẳng $(P):2x+2y+z-3=0$ sao cho $MA=MB=MC$.

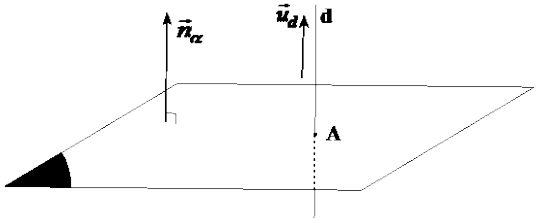
HỆ THỐNG MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP VỀ LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Bài toán 1: Lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và $d \perp (\alpha)$.

Phương pháp:

+ Đường thẳng d đi qua A

+ Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{n}_\alpha$



Bài toán 2: Lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và $d // \Delta$.

Phương pháp:

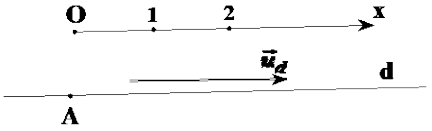
+ Mặt phẳng (α) đi qua A

+ Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d$.

* Đặc biệt: Khi $\Delta \equiv Ox$

+ Mặt phẳng (α) đi qua A

+ Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;0;0)$.



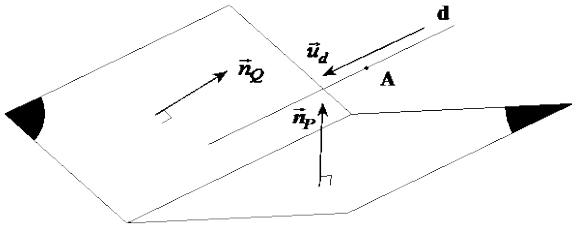
Bài toán 3: Lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và $d // (P)$, $d // (Q)$, (P) *không song, không trùng với* (Q).

Phương pháp:

+ Đường thẳng (α) đi qua A

+ Ta có: $\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_P \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_Q \end{cases}$

Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = \left[\vec{n}_P, \vec{n}_Q\right]$



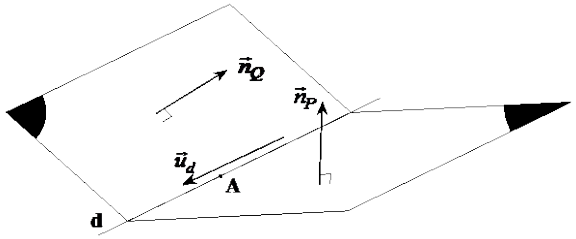
Bài toán 4: Lập phương trình đường thẳng d là giao tuyến của 2 mặt phẳng (P) và (Q).

Phương pháp:

+ Đường thẳng d đi qua A (*giải hệ 2 phương trình mp(P) và (Q) với* $x = 0$)

+ Ta có: $\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_P \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_Q \end{cases}$

Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = \left[\vec{n}_P, \vec{n}_Q\right]$



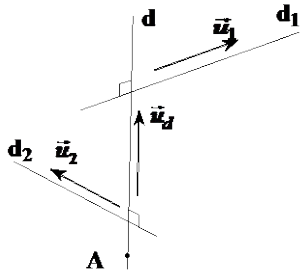
Bài toán 5: Lập phương trình đường thẳng d đi qua A và $d \perp d_1$, $d \perp d_2$, d_1 *không song song, không trùng với* d_2.

Phương pháp:

+ Đường thẳng d đi qua ***A.***

+ Ta có: $\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{u}_1 \\ \vec{u}_d \perp \vec{u}_2 \end{cases}$

Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = \left[\vec{u}_1, \vec{u}_2\right]$.



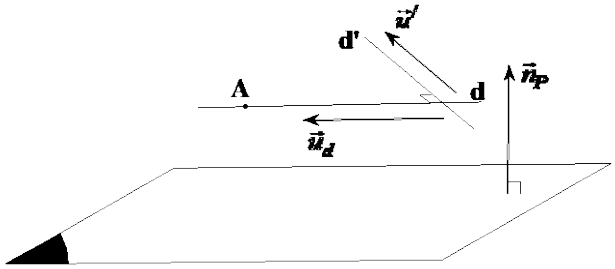
Bài toán 6: Lập phương trình đường thẳng d đi qua A và $d // (P)$, $d \perp d'$.

Phương pháp:

+ Đường thẳng d đi qua ***A.***

+ Ta có: $\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_P \\ \vec{u}_d \perp \vec{u}' \end{cases}$

Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = \left[\vec{n}_P, \vec{u}'\right]$



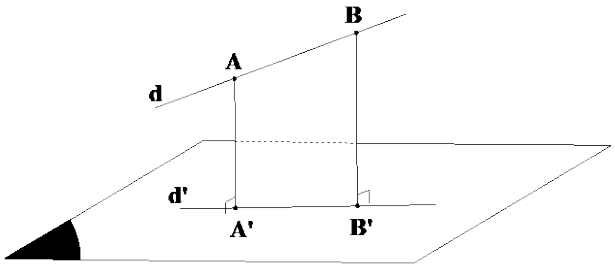
Bài toán 7: Lập phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mp(α).

Phương pháp:

+ Xác định A' là hình chiếu của A trên (α).

+ Xác định B' là hình chiếu của B trên (α).

+ Đường thẳng $d' \equiv A'B'$



CHƯƠNG III

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

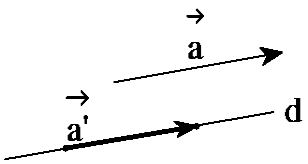
BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

I LÝ THUYẾT.

I. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

Vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$ là 1 *vectơ chỉ phương* của đường thẳng d nếu giá của vectơ $\vec{a}$ song song hoặc trùng với đường thẳng d.



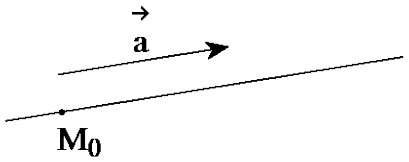
2. Phương trình tham số - Phương trình chính tắc của đường thẳng

Đường thẳng d đi qua $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$

+ *Phương trình tham số* của đường thẳng d là: $\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$ $(t \in R)$ (1)

+ *Phương trình chính tắc* của đường thẳng d là:

$$d: \quad \frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3} \qquad (2)\ (\ a_1.a_2.a_3 \neq 0\ )$$



II. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = x_0' + b_1 k \\ y = y_0' + b_2 k \\ z = z_0' + b_3 k \end{cases}$

Đường thẳng d_1 có 1 vectơ chỉ phương $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$.

Đường thẳng d_2 có 1 vectơ chỉ phương $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$.

1. Xét vị trí tương đối của d_1 và d_2 theo chương trình cơ bản:

Bước 1: Kiểm tra tính cùng phương của $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Bước 2: Nhận xét:

+ Nếu $\vec{a}$ và $\vec{b}$ *cùng phương* thì: $\left[\begin{array}{l} d_1 // d_2 \\ d_1 \equiv d_2 \end{array}\right.$

+ Nếu $\vec{a}$ và $\vec{b}$ *không cùng phương* thì **hoặc** d_1 cắt d_2 **hoặc** d_1 và d_2 chéo nhau.

- **TH1**: **d_1 cắt d_2**

Điều kiện 1: $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương .

Điều kiện 2: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x_0 + a_1 t = x_0' + b_1 k & (1) \\ y_0 + a_2 t = y_0' + b_2 k & (2) \\ z_0 + a_3 t = z_0' + b_3 k & (3) \end{cases}$ (*) có nghiệm duy nhất (t_0, k_0)

.

Kết luận: d_1 cắt d_2 tại điểm $M_0\left(x_0 + a_1 t_0; y_0 + a_2 t_0; z_0 + a_3 t_0\right)$.

Lưu ý: Giải hệ (*) bằng cách: Từ (1) và (2) giải ra $\left(t_0; k_0\right)$ và thay vào (3) (Nếu (3) thoả thì $\left(t_0; k_0\right)$, ngược lại thì không).

- **TH2: d_1 và d_2 chéo nhau**

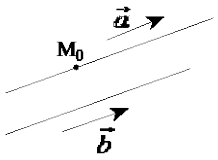
Điều kiện 1: $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương .

Điều kiện 2: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x_0 + a_1 t = x_0' + b_1 k & (1) \\ y_0 + a_2 t = y_0' + b_2 k & (2) \\ z_0 + a_3 t = z_0' + b_3 k & (3) \end{cases}$ (*) vô nghiệm.

- **TH3: d_1 song song** với **d_2**

Điều kiện 1: $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương .

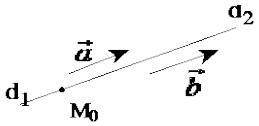
Điều kiện 2: Chọn điểm $M_0(x_0; y_0; z_0) \in d_1$. Cần chỉ rõ $M_0 \notin d_2$.



- **TH4**: **d_1** và **d_2 trùng nhau**

Điều kiện 1: $\vec{a}$ và $\vec{b}$ trùng nhau.

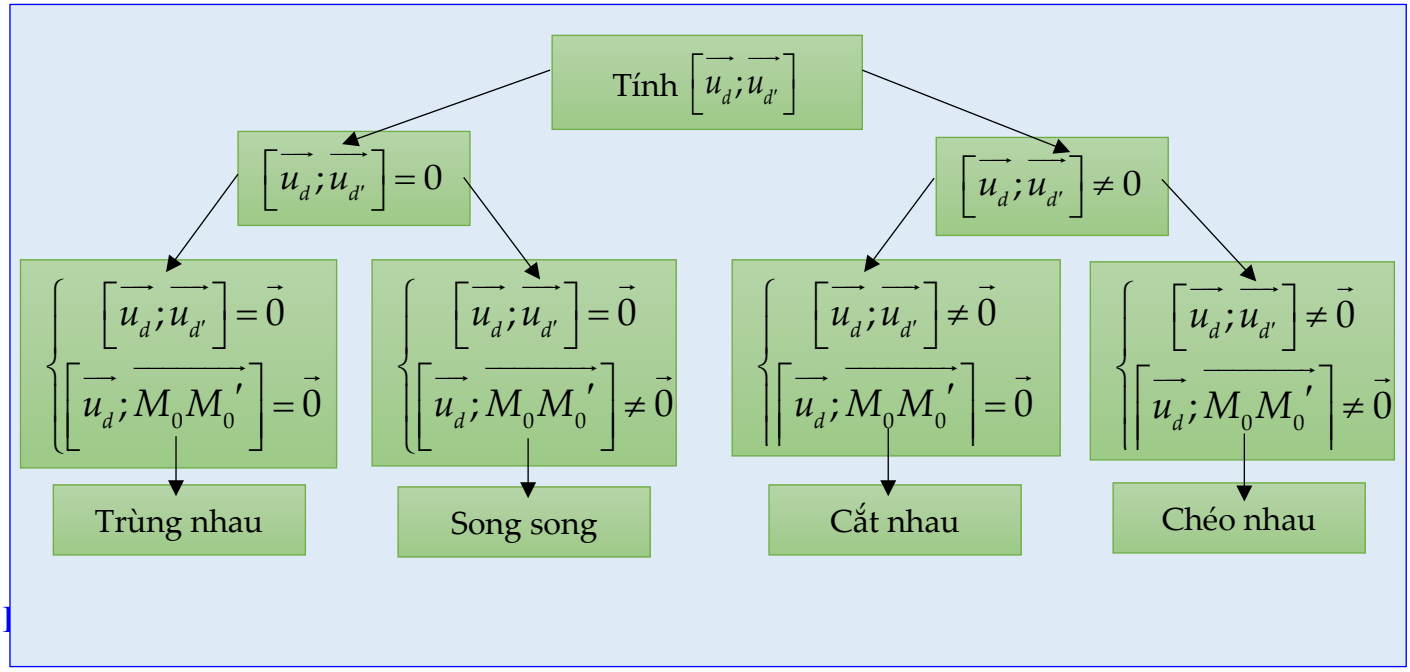
Điều kiện 2: Chọn điểm $M_0\left(x_0; y_0; z_0\right) \in d_1$. *Cần* chỉ rõ $M_0 \in d_2$.



Đặc biệt: $\boxed{d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b} = 0 \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = 0}$

2. Xét vị trí tương đối của d_1 và d_2 theo chương trình nâng cao bằng sơ đồ sau:

- Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}$ và $M_0 \in d$.
- Đường thẳng d' có 1 vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{d'}}$ và $M_0' \in d$.



Cho đường thẳng: $d:\begin{cases}x=x_0+a_1t\\y=y_0+a_2t\\z=z_0+a_3t\end{cases}$ và mp $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$

Xé hệ phương trình: $\begin{cases}x=x_0+a_1t & (1)\\y=y_0+a_2t & (2)\\z=z_0+a_3t & (3)\\Ax+By+Cz+D=0 & (4)\end{cases}$ (*)

- (*) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ d cắt (α)
- (*) có vô nghiệm $\Leftrightarrow$ $d \,//\, (\alpha)$
- (*) vô số nghiệm $\Leftrightarrow$ $d \subset (\alpha)$

IV. KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT ĐƯỜNG THẲNG – KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

- Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng d qua điểm M_o có vectơ chỉ phương $\vec{u}$:

$$d(M,d)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{M_0M};\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}.$$

- Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.
- Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:

  d đi qua điểm M và có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ và d' đi qua điểm M' và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u'}$ là:

$$d(d,d')=\frac{\left|\left[\vec{u};\overrightarrow{u'}\right].\overrightarrow{M_0M}\right|}{\left|\left[\vec{u};\overrightarrow{u'}\right]\right|}.$$

- Khoảng cách từ giữa đường thẳng và mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng đến mặt phẳng hoặc khoảng cách từ một điểm thuộc mặt phẳng đến đường thẳng.

V. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG – GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

- Góc giữa hai đường thẳng (d) và (d') có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ và $\overrightarrow{u'}=(a';b';c')$ là ϕ:

$$\cos\phi=\frac{\left|aa'+bb'+cc'\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}\qquad(0^o\le\phi\le90^o).$$

  Đặc biệt: $(d)\perp(d')\Leftrightarrow aa'+bb'+cc'=0.$

- Góc giữa đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ và mp(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ là:

$$\sin\phi=\left|\cos(\vec{n},\vec{u})\right|=\frac{\left|Aa+Bb+Cc\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\qquad(0^o\le\phi\le90^o).$$

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

I. XÁC ĐỊNH VECTƠ CHỈ PHƯƠNG CỦA ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương pháp

- Vecto $\vec{a}\neq\vec{0}$ là 1 *vecto chỉ phương* của đường thẳng d nếu giá của vecto $\vec{a}$ song song hoặc trùng với đường thẳng d.
- Nếu $\vec{a}$ là 1 vecto chỉ phương của đường thẳng d thì $k\vec{a},(k\neq 0)$ cũng là 1 vecto chỉ phương của d.
- Gọi $\vec{u}$ là 1 vecto chỉ phương của đường thẳng d. Nếu có 2 vecto $\vec{a}$, $\vec{b}$ không cùng phương và $\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{a}\\ \vec{u}\perp\vec{b}\end{cases}$ thì chọn 1 vecto chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ hoặc $\vec{u}=k\left[\vec{a},\vec{b}\right],\ k\neq 0$

2. Ví dụ:

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;2)$, $B(2;3;1)$, $C(4;2;0)$; các đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=1\\ y=2-3t\\ z=3+4t\end{cases}(t\in R)$, $\Delta_2:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+3}{2}$; các mặt phẳng $(P):x+3y-2z+1=0$, $(Q):3x-z=0$. Tìm một vecto chỉ phương của các đường thẳng sau:

1) Đường thẳng Δ_1.
2) Đường thẳng d_1 đi qua A và song song với Δ_2.
3) Đường thẳng AB.
4) Đường thẳng d_2 qua B và song song với Oy.
5) Đường thẳng d_3 qua C và vuông góc với (P).
6) Đường thẳng d_4 qua B, vuông góc với Ox và Δ_1.
7) Đường thẳng $d_5\subset(Q)$ qua O và vuông góc với Δ_2.
8) Đường thẳng d_6 là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P),(Q)$.
9) Đường thẳng d_7 qua B vuông góc với Δ_2 và song song với mặt phẳng (Oxy).
10) Đường thẳng d_8 qua A, cắt và vuông góc với trục Oz.

Lời giải:

1) Đường thẳng Δ_1 có 1 vecto chỉ phương là $\vec{a}=(0;-3;4)$.
2) Đường thẳng Δ_2 có 1 vecto chỉ phương là $\vec{b}=(3;-3;2)$. Ta có: $d_1//\Delta_2$ nên $\vec{b}=(3;-3;2)$ cũng là 1 vecto chỉ phương của d_1.
3) Đường thẳng AB có 1 vecto chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(1;4;-1)$.
4) Đường thẳng $d_2//Oy$ nên có 1 vecto chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.

5) Mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1=(1;3;-2)$. Đường thẳng $d_3\perp(P)$ nên có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{n}_1=(1;3;-2)$.

6) Gọi $\vec{u}_4$ là 1 vectơ chỉ phương của đường thẳng d_4.

Ta có: $\left[\vec{i},\vec{a}\right]=\left(0;-4;-3\right)$, $\begin{cases}\vec{u}_4\perp\vec{i}\\ \vec{u}_4\perp\vec{a}\end{cases}\Rightarrow$ chọn $\vec{u}_4=\left(0;4;3\right)$.

7) Mặt phẳng (Q) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2=\left(3;0;-1\right)$. Gọi $\vec{u}_5$ là 1 vectơ chỉ phương của đường thẳng d_5. Ta có: $\left[\vec{n}_2,\vec{b}\right]=(-3;-9;-9)$, $\begin{cases}\vec{u}_5\perp\vec{n}_2\\ \vec{u}_4\perp\vec{b}\end{cases}\Rightarrow$ chọn $\vec{u}_5=(1;3;3)$.

8) Gọi $\vec{u}_6$ là 1 vectơ chỉ phương của đường thẳng d_6. Ta có: $\left[\vec{n}_1,\vec{n}_2\right]=\left(-3;-5;-9\right)$,

$\begin{cases}\vec{u}_6\perp\vec{n}_1\\ \vec{u}_6\perp\vec{n}_2\end{cases}\Rightarrow$ chọn $\vec{u}_6=\left(3;5;9\right)$.

9) Gọi $\vec{u}_7$ là 1 vectơ chỉ phương của đường thẳng d_7. Mặt phẳng (Oxy) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=\left(0;0;1\right)$.Ta có: $\left[\vec{n}_2,\vec{k}\right]=\left(-3;3;0\right)$, $\begin{cases}\vec{u}_7\perp\vec{n}_2\\ \vec{u}_7\perp\vec{k}\end{cases}\Rightarrow$ chọn $\vec{u}_7=\left(1;-1;0\right)$.

10) Gọi $H=d_8\cap Oz$. Ta có $\begin{cases}d_8\perp Oz\\ A\in d_8\end{cases}\Rightarrow H$ là hình chiếu của A lên $Oz\Rightarrow H\left(0;0;2\right)$. Vậy d_8 có 1 vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{OA}=\left(1;-1;0\right)$.

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai mặt phẳng $\left(\alpha\right)$: $x+3ky-z+2=0$ và $\left(\beta\right)$: $kx-y+2z+1=0$. Tìm k để giao tuyến của $\left(\alpha\right)$, $\left(\beta\right)$

1) vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$: $x-y-2z+5=0$.

2) song song với mặt phẳng $\left(Q\right)$: $-x-y-2z+1=0$.

Lời giải:

Gọi $\vec{u}$ là 1 vectơ chỉ phương của đường thẳng *d* là giao tuyến của $\left(\alpha\right)$, $\left(\beta\right)$.

Mặt phẳng của $\left(\alpha\right)$ có 1 vectơ pháp là $\vec{n}_\alpha=\left(1;3k;-1\right)$.

Mặt phẳng của $\left(\beta\right)$ có 1 vectơ pháp là $\vec{n}_\beta=\left(k;-1;2\right)$.

Ta có: $\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{n}_\alpha\\ \vec{u}\perp\vec{n}_\beta\end{cases}\Rightarrow$chọn $\vec{u}=\left[\vec{n}_\alpha,\vec{n}_\beta\right]=\left(6k-1;-k-2;-3k^2-1\right)$.

1) Mặt phẳng (*P*) có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=\left(1;-1;-2\right)$. Đường thẳng *d* vuông góc với mặt phẳng

$\Leftrightarrow\vec{u}$, $\vec{n}_P$ cùng phương $\Leftrightarrow\left[\vec{u},\vec{n}_P\right]=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}-3k^2+2k+3=0\\ -11k+4=0\\ 1-5k=0\end{cases}$ (vô nghiệm).

Vậy không tồn tại giá trị k thỏa yêu cầu bài toán.

2) Mặt phẳng (*Q*) có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=\left(-1;-1;-2\right)$.

Đường thẳng *d* vuông góc với mặt phẳng $\left(Q\right)$:

$$\Leftrightarrow \vec{u}.\vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow -6k+1-k-2+3k^2+1=0 \Leftrightarrow 3k^2-7k=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=0 \\ k=\dfrac{7}{3} \end{array}\right.$$

II. LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương pháp

Bước 1: Xác định $M_0\left(x_0;y_0;z_0\right)\in d$.

Bước 2: Xác định 1 vectơ chỉ phương $\vec{a}=\left(a_1;a_2;a_3\right)$ của đường thẳng d.

Bước 3: Áp dụng công thức, ta có:

- Phương trình tham số của d: $\begin{cases} x=x_0+a_1t \\ y=y_0+a_2t \\ z=z_0+a_3t \end{cases} \quad (t\in R)$
- Phương trình chính tắc của d: $\dfrac{x-x_0}{a_1}=\dfrac{y-y_0}{a_2}=\dfrac{z-z_0}{a_3}$; $\left(a_1,a_2,a_3\neq 0\right)$

2. Ví dụ:

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho các đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và $\Delta_2:\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1-t \\ z=3t \end{cases}$. Viết phương trình:

1) tham số của đường thẳng Δ_1.

2) chính tắc của đường thẳng Δ_2.

Lời giải:

1) Đường thẳng Δ_1 qua $M\left(1;-2;0\right)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(1;-1;2\right)$, có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-t \\ z=2t \end{cases}$.

2) Đường thẳng Δ_1 qua $N\left(2;-1;0\right)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(2;-1;3\right)$, có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{3}$.

Chú ý: *Nếu đề bài chỉ yêu cầu viết phương trình đường thẳng thì ta viết phương trình tham số hay phương trình chính tắc của đường thẳng đều được.*

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho các điểm $A\left(2;0;-1\right)$, $B\left(2;3;-3\right)$, $C\left(1;2;4\right)$, $D\left(-1;2;1\right)$; đường thẳng thẳng $\Delta_1:\begin{cases} x=t \\ y=-1-t \\ z=2t \end{cases}$; mặt phẳng $\left(\alpha\right):\ 3x+5y-z+1=0$. Viết phương trình của đường thẳng d trong mỗi trường hợp sau:

1) Qua A và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(-1;3;5\right)$.

2) Qua 2 điểm B,C.

3) Qua $M_0\left(1;2;3\right)$ và song song với trục tung.

4) Qua C và song song với Δ_1.

5) Qua B và vuông góc với (Oxz).

6) Qua D và vuông góc với (α).

Lời giải:

1) Đường thẳng d qua $A(2;0;-1)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;3;5)$, có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=2-t\\y=3t\\z=-1+5t\end{cases}$.

2) Đường thẳng d qua $B(2;3;-3)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\overrightarrow{BC}=(-1;-1;7)$, có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=2-t\\y=3-t\\z=-3+7t\end{cases}$.

3) Đường thẳng d qua $M_0(1;2;3)\notin Ox$ và song song với trục Ox nên nhận $\vec{i}=(1;0;0)$ làm 1 vectơ chỉ phương, có phương trình tham số: $\begin{cases}x=1+t\\y=2\\z=3\end{cases}$.

4) Đường thẳng d đi qua điểm $C(1;2;4)$. Đường thẳng Δ_1 có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;2)$. Ta có: $d//\Delta_1\Rightarrow d$ có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;2)$. Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng d là: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-4}{2}$.

5) Đường thẳng d đi qua điểm $B(2;3;-3)$. Mặt phẳng (Oxz) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{j}=(0;1;0)$.

Đường thẳng d vuông góc với (Oxz) nên nhận $\vec{j}=(0;1;0)$ làm 1 vectơ chỉ phương. Vậy phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases}x=2\\y=3+t\\z=-3\end{cases}$.

6) Đường thẳng d đi qua điểm $D(-1;2;1)$. Mặt phẳng (α) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;5;-1)$. Đường thẳng d vuông góc với (α) nên nhận $\vec{n}=(3;5;-1)$ làm 1 vectơ chỉ phương. Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng d là: $\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{5}=\frac{z-1}{-1}$.

Ví dụ 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(1;2;2)$, $D(-1;-2;1)$; các đường thẳng thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=2+t\\y=-1-t\\z=t\end{cases}$, $\Delta_2:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$; các mặt phẳng $(\alpha):\ x+2y-z+1=0$, $(\beta):\ x+y+2z+3=0$. Viết phương trình của đường thẳng d trong mỗi trường hợp sau:

1) Qua A và vuông góc với các đường thẳng Δ_1, AB .

2) Qua B và vuông góc với đường thẳng AC và trục Oz.

3) Qua O và song song với 2 mặt phẳng (α), (Oyz).

4) Qua C, song song với (β) và vuông góc với Δ_2.

5) d là giao tuyến của hai mặt phẳng (α), (β).

Lời giải:

1) Đường thẳng d qua $A(1;1;-1)$. Đường thẳng Δ_1 có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(1;-1;1)$; $\overrightarrow{AB}=(1;-2;4)\Rightarrow\left[\vec{u};\overrightarrow{AB}\right]=(-2;-3;-1)$. Gọi $\vec{u}$ là 1 vectơ chỉ phương của d. Ta có: $\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{u}_1\\ \vec{u}\perp\overrightarrow{AB}\end{cases}\Rightarrow$ chọn $\vec{u}=(2;3;1)$. Vậy phương trình chính tắc của d là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+1}{1}$.

2) Đường thẳng d qua $B(2;-1;3)$; $\overrightarrow{AC}=(0;1;3)$; $\vec{k}=(0;0;1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AC},\vec{k}\right]=(1;0;0)$. Gọi $\vec{u}$ là 1 vectơ chỉ phương của d. Ta có: $\begin{cases}\vec{u}\perp\overrightarrow{AC}\\ \vec{u}\perp\vec{k}\end{cases}\Rightarrow$ chọn $\vec{u}=(1;0;0)$.

Vậy phương trình tham số của d là $\begin{cases}x=2+t\\ y=-1\\ z=3\end{cases}$

3) Đường thẳng d qua $O(0;0;0)$; $\vec{n}_1=(1;2;-1)$ là 1 vectơ pháp tuyến của (α); $\vec{i}=(1;0;0)$ là 1 vectơ pháp tuyến của (Oyz); Ta có: $\left[\vec{n}_1,\vec{i}\right]=(0;-1;-2)$.

Gọi $\vec{u}$ là 1 vectơ chỉ phương của d. Ta có: $\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{n}_1\\ \vec{u}\perp\vec{i}\end{cases}\Rightarrow$ chọn $\vec{u}=(0;1;2)$. Vậy phương trình tham số của d là $\begin{cases}x=0\\ y=t\\ z=2t\end{cases}$.

4) Đường thẳng d qua $C(1;2;2)$; $\vec{n}_2=(1;1;2)$ là 1 vectơ pháp tuyến của (β); $\vec{u}_2=(2;1;1)$ là 1 vectơ chỉ phương của Δ_2; Ta có: $\left[\vec{n}_2,\vec{u}_2\right]=(-1;3;-1)$.Gọi $\vec{u}$ là 1 vectơ chỉ phương của d. Ta có: $\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{n}_2\\ \vec{u}\perp\vec{u}_2\end{cases}\Rightarrow$ chọn $\vec{u}=(-1;3;-1)$. Vậy phương trình chính tắc của d là $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-2}{-1}$.

5) Chọn điểm trên giao tuyến d :

Xét hệ phương trình: $\begin{cases}x+2y-z+1=0\\ x+y+2z+3=0\end{cases}$ (I) . Cho $z=0$, giải được: $\begin{cases}x=-5\\ y=2\end{cases}\Rightarrow A(-5;2;0)\in d$.

Xác định vectơ chỉ phương của d : Gọi $\vec{u}$ là 1 vectơ chỉ phương của d. Ta có: $\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{n}_1\\ \vec{u}\perp\vec{n}_2\end{cases}\Rightarrow$ chọn $\vec{u}=\left[\vec{n}_1,\vec{n}_2\right]=(5;-3;-1)$. Vậy phương trình tham số của d : $\begin{cases}x=-5+5t\\ y=2-3t\\ z=-t\end{cases}$.

Ví dụ 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(2;-1;1)$ cắt và vuông góc với đường thẳng Δ : $\begin{cases}x=t\\ y=-1-t\\ z=t\end{cases}$.

Lời giải:

Đường thẳng Δ có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;1)$.

Gọi $B=d\cap\Delta$. Ta có:

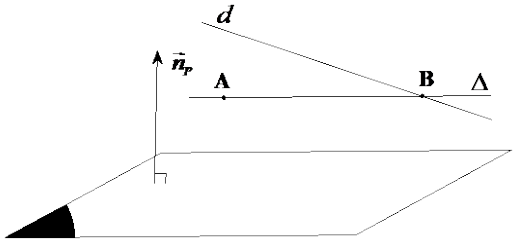
$B\in\Delta\Rightarrow B(t;-1-t;t)$; $\overrightarrow{AB}=(t-2;-t;t-1)$; $\vec{u}\perp\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\vec{u}.\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow t=1$.

Suy ra: $B(1;-2;1)$. Đường thẳng d đi qua $A(2;-1;1)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(1;1;0)$ nên có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=2+t\\ y=-1+t\\ z=1\end{cases}$.

Ví dụ 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-4)$ và d: $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng (P): $3x-2y-3z-7=0$ .Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A, song song với (P) và cắt đường thẳng d.

Lời giải:

Cách 1:



Bước 1: Xác định điểm $B=d\cap\Delta$: $AB//mp(P)$.

Ta có: $d:\begin{cases}x=2+3t\\ y=-4-2t\\ z=1+2t\end{cases}$. Gọi $B(2+3t;-4-2t;1+2t)\in d$

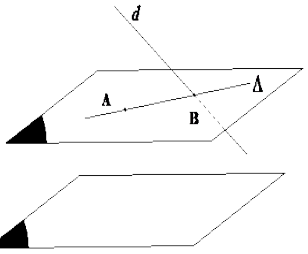
Lúc đó: $\overrightarrow{AB}=(3t-1;-2t-6;2t+5)$. Mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp $\vec{n}_P=(3;-2;-3)$

$AB//mp(P)\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\vec{n}_P=3(3t-1)-2(-2t-6)-3(2t+5)=0\Leftrightarrow 7t-6=0\Leftrightarrow t=\dfrac{6}{7}$

Bước 2: Đường thẳng $\Delta\equiv AB$.

Vì vậy $B\left(\dfrac{32}{7};-\dfrac{40}{7};\dfrac{19}{7}\right)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=\left(\dfrac{11}{7};-\dfrac{54}{7};\dfrac{47}{11}\right)$.

Đường thẳng $\Delta \equiv AB$ đi qua A và có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(11;-54;47)$ nên có phương trình tham số: $\begin{cases} x=3+11t \\ y=3-54t \\ z=-4+47t \end{cases}$.



Cách 2:

Bước 1: Lập phương trình mp(Q) qua A và song song với mp(P):

Bước 2: Xác định giao điểm B của d và mp(Q), $\Delta \equiv AB$.

Ví dụ 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d vuông góc với mp(P), đồng thời cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 với $d_1: \frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+2}{1}$; $d_2: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=3 \end{cases}$; $(P): 7x+y-4z=0$.

Lời giải:

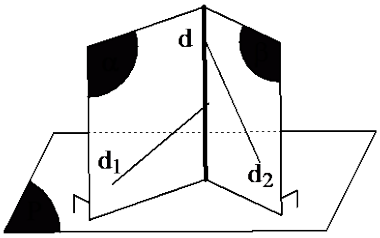
Cách 1:

Bước 1: Viết phương trình mp (α) chứa d_1 và vuông góc với (P).

Bước 2: Viết phương trình mp (β) chứa d_2 và vuông góc với (P).

Bước 3: Đường thẳng cần tìm là giao tuyến của mp (α) và mp (β).

Kiểm tra sự cắt nhau. (mối quan hệ giữa vectơ chỉ phương)

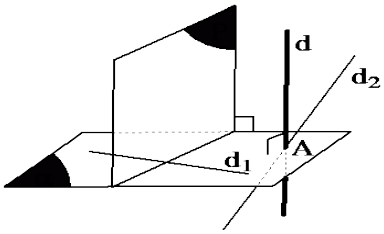


Cách 2:

Bước 1: Viết phương trình mp (α) chứa d_1 và vuông góc với (P).

Bước 2: Xác định giao điểm A của d_2 và mp (α).

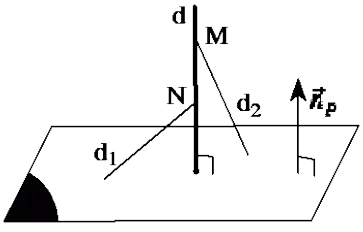
Bước 3: Đường thẳng cần tìm đi qua A và vuông góc với mp (P). Kiểm tra sự cắt nhau. (Mối quan hệ giữa vectơ chỉ phương).



Cách 3:

Sử dụng kỹ năng khái niệm "thuộc" (Tìm ra 2 giao điểm *M, N*)

Ta có: $d_1: \begin{cases} x=2m \\ y=1-m \\ z=-2+m \end{cases}$; $d_2: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=3 \end{cases}$



Mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(7;1;-4)$.

Gọi $N=d\cap d_1, M=d\cap d_2$. Ta có: $N(2m;1-m;-2+m)\in d_1$, $M(-1+2t;1+t;3)\in d_2$.

$\Rightarrow \overrightarrow{NM} = (2t-2m-1; t+m; 5-m)$.

Lúc đó ta có $\overrightarrow{NM}$ và $\vec{n}_P$ cùng phương $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \vec{n}_P\right] = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -4t-3m-5=0 \\ 8t-15m+31=0 \\ -5t-9m-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-2 \\ m=1 \end{cases}$

$\Rightarrow N(2;0;-1), M(-5;-1;3)$.

Đường thẳng $d \equiv NM$, qua $N(2;0;-1)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{n}_P = (7;1;-4)$, có phương trình tham số: $\begin{cases} x=2+7t \\ y=t \\ z=-1-4t \end{cases}$.

Ví dụ 7: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mp(α) và mặt cầu (S) có phương trình như sau: $(\alpha): x+y+z+5=0$, $(S): (x-2)^2+(y+1)^2+z^2=25$.

1) Chứng minh: (α) cắt (S) theo một đường tròn có tâm H.

2) Gọi I là tâm mặt cầu (S). Viết phương trình đường thẳng IH.

Lời giải:

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;0)$, bán kính $R=5$. Ta có: $d(I,(\alpha)) = \frac{6}{\sqrt{3}} < R \Rightarrow (\alpha)$ cắt (S) theo một đường tròn có tâm H.

b) Đường thẳng IH đi qua $I(2;-1;0)$ và nhận VTPT của (α) là $\vec{n}=(1;1;1)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình chính tắc: $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$.

III. XÉT VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Dùng 1 trong 2 cách như trong phần lý thuyết.

Ví dụ 1: Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau:

a) $\Delta_1:\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=3-t\end{cases}$; $\Delta_2:\begin{cases}x=2+2t'\\y=3+4t'\\z=5-2t'\end{cases}$.

b) $\Delta_1:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z-5}{-2}$; $\Delta_2:\begin{cases}x=2-3t\\y=5+3t\\z=3-6t\end{cases}$

c) $\Delta_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+3}{-1}$; $\Delta_2:\begin{cases}x=2-2t\\y=-2+t\\z=1+3t\end{cases}$

d) $\Delta_1:\begin{cases}x=2t\\y=-1+3t\\z=t\end{cases}$; $\Delta_2:\begin{cases}x=1+3t'\\y=-2+2t'\\z=1+2t'\end{cases}$

Lời giải:

a) Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $M(1;0;3)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{a}=(1;2;-1)$.

Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $N(2;3;5)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{b}=(2;4;-2)$.

Ta có: $[\vec{a},\vec{b}]=\vec{0}$, $\overrightarrow{MN}=(1;3;2)$, $[\vec{a},\overrightarrow{MN}]=(7;-3;1)\neq\vec{0}\Rightarrow\Delta_1\,//\,\Delta_2$.

b) Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $M(3;4;5)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{a}=(-1;1;-2)$.

Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $N(2;5;3)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{b}=(-3;3;-6)$.

Ta có: $[\vec{a},\vec{b}]=\vec{0}$, $\overrightarrow{MN}=(-1;1;-2)$, $[\vec{a},\overrightarrow{MN}]=\vec{0}\Rightarrow\Delta_1\equiv\Delta_2$.

c) Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{a}=(1;3;-1)$.

Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $N(2;-2;1)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{b}=(-2;1;3)$.

Ta có: $[\vec{a},\vec{b}]=(10;-1;7)\neq\vec{0}$, $\overrightarrow{MN}=(1;-4;4)$, $[\vec{a},\vec{b}].\overrightarrow{MN}=35\neq0\Rightarrow\Delta_1$, Δ_2 chéo nhau.

d) Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $M(0;-1;0)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{a}=(2;3;1)$.

Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $N(1;-2;1)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{b}=(3;2;2)$.

Ta có: $[\vec{a},\vec{b}]=(4;-1;-5)\neq\vec{0}$, $\overrightarrow{MN}=(1;-1;1)$, $[\vec{a},\vec{b}].\overrightarrow{MN}=0\Rightarrow\Delta_1$, Δ_2 cắt nhau.

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xác định vị trí tương đối của cặp đường thẳng sau theo m với $d_m:\begin{cases}x=1+mt\\y=m+2t\\z=1-m-3t\end{cases}$ và $d'_m:\begin{cases}x=m-2t'\\y=mt'\\z=1-m+t'\end{cases}$.

Lời giải:

Đường thẳng d_m qua điểm $A(1;m;1-m)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{d}_2$.

Đường thẳng d'_m qua điểm $B(m;0;1-m)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2=(-2;m;1)$.

Ta có: $[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(2+3m;6-m;m^2+4)\neq\vec{0}$ do ($m^2+4\neq0\ \forall m$) và $\overrightarrow{AB}=(m-1;-m;0)$.

Xét $[\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{AB}=(2+3m)(m-1)-m(6-m)=4m^2-7m-2$.

TH 1: $\left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right].\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-\dfrac{1}{4}\end{array}\right.\Leftrightarrow$ d_m và d_m' cắt nhau.

TH 2: $\left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right].\overrightarrow{AB}\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 2\\m\neq-\dfrac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow$ d_m và d_m' chéo nhau.

Ví dụ 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=5+t\\y=at\\z=2-t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+2t'\\y=a+4t'\\z=2-2t'\end{cases}$. Xác định a để:

1) d_1 vuông góc với d_2.

2) d_1 song song với d_2.

Lời giải

Đường thẳng d_1 có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(1;a;-1)$.

Đường thẳng d_2 có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2=(2;4;-2)$.

1) d_1 vuông góc với $d_2\Leftrightarrow\vec{u}_1\perp\vec{u}_2\Leftrightarrow\vec{u}_1.\vec{u}_2=0\Leftrightarrow 2+4a+2=0\Leftrightarrow a=-1$.

2) d_1 song song với $d_2\Rightarrow\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ cùng phương $\Leftrightarrow\left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right]=(-2a+4;0;0)=\vec{0}\Leftrightarrow a=2$.

Kiểm tra lại: Với $a=2$ thì $d_1:\begin{cases}x=5+t\\y=2t\\z=2-t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+2t'\\y=2+4t'\\z=2-2t'\end{cases}$.

Chọn $A(5;0;2)\in d_1$, thấy $A\notin d_2$ (do hệ phương trình $\begin{cases}5=1+2t'\\0=2+4t'\\2=2-2t'\end{cases}$ vô nghiệm)

Vậy khi $a=2$ thì d_1 song song với d_2.

Ví dụ 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=3-t\end{cases}$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=2+2t'\\y=3+4t'\\z=5-2t'\end{cases}$.

a) Chứng minh Δ_1 và Δ_2 cùng thuộc một mặt phẳng.

b) Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ_1 và Δ_2.

Lời giải:

Đường thẳng Δ_1 qua điểm $A(1;0;3)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(1;2;-1)$.

Đường thẳng Δ_2 qua điểm $B(2;3;5)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2=(2;4;-2)$.

a) Ta có: $[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=\vec{0}$ và $\overrightarrow{AB}=(1;3;2)$.

Xét $[\overrightarrow{AB},\vec{u}_1]=(-7;3;-1)\neq\vec{0}$. Từ đó suy ra, Δ_1 và Δ_2 song song, tức là Δ_1 và Δ_2 cùng thuộc một mặt phẳng.

b) Gọi $\vec{n}_P$ là vectơ pháp tuyến của mp(P) cần tìm.

Ta có: $\begin{cases}\vec{n}_P\perp\overrightarrow{AB}\\ \vec{n}_P\perp\vec{u}_1\end{cases}\Rightarrow$ chọn $\vec{n}_P=[\overrightarrow{AB},\vec{u}_1]=(-7;3;-1)$.

Lúc đó, mặt phẳng (P) đi qua $A(1;0;3)\in\Delta_1$ và có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(-7;3;-1)$.

(P): $-7(x-1)+3(y-0)-1(z-3)=0\Leftrightarrow -7x+3y-z+10=0$.

Ví dụ 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $\Delta_1:\dfrac{3-x}{7}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=8+t\\ y=5+2t\\ z=8-t\end{cases}$.

a) Chứng minh Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

b) Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ_1 và song song với Δ_2.

Lời giải:

Đường thẳng Δ_1 qua điểm $A(3;1;1)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(-7;2;3)$.

Đường thẳng Δ_2 qua điểm $B(8;5;8)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2=(1;2;-1)$.

a) Ta có: $[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(-8;-4;-16)\neq\vec{0}$ và $\overrightarrow{AB}=(5;4;7)$.

Xét $[\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{AB}=-40-16-112=-168\neq 0$. Từ đó suy ra, Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

b) Gọi $\vec{n}_P$ là vectơ pháp tuyến của mp(P) cần tìm.

Ta có: $\begin{cases}\vec{n}_P\perp\vec{u}_1\\ \vec{n}_P\perp\vec{u}_2\end{cases}\Rightarrow$ chọn $\vec{n}_P=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(-8;-4;-16)$.

Lúc đó, mặt phẳng (P) đi qua $A(3;1;1)\in\Delta_1$ và có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(-8;-4;-16)$.

(P): $-8(x-3)-4(y-1)-16(z-1)=0\Leftrightarrow 2x+y+4z-11=0$.

Ví dụ 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=8+t\\ y=5+2t\\ z=8-t\end{cases}$ và $d_2:\dfrac{3-x}{7}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$.

a) Chứng tỏ rằng hai đường thẳng d_1, d_2 chéo nhau.

b) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O, song song với d_1 và d_2.

c) Viết phương trình đường vuông góc chung của 2 đường thẳng d_1 và d_2.

Lời giải:

Đường thẳng d_1 qua điểm $A(8;5;8)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(1;2;-1)$.

Đường thẳng d_2 qua điểm $B(3;1;1)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2=(-7;2;3)$.

a) Ta có: $[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(8;4;16)\neq\vec{0}$ và $\overrightarrow{AB}=(-5;-4;-7)$.

Xét $[\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{AB}=-40-16-112=-168\neq 0$. Từ đó suy ra, d_1 và d_2 chéo nhau.

b) Gọi $\vec{n}_P$ là vectơ pháp tuyến của mp(*P*) cần tìm.

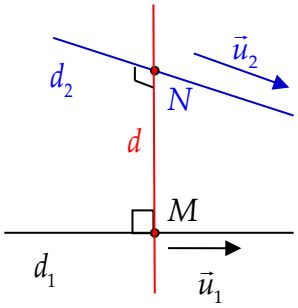
Ta có: $\begin{cases}\vec{n}_P\perp\vec{u}_1\\ \vec{n}_P\perp\vec{u}_2\end{cases}\Rightarrow$ chọn $\vec{n}_P=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(8;4;16)$.

Lúc đó, mặt phẳng (*P*) đi qua $O(0;0;0)$ và có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(8;4;16)$, có phương trình:

(*P*): $8(x-0)+4(y-0)+16(z-0)=0\Leftrightarrow 2x+y+4z=0$.

c) Gọi d là đường vuông góc chung của d_1 và d_2, $d\cap d_1=\{M\}, d\cap d_2=\{N\}$.

Ta có:



$M\in d_1\Rightarrow M(8+t;5+2t;8-t), N\in d_2\Rightarrow N(3-7t';1+2t';1+3t')$,

$\overrightarrow{MN}=(-7t'-t-5;2t'-2t-4;3t'+t-7)$.

$$\begin{cases}\vec{u}_1\perp\overrightarrow{MN}\\ \vec{u}_2\perp\overrightarrow{MN}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{u}_1.\overrightarrow{MN}\\ \vec{u}_2.\overrightarrow{MN}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-7t'-t-5+4t'-4t-8-3t'-t+7=0\\ 49t'+7t+35+4t'-4t-8+9t'+3t-21=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-6t'-6t=6\\ 62t'+6t=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=0\\ t=-1\end{cases}\Rightarrow M(7;3;9), N(3;1;1)\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(-4;-2;-8).$$

Vậy đường thẳng $d\equiv MN$ đi qua điểm $N(3;1;1)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;4)$ nên có phương trình chính tắc là $d_2:\ \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{4}$.

Ví dụ 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 đường thẳng:

$$d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-2},\ d_2:\frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{4}=\frac{z}{-4},\ d_3:\ \frac{x}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1},\ d_4:\frac{x-2}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1}.$$

a) CMR: Hai đường thẳng d_1, d_2 cùng nằm trong 1 mặt phẳng. Viết phương trình mặt phẳng đó.

b) CMR: Tồn tại một đường thẳng Δ cắt cả 4 đường thẳng đã cho. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ.

Lời giải:

a) Đường thẳng d_1 qua điểm $A(1;2;0)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(1;2;-2)$.

Đường thẳng d_2 qua điểm $B(2;2;0)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2=(2;4;-4)$.

Ta có: $\left[\vec{u}_1,\vec{u}_2\right]=\vec{0}$ và $\overrightarrow{AB}=(1;0;0)$. Xét $\left[\vec{u}_1,\overrightarrow{AB}\right]=(0;-2;-2)\neq\vec{0}$. Từ đó suy ra, d_1 và d_2 song song, tức là d_1 và d_2 cùng thuộc một mặt phẳng.

Gọi $\vec{n}_P$ là vectơ pháp tuyến của mp(P) cần tìm. Ta có: $\begin{cases}\vec{n}_P\perp\vec{u}_1\\ \vec{n}_P\perp\overrightarrow{AB}\end{cases}\Rightarrow$ chọn $\vec{n}_P=\left[\vec{u}_1,\overrightarrow{AB}\right]=(0;-2;-2)$.

Lúc đó, mặt phẳng (P) đi qua $A(1;2;0)\in\Delta_1$ và có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(0;-2;-2)$.

(P): $0(x-1)-2(y-2)-2(z-0)=0\Leftrightarrow y+z-2=0$.

b) Ta có $d_3:\begin{cases}x=2m\\ y=m\\ z=1+m\end{cases}$, $d_4:\begin{cases}x=2+2n\\ y=2n\\ z=1-n\end{cases}$.

- Tọa độ giao điểm C của d_3 và mp(P) là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x=2m & (1)\\ y=m & (2)\\ z=1+m & (3)\\ y+z-2=0 & (4)\end{cases}$

Thay (1), (2), (3) vào (4) ta có: $2m-1=0\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}\Rightarrow C\left(1;\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

- Tọa độ giao điểm D của d_4 và mp(P) là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x=2+2n & (1)\\ y=2n & (2)\\ z=1-n & (3)\\ y+z-2=0 & (4)\end{cases}$

Thay (1), (2), (3) vào (4) ta có: $n-1=0\Leftrightarrow n=1\Rightarrow D(4;2;0)$.

Lúc đó, dễ thấy đường thẳng thỏa yêu cầu bài toán là đường thẳng $\Delta\equiv CD$.

Đường thẳng Δ qua $D(4;2;0)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}=(2;1;-1)$, có phương trình $\Delta:\begin{cases}x=4+2t\\ y=2+t\\ z=-t\end{cases}$.

Ví dụ 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và 2 đường thẳng

$\mathrm{d}_1:\begin{cases}x=t\\ y=-1-2t\\ z=-3t\end{cases}$; $\mathrm{d}_2:\begin{cases}x=-\frac{4}{5}-t\\ y=-\frac{3}{5}-2t\\ z=-5t\end{cases}$. Chứng minh A, d_1 và d_2 cùng thuộc một mặt phẳng.

Lời giải:

- Lập phương trình mp(P) chứa A và d_1:

Đường thẳng d_1 có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2;-3)$.

Chọn $B(0;-1;0)\in d_1$. Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-1;0;-1)$.

Gọi $\vec{n}_P$ là vectơ pháp tuyến của mp(P) cần tìm.

Ta có: $\begin{cases}\vec{n}_P\perp\overrightarrow{AB}\\ \vec{n}_P\perp\vec{u}\end{cases}\Rightarrow$ chọn $\vec{n}_P=\left[\vec{u},\overrightarrow{AB}\right]=(2;4;-2)$.

Lúc đó, mặt phẳng (P) đi qua $A(1;-1;1)$ và có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(2;4;-2)$.

(P): $2(x-1)+4(y+1)-2(z-1)=0\Leftrightarrow x+2y-z-2=0$..

- Chỉ rõ $d_2\subset \text{mp}(P)$. Ta có $C\left(-\frac{4}{5};-\frac{3}{5};0\right)\in \text{d}_2\Rightarrow C\in \text{mp}(P)$ và $D\left(\frac{1}{5};\frac{7}{5};5\right)\in \text{d}_2\Rightarrow C\in \text{mp}(P)$.

Từ đó suy ra $d_2\subset \text{mp}(P)$.

Kết luận: Mặt phẳng (P): $x+2y-z-2=0$ là mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

IV. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

1. Phương pháp:

Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_0+a_1t\\ y=y_0+a_2t\\ z=z_0+a_3t\end{cases}(t\in R)$ và mặt phẳng (P): $Ax+By+Cz+D=0$.

Xét hệ phương trình $\begin{cases}x=x_0+a_1t\\ y=y_0+a_2t\\ z=z_0+a_3t\\ Ax+by+Cz+D=0\end{cases}\Rightarrow A(x_0+a_1t)+B(y_0+a_2t)+C(z_0+a_3t)+D=0$ (1)

- Nếu (1) vô nghiệm thì $d//(P)$.
- Nếu (1) có nghiệm duy nhất $t=t_0$ thì d cắt (P) tại $M(x_0+a_1t_0;y_0+a_2t_0;z_0+a_3t_0)$
- Nếu (1) có vô số nghiệm thì $d\subset(P)$.

Chú ý: Nếu VTCP của d cùng phương với VTPT của (P) thì $d\perp(P)$.

2. Ví dụ:

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, và 3 đường thẳng $\text{d}_1:\begin{cases}x=t\\ y=-1-2t\\ z=-3t\end{cases}$;

$\text{d}_2:\begin{cases}x=-t\\ y=1-2t\\ z=t\end{cases}$; $\text{d}_3:\frac{x+4}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+5=0$.

Xét vị trí tương đối của:

a) d_1 và (P). b) d_2 và (P). c) d_3 và (P).

Lời giải:

a) Xét hệ phương trình: $\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=-3t \\ x+y+x+5=0 \end{cases}$, ta thấy hệ vô nghiệm. Suy ra $d_1 // (P)$.

b) Xét hệ phương trình: $\begin{cases} x=-t \\ y=1-2t \\ z=t \\ x+y+x+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ x=-3 \\ y=-5 \\ z=3 \end{cases}$, Suy ra d_2 cắt (P) tại điểm $M(-3;-5;3)$

.

c) Xét hệ phương trình: $\begin{cases} x=-4+t \\ y=-1+t \\ z=-2t \\ x+y+x+5=0 \end{cases}$, ta thấy hệ có vô số nghiệm. Suy ra $d_3 \subset (P)$.

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt phẳng (α): $2x-y+3z-4=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+3}{4}=z$.

a) Xác định giao điểm *A* của đt Δ và mặt phẳng (α).

b) Viết phương trình đường thẳng d qua *A* nằm trong mp(α) và vuông góc với Δ.

Lời giải:

a) Ta có: $\Delta: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=-3+4t \\ z=t \end{cases}$.

Tạo độ giao điểm *A* của Δ và (α) là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x=-1+2t & (1) \\ y=-3+4t & (2) \\ z=t & (3) \\ 2x-y+3z-4=0 & (4) \end{cases}$

Thay (1), (2), (3) vào (4) ta có: $2(-1+2t)-(-3+4t)+3t-4=0 \Leftrightarrow 3t-3=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow A(1;1;1)$

b) Mặt phẳng (α) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha=(2;-1;3)$.

Đường thẳng Δ có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta=(2;4;1)$.

Gọi $\vec{u}_d$ là 1 vectơ chỉ phương của d. Ta có: $\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_\alpha \\ \vec{u}_d \perp \vec{u}_\Delta \end{cases} \Rightarrow$ chọn $\vec{u}_d=[\vec{n}_\alpha, \vec{u}_\Delta]=(-13;4;10)$.

Đường thẳng d qua $A(1;1;1)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(-13;4;10)$, có phương trình:

d: $\begin{cases} x=1-13t \\ y=1+4t \\ z=1+10t \end{cases}$.

Ví dụ 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (*P*): $4x-3y+11z-26=0$ và 2 đường thẳng $d_1:\ \dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+1}{3}$; $d_2:\ \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{2}$

a) Chứng minh: d_1 và d_2 chéo nhau.

b) Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trên mp(*P*), đồng thời cắt d_1 và d_2.

Lời giải:

Bước 1: *Xác định giao điểm A của* d_1 *và mp* (P).

Bước 2: *Xác định giao điểm B của* d_2 *và mp* (P).

Kết luận: Đường thẳng Δ *cần tìm là đường thẳng AB.*

Trình bày:

Ta có: $d_1:\begin{cases}x=-t\\y=3+2t\\z=-1+3t\end{cases}$; $d_2:\begin{cases}x=4+m\\y=m\\z=3+2m\end{cases}$

- Tọa độ giao điểm *C* của d_1 và mp(*P*) là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x=-t & (1)\\y=3+2t & (2)\\z=-1+3t & (3)\\4x-3y+11z-26=0 & (4)\end{cases}$

Thay (1), (2), (3) vào (4) ta có: $23t-46=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow C(-2;7;5)$.

- Tọa độ giao điểm D của d_2 và mp(*P*) là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x=4+m & (1)\\y=m & (2)\\z=3+2m & (3)\\4x-3y+11z-26=0 & (4)\end{cases}$

Thay (1), (2), (3) vào (4) ta có: $23m+23=0\Leftrightarrow m=-1\Rightarrow D(3;-1;1)$.

Lúc đó, dễ thấy đường thẳng thỏa yêu cầu bài toán là đường thẳng $\Delta\equiv CD$.

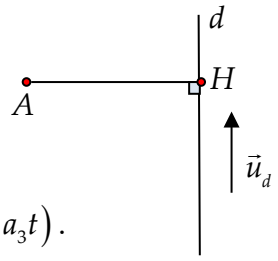
Đường thẳng Δ qua $C(-2;7;5)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{CD}=(5;-8;-4)$, có phương trình

$\Delta:\begin{cases}x=-2+5t\\y=7-8t\\z=5-4t\end{cases}$.

V. HÌNH CHIẾU CỦA MỘT ĐIỂM LÊN MỘT ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương pháp

Cho điểm $A\left(x_A;y_A;z_A\right)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_0+a_1t\\y=y_0+a_2t\\z=z_0+a_3t\end{cases}\ (t\in R)$.



Cách 1:

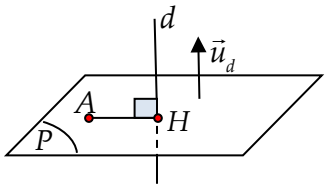
Gọi H là hình chiếu của A lên d. Ta c ó $H\in d\Rightarrow H\left(x_0+a_1t;y_0+a_2t;z_0+a_3t\right)$.

Tính $\overrightarrow{AH}$; $\overrightarrow{AH}\perp\vec{u}_d\Leftrightarrow\vec{u}_d.\overrightarrow{AH}=0\Rightarrow t=?\Rightarrow H?$

Cách 2:

Gọi H là hình chiếu của A lên d.

- Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với d
- Khi đó tìm tọa độ điểm H thỏa $\{H\}=d\cap(P)$



2. Ví dụ:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A\left(1;0;0\right)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=1+2t\\z=t\end{cases}$.

a)Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng Δ.

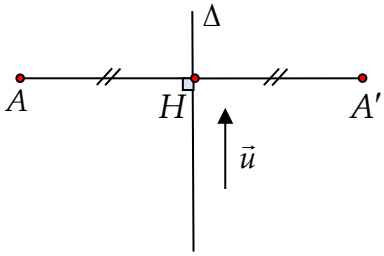
b)Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua đường thẳng Δ.

Lời giải:

a) Đường thẳng Δ có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(1;2;1\right)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng Δ.

Ta có: $H\in\Delta\Rightarrow H\left(2+t;1+2t;t\right);\overrightarrow{AH}=\left(1+t;1+2t;t\right)$



$$\vec{u}\perp\overrightarrow{AH}\Leftrightarrow\vec{u}.\overrightarrow{AH}=0\Leftrightarrow t=-\frac{1}{2}\Rightarrow H\left(\frac{3}{2};0;-\frac{1}{2}\right).$$

b) Ta có:

A' đối xứng với A qua đường thẳng $\Delta\Leftrightarrow H$ là trung điểm của đoạn thẳng AA'

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{3}{2}=\frac{1+x_{A'}}{2}\\0=\frac{0+y_{A'}}{2}\\-\frac{1}{2}=\frac{0+z_{A'}}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_{A'}=2\\y_{A'}=0\\z_{A'}=-1\end{cases}.$$

Vậy $A'\left(2;0;-1\right)$.

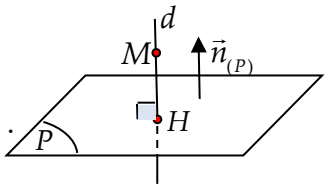
VI. HÌNH CHIẾU CỦA MỘT ĐIỂM LÊN MỘT MẶT PHẲNG

1. Phương pháp

Cho điểm $M\left(x_M;y_M;z_M\right)$ và mặt phẳng $(P):Ax+By+Cz+D=0$.

Gọi H là hình chiếu của A lên $mp(P)$.

- Viết phương trình đường thẳng d qua A và vuông góc với $mp(P)$.
- Khi đó tìm tọa độ điểm H thỏa $\{H\}=d\cap(P)$.



2. Ví dụ:

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;4;2\right)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$.

a)Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (P).

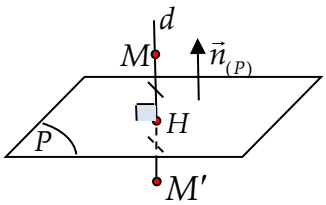
b)Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (P).

Lời giải:

a) Mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(1;1;1\right)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (P).

- Đường thẳng d qua $M\left(1;4;2\right)$ và vuông góc với (P) nhận $\vec{n}=\left(1;1;1\right)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình $\begin{cases}x=1+t\\y=4+t\\z=2+t\end{cases}$.



- $H\in d\Rightarrow H\left(1+t;4+t;2+t\right)$;

$H\in(P)\Rightarrow 1+t+4+t+2+t-1=0\Leftrightarrow t=-2$. Vậy $H\left(-1;2;0\right)$

b) Ta có: M' đối xứng với M qua $(P)\Leftrightarrow H$ là trung điểm của đoạn thẳng MM'.

Áp dụng công thức tọa độ trung điểm $\Rightarrow M'\left(-3;0;-2\right)$.

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x+y-z+5=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-2x-10=0$.

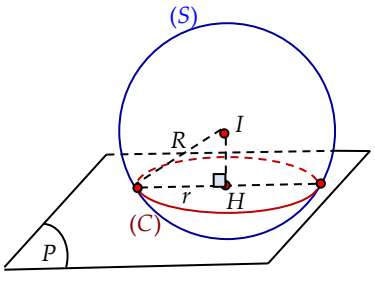
a) Chứng minh mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C).

b) Tìm tọa độ tâm và tính bán kính của đường tròn (C).

Lời giải:

a) Mặt cầu (S) có tâm $I\left(1;-2;1\right)$, bán kính $R=4$.

$d\left(I;\left(P\right)\right)=\sqrt{3}<R\Rightarrow\left(P\right)$ cắt (S) theo một đường tròn (C).



b) Gọi H,r lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn (C).

- Áp ụng định lý Pitago ta được $r=\sqrt{R^2-\left[d\left(I,\left(P\right)\right)\right]^2}=\sqrt{13}$.
- *Tìm tọa độ tâm H của đường tròn (C).*

Phân tích: Ta thấy H là hình chiếu vuông góc điểm I lên mặt phẳng (P).

Trình bày:

Đường thẳng IH đi qua $I(1;-2;1)$ và nhận VTPT của (P) là $\vec{n}=(1;1;-1)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+t\\z=1-t\end{cases}$.

$H\in IH\Rightarrow H(1+t;-2+t;1-t)$; $H\in(P)\Rightarrow 1+t-2+t-1+t+5=0\Leftrightarrow t=-1$.

Vậy $H(0;-3;2)$.

Ví dụ 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x+y-z-1=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-2x-10=0$.

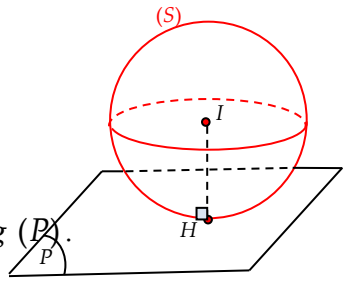
a) Chứng minh mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S)

b) Tìm tọa độ tiếp điểm của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S).

Lời giải:

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;1)$, bán kính $R=4$.

Ta có: $d(I;(P))=\sqrt{3}=R\Rightarrow(\alpha)$ cắt (S) theo một đường tròn (C).



b) Gọi H tiếp điểm của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S).

Phân tích: Ta thấy H là hình chiếu vuông góc điểm I lên mặt phẳng (P).

Trình bày:

Đường thẳng IH đi qua $I(1;-2;1)$ và nhận VTPT của (P) là $\vec{n}=(1;1;-1)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+t\\z=1-t\end{cases}$.

$H\in IH\Rightarrow H(1+t;-2+t;1-t)$; $H\in(P)\Rightarrow 1+t-2+t-1+t-1=0\Leftrightarrow t=1$. Vậy $H(2;-1;0)$.

Bài toán 4: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết các phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=z-3$ trên mỗi mặt phẳng sau: mp(*Oxy*), mp(*Oyz*), mp(*Oxz*) và $(\alpha):x+y+z-7=0$.

Lời giải:

Ta có: $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+3t\\z=3+t\end{cases}$

**** Trên mặt phẳng (Oxy):***

- Ta chọn $A(1;-2;3)\in d$, $B(3;1;4)\in d$.
- Hình chiếu vuông góc của *A* trên mp(*Oxy*) là $A_1(1;-2;0)$.

  Hình chiếu vuông góc của *B* trên mp(*Oxy*) là $B_1(3;1;0)$.

  Lúc đó, hình chiếu d' của *d* trên mp(*Oxy*) là đường thẳng A_1B_1.

Đường thẳng d' qua $A_1(1;-2;0)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{A_1B_1}=(2;3;0)$, có phương trình:

$$d':\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+3t\\z=0\end{cases}.$$

Hoàn toàn tương tự, độc giả tự giải quyết yêu cầu đối với mp(Oxz), mp(Oyz).

*** Trên mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-7=0$:**

- Ta chọn $A(1;-2;3)\in d$. (*Sử dụng thuật toán hình chiếu vuông góc điểm trên mặt phẳng*)

o Đường thẳng *d* đi qua $A(1;-2;3)$, vuông góc với (α) nên *d* nhận $\vec{n}_\alpha=(1;1;1)$ làm 1 vectơ chỉ phương, có phương trình $d:\begin{cases}x=1+t\\y=-2+t\\z=3+t\end{cases}$.

o Tọa độ hình chiếu A' của *A* là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x=1+t & (1)\\y=-2+t & (2)\\z=3+t & (3)\\x+y+z-7=0 & (4)\end{cases}$

Thay (1), (2), (3) vào (4) ta có: $1+t+(-2+t)+3+t-7=0\Leftrightarrow 3t-5=0\Leftrightarrow t=\frac{5}{3}$.

$\Rightarrow A'\left(\frac{8}{3};-\frac{1}{3};\frac{14}{3}\right)$.

- Để ý rằng, *d* không song song với mp(α) nên tọa độ *giao điểm* B' là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x=1+2t & (1)\\y=-2+3t & (2)\\z=3+t & (3)\\x+y+z-7=0 & (4)\end{cases}$

Thay (1), (2), (3) vào (4) ta có: $1+2t+(-2+3t)+3+t-7=0\Leftrightarrow 6t-5=0\Leftrightarrow t=\frac{5}{6}$.

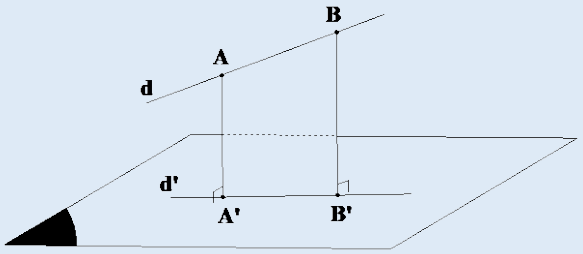
$\Rightarrow B'\left(\frac{8}{3};\frac{1}{2};\frac{23}{6}\right)$.

Lúc đó, hình chiếu d' của d trên mp(α) là đường thẳng $A'B'$.

Đường thẳng d' qua $A'\left(\frac{8}{3};-\frac{1}{3};\frac{14}{3}\right)$ và có 1 vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{A'B'}=\left(0;\frac{5}{6};-\frac{5}{6}\right)$, có phương trình $d':\begin{cases}x=\frac{8}{3}\\y=-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}t\\z=\frac{14}{3}-\frac{5}{6}t\end{cases}$.

Nhận xét: *Trong cách giải trên, chúng tôi lấy thêm giao điểm (trong trường hợp cắt nhau) của d và (α) cho nhanh gọn, còn nếu thông thường (và dễ hiểu) thì chọn 2 điểm và nếu như vậy thì bài giải tương đối dài dòng! Thuật toán như sau:*

- Xác định A' là hình chiếu của A trên (α).
- Xác định B' là hình chiếu của B trên (α).
- Đường thẳng $d' \equiv A'B'$



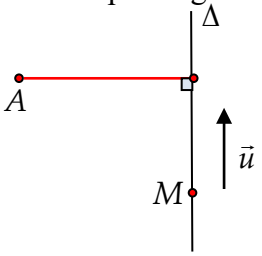
VII. KHOẢNG CÁCH TỪ ĐIỂM ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG – KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU

1. Kiến thức vận dụng

• *Khoảng cách từ điểm đến đường thẳng:*

Cho điểm A và đường thẳng Δ $(A \notin \Delta)$ đi qua điểm M và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}$.

Ta có: $d(A;\Delta) = \dfrac{\left|\left[\vec{u}, \overrightarrow{AM}\right]\right|}{|\vec{u}|}$

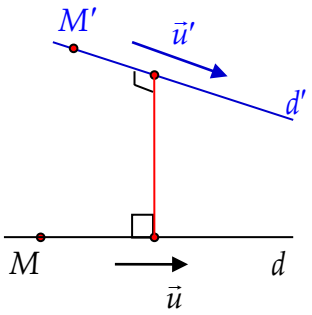


• *Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:*

Cho 2 đường thẳng chéo nhau d, d'.

- d đi qua điểm M và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}$.
- d' đi qua điểm M' và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}'$.

Ta có: $d(d;d') = \dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{MM'}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right]\right|}$



Đặc biệt: Nếu $\Delta // \Delta'$ *thì* $d(\Delta;\Delta') = d(A;\Delta')$; $(A \in \Delta)$.

2. Ví dụ:

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;2)$ hai đường thẳng:

$$d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 3 - 2t' \\ z = 1 \end{cases}$$

a) Chứng minh 2 đường thẳng d và d' chéo nhau.

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d và d'.

c) Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d.

Lời giải:

a) Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;0)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}(-1;2;3)$.

Đường thẳng d' đi qua điểm $M'(1;3;1)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}' = (1;-2;0)$.

$\left[\vec{u},\vec{u}\right]=\left(6;3;0\right)\neq\vec{0}$; $\overrightarrow{MM'}=\left(0;1;1\right)$; $\left[\vec{u},\vec{u}\right].\overrightarrow{MM'}=3\neq 0$.

Suy ra: d và d' chéo nhau.

b) $d\left(d;d'\right)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right].\overrightarrow{MM'}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right]\right|}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

c) Ta có: $\overrightarrow{AM}=\left(-2;1;-2\right)$; $\left[\vec{u},\overrightarrow{AM}\right]=\left(-7;-8;3\right)\Rightarrow d\left(A;d\right)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{AM}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{\sqrt{122}}{\sqrt{14}}=\dfrac{\sqrt{427}}{14}$.

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hai đường thẳng d, d' và mặt cầu (S) có phương trình $d:\begin{cases}x=1-t\\y=2+2t\\z=2t\end{cases}$; $d':\begin{cases}x=1+2t'\\y=1-2t'\\z=t'\end{cases}$ và $(S):(x-1)^2+y^2+z^2=\dfrac{20}{9}$.

a) Chứng minh đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu (S) tại tiếp điểm H. Tìm tọa độ điểm H.

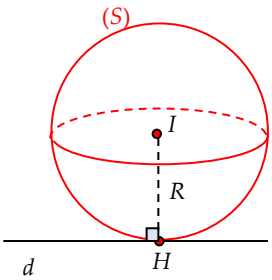
b) Chứng minh đường thẳng d' cắt mặt cầu (S) tại 2 điểm phân biệt A,B. Tính độ dài đoạn AB và tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB.

Lời giải:

Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(1;2;0\right)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}\left(-1;2;2\right)$.

Đường thẳng d' đi qua điểm $M'\left(1;1;0\right)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u'}=\left(2;-2;1\right)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I\left(1;0;0\right)$ và bán kính $R=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$.



a)

+) $\overrightarrow{IM}=\left(0;2;0\right)$; $\left[\vec{u},\overrightarrow{IM}\right]=\left(-4;0;-2\right)\Rightarrow d\left(I;d\right)=\dfrac{\sqrt{20}}{3}=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}=R.$

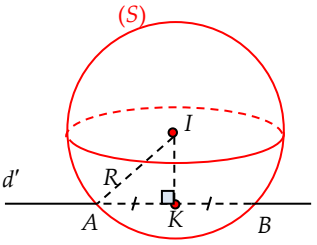
Suy ra d tiếp xúc với mặt cầu (S) tại tiếp điểm H.

+) $H\in d\Rightarrow H\left(1-t;2+2t;2t\right)$; $\overrightarrow{IH}=\left(-t;2+2t;2t\right)$.

Ta có: $\vec{u}\perp\overrightarrow{IH}\Rightarrow\vec{u}.\overrightarrow{IH}=0\Rightarrow t=-\dfrac{4}{9}$. Vậy $H\left(\dfrac{4}{9};\dfrac{10}{9};-\dfrac{8}{9}\right)$.

b)

+) $\overrightarrow{IM'}=\left(0;1;0\right)$; $\left[\vec{u'},\overrightarrow{IM}\right]=\left(-1;0;2\right)\Rightarrow d\left(I;d\right)=\dfrac{\sqrt{5}}{3}<R.$



Suy ra d cắt mặt cầu (S) tại 2 điểm A,B.

$AB=2AK=2\sqrt{R^2-IK^2}=\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$

+) Gọi K là trung điểm của đoạn $AB\Rightarrow IK\perp d$.

$K\in d'\Rightarrow K\left(1+2t';1-2t';t'\right)$; $\overrightarrow{IK}=\left(2t';1-2t';t'\right)$.

Ta có: $\vec{u'}\perp\overrightarrow{IK}\Rightarrow\vec{u'}.\overrightarrow{IK}=0\Rightarrow t'=\dfrac{2}{9}$. Vậy $K\left(\dfrac{13}{9};\dfrac{5}{9};\dfrac{2}{9}\right)$.

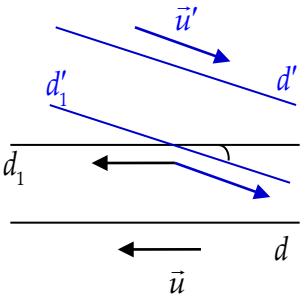
VIII. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG – GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

1. Kiến thức vận dụng

• Góc giữa hai đường thẳng:

Cho 2 đường thẳng d, d' có các vectơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}=(a;b;c), \vec{u}'=(a';b';c')$.

Ta có: $\cos(d;d')=\left|\cos(\vec{u},\vec{u}')\right|=\dfrac{|a.a'+b.b'+c.c'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}, 0\le(d;d')\le 90^0$

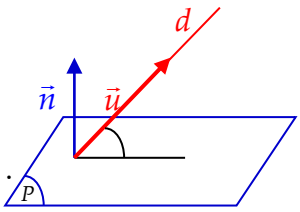


• Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$.

Mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$

Ta có: $\sin(d;(P))=\left|\cos(\vec{u},\vec{n})\right|=\dfrac{|a.A+b.B+c.C|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}, 0\le(d;(P))\le 90^0$.



2. Ví dụ:

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hai đường thẳng d, d' và mặt phẳng (P) có phương trình $d:\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=t\end{cases}$; $d':\begin{cases}x=1+2t'\\y=1-t'\\z=t'\end{cases}$ và $(P):2x+3y+z-4=0$

a) Tính góc giữa hai đường thẳng d, d'.

b) Tính góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

Lời giải:

Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}(-1;1;1)$.

Đường thẳng d' có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}'=(2;-1;1)$.

Mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;3;1)$.

a) $\cos(d;d')=\left|\cos(\vec{u},\vec{u}')\right|=\dfrac{|-1.2+1.(-1)+1.1|}{\sqrt{(-1)^2+1^2+1^2}.\sqrt{2^2+(-1)^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}\Rightarrow(d;d')\approx 61^0 52'$.

b) $\sin(d;(P))=\left|\cos(\vec{u},\vec{n})\right|=\dfrac{|-2+3+1|}{\sqrt{3}.\sqrt{14}}=\dfrac{\sqrt{42}}{21}\Rightarrow(d;(P))\approx 17^0 59'$.

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hai đường thẳng d, d' và mặt phẳng (P) có phương trình $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=t\end{cases}$; $d':\begin{cases}x=1\\y=1+\sqrt{2}t'\\z=\sqrt{2}t'\end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(3;2;2)$, vuông góc với đường thẳng d và tạo với đường thẳng d' một góc 60^0.

Lời giải:

Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;1)$.

Đường thẳng d' có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}' = \left(0;\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$.

Gọi $\vec{v} = (a;b;c)$, $\left(a^2+b^2+c^2>0\right)$ là 1 vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Ta có $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{v} = 0 \Leftrightarrow a+b+c=0 \Leftrightarrow a=-b-c$

$$\cos\left(\Delta;d'\right) = \frac{\left|\sqrt{2}b+\sqrt{2}c\right|}{2\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \Rightarrow \frac{\left|\sqrt{2}b+\sqrt{2}c\right|}{2\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ c=0 \end{array}\right.$$

+) Với $b=0 \Rightarrow a=-c$. Chọn $a=1, c=-1 \Rightarrow \vec{v} = (1;0;-1)$.

Khi đó phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x=3+t \\ y=2 \\ z=2-t \end{cases}$.

+) Với $c=0 \Rightarrow a=-b$. Chọn $a=1, b=-1 \Rightarrow \vec{v} = (1;-1;0)$.

Khi đó phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x=3+t \\ y=2-t \\ z=2 \end{cases}$.

IX. XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ ĐIỂM TRÊN ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương pháp

- Điểm M nằm trên đường thẳng $d: \begin{cases} x=x_0+a_1t \\ y=y_0+a_2t \\ z=z_0+a_3t \end{cases}$ thì $M\left(x_0+a_1t;y_0+a_2t;z_0+a_3t\right)$.
- Từ điều kiện ta tìm được $t=? \Rightarrow M?$

2. Ví dụ:

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho điểm $A(2;1;3)$, đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=t \end{cases}$, và mặt phẳng $(P): 2x+y-2z-1=0$.

a) Tìm tọa độ điểm M thộc đường thẳng d sao cho $AM=\sqrt{11}$.

b) Tìm tọa độ điểm N thộc đường thẳng d sao cho $d\left(N,(P)\right)=\frac{1}{3}$

Lời giải:

a) $M \in d \Rightarrow M(1+t;2+t;t)$; $AM=\sqrt{11} \Rightarrow \sqrt{(t-1)^2+(t+1)^2+(t-3)^2}=\sqrt{11} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=2 \end{array}\right.$

Vậy $M(1;2;0)$ hoặc $M(3;4;2)$.

b) $N \in d \Rightarrow N\left(1+t;2+t;t\right)$; $d(N,(P))=\frac{1}{3} \Leftrightarrow \left|t+3\right|=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-2 \\ t=-4 \end{array}\right.$.

Vậy $N\left(-1;0;-2\right)$ hoặc $M\left(-3;-2;-4\right)$.

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1), C(-2;0;1)$.

a) Viết phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm A, B, C.

b) Tìm tọa độ điểm M thộc mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-3=0$ sao cho $MA = MB = MC$.

Lời giải:

a) $\overrightarrow{AB} = (2;-3;-1), \overrightarrow{AC} = (-2;-1;-1), \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (2;4;-8)$

Gọi $\vec{n}$ là 1 vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC). T có: $\begin{cases}\vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{AC}\end{cases} \Rightarrow$ chọn $\vec{n} = (1;2;-4)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC): $1(x-0)+2(y-1)-4(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y-4z+6=0.$

b) Ta có: $AB^2 = 4+9+1 = 14, AC^2 = 4+1+1 = 6, \overrightarrow{BC} = (-4;2;0) \Rightarrow BC^2 = 20$.

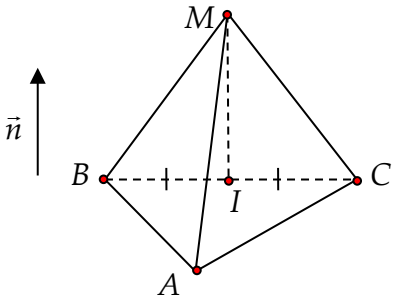
Do đó: $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.

Vì $MA = MB = MC$ nên M nằm trên đường thẳng vuông góc với (ABC) tại tâm I đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Ta có I là trung điểm của $BC \Rightarrow I(0;-1;1)$

Đường thẳng MI đi qua điểm $I(0;-1;1)$ và nhận $\vec{n} = (1;2;-4)$ làm vec tơ chỉ phương nên có phương trình tham số:

$$\begin{cases}x = t \\ y = -1+2t \\ z = 1-4t.\end{cases}$$



$M \in MI \Rightarrow M(t;-1+2t;1-4t); M \in (P) \Rightarrow 2t+2(-1+2t)+1-4t-3=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow M(2;3;-7).$

Nhận xét: *Câu b có thể làm như sau: M(x;y;z) thuộc (P) nên* $2x+2y+z-3=0$ *; MA = MB = MC ta được thêm 2 phương trình theo x, y, z. Giải hệ 3 phương trình ta tìm được x, y, z. Cách này dễ hiểu hơn. Độc giả làm thử nhé.*

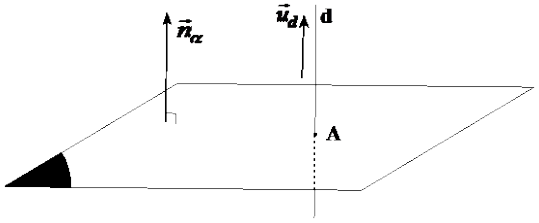
HỆ THỐNG MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP VỀ LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Bài toán 1: Lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và $d \perp (\alpha)$.

Phương pháp:

+ Đường thẳng d đi qua A

+ Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{n}_\alpha$



Bài toán 2: Lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và $d // \Delta$.

Phương pháp:

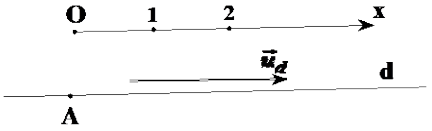
+ Mặt phẳng (α) đi qua A

+ Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d$.

* Đặc biệt: Khi $\Delta \equiv Ox$

+ Mặt phẳng (α) đi qua A

+ Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;0;0)$.



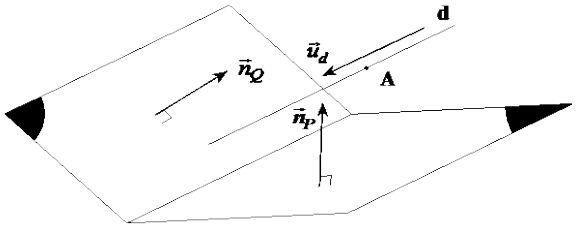
Bài toán 3: Lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và $d // (P)$, $d // (Q)$, (P) *không song, không trùng với* (Q).

Phương pháp:

+ Đường thẳng (α) đi qua A

+ Ta có: $\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_P \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_Q \end{cases}$

Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = \left[\vec{n}_P, \vec{n}_Q\right]$



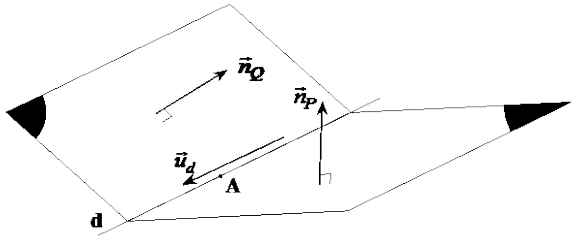
Bài toán 4: Lập phương trình đường thẳng d là giao tuyến của 2 mặt phẳng (P) và (Q).

Phương pháp:

+ Đường thẳng d đi qua A (*giải hệ 2 phương trình mp(P) và (Q) với* $x = 0$)

+ Ta có: $\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_P \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_Q \end{cases}$

Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = \left[\vec{n}_P, \vec{n}_Q\right]$



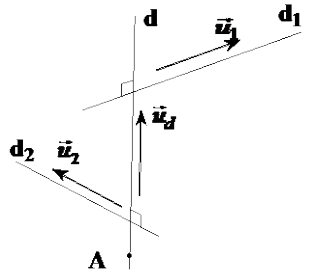
Bài toán 5: Lập phương trình đường thẳng d đi qua A và $d \perp d_1$, $d \perp d_2$, d_1 *không song song, không trùng với* d_2.

Phương pháp:

+ Đường thẳng d đi qua ***A.***

+ Ta có: $\begin{cases}\vec{u}_d \perp \vec{u}_1 \\ \vec{u}_d \perp \vec{u}_2\end{cases}$

Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = \left[\vec{u}_1, \vec{u}_2\right]$.



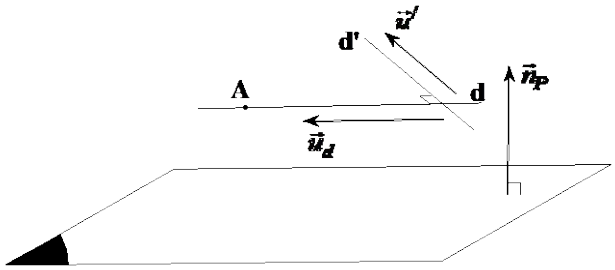
Bài toán 6: Lập phương trình đường thẳng d đi qua A và $d // (P)$, $d \perp d'$.

Phương pháp:

+ Đường thẳng d đi qua ***A.***

+ Ta có: $\begin{cases}\vec{u}_d \perp \vec{n}_P \\ \vec{u}_d \perp \vec{u}'\end{cases}$

Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = \left[\vec{n}_P, \vec{u}'\right]$



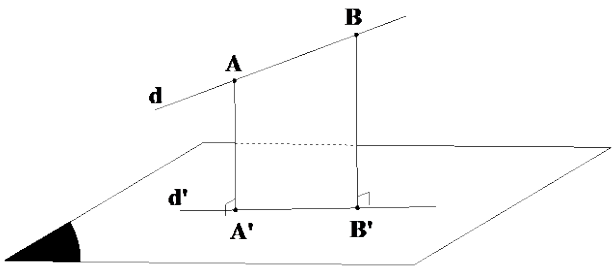
Bài toán 7: Lập phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mp(α).

Phương pháp:

+ Xác định A' là hình chiếu của A trên (α).

+ Xác định B' là hình chiếu của B trên (α).

+ Đường thẳng $d' \equiv A'B'$



CHƯƠNG III

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

Câu 1: **(MĐ 101-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-1+3t\end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một chỉ phương của d

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;1;1)$.

Câu 2: **(MĐ 102-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-1+3t\end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_4}=(2;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;3)$.

Câu 3: **(MĐ 103-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $Q(2;1;1)$. **B.** $M(1;2;3)$. **C.** $P(2;1;-1)$. **D.** $N(1;-2;3)$.

Câu 4: **(MĐ 104-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Điểm nào sau đây thuộc d

A. $P(2;1;-1)$. **B.** $M(1;2;3)$. **C.** $Q(1;1;1)$. **D.** $N(1;-2;3)$.

Câu 5: **(MĐ 101-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(3;0;1), C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

Câu 6: **(MĐ 102-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$ và $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{-1}$.
B. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{3}$.
C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.
D. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{1}$.

Câu 7: **(MĐ 103-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=2+2t\\y=2-3t\\z=1-t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2-3t\\z=1-t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2+3t\\z=1+t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3-2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Câu 8: **(MĐ 104-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2+3t\\z=1+t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=2+2t\\y=2-3t\\z=1-t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2-3t\\z=1-t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3-2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Câu 9: **(TK 2020-2021)** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$.
B. $\overrightarrow{u_2}=(1;2;1)$.
C. $\overrightarrow{u_3}=(0;1;0)$.
D. $\overrightarrow{u_4}=(1;-2;1)$.

Câu 10: **(MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases}x=-2+3t\\y=4-t\\z=5+4t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=3-2t\\y=1+4t\\z=4+5t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=3-2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$.

Câu 11: **(MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=-1-3t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1+3t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1-3t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=5+2t\\y=2+2t\\z=-3+t\end{cases}$.

Câu 12: **(MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;1;2)$ và có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(2;4;-1)$. Phương trình đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=3+2t\\y=1+4t\\z=2-t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=-3+2t\\y=1+4t\\z=2+t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=-3+2t\\y=1+4t\\z=2-t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=2-3t\\y=4+t\\z=-1+2t\end{cases}$.

Câu 13: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;5;-2)$ có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}(3;-6;1)$. Phương trình của d là.

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-6+5t \\ z=1-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5-6t \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5+6t \\ z=-2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5-6t \\ z=-2+t \end{cases}$.

Câu 14: **(MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(1;-3;5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-5}{3}$. **B.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z+3}{5}$.

C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{5}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-3}{5}$.

Câu 15: **(MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vectơ $\vec{u}(2;3;-5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là

A. $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+3}{-5}$. **B.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{-5}$.

C. $\frac{x-2}{-2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+5}{3}$. **D.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{5}$.

Câu 16: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vectơ $\vec{u}(1;3;-5)$ làm vec tơ chỉ phương có phương trình là:

A. $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{5}$. **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{-5}$.

C. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+5}{3}$. **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+3}{-5}$.

Câu 17: **(TK 2020-2021)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3+2t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

Câu 18: **(MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+4z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z+2}{4}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{4}$.

Câu 19: **(MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$.
B. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{2}$.
C. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$.
D. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 20: **(MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-3z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{1}$.
B. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$.
C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.
D. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 21: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): 3x+2y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$.
B. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{1}$.
C. $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$.
D. $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;1)$ và $N(3;1;-2)$. Đường thẳng MN có phương trình là:

A. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$.
B. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.
C. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$.
D. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{-3}$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oy và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=3+3t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x=-3+3t \\ y=4-2t \\ z=-1+t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=5-2t \\ z=-3+3t \end{cases}$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(2;-3;4)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{4}$.
B. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z+3}{4}$.
C. $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{3}$.
D. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{4}$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;-1)$ và $N(3;0;2)$. Đường thẳng MN có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{4}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{3}$.

Câu 26: **(MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(4;2;-2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

A. $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-3}$. **B.** $\frac{x-1}{5}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1}$. **C.** $\frac{x+1}{5}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-3}$.

Câu 27: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;0)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y-1}{3}=\frac{z}{-1}$. **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-1}$.

Câu 28: **(Mã 101 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-4}{-5}=\frac{z+1}{3}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d?

A. $\vec{u_2}(2;4;-1)$. **B.** $\vec{u_1}(2;-5;3)$. **C.** $\vec{u_3}(2;5;3)$. **D.** $\vec{u_4}(3;4;1)$.

Câu 29: **(Mã 102 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{3}=\frac{y+5}{4}=\frac{z-2}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u_2}=(3;4;-1)$. **B.** $\vec{u_1}=(2;-5;2)$. **C.** $\vec{u_3}=(2;5;-2)$. **D.** $\vec{u_3}=(3;4;1)$.

Câu 30: **(Mã 103 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{4}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{3}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d

A. $\vec{u_3}=(3;-1;-2)$. **B.** $\vec{u_4}=(4;2;3)$. **C.** $\vec{u_2}=(4;-2;3)$. **D.** $\vec{u_1}=(3;1;2)$.

Câu 31: **(Mã 104 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-4}{3}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u_2}=(4;-2;3)$. **B.** $\vec{u_4}=(4;2;-3)$. **C.** $\vec{u_3}=(3;-1;-2)$. **D.** $\vec{u_1}=(3;1;2)$.

Câu 32: **(Mã 101 2018)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=3+t\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là:

A. $\vec{u_1}=(-1;2;3)$ **B.** $\vec{u_3}=(2;1;3)$ **C.** $\vec{u_4}=(-1;2;1)$ **D.** $\vec{u_2}=(2;1;1)$

Câu 33: **(Mã 102 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-5}=\frac{z+2}{3}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d

A. $\vec{u}=(1;3;-2)$. **B.** $\vec{u}=(2;5;3)$. **C.** $\vec{u}=(2;-5;3)$. **D.** $\vec{u}=(1;3;2)$.

Câu 34: **(Mã 104 2017)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{d}=(-1;1;2)$ **B.** $\vec{a}=(-1;0;-2)$ **C.** $\vec{b}=(-1;0;2)$ **D.** $\vec{c}=(1;2;2)$

Câu 35: **(Mã 102 2018)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{2}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$ **B.** $\overrightarrow{u_4}=(1;-1;2)$ **C.** $\overrightarrow{u_2}=(-3;1;5)$ **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-1;-2)$

Câu 36: **(Mã 103 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_4}=(1;3;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(-2;1;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(-2;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-3;2)$.

Câu 37: **(Đề Tham Khảo 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_4=(-1;2;0)$ **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;0)$ **C.** $\vec{u}_3=(2;1;1)$ **D.** $\vec{u}_1=(-1;2;1)$

Câu 38: **(Mã 104 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-5}{3}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;3)$ **B.** $\overrightarrow{u_3}=(2;6;-4)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;-4;6)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$.

Câu 39: **(Mã 101 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_4=(1;2;-3)$. **B.** $\vec{u}_3=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{u}_1=(2;1;-3)$. **D.** $\vec{u}_2=(2;1;1)$.

Câu 40: **(Đề Tham Khảo 2019)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;2)$ **B.** $M(-1;-2;-3)$ **C.** $P(1;2;3)$ **D.** $N(-2;1;-2)$

Câu 41: **(Mã 104 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A. $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$ **B.** $\overrightarrow{u_1}=(0;2;0)$ **C.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;0)$ **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;0;0)$

Câu 42: **(Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 43: **(Đề Tham Khảo 2017)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3t\\z=-2+t\end{cases}$?

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{1}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$ **C.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$ **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$

Câu 44: **(Mã 101 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+1=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=3+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-t\\z=-3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=3+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=-2-t\\z=3-3t\end{cases}$.

Câu 45: **(Mã 102 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho $M(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P):\ 2x-y+3z-1=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=-1+2t\\z=3-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2-t\\z=3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=-3+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=2-t\\z=-3-3t\end{cases}$.

Câu 46: **(Mã 103 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Phương trình của đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=2-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2-2t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-3+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2+t\\z=-2-3t\end{cases}$.

Câu 47: **(Mã 104 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là:

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2+t\\z=2-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=-2-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=2+t\\z=-2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1+2t\\z=-3-2t\end{cases}$.

Câu 48: **(Mã 123 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x+3y-z+5=0$?

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=1+3t\\z=1-t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3t\\z=1-t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=1+3t\\z=1-t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=1+3t\\z=1+t\end{cases}$

Câu 49: **(Mã 101 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$. **C.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Câu 50: **(Mã 102 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3), B(1;1;1), C(3;4;0)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y+2}{5}=\frac{z+3}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{5}=\frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z+3}{-1}$.

Câu 51: **(Mã 103 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0), B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{4}=\frac{z}{3}$. **C.** $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{4}=\frac{z}{3}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-1}$.

Câu 52: **(Mã 104 - 2020 Lần 1)** Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(1;1;0), B(1;0;1), C(3;1;0)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{1}$. **B.** $\frac{z+1}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$.

Câu 53: **(Mã 110 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $x-2y+z=0$. **B.** $\begin{cases}x=-2t\\y=-1+t\\z=3+t\end{cases}$. **C.** $\frac{x}{-2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$.

Câu 54: **(Mã 105 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$; $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn AB và song song với d?

A. $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{2}$ **B.** $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{2}$ **C.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{2}$ **D.** $\frac{x}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+2}{2}$

Câu 55: **(Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{3}$?

A. $P(-1;2;1)$. **B.** $Q(1;-2;-1)$. **C.** $N(-1;3;2)$. **D.** $P(1;2;1)$.

Câu 56: **(Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{-1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $P(1;2;-1)$. **B.** $M(-1;-2;1)$. **C.** $N(2;3;-1)$. **D.** $Q(-2;-3;1)$.

Câu 57: **(Mã 101 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{4}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $Q(4;-2;1)$. **B.** $N(4;2;1)$. **C.** $P(2;1;-3)$. **D.** $M(2;1;3)$.

Câu 58: **(Mã 102 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-4}{2}=\frac{z-2}{-5}=\frac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $N(4;2;-1)$. **B.** $Q(2;5;1)$. **C.** $M(4;2;1)$. **D.** $P(2;-5;1)$.

Câu 59: **(Mã 103 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{4}=\frac{z+2}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $N(3;-1;-2)$ **B.** $Q(2;4;1)$ **C.** $P(2;4;-1)$ **D.** $M(3;1;2)$

Câu 60: **(Mã 104 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $M(3;1;5)$. **B.** $N(3;1;-5)$. **C.** $P(2;2;-1)$. **D.** $Q(2;2;1)$.

Câu 61: **(Mã đề 104 2018)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

A. $N(1;5;2)$ **B.** $Q(-1;1;3)$ **C.** $M(1;1;3)$ **D.** $P(1;2;5)$

Câu 62: **(Mã 103 2018)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{2}$.

A. $N(2;-1;2)$ **B.** $Q(-2;1;-2)$ **C.** $M(-2;-2;1)$ **D.** $P(1;1;2)$

Câu 63: **(Đề Tham Khảo 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P).

A. $d=2$ **B.** $d=\frac{5}{3}$ **C.** $d=\frac{2}{3}$ **D.** $d=\frac{1}{3}$

Câu 64: **(Mã 101 2018)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2t\\z=t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+3t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+2t\end{cases}$

Câu 65: **(Mã 102 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2),B(1;2;1),C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-t\\y=4t\\z=2+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=4\\z=2+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=4+4t\\z=4+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2-4t\\z=2-2t\end{cases}$

Câu 66: **(Đề Tham Khảo 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$; $d_2:\dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$ **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$ **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$

Câu 67: **(Mã 101 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0),B(2;0;2),C(2;-1;3),D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-4+3t\\z=2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=3-t\\z=1+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2-4t\\y=-2-3t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=-1+3t\\z=3-t\end{cases}$.

Câu 68: **(Mã 104 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-2;0)$, $D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-2-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-3+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=-1-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=1-2t\end{cases}$.

Câu 69: **(Mã 102 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=2t\\y=-3+4t\\z=3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+t\\z=3+3t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+3t\\z=3+2t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=2t\\y=-3+3t\\z=2t\end{cases}$

Câu 70: **(Mã 103 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2),B(2;1;0),C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3\\y=2\\z=-1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=2+2t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=-2+2t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 71: **(Đề Minh Họa 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$ **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$

Câu 72: **(Đề Tham Khảo 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;1), B(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3})$. Đường thẳng qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là:

A. $\frac{x+\frac{2}{9}}{1}=\frac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\frac{z+\frac{5}{9}}{2}$ **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-8}{-2}=\frac{z-4}{2}$

C. $\frac{x+\frac{1}{3}}{1}=\frac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\frac{z-\frac{11}{6}}{2}$ **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$

Câu 73: **(Mã 103 2018)** Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=-1+t\\y=-4t\\z=-3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+4t\\z=2+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-2+6t\\z=2+t\end{cases}$

Câu 74: **(Mã 123 2017)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{3}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-1}{1}$, $\Delta':\frac{x+1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ và Δ'.

A. $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=1+3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1-t\\z=3+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$

Câu 75: **(Mã 104 2018)** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=2\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-3\\y=-t\\z=2t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$

Câu 76: **(TK 2020-2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}, d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với (P), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-2}=\frac{z+1}{-1}$. **D.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

Câu 77: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+2}{-4}$. **B.** $\frac{x}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{1}$. **C.** $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-4}$. **D.** $\frac{x}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{1}$.

Câu 78: **(MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-z+3=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{13}$. **B.** $\frac{x+1}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z-1}{1}$. **C.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{13}$.

Câu 79: **(MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z-6=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{1}$. **C.** $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{7}$. **D.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{4}=\frac{z+1}{7}$.

Câu 80: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+2=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z-1}{3}$. **B.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{8}$. **C.** $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z+1}{3}$. **D.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{8}$.

Câu 81: Trong không gian Oxy,cho điểm $A(3;1;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$. Đường thẳng qua A cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=1-t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=4-2t\\z=-3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=1-t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-3+3t\\y=5-2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Câu 82: **(MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$. Đường thẳng đi qua A cắt trục Oy và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=1-3t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=2+t\\z=3-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=3-t\\z=-1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 83: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1-t\\z=3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-t\\y=2+t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=3-t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 84: **(Mã 123 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\\z=2\end{cases}$, $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2?

A. $2x-y+2z+13=0$ **B.** $2x+y+2z-22=0$

C. $2x-y+2z-13=0$ **D.** $2x-y+2z+22=0$

Câu 85: **(Mã 110 2017)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P):\ x+y+z+1=0$, $(Q):\ x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-3-t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2\\z=3+2t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3-2t\end{cases}$

Câu 86: **(Đề Tham Khảo 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+5}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

A. $\begin{cases}x=-3\\y=-5+2t\\z=3-t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-3\\y=-6-t\\z=7+4t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-3\\y=-5-t\\z=-3+4t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-3\\y=-5+t\\z=3+4t\end{cases}$

Câu 87: **(Đề Tham Khảo 2019)** Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+5}{1}$

C. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{5}$ **D.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$

Câu 88: **(Mã 102 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-3\\z=5+4t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=6+11t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=-6+11t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+7t \\ y=-3+5t \\ z=5+t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=-3 \\ z=5+7t \end{cases}$

Câu 89: **(Mã 101 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+7t \\ y=1+4t \\ z=1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là.

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-10+11t \\ z=-6-5t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-10+11t \\ z=6-5t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=1+4t \\ z=1-5t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+7t \\ y=1+t \\ z=1+5t \end{cases}$

Câu 90: **(Mã 104 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+4t \\ z=1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;1;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là.

A. $\begin{cases} x=1+27t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-18+19t \\ y=-6+7t \\ z=11-10t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-18+19t \\ y=-6+7t \\ z=-11-10t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=1+17t \\ z=1+10t \end{cases}$

Câu 91: **(Mã 103 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(0;-7;-1)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2-2t. \\ z=3-t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1+6t \\ y=2+11t. \\ z=3+8t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-4+5t \\ y=-10+12t. \\ z=2+t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-4+5t \\ y=-10+12t. \\ z=-2+t \end{cases}$

Câu 92: **(Mã 104 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ -1;\ 2)$, $B(-1;\ 2;\ 3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a;\ b;\ c)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$.

A. $M\left(\dfrac{1}{6};\ \dfrac{7}{6};\ -\dfrac{2}{3}\right)$ **B.** $M\left(-\dfrac{1}{6};\ -\dfrac{7}{6};\ -\dfrac{2}{3}\right)$ **C.** $M(-1;\ 0;\ -3)$ **D.** $M(2;\ 3;\ 3)$

Câu 93: **(Đề Tham Khảo 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P), tính OA'.

A. $OA'=5\sqrt{3}$ **B.** $OA'=\sqrt{46}$ **C.** $OA'=\sqrt{186}$ **D.** $OA'=3\sqrt{26}$

Câu 94: **(Mã 104 2018)** Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$ và điểm $A(-1;-1;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S). M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

A. $6x+8y+11=0$ **B.** $6x+8y-11=0$ **C.** $3x+4y-2=0$ **D.** $3x+4y+2=0$

Câu 95: **(Mã 110 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2$ và hai đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$; $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S), song song với d và Δ?

A. $y+z+3=0$ **B.** $x+z+1=0$ **C.** $x+y+1=0$ **D.** $x+z-1=0$

Câu 96: **(Đề Tham Khảo 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases}x=2+9t\\y=1+9t\\z=3+8t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2-5t\\y=1+3t\\z=3\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=3\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=1+3t\\z=3-3t\end{cases}$

Câu 97: **(Mã 110 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;6;2)$ và $B(2;-2;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z=0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B, gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d. Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A. $R=\sqrt{3}$ **B.** $R=2$ **C.** $R=1$ **D.** $R=\sqrt{6}$

Câu 98: **(Mã 101 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(0;5;-3)$. **B.** $P(-3;0;-3)$. **C.** $M(0;-3;-5)$. **D.** $N(0;3;-5)$.

Câu 99: **(Mã 103 2019)** Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi song song với Oz và cách Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất. d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(0;2;-5)$. **B.** $M(0;4;-2)$. **C.** $P(-2;0;-2)$. **D.** $N(0;-2;-5)$.

Câu 100: **(Mã 102 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $N(0;3;-5)$. **B.** $M(0;-3;-5)$. **C.** $P(-3;0;-3)$. **D.** $Q(0;11;-3)$.

Câu 101: **(Mã 104 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(0;8;-5)$. **B.** $N(0;2;-5)$. **C.** $P(0;-2;-5)$. **D.** $Q(-2;0;-3)$.

Câu 102: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1-3)$ và $B(1;-3;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=3$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng:

A. $\sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{91}$.

CHƯƠNG III

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

Câu 1: **(MĐ 101-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-1+3t\end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một chỉ phương của d

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-1+3t\end{cases}$ ta có $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;3)$ là một vectơ chỉ phương của d.

Câu 2: **(MĐ 102-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-1+3t\end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_4}=(2;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 3: **(MĐ 103-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $Q(2;1;1)$. **B.** $M(1;2;3)$. **C.** $P(2;1;-1)$. **D.** $N(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có điểm $P(2;1;-1)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 4: **(MĐ 104-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Điểm nào sau đây thuộc d

A. $P(2;1;-1)$. **B.** $M(1;2;3)$. **C.** $Q(1;1;1)$. **D.** $N(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm các đáp án vào $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$ ta được:

Với $P(2;1;-1)\Rightarrow d:\dfrac{2-2}{1}=\dfrac{1-1}{-2}=\dfrac{-1+1}{3}=0$ (thỏa mãn).

Câu 5: **(MĐ 101-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(3;0;1), C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;-2;2), \overrightarrow{AC}=(1;0;-1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;4;2)$.

Đường thẳng đi qua $A(1;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nhận $\vec{u}=(1;2;1)$ làm một véc tơ chỉ phương có phương trình là: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

Câu 6: **(MĐ 102-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$ và $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(2;-2;2)\\ \overrightarrow{AC}=(1;0;-1)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;4;2)$ cùng phương $\vec{u}=(1;2;1)$.

Đường thẳng đi qua $A(1;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên nhận $\vec{u}=(1;2;1)$ làm một vectơ chỉ phương có phương trình là: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

Câu 7: **(MĐ 103-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2+3t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3-2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng cần tìm đi qua $M(2;-2;1)$, vuông góc với (P) nên nhận $\vec{n}_{(P)}=(2;-3;-1)$ là véc tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 8: **(MĐ 104-2022)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2+3t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3-2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}(2;-3;-1)$.

Đường thẳng vuông góc với (P) nên nhận véc tơ $\vec{n}(2;-3;-1)$ làm véc tơ chỉ phương, mặt khác đường thẳng cần lập đi qua $M(2;-2;1)$ nên có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t \end{cases}$.

****

Câu 9: **(TK 2020-2021)** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(0;1;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;-2;1)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{OM}=(1;-2;1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng OM.

Câu 10: **(MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=4-t \\ z=5+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3-2t \\ y=1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$.

Lời giải

Vì đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$ nên phương trình của đường thẳng d là: $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$.

Câu 11: **(MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=-1-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5+2t \\ y=2+2t \\ z=-3+t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có:

Phương trình đường thẳng d có $\begin{cases} VTCP: \vec{u}=(5;2;-3) \\ Qua: M(2;2;1) \end{cases}$

$(d): \begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1-3t \end{cases}$

Câu 12: **(MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;1;2)$ và có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(2;4;-1)$. Phương trình đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=3+2t \\ y=1+4t \\ z=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=1+4t \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=1+4t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2-3t \\ y=4+t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Lời giải

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;1;2)$ và có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(2;4;-1)$ là $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=1+4t \\ z=2-t \end{cases}$.

Câu 13: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;5;-2)$ có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}(3;-6;1)$. Phương trình của d là.

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-6+5t \\ z=1-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5-6t \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5+6t \\ z=-2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5-6t \\ z=-2+t \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(3;-6;1)$ và đi qua điểm $M(1;5;-2)$ nên có phương trình tham số. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5-6t \\ z=-2+t \end{cases}$.

Câu 14: **(MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(1;-3;5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-5}{3}$. **B.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z+3}{5}$.

C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{5}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-3}{5}$.

Lời giải

Đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(1;-3;5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-3}{5}$.

Câu 15: **(MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vectơ $\vec{u}(2;3;-5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là

A. $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+3}{-5}$. **B.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{-5}$.

C. $\frac{x-2}{-2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+5}{3}$. **D.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{5}$.

Lời giải

Đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vectơ $\vec{u}(2;3;-5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là $\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{-5}$.

Câu 16: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vectơ $\vec{u}(1;3;-5)$ làm vec tơ chỉ phương có phương trình là:

A. $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{5}$. **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{-5}$.

C. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+5}{3}$. **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+3}{-5}$.

Lời giải

Ta có đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vectơ $\vec{u}(1;3;-5)$ làm vec tơ chỉ phương có phương trình là: $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{-5}$

Câu 17: **(TK 2020-2021)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t. \\ z=1+2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3+2t. \\ z=2-t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t. \\ z=-t \end{cases}$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-3;2)$ là vector chỉ phương của đường thẳng, nó đi qua điểm $A(1;2;-1)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}, t\in\mathbb{R}.$

Câu 18: **(MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+4z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z+2}{4}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{4}$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1;-2;4)$.

Gọi d là đường thẳng qua $M(-1;3;2)$ và vuông góc với (P).

Vì $d\perp(P)$ nên d nhận vectơ $\overrightarrow{n_P}=(1;-2;4)$ làm vectơ chỉ phương.

Vậy phương trình đường thẳng d là: $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{4}$.

Câu 19: **(MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{2}$.

C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{1}$.

Lời giải

$(P): x-3y+2z+1=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-3;2)$

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với $(P) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-3;2) \\ \text{Qua } M(2;1;-1) \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{2}$

Câu 20: **(MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-3z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-3}$.

C. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{-3}$.

Lời giải

Ta có: Mặt phẳng (P) có *VTPT* $\vec{n}(2;1;-3)$. Vậy đường thẳng đi qua $M(1;2;-1)$ và vuông góc với (P) có phương trình là $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-3}$.

Câu 21: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x+2y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có VTCP: $\vec{u}=\overrightarrow{n_P}=(3;2;-1)$.

Phương trình đường thẳng cần tìm là: $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-1}$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;1)$ và $N(3;1;-2)$. Đường thẳng MN có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y+2}{3}=\frac{z+1}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+1}{-3}$.

Lời giải

Đường thẳng MN có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}=\overrightarrow{MN}=(2;-1;-3)$ và đi qua điểm $M(1;2;1)$ nên có phương trình là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oy và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=3+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-3+3t\\y=4-2t\\z=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-t\\z=3+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=5-2t\\z=-3+3t\end{cases}$.

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, cắt trục Oy và vuông góc với đường thẳng d.

Gọi $B=\Delta\cap Oy$.

$B\in Oy\Rightarrow B(0;b;0)\Rightarrow\overrightarrow{BA}=(1;1-b;3)$.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(1;2;1)$.

$\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \perp \overrightarrow{u_d} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 1-2b+2+3=0 \Leftrightarrow b=3 \Rightarrow \overrightarrow{BA} = (1;-2;3)$.

Đường thẳng Δ nhận $\overrightarrow{BA} = (1;-2;3)$ làm vectơ chỉ phương nên loại các phương án A, B,

C.

Do đó chọn phương án **D.**

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vectơ $\vec{u} = (2;-3;4)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-1}{-3} = \dfrac{z-3}{4}$. **B.** $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+1}{-3} = \dfrac{z+3}{4}$.

C. $\dfrac{x-2}{-2} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z-4}{3}$. **D.** $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z-3}{4}$.

Lời giải

Đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vectơ $\vec{u} = (2;-3;4)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-1}{-3} = \dfrac{z-3}{4}$. Ta chọn đáp án **A.**

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;-1)$ và $N(3;0;2)$. Đường thẳng MN có phương trình là:

A. $\dfrac{x+1}{4} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{3}$.

Lời giải

Ta có: đường thẳng MN có một vtcp là $\overrightarrow{MN} = (2;-1;3)$ và đi qua điểm $M(1;1;-1)$.

Vậy phương trình đường thẳng MN là: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{3}$.

Câu 26: **(MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(4;2;-2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{-3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x+1}{5} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{-3}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MN}(3;2;-3)$. Đường thẳng MN đi qua điểm $M(1;0;1)$ và có một VTCP $\overrightarrow{MN}(3;2;-3)$ nên có phương trình là: $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 27: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;0)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình là:

A. $\dfrac{x+1}{4} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MN}=(2;1;-1)$

Đường thẳng MN đi qua M và nhận véctơ $\overrightarrow{MN}$ làm véctơ chỉ phương có phương trình là:

$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

Câu 28: **(Mã 101 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{-5}=\dfrac{z+1}{3}$.

Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}(2;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}(2;-5;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}(2;5;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 29: **(Mã 102 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(3;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;-5;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;5;-2)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-2}{-1}$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(3;4;-1)$.

Câu 30: **(Mã 103 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{3}$.

Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d

A. $\overrightarrow{u_3}=(3;-1;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(4;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(4;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(3;1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_2}(4;-2;3)$.

Câu 31: **(Mã 104 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$.

Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(4;-2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(4;2;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(3;-1;-2)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(3;1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 32: **(Mã 101 2018)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=3+t\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$ **B.** $\overrightarrow{u_3}=(2;1;3)$ **C.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;1)$ **D.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$

Lời giải

Chọn C

$d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=3+t\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;1)$.

Câu 33: **(Mã 102 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-5}=\dfrac{z+2}{3}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d

A. $\vec{u}=(1;3;-2)$. **B.** $\vec{u}=(2;5;3)$. **C.** $\vec{u}=(2;-5;3)$. **D.** $\vec{u}=(1;3;2)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào phương trình đường thẳng suy ra một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(2;-5;3)$

Câu 34: **(Mã 104 2017)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{d}=(-1;1;2)$ **B.** $\vec{a}=(-1;0;-2)$ **C.** $\vec{b}=(-1;0;2)$ **D.** $\vec{c}=(1;2;2)$

Lời giải.

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;0;2)$ suy ra đường thẳng AB có VTCP là $\vec{b}=(-1;0;2)$.

Câu 35: **(Mã 102 2018)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{2}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$ **B.** $\overrightarrow{u_4}=(1;-1;2)$ **C.** $\overrightarrow{u_2}=(-3;1;5)$ **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-1;-2)$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{2}$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_4}=(1;-1;2)$.

Câu 36: **(Mã 103 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_4}=(1;3;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(-2;1;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(-2;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-3;2)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{2}$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(1;-3;2)$.

Câu 37: **(Đề Tham Khảo 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_4=(-1;2;0)$ **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;0)$ **C.** $\vec{u}_3=(2;1;1)$ **D.** $\vec{u}_1=(-1;2;1)$

Lời giải

Chọn D

Câu 38: **(Mã 104 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-5}{3}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;3)$ **B.** $\overrightarrow{u_3}=(2;6;-4)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;-4;6)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy đường thẳng d có một vectơ chỉ phương có tọa độ $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;3)$.

Câu 39: **(Mã 101 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_4=(1;2;-3)$. **B.** $\vec{u}_3=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{u}_1=(2;1;-3)$. **D.** $\vec{u}_2=(2;1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Một vectơ chỉ phương của d là: $\vec{u}=(-1;2;1)$.

Câu 40: **(Đề Tham Khảo 2019)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;2)$ **B.** $M(-1;-2;-3)$ **C.** $P(1;2;3)$ **D.** $N(-2;1;-2)$

Lời giải

Chọn C

Câu 41: **(Mã 104 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A. $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$ **B.** $\overrightarrow{u_1}=(0;2;0)$ **C.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;0)$ **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;0;0)$

Lời giải

Chọn A

M_1 là hình chiếu của M lên trục $Ox\Rightarrow M_1(1;0;0)$.

M_2 là hình chiếu của M lên trục $Oy \Rightarrow M_2(0;2;0)$.

Khi đó: $\overrightarrow{M_1M_2} = (-1;2;0)$ là một vectơ chỉ phương của M_1M_2.

Câu 42: **(Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Trong không gian *Oxyz*, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng *MN* có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2t \\ z = 1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1-t \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = t \\ z = 1-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng *MN* nhận $\overrightarrow{MN} = (2;2;-2)$ hoặc $\vec{u}(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương nên ta loại ngay phương án *A*, *B* và **C.**

Thay tọa độ điểm $M(1;0;1)$ vào phương trình ở phương án D ta thấy thỏa mãn.

Câu 43: **(Đề Tham Khảo 2017)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 3t \\ z = -2+t \end{cases}$?

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$ **C.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$ **D.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$

Lời giải

Chọn D

Do đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 3t \\ z = -2+t \end{cases}$ đi qua điểm $M(1;0;-2)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(2;3;1)$ nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 44: **(Mã 101 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2-t \\ z = 3+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2-t \\ z = -3+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -1-2t \\ z = 3+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = -2-t \\ z = 3-3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng cần tìm đi qua $M(1;-2;3)$, vuông góc với (P) nên nhận $\vec{n}_{(P)}=(2;-1;3)$ là véc tơ chỉ phương. Phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=3+3t\end{cases}$.

Câu 45: **(Mã 102 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho $M(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P):\ 2x-y+3z-1=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=-1+2t\\z=3-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2-t\\z=3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=-3+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=2-t\\z=-3-3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P):\ 2x-y+3z-1=0$ là $\vec{n}=(2;-1;3)$.

Đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và và vuông góc với (P) có phương trình là

$\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=-3+3t\end{cases}$.

Câu 46: **(Mã 103 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Phương trình của đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=2-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2-2t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-3+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2+t\\z=-2-3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) nhận véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) làm véc tơ chỉ phương có phương trình tham số là $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=2-3t\end{cases}$.

Câu 47: **(Mã 104 - 2020 Lần 2)** Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là:

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2+t\\z=2-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=-2-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=2+t\\z=-2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1+2t\\z=-3-2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(P): 2x+y-3z+1=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1;-3)$

đường thẳng đi qua $M(1;2;-2)$ và vuông góc với (P) nên nhận $\vec{n}=(2;1;-3)$ làm vectơ chỉ phương. Vậy phương trình tham số là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

Câu 48: **(Mã 123 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+3y-z+5=0$?

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+3t \\ z=1-t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3t \\ z=1-t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+3t \\ z=1-t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+3t \\ z=1+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Vectơ chỉ phương của đường thẳng là $\vec{u}=(1;3;-1)$ nên suy ra chỉ đáp án **A** hoặc **B** đúng. Thử tọa độ điểm $A(2;3;0)$ vào ta thấy đáp án **B** thỏa mãn

Câu 49: **(Mã 101 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{-1}$. **B.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-1}$. **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua A và song song với BC nhận $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$ làm một véc tơ chỉ phương.

Phương trình của đường thẳng d: $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}$.

Câu 50: **(Mã 102 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3), B(1;1;1), C(3;4;0)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y+2}{5}=\frac{z+3}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{5}=\frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z+3}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$, đường thẳng song song nên có vec tơ chỉ phương cùng phương với $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$.

Do vậy đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-1}$$

Câu 51: **(Mã 103 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0), B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{4}=\frac{z}{3}$. **C.** $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{4}=\frac{z}{3}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là phương trình đường thẳng qua $A(1;2;0)$ và song song với BC.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(1;2;-1)\Rightarrow d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-1}$.

Câu 52: **(Mã 104 - 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;0), B(1;0;1), C(3;1;0)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{1}$. **B.** $\frac{z+1}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{1}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua $A(1;1;0)$, song song với BC nên nhận $\overrightarrow{BC}=(2;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương do đó có phương trình là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}$.

Câu 53: **(Mã 110 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $x-2y+z=0$. **B.** $\begin{cases}x=-2t\\y=-1+t\\z=3+t\end{cases}$.

C. $\frac{x}{-2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ đi qua A và song song BC nhận $\overrightarrow{BC}=(-2;1;1)$ làm vectơ chỉ phương

$\Rightarrow$ Phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta:\frac{x}{-2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{1}$.

Chú ý: *Đáp án A không nhận được, vì đó là phương trình tham số của đường thẳng cần tìm, chứ không phải phương trình chính tắc.*

Câu 54: **(Mã 105 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$; $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn AB và song song với d?

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$ **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$

Lời giải

Chọn B

Trung điểm của AB là $I(0;1;-1)$

$d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$ có VTCP là $\vec{u}(1;-1;2)$ nên đường thẳng Δ cần tìm cũng có VTCP $\vec{u}(1;-1;2)$.

Suy ra phương trình đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{x+1}{2}$.

Câu 55: **(Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{3}$?

A. $P(-1;2;1)$. **B.** $Q(1;-2;-1)$. **C.** $N(-1;3;2)$. **D.** $P(1;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng ta thấy điểm $P(-1;2;1)$ thỏa $\dfrac{-1+1}{-1}=\dfrac{2-2}{3}=\dfrac{1-1}{3}=0$. Vậy điểm $P(-1;2;1)$ thuộc đường thẳng yêu cầu.

Câu 56: **(Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $P(1;2;-1)$. **B.** $M(-1;-2;1)$. **C.** $N(2;3;-1)$. **D.** $Q(-2;-3;1)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm $P(1;2;-1)$ vào phương trình đường thẳng d thấy thỏa mãn nên đường thẳng d đi qua điểm $P(1;2;-1)$.

Câu 57: **(Mã 101 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $Q(4;-2;1)$. **B.** $N(4;2;1)$. **C.** $P(2;1;-3)$. **D.** $M(2;1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm $P(2;1;-3)$ vào $d:\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$ ta được

$\dfrac{2-2}{4}=\dfrac{1-1}{-2}=\dfrac{-3+3}{1}\Leftrightarrow 0=0=0$ đúng. Vậy điểm $P\in(d)$.

Câu 58: **(Mã 102 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{z-2}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $N(4;2;-1)$. **B.** $Q(2;5;1)$. **C.** $M(4;2;1)$. **D.** $P(2;-5;1)$.

Lời giải

Chọn A

Thế điểm $N(4;2;-1)$ vào d ta thấy thỏa mãn nên **Chọn A**

Câu 59: **(Mã 103 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z+2}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $N(3;-1;-2)$ **B.** $Q(2;4;1)$ **C.** $P(2;4;-1)$ **D.** $M(3;1;2)$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\dfrac{3-3}{2}=\dfrac{-1+1}{4}=\dfrac{-2+2}{-1}=0$. Vậy $N(3;-1;-2)$ thuộc d.

Câu 60: **(Mã 104 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $M(3;1;5)$. **B.** $N(3;1;-5)$. **C.** $P(2;2;-1)$. **D.** $Q(2;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\dfrac{3-3}{2}=\dfrac{1-1}{2}=\dfrac{-5+5}{-1}=0$ nên điểm $N(3;1;-5)\in d$.

Câu 61: **(Mã đề 104 2018)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

A. $N(1;5;2)$ **B.** $Q(-1;1;3)$ **C.** $M(1;1;3)$ **D.** $P(1;2;5)$

Lời giải

Chọn A

Cách 1. Dựa vào lý thuyết: Nếu d qua $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}\left(a;b;c\right)$ thì phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$, ta chọn đáp án **B.**

Cách 2. Thay tọa độ các điểm M vào phương trình đường thẳng d, ta có:

$\begin{cases}1=1-t\\2=5+t\\5=2+3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\t=-3\\t=1\end{cases}$ (Vô lý). Loại đáp án **A.**

Thay tọa độ các điểm N vào phương trình đường thẳng d, ta có:

$\begin{cases}1=1-t\\5=5+t\\2=2+3t\end{cases}\Leftrightarrow t=0$. Nhận đáp án **B.**

Câu 62: **(Mã 103 2018)** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{2}$.

A. $N\left(2;-1;2\right)$ **B.** $Q\left(-2;1;-2\right)$ **C.** $M\left(-2;-2;1\right)$ **D.** $P\left(1;1;2\right)$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{2}$ đi qua điểm $\left(-2;1;-2\right)$.

Câu 63: **(Đề Tham Khảo 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và $\left(P\right)$.

A. $d=2$ **B.** $d=\dfrac{5}{3}$ **C.** $d=\dfrac{2}{3}$ **D.** $d=\dfrac{1}{3}$

Lời giải

Chọn A

(P) có vecto pháp tuyến $\vec{n}(2;-2;-1)$ và đường thẳng Δ có vecto chỉ phương $\vec{u}(2;1;2)$ thỏa mãn $\vec{n}.\vec{u}=0$ nên $\Delta//(P)$ hoặc $\Delta\subset(P)$.

Do đó: lấy $A(1;-2;1)\in\Delta$ ta có: $d(\Delta(P))=d(A;(P))=\dfrac{\left|2.1-2.(-2)-1+1\right|}{\sqrt{4+4+1}}=2$.

Câu 64: **(Mã 101 2018)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A\left(1;2;3\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2t \\ z=t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2t \\ z=3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $M=\Delta\cap Ox$. Suy ra $M(a;0;0)$.

$\overrightarrow{AM}=(a-1;-2;-3)$.

d có VTCP: $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-2)$.

Vì $\Delta\perp d$ nên $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow 2a-2-2+6=0\Leftrightarrow a=-1$.

Vậy Δ qua $M(-1;0;0)$ và có VTCP $\overrightarrow{AM}=(-2;-2;-3)=-(2;2;3)$ nên Δ có phương trình:

$\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2t \\ z=3t \end{cases}$.

Câu 65: **(Mã 102 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=4t \\ z=2+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=4 \\ z=2+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+4t \\ z=4+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-4t \\ z=2-2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) nhận vectơ pháp tuyến của (BCD) là vectơ chỉ phương

Ta có $\overrightarrow{BC}=(2;0;-1), \overrightarrow{BD}=(0;-1;2)$

$\Rightarrow \overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_{BCD}}=\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]=(-1;-4;-2)$

Khi đó ta loại đáp án A và B

Thay điểm $A(1;0;2)$ vào phương trình ở phương án C ta có $\begin{cases} 1=2+t \\ 0=4+4t \\ 2=4+2t \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} t=-1 \\ t=-1 \\ t=-1 \end{cases}$.

Suy ra đường thẳng có phương trình tham số ở phương án C đi qua điểm A nên C là phương án đúng

Câu 66: **(Đề Tham Khảo 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$; $d_2:\dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$ **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$ **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$

Lời giải

Chọn D

Phương trình $d_1:\begin{cases}x=3-t_1\\y=3-2t_1\\z=-2+t_1\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=5-3t_2\\y=-1+2t_2\\z=2+t_2\end{cases}$.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.

Giả sử đường thẳng Δ cắt đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại A, B.

Gọi $A(3-t_1;3-2t_1;-2+t_1)$, $B(5-3t_2;-1+2t_2;2+t_2)$.

$\overrightarrow{AB}=(2-3t_2+t_1;-4+2t_2+2t_1;4+t_2-t_1)$.

Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;2;3)$.

Do $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương nên $\dfrac{2-3t_2+t_1}{1}=\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}=\dfrac{4+t_2-t_1}{3}$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{2-3t_2+t_1}{1}=\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}\\\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}=\dfrac{4+t_2-t_1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=2\\t_2=1\end{cases}$. Do đó $A(1;-1;0)$, $B(2;-1;3)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;-1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{n}=(1;2;3)$ là

$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Câu 67: **(Mã 101 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0),B(2;0;2),C(2;-1;3),D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-4+3t\\z=2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=3-t\\z=1+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2-4t\\y=-2-3t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=-1+3t\\z=3-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB}=(1;-2;2)$

$\overrightarrow{AD}=(0;-1;3)$

$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD} = (-4;-3;-1)$

Đường thẳng qua $C(2;-1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình

$$\begin{cases} x = 2-4t \\ y = -1-3t \\ z = 3-t \end{cases}$$

Điểm $E(-2;-4;2)$ thuộc đường thẳng trên, suy ra đường thẳng cần tìm trùng với đường thẳng có phương trình $\begin{cases} x = -2+4t \\ y = -4+3t \\ z = 2+t \end{cases}$

Chọn đáp án đúng là đáp án **C**

Câu 68: **(Mã 104 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-2;0)$, $D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -2-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -3+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -1-2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1-2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;3;1)$; $\overrightarrow{AC} = (1;-1;0)$; $\vec{n}_{(ABC)} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (1;1;-2)$.

Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có véc tơ chỉ phương là $\vec{n}_{(ABC)} = (1;1;-2)$, phương trình tham số là: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -3-2t \end{cases}$.

Câu 69: **(Mã 102 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3+4t \\ z = 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = 1+t \\ z = 3+3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = 1+3t \\ z = 3+2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3+3t \\ z = 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ

$d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$ có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$.

Gọi $M(0;m;0)\in Oy$, ta có $\overrightarrow{AM}=(-2;m-1;-3)$

Do $\Delta\perp d\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\vec{u}=0\Leftrightarrow-2-2(m-1)-6=0\Leftrightarrow m=-3$

Ta có Δ có VTCP $\overrightarrow{AM}=(-2;-4;-3)$ nên có phương trình $\begin{cases}x=2t\\y=-3+4t\\z=3t\end{cases}$.

Câu 70: **(Mã 103 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2),B(2;1;0),C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3\\y=2\\z=-1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=2+2t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=-2+2t\\z=1-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD).

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;1;-1);\overrightarrow{BD}=(0;-1;-2)$.

Mặt phẳng (BCD) có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(BCD)}=\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BC}\right]=(3;2;-1)$.

Gọi $\vec{u}_d$ là vec tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Vì $d\perp(BCD)$ nên $\overrightarrow{u_d}=\vec{n}_{(BCD)}=(3;2;-1)$.

Đáp **A** và **C** có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(3;2;-1)$ nên loại **B** và **D.**

Ta thấy điểm $A(0;0;2)$ thuộc đáp án **C** nên loại **A.**

Câu 71: **(Đề Minh Họa 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$ **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;2)$

Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d, nên nhận véc tơ chỉ phương của d là vecto pháp tuyến $(P):1(x-1)+y+2(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+2z-5=0$

Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng $d\Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

Vì $B\in(P)\Leftrightarrow(1+t)+t+2(-1+2t)-5=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow B(2;1;1)$

Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

Cách 2:

Gọi $d\cap\Delta=B\Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

$\overrightarrow{AB}=(t;t;-3+2t)$, Đường thẳng d có VTCP là $\overrightarrow{u_d}=(1;1;2)$

Vì $d\perp\Delta$ nên $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_d}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow t+t+2(-3+2t)=0\Leftrightarrow t=1$

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$.Ta có đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$ và nhận véc tơ $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

Câu 72: **(Đề Tham Khảo 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;1),B(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3})$. Đường thẳng qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là:

A. $\frac{x+\frac{2}{9}}{1}=\frac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\frac{z+\frac{5}{9}}{2}$

B. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-8}{-2}=\frac{z-4}{2}$

C. $\frac{x+\frac{1}{3}}{1}=\frac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\frac{z-\frac{11}{6}}{2}$

D. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$

Lời giải.

Chọn D

Ta có: $\left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right]=(4;-8;8)$

Gọi d là đường thẳng thỏa mãn khi đó d có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$

Ta có $OA=3,OB=4,AB=5$. Gọi $I(x;y;z)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB

Áp dụng hệ thức $OB.\overrightarrow{IA}+OA.\overrightarrow{IB}+AB.\overrightarrow{IO}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 4.(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OI})+3.(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OI})+5.\overrightarrow{IO}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{OI}=\frac{1}{12}\left(4\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}\right)\Rightarrow I(0;1;1)$

Suy ra $d:\begin{cases}x=t\\y=1-2t\\z=1+2t\end{cases}$ cho $t=-1\Rightarrow d$ đi qua điểm $M(-1;3;-1)$

Do đó d đi qua $M(-1;3;-1)$ có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$ nên đường thẳng có phương trình $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$

Câu 73: **(Mã 103 2018)** Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=-1+t\\y=-4t\\z=-3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+4t\\z=2+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-2+6t\\z=2+t\end{cases}$

Lời giải

Chọn C

$d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=-t\\z=-2+2t\end{cases}$

Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d.

$\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_P}\right]=(-1;4;3)$

Gọi A là giao điểm của d và (P). Tọa độ A là nghiệm của phương trình:

$$(-1+2t)+(-t)-(-2+2t)+1=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow A(3;-2;2)$$

Phương trình Δ qua $A(3;-2;2)$ có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta}=(-1;4;3)$ có dạng: $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t\end{cases}$

Câu 74: **(Mã 123 2017)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{3}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-1}{1}$, $\Delta':\frac{x+1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ và Δ'.

A. $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=1+3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1-t\\z=3+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$

Lời giải

Chọn D

+) VTCP của Δ,Δ' lần lượt là $\vec{u}=(3;2;1)$ và $\vec{v}=(1;3;-2)$; $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(-7;7;7)$

+) Vì d vuông góc với Δ và Δ' nên $\vec{u}_d=(-1;1;1)$.

+) d đi qua $M(-1;1;3)$ nên $d:\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$.

Câu 75: **(Mã 104 2018)** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=2\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-3\\y=-t\\z=2t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{1}\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=1+t\end{cases}$

Gọi $M=\Delta\cap(P)\Rightarrow M\in\Delta\Rightarrow M(t;2t-1;t+1)$

$M\in(P)\Rightarrow t-2(2t-1)-(t+1)+3=0\Leftrightarrow 4-4t=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow M(1;1;2)$

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;-2;-1)$

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=(1;2;1)$

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ

$\Rightarrow$ Đường thẳng d nhận $\frac{1}{2}[\vec{n},\vec{u}]=(0;-1;2)$ làm véc tơ chỉ phương và $M(1;1;2)\in d$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$

Câu 76: **(TK 2020-2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2},d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với (P), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-2}=\frac{z+1}{-1}$. **D.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Gọi $A(2a+1,a,-2a-1)$ và $B(b+2,2b,-b-1)$ lần lượt là giao điểm của đường thẳng d cần tìm với d_1,d_2. Ta có $\overrightarrow{AB}=(b-2a+1,2b-a,-b+2a)$ nên để $d\perp(P)$ thì

$$\frac{b-2a+1}{2}=\frac{2b-a}{2}=\frac{-b+2a}{-1}.$$

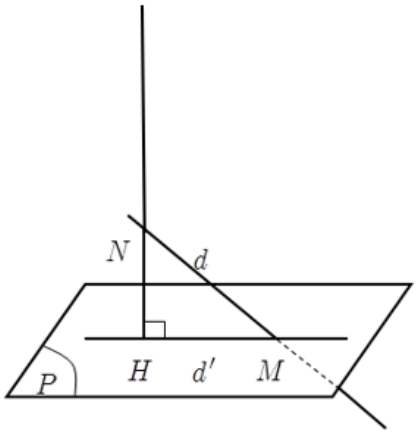
Giải ra được $(a;b)=(0;1)$ nên $\overrightarrow{AB}=(2;2;-1)$ và $A(1;0;-1), B(3;2;-2)$. Từ đó viết được

$$(d):\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+2}{-1}.$$

Câu 77: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+2}{-4}$. **B.** $\frac{x}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{1}$. **C.** $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-4}$. **D.** $\frac{x}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{1}$.

Lời giải



Mặt phẳng (P) có một vec tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1;2;1)$.

Gọi M là giao điểm của d và (P).

$M\in d\Rightarrow M(m;m+1;-m+2)$.

$M\in(P)\Leftrightarrow m+2(m+1)+(-m+2)-4=0\Leftrightarrow m=0$. Suy ra $M(0;1;2)$.

Lấy $N(1;2;1)\in d$.

Gọi Δ là đường thẳng qua N và vuông góc với (P).

Suy ra đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{n_P}=(1;2;1)$.

Do đó phương trình đường thẳng Δ là: $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=1+t\end{cases}$.

Gọi H là giao điểm của Δ và (P).

$H\in\Delta\Rightarrow H(1+h;2+2h;1+h)$.

$H \in (P) \Leftrightarrow 1+h+2(2+2h)+(1+h)-4=0 \Leftrightarrow 6h+2=0 \Leftrightarrow h=-\frac{1}{3}$. Suy ra $H\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{MH}=\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3};\frac{-4}{3}\right)$.

Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

Suy ra đường thẳng d' qua $M(0;1;2)$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_{d'}}=3\overrightarrow{MH}=(2;1;-4)$.

Vậy phương trình hình chiếu vuông góc d' của d trên (P) là: $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-4}$.

Câu 78: **(MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-z+3=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{13}$. **B.** $\frac{x+1}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{13}$.

Lời giải

Đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2}$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;1;2)$ và đi qua $M(-1;0;1)$.

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(2;1;-1)$.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P) thì (α) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}\right]=(-3;5;-1)$

Phương trình mặt phẳng $(\alpha):-3(x+1)+5(y-0)-1(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-5y+z+2=0$.

Gọi $d\cap(P)=A$. Ta có $A\in d \Rightarrow A(-1+t;t;2t+1)$.

$A\in(P)$ nên $2(-1+t)+t-1-2t+3=0 \Leftrightarrow t=0$.

Suy ra $A(-1;0;1)$.

Đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (P), nên có $\vec{u}_{d'}=\left[\vec{n}_{(\alpha)},\vec{n}_{(P)}\right]=(4;5;13)$ và đi qua $A(-1;0;1)$.

Phương trình của đường thẳng d': $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{13}$.

Câu 79: **(MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z-6=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{7}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{7}$.

Lời giải

Đường thẳng d qua điểm $A(1;2;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;1;-2)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(1;2;-1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P), khi đó (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)}=\left[\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}\right]=(3;-1;1)$.

Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) suy ra Δ là hình chiếu của d trên (P).

Khi đó Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(-1;4;7)$.

Ta có $A\in d\subset(Q)\Rightarrow A\in(Q)$ và dễ thấy tọa độ A thỏa phương trình $(P)\Rightarrow A\in(P)$. Do đó $A\in\Delta$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{7}$.

Câu 80: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+2=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z-1}{3}$. **B.** $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{8}$. **C.** $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z+1}{3}$. **D.** $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{8}$.

Lời giải

Gọi $A=d\cap(P)$

+) $A\in d\Rightarrow A(a;-a;1+2a)$

+) $A\in(P)\Leftrightarrow a-2a-2-4a+2=0\Leftrightarrow a=0$ suy ra $A(0;0;1)$

Ta có $B(1;-1;3)\in d$

+) Gọi H là hình chiếu của B lên mp (P) suy ra $H(1+h;-1+2h;3-2h)$

+) $H\in(P)\Leftrightarrow 1+h-2+4h-6+4h+2=0\Leftrightarrow h=\dfrac{5}{9}$ suy ra $H\left(\dfrac{14}{9};\dfrac{1}{9};\dfrac{17}{9}\right)$

Ta có $\overrightarrow{AH}=\left(\frac{14}{9};\frac{1}{9};\frac{8}{9}\right)=\frac{1}{9}(14;1;8)$

Vậy phương trình hình chiếu vuông góc của d trên (P) là: $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{8}$

Câu 81: Trong không gian Oxy ,cho điểm $A(3;1;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$. Đường thẳng qua A cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=1-t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=4-2t\\z=-3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=1-t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-3+3t\\y=5-2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Lời giải

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ ,giả sử Δ cắt trục Oy tại $B(0,m,0)$ ta có $\overrightarrow{u_\Delta}=(-3;m-1;-1)$

Vì $\Delta\perp d$ nên $\vec{u}_\Delta\perp\overrightarrow{u_d}\Rightarrow\overrightarrow{u_\Delta}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow-3.1+(m-1).2+(-1).1=0\Leftrightarrow m=3$

Vậy $\overrightarrow{u_\Delta}=(-3;2;-1)=-1(3;-2;1)$

Đường thẳng $\Delta\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}(3;-2;1)\\A(3;1;1)\end{cases}\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=3+3t\\y=1-2t\\z=1+t\end{cases}$ ta chon $t=-2$ ta có điểm $M(-3;5;-1)$ thuộc đường thẳng Δ.

Vậy: $\Delta\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}(3;-2;1)\\M(-3;5;-1)\end{cases}\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=-3+3t\\y=5-2t\\z=-1+t\end{cases}$ chọn đáp án **D.**

Câu 82: **(MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$. Đường thẳng đi qua A cắt trục Oy và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=1-3t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=2+t\\z=3-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=3-t\\z=-1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.

Gọi tọa độ giao điểm của đường thẳng (Δ) và Oy là $B(0;b;0)$.

Đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;1)$. Vì đường thẳng Δ vuông góc với d, suy ra $\overrightarrow{AB}.\vec{u}=0\Leftrightarrow1.(-1)+2.(b-1)+1.(-1)=0\Leftrightarrow b=2$.

Đường thẳng Δ đi qua $A(1;1;1)$, nhận $\overrightarrow{AB}=(-1;1;-1)=(1;-1;1)$ làm một véc tơ chỉ phương, suy ra có phương trình: $\begin{cases}x=-1+t\\y=3-t\\z=-1+t\end{cases}$.

Câu 83: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1-t\\z=3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-t\\y=2+t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=3-t\\z=1-t\end{cases}$.

Lời giải

Gọi giao điểm của đường thẳng cần lập và trục Oy là $B(0;b;0)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;b-3;-1)$.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(1;2;1)$.

Do đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng d nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d}=0$

$\Leftrightarrow -1+2(b-3)-1=0$

$\Leftrightarrow 2b=8$

$\Leftrightarrow b=4$

Đường thẳng cần lập có vec tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(-1;1;-1)$.

Dựa vào vectơ chỉ phương và thay tọa độ điểm A vào ta thấy đáp án C là đúng.

Câu 84: **(Mã 123 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\\z=2\end{cases}$, $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2?

A. $2x-y+2z+13=0$ **B.** $2x+y+2z-22=0$

C. $2x-y+2z-13=0$ **D.** $2x-y+2z+22=0$

Lời giải:

Chọn C

Tọa độ giao điểm của d_1 và (P) là $A(4;-1;2)$

Mặt phẳng cần tìm đi qua A và nhận $\vec{u}_2(2;-1;2)$ làm VTCP có phương trình $2x-y+2z-13=0.$

Câu 85: **(Mã 110 2017)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $x+y+z+1=0$, (Q): $x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=-3-t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2 \\ z=3+2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3-2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_{(P)}=(1;1;1) \\ \vec{n}_{(Q)}=(1;-1;1) \end{cases}$ và $\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(2;0;-2)$. Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng (P) và (Q), nên d có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-1)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1;-2;3)$ nên có phương trình: $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$

Câu 86: **(Đề Tham Khảo 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+5}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

A. $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5+2t \\ z=3-t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-6-t \\ z=7+4t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5-t \\ z=-3+4t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5+t \\ z=3+4t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Đường thẳng d đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTCP $\vec{u}_d=(2;-1;4)$

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P): $x+3=0$.

Suy ra mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTPT là $\left[\vec{n}_P;\vec{u}_d\right]=(0;4;1)$

$\Rightarrow (Q)$: $4y+z+17=0$.

Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là

$\begin{cases} 4y+z+17=0 \\ x+3=0 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x=-3 \\ y=-6-t \\ z=7+4t \end{cases}$

Cách 2: Ta có $M \in d \Rightarrow M(1+2t;-5-t;3+4t)$. Gọi M' là hình chiếu của M trên $(P): x+3=0$. Suy ra $M'(-3;-5-t;3+4t)$. Suy ra $d': \begin{cases} x=-3 \\ y=-5-t \\ z=3+4t \end{cases}$

So sánh với các phương án, ta chọn D là đáp án đúng.

Câu 87: **(Đề Tham Khảo 2019)** Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$ **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+5}{1}$

C. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z+1}{5}$ **D.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{-1}$

Lời giải

Chọn A

Gọi M là giao điểm của d với (P).

Tọa độ của M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x+y+z-3=0 \\ \frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-y=1 \\ x+z=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow M(1;1;1)$

Lấy điểm $N(0;-1;2) \in d$.

Một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}=(1;1;1)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua N và nhận $\vec{n}=(1;1;1)$ làm vec tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{1}$

Gọi N' là giao điểm của Δ với (P).

Tọa độ của N' là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x+y+z-3=0 \\ \frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=3 \\ x-y=1 \\ x-z=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ y=-\frac{1}{3} \\ z=\frac{8}{3} \end{cases}$

$N'\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3};\frac{8}{3}\right)$

$\overrightarrow{MN'}=\left(-\frac{1}{3};-\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right)=-\frac{1}{3}\vec{u}(1;4;-5)$

Đường thẳng cần tìm đi qua điểm $M(1;1;1)$ và nhận $\vec{u}=(1;4;-5)$ làm vec tơ chỉ phương nên có phương trinh $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$.

Câu 88: **(Mã 102 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-3\\z=5+4t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=6+11t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=-6+11t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+7t\\y=-3+5t\\z=5+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-3\\z=5+7t\end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Ta có điểm $A(1;-3;5)$ thuộc đường thẳng d, nên $A(1;-3;5)$ là giao điểm của d và Δ.

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{v}(-3;0;-4)$. Ta xét:

$$\overrightarrow{u_1}=\frac{1}{|\vec{u}|}.\vec{u}=\frac{1}{3}(1;2;-2)=\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};-\frac{2}{3}\right);$$

$$\overrightarrow{v_1}=\frac{1}{|\vec{v}|}.\vec{v}=\frac{1}{5}(-3;0;-4)=\left(-\frac{3}{5};0;-\frac{4}{5}\right).$$

Nhận thấy $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{v_1}>0$, nên góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{v_1}$ là góc nhọn tạo bởi d và Δ.

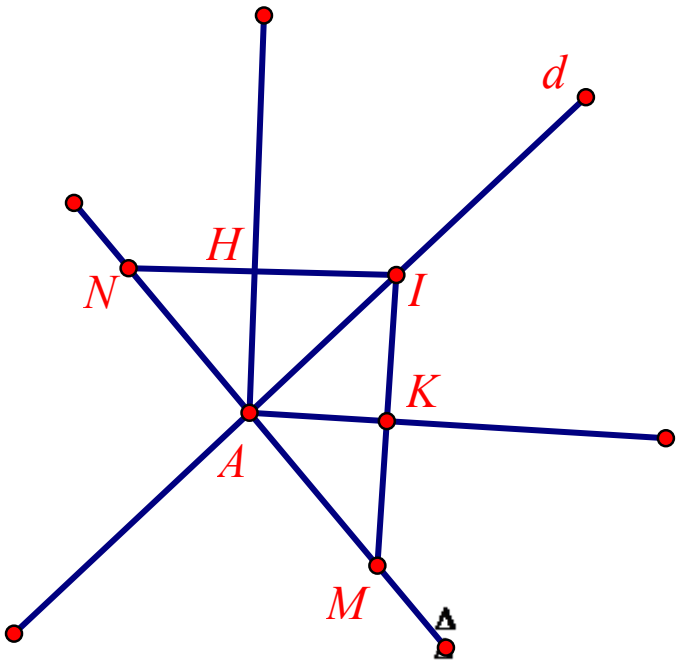
Ta có $\overrightarrow{w}=\overrightarrow{u_1}+\overrightarrow{v_1}=\left(-\frac{4}{15};\frac{10}{15};-\frac{22}{15}\right)=-\frac{15}{2}(2;-5;11)$ là vectơ chỉ phương của đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ hay đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{w_1}=(2;-5;11)$. Do đó có phương trình: $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=-6+11t\end{cases}$.

Câu 89: **(Mã 101 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+7t\\y=1+4t\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-10+11t\\z=-6-5t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-10+11t\\z=6-5t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1+3t\\y=1+4t\\z=1-5t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+7t\\y=1+t\\z=1+5t\end{cases}$

Lời giải

Chọn B



Phương trình $\Delta:\begin{cases}x=1+t'\\y=1-2t'\\z=1+2t'\end{cases}$.

Ta có $d\cap\Delta=A(1;1;1)$. Lấy $I(4;5;1)\in d\Rightarrow\overrightarrow{AI}=(3;4;0)\Rightarrow AI=5$.

Gọi $M(1+t';1-2t';1+2t')\in\Delta$ sao cho $AM=AI$.

Khi đó $3|t'|=5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t'=\dfrac{5}{3}\\t'=-\dfrac{5}{3}\end{array}\right.$.

Với $t'=\dfrac{5}{3}\Rightarrow M\left(\dfrac{8}{3};-\dfrac{7}{3};\dfrac{13}{3}\right)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{-10}{3};\dfrac{10}{3}\right)\Rightarrow AM=\dfrac{15}{3}$.

Khi đó $\cos\widehat{IAM}=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow\widehat{IAM}>90^0\Rightarrow$ trong trường hợp này $(d;\Delta)>90^0$ (loại)

Với $t'=-\dfrac{5}{3}\Rightarrow N\left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{13}{3};\dfrac{-7}{3}\right)\Rightarrow\overrightarrow{AN}=\left(-\dfrac{5}{3};\dfrac{10}{3};-\dfrac{10}{3}\right)\Rightarrow AN=\dfrac{15}{3}$.

Khi đó $\cos\widehat{IAN}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow\widehat{IAM}<90^0\Rightarrow$ trong trường hợp này $(d;\Delta)<90^0$ (thỏa mãn)

Gọi H là trung điểm của $NI\Rightarrow H\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{14}{3};\dfrac{-2}{3}\right)\Rightarrow\overrightarrow{AH}=\dfrac{1}{3}(2;11;-5)$.

Khi đó đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ đi qua $H\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{14}{3};\dfrac{-2}{3}\right)$ hoặc $A(1;1;1)$

và nhận làm $\vec{u}=(2;11;-5)$ VTCP $\Rightarrow$ phương trình phân giác là $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-10+11t\\z=6-5t\end{cases}$.

Câu 90: **(Mã 104 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=1+4t\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;1;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=1+27t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-18+19t\\y=-6+7t\\z=11-10t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-18+19t\\y=-6+7t\\z=-11-10t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=1+17t\\z=1+10t\end{cases}$

Lời giải

Chọn B

$A=d\cap\Delta$

Phương trình tham số của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=1+1t\\z=1+2t\end{cases}$.

Chọn điểm $B(-1;2;3)\in\Delta, AB=3$.

Gọi $C\in d$ thỏa mãn $AC=AB\Rightarrow C\left(\frac{14}{5};\frac{17}{5};1\right)$ hoặc $C\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5};1\right)$

Kiểm tra được điểm $C\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5};1\right)$ thỏa mãn BAC là góc nhọn.

Trung điểm của BC là $I\left(-\frac{9}{10};\frac{3}{10};2\right)$.Đường phân giác cần tìm là AI có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(19;7;-10)$ có phương trình là $\begin{cases}x=1+19t\\y=1+7t\\z=1-10t\end{cases}$. Tọa độ điểm của đáp án B thuộc AI.

Câu 91: **(Mã 103 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(0;-7;-1)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+5t\\y=2-2t\\z=3-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+6t\\y=2+11t\\z=3+8t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=-2+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua $A(1;2;3)$ và có VTCP $\vec{a}=(1;1;0)$.

Ta có $\vec{a}.\vec{u}=1.0+1.(-7)+0.(-1)=-7<0\Rightarrow(\vec{a},\vec{u})>90^{\circ}$.

Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có VTCP: $\vec{b}=-\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}+\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\frac{1}{5\sqrt{2}}(5;12;1)\,//\,(5;12;1)$.

Phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 92: **(Mã 104 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ -1;\ 2)$, $B(-1;\ 2;\ 3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a;\ b;\ c)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$.

A. $M\left(\frac{1}{6};\ \frac{7}{6};\ -\frac{2}{3}\right)$ **B.** $M\left(-\frac{1}{6};\ -\frac{7}{6};\ -\frac{2}{3}\right)$

C. $M(-1;\ 0;\ -3)$ **D.** $M(2;\ 3;\ 3)$

Lời giải

Chọn A

Ta có : $M\in d$ nên $\exists t\in\mathbb{R}:M(1+t;\ 2+t;\ 1+2t)$.Đk :$1+2t<0\Rightarrow t<\frac{-1}{2}\,(*)$

$MA^2+MB^2=28$

$\Leftrightarrow(-t)^2+(-3-t)^2+(1-2t)^2+(-2-t)^2+(-t)^2+(2-2t)^2=28$

$\Leftrightarrow 12t^2-2t-10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1(L)\\t=-\frac{5}{6}(T/m)\end{array}\right.$

Với $t=-\frac{5}{6}$, ta có $M\left(\frac{1}{6};\frac{7}{6};-\frac{2}{3}\right)$.

Câu 93: **(Đề Tham Khảo 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P), tính OA'.

A. $OA'=5\sqrt{3}$ **B.** $OA'=\sqrt{46}$ **C.** $OA'=\sqrt{186}$ **D.** $OA'=3\sqrt{26}$

Lời giải

Chọn C

+ A' đối xứng với A qua (P) nên AA' vuông góc với (P)

+Suy ra phương trình đường thẳng AA' : $\begin{cases} x=-1+6t \\ y=3-2t \\ z=6+t \end{cases}$

+Gọi H là giao điểm của AA' và mặt phẳng $(P) \Rightarrow H(-1+6t;3-2t;6+t)$

+ Do H thuộc $(P) \Rightarrow 6(-1+6t)-2(3-2t)+1(6+t)-35=0$

$\Leftrightarrow 41t-41=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow H(5;1;7)$

+ A' đối xứng với A qua (P) nên H là trung điểm của AA'

$\Rightarrow A'(11;-1;8) \Rightarrow OA'=\sqrt{11^2+(-1)^2+8^2}=\sqrt{186}$

Câu 94: **(Mã 104 2018)** Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$ và điểm $A(-1;-1;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S). M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

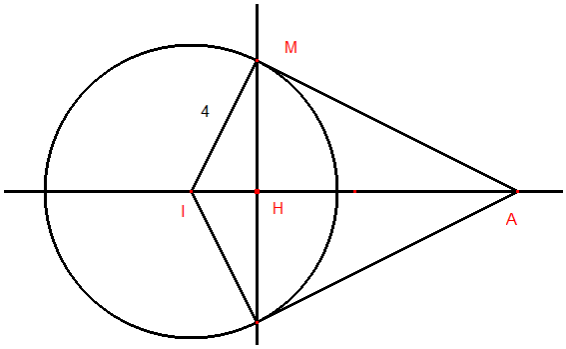
A. $6x+8y+11=0$ **B.** $6x+8y-11=0$ **C.** $3x+4y-2=0$ **D.** $3x+4y+2=0$

Lời giải

Chọn C

(S) có tâm $I(2;3;-1)$; bán kính $R=4$

$A(-1;-1;-1) \Rightarrow \overrightarrow{IA}=(-3;-4;0)$, tính được $IA=5$.



Mặt phẳng cố định đi qua điểm H là hình chiếu của M xuống IA và nhận $\overrightarrow{IA}=(-3;-4;0)$ làm vectơ pháp tuyến.

Do hai tam giác MHI và AMI đồng dạng nên tính được $IM^2=IH.IA \Rightarrow IH=\dfrac{IM^2}{IA}=\dfrac{16}{5}$, từ đó tính được $\overrightarrow{IH}=\dfrac{16}{25}\overrightarrow{IA}$ tìm được $H\left(\dfrac{2}{25};\dfrac{11}{25};-1\right)$

Mặt phẳng cần tìm có phương trình là: $-3\left(x-\dfrac{2}{25}\right)-4\left(y-\dfrac{11}{25}\right)=0 \Leftrightarrow 3x+4y-2=0.$

Câu 95: **(Mã 110 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2$ và hai đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$; $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S), song song với d và Δ?

A. $y+z+3=0$ **B.** $x+z+1=0$ **C.** $x+y+1=0$ **D.** $x+z-1=0$

Lời giải.

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1-2)$; $R=\sqrt{2}$.

Véctơ chỉ phương của d: $\vec{u}_d=(1;2;-1)$. Véctơ chỉ phương của Δ: $\vec{u}_\Delta=(1;1;-1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng cần viết phương trình.

Ta có $\left[\vec{u}_d,\vec{u}_\Delta\right]=(-1;0;-1)$ nên chọn một véctơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;0;1)$.

Mặt phẳng (P) có phương trình tổng quát dạng: $x+z+D=0$.

Do (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I;(P))=R\Leftrightarrow\dfrac{|-1-2+D|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow|D-3|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}D=5\\D=1\end{array}\right.$.

Chọn (P): $x+z+1=0$.

Câu 96: **(Đề Tham Khảo 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases}x=2+9t\\y=1+9t\\z=3+8t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2-5t\\y=1+3t\\z=3\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=3\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=1+3t\\z=3-3t\end{cases}$

Lời giải

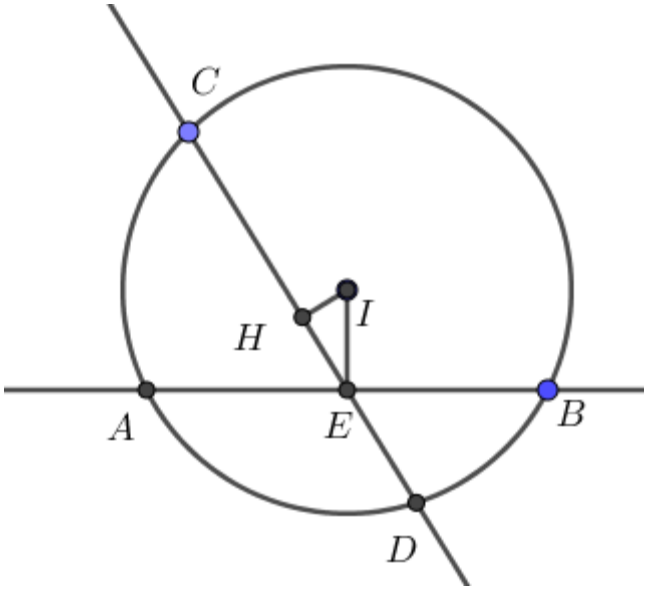
Chọn C

Ta có tâm và bán kính mặt cầu (S) là $I(3;2;5);R=6$

$IE=\sqrt{1+1+4}=\sqrt{6}<R$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua E

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên Δ



Dây cung càng nhỏ khi khoảng cách từ tâm tới đường thẳng Δ càng lớn

Ta có $d\left(I,\Delta\right)=IH\le IE$

Vậy dây cung nhỏ nhất khi đường thẳng Δ vuông góc với $\overrightarrow{IE}=\left(-1;-1;;-2\right)$

Dựa vào các đáp án ta thấy trong các vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=\left(9;9;8\right)$ $\overrightarrow{u_3}=\left(-5;3;0\right)$ $\overrightarrow{u_3}=\left(1;-1;0\right)$ $\overrightarrow{u_4}=\left(4;3;-3\right)$

Thì chỉ có $\overrightarrow{u_3}.\overrightarrow{IE}=0$

Nhận xét: ta hoàn toàn có thể viết được pt đường thẳng Δ bằng cách viết pt mặt phẳng $\left(Q\right)$ đi qua E nhận $\overrightarrow{IE}=\left(-1;-1;;-2\right)$ làm một vecto pháp tuyến, khi đó $\Delta=\left(P\right)\cap\left(Q\right)$

Câu 97: **(Mã 110 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(4;6;2\right)$ và $B\left(2;-2;0\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+y+z=0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc $\left(P\right)$ và đi qua B, gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d. Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A. $R=\sqrt{3}$ **B.** $R=2$ **C.** $R=1$ **D.** $R=\sqrt{6}$

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của $AB\Rightarrow I\left(3;2;1\right)$

$d\left(I;\left(P\right)\right)=\dfrac{\left|3+2+1\right|}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

Gọi $\left(S\right)$ là mặt cầu có tâm $I\left(3;2;1\right)$ và bán kính $R'=\dfrac{AB}{2}=3\sqrt{2}$

Ta có $H\in\left(S\right)$. Mặt khác $H\in\left(P\right)$ nên $H\in\left(C\right)=\left(S\right)\cap\left(P\right)$

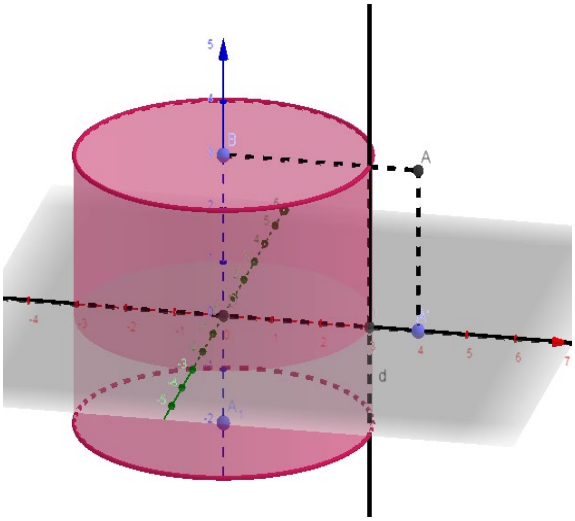
Bán kính của đường tròn (C) là $R=\sqrt{(R')^2-d^2(I;(P))}=\sqrt{\left(3\sqrt{2}\right)^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{6}$.

Câu 98: **(Mã 101 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(0;5;-3)$. **B.** $P(-3;0;-3)$. **C.** $M(0;-3;-5)$. **D.** $N(0;3;-5)$.

Lời giải

Chọn D



Đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3 nên d nằm trên mặt trụ tròn xoay có trục là Oz và bán kính bằng 3.

Gọi I là hình chiếu của A lên Oy, khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất khi d đi qua giao điểm của Oy với mặt trụ là điểm $I(0;3;0)$ nên d đi qua điểm $N(0;3;-5)$.

Câu 99: **(Mã 103 2019)** Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi song song với Oz và cách Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất. d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(0;2;-5)$. **B.** $M(0;4;-2)$. **C.** $P(-2;0;-2)$. **D.** $N(0;-2;-5)$.

Lời giải

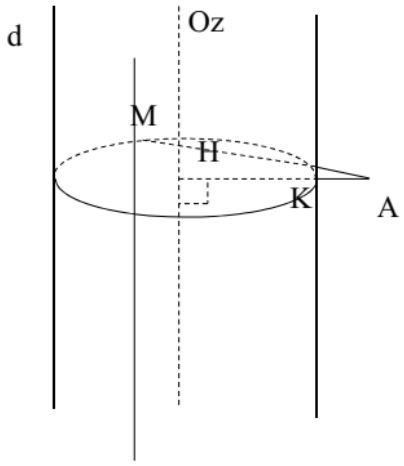
Chọn A

Vì d song song với Oz và cách Oz một khoảng bằng 2 nên d thuộc mặt trụ trục Oz và bán kính bằng 2. Có $H(0;0;-2)$ là hình chiếu vuông góc của $A(0;3;-2)$ trên Oz.

Có $\overrightarrow{HA}(0;3;0)\Rightarrow HA=3$ nên A nằm ngoài mặt trụ.

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với Oz. M là hình chiếu vuông góc của A trên d

Gọi K là giao điểm của AH và mặt trụ (K nằm giữa A và H).



Dễ thấy $d(A;d)=AM\geq AK;\ AK=AH-d(A;d)=1$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $M\equiv K$.

Khi đó ta có: $\overrightarrow{HK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{HA}\Rightarrow K(0;2;-2)\Rightarrow d:\begin{cases}x=0\\y=2\\z=-2+t\end{cases}\ (t\in R)$

Với $t=-3$ ta thấy d đi qua điểm Q.

Câu 100: **(Mã 102 - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $N(0;3;-5)$. **B.** $M(0;-3;-5)$. **C.** $P(-3;0;-3)$. **D.** $Q(0;11;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Vì d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3 nên d là đường sinh của hình trụ có trục là Oz và có bán kính đáy $r=3$.

Gọi A' là hình chiếu của A lên trục $Oz\ \Rightarrow A'(0;0;-3)$ và $AA'=4$.

Gọi $H(x;y;z)$ là hình chiếu của A lên d.

AH lớn nhất khi A, A', H thẳng hàng và $AH=AA'+A'H=AA'+r=4+3=7$.

Khi đó $\overrightarrow{AH}=\frac{7}{4}\overrightarrow{AA'}\Leftrightarrow(x;y-4;z+3)=\frac{7}{4}(0;-4;0)\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=-3\\z=-3\end{cases}\Rightarrow H(0;-3;-3).$

Vậy d qua $H(0;-3;-3)$ có vectơ chỉ phương $\vec{k}=(0;0;1)$ nên có phương trình $\begin{cases}x=0\\y=-3\\z=-3+t\end{cases}$

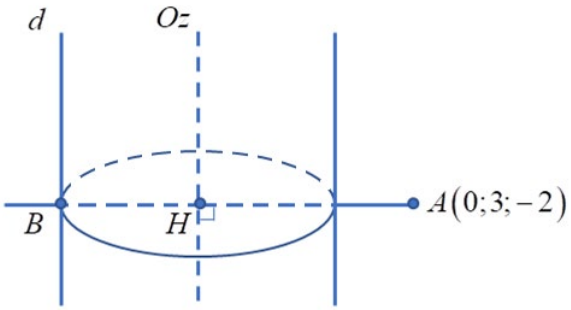
suy ra d đi qua điểm $M(0;-3;-5)$.

Câu 101: **(Mã 104 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(0;8;-5)$. **B.** $N(0;2;-5)$. **C.** $P(0;-2;-5)$. **D.** $Q(-2;0;-3)$.

Lời giải

Chọn C



Do đường thẳng $d//Oz$ nên d nằm trên mặt trụ có trục là Oz và bán kính trụ là $R=2$.

Gọi H là hình chiếu của A trên trục Oz, suy ra tọa độ $H(0;0;-2)$.

Do đó $d_{(A,Oz)}=AH=3$.

Gọi B là điểm thuộc đường thẳng AH sao cho $\overrightarrow{AH}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow B(0;-2;-2)$.

Vậy $d(A,d)_{\max}=5\Leftrightarrow d$ là đường thẳng đi qua B và song song với Oz.

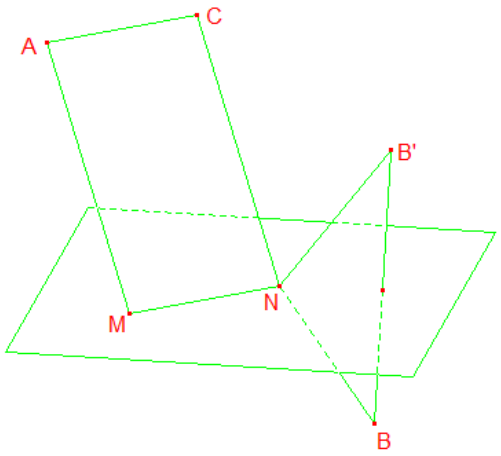
Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=0\\y=-2\\z=-2+t\end{cases}$.

Kết luận: d đi qua điểm $P(0;-2;-5)$.

Câu 102: **(MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1-3)$ và $B(1;-3;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=3$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng:

A. $\sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{91}$.

Lời giải



Gọi C thoả mãn $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{MN}$. Ta có: $\begin{cases} AC=MN=3 \\ AM=CN \\ AC\,||\,(Oxy) \end{cases}$.

Suy ra: C thuộc đường tròn tâm $A(-2;1-3)$ bán kính $R=3$, đường tròn này nằm trên mặt phẳng $(\alpha):z=-3$ (là mặt phẳng đi qua $A(-2;1-3)$ và song song với mặt phẳng (Oxy)).

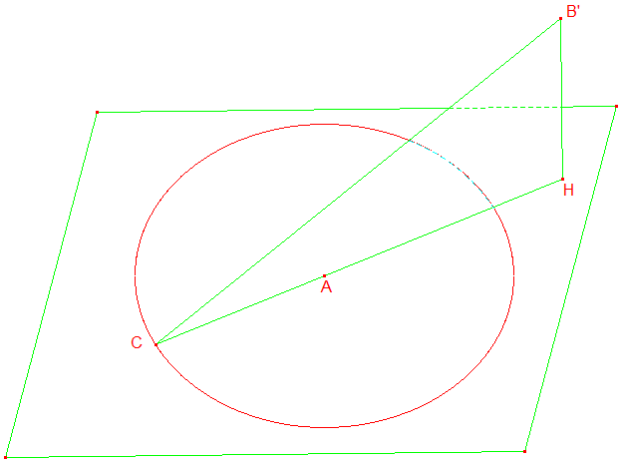
Gọi $B'(1;-3;-2)$ là điểm đối xứng với $B(1;-3;2)$ qua mặt phẳng (Oxy).

Ta có: $BN=B'N$, $B'\notin(\alpha)\,||\,(Oxy)$ và A,B' nằm về cùng một phía so với mặt phẳng (Oxy).

Suy ra C,B' nằm về cùng một phía so với mặt phẳng (Oxy) và CB' cắt mặt phẳng (Oxy) (*).

Do đó: $|AM-BN|=|NC-NB'|\le B'C$ (1).

Dấu bằng xảy ra khi C,B',N thẳng hàng; N thuộc mặt phẳng (Oxy) và N nằm ngoài đoạn CB' (thoả mãn do (*)).



Gọi $H(1;-3;-3)$ là hình chiếu của B' lên mặt phẳng (α) ta có: $B'H=1, AH=5$.

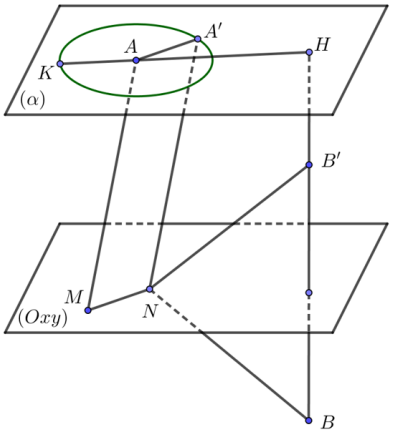
Mà $B'C=\sqrt{B'H^2+HC^2}=\sqrt{1^2+HC^2}\le\sqrt{1+(AH+R)^2}=\sqrt{1+(5+3)^2}=\sqrt{65}$ (2)

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\overrightarrow{HC}=\frac{8}{5}\overrightarrow{HA}\Leftrightarrow C\left(\frac{19}{5};\frac{17}{5};-3\right)$.

Từ (1) và (2) ta suy ra $\left|AM-BN\right|\le\sqrt{65}$.

Vậy giá trị lớn nhất của $\left|AM-BN\right|$ bằng $\sqrt{65}$.

Cách 2:



Ta có A,B nằm khác phía với mp (Oxy).

Gọi $(\alpha):z+3=0$ là mp qua A song song với mp (Oxy) và (C) là đường tròn tâm A bán kính $R=3$ nằm trong mp (α).

+) $BH\perp(\alpha)$ tại H suy ra $H(1;-3;-3)$

+) B' là điểm đối xứng của B qua mp (Oxy) suy ra $B'(1;-3;-2)$

+) Và $NA'//MA,\ A'\in(C)$

Ta có: $\left|AM-NB\right|=\left|NA'-NB'\right|\le A'B'=\sqrt{B'H^2+A'H^2}\le\sqrt{1+(HA+3)^2}=\sqrt{65}$

Suy ra $\left|AM-NB\right|_{\max}=\sqrt{65}$

CHƯƠNG III

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

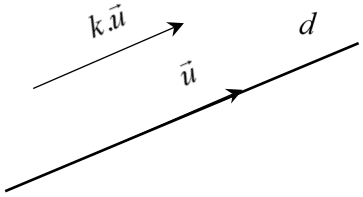
BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. XÁC ĐỊNH VTCP

- *Véctơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng d là véctơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng d. Nếu d có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}$ thì $k.\vec{u}$ cũng là một véctơ chỉ phương của d.*
- *Nếu có hai véctơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng vuông góc với d thì d có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=[\vec{n}_1,\vec{n}_2]$.*
- *Để viết phương trình đường thẳng d, ta cần tìm điểm đi qua và một véctơ chỉ phương.*

Nếu đường thẳng $d:\begin{cases}Qua\ M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\\ VTCP:\vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$ *thì ta có hai dạng phương trình đường thẳng:*



Phương trình đường thẳng d ***dạng tham số*** $\boxed{\begin{cases}x=x_\circ+a_1t\\ y=y_\circ+a_2t\\ z=z_\circ+a_3t\end{cases},(t\in\mathbb{R}).}$

Phương trình đường thẳng d ***dạng chính tắc*** $\boxed{\dfrac{x-x_\circ}{a_1}=\dfrac{y-y_\circ}{a_2}=\dfrac{z-z_\circ}{a_3},(a_1a_2a_3\neq 0).}$

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vectơ sau, đâu **không phải** là vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(3;-6;-9)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;4;3)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u}=(2;1;1)$ là một vectơ chỉ phương?

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$ **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$

C. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$ **D.** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ nhận véc tơ $\vec{u}(a;2;b)$ làm véc tơ chỉ phương. Tính $a+b$.

A. -8. **B.** 8. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ nào sau đây là tọa độ của một véctơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+4t\\y=1-6t\\z=9t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$?

A. $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{-1}{2};\dfrac{3}{4}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{4}\right)$. **C.** $(2;1;0)$. **D.** $(4;-6;0)$.

Câu 5: Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{-1}$

A. $(-2;1;-3)$. **B.** $(-3;2;1)$. **C.** $(3;-2;1)$. **D.** $(2;1;3)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $(d):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-7}{1}$ nhận vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương?

A. $(-2;-4;1)$. **B.** $(2;4;1)$. **C.** $(1;-4;2)$. **D.** $(2;-4;1)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$ véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=4\\z=3-2t\end{cases}$,

A. $\vec{u}=(1;4;3)$. **B.** $\vec{u}=(1;4;-2)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;-2)$. **D.** $\vec{u}=(1;0;2)$.

DẠNG 2. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

***Dạng 1.** Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và dạng chính tắc, biết d đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)$.*

Phương pháp. Ta có: $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M(x_0;y_0;z_0)\\\bullet\ VTCP:\vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$

Phương trình đường thẳng d ***dạng tham số*** $\boxed{d:\begin{cases}x=x_0+a_1t\\y=y_0+a_2t\\z=z_0+a_3t\end{cases},(t\in\mathbb{R})}$.

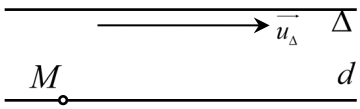
Phương trình đường thẳng d ***dạng chính tắc*** $\boxed{d:\dfrac{x-x_0}{a_1}=\dfrac{y-y_0}{a_2}=\dfrac{z-z_0}{a_3}},(a_1a_2a_3\neq 0)$.

***Dạng 2.** Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d đi qua A và B.*

Phương pháp. Đường thẳng $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ A\ (hay\ B)\\\bullet\ VTCP:\vec{u}_d=\overrightarrow{AB}\end{cases}$

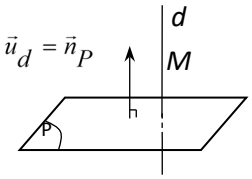


***Dạng 3.** Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc , biết d đi qua điểm M và song song với đường thẳng Δ.*



Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\\ \bullet\ VTCP:\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{u_\Delta}\end{cases}$

***Dạng 4.** Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc , biết d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $(P):ax+by+cz+d=0$.*



Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=\vec{n}_{(P)}=(a;b;c)\end{cases}$

***Dạng 4.** Viết phương trình đường thẳng d qua M và song song với hai mặt phẳng (P), (Q).*

Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]\end{cases}$

DẠNG 2.1 XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG CƠ BẢN

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;1)$, $N(0;1;3)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{a}=(2;-3;1)$ là

A. $\begin{cases}x=4+2t\\ y=-6\\ z=2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+2t\\ y=-3t\\ z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+4t\\ y=-6t\\ z=1+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+2t\\ y=-3t\\ z=-1+t\end{cases}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-1;0;2)$ và $F(2;1;-5)$. Phương trình đường thẳng EF là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-7}$ **B.** $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-7}$ **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-3}$ **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{3}$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$.Phương trình tham số của Δ là

A. $\begin{cases}x=-2+4t\\ y=6t\\ z=1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\ y=-3t\\ z=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=4+2t\\ y=-6\\ z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2+2t\\ y=3t\\ z=1+t\end{cases}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $P(1;1;-1)$ và $Q(2;3;2)$

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{3}$. **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(5;4;-1)$ là

A. $\frac{x-5}{2}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+1}{2}$.
B. $\frac{x+1}{4}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+3}{-4}$.
C. $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{4}$.
D. $\frac{x-3}{-2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Oy có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=t\\y=t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.
B. $\begin{cases}x=0\\y=2+t\\z=0\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.
C. $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.
D. $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$ có đường thẳng có phương trình tham số là $(d):\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=-3+t\end{cases}$. Khi đó phương trình chính tắc của đường thẳng d là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{1}$
B. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{1}$
C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{1}$
D. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{1}$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-1;0;2)$ và $F(2;1;-5)$. Phương trình đường thẳng EF là

A. $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-7}$.
B. $\frac{x+1}{3}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-7}$.
C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-3}$.
D. $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{3}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số trục Oz là

A. $z=0$.
B. $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=0\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, trục Ox có phương trình tham số

A. $x=0$.
B. $y+z=0$.
C. $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;3)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{a}(1;-4;-5)$ là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-4}=\frac{z-3}{-5}$.
B. $\begin{cases}x=1+t\\y=-4+2t\\z=-5+3t\end{cases}$.
C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+4}{2}=\frac{z+5}{3}$.
D. $\begin{cases}x=1-t\\y=2+4t\\z=3+5t\end{cases}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;3;2)$ là

A. $d:\begin{cases}x=0\\y=3t\\z=2t\end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases}x=1\\y=3\\z=2\end{cases}$. **C.** $d:\begin{cases}x=t\\y=3t\\z=2t\end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases}x=-t\\y=-2t\\z=-3t\end{cases}$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;-2)$.

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$.

C. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-1;4)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(3;-1;5)$ làm vectơ chỉ phương. Hệ phương trình nào sau đây là phương trình tham số của d?

A. $\begin{cases}x=3t\\y=1-t\\z=4+5t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3\\y=-1-t\\z=5+4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3t\\y=-1-t\\z=4+5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3t\\y=1-t\\z=-4+5t\end{cases}$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $M(1;2;-3)$ nhận vectơ $\vec{u}=(-1;2;1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{1}$.

DẠNG 2.2 XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG KHI BIẾT YẾU TỐ VUÔNG GÓC

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x-y+2z=1$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào vuông góc với (α).

A. $d_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$. **B.** $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$. **C.** $d_3:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$. **D.** $d_4:\begin{cases}x=2t\\y=0\\z=-t\end{cases}$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=1\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1\\y=1\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=1\end{cases}$.

Câu 26: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;2)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-1=0$. Tìm phương trình đường thẳng d qua M và vuông góc với (P).

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z+2}{2}$.
B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-3}=\dfrac{z-2}{2}$.
C. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z}{2}$.
D. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{-3}=\dfrac{z-2}{2}$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d có phương trình là

A. $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.
B. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.
C. $\Delta:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.
D. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+y+3z+5=0$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{3}$.
B. $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+3}{2}$.
C. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{2}$.
D. $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+2}{3}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+z-2=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=2\\z=-1+t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=3+t\\y=2+t\\z=-1\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=3+t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=3+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$ có dạng

A. $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$.
B. $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.
C. $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.
D. $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z-2}{2}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): 2x-5y+z-1=0$ và $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=-5+2t\\z=1-t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=3+2t\\y=-3-5t\\z=1+t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-5t\\z=1+t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=3-2t\\y=-3+5t\\z=-t\end{cases}$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-y+z+3=0$ và điểm $A(1;-2;1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) là

A. d: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** d: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-4t \\ z=1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-2t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** d: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y-z-1=0$ có dạng

A. $d: \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{-1}$. **B.** $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $d: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $d: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z}{-2}$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-2;4;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+6z+19=0$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y+3}{4}=\dfrac{z-6}{3}$. **B.** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-4}{-3}=\dfrac{z-3}{6}$.

C. $\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z+6}{3}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+4}{-3}=\dfrac{z+3}{6}$.

DẠNG 2.3 XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG KHI BIẾT YẾU TỐ SONG SONG

Câu 35: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $x+y+z+1=0$, (Q): $x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3-2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=-3-t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2 \\ z=3+2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $\begin{cases} x=-2t \\ y=-1+t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. **C.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **D.** $x-2y+z=0$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2;3;-1)$, $N(-1;2;3)$ và $P(2;-1;1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua M và song song với NP là

A. $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=2-3t \\ z=3-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+3t \\ y=-1-3t \\ z=1-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=3-3t \\ z=-1-2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-3+3t \\ z=-2-t \end{cases}$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là:

A. $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$.

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;1), B(-1;-2;0), C(2;1;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua C và song song với AB có phương trình là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t,(t\in R) \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t,(t\in R) \\ z=-1+t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t,(t\in R) \\ z=-1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2-t \\ y=1+2t,(t\in R) \\ z=-1+t \end{cases}$.

Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha):x-2y+z-1=0$, $(\beta):2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{5}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$.

DẠNG 3. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐIỂM THUỘC ĐƯỜNG, GIAO ĐIỂM ĐƯỜNG VỚI MẶT PHẲNG

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ z=1-t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;3;-1)$. **B.** $M(-3;5;3)$. **C.** $M(3;5;3)$. **D.** $M(1;2;-3)$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Đường thẳng d $\begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=2+t \end{cases}$ đi qua điểm nào sau sau đây?

A. $K(1;-1;1)$. **B.** $E(1;1;2)$. **C.** $H(1;2;0)$. **D.** $F(0;1;2)$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{3}$?

A. $Q(-2;1;-3)$. **B.** $P(2;-1;3)$. **C.** $M(-1;1;-2)$. **D.** $N(1;-1;2)$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng qua $A(1;0;2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $P(2;-1;1)$. **B.** $Q(0;-1;1)$. **C.** $N(0;-1;2)$. **D.** $M(-1;-1;1)$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

A. $Q(-1;1;3)$ **B.** $P(1;2;5)$ **C.** $N(1;5;2)$ **D.** $M(1;1;3)$

Câu 47: Trong không gian Oxyz, đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{-2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;-2)$. **B.** $M(1;-2;-3)$. **C.** $P(-1;2;-3)$. **D.** N$(2;-1;-2)$.

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-4}=\frac{z-3}{-5}$. Hỏi d đi qua điểm nào trong các điểm sau:

A. $C(-3;4;5)$. **B.** $D(3;-4;-5)$. **C.** $B(-1;2;-3)$. **D.** $A(1;-2;3)$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;1)$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A?

A. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x-3}{4}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x+3}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x-3}{4}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

A. $Q(-1;1;3)$ **B.** $P(1;2;5)$ **C.** $N(1;5;2)$ **D.** $M(1;1;3)$

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d?

A. $P(7;2;1)$. **B.** $Q(-2;-4;7)$. **C.** $N(4;0;-1)$. **D.** $M(1;-2;3)$.

Câu 52: Giao điểm của mặt phẳng $(P):x+y-z-2=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=3+3t\end{cases}$

A. $(1;1;0)$. **B.** $(0;2;4)$. **C.** $(0;4;2)$. **D.** $(2;0;3)$.

Câu 53: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\\z=1-t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z+2=0$. Tìm tọa độ của điểm A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. $A(3;5;3)$. **B.** $A(1;3;1)$. **C.** $A(-3;5;3)$. **D.** $A(1;2;-3)$.

Câu 54: Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** -2.

Câu 55: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-4;5;2)$ lên mặt phẳng $(P):y+1=0$ là điểm có tọa độ

A. $(-4;-1;2)$. **B.** $(-4;1;2)$. **C.** $(0;-1;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

Câu 56: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P).

A. $(1;0;1)$. **B.** $(0;0;-2)$. **C.** $(1;1;6)$. **D.** $(12;9;1)$.

Câu 57: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=4-2t\\y=-3+t\\z=1-t\end{cases}$, giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(4;-3;0)$. **B.** $(2;-2;0)$. **C.** $(0;-1;-1)$. **D.** $(-2;0;-2)$.

Câu 58: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-t\\y=2+t\\z=3+t\end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là toạ độ giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (ABC). Tính tổng $S=a+b-c$.

A. 6. **B.** 5. **C.** -7. **D.** 11.

Câu 59: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z+5=0$. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. $M(-1;0;4)$. **B.** $M(-5;-2;2)$. **C.** $M(0;0;5)$. **D.** $M(-3;-1;3)$.

Câu 60: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;5)$. Tìm tọa độ điểm A' là hình chiếu vuông góc của A lên trục Oy.

A. $A'(2;0;0)$. **B.** $A'(0;3;0)$. **C.** $A'(2;0;5)$. **D.** $A'(0;3;5)$.

DẠNG 4. BÀI TOÁN LIÊN QUAN KHOẢNG CÁCH, GÓC

1. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng – Khoảng cách giữa hai đường thẳng

• ***Khoảng cách từ điểm*** M ***đến một đường thẳng*** d *qua điểm* $M_\circ$ *có véctơ chỉ phương* $\vec{u}_d$ *được xác định bởi công thức* $\boxed{d(M,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{M_\circ M},\vec{u}_d\right]\right|}{\left|\vec{u}_d\right|}}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song *là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.*

• ***Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau***: d *đi qua điểm* M *và có véctơ chỉ phương* $\vec{u}$ *và* d' *đi qua điểm* M' *và có véctơ chỉ phương* $\vec{u}'$ *là* $\boxed{d(d,d')=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{M_\circ M}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right]\right|}}$.

2. Góc giữa hai đường thẳng

Góc giữa hai đường thẳng d_1 *và* d_2 *có véctơ chỉ phương* $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$ *và* $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$.

$\boxed{\cos(d_1;d_2)=\cos\alpha=\dfrac{\left|\vec{u}_1.\vec{u}_2\right|}{\left|\vec{u}_1\right|.\left|\vec{u}_2\right|}=\dfrac{\left|a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2\right|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}.\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}}$ *với* $0°<\alpha<90°$.

3. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Góc giữa đường thẳng d *có véctơ chỉ phương* $\vec{u}_d=(a;b;c)$ *và mặt phẳng* (P) *có véctơ pháp tuyến* $\vec{n}_{(P)}=(A;B;C)$ *được xác định bởi công thức:*

$\boxed{\sin\alpha=\left|\cos(\vec{n}_{(P)};\vec{u}_d)\right|=\dfrac{\left|\vec{u}_d.\vec{n}_{(P)}\right|}{\left|\vec{u}_d\right|.\left|\vec{n}_{(P)}\right|}=\dfrac{\left|aA+bB+cC\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\sqrt{A^2+B^2+C^2}}}$ *với* $0°<\alpha<90°$.

Câu 61: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$ bằng:

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 62: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=5+4t\\z=2+t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z=0$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$ và mặt phẳng : $x-y+3=0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng .

A. 60^0 **B.** 30^0 **C.** 120° **D.** 45^0

Câu 64: Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{1}$ và $d_2:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{1}$

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{12}{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** 3.

Câu 65: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):4x+3y-z+1=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{4}=\frac{y-6}{3}=\frac{z+4}{1}$, sin của góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{5}{13}$. **B.** $\frac{8}{13}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{12}{13}$.

Câu 66: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha):x-y+2z=0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $150°$. **D.** $120°$.

Câu 67: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng : $-\sqrt{3}x+y+1=0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Ox ?

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 120^0. **D.** 150^0.

Câu 68: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}$ bằng

A. $\sqrt{14}$.. **B.** $\sqrt{6}$.. **C.** $2\sqrt{14}$.. **D.** $2\sqrt{6}$.

Câu 69: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\frac{x-3}{-2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{1}$ và điểm $A(2;-1;0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng (d) bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{7}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{7}}{3}$.

Câu 70: Cho $d:\begin{cases}x=1+t\\y=-3-t\\z=2+2t\end{cases}$, $d':\frac{x}{3}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Khi đó khoảng cách giữa d và d' là

A. $\frac{13\sqrt{30}}{30}$. **B.** $\frac{\sqrt{30}}{3}$. **C.** $\frac{9\sqrt{30}}{10}$. **D.** 0.

Câu 71: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$ bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 72: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, khoảng cách giữa đường thẳng

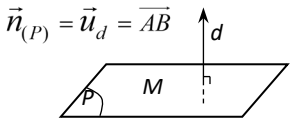
$d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z+4=0$

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

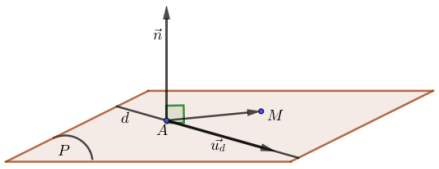
DẠNG 5. XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG CÓ YẾU TỐ ĐƯỜNG THẲNG

Dạng 1. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng $d\equiv AB$.

Phương pháp. $(P):\begin{cases}\bullet\ Qua\ M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\\ \bullet\ VTPT:\vec{n}_{(P)}=\vec{u}_d=\overrightarrow{AB}\end{cases}$



Dạng 2. Viết phương trình mặt phẳng qua M và chứa đường thẳng d với $M\notin d$.



□ **Bước 1:** Chọn điểm $A\in d$ và một VTCP $\vec{u_d}$. Tính $\left[\overrightarrow{AM},\vec{u_d}\right]$.

Bước 2: Phương trình $\text{mp}(P)\begin{cases}\text{qua } M\\ \text{VTPT } \vec{n}=\left[\overrightarrow{AM},\vec{u_d}\right]\end{cases}$

Câu 73: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua $M(1;-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}-\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{3}$.

A. $2x-y+3z+9=0$. **B.** $2x+y+3z-9=0$. **C.** $2x-y+3z-9=0$. **D.** $2x-y+3z-6$.

Câu 74: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với d có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\vec{n}=(1;2;3)$. **B.** $\vec{n}=(2;-1;2)$. **C.** $\vec{n}=(1;4;1)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;2)$.

Câu 75: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng $(d):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ là:

A. $x+y+z+1=0$. **B.** $x-y-z=1$. **C.** $x+y+z=1$. **D.** $x+y+z=0$.

Câu 76: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(0;1;0)$ và chứa đường thẳng $(\Delta):\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ có phương trình là:

A. $x-y+z+1=0$. **B.** $3x-y+2z+1=0$. **C.** $x+y+z-1=0$. **D.** $3x+y-2z-1=0$.

Câu 77: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng d.

A. $(T):x+y+2z+1=0$. **B.** $(P):x-2y+z+1=0$.

C. $(Q):x-2y-z+1=0$. **D.** $(R):x+y+z+1=0$.

Câu 78: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(0;-3;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d là:

A. $3x-2y+z+5=0$. **B.** $3x-2y+z-7=0$.

C. $3x-2y+z-10=0$. **D.** $3x-2y+z-5=0$.

Câu 79: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3;-1;1)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$?

A. $x-2y+3z+3=0$ **B.** $3x+2y+z-8=0$

C. $3x-2y+z+12=0$ **D.** $3x-2y+z-12=0$

Câu 80: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(0;-3;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d là

A. $3x-2y+z+5=0$. **B.** $3x-2y+z-7=0$.

C. $3x-2y+z-10=0$. **D.** $3x-2y+z-5=0$.

Câu 81: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases}x=1-4t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$. Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có phương trình nào dưới đây?

A. $2x-y+2z+1=0$. **B.** $x+y-z=0$.

C. $-3x-2y-10z+23=0$. **D.** $2x-y+3z+4=0$.

Câu 82: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;0)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với d.

A. $2x+y+z-4=0$. **B.** $x+2y-z+4=0$. **C.** $2x-y-z+4=0$. **D.** $2x+y-z-4=0$.

Câu 83: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases}x=1-4t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$. Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có phương trình nào dưới đây?

A. $2x-y+2z+1=0$. **B.** $x+y-z=0$.

C. $-3x-2y-10z+23=0$. **D.** $2x-y+3z+4=0$.

Câu 84: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với đường thẳng $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$ có phương trình là

A. $2x+y-z-4=0$. **B.** $2x-y-z+4=0$.

C. $2x+y+z-4=0$. **D.** $2x+y-z+4=0$.

Câu 85: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua $A(2;-3;0)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-3}{1}=\frac{4-y}{2}=\frac{z-7}{5}$.

A. $x-2y+5z-10=0$. **B.** $x-2y+5z-8=0$.

C. $2x-3y+4=0$. **D.** $x+2y+5z+4=0$.

Câu 86: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d có phương trình là?

A. $(P):x+y+2z=0$. **B.** $(P):x-y-2z=0$. **C.** $(P):x-y+2z=0$. **D.** $(P):x-2y-2=0$.

Câu 87: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+3}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d.

A. $(P):x-y-2z=0$. **B.** $(P):x-2y-2=0$. **C.** $(P):x+y+2z=0$. **D.** $(P):x-y+2z=0$.

Câu 88: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d):\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{2}$ và điểm $A(1;-2;3)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là:

A. $x-y+2z-9=0$. **B.** $x-2y+3z-14=0$.

C. $x-y+2z+9=0$. **D.** $x-2y+3z-9=0$.

Câu 89: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{1}$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d là

A. $2x-y+z-3=0$. **B.** $2x-y+2z-6=0$. **C.** $2x-y+z+3=0$. **D.** $2x-y-z+3=0$.

CHƯƠNG III

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

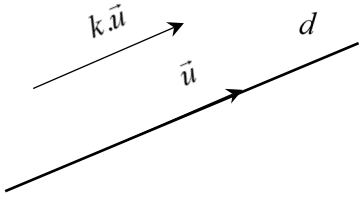
BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. XÁC ĐỊNH VTCP

- *Véctơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng d là véctơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng d. Nếu d có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}$ thì $k.\vec{u}$ cũng là một véctơ chỉ phương của d.*
- *Nếu có hai véctơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng vuông góc với d thì d có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=[\vec{n}_1,\vec{n}_2]$.*
- *Để viết phương trình đường thẳng d, ta cần tìm điểm đi qua và một véctơ chỉ phương.*

Nếu đường thẳng $d:\begin{cases}Qua\ M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\\ VTCP:\vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$ *thì ta có hai dạng phương trình đường thẳng:*



Phương trình đường thẳng d ***dạng tham số*** $\boxed{\begin{cases}x=x_\circ+a_1t\\ y=y_\circ+a_2t\\ z=z_\circ+a_3t\end{cases},(t\in\mathbb{R}).}$

Phương trình đường thẳng d ***dạng chính tắc*** $\boxed{\dfrac{x-x_\circ}{a_1}=\dfrac{y-y_\circ}{a_2}=\dfrac{z-z_\circ}{a_3},(a_1a_2a_3\neq 0).}$

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vectơ sau, đâu **không phải** là vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(3;-6;-9)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;4;3)$.

Lời giải

Ta có một vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$.

$\overrightarrow{u_2}=-3\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{u_3}=-\overrightarrow{u_1}\Rightarrow$ các vectơ $\overrightarrow{u_2},\overrightarrow{u_3}$ cũng là vectơ chỉ phương của d.

Không tồn tại số k để $\overrightarrow{u_4}=k.\overrightarrow{u_1}$ nên $\overrightarrow{u_4}=(-2;4;3)$ không phải là vectơ chỉ phương của d.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u}=(2;1;1)$ là một vectơ chỉ phương?

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$ **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$

C. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{-1}$ **D.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+1}{1}$

Lời giải

Chọn C

Xét đường thẳng được cho ở câu C, có một vectơ chỉ phương là $(-2;-1;-1)=-(2;1;1)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{2}$ nhận véc tơ $\vec{u}(a;2;b)$ làm véc tơ chỉ phương. Tính $a+b$.

A. -8. **B.** 8. **C.** 4. **D.** -4.

Lời giải

Đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương là $\vec{v}(2;1;2)$.

$\vec{u}(a;2;b)$ làm véc tơ chỉ phương của d suy ra $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương nên $\frac{a}{2}=\frac{2}{1}=\frac{b}{2}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\b=4\end{cases}$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ nào sau đây là tọa độ của một véctơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+4t\\y=1-6t\\z=9t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$?

A. $\left(\frac{1}{3};\frac{-1}{2};\frac{3}{4}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$. **C.** $(2;1;0)$. **D.** $(4;-6;0)$.

Lời giải

Cách 1: Từ phương trình Δ suy ra véctơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(4;-6;9)=12\left(\frac{1}{3};\frac{-1}{2};\frac{3}{4}\right)$.

Câu 5: Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{-1}$

A. $(-2;1;-3)$. **B.** $(-3;2;1)$. **C.** $(3;-2;1)$. **D.** $(2;1;3)$.

Lời giải

Vectơ chỉ phương của đường thẳng là $\vec{u}=(3;-2;-1)=-1(-3;2;1)$ nên $\vec{u_1}=(-3;2;1)$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $(d):\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-7}{1}$ nhận vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương?

A. $(-2;-4;1)$. **B.** $(2;4;1)$. **C.** $(1;-4;2)$. **D.** $(2;-4;1)$.

Lời giải

Từ phương trình chính tắc của đường thẳng d ta có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(2;-4;1)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$ véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 4 \\ z = 3-2t \end{cases}$,

A. $\vec{u} = (1;4;3)$. **B.** $\vec{u} = (1;4;-2)$. **C.** $\vec{u} = (1;0;-2)$. **D.** $\vec{u} = (1;0;2)$.

Lời giải

Từ phương trình tham số của đường thẳng d, ta suy ra một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (1;0;-2)$.

DẠNG 2. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

***Dạng 1**. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và dạng chính tắc , biết d đi qua điểm $M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d = (a_1;a_2;a_3)$.*

Phương pháp. Ta có: $d: \begin{cases} \bullet\ Qua\ M(x_\circ;y_\circ;z_\circ) \\ \bullet\ VTCP: \vec{u}_d = (a_1;a_2;a_3) \end{cases}$

Phương trình đường thẳng d ***dạng tham số*** $\boxed{d: \begin{cases} x = x_\circ + a_1 t \\ y = y_\circ + a_2 t \\ z = z_\circ + a_3 t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).}$

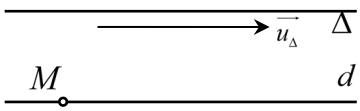
Phương trình đường thẳng d ***dạng chính tắc*** $\boxed{d: \dfrac{x-x_\circ}{a_1} = \dfrac{y-y_\circ}{a_2} = \dfrac{z-z_\circ}{a_3}}, (a_1a_2a_3 \neq 0).$

***Dạng 2**. Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d đi qua A và B.*

Phương pháp. Đường thẳng $d: \begin{cases} \bullet\ Qua\ A\ (hay\ B) \\ \bullet\ VTCP: \vec{u}_d = \overrightarrow{AB} \end{cases}$



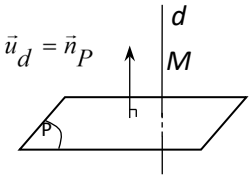
***Dạng 3**. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc , biết d đi qua điểm M và song song với đường thẳng Δ.*



Phương pháp. Ta có $d: \begin{cases} \bullet\ \text{Qua}\ M(x_\circ;y_\circ;z_\circ) \\ \bullet\ VTCP: \overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{u_\Delta} \end{cases}$

***Dạng 4**. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc , biết d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$.*

Phương pháp. Ta có $d: \begin{cases} \bullet\ Qua\ M \\ \bullet\ VTCP: \vec{u}_d = \vec{n}_{(P)} = (a;b;c) \end{cases}$



***Dạng 4**. Viết phương trình đường thẳng d qua M và song song với hai mặt phẳng (P), (Q).*

Phương pháp. Ta có $d: \begin{cases} \bullet\ Qua\ M \\ \bullet\ VTCP: \vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] \end{cases}$

DẠNG 2.1 XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG CƠ BẢN

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;1)$, $N(0;1;3)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$.

Lời giải

$\overrightarrow{MN}=(-1;3;2)$.

Đường thẳng MN qua N nhận $\overrightarrow{MN}=(-1;3;2)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình

$\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{2}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{a}=(2;-3;1)$ là

A. $\begin{cases}x=4+2t\\y=-6\\z=2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-3t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-6t\\z=1+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$.

Lời giải

Theo lý thuyết về dường thẳng trong không gian $Oxyz$, ta có phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ là

$\begin{cases}x=x_0+a_1t\\y=y_0+a_2t\\z=z_0+a_3t\end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$.

Do đó, đáp án D đúng.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-1;0;2)$ và $F(2;1;-5)$. Phương trình đường thẳng EF là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-7}$ **B.** $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-7}$

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-3}$ **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{3}$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{EF}=(3;1;-7)$. Đường thẳng EF đi qua điểm $E(-1;0;2)$ và có VTCP $\vec{u}=\overrightarrow{EF}=(3;1;-7)$ có phương trình: $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-7}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$.Phương trình tham số của Δ là

A. $\begin{cases}x=-2+4t\\y=6t\\z=1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=-6\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2+2t\\y=3t\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải

$\vec{a}=(4;-6;2)=2(2;-3;1)$ \

Do đó đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-3;1)$. Vậy phương trình tham số của Δ đi qua $M(2;0;-1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-3;1)$ là: $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $P(1;1;-1)$ và $Q(2;3;2)$

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+1}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{-1}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+2}{3}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{PQ}=(1;2;3)$. Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm P,Q

Khi đó d có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u}_d=\overrightarrow{PQ}=(1;2;3)$

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $P(1;1;-1)$ là $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{3}$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(5;4;-1)$ là

A. $\frac{x-5}{2}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+1}{2}$. **B.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+3}{-4}$.

C. $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{4}$. **D.** $\frac{x-3}{-2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}(4;2;-4)$. Suy ra $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\vec{u}(-2;-1;2)$.

Phương trình đường thẳng AB đi qua $B(5;4;-1)$ nhận $\vec{u}(-2;-1;2)$ làm vectơ chỉ phương là: $\frac{x-5}{-2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z+1}{2},(1)$. Do đó loại ***A***, ***C***.

Có tọa độ $C(-1;-2;-3)$ không thỏa mãn phương trình (1) nên phương án ***B***.

Lại có tọa độ $D(3;3;1)$ thỏa mãn phương trình (1) nên phương trình đường thẳng AB cũng được viết là: $\frac{x-3}{-2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Oy có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=t\\y=t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases}x=0\\y=2+t\\z=0\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **C.** $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Lời giải

Đường thẳng Oy đi qua điểm $A(0\ ;\ 2\ ;\ 0)$ và nhận vectơ đơn vị $\vec{j}=(0;\ 1;\ 0)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình tham số là $\begin{cases}x=0+0.t\\y=2+1.t\\z=0+0.t\end{cases}(t\in\mathbb{R})\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=2+t\\z=0\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$ có đường thẳng có phương trình tham số là $(d):\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=-3+t\end{cases}$. Khi đó phương trình chính tắc của đường thẳng d là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{1}$

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{1}$ **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{1}$

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-3)$ nhận véc tơ $\vec{u}=(2;-1;1)$ nên có phương trình dạng chính tắc là $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{1}$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-1;0;2)$ và $F(2;1;-5)$. Phương trình đường thẳng EF là

A. $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-7}$. **B.** $\frac{x+1}{3}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-7}$. **C.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-3}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng EF có véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{EF}=(3;1;-7)$ và đi qua $E(-1;0;2)$ nên có phương trình: $\frac{x+1}{3}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-7}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số trục Oz là

A. $z=0$. **B.** $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Trục Oz đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và nhận vectơ đơn vị $\vec{k}=(0;0;1)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình tham số $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, trục Ox có phương trình tham số

A. $x=0$. **B.** $y+z=0$. **C.** $\begin{cases}x=0\\y=0.\\z=t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=t\\y=0.\\z=0\end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Trục Ox đi qua $O(0;0;0)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{i}(1;0;0)$ nên có phương trình tham số là:

$$\begin{cases}x=0+1.t\\y=0+0.t\\z=0+0.t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=t\\y=0.\\z=0\end{cases}$$

Vậy trục Ox có phương trình tham số $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;3)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{a}(1;-4;-5)$ là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z-3}{-5}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-4+2t\\z=-5+3t\end{cases}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z+5}{3}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2+4t\\z=3+5t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có véctơ chỉ phương $\vec{a}(1;-4;-5)$, do $\vec{a}=-\vec{v}$ với $\vec{v}(-1;4;5)$ nên d cũng nhận véctơ $\vec{v}(-1;4;5)$ làm véctơ chỉ phương do đó phương trình tham số của đường thẳng d là

$$\begin{cases}x=1-t\\y=2+4t..\\z=3+5t\end{cases}$$

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;3;2)$ là

A. $d:\begin{cases}x=0\\y=3t\\z=2t\end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases}x=1\\y=3\\z=2\end{cases}$. **C.** $d:\begin{cases}x=t\\y=3t\\z=2t\end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases}x=-t\\y=-2t\\z=-3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(1;3;2)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là $d:\begin{cases}x=t\\y=3t\\z=2t\end{cases}$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;-2)$.

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{3}$. **B.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+3}{-2}$.

C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{-2}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-1;4)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(3;-1;5)$ làm vectơ chỉ phương. Hệ phương trình nào sau đây là phương trình tham số của d?

A. $\begin{cases}x=3t\\y=1-t\\z=4+5t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3\\y=-1-t\\z=5+4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3t\\y=-1-t\\z=4+5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3t\\y=1-t\\z=-4+5t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-1;4)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(3;-1;5)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình tham số của d là: $\begin{cases}x=3t\\y=-1-t\\z=4+5t\end{cases}$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $M(1;2;-3)$ nhận vectơ $\vec{u}=(-1;2;1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+3}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng Δ đi qua $M(1;2;-3)$ nhận vecto $\vec{u}=(-1;2;1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{1}$.

DẠNG 2.2 XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG KHI BIẾT YẾU TỐ VUÔNG GÓC

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-y+2z=1$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào vuông góc với (α).

A. $d_1: \frac{x}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{2}$. **B.** $d_2: \frac{x}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{-1}$. **C.** $d_3: \frac{x}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{-1}$. **D.** $d_4: \begin{cases} x=2t \\ y=0 \\ z=-t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Gọi VTCP của đường thẳng cần tìm là $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ với $a_1^2+a_2^2+a_3^2>0$.

Đường thẳng vuông góc với $(\alpha) \Leftrightarrow \vec{a}$ cùng phương $\vec{n} \Leftrightarrow \frac{a_1}{1}=\frac{a_2}{-1}=\frac{a_3}{2}$

Chọn $a_1=1$ thì $a_2=-1$ và $a_3=2$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1 \end{cases}$.

.

Lời giải

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) nên nhận $\vec{k}=(0;0;1)$ làm vectơ chỉ phương. Mặt khác d đi qua $A(1;1;1)$ nên:

$\Rightarrow$ Đường thẳng d có phương trình là: $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 26: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;2)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-1=0$. Tìm phương trình đường thẳng d qua M và vuông góc với (P).

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-3}=\frac{z+2}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-3}=\frac{z-2}{2}$.

C. $\frac{x}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z}{2}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{-3}=\frac{z-2}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có VTPT là $\vec{n}=(1;-3;2)$.

Vì d vuông góc với (P) nên d nhận $\vec{n}=(1;-3;2)$ là VTCP.

Đường thẳng d qua M và nhận $\vec{n}=(1;-3;2)$ là VTCP có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-3}=\frac{z-2}{2}$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d có phương trình là

A. $\Delta:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-1}$.

B. $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$.

C. $\Delta:\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{1}$.

D. $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Gọi giao điểm của Δ và d là $B(t+1;t;2t-1)$. Khi đó $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{AB}=(t,t,2t-3)$.

Vì đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d có $\overrightarrow{u_d}=(1,1,2)$ thì:

$t+t+2(2t-3)=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow\overrightarrow{u_\Delta}=(1,1,-1)$.

Phương trình đường thẳng Δ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\Delta:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-1}$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+y+3z+5=0$ có phương trình là

A. $\frac{x-3}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{3}$.

B. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+3}{2}$.

C. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{2}$.

D. $\frac{x+3}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Vì đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $x+y+3z+5=0$ nên nó có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;1;3)$. Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x-3}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{3}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(P):x+z-2=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=2\\z=-1+t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=3+t\\y=2+t\\z=-1\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=3+t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=3+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt phẳng $(P):x+z-2=0$

$\Rightarrow$ Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;0;1)$

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ. Vì đường thẳng Δ vuông góc với (P) nên véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

$\Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;0;1)$

Vậy phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(3;2;-1)$ và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;0;1)$ là:

$$\begin{cases} x=3+t \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}.$$

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$ có dạng

A. $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$.

B. $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

D. $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z-2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) có vecto pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;-2;1)$. Vì $d\perp(P)$ nên $\overrightarrow{n_P}=(1;-2;1)$ cũng là vecto chỉ phương của đường thẳng d. Suy ra phương trình đường thẳng d thường gặp là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$. So với đáp án không có, nên đường thẳng d theo bài là đường có vecto chỉ phương cùng phương với $\overrightarrow{n_P}$ và đi qua điểm $A(1;2;1)$. Thay tọa độ điểm $A(1;2;1)$ vào 3 đáp án A, B, D thấy đáp án D thỏa mãn.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho (P): $2x-5y+z-1=0$ và $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-5+2t \\ z=1-t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-3-5t \\ z=1+t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-5t \\ z=1+t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-3+5t \\ z=-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-5;1)$.

Đường thẳng Δ vuông góc với (P) nên có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=-\vec{n}=(-2;5;-1)$.

Δ đi qua A nên có phương trình $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+5t \\ z=-1-t \end{cases}$.

Cho $t=-1$ ta được điểm $B(3;-3;0)\in\Delta$.

Vì thế Δ có phương trình $\begin{cases} x = 3-2t \\ y = -3+5t \\ z = -t \end{cases}$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z+3=0$ và điểm $A(1;-2;1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) là

A. $d\colon \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2-t \\ z = 1+t \end{cases}$. **B.** $d\colon \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2-4t \\ z = 1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -1-2t \\ z = 1+t \end{cases}$. **D.** $d\colon \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2-t \\ z = 1+3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;-1;1)$.

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên nhận $\vec{n} = (2;-1;1)$ làm vectơ chỉ phương.

Mà d đi qua $A(1;-2;1)$ nên có phương trình: $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2-t \\ z = 1+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon x-2y-z-1=0$ có dạng

A. $d\colon \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z}{-1}$. **B.** $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-1}{1}$.

C. $d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $d\colon \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{-4} = \dfrac{z}{-2}$.

Lời giải

Chọn D

$(P)\colon x-2y-z-1=0$ có $\vec{n}_{(P)} = (1;-2;-1)$

Vì $d \perp (P)$ nên d có một VTCP là $\vec{a} = (1;-2;-1) \Rightarrow$ chọn A, C, D

Thay tọa độ điểm A vào các câu đã chọn, ta thấy câu D thỏa yêu cầu. $d\colon \dfrac{1-2}{2} = \dfrac{2}{-4} = \dfrac{1}{-2}$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-2;4;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-3y+6z+19=0$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{-2} = \dfrac{y+3}{4} = \dfrac{z-6}{3}$. **B.** $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-4}{-3} = \dfrac{z-3}{6}$.

C. $\dfrac{x+2}{-2} = \dfrac{y-3}{4} = \dfrac{z+6}{3}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+4}{-3} = \dfrac{z+3}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+6z+19=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-3;6)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-2;4;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (α) nhận $\vec{n}=(2;-3;6)$ làm vectơ chỉ phương, khi đó phương trình đường thẳng Δ là: $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-4}{-3}=\dfrac{z-3}{6}$.

DẠNG 2.3 XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG KHI BIẾT YẾU TỐ SONG SONG

Câu 35: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $x+y+z+1=0$, (Q): $x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3-2t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-3-t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2\\z=3+2t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t\end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases}\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)\\\vec{n}_{(Q)}=(1;-1;1)\end{cases}$ và $\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(2;0;-2)=2(1;0;-1)$. Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng, nên nhận véc tơ $(1;0;-1)$ làm véc tơ chỉ phương.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $\begin{cases}x=-2t\\y=-1+t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **D.** $x-2y+z=0$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua A và song song BC nhận $\overrightarrow{BC}=(-2;1;1)$ làm vecto chỉ phương

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng cần tìm: $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Chú ý: *Đáp án A không nhận được, vì đó là phương trình tham số của đường thẳng cần tìm, chứ không phải phương trình chính tắc.*

Câu 37: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{n}_{(Oxy)}=(1;1;0)$, $\vec{n}_{(Oxy)}=(0;0;1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy). Khi đó:

$\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(\text{Oxy})} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Oxy)}\right]=(1;-1;0)$. Vậy $d:\begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2;3;-1)$, $N(-1;2;3)$ và $P(2;-1;1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua M và song song với NP là

A. $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=2-3t \\ z=3-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+3t \\ y=-1-3t \\ z=1-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=3-3t \\ z=-1-2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-3+3t \\ z=-2-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường thẳng d đi qua M và song song với NP nên có vectơ chỉ phương là: $\overrightarrow{NP}=(3;-3;-2)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=3-3t \\ z=-1-2t \end{cases}$

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là:

A. $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$.

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Vì đường thẳng song song với đường thẳng d nên nó có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;2;-1)$ hoặc $\vec{u}=(1;-2;1)$ nên loại phương án **C** và **D.**

Vì điểm $M(2;1;-1)$ thuộc đường thẳng $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$ nên chọn phương án **B.**

Vậy phương trình của đường thẳng là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;\ 0;\ 1), \mathrm{B}(-1;-2;0), C(2;1;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua C và song song với AB có phương trình là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}, (t\in R)$. **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=-1+t \end{cases}, (t\in R)$.

C. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=-1-t \end{cases}, (t\in R)$. **D.** $\begin{cases} x=2-t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}, (t\in R)$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB}(-1;-2;-1)$ nên chọn là véc tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}(1;2;1)$.

Do đó phương trình của Δ là $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}, (t\in R)$

Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-1=0$, $(\beta): 2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{5}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$.

Lời giải

Chọn B

mp(α) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n_1}=(1;-2;1)$, mp(β) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n_2}=(2;1;-1)$.

Đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\vec{n_1};\vec{n_2}\right]=(1;3;5)$.

Phương trình của đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{5}$.

DẠNG 3. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐIỂM THUỘC ĐƯỜNG, GIAO ĐIỂM ĐƯỜNG VỚI MẶT PHẲNG

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ z=1-t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;3;-1)$. **B.** $M(-3;5;3)$. **C.** $M(3;5;3)$. **D.** $M(1;2;-3)$.

Lời giải

Với $t=-2$, ta có $\begin{cases} x=1+2(-2)=-3 \\ y=3-(-2)=5 \\ z=1-(-2)=3 \end{cases}$.

Vậy $M(-3;5;3)\in d$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Đường thẳng d $\begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=2+t \end{cases}$ đi qua điểm nào sau sau đây?

A. $K(1;-1;1)$. **B.** $E(1;1;2)$. **C.** $H(1;2;0)$. **D.** $F(0;1;2)$.

Lời giải

Thay tọa độ của $K(1;-1;1)$ vào PTTS của d ta được $\begin{cases} 1=t \\ -1=1-t \\ 1=2+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=2 \\ t=-1 \end{cases}$: không tồn tại t.

Do đó, $K\notin d$.

Thay tọa độ của $E(1;1;2)$ vào PTTS của d ta được $\begin{cases} 1=t \\ 1=1-t \\ 2=2+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=0 \\ t=0 \end{cases}$: không tồn tại t.

Do đó, $E\notin d$.

Thay tọa độ của $H(1;2;0)$ vào PTTS của d ta được $\begin{cases} 1=t \\ 2=1-t \\ 0=2+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-1 \\ t=-2 \end{cases}$: không tồn tại t.

Do đó, $H\notin d$.

Thay tọa độ của $F(0;1;2)$ vào PTTS của d ta được $\begin{cases} 0=t \\ 1=1-t \\ 2=2+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=0 \\ t=0 \end{cases} \Leftrightarrow t=0.$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$?

A. $Q(-2;1;-3)$. **B.** $P(2;-1;3)$. **C.** $M(-1;1;-2)$. **D.** $N(1;-1;2)$.

Lời giải

Xét điểm $N(1;-1;2)$ ta có $\dfrac{1-1}{2}=\dfrac{-1+1}{-1}=\dfrac{2-2}{3}$ nên điểm $N(1;-1;-2)$ thuộc đường thẳng đã cho.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng qua $A(1;0;2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $P(2;-1;1)$. **B.** $Q(0;-1;1)$. **C.** $N(0;-1;2)$. **D.** $M(-1;-1;1)$.

Lời giải

Phương trình tham số đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=5-2t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$, với vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-2)$.

Giả sử đường thẳng d cắt đường thẳng d_1 tại B. Khi đó $B(1+t;t;5-2t)$.

$\overrightarrow{AB}=(t;t;3-2t)$

Vì đường thẳng d vuông góc với đường thẳng d_1 nên $AB\perp d_1\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{u}=0$

$$\Leftrightarrow t+t+(3-2t)(-2)=0\Leftrightarrow t=1.$$

Khi đó $B(2;1;3)$.

Phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;0;2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(1;1;1)$ là:

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}.$$

Nhận thấy $Q(0;-1;1)\in d$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

A. $Q(-1;1;3)$ **B.** $P(1;2;5)$ **C.** $N(1;5;2)$ **D.** $M(1;1;3)$

Lời giải

Chọn C

Với $t=0\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=5\\z=2\end{cases}\Rightarrow N(1;5;2)\in d$.

Câu 47: Trong không gian Oxyz, đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{-2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;-2)$. **B.** $M(1;-2;-3)$. **C.** $P(-1;2;-3)$. **D.** $N(2;-1;-2)$.

Lời giải

Đáp án A nhầm vectơ chỉ phương.

Đáp án B nhầm dấu tọa độ điểm.

Đáp án D nhầm vectơ chỉ phương.

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-4}=\frac{z-3}{-5}$. Hỏi d đi qua điểm nào trong các điểm sau:

A. $C(-3;4;5)$. **B.** $D(3;-4;-5)$. **C.** $B(-1;2;-3)$. **D.** $A(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{-5}$ đi qua điểm $A(1;-2;3)$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;1)$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A?

A. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.

B. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

C. $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.

D. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Lời giải

Xét đáp án **A.** Thay tọa độ điểm $A(3;-2;1)$ vào phương trình đường thẳng ta được $\dfrac{0}{1}=\dfrac{0}{1}=\dfrac{0}{2}$ đúng. Suy ra đường thẳng $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ đi qua điểm $A(3;-2;1)$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

A. $Q(-1;1;3)$ **B.** $P(1;2;5)$ **C.** $N(1;5;2)$ **D.** $M(1;1;3)$

Lời giải

Chọn C

Với $t=0\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=5\end{cases}\Rightarrow N(1;5;2)\in d$.
$z=2$

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d?

A. $P(7;2;1)$. **B.** $Q(-2;-4;7)$. **C.** $N(4;0;-1)$. **D.** $M(1;-2;3)$.

Lời giải

Thay tọa độ điểm $P(7;2;1)$ vào phương trình đường thẳng d ta có $\dfrac{7-1}{3}=\dfrac{2+2}{2}\neq\dfrac{1-3}{-4}$ nên điểm $P(7;2;1)\notin d$.

Câu 52: Giao điểm của mặt phẳng $(P):x+y-z-2=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=3+3t\end{cases}$

A. $(1;1;0)$. **B.** $(0;2;4)$. **C.** $(0;4;2)$. **D.** $(2;0;3)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(x;y;z)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

Ta có: $2+t-t-(3+3t)-2=0\Leftrightarrow -3t-3=0\Leftrightarrow t=-1$.

$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow A(1;1;0).$

Câu 53: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \\ z=1-t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-3z+2=0$. Tìm tọa độ của điểm A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. $A(3;5;3)$. **B.** $A(1;3;1)$. **C.** $A(-3;5;3)$. **D.** $A(1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Vì A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) nên

$+ A \in d \Rightarrow A(1+2t;3-t;1-t).$

$+ A \in (P) \Rightarrow (1+2t)+2(3-t)-3(1-t)+2=0 \Rightarrow t=-2.$

Vậy tọa độ điểm $A(-3;5;3)$.

Câu 54: Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

$M \in \Delta \Rightarrow M(12+4t;9+3t;1+t).$

$M \in (P) \Leftrightarrow 3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0 \Leftrightarrow t=-3.$

$M(0;0;-2) \Rightarrow x_0+y_0+z_0=-2.$

Câu 55: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-4;5;2)$ lên mặt phẳng $(P): y+1=0$ là điểm có tọa độ

A. $(-4;-1;2)$. **B.** $(-4;1;2)$. **C.** $(0;-1;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H à hình chiếu vuông góc của M lên $(P) \Rightarrow MH: \begin{cases} x=-4 \\ y=5+t \\ z=2 \end{cases}$

$H \in MH \Rightarrow H(-4;5+t;2)$

$H \in (P) \Leftrightarrow 5+t+1=0 \Leftrightarrow t=-6 \Rightarrow H(-4;-1;2)$

Câu 56: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P).

A. $(1;0;1)$. **B.** $(0;0;-2)$. **C.** $(1;1;6)$. **D.** $(12;9;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}\Rightarrow d:\begin{cases}x=12+4t\\y=9+3t\\z=1+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Thay $x=12+4t$, $y=9+3t$, $z=1+t$ vào $(P):3x+5y-z-2=0$, ta được:

$3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0\Leftrightarrow t=-3$.

Với $t=-3\Rightarrow x=0$, $y=0$, $z=-2$.

Vậy tọa độ giao điểm của d và (P) là $(0;0;-2)$.

Câu 57: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=4-2t\\y=-3+t\\z=1-t\end{cases}$, giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(4;-3;0)$. **B.** $(2;-2;0)$. **C.** $(0;-1;-1)$. **D.** $(-2;0;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z=0$.

Gọi $M(4-2m;-3+m;1-m)$ là giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) thì ta có:

$$1-m=0\Leftrightarrow m=1.$$

Vậy $M(2;-2;0)$.

Câu 58: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-t\\y=2+t\\z=3+t\end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là toạ độ giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (ABC). Tính tổng $S=a+b-c$.

A. 6. **B.** 5. **C.** -7. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng: $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-6=0$

Điểm $M\in(d)\Rightarrow M(-t;2+t;3+t)$. Lại vì $M=d\cap(ABC)$ nên ta có

$6(-t)+3(2+t)+2(3+t)-6=0\Leftrightarrow -t=-6\Leftrightarrow t=6\Rightarrow M(-6;8;9)$

Vậy ta có $S=a+b-c=-6+8-9=-7$

Câu 59: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+3}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z+5=0$. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. $M(-1;0;4)$. **B.** $M(-5;-2;2)$. **C.** $M(0;0;5)$. **D.** $M(-3;-1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases}x=-3+2t\\y=-1+t\\z=3+t\end{cases}$.

Xét phương trình $-3+2t+2(-1+t)-(3+t)+5=0\Leftrightarrow 3t=3\Leftrightarrow t=1$.

$\Rightarrow$ Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm $M(-1;0;4)$.

Câu 60: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;5)$. Tìm tọa độ điểm A' là hình chiếu vuông góc của A lên trục Oy.

A. $A'(2;0;0)$. **B.** $A'(0;3;0)$. **C.** $A'(2;0;5)$. **D.** $A'(0;3;5)$.

Lời giải

Chọn B

DẠNG 4. BÀI TOÁN LIÊN QUAN KHOẢNG CÁCH, GÓC

1. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng – Khoảng cách giữa hai đường thẳng

- ***Khoảng cách từ điểm*** M ***đến một đường thẳng*** d *qua điểm* M_0 *có véctơ chỉ phương* $\vec{u}_d$ *được xác định bởi công thức* $\boxed{d(M,d)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{M_0M},\vec{u}_d\right]\right|}{\left|\vec{u}_d\right|}}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song *là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.*

- ***Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau****:* d *đi qua điểm* M *và có véctơ chỉ phương* $\vec{u}$ *và* d' *đi qua điểm* M' *và có véctơ chỉ phương* $\vec{u}'$ *là* $\boxed{d(d,d')=\frac{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{M_0M}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right]\right|}}$.

2. Góc giữa hai đường thẳng

Góc giữa hai đường thẳng d_1 *và* d_2 *có véctơ chỉ phương* $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$ *và* $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$.

$$\cos(d_1;d_2)=\cos\alpha=\frac{|\vec{u}_1.\vec{u}_2|}{|\vec{u}_1|.|\vec{u}_2|}=\frac{|a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}.\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}} \text{ với } 0°<\alpha<90°.$$

3. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Góc giữa đường thẳng d *có véctơ chỉ phương* $\vec{u}_d=(a;b;c)$ *và mặt phẳng* (P) *có véctơ pháp tuyến* $\vec{n}_{(P)}=(A;B;C)$ *được xác định bởi công thức:*

$$\sin\alpha=\left|\cos(\vec{n}_{(P)};\vec{u}_d)\right|=\frac{|\vec{u}_d.\vec{n}_{(P)}|}{|\vec{u}_d|.|\vec{n}_{(P)}|}=\frac{|aA+bB+cC|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \text{ với } 0°<\alpha<90°.$$

Câu 61: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$ bằng:

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Đường thẳng d qua $M(1;0;0)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{a}=(1;1;-2)$.

Mặt phẳng (P) có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$.

Ta có: $\begin{cases}\vec{a}.\vec{n}=1.1+1.1-2.1=0\\ M\notin(P)\end{cases}\Rightarrow d//(P)$.

$$d(d,(P))=d(M,(P))=\frac{|1+0+0+2|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\sqrt{3}.$$

Câu 62: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\ y=5+4t\\ z=2+t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z=0$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Xét phương trình $2(2+t)-(5+4t)+2(2+t)=0\Leftrightarrow 0t+3=0$.

Phương trình này vô nghiệm nên $\Delta//(P)$.

Chọn $M(2;5;2)\in\Delta$.

Khi đó:

$$d\left(\Delta,(P)\right)=d\left(M,(P)\right)=\frac{\left|2.2-5+2.2\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=1.$$

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$ và mặt phẳng : $x-y+3=0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng .

A. 60^0 **B.** 30^0 **C.** 120° **D.** 45^0

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;2;1)$

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-1;0)$

Gọi α là góc giữa Đường thẳng d và Mặt phẳng (P). Khi đó ta có

$$\sin\alpha=\frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|\left|\vec{n}\right|}=\frac{\left|-1.1+2.(-1)+1.0\right|}{\sqrt{(-1)^2+2^2+1^2}.\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2}}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Do đó $\alpha=60^0$

Câu 64: Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{1}$ và $d_2:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{1}$

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{12}{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** 3.

Lời giải

d_1 qua $M(0;3;2)$ có vtcp $\vec{u}=(1;2;1)$, d_2 qua $N(3;-1;2)$ có vtcp $\vec{v}=(1;-2;1)$.

$[\vec{u},\vec{v}]=(4;0;-4)$, $\overrightarrow{MN}=(3;-4;0)$.

$$d\left(d_1,d_2\right)=\frac{\left|[\vec{u},\vec{v}].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|[\vec{u},\vec{v}]\right|}=\frac{12}{4\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 65: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):4x+3y-z+1=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{4}=\frac{y-6}{3}=\frac{z+4}{1}$, sin của góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{5}{13}$. **B.** $\frac{8}{13}$. **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{12}{13}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P):4x+3y-z+1=0$ có một vecto pháp tuyến là $\vec{n}=(4;3;-1)$.

Đường thẳng $d:\frac{x-1}{4}=\frac{y-6}{3}=\frac{z+1}{1}$ có một vecto chỉ phương là $\vec{u}=(4;3;1)$.

Gọi α là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

Khi đó $\sin\alpha = \left|\cos\left(\vec{n};\vec{u}\right)\right| = \dfrac{\left|\vec{n}.\vec{u}\right|}{\left|\vec{n}\right|\left|\vec{u}\right|} = \dfrac{\left|4.4+3.3+1(-1)\right|}{\sqrt{4^2+3^2+1^2}.\sqrt{4^2+3^2+(-1)^2}} = \dfrac{12}{13}$.

Câu 66: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x-y+2z=0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $150°$. **D.** $120°$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;2;-1)$, mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-1;2)$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α), khi đó

$$\sin\varphi = \left|\cos\left(\vec{u},\vec{n}\right)\right| = \frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|} = \frac{\left|1-2-2\right|}{\sqrt{6}.\sqrt{6}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 30°.$$

Câu 67: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng : $-\sqrt{3}x+y+1=0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Ox ?

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 120^0. **D.** 150^0.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (-\sqrt{3};1;0)$

Trục Ox có VTCP $\vec{i} = (1;0;0)$

Góc tạo bởi (P) với trục Ox

$$\sin((\mathrm{P});Ox) = \left|\cos((\mathrm{P});Ox)\right| = \frac{\left|\vec{n}.\vec{i}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{i}\right|} = \frac{\left|-\sqrt{3}.1+1.0+0.0\right|}{\sqrt{3+1}.\sqrt{1}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vậy góc tạo bởi (P) với trục Ox bằng 60^0.

Câu 68: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2-t \\ z = 3+2t \end{cases}$ bằng

A. $\sqrt{14}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{14}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ đi qua $N(0;2;3)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$

$\overrightarrow{MN}=(-2;6;4)$; $\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]=(16;8;-4)$.

$d(M,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{\sqrt{336}}{\sqrt{6}}=2\sqrt{14}..$

Câu 69: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$ và điểm $A(2;-1;0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng (d) bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(3;0;1)\in d$.

$\overrightarrow{AM}(1;1;1);\overrightarrow{u_d}(-2;-1;1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{u_d}\right]=(2;-3;1)\Rightarrow\left|\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{u_d}\right]\right|=\sqrt{14}$.

Vậy khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng (d) bằng $d(A,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{u_d}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|}=\dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{21}}{3}$

Câu 70: Cho $d:\begin{cases}x=1+t\\y=-3-t\\z=2+2t\end{cases}$, $d':\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Khi đó khoảng cách giữa d và d' là

A. $\dfrac{13\sqrt{30}}{30}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{30}}{3}$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{30}}{10}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A(1;-3;2)\in d$, $B(0;3;1)\in d'$ và $\vec{u}(1;-1;2),\vec{u'}(3;-1;1)$ lần lượt là vectơ chỉ phương của d,d'

Ta có $d(d,d')=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right]\right|}=\dfrac{27}{\sqrt{30}}=\dfrac{9\sqrt{30}}{10}$

Câu 71: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$ bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;0;0)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-2)$.

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$.

Ta có $\begin{cases}\vec{u}.\vec{n}=0\\ M\notin(P)\end{cases}\Rightarrow d//(P)$.

$\Rightarrow \mathrm{d}(d,(P))=\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{|1+0+0+2|}{\sqrt{1+1+1}}=\sqrt{3}$.

Câu 72: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, khoảng cách giữa đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z+4=0$

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

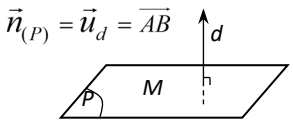
Vì đường thẳng d song song với mặt phẳng nên : Chọn $M(1;3;2)\in d$

$d(d;(P))=d(\mathrm{M};(\mathrm{P}))=\dfrac{|1-6+4+4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=1$

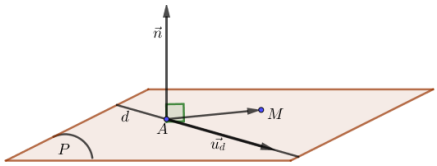
DẠNG 5. XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG CÓ YẾU TỐ ĐƯỜNG THẲNG

Dạng 1. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng $d\equiv AB$.

Phương pháp. $(P):\begin{cases}\bullet\ Qua\ M(x_0;y_0;z_0)\\ \bullet\ VTPT:\vec{n}_{(P)}=\vec{u}_d=\overrightarrow{AB}\end{cases}$



Dạng 2. Viết phương trình mặt phẳng qua M và chứa đường thẳng d với $M\notin d$.



□ **Bước 1:** Chọn điểm $A\in d$ và một VTCP $\vec{u}_d$. Tính $\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}_d\right]$.

Bước 2: Phương trình $\mathrm{mp}(P)\begin{cases}\text{qua } M\\ \text{VTPT } \vec{n}=\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}_d\right]\end{cases}$

Câu 73: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua $M(1;-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}-\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{3}$.

A. $2x-y+3z+9=0$. **B.** $2x+y+3z-9=0$. **C.** $2x-y+3z-9=0$. **D.** $2x-y+3z-6$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) vuông góc với Δ nên (P) nhận vtcp của Δ là $\vec{u}_\Delta(2;-1;3)$ làm vtpt

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) là: $2(x-1)-1(y+1)+3(z-2)=0$ hay $2x-y+3z-9=0$.

Câu 74: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với d có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\vec{n}=(1;2;3)$. **B.** $\vec{n}=(2;-1;2)$. **C.** $\vec{n}=(1;4;1)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;2)$.

Lời giải

Ta có: Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{a_d}=(2;-1;2)$

Vì $(P)\perp d$ nên vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{a_d}=(2;-1;2)$

Câu 75: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng $(d):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ là:

A. $x+y+z+1=0$. **B.** $x-y-z=1$. **C.** $x+y+z=1$. **D.** $x+y+z=0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng $(d):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ nên nhận véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(1;1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến, suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x+y+z+D=0$, mặt khác (P) đi qua gốc tọa độ nên $D=0$.

Vậy phương trình (P) là: $x+y+z=0$.

Câu 76: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(0;1;0)$ và chứa đường thẳng $(\Delta):\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ có phương trình là:

A. $x-y+z+1=0$. **B.** $3x-y+2z+1=0$. **C.** $x+y+z-1=0$. **D.** $3x+y-2z-1=0$.

Lời giải

Ta lấy điểm $M(2;1;3)\in(\Delta)\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AM}=(2;0;3)\\ vtcp\,\overrightarrow{u_{(\Delta)}}=(1;-1;1)\end{cases}\Rightarrow\vec{n}=\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{u_{(\Delta)}}\right]=(3;1;-2)$

Mặt phẳng cần tìm qua $A(0;1;0)$ và nhận $\vec{n}=(3;1;-2)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là: $3.(x-0)+1.(y-1)-2.(z-0)=0\Leftrightarrow 3x+y-2z-1=0$.

Câu 77: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng d.

A. $(T):x+y+2z+1=0$. **B.** $(P):x-2y+z+1=0$.

C. $(Q):x-2y-z+1=0$. **D.** $(R):x+y+z+1=0$.

Lời giải

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng nếu vectơ chỉ phương của đường thẳng cùng phương với vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1\ ;\ -2\ ;\ 1)$.

Mặt phẳng (T) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_T}=(1\ ;\ 1\ ;\ 2)$. Do $\dfrac{1}{1}\neq\dfrac{-2}{1}\neq\dfrac{1}{2}$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_T}$. Do đó d không vuông góc với (T).

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1\ ;\ -2\ ;\ 1)$. Do $\frac{1}{1}=\frac{-2}{-2}=\frac{1}{1}$ nên $\vec{u}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_P}$. Do đó d vuông góc với (P).

Mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=(1\ ;\ -2\ ;\ -1)$. Do $\frac{1}{1}=\frac{-2}{-2}\neq\frac{1}{-1}$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_Q}$. Do đó (d) không vuông góc với (Q).

Mặt phẳng (R) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_R}=(1\ ;\ 1\ ;\ 1)$. Do $\frac{1}{1}\neq\frac{-2}{1}\neq\frac{1}{1}$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_R}$. Do đó (d) không vuông góc với (R).

Câu 78: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(0;-3;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-3}{1}$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d là:

A. $3x-2y+z+5=0$. **B.** $3x-2y+z-7=0$.

C. $3x-2y+z-10=0$. **D.** $3x-2y+z-5=0$.

Lời giải

Chọn véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là: $\vec{n}=\overrightarrow{u_d}=(3;-2;1)$. Mặt khác mặt phẳng này đi qua A nên có phương trình là:

$3(x-0)-2(y+3)+(z-1)=0$

$\Leftrightarrow 3x-2y+z-7=0$.

Câu 79: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3;-1;1)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-3}{1}$?

A. $x-2y+3z+3=0$ **B.** $3x+2y+z-8=0$

C. $3x-2y+z+12=0$ **D.** $3x-2y+z-12=0$

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng cần tìm đi qua $M(3;-1;1)$ và nhận VTCP của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}=(3;-2;1)$ làm VTPT nên có phương trình: $3x-2y+z-12=0$.

Câu 80: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(0;-3;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-3}{1}$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d là

A. $3x-2y+z+5=0$. **B.** $3x-2y+z-7=0$.

C. $3x-2y+z-10=0$. **D.** $3x-2y+z-5=0$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng đi qua $A(0;-3;1)$ và vuông góc với đường thẳng d nên có VTPT $\vec{n}=\vec{u}_d=(3;-2;1)$.

Phương trình tổng quát: $3(x-0)-2(y+3)+(z-1)=0\Leftrightarrow 3x-2y+z-7=0$.

Câu 81: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases}x=1-4t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$. Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có phương trình nào dưới đây?

A. $2x-y+2z+1=0$.. **B.** $x+y-z=0$..

C. $-3x-2y-10z+23=0$.. **D.** $2x-y+3z+4=0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;0;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-4;1;1)$.

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(2;-3;0)$; $\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}\right]=(-3;-2;-10)$.

Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có vectơ pháp tuyến $\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}\right]=(-3;-2;-10)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $-3(x+1)-2(y-3)-10(z-2)=0$

$\Leftrightarrow -3x-2y-10z+23=0$.

Câu 82: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;0)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với d.

A. $2x+y+z-4=0$. **B.** $x+2y-z+4=0$. **C.** $2x-y-z+4=0$. **D.** $2x+y-z-4=0$.

Lời giải

Chọn D

Do (P) vuông góc với d nên ta có $\overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{u_d}=(2;1;-1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $2(x-1)+1(y-2)-1(z-0)=0\Leftrightarrow 2x+y-z-4=0$.

Câu 83: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases}x=1-4t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$. Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có phương trình nào dưới đây?

A. $2x-y+2z+1=0$. **B.** $x+y-z=0$.

C. $-3x-2y-10z+23=0$. **D.** $2x-y+3z+4=0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $B(1;0;2)$ và có VTCP $\vec{u}=(-4;1;1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-3;0)\Rightarrow(P)$ có VTPT $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right]=(-3;-2;-10)$.

Mà (P) đi qua $A(-1;3;2)$ nên (P) có phương trình: $-3x-2y-10z+23=0$.

Câu 84: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với đường thẳng $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$ có phương trình là

A. $2x+y-z-4=0$. **B.** $2x-y-z+4=0$.

C. $2x+y+z-4=0$. **D.** $2x+y-z+4=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$ suy ra nó có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2,1,-1)$.

Vậy mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;0)$ và nhận $\vec{n}=(2,1,-1)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là:

$2(x-1)+1(y-2)-1(z-0)=0\Leftrightarrow 2x+y-z-4=0$.

Câu 85: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua $A(2;-3;0)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{4-y}{2}=\dfrac{z-7}{5}$.

A. $x-2y+5z-10=0$. **B.** $x-2y+5z-8=0$.

C. $2x-3y+4=0$. **D.** $x+2y+5z+4=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta viết lại phương trình đường thẳng d là: $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-7}{5}$

$\Rightarrow$ đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(1;-2;5)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(2;-3;0)$ và vuông góc với đường thẳng d

$\Rightarrow$ Mp(P) qua A và nhận vectơ $\overrightarrow{u_d}=(1;-2;5)$ làm vectơ pháp tuyến

$\Rightarrow$ Phương trình của mặt phẳng $(P):x-2y+5z-8=0$.

Câu 86: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d có phương trình là?

A. $(P):x+y+2z=0$. **B.** $(P):x-y-2z=0$. **C.** $(P):x-y+2z=0$. **D.** $(P):x-2y-2=0$.

Lời giải

d có VTCP $\overrightarrow{u}=(1;-1;2)$.

$(P)\perp d \Rightarrow (P)$ có VTPT $\overrightarrow{n}=\overrightarrow{u}=(1;-1;2)$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P): x-2-(y-0)+2(z+1)=0 \Leftrightarrow x-y+2z=0$.

Câu 87: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d.

A. $(P): x-y-2z=0$. **B.** $(P): x-2y-2=0$. **C.** $(P): x+y+2z=0$. **D.** $(P): x-y+2z=0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{u_d}=(1;-1;2)$.

Nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $(x-2)-(y-0)+2(z+1)=0 \Leftrightarrow x-y+2z=0$.

Câu 88: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$ và điểm $A(1;-2;3)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là:

A. $x-y+2z-9=0$. **B.** $x-2y+3z-14=0$.

C. $x-y+2z+9=0$. **D.** $x-2y+3z-9=0$.

Lời giải

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương: $\vec{u}=(1;-1;2)$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng (d) nên (P) có vectơ pháp tuyến: $\vec{n}=(1;-1;2)$.

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) là: $(x-1)-(y+2)+2(z-3)=0 \Leftrightarrow x-y+2z-9=0$.

Câu 89: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{1}$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d là

A. $2x-y+z-3=0$. **B.** $2x-y+2z-6=0$. **C.** $2x-y+z+3=0$. **D.** $2x-y-z+3=0$.

Lời giải

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $A(0;0;3)$ và vuông góc với đường thẳng d nên nhận véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(2;-1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến. Do đó phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2x-y+z-3=0$.

CHƯƠNG III

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. <u>Dạng 1</u>. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và dạng chính tắc , biết d đi qua điểm $M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)$.

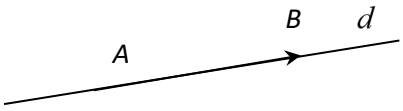
<u>Phương pháp</u>. Ta có: $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$

Phương trình đường thẳng d ***dạng tham số*** $\boxed{d:\begin{cases}x=x_\circ+a_1t\\ y=y_\circ+a_2t\\ z=z_\circ+a_3t\end{cases},(t\in\mathbb{R}).}$

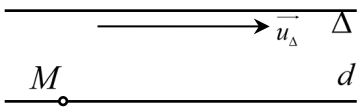
Phương trình đường thẳng d ***dạng chính tắc*** $\boxed{d:\dfrac{x-x_\circ}{a_1}=\dfrac{y-y_\circ}{a_2}=\dfrac{z-z_\circ}{a_3}},(a_1a_2a_3\neq 0).$

2. <u>Dạng 2</u>. Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d đi qua A và B.

<u>Phương pháp</u>. Đường thẳng $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ A\ (hay\ B)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=\overrightarrow{AB}\end{cases}$



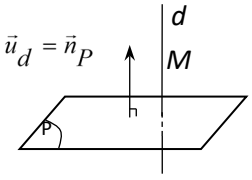
3. <u>Dạng 3</u>. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc , biết d đi qua điểm M và song song với đường thẳng Δ.



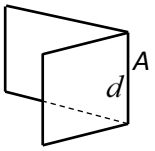
<u>Phương pháp</u>. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua}\ M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=\vec{u}_\Delta\end{cases}$

4. <u>Dạng 4</u>. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc , biết d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $(P):ax+by+cz+d=0$.

<u>Phương pháp</u>. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=\vec{n}_{(P)}=(a;b;c)\end{cases}$

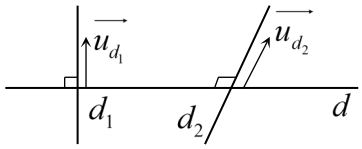


5. <u>Dạng 5</u>. Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) cho trước.



<u>Phương pháp</u>. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ A=(P)\cap(Q)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}]\end{cases}$

6. <u>Dạng 6</u>. Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2 cho trước.



<u>Phương pháp</u>. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=[\vec{u}_{d_1},\vec{u}_{d_2}]\end{cases}$

7. <u>Dạng 7</u>. Viết phương trình đường thẳng d qua M và song song với hai mặt phẳng (P), (Q).

<u>Phương pháp</u>. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]\end{cases}$

8. <u>Dạng 8</u>. Viết phương trình đường thẳng d qua M, vuông góc đường d' và song song mặt (P).

<u>Phương pháp</u>. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=[\vec{u}_{d'},\vec{n}_P]\end{cases}$

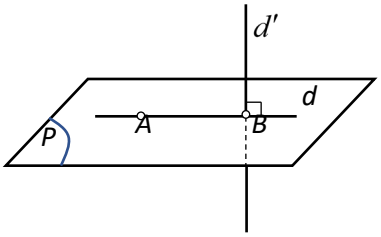
9. <u>Dạng 9</u>. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt (P), song song mặt (Q) và qua M.

<u>Phương pháp</u>. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]\end{cases}$

10. <u>Dạng 10</u>. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc và cắt đường thẳng d'.

<u>Phương pháp</u>.

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A, vuông góc d'.



Nghĩa là mặt phẳng $(P):\begin{cases}\bullet\ Qua\ A\\ \bullet\ VTPT:\vec{n}_P=\vec{u}_{d'}\end{cases}$.

Tìm $B=d'\cap(P)$. Suy ra đường thẳng d qua A và B

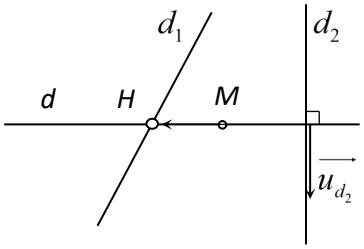
***<u>Lưu ý</u>**: Trường hợp d' là các trục tọa độ thì $d\equiv AB$, với B là hình chiếu của A lên trục.*

11. <u>Dạng 11</u>. Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm M và cắt đường thẳng d_1 và vuông góc d_2 cho trước.

<u>Phương pháp</u>. Giả sử $d\cap d_1=H,\ (H\in d_1,\ H\in d)$

$\Rightarrow H(x_1+a_1t;\ x_2+a_2t;\ x_3+a_2t)\in d_1.$

Vì $MH\perp d_2\Rightarrow\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_{d_2}}=0\Rightarrow t\Rightarrow H.$



Suy ra đường thẳng $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=\overrightarrow{MH}\end{cases}$

<u>Dạng 12</u>. d đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2:

• ***Cách 1*:** Gọi $M_1 \in d_1$, $M_2 \in d_2$ Từ điều kiện M, M_1, M_2 thẳng hàng ta tìm được M_1, M_2. Từ đó suy ra phương trình đường thẳng d.

• ***Cách 2*:** Gọi $(P)=(M_0,d_1)$, $(Q)=(M_0,d_2)$. Khi đó $d=(P)\cap(Q)$, do đó, một VTCP của d có thể chọn là $\vec{a}=\left[\vec{n}_P,\vec{n}_Q\right]$.

Dạng 13. d nằm trong mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2:

Tìm các giao điểm $A = d_1 \cap (P)$, $B = d_2 \cap (P)$. Khi đó d chính là đường thẳng AB.

Dạng 14. d song song với Δ và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2:

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ và d_1, mặt phẳng (Q) chứa Δ và d_2.

Khi đó $d=(P)\cap(Q)$.

Dạng 15. d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2 chéo nhau:

• ***Cách 1***: Gọi $M \in d_1$, $N \in d_2$. Từ điều kiện $\begin{cases} MN \perp d_1 \\ MN \perp d_2 \end{cases}$, ta tìm được M, N.

Khi đó, d là đường thẳng MN.

• **Cách 2:**

– Vì $d \perp d_1$ và $d \perp d_2$ nên một VTCP của d có thể là: $\vec{a}=\left[\vec{a}_{d_1},\vec{a}_{d_2}\right]$.

– Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa d và d_1, bằng cách:

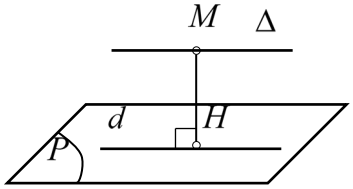
+ Lấy một điểm A trên d_1.

+ Một VTPT của (P) có thể là: $\vec{n}_P=\left[\vec{a},\vec{a}_{d_1}\right]$.

– Tương tự lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và d_1.

Khi đó $d=(P)\cap(Q)$.

Dạng 16. **Viết phương trình đường thẳng d là hình chiếu vuông góc của đường thẳng Δ lên mặt (P).**



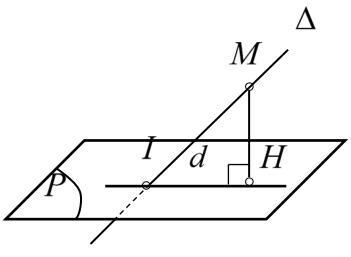
Phương pháp: Xét vị trí tương đối của đường thẳng Δ và (P).

• Nếu $\Delta \parallel (P)$.

Chọn một điểm M trên Δ.

Tìm H là hình chiếu của M lên (P).

Hình chiếu $d:\begin{cases} \text{Qua } H \\ \text{VTCP}: \vec{u}_d = \vec{u}_\Delta \end{cases}$.



• Nếu $\Delta \cap (P) = I$.

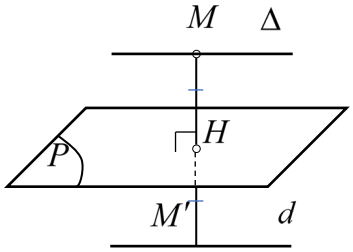
Chọn một điểm $M \neq I$ trên Δ.

Tìm H là hình chiếu của M lên (P).

Hình chiếu vuông góc của Δ lên (P) là $d \equiv IH$.

***Dạng 17*. Viết đường thẳng d là đường thẳng đối xứng với đường thẳng Δ qua mặt phẳng (P).**

Phương pháp: Xét vị trí tương đối của đường thẳng Δ và (P).



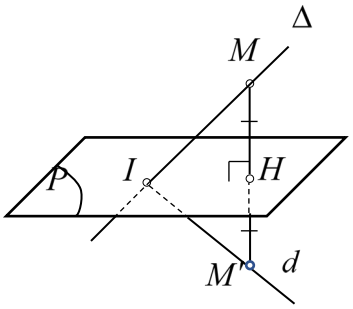
- Nếu $\Delta \parallel (P)$.

Chọn một điểm M trên Δ.

Tìm H là hình chiếu của M lên (P).

Tìm M' đối xứng với M qua (P).

Đường thẳng đối xứng $d: \begin{cases} \text{Qua } M' \\ \text{VTCP}: \vec{u}_d = \vec{u}_\Delta \end{cases}$.



- Nếu $\Delta \cap (P) = I$.

Chọn một điểm M trên Δ.

Tìm H là hình chiếu của M lên (P).

Tìm M' đối xứng với M qua (P).

Đường thẳng đối xứng $d: \begin{cases} \text{Qua } M' \\ \text{VTCP}: \vec{u}_d = \overrightarrow{IM'} \end{cases}$.

DẠNG 1.1 XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG KHI BIẾT YẾU TỐ VUÔNG GÓC

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-1}{-2}$, $d_2: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 là

A. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{3}$.

B. $\dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{4}$.

C. $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-3}{3}$.

D. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1-3t \\ y = 0 \\ z = 1+t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1-3t \\ y = 0 \\ z = 1-t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1-3t \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 0 \\ z = 1+t \end{cases}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-3}{3}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{-1}$, $d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2.

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-3}{2}$.
B. $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{3}$.
C. $\frac{x-1}{6}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-3}{3}$.
D. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{3}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1-4t\\z=6+6t\end{cases}$, $d':\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và d'?

A. $\frac{x-1}{17}=\frac{y+1}{14}=\frac{z-2}{9}$.
B. $\frac{x-1}{14}=\frac{y+1}{17}=\frac{z+2}{9}$.
C. $\frac{x-1}{17}=\frac{y+1}{9}=\frac{z-2}{14}$.
D. $\frac{x-1}{14}=\frac{y+1}{17}=\frac{z-2}{9}$.

Câu 5: Cho hai đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$ và $(d_2):\frac{x}{1}=\frac{y-7}{-3}=\frac{z}{-1}$. Đường thẳng (Δ) là đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2). Phương trình nào sau đâu là phương trình của (Δ)

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-2}$.
B. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-2}$.
C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+1}{-2}$.
D. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+3}{-2}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+y+z=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P), cắt và vuông góc với d. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của Δ?

A. $\begin{cases}x=-2+4t\\y=3-5t\\z=3-7t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=-3+4t\\y=5-5t\\z=4-7t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=1+4t\\y=1-5t\\z=-4-7t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=-3+4t\\y=7-5t\\z=2-7t\end{cases}$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng:

$d_1:\frac{x-4}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{-2}$, $d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2.

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-1}$.
B. $\frac{x-1}{6}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{5}$.
C. $\frac{x-1}{6}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-3}{-1}$.
D. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{3}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P):x-y+2z-6=0$. Đường thẳng nằm trong (P) cắt và vuông góc với d có phương trình là?

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y+2}{7}=\frac{z+5}{3}$. **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{7}=\frac{z-5}{3}$.

C. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-4}{7}=\frac{z+1}{3}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+4}{7}=\frac{z-1}{3}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+3z-7=0$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x+3}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+2}{-4}$; $d_2:\frac{x+1}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{3}$. Đường thẳng vuông góc mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng $d_1;d_2$ có phương trình là

A. $\frac{x+7}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-6}{3}$ **B.** $\frac{x+5}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{3}$

C. $\frac{x+4}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+1}{3}$ **D.** $\frac{x+3}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+2}{3}$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{1}$ và $d_2:\begin{cases}x=-1+t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x+\frac{13}{5}}{1}=\frac{y-\frac{9}{5}}{1}=\frac{z-\frac{4}{5}}{1}$. **B.** $\frac{x-\frac{1}{5}}{1}=\frac{y+\frac{3}{5}}{1}=\frac{z+\frac{2}{5}}{1}$.

C. $\frac{x-\frac{7}{5}}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-\frac{2}{5}}{1}$. **D.** $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M(0;1;1)$, vuông góc với đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=t\\y=1-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ và cắt đường thẳng $(d_2):\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$. Phương trình của (Δ) là?

A. $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=0\\y=1\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=0\\y=1+t\\z=1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$ **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$ **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-2}{1}$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 14: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$ và $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$ có phương trình

A. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$. **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$.

C. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-2z+9=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-3}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là:

A. $\Delta:\begin{cases} x=5t \\ y=-1+t \\ z=4+5t \end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=4-2t \end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=4+t \end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases} x=-t \\ y=-1+2t \\ z=4+t \end{cases}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$. **B.** $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-3z-2=0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d. Đường thẳng d' có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$. **C.** $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và $\Delta_2:\dfrac{x+2}{-4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(0;-2;-5)$. **B.** $N(1;-1;-4)$. **C.** $P(2;0;1)$. **D.** $Q(3;1;-4)$.

DẠNG 1.2 XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG KHI BIẾT YẾU TỐ SONG SONG

Câu 19: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-5}{-5}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $2x+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P).

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$.
B. $\Delta:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$.
C. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$.
D. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z+4}{2}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z+3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{1};d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$. Xét các điểm A,B lần lượt di động trên d_1 và d_2 sao cho AB song song với mặt phẳng (P). Tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-9;8;-5)$
B. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-5;9;8)$
C. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;-5)$
D. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;5;-2)$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-4)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y-3z-7=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng Δ đi qua A, song song (P) và cắt đường thẳng d?

A. $\begin{cases}x=3+11t\\y=2-54t\\z=-4+47t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=3+54t\\y=2+11t\\z=-4-47t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=3+47t\\y=2+54t\\z=-4+11t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=3-11t\\y=2-47t\\z=-4+54t\end{cases}$.

Câu 22: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-5}{-5}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):\ 2x+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P).

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$.
B. $\Delta:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$.
C. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$.
D. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z+4}{2}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P):\ x+y+z+1=0$, $(Q):\ x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3-2t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-3-t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2\\z=3+2t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t\end{cases}$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P):x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=-1\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=3+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

Câu 25: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1;5)$ và cùng song song với hai mặt phẳng $(P)\colon x-y+z-4=0$, $(Q)\colon 2x+y+z+4=0$.

A. $d\colon \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-5}{-3}$.

B. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-5}{-3}$.

C. $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+5}{-3}$.

D. $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+5}{-3}$.

Câu 26: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon x-2y+z-1=0$, $(\beta)\colon 2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$.

B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{5}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

D. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, song song với mặt phẳng (Oxy) và vuông góc với AB.

A. $\begin{cases} x=\dfrac{13}{98}-t \\ y=-\dfrac{40}{49}+2t \\ z=\dfrac{135}{98} \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=\dfrac{13}{98}-2t \\ y=\dfrac{40}{49}+t \\ z=\dfrac{135}{98} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=\dfrac{13}{98}+2t \\ y=\dfrac{40}{49}+t \\ z=\dfrac{135}{98} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=-\dfrac{13}{98}-t \\ y=\dfrac{40}{49}+2t \\ z=\dfrac{135}{98} \end{cases}$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x-2z-6=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-1-t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) cắt đồng thời vuông góc với d.

A. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+2}{1}$.

B. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$.

D. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 29: Trong không gian Oxyz, cho ba đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$; $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+4}{-1}$ và $d_3:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3, cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{6}$.

B. $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

C. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-4}{6}$.

D. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{6}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$, $d_2:\begin{cases}x=-1+3t\\y=-2t\\z=-4-t\end{cases}$, $d_3:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3 và cắt đồng thời d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-4}{6}$.
B. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{6}$.
C. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{6}$.
D. $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P):x+y-3=0$ và $(Q):2x-y+z-3=0$.

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=3-t\\z=-2+t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=1-3t\\y=3+t\\z=-2+t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=-2-3t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-2-3t\end{cases}$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P):2x+y+2z-5=0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm A song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d là:

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-2}$.
B. $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.
C. $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-3}$.
D. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{2}$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-z+9=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P).

A. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.
B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.
C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.
D. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Câu 34: Trong không gian, cho mặt phẳng $(P):\ x+y-z-4=0$ và điểm $A(2;-1;3)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với (P), biết Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$, đồng thời Δ đồng phẳng và không song song với Oz. Tính $\dfrac{a}{c}$.

A. $\dfrac{a}{c}=2$.
B. $\dfrac{a}{c}=-2$.
C. $\dfrac{a}{c}=-\dfrac{1}{2}$.
D. $\dfrac{a}{c}=\dfrac{1}{2}$.

DẠNG 1.3 PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG HÌNH CHIẾU, ĐỐI XỨNG

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+y+z-3=0$ và đường thẳng

$d:\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-3}{-6}=\dfrac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (α).

A. $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y+5}{-17}=\dfrac{z-4}{-2}$.
B. $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y-5}{-17}=\dfrac{z+4}{-2}$.
C. $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y-5}{-17}=\dfrac{z-4}{-2}$.
D. $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y-5}{-17}=\dfrac{z-4}{2}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P), d' nhận $\vec{u}=(a;b;2019)$ là một vectơ chỉ phương. Xác định tổng $(a+b)$.

A. 2019. **B.** –2019. **C.** 2018. **D.** –2020.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x+y-z+6=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z}{5}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (α) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.
B. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.
C. $\dfrac{x+5}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.
D. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

A. $d':\dfrac{x+2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{2}$.
B. $d':\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{2}$.
C. $d':\dfrac{x+2}{7}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{2}$.
D. $d':\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{2}$.

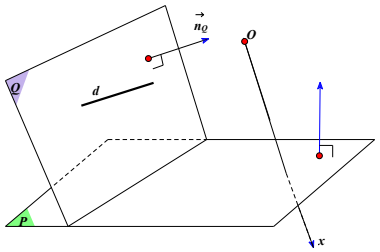
Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P); d' nhận $\vec{u}(a;b;2019)$ làm một véctơ chỉ phương. Xác định tổng $a+b$.

A. 2019 **B.** –2019 **C.** 2018 **D.** –2020

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là đường thẳng d'. Trong các điểm sau điểm nào thuộc đường thẳng d':

A. $M(2;5;-4)$. **B.** $P(1;3;-1)$. **C.** $N(1;-1;3)$. **D.** $Q(2;7;-6)$.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P), d' nhận $\vec{u}=(a;b;2019)$ là một vectơ chỉ phương. Xác định tổng $(a+b)$.



A. 2019. **B.** -2019. **C.** 2018. **D.** -2020.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):2x+y+2z-1=0$. Gọi d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P), véc tơ chỉ phương của đường thẳng d' là

A. $\overrightarrow{u_3}=(5;-6;-13)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(5;-4;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=(5;16;13)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(5;16;-13)$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{5}$.

B. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$.

D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z+5}{1}$.

DẠNG 1.4 XÁC ĐỊNH MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG ĐẶC BIỆT

Hai đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau tại điểm $A(x_0;y_0;z_0)$ và có vécto chỉ phương |ần lượt là $\overrightarrow{u_1}(a_1;b_1;c_1), \overrightarrow{u_2}(a_2;b_2;c_2)$

Đường thẳng phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng này có vécto chỉ phương được xác định theo công thức

$$\vec{u} = \frac{1}{|u_1|}\cdot\overrightarrow{u_1} \pm \frac{1}{|u_2|}\cdot\overrightarrow{u_2} = \frac{1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}}(a_1;b_1;c_1) \pm \frac{1}{\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}(a_2;b_2;c_2)$$

Chi tiết có hai phân giác:

Nếu $\overrightarrow{u_1}\overrightarrow{u_2} > 0 \Rightarrow \vec{u} = \frac{1}{|u_1|}\cdot\overrightarrow{u_1} + \frac{1}{|u_2|}\cdot\overrightarrow{u_2}$ là vécto chỉ phương của phân giác tạo bởi góc nhọn giữa hai đường thẳng và $\vec{u} = \frac{1}{|u_1|}\cdot\overrightarrow{u_1} - \frac{1}{|u_2|}\cdot\overrightarrow{u_2}$ là vécto chỉ phương của phân giác tạo bởi góc tù giữa hai đường thẳng.

Nếu $\overrightarrow{u_1}\overrightarrow{u_2} > 0 \Rightarrow \vec{u} = \frac{1}{|u_1|}\cdot\overrightarrow{u_1} + \frac{1}{|u_2|}\cdot\overrightarrow{u_2}$ là vécto chỉ phương của phân giác tạo bởi góc tù giữa hai đường thẳng và $\vec{u} = \frac{1}{|u_1|}\cdot\overrightarrow{u_1} - \frac{1}{|u_2|}\cdot\overrightarrow{u_2}$ là vécto chỉ phương của phân giác tạo bởi góc nhọn giữa hai đường thẳng.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2), B(2;0;5), C(0;-2;1)$. Viết phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC.

A. $AM: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$ **B.** $AM: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+2}{1}$

C. $AM: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+2}{-1}$ **D.** $AM: \frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+1}{3}$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, đường thẳng d đi qua A cắt chiều âm trục Oy tại điểm B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 1. Phương trình tham số đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2-2t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2-2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$.

Câu 46: Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(2;2;1), B(\frac{-8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3})$. Đường phân giác trong của tam giác OAB có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 4t \\ y = t \\ z = -t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 14t \\ y = 2t \\ z = -5t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = 14t \\ z = 13t \end{cases}$

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1 \begin{cases} x = 4+t \\ y = -4-t \\ z = 6+2t \end{cases}$;

$d_2: \frac{x-5}{2} = \frac{y-11}{4} = \frac{z-5}{2}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ cắt $d_1; d_2$ lần lượt ở B, C. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $M(1;2;3)$, $A(2;4;4)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y-2z+1=0$, $(Q): x-2y-z+4=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M, cắt $(P),(Q)$ lần lượt tại B,C sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm đường trung tuyến.

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{1}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(2;1;0), B(3;0;2), C(4;3;-4)$. Viết phương trình đường phân giác trong góc ***A.***

A. $\begin{cases} x=2 \\ y=1+t \\ z=0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$ và $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Một vectơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{u}=(4;5;-13)$. **B.** $\vec{u}=(2;3;2)$. **C.** $\vec{u}=(1;-1;2)$. **D.** $\vec{u}=(-3;5;1)$.

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ biết $A(1;0;1)$, $B(1;0;-3)$ và điểm D có hoành độ âm. Mặt phẳng $(ABCD)$ đi qua gốc tọa độ O. Khi đó đường thẳng d là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ có phương trình

A. $d: \begin{cases} x=-1 \\ y=t \\ z=-1 \end{cases}$. **B.** $d: \begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=-1 \end{cases}$. **C.** $d: \begin{cases} x=-1 \\ y=t \\ z=1 \end{cases}$. **D.** $d: \begin{cases} x=t \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$.

Câu 52: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{3}$ và $\Delta_2:\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-3}$ cắt nhau và cùng nằm trong mặt phẳng (P). Lập phương trình đường phân giác d của góc nhọn tạo bởi Δ_1, Δ_2 và nằm trong mặt phẳng (P).

A. $d:\begin{cases}x=-1\\y=2\\z=-1+t\end{cases},(t\in\mathbb{R}).$

B. $d:\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-1+2t\end{cases},(t\in\mathbb{R}).$

C. $d:\begin{cases}x=-1+t\\y=2-2t\\z=-1-t\end{cases},(t\in\mathbb{R}).$

D. $d:\begin{cases}x=-1+t\\y=2+2t\\z=-1\end{cases},(t\in\mathbb{R})$

Câu 53: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;0;-1)$, $B(2;3;-1)$, $C(-2;1;1)$. Phương trình đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là:

A. $\frac{x-3}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-5}{5}.$

B. $\frac{x}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{5}.$

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z+1}{2}.$

D. $\frac{x-3}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-5}{5}.$

Câu 54: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác nhọn ABC có $H(2;2;1)$, $K\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$, O lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên các cạnh BC, AC, AB. Đường thẳng d qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $d:\frac{x+4}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-1}{2}.$

B. $d:\frac{x-\frac{8}{3}}{1}=\frac{y-\frac{2}{3}}{-2}=\frac{z+\frac{2}{3}}{2}.$

C. $d:\frac{x+\frac{4}{9}}{1}=\frac{y-\frac{17}{9}}{-2}=\frac{z-\frac{19}{9}}{2}.$

D. $d:\frac{x}{1}=\frac{y-6}{-2}=\frac{z-6}{2}.$

Câu 55: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\frac{x-2}{2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3=(2;1;-1).$ **B.** $\vec{u}_2=(1;-1;0).$ **C.** $\vec{u}_4=(0;1;-1).$ **D.** $\vec{u}_1=(1;2;1).$

Câu 56: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{7}.$

B. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{7}.$

C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+1}{7}.$

D. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+1}{7}.$

Câu 57: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-3\\z=5+4t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=6+11t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=-6+11t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+7t\\y=-3+5t\\z=5+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-3\\z=5+7t\end{cases}$.

Câu 58: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2+2t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của đoạn MN.

A. $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+3}{-1}$.

C. $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z+3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ viết phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha):x+3y-z+1=0$, $(\beta):2x-y+z-7=0$.

A. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+3}{-7}$ **B.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$

C. $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z-10}{7}$ **D.** $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-3}{7}$

Câu 60: Đường thẳng Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng: $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{-1}$ **B.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$ **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$

Câu 61: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $(d):\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta):x+y-2z+1=0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào?

A. $(0;1;3)$. **B.** $(2;3;3)$. **C.** $(5;6;8)$ **D.** $(1;-2;0)$

Câu 62: Đường thẳng Δ là giao của hai mặt phẳng $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{-1}$. **B.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$.

B. $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+2}{2}$.

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$.

D. $\dfrac{x+3}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-2}$.

Câu 64: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ và $x+y-2z+8=0$, điểm $A(2;-1;3)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN là:

A. $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-5}{2}$

B. $\dfrac{x-2}{6}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{2}$

C. $\dfrac{x-5}{6}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-5}{2}$

D. $\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-5}{2}$

CHƯƠNG III

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. <u>Dạng 1</u>. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và dạng chính tắc , biết d đi qua điểm $M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)$.

<u>Phương pháp</u>. Ta có: $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$

Phương trình đường thẳng d ***dạng tham số*** $\boxed{d:\begin{cases}x=x_\circ+a_1t\\ y=y_\circ+a_2t\\ z=z_\circ+a_3t\end{cases},(t\in\mathbb{R}).}$

Phương trình đường thẳng d ***dạng chính tắc*** $\boxed{d:\dfrac{x-x_\circ}{a_1}=\dfrac{y-y_\circ}{a_2}=\dfrac{z-z_\circ}{a_3}},(a_1a_2a_3\neq 0).$

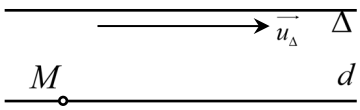
2. <u>Dạng 2</u>. Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d đi qua A và B.

<u>Phương pháp</u>. Đường thẳng $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ A\ (hay\ B)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=\overrightarrow{AB}\end{cases}$



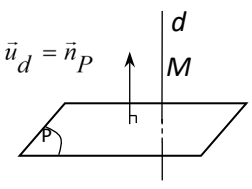
3. <u>Dạng 3</u>. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc , biết d đi qua điểm M và song song với đường thẳng Δ.

<u>Phương pháp</u>. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua}\ M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\\ \bullet\ VTCP:\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{u_\Delta}\end{cases}$

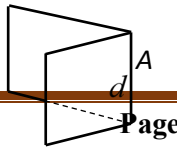


4. <u>Dạng 4</u>. Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc , biết d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $(P):ax+by+cz+d=0$.

<u>Phương pháp</u>. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=\vec{n}_{(P)}=(a;b;c)\end{cases}$

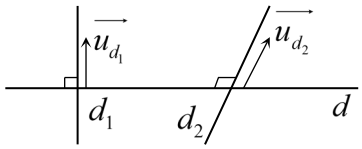


5. <u>Dạng 5</u>. Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) cho trước.



Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ A=(P)\cap(Q)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}]\end{cases}$

6. Dạng 6. Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2 cho trước.



Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=[\vec{u}_{d_1},\vec{u}_{d_2}]\end{cases}$

7. Dạng 7. Viết phương trình đường thẳng d qua M và song song với hai mặt phẳng (P), (Q).

Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]\end{cases}$

8. Dạng 8. Viết phương trình đường thẳng d qua M, vuông góc đường d' và song song mặt (P).

Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=[\vec{u}_{d'},\vec{n}_P]\end{cases}$

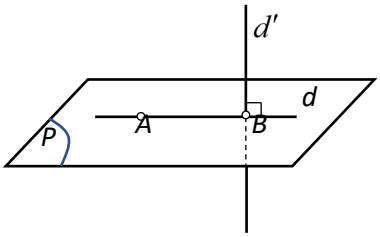
9. Dạng 9. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt (P), song song mặt (Q) và qua M.

Phương pháp. Ta có $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]\end{cases}$

10. Dạng 10. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc và cắt đường thẳng d'.

Phương pháp.

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A, vuông góc d'.



Nghĩa là mặt phẳng $(P):\begin{cases}\bullet\ Qua\ A\\ \bullet\ VTPT:\vec{n}_P=\vec{u}_{d'}\end{cases}$.

Tìm $B=d'\cap(P)$. Suy ra đường thẳng d qua A và B

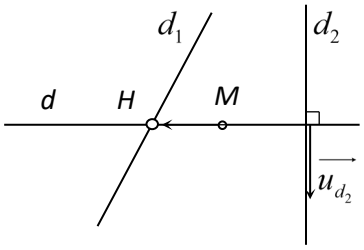
***Lưu ý**: Trường hợp d' là các trục tọa độ thì $d\equiv AB$, với B là hình chiếu của A lên trục.*

11. Dạng 11. Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm M và cắt đường thẳng d_1 và vuông góc d_2 cho trước.

Phương pháp. *Giả sử* $d\cap d_1=H,\ (H\in d_1,\ H\in d)$

$\Rightarrow H(x_1+a_1t;\ x_2+a_2t;\ x_3+a_2t)\in d_1.$

Vì $MH\perp d_2\Rightarrow\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_{d_2}}=0\Rightarrow t\Rightarrow H.$



Suy ra đường thẳng $d:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_d=\overrightarrow{MH}\end{cases}$

Dạng 12. d đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2:

• ***Cách 1*:** Gọi $M_1 \in d_1$, $M_2 \in d_2$ Từ điều kiện M, M_1, M_2 thẳng hàng ta tìm được M_1, M_2. Từ đó suy ra phương trình đường thẳng d.

• ***Cách 2*:** Gọi $(P)=(M_0,d_1)$, $(Q)=(M_0,d_2)$. Khi đó $d=(P)\cap(Q)$, do đó, một VTCP của d có thể chọn là $\vec{a}=\left[\vec{n}_P,\vec{n}_Q\right]$.

Dạng 13. d nằm trong mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2:

Tìm các giao điểm $A = d_1 \cap (P)$, $B = d_2 \cap (P)$. Khi đó d chính là đường thẳng AB.

Dạng 14. d song song với Δ và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2:

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ và d_1, mặt phẳng (Q) chứa Δ và d_2.

Khi đó $d=(P)\cap(Q)$.

Dạng 15. d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2 chéo nhau:

• ***Cách 1***: Gọi $M \in d_1$, $N \in d_2$. Từ điều kiện $\begin{cases} MN \perp d_1 \\ MN \perp d_2 \end{cases}$, ta tìm được M, N.

Khi đó, d là đường thẳng MN.

• **Cách 2:**

– Vì $d \perp d_1$ và $d \perp d_2$ nên một VTCP của d có thể là: $\vec{a}=\left[\vec{a}_{d_1},\vec{a}_{d_2}\right]$.

– Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa d và d_1, bằng cách:

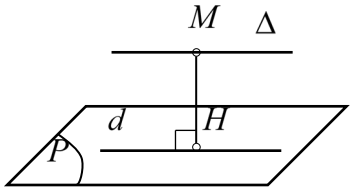
+ Lấy một điểm A trên d_1.

+ Một VTPT của (P) có thể là: $\vec{n}_P=\left[\vec{a},\vec{a}_{d_1}\right]$.

– Tương tự lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và d_1.

Khi đó $d=(P)\cap(Q)$.

Dạng 16. **Viết phương trình đường thẳng d là hình chiếu vuông góc của đường thẳng Δ lên mặt (P).**

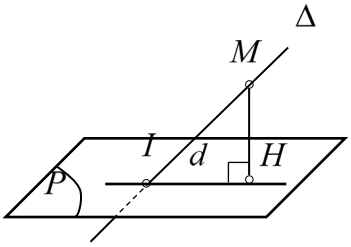


Phương pháp: Xét vị trí tương đối của đường thẳng Δ và (P).

• Nếu $\Delta \parallel (P)$.

Chọn một điểm M trên Δ.

Tìm H là hình chiếu của M lên (P).



Hình chiếu $d:\begin{cases} \text{Qua } H \\ \text{VTCP}: \vec{u}_d = \vec{u}_\Delta \end{cases}$.

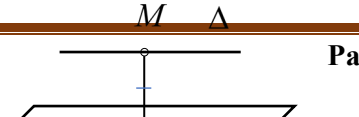
• Nếu $\Delta \cap (P) = I$.

Chọn một điểm $M \neq I$ trên Δ.

Tìm H là hình chiếu của M lên (P).

Hình chiếu vuông góc của Δ lên (P) là $d \equiv IH$.

Dạng 17. **Viết đường thẳng d là đường thẳng đối xứng với đường thẳng Δ qua mặt phẳng (P).**



Phương pháp: Xét vị trí tương đối của đường thẳng Δ và (P).

- Nếu $\Delta \parallel (P)$.

Chọn một điểm M trên Δ.

Tìm H là hình chiếu của M lên (P).

Tìm M' đối xứng với M qua (P).

Đường thẳng đối xứng $d:\begin{cases}\text{Qua } M'\\ \text{VTCP}:\vec{u}_d=\vec{u}_\Delta\end{cases}$.

- Nếu $\Delta\cap(P)=I$.

Chọn một điểm M trên Δ.

Tìm H là hình chiếu của M lên (P).

Tìm M' đối xứng với M qua (P).

Đường thẳng đối xứng $d:\begin{cases}\text{Qua } M'\\ \text{VTCP}:\vec{u}_d=\overrightarrow{IM'}\end{cases}$.

DẠNG 1.1 XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG KHI BIẾT YẾU TỐ VUÔNG GÓC

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{4}$.

C. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Gọi d là đường thẳng qua A và d cắt d_2 tại K. Khi đó $K(2+t;-1-t;1+t)$.

Ta có $\overrightarrow{AK}=(1+t;-t;t-2)$.

Đường $AK\perp d_1\Leftrightarrow \overrightarrow{AK}.\overrightarrow{u_1}=0$, với $\vec{u}_1=(1;4;-2)$ là một vectơ chỉ phương của d_1.

Do đó $1+t-4t-2t+4=0\Leftrightarrow t=1$, suy ra $\overrightarrow{AK}=(2;-1;-1)$.

Vậy phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;3)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz.

Gọi $N(0;0;t)=\Delta\cap Oz \Rightarrow \overrightarrow{MN}=(-1;0;t-1)$.

$\Delta\perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow t=\frac{4}{3}\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(-1;0;\frac{1}{3}\right)$. Khi đó $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\vec{u_1}=(-3;0;1)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;0;1)$ và có một vectơ chỉ phương $(-3;0;1)$ nên có phương

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-3}{3}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{-1}$, $d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2.

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-3}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{3}$.

C. $\frac{x-1}{6}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-3}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(2+t;-1-t;1+t)=d\cap d_2$ với $t\in\mathbb{R}$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(1+t;-t;-2+t)$ và $\vec{u_1}=(3;3;-1)$ là vectơ chỉ phương của d_1

Mặt khác $\overrightarrow{AM}.\vec{u_1}=0$ nên $3.(1+t)+3.(-t)-1.(-2+t)=0\Leftrightarrow t=5$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(6;-5;3)$ là 1 vectơ chỉ phương của d.

Vậy phương trình đường thẳng d : $\frac{x-1}{6}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-3}{3}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=t \\ y=-1-4t \\ z=6+6t \end{cases}$, $d':\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và d'?

A. $\frac{x-1}{17}=\frac{y+1}{14}=\frac{z-2}{9}$. **B.** $\frac{x-1}{14}=\frac{y+1}{17}=\frac{z+2}{9}$.

C. $\frac{x-1}{17}=\frac{y+1}{9}=\frac{z-2}{14}$. **D.** $\frac{x-1}{14}=\frac{y+1}{17}=\frac{z-2}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-4;6)$.

Đường thẳng d' có một vectơ chỉ phương $\vec{u'}=(2;1;-5)$.

Gọi Δ là đường thẳng qua M, vuông góc với d và d' nên có một vectơ chỉ phương là:

$\vec{u}_{\Delta}=\left[\vec{u},\vec{u'}\right]=(14;17;9)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ: $\frac{x-1}{14}=\frac{y+1}{17}=\frac{z-2}{9}$.

Câu 5: Cho hai đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$ và $(d_2):\frac{x}{1}=\frac{y-7}{-3}=\frac{z}{-1}$. Đường thẳng (Δ) là đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2). Phương trình nào sau đâu là phương trình của (Δ)

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-2}$. **B.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+1}{-2}$. **D.** $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+3}{-2}$.

Lời giải

Chọn A

Lấy điểm $M\in(d_1)$: $M(2+t_1;1+t_1;1+t_1)$

$N\in(d_2)$: $N(t_2;7-3t_2;-t_2)$

$\overrightarrow{MN}=(t_2-t_1-2;-3t_2-t_1+6;-t_2-t_1-1)$

Đường thẳng MN là đường vuông góc chung $\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_1}=0\\\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_2+t_1=1\\11t_2+3t_1=19\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_2=2\\t_1=-1\end{cases}$

Suy ra $M(1;0;0),N(2;1;-2)$ và $\overrightarrow{MN}(1;1;-2)$

Phương trình đường thẳng (Δ) đi qua M,N là: $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-2}$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+y+z=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P), cắt và vuông góc với d. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của Δ?

A. $\begin{cases}x=-2+4t\\y=3-5t\\z=3-7t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-3+4t\\y=5-5t\\z=4-7t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=1-5t\\z=-4-7t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-3+4t\\y=7-5t\\z=2-7t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Do Δ nằm trong nằm trong (P) và vuông góc với d nên Δ có véctơ chỉ phương là

$$\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{u_d}\right] = (4;-5;-7)$$

Gọi $A = \Delta \cap d$ thì $A = (P) \cap d \Rightarrow A(1;0;-3)$

Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = 1+4t \\ y = 0-5t \\ z = -3-7t \end{cases}$ hay $\begin{cases} x = -3+4t \\ y = 5-5t \\ z = 4-7t \end{cases}$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng: $d_1 : \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-1}{-2}$, $d_2 : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2.

A. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{6} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{5}$.

C. $\dfrac{x-1}{6} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z-3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u}_{d_1} = (1;4;-2)$

$d_2 : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$ nên phương trình tham số của $d_2 : \begin{cases} x = 2+t \\ y = -1-t \\ z = 1+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

Gọi đường thẳng d cắt đường thẳng d_2 tại $M(2+t;-1-t;1+t)$

Ta có: $\overrightarrow{AM} = (1+t;-t;t-2)$

Đường thẳng d đi qua $A;M$ nên vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1+t;-t;t-2)$

Theo đề bài d vuông góc $d_1 \Rightarrow \vec{u}_d \perp \vec{u}_{d_1} \Leftrightarrow \vec{u}_d . \vec{u}_{d_1} = 0 \Leftrightarrow 1.(1+t) + 4(-t) - 2(t-2) = 0 \Leftrightarrow t = 1$

$\Rightarrow \vec{u}_d = (2;-1;-1)$

Phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;-1;3)$ và có $\vec{u}_d = (2;-1;-1)$ có dạng:

$\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P):x-y+2z-6=0$. Đường thẳng nằm trong (P) cắt và vuông góc với d có phương trình là?

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{7}=\dfrac{z+5}{3}$.

B. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z-5}{3}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{7}=\dfrac{z+1}{3}$.

D. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+4}{7}=\dfrac{z-1}{3}$.

Lời giải

$\overrightarrow{n_P}=(1;-1;2)$, $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-3)$, Gọi $I=d\cap(P)$, $I\in d\Rightarrow I(2t;3+t;2-3t)$

$I\in(P)\Rightarrow 2t-(3+t)+2(2-3t)-6=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow I(-2;2;5)$

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Theo giả thiết $\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_d}\\ \overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_P}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{u_d}\right]=(1;7;3)$

Và đường thẳng Δ đi qua điểm I. Vậy $\Delta:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z-5}{3}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+3z-7=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+2}{-4}$; $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$. Đường thẳng vuông góc mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng $d_1;d_2$ có phương trình là

A. $\dfrac{x+7}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-6}{3}$

B. $\dfrac{x+5}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$

C. $\dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+1}{3}$

D. $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+2}{3}$

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm

$\Delta\cap d_1=M$ nên $M(-3+2t;-2-t;-2-4t)$

$\Delta\cap d_2=N$ nên $N(-1+3u;-1+2u;2+3u)$

$\overrightarrow{MN}=(2+3u-2t;1+2u+t;4+3u+4t)$

Ta có $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_{(P)}}$

Nên $\dfrac{2+3u-2t}{1}=\dfrac{1+2u+t}{2}=\dfrac{4+3u+4t}{3}$ ta giải hệ phương trình tìm được $\begin{cases}u=-2\\ t=-1\end{cases}$

Khi đó tọa độ điểm $M(-5;-1;2)$ và VTCP $\overrightarrow{MN}=(-2;-4-6)=-2(1;2;3)$

Phương trình tham số Δ là $\dfrac{x+5}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\begin{cases}x=-1+t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x+\frac{13}{5}}{1}=\dfrac{y-\frac{9}{5}}{1}=\dfrac{z-\frac{4}{5}}{1}$.

B. $\dfrac{x-\frac{1}{5}}{1}=\dfrac{y+\frac{3}{5}}{1}=\dfrac{z+\frac{2}{5}}{1}$.

C. $\dfrac{x-\frac{7}{5}}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-\frac{2}{5}}{1}$.

D. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử đường thẳng (d) vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 tai M,N

Ta có: $M(1+2a;-1-a;a)$, $N(-1+t;-1;-t)$, $\overrightarrow{NM}=(2a-t+2;-a;a+t)$.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;1;1)$

Vì MN vuông góc với mặt phẳng (P) nên $\overrightarrow{NM}$ cùng phương $\vec{n}$ $\Leftrightarrow\dfrac{2a-t}{1}=\dfrac{-a}{1}=\dfrac{a+t}{1}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{2}{5}\Rightarrow M\left(\dfrac{1}{5};-\dfrac{3}{5};-\dfrac{2}{5}\right)\\t=\dfrac{4}{5}\end{cases}$

Đường thẳng (d) qua điểm M nhận $\vec{n}$ làm vec tơ chỉ phương

Phương trình $d:\dfrac{x-\frac{1}{5}}{1}=\dfrac{y+\frac{3}{5}}{1}=\dfrac{z+\frac{2}{5}}{1}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M(0;1;1)$, vuông góc với đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=t\\y=1-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ và cắt đường thẳng $(d_2):\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$. Phương trình của (Δ) là?

A. $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=1+t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=0\\y=1\\z=1+t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=0\\y=1+t\\z=1\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $A(2t';1+t';t') \in (d_2)$ là giao điểm giữa đường thẳng (Δ) và đường thẳng (d_2)

Ta có vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_{d_1}} = (1;-1;0)$, $\overrightarrow{MA} = (2t';t';t'-1)$

Theo đề bài: $\overrightarrow{u_{d_1}}.\overrightarrow{MA} = 0 \Leftrightarrow 2t'-t' = 0 \Leftrightarrow t' = 0$

Suy ra $A(0;1;0)$

Khi đó vecto chỉ phương của đường thẳng (Δ) là $\overrightarrow{u_\Delta} = \overrightarrow{AM} = (0;0;1)$

Phương trình đường thẳng (Δ) qua $M(0;1;1)$ có vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta} = (0;0;1)$ có dạng:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1+t \end{cases}$$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ **C.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;1;2)$

Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d, nên nhận véc tơ chỉ phương của d là vecto pháp tuyến $(P): 1(x-1)+y+2(z-2) = 0 \Leftrightarrow x+y+2z-5 = 0$

Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng $d \Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

Vì $B \in (P) \Leftrightarrow (1+t)+t+2(-1+2t)-5 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow B(2;1;1)$

Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vecto $\overrightarrow{AB} = (1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1-3t \\ y = 0 \\ z = 1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1-3t \\ y = 0 \\ z = 1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1-3t \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 0 \\ z = 1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $N = \Delta \cap Oz$.

Ta có $N(0;0;c)$. Vì Δ qua M, N và $M \notin Oz$ nên $\overrightarrow{MN}(-1;0;c-1)$ là VTCP của Δ.

d có 1 VTCP $\vec{u}(1;2;3)$ và $\Delta \perp d$ nên

$\overrightarrow{MN} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow -1 + 3(c-1) = 0 \Leftrightarrow c = \frac{4}{3} \Rightarrow \overrightarrow{MN}(-1;0;\frac{1}{3})$.

Chọn $\vec{v}(-3;0;1)$ là 1 VTCP của Δ, phương trình tham số của đường thẳng Δ là

$$\begin{cases} x = 1-3t \\ y = 0 \\ z = 1+t \end{cases}.$$

Câu 14: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d_1 : \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d_2 : \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$ có phương trình

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4}$. **B.** $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$. **D.** $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $A = \Delta \cap d_1 ; B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow A(2+2t;3+3t;-4-5t), B(-1+3t';4-2t';4-t')$

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3t'-2t-3;-2t'-3t+1;-t'+5t+8)$.

Gọi $\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{u_{d_1}} = (2;3;-5), \overrightarrow{u_{d_2}} = (3;-2;-1)$ lần lượt là véc tơ chỉ phương của Δ, d_1, d_2 ta có:

$\begin{cases} \overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{u_{d_1}} \\ \overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{u_{d_2}} \end{cases}$. Chọn $\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{u_{d_1}}, \overrightarrow{u_{d_2}}\right] = (-13;-13;-13) = -13(1;1;1) = -13\vec{u}$.

Vì $\overrightarrow{AB}, \vec{u}$ đều là véc tơ chỉ phương của Δ nên ta có:

$$\overrightarrow{AB} = k\vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t'-2t-3 = k \\ -2t'-3t+1 = k \\ -t'+5t+8 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3t'-2t-k = 3 \\ -2t'-3t-k = -1 \\ -t'+5t-k = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 1 \\ t = -1 \\ k = 2 \end{cases} \Rightarrow A(0;0;1).$$

$\Rightarrow \Delta : \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-2z+9=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-3}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là:

A. $\Delta:\begin{cases}x=5t\\y=-1+t\\z=4+5t\end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases}x=2t\\y=t\\z=4-2t\end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=4+t\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=-t\\y=-1+2t\\z=4+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

$\begin{cases}\Delta\perp d\\ \Delta\subset(P)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_d}\\ \overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}\end{cases}$

$\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(5;0;5)$. Do đó một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta=(1;0;1)$

$\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=4+t\end{cases}$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$. **B.** $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M=d\cap\Delta\Rightarrow M\in d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}\Rightarrow M(2t-1;t;3t-2)$.

$M\in\Delta\subset(P)\Rightarrow M\in(P):x+2y+z-4=0\Rightarrow 2t-1+2t+3t-2-4=0\Rightarrow t=1\Rightarrow M(1;1;1)$.

Vì $\Delta\perp d$ và $\Delta\subset(P)\Rightarrow\Delta$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\vec{n};\vec{u}_d\right]=(5;-1;-3)$.

Vậy phương trình Δ là $\Delta:\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-3z-2=0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d. Đường thẳng d' có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$. **C.** $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=-3+2t\\y=-1+t\\z=\quad -t\end{cases}$.

Tọa độ giao điểm của d và (P) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}x=-3+2t\\y=-1+t\\z=\quad -t\\x+y-3z-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-3+2t\\y=-1+t\\z=\quad -t\\-3+2t-1+t+3t-2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=1\\x=-1\\y=0\\z=-1\end{cases}\Rightarrow d\cap(P)=M(-1;0;-1).$$

Vì d' nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d nên d' đi qua M và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_{d'}=\vec{n}_P\wedge\vec{u}_d=(2;-5;-1)$ hay d' nhận véc tơ $\vec{v}=(-2;5;1)$ làm véc tơ chỉ phương.

Phương trình của d': $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và $\Delta_2:\dfrac{x+2}{-4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(0;-2;-5)$. **B.** $N(1;-1;-4)$. **C.** $P(2;0;1)$. **D.** $Q(3;1;-4)$.

Lời giải

Gọi $A(-1+2t;-2+t;1+t)$ và $B(-2-4t';1+t';-2-t')$ là hai điểm lần lượt thuộc Δ_1 và Δ_2.

$\overrightarrow{AB}=(-1-2t-4t';3-t+t';-3-t-t')$. Δ_1 có VTCP $\vec{u}=(2;1;1)$; Δ_2 có VTCP $\vec{u'}=(-4;1;-1)$.

AB là đoạn vuông góc chung của Δ_1 và $\Delta_2\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\vec{u}=0\\\overrightarrow{AB}.\vec{u'}=0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2(-1-2t-4t')+(3-t+t')+(-3-t-t')=0\\-4(-1-2t-4t')+(3-t+t')-(-3-t-t')=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-6t-8t'=2\\8t+18t'=-10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t'=-1\end{cases}$$

Suy ra $A(1;-1;2)$ và $\overrightarrow{AB}=(1;1;-3)$.

Phương trình đường thẳng chứa đoạn vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2 là: $\begin{cases}x=1+t_1\\y=-1+t_1\\z=2-3t_1\end{cases}$.

Chỉ có điểm $Q(3;1;-4)$ có tọa độ thỏa mãn phương trình.

DẠNG 1.2 XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG KHI BIẾT YẾU TỐ SONG SONG

Câu 19: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-5}{-5}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $2x+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P).

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$.

B. $\Delta:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-4}{-2}$.

C. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$.

D. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z+4}{2}$.

Lời giải

Ta có $\vec{u}_d=(3;-5;-1)$ là véc tơ chỉ phương của d.

$\vec{n}_{(P)}=(2;0;1)$ là véc tơ pháp tuyến của (P).

$\left[\overrightarrow{u_d},n_{(p)}\right]=(-5;-5;10)$.

Do Δ vuông góc với d và song song với (P) nên $\vec{u}=(1;1;-2)$ là véctơ chỉ phương của Δ.

Khi đó, phương trình của Δ là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z+3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{1};d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$. Xét các điểm A,B lần lượt di động trên d_1 và d_2 sao cho AB song song với mặt phẳng (P). Tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-9;8;-5)$

B. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-5;9;8)$

C. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;-5)$

D. Một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;5;-2)$

Lời giải

Chọn A

$A\in d_1\Rightarrow A(3a;1-a;-1+a)$; $B\in d_2\Rightarrow B(2+b;1-2b;-3+b)$.

$\overrightarrow{AB}=(2+b-3a;-2b+a;b-2-a)$; $\vec{n}_P=(2;-1;2)$.

Do $AB//(P)$ nên $\overrightarrow{AB}.\vec{n}_P=0\Leftrightarrow a=\dfrac{2}{3}b$.

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

$I\left(\dfrac{3a+2+b}{2};\dfrac{2-2b-a}{2};\dfrac{-4+a+b}{2}\right)$ hay $I\left(1+\dfrac{3}{2}b;1-\dfrac{8}{6}b;-2+\dfrac{5}{6}b\right)$

Suy ra tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-9;8;-5)$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-4)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y-3z-7=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng Δ đi qua A, song song (P) và cắt đường thẳng d?

A. $\begin{cases} x=3+11t \\ y=2-54t \\ z=-4+47t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+54t \\ y=2+11t \\ z=-4-47t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+47t \\ y=2+54t \\ z=-4+11t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3-11t \\ y=2-47t \\ z=-4+54t \end{cases}$.

Lời giải

Gọi $\overrightarrow{n_{(P)}}=(3;-2;-3)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2;-4;1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(3;-2;2)$.

Giả sử $\Delta\cap d=M$ nên $M(2+3t;-4-2t;1+2t)$ khi đó vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{AM}=(3t-1;-2t-6;2t+5)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{n_{(P)}}=0$ nên $3(3t-1)-2(-2t-6)-3(2t+5)=0\Leftrightarrow t=\frac{6}{7}$.

Suy ra $\overrightarrow{AM}=\left(\frac{11}{7};-\frac{54}{7};\frac{47}{7}\right)$

Chọn vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ có tọa độ là $(11;-54;47)$ do đó phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases} x=3+11t \\ y=2-54t \\ z=-4+47t \end{cases}$.

Câu 22: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng $d:\frac{x+2}{3}=\frac{y-5}{-5}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):\ 2x+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P).

A. $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-4}{-2}$. **B.** $\Delta:\frac{x-1}{-1}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-4}{-2}$.

C. $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-4}{-2}$. **D.** $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z+4}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d:\frac{x+2}{3}=\frac{y-5}{-5}=\frac{z-2}{-1}$ có vec tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(3;-5;-1)$

Mặt phẳng $(P):\ 2x+z-2=0$ có vec tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;0;1)$

Đường thẳng Δ vuông góc với d nên vec tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_d}$,

Đường thẳng Δ song song với (P) nên $\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}$

Ta có $\overrightarrow{u_d}\wedge\vec{n}_{(P)}=(-5;-5;10)$.

Chọn vec tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;1;-2)$

Vậy phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P) là

$\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-4}{-2}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $x+y+z+1=0$, (Q): $x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3-2t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-3-t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2\\z=3+2t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t\end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases}\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)\\\vec{n}_{(Q)}=(1;-1;1)\end{cases}$ và $\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(2;0;-2)=2(1;0;-1)$. Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng, nên nhận véc tơ $(1;0;-1)$ làm véc tơ chỉ phương.

Câu 24: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P):x+y-1=0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=-1\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1\\z=-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{n}_{(Oxy)}=(1;1;0)$, $\vec{n}_{(Oxy)}=(0;0;1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy). Khi đó:

$\begin{cases}\vec{u}_d\perp\vec{n}_{(P)}\\\vec{u}_d\perp\vec{n}_{(Oxy)}\end{cases}\Rightarrow\vec{u}_d=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Oxy)}\right]=(1;-1;0)$. Vậy $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=-1\end{cases}$.

Câu 25: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1;5)$ và cùng song song với hai mặt phẳng (P): $x-y+z-4=0$, (Q): $2x+y+z+4=0$.

A. d: $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-5}{-3}$. **B.** $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-5}{-3}$.

C. $\frac{x+3}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+5}{-3}$. **D.** $\frac{x+3}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+5}{-3}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1;-1;1)$; mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=(2;1;1)$.

Nhận thấy $A\notin(P)$ và $A\notin(Q)$.

Gọi đường thẳng cần lập là d và $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của nó.

Ta chọn $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_Q},\overrightarrow{n_P}\right]=(2;-1;-3)$.

Mặt khác, d qua $A(3;-1;5)$ nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-5}{-3}$.

Câu 26: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha):x-2y+z-1=0$, $(\beta):2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y-2}{4}=\frac{z+1}{-2}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{5}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$. **D.** $\frac{x}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{1}$.

Lời giải

Chọn B

mp(α) có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;-2;1)$, mp$(\beta)$ có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(2;1;-1)$.

Đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}\right]=(1;3;5)$.

Phương trình của đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{5}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, song song với mặt phẳng (Oxy) và vuông góc với AB.

A. $\begin{cases}x=\frac{13}{98}-t\\ y=-\frac{40}{49}+2t\\ z=\frac{135}{98}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=\frac{13}{98}-2t\\ y=\frac{40}{49}+t\\ z=\frac{135}{98}\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=\frac{13}{98}+2t\\ y=\frac{40}{49}+t\\ z=\frac{135}{98}\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-\frac{13}{98}-t\\ y=\frac{40}{49}+2t\\ z=\frac{135}{98}\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $I(x;y;z)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, ta có:

$$\begin{cases} AI = BI \\ AI = CI \\ I \in (ABC) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y-2)^2 + z^2 \\ (x-1)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + y^2 + (z-3)^2 \\ \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4y = -3 \\ 2x - 6z = -8 \\ 6x + 3y + 2z = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{98} \\ y = \frac{40}{49} \\ z = \frac{135}{98} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{13}{98}; \frac{40}{49}; \frac{135}{98}\right).$$

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1;2;0)$.

Mặt phẳng (Oxy) có 1 véc tơ pháp tuyến $\vec{k} = (0;0;1)$.

Theo giả thiết đường thẳng Δ cần tìm có 1 véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta} = \left[\overrightarrow{AB}, \vec{k}\right] = (2;1;0)$.

Phương trình tham số của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = \frac{13}{98} + 2t \\ y = \frac{40}{49} + t \\ z = \frac{135}{98} \end{cases}$.

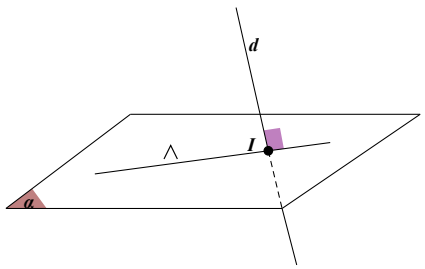
Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2z - 6 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) cắt đồng thời vuông góc với d.

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+2}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}$. **D.** $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn B



Giao điểm I của d và (α) là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-1-t \\ x-2z-6=0 \end{cases} \Rightarrow I(2;4;-2).$

Mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;0;-2)$; đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Khi đó đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $[\vec{n},\vec{u}]=(2;-1;1).$

Đường thẳng Δ qua điểm $I(2;4;-2)$ và có một vectơ chỉ phương $[\vec{n},\vec{u}]=(2;-1;1)$ nên có phương trình chính tắc: $\frac{x-2}{2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z+2}{1}.$

Câu 29: Trong không gian Oxyz, cho ba đường thẳng $d_1:\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-2}$; $d_2:\frac{x+1}{3}=\frac{y}{-2}=\frac{z+4}{-1}$ và $d_3:\frac{x+3}{4}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3, cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-3}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{6}$. **B.** $\frac{x-3}{-4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-6}$.

C. $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{-1}=\frac{z-4}{6}$. **D.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{-1}=\frac{z+4}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Từ $d_1:\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-2}\Rightarrow d_1:\begin{cases} x=3+2t \\ y=-1+t \\ z=2-2t \end{cases}$; từ $d_2:\frac{x+1}{3}=\frac{y}{-2}=\frac{z+4}{-1}\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{u_2}=(3;-2;-1) \\ A(-1;0;-4) \end{cases}$;

Từ $d_3:\frac{x+3}{4}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{6}\Rightarrow \overrightarrow{u_3}=$

Gọi là mặt phẳng chứa d_2 và song song với d_3

$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{u_2};\overrightarrow{u_3}\right]=\left(\begin{vmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 6 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 6 & 4 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}\right)=(-13;-22;5) \\ A(-1;0;-4)\in(\mathrm{P}) \end{cases}$$

$\Rightarrow (P):-13(x+1)-22y+5(z+4)=0\Leftrightarrow (P):13x+22y-5z-7=0$

Gọi B là giao điểm của và d_1. Đường thẳng đi qua B và song song với d_3 chính là đường thẳng cần tìm.

Gọi B. Thay tọa độ B vào : 13 + 22 – 5 – 7 = 0

$\Rightarrow t=0\Rightarrow B$

Vì đường thẳng cần tìm song song với nên có các véc tơ chỉ phương là $n.\overrightarrow{u_3}$ $(n\neq 0;n\in\mathbb{Z})$

Như vậy chỉ có đáp án B là hợp lý.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$, $d_2:\begin{cases}x=-1+3t\\y=-2t\\z=-4-t\end{cases}$, $d_3:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Đường thẳng song song với d_3 và cắt đồng thời d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-4}{6}$. **B.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+4}{6}$.

C. $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{6}$. **D.** $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Δ đường thẳng song song với d_3 và cắt d_1 và d_2.

$\vec{u}_\Delta;\vec{u}_3$ lần lượt là véctơ chỉ phương của Δ và d_3.

Ta có $\Delta\cap d_1=A\Rightarrow A(2x+3;x-1;-2x+2)$; $\Delta\cap d_2=B\Rightarrow B(-1+3y;-2y;-4-y)$.

$\overrightarrow{AB}=(3y-2x-4;-2y-x+1;-y+2x-6)$.

Vì $\Delta//d_3\Rightarrow\vec{u}_\Delta=k\vec{u}_3\Rightarrow\dfrac{3y-2x-4}{4}=\dfrac{-2y-x+1}{-1}=\dfrac{-y+2x-6}{6}$.

$\Rightarrow\begin{cases}2x-3y+4=-8y-4x+4\\-12y-6x+6=y-2x+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x+5y=0\\-13y+4x=0\end{cases}\Leftrightarrow x=y=0$.

Từ đó suy ra: $A(3;-1;2);B(-1;0;-4)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-4;1;-6)$ là véctơ chỉ phương của Δ.

Phương trình Δ là: $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P):x+y-3=0$ và $(Q):2x-y+z-3=0$.

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=3-t\\z=-2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=3+t\\z=-2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=-2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-2-3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Hai mặt phẳng $(P):x+y-3=0$ và $(Q):2x-y+z-3=0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là:

$\overrightarrow{n_P}=(1;1;0);\overrightarrow{n_Q}=(2;-1;1)$.

Giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có vectơ chỉ phương: $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(1;-1;-3)$.

Đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+y-3=0$ và $(Q): 2x-y+z-3=0$ nhận vectơ $\vec{u}$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=1+t \\ y=3-t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-5=0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm A song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d là:

A. $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-2}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-2}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-3}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$d: \frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{2} \Rightarrow d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(1;2;2)$.

$(P): 2x+y+2z-5=0 \Rightarrow (P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(2;1;2)$.

Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d

$\Rightarrow \Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{v}=\left[\vec{u},\vec{n}\right]=(2;2;-3)$, và đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;1;-2) \Rightarrow$ Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-3}$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+9=0$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P).

A. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.

D. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Ta có: (P) có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}=(1;1;-1)$.

d có vectơ chỉ phương là: $\vec{u}=(1;3;2)$ và $B(3;3;0)\in d$.

Δ có vectơ chỉ phương là: $\overrightarrow{u_\Delta}=(a;b;c)$ và $A(1;2;-1)\in\Delta$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2;1;1); d\,\|(P) \Leftrightarrow \overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=0 \Leftrightarrow a+b-c=0 \Leftrightarrow c=a+b \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=(a;b;a+b)$.

Do d cắt $\Delta \Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right].\overrightarrow{u_\Delta}=0 \Leftrightarrow 2a+b=0 \Leftrightarrow b=-2a$.

Chọn $a=-1\Rightarrow b=2\Rightarrow c=1\Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=(-1;2;1)\Rightarrow \Delta:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

Kết luận: $\Delta:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

Cách 2:

Ta có: (P) có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Δ có vectơ chỉ phương là: $\overrightarrow{u_\Delta}=(a;b;c)$ và $A(1;2;-1)\in\Delta$.

Do Δ song song với mặt phẳng $(P)\Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=0$.

Nhận xét đáp án A: $\overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=0$.

Nhận xét đáp án B: $\overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=4\neq 0\Rightarrow$ loại đáp án **B.**

đáp án C: $\overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=2\neq 0\Rightarrow$ loại đáp án **C.**

đáp án D: $\overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=2\neq 0\Rightarrow$ loại đáp án **D.**

Kết luận: Chọn đáp án **A.**

Câu 34: Trong không gian, cho mặt phẳng (P): $x+y-z-4=0$ và điểm $A(2;-1;3)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với (P), biết Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$, đồng thời Δ đồng phẳng và không song song với Oz. Tính $\dfrac{a}{c}$.

A. $\dfrac{a}{c}=2$. **B.** $\dfrac{a}{c}=-2$. **C.** $\dfrac{a}{c}=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{a}{c}=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

(P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Δ đi qua điểm $A(2;-1;3)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$.

Oz đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Δ không song song với $Oz\Leftrightarrow a:b:c\neq 0:0:1$.

Δ đồng phẳng với $Oz\Leftrightarrow$ Ba vectơ $\vec{u};\vec{k};\overrightarrow{OA}$ đồng phẳng

$\Leftrightarrow\left[\vec{k},\overrightarrow{OA}\right]\vec{u}=0\Leftrightarrow a+2b=0\Leftrightarrow a=-2b$.

Do $\Delta//(P)\Rightarrow\vec{u}\perp\vec{n}\Leftrightarrow\vec{u}.\vec{n}=\vec{0}\Leftrightarrow a+b-c=0\Rightarrow c=-b$. Suy ra $\dfrac{a}{c}=2$.

DẠNG 1.3 PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG HÌNH CHIẾU, ĐỐI XỨNG

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-3}{-6}=\dfrac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (α).

A. $\frac{x}{11}=\frac{y+5}{-17}=\frac{z-4}{-2}$. **B.** $\frac{x}{11}=\frac{y-5}{-17}=\frac{z+4}{-2}$.

C. $\frac{x}{11}=\frac{y-5}{-17}=\frac{z-4}{-2}$. **D.** $\frac{x}{11}=\frac{y-5}{-17}=\frac{z-4}{2}$.

Lời giải

Mặt phẳng $(\alpha):2x+y+z-3=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2;1;1)$.

Gọi tọa độ giao điểm của d và (α) là I thì $I(-22;39;8)$.

Lấy $A(-4;3;2)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (α).

Suy ra phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=-4+2t\\y=3+t\\z=2+t\end{cases}$

Gọi H là hình chiếu của A lên (α) thì $H=\Delta\cap(\alpha)\Rightarrow H(-2;4;3)$.

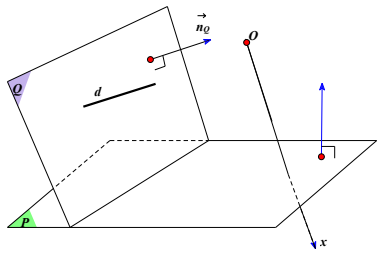
A' đối xứng với A qua $(\alpha)\Leftrightarrow H$ là trung điểm $AA'\Rightarrow A'(0;5;4)$.

Đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng $(\alpha)\Rightarrow d'$ đi qua điểm I,A' có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{A'I}=(22;-34;-4)=2(11;-17;-2)$ có phương trình là: $\frac{x}{11}=\frac{y-5}{-17}=\frac{z-4}{-2}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P), d' nhận $\vec{u}=(a;b;2019)$ là một vectơ chỉ phương. Xác định tổng $(a+b)$.

A. 2019. **B.** -2019. **C.** 2018. **D.** -2020.

Lời giải



Chọn $A(1;2;-1)\in d;\vec{u}_d=(2;1;3);\left[\vec{u},\vec{i}\right]=(0;3;-1)$.

Ta thấy $\left[\vec{u}_d;\vec{i}\right].\overrightarrow{OA}=7\neq 0\Rightarrow d$ và Ox chéo nhau.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và song song với Ox.

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_Q=\left[\vec{u}_d;\vec{i}\right]=(0;3;-1)$.

Hình chiếu d' của d trên mặt phẳng (P) là đường giao tuyến giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

d' có một vectơ chỉ phương là $\left[\vec{n}_Q;\vec{n}_P\right]=(-4;1;3)\Rightarrow \vec{u}=673\left[\vec{n}_Q;\vec{n}_P\right]=(-2692;673;2019)$ cũng là một vectơ chỉ phương.

Vậy $a+b=-2019$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x+y-z+6=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z}{5}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (α) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z-1}{5}$. **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

C. $\dfrac{x+5}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{5}$. **D.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

Lời giải

Mặt phẳng $(\alpha):x+y-z+1=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;1;-1)$.

Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z}{5}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;3;5)$.

Vì $\vec{n}.\vec{u}=1.2+1.3+(-1).5=0$ nên $d//(\alpha)$.

Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên $(\alpha)\Rightarrow d'//d$.

Lấy $A(1;-4;0)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (α).

Suy ra phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=1+t\\y=-4+t\\z=-t\end{cases}$.

Gọi A' là hình chiếu của A lên (α) thì $A'=\Delta\cap(\alpha)\Rightarrow A'(0;-5;1)$.

Đường thẳng d' là đường thẳng đi qua $A'(0;-5;1)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;3;5)$ có phương trình là $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

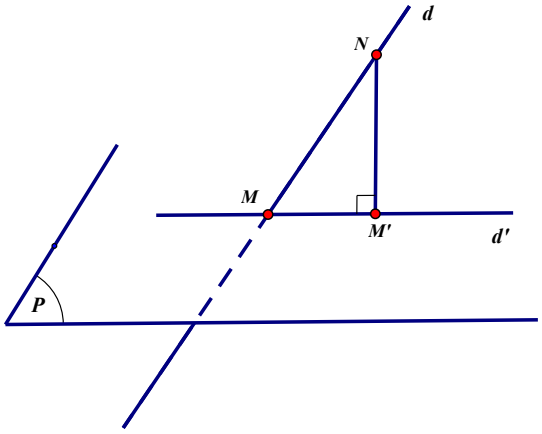
Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

A. $d':\dfrac{x+2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $d':\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $d':\dfrac{x+2}{7}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $d':\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{2}$.

Lời giải

Chọn B



+) Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=-2+2t\\y=4-2t\\z=-1+t\end{cases}$, $t\in R$. Gọi $M=(-2+2t;4-2t;-1+t)$ là giao điểm của d và (P) $\Rightarrow(-2+2t)+(4-2t)-(-1+t)-1=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow M=(2;0;1)$.

+) Mặt phẳng (P) có 1 vector pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-1)$. Điểm $N=(0;2;0)\in d$.

Gọi Δ là đường thẳng qua $N(0;2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) $\Rightarrow$ Δ nhận vector $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-1)$ làm vector chỉ phương. Suy ra phương trình của Δ là:

$(\Delta):\dfrac{x-0}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-0}{-1}\Leftrightarrow(\Delta):\begin{cases}x=c\\y=2+c\\z=-c\end{cases}$, $c\in R$. Gọi $M'=(c;2+c;-c)$ là giao điểm của Δ với mặt phẳng (P) $\Rightarrow c+(2+c)-(-c)-1=0\Leftrightarrow c=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow M'\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

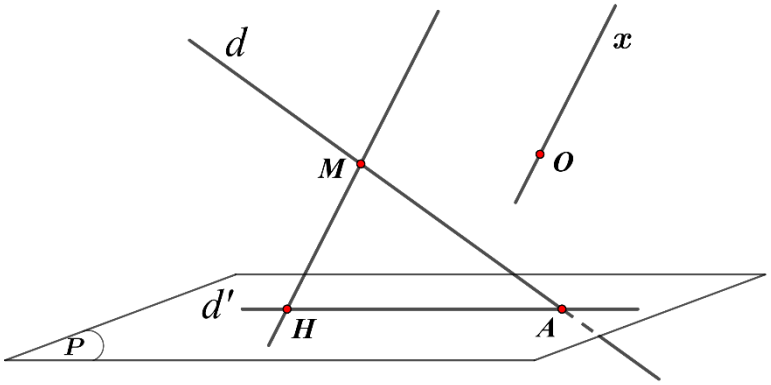
+) $\overrightarrow{MM'}=\left(-\dfrac{7}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$, đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) nên d' chính là đường thẳng MM', suy ra d' đi qua $M(2;0;1)$ và nhận vector $\vec{u}=-3\overrightarrow{MM'}=(7;-5;2)$ làm vector chỉ phương nên phương trình của d' là:

$d':\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{2}$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P); d' nhận $\vec{u}(a;b;2019)$ làm một véctơ chỉ phương. Xác định tổng $a+b$.

A. 2019 **B.** –2019 **C.** 2018 **D.** –2020

Lời giải



• Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)$.

Đường thẳng d có véctơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(2;1;3)$, đường thẳng chứa trục Ox có có véctơ chỉ phương $\vec{i}=(1;0;0)$.

• Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và song song trục Ox.

Khi đó (Q) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)}=\left[\vec{u}_d,\vec{i}\right]=(0;3;-1)$.

• Đường thẳng d' chính là giao tuyến của (P) và (Q).

$\Rightarrow$ Vectơ chỉ phương của d' là $\vec{u}_1=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(-4;1;3)$.

Suy ra: $\vec{u}(-2692;673;2019)$ cũng là chỉ phương của d'.

Ta có: $a+b=-2692+673=-2019$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) có phương trình là đường thẳng d'. Trong các điểm sau điểm nào thuộc đường thẳng d':

A. $M(2;5;-4)$. **B.** $P(1;3;-1)$. **C.** $N(1;-1;3)$. **D.** $Q(2;7;-6)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A=d\cap(P)$. Vì $A\in d:\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=2-t\end{cases}\Rightarrow A(t;-1+2t;2-t)$.

Mặt khác $A\in(P)\Rightarrow t-1+2t+2-t-3=0\Leftrightarrow t=1$. Vậy $A(1;1;1)$.

Lấy $B(0;-1;2)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng qua B và vuông góc (P).

Thì $\Delta:\begin{cases}x=t'\\y=-1+t'\\z=2+t'\end{cases}$. Gọi C là hình chiếu của B lên (P).

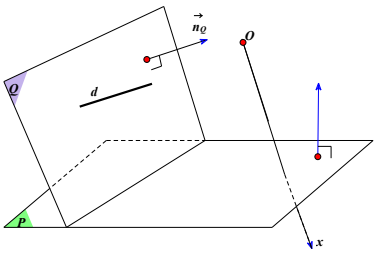
Suy ra $C\in\Delta\Rightarrow C(t';-1+t';2+t')$.

Mặt khác $C\in(P)\Rightarrow t'-1+t'+2+t'-3=0\Leftrightarrow t'=\dfrac{2}{3}$. Vậy $C\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{-1}{3};\dfrac{8}{3}\right)$.

Lúc này d' qua $A(1;1;1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AC}=\left(\frac{-1}{3};\frac{-4}{3};\frac{5}{3}\right)$. Hay d' nhận $\vec{u}=(1;4;-5)$ làm một vectơ chỉ phương.

Suy ra $d':\begin{cases}x=1+s\\y=1+4s\\z=1-5s\end{cases}$. Vậy điểm thuộc đường thẳng d' là $M(2;5;-4)$.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P), d' nhận $\vec{u}=(a;b;2019)$ là một vectơ chỉ phương. Xác định tổng $(a+b)$.



A. 2019. **B.** −2019. **C.** 2018. **D.** −2020.

Lời giải

Chọn B

Chọn $A(1;2;-1)\in d;\vec{u}_d=(2;1;3);\left[\vec{u},\vec{i}\right]=(0;3;-1)$.

Ta thấy $\left[\vec{u}_d;\vec{i}\right].\overrightarrow{OA}=7\neq 0\Rightarrow d$ và Ox chéo nhau.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và song song với Ox.

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_Q=\left[\vec{u}_d;\vec{i}\right]=(0;3;-1)$.

Hình chiếu d' của d trên mặt phẳng (P) là đường giao tuyến giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

d' có một vectơ chỉ phương là $\left[\vec{n}_Q;\vec{n}_P\right]=(-4;1;3)\Rightarrow\vec{u}=673\left[\vec{n}_Q;\vec{n}_P\right]=(-2692;673;2019)$ cũng là một vectơ chỉ phương.

Vậy $a+b=-2019$..

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):2x+y+2z-1=0$. Gọi d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P), véc tơ chỉ phương của đường thẳng d' là

A. $\overrightarrow{u_3}=(5;-6;-13)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(5;-4;-3)$.

C. $\overrightarrow{u_4}=(5;16;13)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(5;16;-13)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;1;2)$ và có 1 véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(1;2;-1)$.

Mặt phẳng (P) có 1 véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;1;2)$.

Gọi $\overrightarrow{u_{d'}}$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d'.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P). Khi đó (Q) đi qua điểm $A(1;1;2)$ và có 1 véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(5;-4;-3)$.

d' là hình chiếu của đường thẳng d trên mặt phẳng $(P)\Leftrightarrow d'=(P)\cap(Q)$ nên $\begin{cases}\overrightarrow{u_{d'}}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}\\ \overrightarrow{u_{d'}}\perp\overrightarrow{n_Q}\end{cases}$. Véc tơ chỉ phương của đường thẳng d' là $\overrightarrow{u_{d'}}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(5;16;-13)$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P): $x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{5}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z+5}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-1;2)$ và có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(1;2;-1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P).

(Q) đi qua điểm $M(0;-1;2)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_P}\right]=(3;-2;-1)$.

$\Rightarrow(Q):3x-2y-z=0$.

Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d trên (P), khi đó tập hợp các điểm thuộc Δ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}3x-2y-z=0\\ x+y+z-3=0\end{cases}$ (I).

Trong hệ (I) cho $z=1$, ta được $x=1$, $y=1$. Vậy điểm $A(1;1;1)$ thuộc Δ.

Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(1;4;-5)$ nên có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$.

Cách 2: Gọi $A=d\cap(P)$.

$A\in d\Rightarrow A(t;-1+2t;2-t)$.

$A\in(P)\Rightarrow t+(-1+2t)+(2-t)-3=0\Rightarrow 2t-2=0\Rightarrow t=1\Rightarrow A(1;1;1)$.

Lấy điểm $M(0;-1;2)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P). Khi đó Δ có phương trình tham số là $\begin{cases}x=t\\y=-1+t\\z=2+t\end{cases}$.

Gọi $B=\Delta\cap(P)$.

$B\in\Delta\Rightarrow B(t;-1+t;2+t)$.

$B\in(P)\Rightarrow t+(-1+t)+(2+t)-3=0\Rightarrow 3t-2=0\Rightarrow t=\frac{2}{3}\Rightarrow B\left(\frac{2}{3};\frac{-1}{3};\frac{8}{3}\right)$.

Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=-3.\overrightarrow{AB}=-3.\left(\frac{-1}{3};\frac{-4}{3};\frac{5}{3}\right)=(1;4;-5)$ nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$.

DẠNG 1.4 XÁC ĐỊNH MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG ĐẶC BIỆT

Hai đường thẳng d_1,d_2 cắt nhau tại điểm $A(x_0;y_0;z_0)$ và có vécto chỉ phương |ân lượt là $\overrightarrow{u_1}(a_1;b_1;c_1),\overrightarrow{u_2}(a_2;b_2;c_2)$

Đường thẳng phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng này có vécto chỉ phương được xác định theo công thức

$$\vec{u}=\frac{1}{|u_1|}\cdot\overrightarrow{u_1}\pm\frac{1}{|u_2|}\cdot\overrightarrow{u_2}=\frac{1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}}(a_1;b_1;c_1)\pm\frac{1}{\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}(a_2;b_2;c_2)$$

Chi tiết có hai phân giác:

Nếu $\overrightarrow{u_1}\overrightarrow{u_2}>0\Rightarrow\vec{u}=\frac{1}{|u_1|}\cdot\overrightarrow{u_1}+\frac{1}{|u_2|}\cdot\overrightarrow{u_2}$ là vécto chỉ phương của phân

giác tạo bởi góc nhọn giữa hai đường thẳng và $\vec{u}=\frac{1}{|u_1|}\cdot\overrightarrow{u_1}-\frac{1}{|u_2|}\cdot\overrightarrow{u_2}$ là vécto chỉ phương của

phân giác tạo bởi góc tù giữa hai đường thẳng.

Nếu $\overrightarrow{u_1}\overrightarrow{u_2}>0\Rightarrow\vec{u}=\frac{1}{|u_1|}\cdot\overrightarrow{u_1}+\frac{1}{|u_2|}\cdot\overrightarrow{u_2}$ là vécto chỉ phương của phân

giác tạo bởi góc tù giữa hai đường thẳng và $\vec{u}=\frac{1}{|u_1|}\cdot\overrightarrow{u_1}-\frac{1}{|u_2|}\cdot\overrightarrow{u_2}$ là vécto chỉ phương của phân

giác tạo bởi góc nhọn giữa hai đường thẳng.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2), B(2;0;5), C(0;-2;1)$. Viết phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC.

A. $AM:\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-2}{1}$ **B.** $AM:\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z+2}{1}$

C. $AM:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{4}=\dfrac{z+2}{-1}$ **D.** $AM:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+4}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x;y;z)$ là trung điểm BC. Khi đó $M(1;-1;3)$

Ta có $\overrightarrow{AM}=vtcp\vec{u}=(2;-4;1)$

PTĐT $AM:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-2}{1}$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, đường thẳng d đi qua A cắt chiều âm trục Oy tại điểm B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 1. Phương trình tham số đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=1-2t\\y=t\\z=0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-t\\z=0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-2t\\y=-t\\z=0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2-2t\\y=t\\z=1\end{cases}$.

Lời giải

Gọi $B(0;b;0)$ là giao điểm của d với trục Oy.

Ta có $OA=2$ và tam giác OAB vuông tại O nên $S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}OA.OB=1\Rightarrow OB=1$

Suy ra $B(0;-1;0)$. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;-1;0)$ là một vec tơ chỉ phương của d.

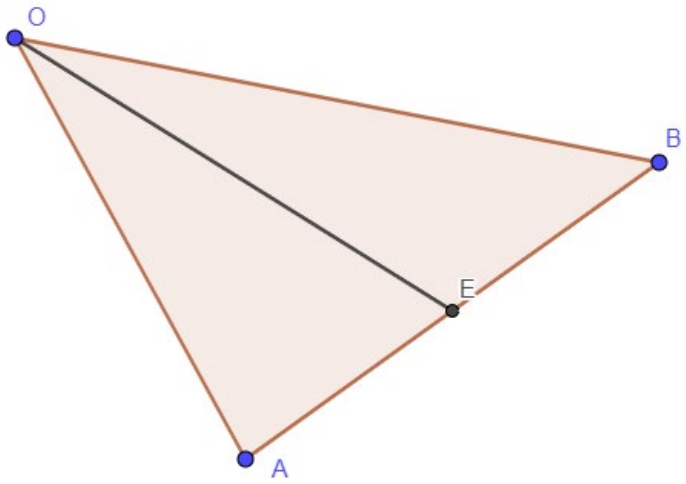
Và đường thẳng d đi qua điểm $A(2;0;0)$ nên $\begin{cases}x=2-2t\\y=-t\\z=0\end{cases}$.

Câu 46: Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(2;2;1),B(\dfrac{-8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3})$. Đường phân giác trong của tam giác OAB có phương trình là

A. $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=4t\\y=t\\z=-t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=14t\\y=2t\\z=-5t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=2t\\y=14t\\z=13t\end{cases}$

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$$\overrightarrow{EA}=-\frac{OA}{OB}.\overrightarrow{EB}=-\frac{\sqrt{4+4+1}}{\sqrt{\frac{64}{9}+\frac{16}{9}+\frac{64}{9}}}.\overrightarrow{EB}=-\frac{3}{4}.\overrightarrow{EB}=\frac{3}{4}.\overrightarrow{BE}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2-x=\frac{3}{4}\left(x+\frac{8}{3}\right)\\2-y=\frac{3}{4}\left(y-\frac{4}{3}\right)\\1-z=\frac{3}{4}\left(z-\frac{8}{3}\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=\frac{12}{7}\\z=\frac{12}{7}\end{cases}$$

$$\overrightarrow{OE}=\left(0;\frac{12}{7};\frac{12}{7}\right)\Rightarrow\vec{u}=(0;1;1)$$

$$\Delta:\begin{cases}qua\ \mathrm{O}\\VTCP\ \vec{u}\end{cases}\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=0\\y=t\\z=t\end{cases}$$

Câu 47: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1\begin{cases}x=4+t\\y=-4-t\\z=6+2t\end{cases}$; $d_2:\frac{x-5}{2}=\frac{y-11}{4}=\frac{z-5}{2}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ cắt $d_1;d_2$ lần lượt ở B,C.Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

$B\in d_1\Rightarrow B(4+t;-4-t;6+2t)$. PT tham số của $d_2:\begin{cases}x=5+2s\\y=11+4s\\z=5+2s\end{cases}$.

$C \in d_2 \Rightarrow C(5+2s;11+4s;5+2s)$. Khi đó: $\overrightarrow{AB}=(1-t;-1-t;2t+1); \overrightarrow{AC}=(2s;4s+14;2s)$.

Do A,B,C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}: \overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t-1=2ks \\ -t-1=4ks+14k \\ 2t+1=2ks \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-2 \\ s=-3 \\ k=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$. Do đó: $\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC} \Rightarrow \dfrac{AB}{AC}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 48: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $M(1;2;3)$, $A(2;4;4)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y-2z+1=0$, $(Q): x-2y-z+4=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M, cắt $(P),(Q)$ lần lượt tại B,C sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm đường trung tuyến.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Lời giải

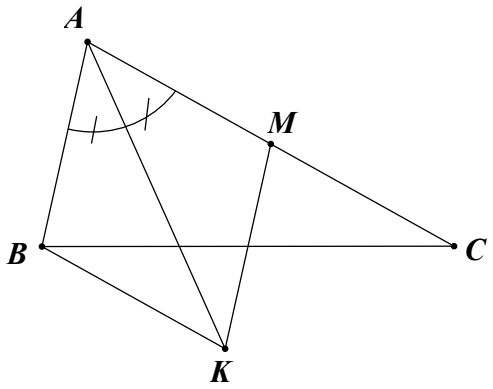
Điểm B thuộc mặt (P) nên $B(2c-b-1;b;c)$ vì $M(1;2;3)$ là trung điểm BC nên $C(3-2c+b;4-b;6-c)$. Do C thuộc mặt (Q) nên $3c-c-7=0 \Leftrightarrow c=3b-7$. Khi đó $B(5b-15;b;3b-7)$, $C(-5b+17;4-b;13-3b)$. $\overrightarrow{BC}(-10b+32;-2b+4;-6b+20)$. ABC cân tại A nên $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AM}=0 \Leftrightarrow 20b-60=0 \Leftrightarrow b=3 \Rightarrow B(0;3;2)$. Đường thẳng Δ đi qua $M(1;2;3)$ và $B(0;3;2)$ có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(2;1;0), B(3;0;2), C(4;3;-4)$. Viết phương trình đường phân giác trong góc ***A.***

A. $\begin{cases} x=2 \\ y=1+t \\ z=0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;2)$ và $\overrightarrow{AC}=(2;2;-4)$.

Gọi M là trung điểm AC, ta có $M(3;2;-2)$, $\overrightarrow{AM}=(1;1;-2)$.

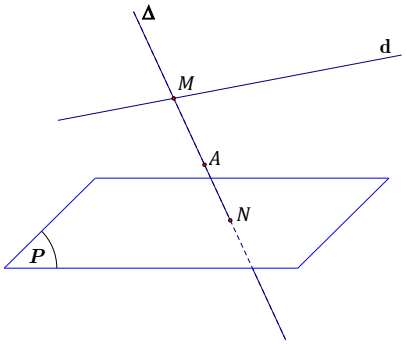
Do đó ΔABM cân tại A. Gọi K là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AB}=(2;0;0)$. Khi đó AK là tia phân giác trong góc $\widehat{BAC}$.

Vậy phương trình đường phân giác trong góc $\widehat{BAC}$ là $\begin{cases}x=2+t\\y=1\\z=0\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$ và $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Một vectơ chỉ phương của Δ là

A. $\vec{u}=(4;5;-13)$. **B.** $\vec{u}=(2;3;2)$. **C.** $\vec{u}=(1;-1;2)$. **D.** $\vec{u}=(-3;5;1)$.

Lời giải



Ta có $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}\Rightarrow\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$. Do đó $M\in d\Rightarrow M(-1+2t;t;2+t)$.

Vì $A(1;-1;2)$ là trung điểm $MN\Rightarrow N(3-2t;-2-t;2-t)$.

Mặt khác $N\in(P)\Rightarrow 3-2t-2-t-2(2-t)+5=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow M(3;2;4)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(2;3;2)$ là một vectơ chỉ phương của Δ.

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ biết $A(1;0;1)$, $B(1;0;-3)$ và điểm D có hoành độ âm. Mặt phẳng $(ABCD)$ đi qua gốc tọa độ O. Khi đó đường thẳng d là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ có phương trình

A. $d:\begin{cases}x=-1\\y=t\\z=-1\end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases}x=1\\y=t\\z=-1\end{cases}$. **C.** $d:\begin{cases}x=-1\\y=t\\z=1\end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases}x=t\\y=1\\z=t\end{cases}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;0;-4)=-4(0;0;1)$. Hay AB có véc-tơ chỉ phương $\vec{k}=(0;0;1)$.

Mặt phẳng $(ABCD)$ có một véc-tơ pháp tuyến: $\left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right]=(0;4;0)=4(0;1;0)$, hay $\vec{j}=(0;1;0)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$.

Vì $\begin{cases}AD\perp AB\\ AD\subset(ABCD)\end{cases}$ nên $\begin{cases}\overrightarrow{AD}\perp\vec{k}\\ \overrightarrow{AD}\perp\vec{j}\end{cases}$. Đường thẳng AD có véc-tơ chỉ phương là $\left[\vec{j};\vec{k}\right]=(1;0;0)$.

Phương trình đường thẳng AD là: $\begin{cases}x=1+t\\ y=0\\ z=1\end{cases}$.

Do đó $D(1+t;0;1)$.

Mặt khác $AD=AB\Leftrightarrow\sqrt{t^2+0^2+(1-1)^2}=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=4\\ t=-4\end{array}\right.$.

Vì điểm D có hoành độ âm nên $D(-3;0;1)$.

Vì tâm I của hình vuông $ABCD$ là trung điểm BD, nên $I=(-1;0;-1)$.

Đường thẳng d là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{j}=(0;1;0)$, nên phương trình đường thẳng d là: $d:\begin{cases}x=-1\\ y=t\\ z=-1\end{cases}$.

Câu 52: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{3}$ và $\Delta_2:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-3}$ cắt nhau và cùng nằm trong mặt phẳng (P). Lập phương trình đường phân giác d của góc nhọn tạo bởi Δ_1, Δ_2 và nằm trong mặt phẳng (P).

A. $d:\begin{cases}x=-1\\ y=2\\ z=-1+t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

B. $d:\begin{cases}x=-1+t\\ y=2\\ z=-1+2t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

C. $d:\begin{cases}x=-1+t\\ y=2-2t\\ z=-1-t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

D. $d:\begin{cases}x=-1+t\\ y=2+2t\\ z=-1\end{cases},(t\in\mathbb{R})$

Lời giải

Nhận thấy $A(-1;2;-1)$ là giao điểm của Δ_1 và Δ_2.

Δ_1 có VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(1;2;3)$

Δ_2 có VTCP là $\overrightarrow{u_2}=(1;2;-3)$.

$\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]=(-12;6;0)=-6(2;-1;0)$.

Phương trình mặt phẳng (P): $2x-y+4=0$.

Gọi $\vec{u}=(a;b;c)$ là VTCP của d cần tìm.

Ta có d nằm trong mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng Δ_1, $\Delta_2 \Rightarrow \vec{u} \perp \left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]$

$\Rightarrow 2a-b=0 \Rightarrow b=2a$

Lại có d là phân giác của Δ_1, Δ_2

$$\Rightarrow \cos(d,\Delta_1)=\cos(d,\Delta_2) \Rightarrow \frac{|a+2b+3c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{14}}=\frac{|a+2b-3c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{14}}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a+2b+3c=a+2b-3c \\ a+2b+3c=-a-2b+3c \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} c=0 & (1) \\ a+2b=0 & (2) \end{array}\right.$$

Xét (1), $c=0$, $b=2a \Rightarrow \vec{u}=(a,2a,0)=(1;2;0). \Rightarrow d: \begin{cases} x=-1+t \\ y=2+2t \\ z=-1 \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

$$\cos(\Delta_1;d)=\frac{|1.1+2.2|}{\sqrt{14}.\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{70}}{14} \Rightarrow (\Delta_1;d)\approx 53°18'.$$

Xét (2): $\begin{cases} a+2b=0 \\ b=2a \end{cases} \Rightarrow a=b=0 \Rightarrow \vec{u}=(0;0;c)=c(0;0;1) \Rightarrow d: \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

$$\cos(\Delta_1,d)=\frac{|-3|}{\sqrt{14}.1}=\frac{3}{\sqrt{14}} \Rightarrow (\Delta_1,d)\approx 36°42'.$$

Do d là đường phân giác của góc nhọn nên $(\Delta_1,d)<45°$.

Vậy đường thẳng d cần tìm là $d: \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Nhận xét: Có thể làm đơn giản hơn bằng cách: ta thấy $\overrightarrow{u_1}=(1;2;3)$; $\overrightarrow{u_2}=(1;2;-3)$ là hai véc tơ có độ dài bằng nhau và $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}<0 \Rightarrow \left(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right)>90°$. Vậy $\left(\overrightarrow{u_1}-\overrightarrow{u_2}\right)$ chính là véc tơ chỉ phương của d.

Câu 53: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;0;-1)$, $B(2;3;-1)$, $C(-2;1;1)$. Phương trình đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là:

A. $\frac{x-3}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-5}{5}$. **B.** $\frac{x}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{5}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-5}{5}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;3;0)$; $\overrightarrow{BC}=(-4;-2;2)$, $\overrightarrow{AC}=(-3;1;2)$

$\Rightarrow AB^2=10$, $BC^2=24$, $AC^2=14\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.

Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm của $BC\Rightarrow I(0;2;0)$.

Đường thẳng d cần tìm đi qua $I(0;2;0)$ và nhận vectơ $\vec{u}=\dfrac{1}{2}\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(3;-1;5)$ làm véc tơ chỉ phương. Phương trình chính tắc của đường thẳng d là: $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{5}$.

Câu 54: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác nhọn ABC có $H(2;2;1)$, $K\left(-\dfrac{8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3}\right)$, O lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên các cạnh BC, AC, AB. Đường thẳng d qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

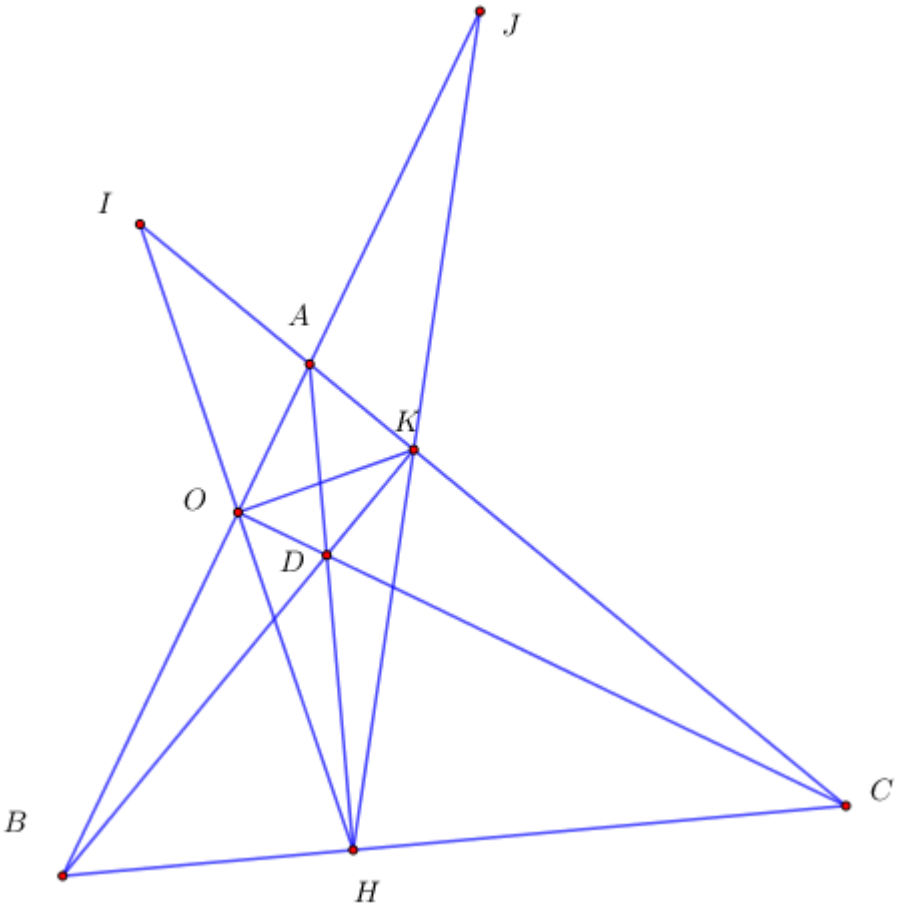
A. $d:\dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$.

B. $d:\dfrac{x-\frac{8}{3}}{1}=\dfrac{y-\frac{2}{3}}{-2}=\dfrac{z+\frac{2}{3}}{2}$.

C. $d:\dfrac{x+\frac{4}{9}}{1}=\dfrac{y-\frac{17}{9}}{-2}=\dfrac{z-\frac{19}{9}}{2}$.

D. $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z-6}{2}$.

Lời giải



Ta có tứ giác $BOKC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn suy ra $\widehat{OKB}=\widehat{OCB}\ (1)$

Ta có tứ giác $KDHC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn suy ra $\widehat{DKH}=\widehat{OCB}\ (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{DKH}=\widehat{OKB}$ do đó BK là đường phân giác trong của góc $\widehat{OKH}$ và AC là đường phân giác ngoài của góc $\widehat{OKH}$.

Tương tự ta chứng minh được OC là đường phân giác trong của góc $\widehat{KOH}$ và AB là đường phân giác ngoài của góc $\widehat{KOH}$.

Ta có $OK=4;\ OH=3;\ KH=5$.

Gọi I, J lần lượt là chân đường phân giác ngoài của góc $\widehat{OKH}$ và $\widehat{KOH}$.

Ta có $I=AC\cap HO$ ta có $\dfrac{IO}{IH}=\dfrac{KO}{KH}=\dfrac{4}{5}\Rightarrow\overrightarrow{IO}=\dfrac{4}{5}\overrightarrow{IH}\Rightarrow I(-8;-8;-4)$.

Ta có $J=AB\cap KH$ ta có $\dfrac{JK}{JH}=\dfrac{OK}{OH}=\dfrac{4}{3}\Rightarrow\overrightarrow{JK}=\dfrac{4}{3}\overrightarrow{JH}\Rightarrow J(16;4;-4)$.

Đường thẳng IK qua I nhận $\overrightarrow{IK}=\left(\dfrac{16}{3};\dfrac{28}{3};\dfrac{20}{3}\right)=\dfrac{4}{3}(4;7;5)$ làm vec tơ chỉ phương có phương trình $(IK):\begin{cases}x=-8+4t\\y=-8+7t\\z=-4+5t\end{cases}$

Đường thẳng OJ qua O nhận $\overrightarrow{OJ}=(16;4;-4)=4(4;1;-1)$ làm vec tơ chỉ phương có phương trình $(OJ):\begin{cases}x=4t'\\y=t'\\z=-t'\end{cases}$

Khi đó $A=IK\cap OJ$, giải hệ ta tìm được $A(-4;-1;1)$.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(4;7;5)$ và $\overrightarrow{IJ}=(24;12;0)$, ta tính $\left[\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IJ}\right]=(-60;120;-120)=-60(1;-2;2)$.

Khi đó đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$ nên có phương trình $\dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$.

Nhận xét:

 Mấu chốt của bài toán trên là chứng minh trực tâm D của tam giác ABC là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OHK. Khi đó, ta tìm tọa độ điểm D dựa vào tính chất quen thuộc sau: "Cho tam giác ABC với I là tâm đường tròn nội tiếp, ta có $a.\overrightarrow{IA}+b.\overrightarrow{IB}+c.\overrightarrow{IC}=\vec{0}$, với $a=BC$, $b=CA$, $c=AB$". Sau khi tìm được D, ta tìm được A với chú ý rằng $A\in DH$ và $OA\perp DA$.

 Ta cũng có thể tìm ngay tọa độ điểm A bằng cách chứng minh A là tâm đường tròn bàng tiếp góc H của tam giác OHK. Khi đó, ta tìm tọa độ điểm D dựa vào tính chất quen thuộc sau:

"Cho tam giác ABC với J là tâm đường tròn bàng tiếp góc A, ta có $-a.\overrightarrow{JA}+b.\overrightarrow{JB}+c.\overrightarrow{JC}=\vec{0}$, với $a=BC$, $b=CA$, $c=AB$".

Câu 55: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3=(2;1;-1)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;-1;0)$. **C.** $\vec{u}_4=(0;1;-1)$. **D.** $\vec{u}_1=(1;2;1)$.

Lời giải

Phương trình tham số của đường phân giác trong góc C là $CD:\begin{cases}x=2+2t\\y=4-t\\z=2-t\end{cases}$.

Gọi $C=(2+2t;4-t;2-t)$, suy ra tọa độ trung điểm M của AC là $M=\left(2+t;\dfrac{7-t}{2};\dfrac{5-t}{2}\right)$. Vì $M\in BM$ nên:

$$\frac{(2+t)-3}{-1}=\frac{\left(\frac{7-t}{2}\right)-3}{2}=\frac{\left(\frac{5-t}{2}\right)-2}{-1}\Leftrightarrow\frac{t-1}{-1}=\frac{1-t}{4}=\frac{1-t}{-2}\Rightarrow t=1.$$

Do đó $C=(4;3;1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc CD là

$2.(x-2)-1.(y-3)-1.(z-3)=0$ hay $2x-y-z+2=0$.

Tọa độ giao điểm H của (P) và CD là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ

$$\begin{cases}x=2+2t\\y=4-t\\z=2-t\\2x-y-z+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2+2t\\y=4-t\\z=2-t\\2(2+2t)-(4-t)-(2-t)+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=4\\z=2\\t=0\end{cases}\Rightarrow H(2;4;2).$$

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường phân giác CD, suy ra H là trung điểm AA', bởi vậy:

$$\begin{cases}x_{A'}=2x_H-x_A=2.2-2=2\\y_{A'}=2y_H-y_A=2.4-3=5\\x_{A'}=2z_H-z_A=2.2-3=1\end{cases}\Rightarrow A'(2;5;1).$$

Do $A'\in BC$ nên đường thẳng BC có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{CA'}=(-2;2;0)=2(-1;1;0)$, nên phương trình đường thẳng BC là $\begin{cases}x=4-t\\y=3+t\\z=1\end{cases}$.

Vì $B=BM\cap BC$ nên tọa độ B là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ

$$\begin{cases} x=4-t \\ y=3+t \\ z=1 \\ \dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=5 \\ z=1 \\ t=2 \end{cases} \Rightarrow B(2;5;1) \equiv A'.$$

Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(0;2;-2)=2(0;1;-1)$; hay $\vec{u}_4=(0;1;-1)$ là một véc-tơ chỉ của phương đường thẳng AB.

Câu 56: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{7}$.

B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{7}$.

C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+1}{7}$.

D. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{7}$.

Lời giải

Chọn A

+ d không vuông góc với (P).

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=2-t \end{cases}$.

Tọa độ giao điểm I của d và mặt phẳng (P) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=2-t \\ x+y+z-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow I(1;1;1).$$

+ Lấy điểm $M(0;-1;2) \in d$.

Đường thẳng Δ qua M và vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x=t \\ y=-1+t \\ z=2+t \end{cases}$.

$\Delta \cap (P)=H \Rightarrow H\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3};\dfrac{8}{3}\right)$.

M' đối xứng với M qua $(P) \Leftrightarrow H$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{10}{3}\right)$.

+ Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P)

$\Rightarrow d'$ đi qua $I(1;1;1)$ và $M'\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{10}{3}\right)$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{IM'}=\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{7}{3}\right)=\dfrac{1}{3}(1;-2;7)$,

phương trình d' là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{7}$.

Câu 57: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-3\\z=5+4t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=6+11t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=-6+11t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+7t\\y=-3+5t\\z=5+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-3\\z=5+7t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có điểm $A(1;-3;5)$ thuộc đường thẳng d, nên $A(1;-3;5)$ là giao điểm của d và Δ.

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{v}(-3;0;-4)$. Ta xét:

$$\overrightarrow{u_1}=\frac{1}{|\vec{u}|}.\vec{u}=\frac{1}{3}(1;2;-2)=\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};-\frac{2}{3}\right);$$

$$\overrightarrow{v_1}=\frac{1}{|\vec{v}|}.\vec{v}=\frac{1}{5}(-3;0;-4)=\left(-\frac{3}{5};0;-\frac{4}{5}\right).$$

Nhận thấy $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{v_1}>0$, nên góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{v_1}$ là góc nhọn tạo bởi d và Δ.

Ta có $\overrightarrow{w}=\overrightarrow{u_1}+\overrightarrow{v_1}=\left(-\frac{4}{15};\frac{10}{15};-\frac{22}{15}\right)=-\frac{15}{2}(2;-5;11)$ là vectơ chỉ phương của đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ hay đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{w_1}=(2;-5;11)$. Do đó có phương trình: $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=-6+11t\end{cases}$.

Câu 58: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2+2t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của đoạn MN.

A. $\frac{x+6}{7}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{-1}$. **B.** $\frac{x-6}{7}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+3}{-1}$.

C. $\frac{x-6}{7}=\frac{y-1}{-4}=\frac{z+3}{-1}$. **D.** $\frac{x+6}{7}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết: $N\in d\Rightarrow N(2t-2;t+1;1-t)$.

Mà A là trung điểm $MN \Rightarrow M(4-2t;5-t;3+t)$.

Mặt khác, $M \in (P) \Leftrightarrow 2(4-2t)-(5-t)+(3+t)-10=0 \Leftrightarrow t=-2$.

$\Rightarrow N(-6;-1;3) \Rightarrow \overrightarrow{NA}=(7;4;-1)$.

Đường thẳng Δ đi qua $N(-6;-1;3)$ và có một VTCP là $\vec{u}=\overrightarrow{NA}=(7;4;-1)$ nên có phương trình chính tắc là: $\frac{x+6}{7}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{-1}$.

Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ viết phương trình đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+3y-z+1=0$, $(\beta): 2x-y+z-7=0$.

A. $\frac{x+2}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z+3}{-7}$ **B.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{-7}$

C. $\frac{x}{-2}=\frac{y-3}{-3}=\frac{z-10}{7}$ **D.** $\frac{x-2}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{7}$

Lời giải

Chọn D

Tọa độ các điểm thuộc giao tuyến d của hai mặt phẳng thỏa mãn hệ phương trình:
$\begin{cases} x+3y-z+1=0 \\ 2x-y+z-7=0 \end{cases}$.

Với $y=0 \Rightarrow \begin{cases} x-z=-1 \\ 2x+z=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ z=3 \end{cases} \Rightarrow A(2;0;3) \in d$

Với $y=3 \Rightarrow \begin{cases} x-z=-10 \\ 2x+z=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ z=10 \end{cases} \Rightarrow B(0;3;10) \in d$.

Vậy đường thẳng d đi qua $A(2;0;3)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(-2;3;7)$ làm vecto chỉ phương có phương trình chính tắc là: $\frac{x-2}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{7}$.

Câu 60: Đường thẳng Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng: $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-1}$ **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{-1}$

C. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{-1}$ **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{-1}$

Lời giải

Chọn C

$(P): x+z-5=0$ có 1 vtpt $\overrightarrow{n_1}=(1;0;1)$

$(Q): x-2y-z+3=0$ có 1 vtpt $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;-1)$

Gọi Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng thì Δ có 1 vtcp $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(2;2;-2)$.

Câu 61: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $(d):\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta):x+y-2z+1=0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào?

A. $(0;1;3)$. **B.** $(2;3;3)$. **C.** $(5;6;8)$ **D.** $(1;-2;0)$

Lời giải

$\overrightarrow{u_d}(1;1;2)$ là một VTCP của đường thẳng d

$\overrightarrow{n_\beta}(1;1;-2)$ là một VTPT của (β)

$\Rightarrow \overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_\beta}\right]=(-4;4;0)$

$A(2;3;0)\in d\Rightarrow A\in(\alpha)$

Phương trình mặt phẳng
$(\alpha):-4(x-2)+4(y-3)+0(z-0)=0\Leftrightarrow -4x+4y-4=0\Leftrightarrow x-y+1=0$.

Giả sử $M(x;y;z)\in(\alpha)\cap(\beta)$. Khi đó tọa độ M thỏa mãn hệ $\begin{cases} x-y+1=0 \\ x+y-2z+1=0 \end{cases}$

Thay các đáp án vào hệ trên ta thấy $M(2;3;3)$ thỏa mãn. Chọn đáp án B

Câu 62: Đường thẳng Δ là giao của hai mặt phẳng $x+z-5=0$ và $x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{-1}$. **B.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Lời giải

$(P):x+z-5=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(1;0;1)$.

$(Q):x-2y-z+3=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;-1)$.

Ta có: $\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(2;2;-2)$.

Gọi $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của Δ, thì $\vec{u}\perp\overrightarrow{n_1}$ và $\vec{u}\perp\overrightarrow{n_2}$.

Suy ra $\vec{u}$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]$. Chọn $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Lấy $M(2;1;3)$ thuộc mặt phẳng (P) và (Q).

Đường thẳng Δ đi qua $M(2;1;3)$ có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Vậy phương trình Δ là: $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{-1}$.

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\frac{x-4}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-4}{-2}$. **B.** $\frac{x+3}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+2}{2}$.

C. $\frac{x-3}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-2}{2}$. **D.** $\frac{x+3}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+2}{-2}$.

Lời giải

d đi qua $A(2;1;4)$ và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;-2)$.

d' đi qua $B(4;-1;0)$ có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;2)$.

Ta có $\overrightarrow{u_1}=-\overrightarrow{u_2}$ và $\frac{2-4}{1}\neq\frac{1+1}{-2}\neq\frac{4}{2}$ nên $d//d'$.

Đường thẳng Δ thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta//d//d'\\d(\Delta,d)=d(\Delta,d')\end{cases}$ hay Δ qua trung điểm $I(3;0;2)$ và có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2;2)$. Khi đó phương trình của $\Delta:\frac{x-3}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-2}{2}$.

Câu 64: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ và $x+y-2z+8=0$, điểm $A(2;-1;3)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN là:

A. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+5}{4}=\frac{z-5}{2}$ **B.** $\frac{x-2}{6}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{2}$

C. $\frac{x-5}{6}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-5}{2}$ **D.** $\frac{x-5}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-5}{2}$

Lời giải

Đường thẳng d có phương trình tham số: $\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$

Điểm M thuộc đường thẳng d nên $M(-1+2t;t;2+t)$.

Điểm A là trung điểm của MN nên:

$A(2;-1;3)$

$$\begin{cases} x_N = 2x_A - x_M = 5-2t \\ y_N = 2y_A - y_M = -2-t \Rightarrow N(5-2t;-2-t;4-t) \\ z_N = 2z_A - z_M = 4-t \end{cases}$$

Mặt khác điểm $N \in (P)$ nên: $5-2t-2-t-8+2t+8=0 \Leftrightarrow t=3$

Suy ra: $M(5;3;5)$.

Đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{AM}(3;4;2)$ và đi qua điểm $M(5;3;5)$ nên có phương trình: $\frac{x-5}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-5}{2}$

CHƯƠNG III

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

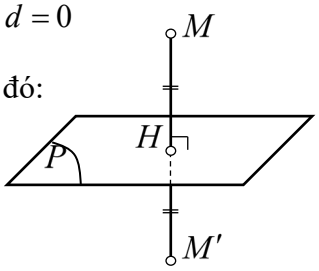
BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 2. BÀI TOÁN TÌM ĐIỂM

① Tìm hình chiếu H của điểm M lên mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$

Viết phương trình đường thẳng MH qua M và vuông góc với (P), khi đó:

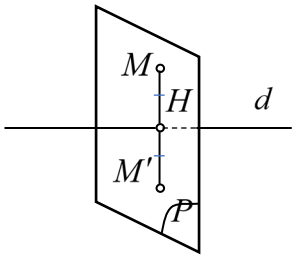


$$H=d\cap(P) \text{ thỏa } \begin{cases} x=x_0+a_1t \\ y=y_0+a_2t \\ z=z_0+a_3t \\ ax+by+cz+d=0 \end{cases} \Rightarrow t \Rightarrow \begin{cases} x=? \\ y=? \Rightarrow H. \\ z=? \end{cases}$$

✓ **Lưu ý**: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $(P) \Rightarrow H$ là trung điểm MM'.

② Tìm hình chiếu H của điểm M lên đường thẳng d.

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d, khi đó:



$$H=d\cap(P) \text{ thỏa } \begin{cases} x=x_0+a_1t \\ y=y_0+a_2t \\ z=z_0+a_3t \\ ax+by+cz+d=0 \end{cases} \Rightarrow t \Rightarrow \begin{cases} x=? \\ y=? \Rightarrow H. \\ z=? \end{cases}$$

✓ **Lưu ý**: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $d \Rightarrow H$ là trung điểm MM'.

Câu 1: Trong không gian Oxyz, tìm tọa độ hình chiếu H của $A(1;1;1)$ lên đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=t \end{cases}$.

A. $H(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{1}{3})$. **B.** $H(1;1;1)$. **C.** $H(0;0;-1)$. **D.** $H(1;1;0)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x=6-4t \\ y=-2-t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Tìm tọa độ hình chiếu A' của A trên (d).

A. $A'(2;3;1)$. **B.** $A'(-2;3;1)$. **C.** $A'(2;-3;1)$. **D.** $A'(2;-3;-1)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang cân $ABCD$ có đáy là AB và CD. Biết $A(3;1;-2)$, $B(-1;3;2)$, $C(-6;3;6)$ và $D(a;b;c)$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. -3. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1;3;1)$; $B(0;2;-1)$. Gọi $C(m;n;p)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của tổng $m+n+p$ bằng

A. -1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** -5

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

A. $(-1;0;4)$. **B.** $(7;1;-1)$. **C.** $(2;1;-2)$. **D.** $(0;2;-5)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}$ bằng

A. $\sqrt{14}$ **B.** $\sqrt{6}$ **C.** $2\sqrt{14}$ **D.** $2\sqrt{6}$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Gọi $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. Biết điểm M có tung độ âm và cách mặt phẳng (Oyz) một khoảng bằng 2. Xác định giá trị $T=a+b+c$.

A. $T=-1$. **B.** $T=11$. **C.** $T=-13$. **D.** $T=1$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, đường thẳng d đi qua A cắt chiều âm trục Oy tại điểm B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 1. Phương trình tham số đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=1-2t\\y=t\\z=0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-t\\z=0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-2t\\y=-t\\z=0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2-2t\\y=t\\z=1\end{cases}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P):x+2y-3z+2=0$. Tọa độ điểm M là

A. $M(2;0;-1)$. **B.** $M(5;-1;-3)$. **C.** $M(1;0;1)$. **D.** $M(-1;1;1)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha):x+y+z=0$ là:

A. $(-2;1;1)$. **B.** $\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{7}{3}\right)$. **C.** $(1;1;-2)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{4}\right)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-1;0;3)$ theo phương véctơ $\vec{v}=(1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P):x-y+z+2=0$ có tọa độ là

A. $(2;-2;-2)$. **B.** $(-1;0;1)$. **C.** $(-2;2;2)$. **D.** $(1;0;-1)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** –2.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và $d:\begin{cases}x=-t\\y=2+t\\z=3+t\end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (ABC). Tổng $S=a+b+c$ là:

A. -7. **B.** 11. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ điểm M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;1)$ lên mặt phẳng $(\alpha):x-2y+z=0$.

A. $M'\left(2;\dfrac{5}{2};3\right)$. **B.** $M'(1;3;5)$. **C.** $M'\left(\dfrac{5}{2};2;\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $M'(3;1;2)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, điểm M' đối xứng với điểm $M(1;2;4)$ qua mặt phẳng $(\alpha):2x+y+2z-3=0$ có tọa độ là

A. $(-3;0;0)$. **B.** $(-1;1;2)$. **C.** $(-1;-2;-4)$. **D.** $(2;1;2)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$,đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

A. (6;−7;0) **B.** (3;−2;−1) **C.** (−3;8;−3) **D.** (0;3;−2)

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng qua $A(1;0;2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $P(2;-1;1)$. **B.** $Q(0;-1;1)$. **C.** $N(0;-1;2)$. **D.** $M(-1;-1;1)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác đều ABC với $A(6;3;5)$ và đường thẳng BC có phương trình tham số $\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=2t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ?

A. $M(-1;-12;3)$. **B.** $N(3;-2;1)$. **C.** $P(0;-7;3)$. **D.** $Q(1;-2;5)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1;3;1)$, $B(0;2;-1)$. Gọi $C(m;n;p)$ là điểm thuộc d sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của tổng $m+n+p$ bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -5.

Câu 20: Trong không gian $(Oxyz)$ cho hai đường thẳng $\frac{x-2}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z}{-2}$ và $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{-1}$. Gọi M là trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên. Tính đoạn OM.

A. $OM=\frac{\sqrt{14}}{2}$. **B.** $OM=\sqrt{5}$. **C.** $OM=2\sqrt{35}$. **D.** $OM=\sqrt{35}$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P):x-2y+z=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-1}$. Đường thẳng d cắt (P) tại điểm A. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d và có hoành độ dương sao cho $AM=\sqrt{6}$. Khi đó tổng $S=2016a+b-c$ là

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2017. **D.** 2020.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{2}$, $d_2:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ lần lượt cắt d_1, d_2 tại B và C. Độ dài BC là

A. $\sqrt{19}$. **B.** 19. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z}{1}$; $d_2:\frac{x+1}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M căt d_1, d_2 lần lượt tại A và B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

A. $(3;-2;-1)$. **B.** $(-3;8;-3)$. **C.** $(0;3;-2)$. **D.** $(6;-7;0)$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+t\\y=-1-t\\z=-2+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$, điểm $M(1;2;-1)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x+10y+14z+64=0$. Gọi Δ' là đường thẳng đi qua M cắt đường thẳng Δ tại A, cắt mặt cầu tại B sao cho $\frac{AM}{AB}=\frac{1}{3}$ và điểm B có hoành độ là số nguyên. Mặt phẳng trung trực đoạn AB có phương trình là

A. $2x+4y-4z-19=0$. **B.** $3x-6y-6z-62=0$.

C. $2x-4y-4z-43=0$. **D.** $3x+6y-6z-31=0$.

DẠNG 3. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN GÓC – KHOẢNG CÁCH

1. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song

• *Khoảng cách từ điểm* $M(x_M;y_M;z_M)$ *đến mặt phẳng* $(P):ax+by+cz+d=0$ *được xác định bởi công thức:* $\boxed{d(M;(P))=\dfrac{|ax_M+by_M+cz_M+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.

Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng đến mặt phẳng

• *Cho hai mặt phẳng song song* $(P):ax+by+cz+d=0$ *và* $(Q):ax+by+cz+d'=0$ *có cùng véctơ pháp tuyến, khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là* $\boxed{d\big((Q),(P)\big)=\dfrac{|d-d'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.

2. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng – Khoảng cách giữa hai đường thẳng

• ***Khoảng cách từ điểm*** M ***đến một đường thẳng*** d *qua điểm* $M_\circ$ *có véctơ chỉ phương* $\vec{u}_d$ *được xác định bởi công thức* $\boxed{d(M,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{M_\circ M},\vec{u}_d\right]\right|}{|\vec{u}_d|}}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song *là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.*

• ***Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau****:* d *đi qua điểm* M *và có véctơ chỉ phương* $\vec{u}$ *và* d' *đi qua điểm* M' *và có véctơ chỉ phương* $\vec{u}'$ *là* $\boxed{d(d,d')=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{M_\circ M}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right]\right|}}$.

3. Góc giữa hai véctơ

Cho hai véctơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ *và* $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$*. Khi đó góc giữa hai véctơ* $\vec{a}$ *và* $\vec{b}$ *là góc nhọn hoặc tù.*

$$\boxed{\cos(\vec{a};\vec{b})=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}=\frac{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}} \text{ với } 0°<\alpha<180°.$$

4. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P):A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ *và* $(Q):A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0.$

$$\boxed{\cos\big((P),(Q)\big)=\cos\alpha=\frac{|\vec{n}_P.\vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P|.|\vec{n}_Q|}=\frac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}} \text{ với } 0°<\alpha<90°.$$

5. Góc giữa hai đường thẳng

Góc giữa hai đường thẳng d_1 *và* d_2 *có véctơ chỉ phương* $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$ *và* $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$.

$$\cos(d_1;d_2)=\cos\alpha=\frac{|\vec{u}_1.\vec{u}_2|}{|\vec{u}_1|.|\vec{u}_2|}=\frac{|a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}.\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}} \text{ với } 0°<\alpha<90°.$$

6. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Góc giữa đường thẳng d *có véctơ chỉ phương* $\vec{u}_d=(a;b;c)$ *và mặt phẳng* (P) *có véctơ pháp tuyến* $\vec{n}_{(P)}=(A;B;C)$ *được xác định bởi công thức:*

$$\sin\alpha=\left|\cos(\vec{n}_{(P)};\vec{u}_d)\right|=\frac{|\vec{u}_d.\vec{n}_{(P)}|}{|\vec{u}_d|.|\vec{n}_{(P)}|}=\frac{|aA+bB+cC|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \text{ với } 0°<\alpha<90°.$$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):4x=7y+z+25=0$ và đường thẳng $d_1:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1}$. Gọi d_1' là hình chiếu vuông góc của d_1 lên mặt phẳng (P). Đường thẳng d_2 nằm trên (P) tạo với d_1,d_1' các góc bằng nhau, d_2 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(a;b;c)$. Tính $\frac{a+2b}{c}$.

A. $\frac{a+2b}{c}=\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{a+2b}{c}=0$. **C.** $\frac{a+2b}{c}=\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{a+2b}{c}=1$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7),B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y-z+4=0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA=MB=\sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, ta có OM bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 4.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$, $d_2:\begin{cases}x=t\\y=0\\z=-t\end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45^0 và nhận vecto $\vec{n}=(1;b;c)$ làm một vectơ pháp tuyến. Xác định tích bc.

A. -4 hoặc 0. **B.** 4 hoặc 0. **C.** -4. **D.** 4.

Câu 29: rong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$ và $d_2:\begin{cases}x=t\\y=0\\z=-t\end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1, tạo với d_2 một góc $45°$ và nhận vecto $\vec{n}(1;b;c)$ làm một vec tơ pháp tuyến. Xác định tích $b.c$.

A. -4. **B.** 4. **C.** 4 hoặc 0. **D.** -4 hoặc 0.

Câu 30: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$, mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$. Gọi M là giao điểm của d và (P). Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d và cách M một khoảng $\sqrt{42}$. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z+4}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$. **C.** $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+4}{-3}=\dfrac{z+5}{1}$. **D.** Đáp án khác.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=2-t\end{cases},t\in\mathbb{R}$, cắt mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ tại điểm I. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho $\Delta\perp d$ và khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{42}$. Tìm tọa độ hình chiếu $M(a;b;c)$ của điểm I trên đường thẳng Δ.

A. $M(2;5;-4)$. **B.** $M(6;-3;0)$. **C.** $M(5;2;-4)$. **D.** $M(-3;6;0)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$, $\Delta_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1,Δ_2 tương ứng tại H,K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(h;k;1)$. Giá trị $h-k$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** 6. **D.** –2.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O, thuộc mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M(1;-2;1)$ một khoảng nhỏ nhất. Côsin của góc giữa d và trục tung bằng

A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$, mặt phẳng $(P):x-z-1=0$ và đường thẳng $(d):\begin{cases}x=1-t\\y=2\\z=-2+t\end{cases}$. Gọi $d_1;d_2$ là các đường thẳng đi qua A, nằm trong (P) và đều có khoảng cách đến đường thẳng d bằng $\sqrt{6}$. Côsin của góc giữa d_1 và d_2 bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$, mặt phẳng $(P):x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Cho đường thẳng (Δ) đi qua A, cắt (d) và song song với mặt phẳng (P). Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ)

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{16}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+4t\\y=-1-2t\\z=2+2t\end{cases}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng?

A. $\dfrac{\sqrt{87}}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{174}}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{174}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{87}}{3}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$, $B(-3;-1;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+3z-14=0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho ΔMAB vuông tại M. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy).

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;0;0),B(0;3;0),C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Gọi Δ là đường thẳng qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A,B,C đến Δ là lớn nhất. Khi đó Δ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(4;3;7)$. **B.** $(-1;-2;1)$. **C.** $(7;5;3)$. **D.** $(3;4;3)$.

Câu 39: Tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $d_1;d_2$ tới mặt phẳng (P) trong đó: $d_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{3};d_2:\dfrac{-x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1};(P):2x+4y-4z-3=0$.

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{7}{6}$. **C.** $\dfrac{13}{6}$. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z-3=0$ và đường thẳng $(\Delta):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{x-1}{-1}$. Khoảng cách giữa (Δ) và (P) là

A. $\dfrac{2}{3}$ **B.** $\dfrac{8}{3}$ **C.** $\dfrac{2}{9}$ **D.** 1

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=0\\y=3-t\\z=t\end{cases}$.Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc $45°$.Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(3;2;1)$. **B.** $N(3;2;-1)$. **C.** $P(3;-1;2)$. **D.** $M(3;-1;-2)$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha):x+2y-3z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d và (α), A thuộc d sao cho $AM=\sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α).

A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** $\sqrt{14}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P):x+ay+bz+c=0(c>0)$ song song với d_1,d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng 2 lần khoảng cách từ d_2 đến (P). Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 14. **B.** 6. **C.** –4. **D.** –6.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1),B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A,B có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=2t\\y=7-3t\\z=t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=7+3t\\z=2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-t\\y=7-3t\\z=4t\end{cases}$.

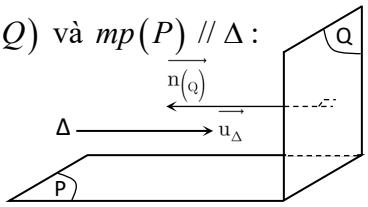
Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ABC}=30^0$, $BC=3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng $(\alpha):x+z-3=0$. Biết đỉnh C có cao độ âm. Tính hoành độ đỉnh **A.**

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{9}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

DẠNG 4. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG

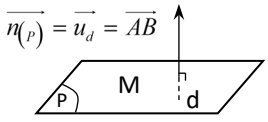
Dạng 1. Viết phương trình mp(P) đi qua M, vuông góc mp(Q) và $mp(P)$ // Δ:

$\xrightarrow{PP} mp(P):\begin{cases}\bullet\ \text{Đi qua } M(x_o,y_o,z_o)\\ \bullet\ VTPT:\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{n_{(Q)}},\overrightarrow{u_\Delta}\right]\end{cases}$



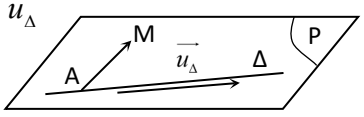
Dạng 2. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với đường thẳng d đi qua hai điểm A và B, với:

$\xrightarrow{PP} mp(P):\begin{cases}\bullet\ \text{Đi qua } M\\ \bullet\ VTPT:\overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{AB}\end{cases}$



Dạng 3. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm M và chứa đường thẳng Δ:

$\xrightarrow{PP}$ ***Trên đường thẳng Δ lấy điểm A và xác định VTCP*** $\overrightarrow{u_\Delta}$



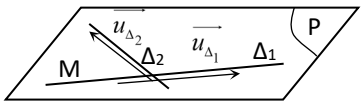
Khi đó $mp(P):\begin{cases}\bullet\ \text{Đi qua } M\\ \bullet\ VTPT:\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{u_\Delta}\right]\end{cases}$

Dạng 4. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua hai đường thẳng song song Δ_1, Δ_2:

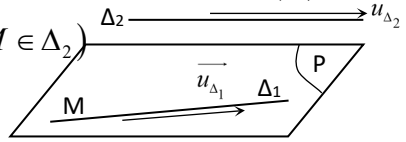
$\xrightarrow{PP} mp(P):\begin{cases}\bullet\ \text{Đi qua } M\in\Delta_1,\ (hay\ M\in\Delta_2)\\ \bullet\ VTPT:\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{u_{\Delta_1}},\overrightarrow{u_{\Delta_2}}\right]\end{cases}$

Dạng 5. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua hai đường thẳng cắt nhau $\Delta_1,\ \Delta_2$:

$$\xrightarrow{PP} mp(P):\begin{cases}\bullet\ \text{Đi qua } M\in\Delta_1,\ (\text{hay } M\in\Delta_2)\\ \bullet\ VTPT:\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{u_{\Delta_1}},\overrightarrow{u_{\Delta_2}}\right]\end{cases}$$



Dạng 6. Cho 2 đường thẳng chéo nhau $\Delta_1,\ \Delta_2$. Hãy viết phương trình (P) chứa Δ_1 và song song Δ_2 $\xrightarrow{PP} mp(P):\begin{cases}\bullet\ \text{Đi qua } M\in\Delta_1,\ (\text{hay } M\in\Delta_2)\\ \bullet\ VTPT:\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{u_{\Delta_1}},\overrightarrow{u_{\Delta_2}}\right]\end{cases}$



Dạng 7. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha),\ (\beta)$

$\xrightarrow{PP}$ ***Chọn*** A,B ***thuộc giao tuyến hai mặt phẳng*** (α) ***và*** $(\beta)\Rightarrow A,B\in(P)$***. Cụ thể:***

Cho: $z=z_o\Rightarrow\begin{cases}A_1x+B_1y=-(C_1z_o+D_1)\\ A_2x+B_2y=-(C_2z_o+D_2)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=...\\ y=...\end{cases}\Rightarrow A(...;...;...)\in(P)$

Cho: $x=x_o\Rightarrow\begin{cases}B_1y+C_1z=-(A_1x_o+D_1)\\ B_2y+C_2z=-(A_2x_o+D_2)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=...\\ z=...\end{cases}\Rightarrow B(...;...;...)\in(P)$

Khi đó $mp(P):\begin{cases}\bullet\ \text{Đi qua } M\\ \bullet\ VTPT:\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}\right]\end{cases}$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P):x-y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O, song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+z=0$. **B.** $x-2y+z=0$. **C.** $x+2y+z-4=0$. **D.** $x-2y+z+4=0$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d_1 có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-2)$ và đi qua điểm $M(1;-3;2)$, $d_2:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 có dạng $ax+by+cz+11=0$. Giá trị $a+2b+3c$ bằng

A. -42. **B.** -32. **C.** 11. **D.** 20.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$

A. $(P):2x-2z+1=0$ **B.** $(P):2y-2z+1=0$

C. $(P):2x-2y+1=0$ **D.** $(P):2y-2z-1=0$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-4}{3}$ và $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{3}$ có phương trình là

A. $-2x-y+9z-36=0$. **B.** $2x-y-z=0$.

C. $6x+9y+z+8=0$. **D.** $6x+9y+z-8=0$.

Câu 50: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng $(Q):x+y-4z-6=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=3\\y=3+t\\z=5-t\end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A, song song với d và vuông góc với (Q) là :

A. $3x+y+z-1=0$. **B.** $3x-y-z+1=0$. **C.** $x+3y+z-3=0$. **D.** $x+y+z-1=0$.

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ Descartes $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;0)$ và đường thẳng $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất có phương trình là

A. $x+y-z=0$. **B.** $x+y-z-2=0$. **C.** $x+y-z+1=0$. **D.** $-x+2y+z+5=0$.

Câu 52: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\frac{x-2}{2}=\frac{y-6}{-2}=\frac{z+2}{1}$ và $d_2:\frac{x-4}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P)song song với đường thẳng d_2 là

A. $(P):x+5y+8z-16=0$. **B.** $(P):x+5y+8z+16=0$.

C. $(P):x+4y+6z-12=0$. **D.** $(P):2x+y-6=0$.

Câu 53: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng: $(d):\begin{cases}x=t+2\\y=3t-1\\z=2t+1\end{cases}$ và $(\Delta):\begin{cases}x=m+3\\y=3m-2\\z=2m+1\end{cases}$ có dạng $x+ay+bz+c=0$. Tính $P=a+2b+3c$.

A. $P=-10$. **B.** $P=4$. **C.** $P=-8$. **D.** $P=0$.

Câu 54: Tìm tất cả các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{-3}$ và tạo với mặt phẳng (P): $2x-z+1=0$ góc $45°$.

A. $(\alpha):\ 3x+z=0$. **B.** $(\alpha):\ x-y-3z=0$.

C. $(\alpha):\ x+3z=0$. **D.** $(\alpha):\ 3x+z=0$ hay $(\alpha):\ 8x+5y+z=0$.

Câu 55: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Véctơ nào trong các véctơ dưới đây là một véctơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó.

A. $\vec{n}=(1;-1;-1)$. **B.** $\vec{n}=(1;-1;-3)$. **C.** $\vec{n}=(1;-1;5)$. **D.** $\vec{n}=(1;-1;-5)$.

Câu 56: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1:\frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{3}$, $d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{4}$. Mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

A. $14x-4y-8z+1=0.$ **B.** $14x-4y-8z+3=0.$

C. $14x-4y-8z-3=0.$ **D.** $14x-4y-8z-1=0.$

Câu 57: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d ?

A. $(P):5x+2y+4z-5=0$. **B.** $(P):2x+1y+2z-1=0$.

C. $(P):5x-2y-4z-5=0$. **D.** $(P):2x+1y+2z-2=0$.

Câu 58: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1,d_2 lần lượt có phương trình $d_1:\frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{3}$, $d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+1}{4}$. Viết phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1,d_2.

A. $14x+4y+8z+13=0$. **B.** $14x-4y-8z-17=0$.

C. $14x-4y-8z-13=0$. **D.** $14x-4y+8z-17=0$.

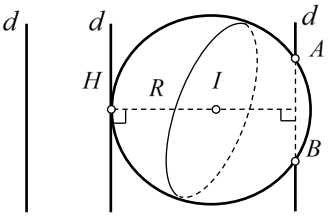
Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ và $d_2:\frac{x}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1;d_2$ là:

A. $2y-2z+1=0$. **B.** $2y-2z-1=0$. **C.** $2x-2z+1=0$. **D.** $2x-2z-1=0$.

DẠNG 5. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

1. Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt cầu

Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính R và đường thẳng Δ. Để xét vị trí tương đối giữa Δ và (S) ta tính $d(I,\Delta)$ rồi so sánh với bán kính R.



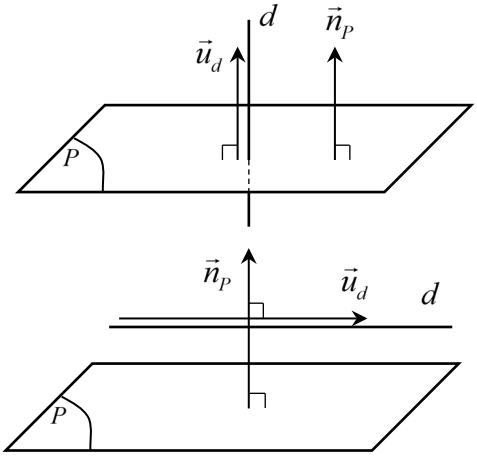
- *Nếu $d(I,\Delta) > R : \Delta$ không cắt (S).*
- *Nếu $d(I,\Delta) = R : \Delta$ tiếp xúc với (S) tại H.*
- *Nếu $d(I,\Delta) < R : \Delta$ cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B.*

- $(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{D_1}{D_2}$. • $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$.

2. Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt phẳng

Cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = x_\circ + a_1 t \\ y = y_\circ + a_2 t \\ z = z_\circ + a_3 t \end{cases}$ *và mặt phẳng* $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} x = x_\circ + a_1 t & (1) \\ y = y_\circ + a_2 t & (2) \\ z = z_\circ + a_3 t & (3) \\ Ax + By + Cz + D = 0 & (4) \end{cases}$ (*)



- *Nếu (*) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (α).*
- *Nếu (*) có vô nghiệm $\Leftrightarrow d \parallel (\alpha)$.*
- *Nếu (*) vô số nghiệm $\Leftrightarrow d \subset (\alpha)$.*

3. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng d và d'

Cho hai đường thẳng: $d : \begin{cases} x = x_\circ + a_1 t \\ y = y_\circ + a_2 t \\ z = z_\circ + a_3 t \end{cases}$ *và* $d' : \begin{cases} x = x'_\circ + a'_1 t' \\ y = y_\circ + a'_2 t' \\ z = z_\circ + a'_3 t' \end{cases}$ *lần lượt qua điểm hai điểm M, N và có véctơ chỉ phương lần lượt là $\vec{a}_d$, $\vec{a}_{d'}$.*

- *d song song d'* $\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d = k\vec{a}_{d'} \\ M \notin d' \end{cases}$. • *$d$ trùng d'* $\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d = k\vec{a}_{d'} \\ M \in d' \end{cases}$.

- *d cắt d'* $\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d \text{ ko} \uparrow\uparrow \vec{a}_{d'} \\ [\vec{a}, \vec{a}'].\overrightarrow{MN} = 0 \end{cases}$ • *d chéo d'* $\Leftrightarrow [\vec{a}_d, \vec{a}_{d'}].\overrightarrow{MN} \neq 0$.

***Lưu ý**: Nếu d cắt d' ta tìm tọa độ giao điểm bằng giải hệ phương trình:* $\begin{cases} x_\circ + a_1 t = x'_\circ + a'_1 t' \\ y_\circ + a_2 t = y'_\circ + a'_2 t' \\ z_\circ + a_3 t = z'_\circ + a'_3 t' \end{cases}$.

Câu 60: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$, $d_2:\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

A. Chéo nhau **B.** Trùng nhau **C.** Song song **D.** Cắt nhau

Câu 61: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$\Delta_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{3},\quad \Delta_2:\frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+2}{1}$$

A. Δ_1 song song với Δ_2. **B.** Δ_1 chéo với Δ_2. **C.** Δ_1 cắt Δ_2. **D.** Δ_1 trùng với Δ_2.

Câu 62: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P):3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d cắt và không vuông góc với (P). **B.** d vuông góc với (P).

C. d song song với (P). **D.** d nằm trong (P).

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):11x+my+nz-16=0$. Biết $\Delta\subset(P)$, tính giá trị của $T=m+n$.

A. $T=2$. **B.** $T=-2$. **C.** $T=14$. **D.** $T=-14$.

Câu 64: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-9}{-1}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $m^2x-my-2z+19=0$ với m là tham số. Tập hợp các giá trị m thỏa mãn $d\,//(\alpha)$ là

A. $\{1\}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $\{1;2\}$. **D.** $\{2\}$.

Câu 65: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ song song với mặt phẳng $(P):2x+y-m^2z+m=0$

A. $m=1$. **B.** $m\in\varnothing$ **C.** $m\in\{-1;1\}$. **D.** $m=-1$

Câu 66: Gọi m,n là hai giá trị thực thỏa mãn: giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m):mx+2y+nz+1=0$ và $(Q_m):x-my+nz+2=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):4x-y-6z+3=0$.

A. $m+n=0$. **B.** $m+n=2$. **C.** $m+n=1$. **D.** $m+n=3$.

Câu 67: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{3}$; $d_2:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=m\end{cases}$.

Gọi S là tập tất cả các số m sao cho d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\dfrac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S.

A. -11. **B.** 12. **C.** -12. **D.** 11.

Câu 68: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng: $(d_1):\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$, $(d_2):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$, $(d_3):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$, $(d_4):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Số đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là:

A. 0. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1.

Câu 69: Trong không gian $Oxyz$, biết mặt cầu (S) có tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x-2y+2z+9=0$ tại điểm $H(a;b;c)$. Giá trị của tổng $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 70: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;2)$ và đường thẳng d: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I, tiếp xúc với đường thẳng d. Bán kính của (S) bằng

A. $\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{30}}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

Câu 71: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$, đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-6}{-3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-2}{2}$ và điểm $M(4;3;1)$. Trong các mặt phẳng sau mặt phẳng nào đi qua M, song song với Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S)?

A. $2x-2y+5z-22=0$. **B.** $2x+y+2z-13=0$.

C. $2x+y-2z-1=0$. **D.** $2x-y+2z-7=0$.

Câu 72: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+4}{-4}$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9$. Khi đó (P) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $3x-y+2z=0$. **B.** $-2x+2y-z+4=0$.

C. $x+y+z=0$ **D.** Đáp án khác.

Câu 73: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=6$ đồng thời song song với hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

A. $\left[\begin{array}{l}x-y+2z-3=0\\x-y+2z+9=0\end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}x+y+2z-3=0\\x+y+2z+9=0\end{array}\right.$ **C.** $x+y+2z+9=0$ **D.** $x-y+2z+9=0$

Câu 74: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases} x=2+9t \\ y=1+9t \\ z=3+8t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=2-5t \\ y=1+3t \\ z=3 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=3 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=2+4t \\ y=1+3t \\ z=3-3t \end{cases}$

Câu 75: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S_1), (S_2) có phương trình lần lượt là $(S_1):x^2+y^2+z^2=25$, $(S_2):x^2+y^2+(z-1)^2=4$. Một đường thẳng d vuông góc với véc tơ $\vec{u}=(1;-1;0)$ tiếp xúc với mặt cầu (S_2) và cắt mặt cầu (S_1) theo một đoạn thẳng có độ dài bằng 8. Hỏi véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_1=(1;1;\sqrt{3})$ **B.** $\vec{u}_2=(1;1;\sqrt{6})$ **C.** $\vec{u}_3=(1;1;0)$ **D.** $\vec{u}_4=(1;1;-\sqrt{3})$

Câu 76: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $E(1;1;1)$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=4$ và mặt phẳng $(P):x-3y+5z-3=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A,B sao cho tam giác OAB là tam giác đều. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Câu 77: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;0;-1)$. Gọi d_2 là đường thẳng đi qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(a;1;2)$. Giá trị của a sao cho đường thẳng d_1 cắt đường thẳng d_2 là

A. $a=-1$. **B.** $a=2$. **C.** $a=0$. **D.** $a=1$.

Câu 78: Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt cầu $(S_1):(x+3)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=1$, $(S_2):x^2+(y-2)^2+(z-4)^2=4$ và $(S_3):x^2+y^2+z^2+4x-4y-1=0$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3)?

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 79: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có bán kính $R=5$, có tâm I thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với trục Oy. Biết rằng I có tung độ dương. Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu (S)?

A. $M(-1;-2;1)$. **B.** $N(1;2;-1)$. **C.** $P(-5;2;-7)$. **D.** $Q(5;-2;7)$.

Câu 80: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-6y+m=0$ (m là tham số) và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=4+2t \\ y=3+t \\ z=3+2t \end{cases}$. Biết đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=8$. Giá trị của m là

A. $m=5$. **B.** $m=12$. **C.** $m=-12$. **D.** $m=-10$.

Câu 81: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \begin{cases} x=4-2t \\ y=t \\ z=3 \end{cases}, (t\in\mathbb{R}), d_2: \begin{cases} x=1 \\ y=t' \\ z=-t' \end{cases}, (t'\in\mathbb{R})$.

Phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng $(d_1),(d_2)$ là:

A. $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+y^2+(z+2)^2=\frac{9}{4}$. **B.** $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+y^2+(z-2)^2=\frac{3}{2}$.

C. $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+y^2+(z-2)^2=\frac{9}{4}$. **D.** $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+y^2+(z+2)^2=\frac{3}{2}$.

Câu 82: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-4}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+5}{-2}$ và $\Delta_2: \frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{3}=\frac{z}{1}$. Trong tất cả mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2. Gọi (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất. Bán kính của mặt cầu (S) là

A. $\sqrt{12}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{24}$. **D.** $\sqrt{3}$.

CHƯƠNG III

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

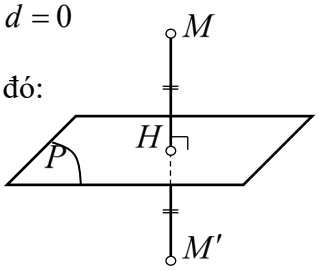
BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 2. BÀI TOÁN TÌM ĐIỂM

① Tìm hình chiếu H của điểm M lên mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$

Viết phương trình đường thẳng MH qua M và vuông góc với (P), khi đó:

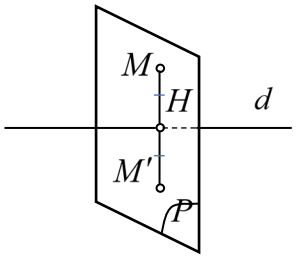


$$H = d \cap (P) \text{ thỏa } \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \\ ax+by+cz+d=0 \end{cases} \Rightarrow t \Rightarrow \begin{cases} x = ? \\ y = ? \Rightarrow H. \\ z = ? \end{cases}$$

✓ **Lưu ý**: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $(P) \Rightarrow$ H là trung điểm MM'.

② Tìm hình chiếu H của điểm M lên đường thẳng d.

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d, khi đó:



$$H = d \cap (P) \text{ thỏa } \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \\ ax+by+cz+d=0 \end{cases} \Rightarrow t \Rightarrow \begin{cases} x = ? \\ y = ? \Rightarrow H. \\ z = ? \end{cases}$$

✓ **Lưu ý**: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $d \Rightarrow$ H là trung điểm MM'.

Câu 1: **(THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019)** Trong không gian Oxyz, tìm tọa độ hình chiếu H của $A(1;1;1)$ lên đường thẳng $\mathrm{d}: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = t \end{cases}$.

A. $H(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{1}{3})$. **B.** $H(1;1;1)$. **C.** $H(0;0;-1)$. **D.** $H(1;1;0)$.

Lời giải

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;1;1)$. Do $H \in d \Rightarrow \mathrm{H}(1+t;1+t;t)$.

Ta có: $\overrightarrow{AH} = (t; t; t-1)$. Do H là hình chiếu của điểm A lên đường thẳng d nên suy ra

$\overrightarrow{AH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow t + t + t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3} \Rightarrow H(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; 1)$.

Câu 2: **(THPT Quang Trung Đống Da Hà Nội 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. Tìm tọa độ hình chiếu A' của A trên (d).

A. $A'(2;3;1)$. **B.** $A'(-2;3;1)$. **C.** $A'(2;-3;1)$. **D.** $A'(2;-3;-1)$.

Lời giải

Ta có $A' \in (d)$ nên gọi $A'(6-4t; -2-t; -1+2t)$; $\overrightarrow{AA'} = (5-4t; -3-t; -2+2t)$;

đường thẳng (d) có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-4; -1; 2)$.

$AA' \perp (d) \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow (5-4t).(-4) + (-3-t).(-1) + (-2+2t).2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

$\Rightarrow A'(2;-3;1)$.

Vậy $A'(2;-3;1)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang cân $ABCD$ có đáy là AB và CD. Biết $A(3;1;-2)$, $B(-1;3;2)$, $C(-6;3;6)$ và $D(a;b;c)$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. -3. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Phương trình đường thẳng d qua $C(-6;3;6)$ và song song với đường thẳng AB là

$$\frac{x+6}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-6}{2}$$

Điểm D thuộc đường thẳng d nên gọi tọa độ D là $D(-6-2t; 3+t; 6+2t)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình thang cân nên ta có:

$$\left|\overrightarrow{AD}\right| = \left|\overrightarrow{BC}\right| \Leftrightarrow t^2 + 8t + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} t = -2 \\ t = -6 \end{bmatrix}.$$

Với $t = -2 \Rightarrow D_1(-2;1;2)$, tứ giác là hình bình hành nên loại.

Với $t = -6 \Rightarrow D_2(6;-3;-6)$ thỏa mãn, nên $6 - 3 - 6 = -3$.

Câu 4: **(THPT Chuyên Đại Học Vinh 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1;3;1)$; $B(0;2;-1)$. Gọi $C(m;n;p)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của tổng $m+n+p$ bằng

A. -1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** -5

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=2-t\end{cases}$

Vì $C\in d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=2-t\end{cases}\Rightarrow c\left(-1+2t;t\right)$

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(1;-1;-2\right);\overrightarrow{AC}=\left(-1+2t;t;2-t\right)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(3t-7;-3t-1;3t-3\right)$

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{27t^2-54t+59}$

$S_{ABC}=2\sqrt{2}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\sqrt{27t^2-54t+59}=2\sqrt{2}\Leftrightarrow t=1\Rightarrow C\left(1;1;1\right)\Rightarrow m+n+p=3$

Câu 5: **(Chuyên Hà Tĩnh - 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+2}{2}$ và điểm $A\left(3;2;0\right)$. Điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

A. $\left(-1;0;4\right)$. **B.** $\left(7;1;-1\right)$. **C.** $\left(2;1;-2\right)$. **D.** $\left(0;2;-5\right)$.

Lời giải

Gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d. Phương trình của mặt phẳng $\left(P\right)$ là: $1\left(x-3\right)+2\left(y-2\right)+2\left(z-0\right)=0\Leftrightarrow x+2y+2z-7=0$.

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d, khi đó $H=d\cap\left(P\right)$

Suy ra $H\in d\Rightarrow H\left(-1+t;-3+2t;-2+2t\right)$, mặt khác $H\in\left(P\right)\Rightarrow-1+t-6+4t-4+4t-7=0$ $\Rightarrow t=2$. Vậy $H\left(1;1;2\right)$.

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d, khi đó H là trung điểm của AA' suy ra $A'\left(-1;0;4\right)$.

Câu 6: **(Sở Bình Phước -2019)** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M\left(2;-4;-1\right)$ tới đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}$ bằng

A. $\sqrt{14}$ **B.** $\sqrt{6}$ **C.** $2\sqrt{14}$ **D.** $2\sqrt{6}$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ đi qua $N(0;2;3)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$

$\overrightarrow{MN}=(-2;6;4)$; $\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]=(16;8;-4)$.

$$d(M,\Delta)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\frac{\sqrt{336}}{\sqrt{6}}=2\sqrt{14}.$$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Gọi $M(a;\,b;\,c)$ thuộc đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{3}$. Biết điểm M có tung độ âm và cách mặt phẳng (Oyz) một khoảng bằng 2. Xác định giá trị $T=a+b+c$.

A. $T=-1$. **B.** $T=11$. **C.** $T=-13$. **D.** $T=1$.

Lời giải

$M\in\Delta\Rightarrow M(t;\;1+2t;\;-2+3t)$.

Ta có $d(M;(Oyz))=|t|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\Rightarrow 1+2t=5\\ t=-2\Rightarrow 1+2t=-2\end{array}\right.$.

Suy ra $t=-2$. Do đó $M(-2;\;-3;\;-8)$.

Vậy $a=-2;\;b=-3;\;c=-8\Rightarrow T=a+b+c=-13$.

trình $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=t\\ z=1+2t\\ 2x+y-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\ x=1\\ y=1\\ z=3\end{cases}$. Do đó $M(1;1;3)$, $a+b+c=5$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, đường thẳng d đi qua A cắt chiều âm trục Oy tại điểm B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 1. Phương trình tham số đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=1-2t\\ y=t\\ z=0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\ y=-t\\ z=0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-2t\\ y=-t\\ z=0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2-2t\\ y=t\\ z=1\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $B(0;b;0)$ là giao điểm của d với trục Oy. (Điều kiện $b<0$)

Ta có $OA=2$ và tam giác OAB vuông tại O nên $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}OA.OB=1\Rightarrow OB=1$

Suy ra $B(0;-1;0)$. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;-1;0)$ là một vec tơ chỉ phương của d.

Và đường thẳng d đi qua điểm $A(2;0;0)$ nên $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-t \\ z=0 \end{cases}$.

Câu 9: **(Bắc Ninh 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P):x+2y-3z+2=0$. Tọa độ điểm M là

A. $M(2;0;-1)$. **B.** $M(5;-1;-3)$. **C.** $M(1;0;1)$. **D.** $M(-1;1;1)$.

Lời giải

Tọa độ của điểm M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} \dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y}{1} \\ \dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2} \\ x+2y-3z+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=2 \\ 2y-z=1 \\ x+2y-3z=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$

Vậy $M(-1;1;1)$.

Câu 10: **(THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha):x+y+z=0$ là:

A. $(-2;1;1)$. **B.** $\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{7}{3}\right)$. **C.** $(1;1;-2)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{4}\right)$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của $A(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha):x+y+z=0$. Khi đó: AH nhận $\vec{n}(1;1;1)$ là vectơ chỉ phương suy ra phương trình $AH:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{1}$.

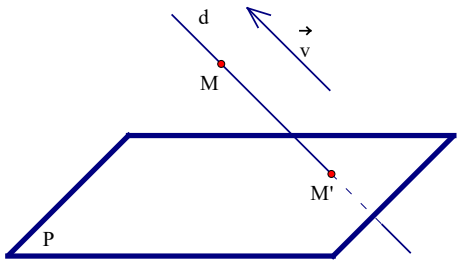
Do $H\in AH\Rightarrow H(3+t;\,2+t;-1+t)$.

Do $H\in(\alpha)\Rightarrow 3+t+2+t-1+t=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{4}{3}\Rightarrow H\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{7}{3}\right)$.

Câu 11: **(THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-1;0;3)$ theo phương véctơ $\vec{v}=(1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P):x-y+z+2=0$ có tọa độ là

A. $(2;-2;-2)$. **B.** $(-1;0;1)$. **C.** $(-2;2;2)$. **D.** $(1;0;-1)$.

Lời giải



Đường thẳng d đi qua $M(-1;0;3)$, có véctơ chỉ phương $\vec{v}=(1;-2;1)$ có phương trình tham số là $\begin{cases}x=-1+t\\y=-2t\\z=3+t\end{cases}$.

Gọi M' là hình chiếu của điểm $M(-1;0;3)$ theo phương véctơ $\vec{v}=(1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P):x-y+z+2=0$.

$\Rightarrow M'=d\cap(P)\Rightarrow$ tọa độ M' là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}x=-1+t\\y=-2t\\z=3+t\\x-y+z+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1+t\\y=-2t\\z=3+t\\-1+t+2t+3+t+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=2\\z=2\\t=-1\end{cases}\Rightarrow M'(-2;2;2).$$

Câu 12: **(Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019)** Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** -2.

Lời giải

$M\in\Delta\Rightarrow M(12+4t;9+3t;1+t)$.

$M\in(P)\Leftrightarrow 3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0\Leftrightarrow t=-3$.

$M(0;0;-2)\Rightarrow x_0+y_0+z_0=-2$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và $d:\begin{cases}x=-t\\y=2+t\\z=3+t\end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (ABC). Tổng $S=a+b+c$ là:

A. -7. **B.** 11. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Mặt phẳng (ABC) qua các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ nằm trên các trục Ox, Oy, Oz có phương trình là: $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.

Điểm $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của của d và mặt phẳng (ABC).

Suy ra $\dfrac{-t}{1}+\dfrac{2+t}{2}+\dfrac{3+t}{3}=1\Leftrightarrow t=6$ suy ra $\begin{cases}a=-6\\b=8\\c=9\end{cases}$.

Vậy $S=-6+8+9=11$.

Câu 14: **(KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ điểm M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z=0$.

A. $M'\left(2;\frac{5}{2};3\right)$. **B.** $M'(1;3;5)$. **C.** $M'\left(\frac{5}{2};2;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $M'(3;1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng qua M và vuông góc với (α).

$\Rightarrow$ Phương trình tham số của Δ là: $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-2t \\ z=1+t \end{cases}$. Ta có $M'=\Delta\cap(\alpha)$.

Xét phương trình: $2+t-2(3-2t)+1+t=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$.

Vậy $M'\left(\frac{5}{2};2;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 15: **(Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019)** Trong không gian $Oxyz$, điểm M' đối xứng với điểm $M(1;2;4)$ qua mặt phẳng $(\alpha): 2x+y+2z-3=0$ có tọa độ là

A. $(-3;0;0)$. **B.** $(-1;1;2)$. **C.** $(-1;-2;-4)$. **D.** $(2;1;2)$.

Lời giải

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;2)$.

MM' vuông góc với mặt phẳng (α) nên đường thẳng MM' nhận $\vec{n}=(2;1;2)$ làm vectơ chỉ phương. Phương trình đường thẳng MM' là: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=4+2t \end{cases}$.

Gọi H là giao điểm của đường thẳng MM' và mặt phẳng (α).

$H\in MM' \Leftrightarrow H(1+2t;2+t;4+2t)$.

$H\in(\alpha) \Leftrightarrow 2(1+2t)+2+t+2(4+2t)-3=0 \Leftrightarrow 9t+9=0 \Leftrightarrow t=-1 \Leftrightarrow H(-1;1;2)$.

M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (α) nên H là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(-3;0;0)$.

Câu 16: **(KSCL THPT Nguyễn Khuyến 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

A. $(6;-7;0)$ **B.** $(3;-2;-1)$ **C.** $(-3;8;-3)$ **D.** $(0;3;-2)$

Lời giải

Chọn D

Ta gọi AB cắt d tại điểm $M\left(1+2m;-1+m;2-m\right)\in d$

$\overrightarrow{AM}\left(2m;m-3;3-m\right)$, theo yêu cầu bài toán AB vuông góc d, ta có

$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_d}=0\Rightarrow 2.2m+m-3+m-3=0\Rightarrow m=1\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2;-2;2)$

Đường thẳng AB đi qua A nhận $\vec{u}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}=\left(1;-1;1\right)$ là VTCP, ta có phương trình AB là

$AB:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{1}$. Gọi $B\left(1+t;2-t;-1+t\right)\in AB$

Lại có điểm $B\in(P)\Rightarrow 1+t+2-t+2(-1+t)+1=0\Rightarrow t=-1$. Vậy $B(0;3;-2)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng qua $A\left(1;0;2\right)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $P\left(2;-1;1\right)$. **B.** $Q\left(0;-1;1\right)$. **C.** $N\left(0;-1;2\right)$. **D.** $M\left(-1;-1;1\right)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d_1 có VTCP là $\vec{u}=\left(1;1;-2\right)$.

Gọi H là giao điểm của đường thẳng d và đường thẳng d_1. Vì $H\in d_1:H\left(1+t;t;5-2t\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{AH}=\left(t;t;3-2t\right)$.

d vuông góc với $d_1\Leftrightarrow \vec{u}.\overrightarrow{AH}=0\Leftrightarrow t+t-2\left(3-2t\right)=0\Leftrightarrow 6t=6\Leftrightarrow t=1$.

Lúc đó, đường thẳng d qua $A\left(1;0;2\right)$ và có VTCP $\overrightarrow{AH}=\left(1;1;1\right)$ có phương trình: $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$.

Lúc đó, điểm $Q\left(0;-1;1\right)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác đều ABC với $A\left(6;3;5\right)$ và đường thẳng BC có phương trình tham số $\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=2t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ?

A. $M\left(-1;-12;3\right)$. **B.** $N\left(3;-2;1\right)$. **C.** $P\left(0;-7;3\right)$. **D.** $Q\left(1;-2;5\right)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng BC đi qua $M_0\left(1;2;0\right)$ và có vecto chỉ phương $\vec{u}=\left(-1;1;2\right)$.

Mp(ABC) có vecto pháp tuyến $\vec{n}=\left[\vec{u},\overrightarrow{M_0A}\right]=(3;15;-6)$ cùng phương $\vec{n'}=(1;5;-2)$.

$\Delta\perp(ABC)\Rightarrow\Delta$ có vecto chỉ phương $\vec{n'}=(1;5;-2)$

Gọi H là trung điểm của $BC\Rightarrow AH\perp BC$ và $H(1-t;2+t;2t)$.

$\overrightarrow{AH}=(-5-t;-1+t;2t-5)$. Ta có $AH\perp BC\Leftrightarrow\overrightarrow{AH}\perp\vec{u}\Leftrightarrow\overrightarrow{AH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 6t-6=0\Leftrightarrow t=1$.

Suy ra $H(0;3;2)$.

G là trọng tâm tam giác $ABC\Leftrightarrow\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AH}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{AH}\Leftrightarrow 3\left(\overrightarrow{OG}-\overrightarrow{OA}\right)=2\left(\overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OA}\right)$

$\Leftrightarrow\overrightarrow{OG}=\frac{1}{3}\left(2\overrightarrow{OH}+\overrightarrow{OA}\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{OG}=(2;3;3)\Leftrightarrow G=(2;3;3)$.

Δ đi qua G, có vecto chỉ phương $\vec{n'}=(1;5;-2)$

$\Rightarrow$ phương trình tham số của Δ là: $\begin{cases}x=2+t\\y=3+5t\\z=3-2t\end{cases}$. Vậy $Q\in\Delta$.

Câu 19: **(Chuyên Đại học Vinh - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1;3;1)$, $B(0;2;-1)$. Gọi $C(m;n;p)$ là điểm thuộc d sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của tổng $m+n+p$ bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $C(m;n;p)\in d\Rightarrow C(-1+2t;t;2-t)$.

Suy ra $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(1;-1;-2)\\\overrightarrow{AC}=(2t;t-3;1-t)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(3t-7;-3t-1;3t-3)$.

Diện tích tam giác ABC: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{27t^2-54t+59}$.

Theo đề ta có $\frac{1}{2}\sqrt{27t^2-54t+59}=2\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow 27t^2-54t+27=0\Leftrightarrow t=1$.

Suy ra $C(1;1;1)$.

Vậy $m+n+p=3$.

Câu 20: **(Đà Nẵng 2019)** Trong không gian $(Oxyz)$ cho hai đường thẳng $\frac{x-2}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z}{-2}$ và $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{-1}$. Gọi M là trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên. Tính đoạn OM.

A. $OM=\frac{\sqrt{14}}{2}$. **B.** $OM=\sqrt{5}$. **C.** $OM=2\sqrt{35}$. **D.** $OM=\sqrt{35}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=4+t\\z=-2t\end{cases}$ nhận véctơ $\vec{u}=(1;1;-2)$ làm véctơ chỉ phương.

Đường thẳng $d':\begin{cases}x=3+2m\\y=-1-m\\z=-2-m\end{cases}$ nhận véctơ $\vec{v}=(2;-1;-1)$ làm véctơ chỉ phương.

Gọi AB là đoạn vuông góc chung với $A\in d$ và $B\in d'$.

Khi đó $A(2+t;4+t;-2t)$ và $B(3+2m;-1-m;-2-m)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(2m-t+1;-m-t-5;-m+2t-2)$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}\perp\vec{u}\\\overrightarrow{AB}\perp\vec{v}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\vec{u}=0\\\overrightarrow{AB}.\vec{v}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3m-6t=0\\6m-3t=-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-2\\t=-1\end{cases}$. Suy ra $A(1;3;2)$ và $B(-1;1;0)$.

Suy ra trung điểm của AB là $M(0;2;1)$. Vậy $OM=\sqrt{5}$.

Câu 21: **(Kinh Môn - Hải Dương 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P):x-2y+z=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Đường thẳng d cắt (P) tại điểm A. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d và có hoành độ dương sao cho $AM=\sqrt{6}$. Khi đó tổng $S=2016a+b-c$ là

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2017. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn A

Tìm A từ hệ $\begin{cases}x-2y+z=0\\\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2y+z=0\\x-2y=1\\y+z=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=-1\\z=-1\end{cases}\Rightarrow A(-1;-1;-1)$.

Gọi $M(1+2t;t;-2-t)$, $t>\dfrac{-1}{2}$ ta có $AM=\sqrt{6t^2+12t+6}=\sqrt{6}\Leftrightarrow t=0;t=-2$

Với $t=0\Rightarrow M(1;0;-2)\Rightarrow a=1;b=0;c=-2\Rightarrow S=2018.$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ lần lượt cắt d_1, d_2 tại B và C. Độ dài BC là

A. $\sqrt{19}$. **B.** 19. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $d\cap d_1=B\Rightarrow B(1+t_1;-1-t_1;2t_1)$.

$d\cap d_2=C\Rightarrow C(t_2;1+2t_2;t_2)$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB}=(t_1-4;-t_1+2;2t_1-5)$ và $\overrightarrow{AC}=(t_2-5;2t_2+4;t_2-5)$.

Vì $A\notin d_2\Rightarrow\overrightarrow{AC}\neq\vec{0}$.

Ba điểm A, B, C cùng thuộc đường thẳng $d\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow\exists k\in\mathbb{R}:\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1-4=k(t_2-5)\\-t_1+2=k(2t_2+4)\\2t_1-5=k(t_2-5)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=1\\t_2=-1\\k=\dfrac{1}{2}\end{cases}.$$

Do đó $B(2;-2;2)$, $C(-1;-1;-1)\Rightarrow\overrightarrow{BC}=(-3;1;-3)$.

Vậy $BC=\sqrt{19}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$; $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

phương trình tham số của $d_1:\begin{cases}x=1+t_1\\y=2+3t_1;t_1\in\mathbb{R}\\z=t_1\end{cases}$, $A\in d_1\Rightarrow A(1+t_1;2+3t_1;t_1)$;

phương trình tham số của $d_2:\begin{cases}x=-1-t_2\\y=1+2t_2;t_2\in\mathbb{R}\\z=2+4t_2\end{cases}$, $B\in d_2\Rightarrow B(-1-t_2;1+2t_2;2+4t_2)$;

$\overrightarrow{MA}=(t_1-2;3t_1-1;t_1+2);\overrightarrow{MB}=(-4-4t_2;-2+2t_2;4+4t_2)$.

Vì A,B,M thẳng hàng nên $\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB},k\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t_1-2=-4k-kt_2\\3t_1-1=-2k+2kt_2\\t_1+2=4k+4kt_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1+4k+kt_2=2\\3t_1+2k-2kt_2=1\\t_1-4k-4kt_2=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=0\\k=\dfrac{1}{2}\\kt_2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=0\\k=\dfrac{1}{2}\\t_2=0\end{cases}.$$

Vậy, $A(1;2;0)$ và $B(-1;1;2)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-2;-1;2)$.

Độ dài đoạn thẳng $AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=3$.

Câu 24: **(Chuyên Đh Vinh - 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tọa độ điểm B là

A. $(3;-2;-1)$. **B.** $(-3;8;-3)$. **C.** $(0;3;-2)$. **D.** $(6;-7;0)$.

Lời giải

Đường thẳng d có một VTCP là $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-1)$.

Gọi $M=AB\cap d\Rightarrow M(1+2t;-1+t;2-t)\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2t;t-3;3-t)$.

$AB\perp d\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 4t+t-3-3+t=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2;-2;2)=2(1;-1;1)$

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;2;-1)$, có một VTCP là $\vec{u}=(1;-1;1)$

$\Rightarrow AB:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-1+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Ta có: $B=AB\cap(P)$ nên tọa độ của B là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-1+t\\x+y+2z+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-1\\x=0\\y=3\\z=-2\end{cases}$

$\Rightarrow B(0;3;-2)$.

Câu 25: **(SGD Bạc Liêu - 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+t\\y=-1-t\\z=-2+t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$, điểm $M(1;2;-1)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x+10y+14z+64=0$. Gọi Δ' là đường thẳng đi qua M cắt đường thẳng Δ tại A, cắt mặt cầu tại B sao cho $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{1}{3}$ và điểm B có hoành độ là số nguyên. Mặt phẳng trung trực đoạn AB có phương trình là

A. $2x+4y-4z-19=0$. **B.** $3x-6y-6z-62=0$.

C. $2x-4y-4z-43=0$. **D.** $3x+6y-6z-31=0$.

Lời giải

Δ' là đường thẳng đi qua M cắt đường thẳng Δ tại A suy ra tọa độ $A(3+a;-1-a;-2+a)$.

$\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AM}=\pm\overrightarrow{AB}$

Trường hợp 1:

$$3\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\begin{cases}3(-2-a)=x-3-a\\3(3+a)=y+1+a\\3(1-a)=z+2-a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-3-2a\\y=8+2a\\z=1-2a\end{cases}\text{ suy ra } B(-3-2a;8+2a;1-2a)$$

Do $B\in(S)$ nên

$$(-3-2a)^2+(8+2a)^2+(1-2a)^2-4(-3-2a)+10(8+2a)+14(1-2a)+64=0$$

$\Leftrightarrow 12a^2+40a+244=0$, phương trình vô nghiệm

Trường hợp 2:

$$3\overrightarrow{AM}=-\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\begin{cases}3(-2-a)=-(x-3-a)\\3(3+a)=-(y+1+a)\\3(1-a)=-(z+2-a)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=9+4a\\y=-10-4a\\z=-5+4a\end{cases}$$

Suy ra $B(9+4a;-10-4a;-5+4a)$

Do $B\in(S)$ nên

$$(9+4a)^2+(-10-4a)^2+(-5+4a)^2-4(9+4a)+10(-10-4a)+14(-5+4a)+64=0$$

$$\Leftrightarrow 48a^2+112a+64=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-1\\a=-\dfrac{4}{3}\end{array}\right.\!.$$

Điểm B có hoành độ là số nguyên nên $B(5;-6;-9)$; $A(2;0;-3)$.

Mặt phẳng trung trực đoạn AB đi qua trung điểm $I\left(\dfrac{7}{2};-3;-6\right)$ và có một véc tơ pháp tuyến

$\vec{n}=(-1;2;2)$ nên có phương trình $\left(x-\dfrac{7}{2}\right)-2(y+3)-2(z+6)=0\Leftrightarrow 2x-4y-4z-43=0$

DẠNG 3. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN GÓC – KHOẢNG CÁCH

1. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song

- *Khoảng cách từ điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ đến mặt phẳng $(P):ax+by+cz+d=0$ được xác định bởi công thức:* $\boxed{d(M;(P))=\dfrac{|ax_M+by_M+cz_M+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.

Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng đến mặt phẳng

- *Cho hai mặt phẳng song song $(P):ax+by+cz+d=0$ và $(Q):ax+by+cz+d'=0$ có cùng véctơ pháp tuyến, khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là* $\boxed{d((Q),(P))=\dfrac{|d-d'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.

2. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng – Khoảng cách giữa hai đường thẳng

• **Khoảng cách từ điểm** M **đến một đường thẳng** d *qua điểm* $M_\circ$ *có véctơ chỉ phương* $\vec{u}_d$ *được xác định bởi công thức* $\boxed{d(M,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{M_\circ M},\vec{u}_d\right]\right|}{\left|\vec{u}_d\right|}}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song *là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.*

• **Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau**: d *đi qua điểm* M *và có véctơ chỉ phương* $\vec{u}$ *và* d' *đi qua điểm* M' *và có véctơ chỉ phương* $\vec{u}'$ *là* $\boxed{d(d,d')=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{M_\circ M}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right]\right|}}$.

3. <u>Góc giữa hai véctơ</u>

Cho hai véctơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ *và* $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$. *Khi đó góc giữa hai véctơ* $\vec{a}$ *và* $\vec{b}$ *là góc nhọn hoặc tù.*

$$\boxed{\cos(\vec{a};\vec{b})=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}=\frac{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}}\ \text{với}\ 0°<\alpha<180°.$$

4. <u>Góc giữa hai mặt phẳng</u>

Cho hai mặt phẳng $(P):A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ *và* $(Q):A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

$$\boxed{\cos\big((P),(Q)\big)=\cos\alpha=\frac{\left|\vec{n}_P.\vec{n}_Q\right|}{\left|\vec{n}_P\right|.\left|\vec{n}_Q\right|}=\frac{\left|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2\right|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}}\ \text{với}\ 0°<\alpha<90°.$$

5. <u>Góc giữa hai đường thẳng</u>

Góc giữa hai đường thẳng d_1 *và* d_2 *có véctơ chỉ phương* $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$ *và* $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$.

$$\boxed{\cos(d_1;d_2)=\cos\alpha=\frac{\left|\vec{u}_1.\vec{u}_2\right|}{\left|\vec{u}_1\right|.\left|\vec{u}_2\right|}=\frac{\left|a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2\right|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}.\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}}\ \text{với}\ 0°<\alpha<90°.$$

6. <u>Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng</u>

Góc giữa đường thẳng d *có véctơ chỉ phương* $\vec{u}_d=(a;b;c)$ *và mặt phẳng* (P) *có véctơ pháp tuyến* $\vec{n}_{(P)}=(A;B;C)$ *được xác định bởi công thức:*

$$\boxed{\sin\alpha=\left|\cos(\vec{n}_{(P)};\vec{u}_d)\right|=\frac{\left|\vec{u}_d.\vec{n}_{(P)}\right|}{\left|\vec{u}_d\right|.\left|\vec{n}_{(P)}\right|}=\frac{\left|aA+bB+cC\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\sqrt{A^2+B^2+C^2}}}\ \text{với}\ 0°<\alpha<90°.$$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):4x=7y+z+25=0$ và đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Gọi d_1' là hình chiếu vuông góc của d_1 lên mặt phẳng (P). Đường thẳng

d_2 nằm trên (P) tạo với d_1, d_1' các góc bằng nhau, d_2 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(a;b;c)$. Tính $\frac{a+2b}{c}$.

A. $\frac{a+2b}{c}=\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{a+2b}{c}=0$. **C.** $\frac{a+2b}{c}=\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{a+2b}{c}=1$.

Lời giải

Cách 1:

Gọi $(Q)=(d_1,d_1')$ khi đó (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{u_1}\right]=(5;5;15)$.

Đường thẳng d_1' có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}'=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{u_1}\right]=(22;11;-11)$ hay một vecto chỉ phương khác $\vec{u}=(2;1;-1)$.

Vì $\overrightarrow{n_p}.\overrightarrow{u_2}=0\Rightarrow 4a-7b+c=0\Rightarrow c=7b-4a\Rightarrow\overrightarrow{u_2}=(a;b;7b-4a)$.

Ta lại có $(d_1;d_2)=(d_1';d_2)\Leftrightarrow\left|\cos\left(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right)\right|=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_1}',\overrightarrow{u_2}\right)\right|$

$\Leftrightarrow|a+2b+4a-7b|=|2a+b+4a-7b|\Leftrightarrow|5a-5b|=|6a-6b|\Leftrightarrow|a-b|=0\Leftrightarrow a=b$

Chọn $a=1\Rightarrow b=1,c=3\Rightarrow\frac{a+2b}{c}=1$.

Cách 2:

Gọi $(Q)=(d_1,d_1')$ khi đó $(P)\perp(Q)$. Các đường thẳng nằm trong (P) mà vuông góc với (Q) thì vuông góc với tất cả các đường thẳng trong (Q) hay chúng cùng tạo với d_1,d_1' các góc 90°. Do đó, các đường thẳng này thỏa mãn yêu cầu đề bài. Chúng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\overrightarrow{n_Q}(1;1;3)\Rightarrow\frac{a+2b}{c}=1$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7),B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y-z+4=0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA=MB=\sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, ta có OM bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 4.

Lời giải

* Ta có : $\overrightarrow{AB}=(2;4;-6)=2(1;2;-3)$

Gọi $I(4;3;4)$ là trung điểm của AB

Phương trình mặt phẳng trung trực (Q) của AB là : $(x-4)+2(y-3)-3(z-4)=0$

$\Leftrightarrow x+2y-3z+2=0$

Gọi $d=(P)\cap(Q)$. Đường thẳng d có 1 vpcp là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(1;1;1)$ và đi qua điểm $N(-2;0;0)$, có phương trình là $d:\begin{cases}x=-2+t\\y=t\\z=t\end{cases}$

* Gọi $M\in(P):MA=MB$. Khi đó $M\in$ d và $M(-2+t;t;t)$

Theo giả thiết, ta có : $MA=\sqrt{35}\Leftrightarrow\sqrt{(t-5)^2+(t-1)^2+(t-7)^2}=\sqrt{35}$

$\Leftrightarrow 3t^2-26t+40=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{20}{3}\\t=2\Rightarrow M(0;2;2)\end{array}\right.$

Vậy $OM=2\sqrt{2}$

Câu 28: **(Chuyen Phan Bội Châu Nghệ An 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$, $d_2:\begin{cases}x=t\\y=0\\z=-t\end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45^0 và nhận vectơ $\vec{n}=(1;b;c)$ làm một vectơ pháp tuyến. Xác định tích bc.

A. -4 hoặc 0. **B.** 4 hoặc 0. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Ta có vectơ chỉ phương của d_1, d_2 lần lượt là $\vec{u}_1=(2;-2;-1)$ và $\vec{u}_2=(1;0;-1)$.

Mặt phẳng (P) qua $d_1\Rightarrow\vec{n}.\vec{u}_1=0\Leftrightarrow 2-2b-c=0.\quad(1)$

$\sin(d_2,(P))=\dfrac{|\vec{u}_2.\vec{n}|}{|\vec{u}_2|.|\vec{n}|}=\sin 45^\circ\Leftrightarrow\dfrac{|1-c|}{\sqrt{b^2+c^2+1}.\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow|1-c|=\sqrt{b^2+c^2+1}\Leftrightarrow b^2+2c=0.(2)$

Từ (1) và $(2)\Rightarrow\begin{cases}b=2\\c=-2\end{cases}\Rightarrow b.c=-4.$

Câu 29: **(Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019)** rong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$ và $d_2:\begin{cases}x=t\\y=0\\z=-t\end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1, tạo với d_2 một góc $45°$ và nhận vectơ $\vec{n}(1;b;c)$ làm một vec tơ pháp tuyến. Xác định tích $b.c$.

A. -4. **B.** 4. **C.** 4 hoặc 0. **D.** -4 hoặc 0.

Lời giải.

$\overrightarrow{u_1}=(2;-2;-1),\overrightarrow{u_2}=(1;0;-1)$ lần lượt là vectơ chỉ phương của d_1, d_2. Theo bài ra ta có

$\begin{cases}\vec{n}.\overrightarrow{u_1}=0\\\left|\cos\left(\vec{n};\overrightarrow{u_2}\right)\right|=\sin(d_2;(P))\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2.1+(-2)b+(-1)c=0\\\dfrac{|1.1+0.b+(-1)c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}.\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=2-2b\\(c-1)^2=1+b^2+c^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ c=-2 \end{cases}$.

Câu 30: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$, mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$. Gọi M là giao điểm của d và (P). Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d và cách M một khoảng $\sqrt{42}$. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z+4}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+4}{-3}=\dfrac{z+5}{1}$. **D.** Đáp án khác.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M=d\cap(P)$. Suy ra $M\in d\Rightarrow M(3+2t;-2+t;-1-t); M\in(P)\Rightarrow t=-1\Rightarrow M(1;-3;0)$

(P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(1;1;1)$. d có véc tơ chỉ phương $\vec{a}_d=(2;1;-1)$. Δ có véc tơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta=\left[\vec{a}_d,\vec{n}_P\right]=(2;-3;1)$. Gọi $N(x;y;z)$ là hình chiếu vuông góc của M trên Δ, khi đó $MN=(x-1;y+3;z)$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{a_\Delta} \\ N\in(P) \\ MN=\sqrt{42} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 2x-3y+z-11=0 \\ x+y+z+2=0 \\ (x-1)^2+(y+3)^2+z^2=42 \end{cases}$.

Giải hệ ta tìm được $N(5;-2;-5)$ và $N(-3;-4;5)$.

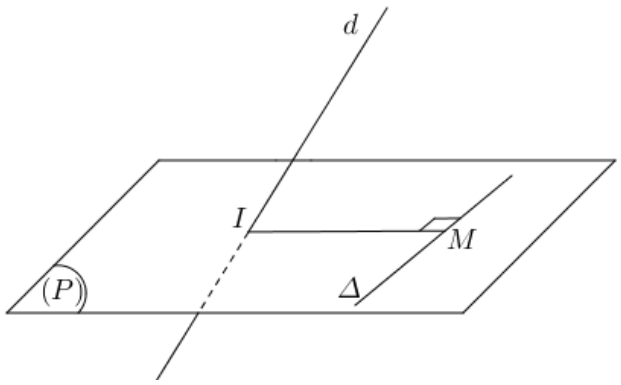
Với $N(5;-2;-5)$, ta có $\Delta:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z+5}{1}$.

Với $N(-3;-4;5)$, ta có $\Delta:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+4}{-3}=\dfrac{z-5}{1}$.

Câu 31: **(THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2019)** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=2-t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$, cắt mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ tại điểm I. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho $\Delta\perp d$ và khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{42}$. Tìm tọa độ hình chiếu $M(a;b;c)$ (với $a+b>c$) của điểm I trên đường thẳng Δ.

A. $M(2;5;-4)$. **B.** $M(6;-3;0)$. **C.** $M(5;2;-4)$. **D.** $M(-3;6;0)$.

Lời giải



(P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$ và d có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;-1)$.

$I=d\cap(P)\Rightarrow I(1;1;1)$.

Vì $\Delta\subset(P);\Delta\perp d\Rightarrow\Delta$ có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(-3;2;1)$.

M là hình chiếu của I trên Δ nên M thuộc mặt phẳng (Q) đi qua I và vuông góc với Δ.

Mặt phẳng (Q) nhận $\overrightarrow{u_\Delta}=(-3;2;1)$ làm véctơ pháp tuyến nên ta có phương trình của

$(Q):-3(x-1)+2(y-1)+1(z-1)=0\Leftrightarrow 3x-2y-z=0$.

Gọi $d_1=(P)\cap(Q)\Rightarrow d_1$ có véctơ chỉ phương $\vec{v}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\vec{n}\right]=(1;4;-5)$ và d_1 đi qua I, phương trình của $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=1+4t\\z=1-5t\end{cases}$.

Mặt khác $M\in\Delta\Rightarrow M\in(P)\Rightarrow M\in d_1$.

Giả sử $M(1+t;1+4t;1-5t)\Rightarrow\overrightarrow{IM}=(t;4t;-5t)$.

Ta có: $IM=\sqrt{42}\Leftrightarrow\sqrt{t^2+16t^2+25t^2}=\sqrt{42}\Leftrightarrow t=\pm1$.

+) Với $t=1\Rightarrow M(2;5;-4)$.

+) Với $t=-1\Rightarrow M(0;-3;6)$.

Vì $M(a;b;c)$ (với $a+b>c$) nên $M(2;5;-4)$.

Cách 2: Vì $M(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của I lên Δ.

Khi đó ta có

$$\begin{cases}M\in(P)\\\overrightarrow{IM}\perp\vec{u}_\Delta\\IM=\sqrt{42}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c-3=0\\-3(a-1)+2(b-1)+(c-1)=0\\(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c-3=0\\-3a+2b+c=0\\(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}4a-b=3\\a+b+c-3=0\\(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=4a-3\\c=-5a+6\\(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=0\\b=-3\\c=6\end{cases}\\\begin{cases}a=2\\b=5\\c=-4\end{cases}\end{array}\right.$$

Vì $M(a;b;c)$ (với $a+b>c$) nên $M(2;5;-4)$.

Câu 32: **(Chuyên Đại Học Vinh 2019)** Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1:\frac{x-3}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$, $\Delta_2:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1,Δ_2 tương ứng tại H,K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(h;k;1)$. Giá trị $h-k$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** 6. **D.** –2.

Lời giải

Chọn A

$H\in\Delta_1\Leftrightarrow H(3+2t;t;1+t)$.

$K\in\Delta_2\Leftrightarrow K(1+m;2+2m;m)$.

Ta có $\overrightarrow{HK}=(m-2t-2;2m-t+2;m-t-1)$.

Đường thẳng d có một VTCP là $\overrightarrow{u_d}=(1;1;-2)$.

$\Delta\perp d\Leftrightarrow \overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{HK}=0\Leftrightarrow m-t+2=0\Leftrightarrow m=t-2\Rightarrow \overrightarrow{HK}=(-t-4;t-2;-3)$.

Ta có $HK^2=(-t-4)^2+(t-2)^2+(-3)^2=2(t+1)^2+27\geq 27,\forall t\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow minHK=\sqrt{27}$, đạt được khi $t=-1$.

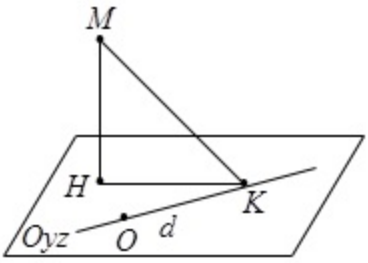
Khi đó ta có $\overrightarrow{HK}=(-3;-3;-3)$, suy ra $\vec{u}(1;1;1)\Rightarrow h=k=1\Rightarrow h-k=0$.

Câu 33: **(Hội 8 trường chuyên 2019)** Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O, thuộc mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M(1;-2;1)$ một khoảng nhỏ nhất. Côsin của góc giữa d và trục tung bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của M trên mặt phẳng (Oyz) và trên đường thẳng d.

Ta có: $d(M,d)=MK\geq MH=1$, $H(0;-2;1)$.

Suy ra $d(M,d)$ nhỏ nhất khi $K\equiv H$. Khi đó d có một vecto chỉ phương là $\overrightarrow{OH}=(0;-2;1)$.

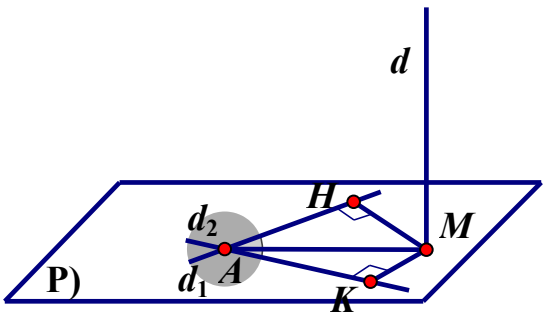
$\cos(d,Oy)=\dfrac{\left|\overrightarrow{OH}.\vec{j}\right|}{\left|\overrightarrow{OH}\right|\left|\vec{j}\right|}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 34: **(Sở Cần Thơ - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$, mặt phẳng $(P):x-z-1=0$ và đường thẳng $(d):\begin{cases}x=1-t\\y=2\\z=-2+t\end{cases}$. Gọi $d_1;d_2$ là các đường thẳng đi qua A, nằm trong (P) và đều có khoảng cách đến đường thẳng d bằng $\sqrt{6}$. Côsin của góc giữa d_1 và d_2 bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



* Ta có: $\vec{n}_P=(1;0;-1)$, $\vec{u}_d=(-1;0;1)\Rightarrow d\perp(P)$ và $d\cap(P)=M(0;2;-1)$

$\Rightarrow\overrightarrow{MA}=(2;-1;2)\Rightarrow MA=3$

* Gọi H; K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên d_1 và d_2, ta có

$d(d_1;d)=d(M;d_1)=MH$, $d(d_2;d)=d(M;d_2)=MK\Rightarrow MH=MK=\sqrt{6}$

$\Rightarrow\sin\widehat{MAK}=\sin\widehat{MAH}=\dfrac{HM}{AM}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\Rightarrow\cos(d_1;d_2)=\left|\cos\left(2.\widehat{MAH}\right)\right|=\left|1-2\sin^2\widehat{MAH}\right|=\left|1-\dfrac{4}{3}\right|=\dfrac{1}{3}$.

Câu 35: **(Chuyên Bắc Giang 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$, mặt phẳng $(P):x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Cho đường thẳng (Δ) đi qua A, cắt (d) và song song với mặt phẳng (P). Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ)

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{16}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M=(\Delta)\cap(d)\Rightarrow M(t+3;3t+3;2t)(t\in R)\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(t+2;3t+1;2t+1)$.

Gọi $\vec{n}(1;1;-1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Ta có $(\Delta)//(P)\Rightarrow \overrightarrow{AM}\perp\vec{n}\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{n}=0\Leftrightarrow t+2+3t+1-2t-1=0\Leftrightarrow t=-1$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}(1;-2;-1)\Rightarrow d(O;\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{OA}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AM}\right|}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

Câu 36: **(Kim Liên - Hà Nội 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+4t\\y=-1-2t\\z=2+2t\end{cases}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng?

A. $\dfrac{\sqrt{87}}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{174}}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{174}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{87}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M(1;-2;0)$ và nhận $\overrightarrow{u_1}=(2;-1;1)$ làm VTCP.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $N(1;-1;2)$ và nhận $\overrightarrow{u_2}=(4;-2;2)$ làm VTCP.

Dễ thấy: $\overrightarrow{u_2}=2.\overrightarrow{u_1}$ nên đường thẳng d_1 song song hoặc trùng với đường thẳng d_2.

Lại có điểm $M(1;-2;0)\in d_1$ nhưng $M(1;-2;0)\notin d_2$ nên suy ra $d_1 // d_2$.

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng khoảng cách từ điểm $M(1;-2;0)$ đến đường thẳng d_2.

$\mathrm{d}(M;d_2)=\dfrac{\left|\overrightarrow{MN}\wedge\overrightarrow{u_2}\right|}{\left|\overrightarrow{u_2}\right|}$.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(0;1;2)$, $\overrightarrow{MN}\wedge\overrightarrow{u_2}=(6;8;-4)$.

$\Rightarrow d\left(M;d_2\right)=\dfrac{\sqrt{6^2+8^2+\left(-4\right)^2}}{\sqrt{4^2+\left(-2\right)^2+2^2}}=\dfrac{\sqrt{174}}{6}\Rightarrow d(d_1;d_2)=\dfrac{\sqrt{174}}{6}.$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(3;1;2\right)$, $B\left(-3;-1;0\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+y+3z-14=0$. Điểm M thuộc mặt phẳng $\left(P\right)$ sao cho ΔMAB vuông tại M. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $\left(Oxy\right)$.

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M\left(x;y;z\right)$ là điểm cần tìm.

$\overrightarrow{AM}=\left(x-3;y-1;z-2\right)$, $\overrightarrow{BM}=\left(x+3;y+1;z\right)$.

Vì ΔMAB vuông tại M nên $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0\Leftrightarrow\left(x-3\right)\left(x+3\right)+\left(y-1\right)\left(y+1\right)+z\left(z-2\right)=0$

$\Leftrightarrow x^2-9+y^2-1+z^2-2z=0\Leftrightarrow x^2+y^2+\left(z-1\right)^2=11$.

$\Rightarrow M$ thuộc mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(0;0;1\right)$ và bán kính $R=\sqrt{11}$.

Nhận xét thấy $d\left(I,\left(P\right)\right)=\dfrac{\left|0+0+3.1-14\right|}{\sqrt{1^2+1^2+3^3}}=\sqrt{11}=R$.

$\Rightarrow\left(P\right)$ tiếp xúc với $\left(S\right)$ tại M

$\Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên $\left(P\right)$

$\Rightarrow\begin{cases}M\in\left(P\right)\\ \overrightarrow{IM}\text{ cïng ph-¬ng }\overrightarrow{n_{(P)}}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+y+3z=14\\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\ y=1\\ z=4\end{cases}\Rightarrow M\left(1;1;4\right).$

Vậy $d\left(M,\left(Oxy\right)\right)=\left|4\right|=4$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A\left(2;0;0\right),B\left(0;3;0\right),C\left(0;0;6\right)$ và $D\left(1;1;1\right)$. Gọi Δ là đường thẳng qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A,B,C đến Δ là lớn nhất. Khi đó Δ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $\left(4;3;7\right)$. **B.** $\left(-1;-2;1\right)$. **C.** $\left(7;5;3\right)$. **D.** $\left(3;4;3\right)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng $\left(ABC\right):\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{6}=1\Leftrightarrow3x+2y+z-6=0$, dễ thấy $D\in\left(ABC\right)$.

Ta thấy $P=d\left(A,\Delta\right)+d\left(B,\Delta\right)+d\left(C,\Delta\right)\le AD+BD+CD$.

Vậy P lớn nhất khi và chỉ khi các hình chiếu vuông góc của các điểm A,B,C trên Δ trùng D hay $\Delta\perp\left(ABC\right)$ tại D.

Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+2t \\ z=1+t \end{cases}$, ta thấy Δ đi qua điểm có tọa độ $(7;5;3)$.

Câu 39: **(Nguyễn Huệ- Ninh Bình- 2019)**Tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $d_1;d_2$ tới mặt phẳng (P) trong đó: $d_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{3};d_2:\dfrac{-x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1};(P):2x+4y-4z-3=0$.

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{7}{6}$. **C.** $\dfrac{13}{6}$. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tham số của hai đường thẳng d_1,d_2 như sau:

$d_1:\begin{cases} x=-1+2t \\ y=3t \\ z=1+3t \end{cases}$, $d_2:\begin{cases} x=1-2t' \\ y=t' \\ z=1+t' \end{cases}$.

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} -1+2t=1-2t' \\ 3t=t' \\ 1+3t=1+t' \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 2t+2t'=2 \\ 3t-t'=0 \\ 3t-t'=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} t=\dfrac{1}{4} \\ t'=\dfrac{3}{4} \end{cases}$.

Suy ra giao điểm của d_1,d_2 là $A\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{4};\dfrac{7}{4}\right)$.

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) là: $d\left(A;(P)\right)=\dfrac{\left|2.\left(-\dfrac{1}{2}\right)+4.\left(\dfrac{3}{4}\right)-4.\left(\dfrac{7}{4}\right)-3\right|}{\sqrt{2^2+4^2+(-4)^2}}=\dfrac{4}{3}$.

Câu 40: **(THPT Hậu Lộc 2 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z-3=0$ và đường thẳng $(\Delta):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{x-1}{-1}$. Khoảng cách giữa (Δ) và (P) là

A. $\dfrac{2}{3}$ **B.** $\dfrac{8}{3}$ **C.** $\dfrac{2}{9}$ **D.** 1

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P):2x-y+2z-3=0$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-1;2)$.

Đường thẳng $(\Delta):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;2;-1)$ và đi qua điểm $M=(1;-1;1)$.

Ta có $\begin{cases} \vec{n}.\vec{u}=0 \\ M\notin(P) \end{cases}$ suy ra (Δ) song song với (P).

Khi đó $d\left((\Delta),(P)\right)=d\left(M,(P)\right)=\dfrac{|2+1+2-3|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=\dfrac{2}{3}$.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=0\\y=3-t\\z=t\end{cases}$ .Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc $45°$.Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(3;2;1)$. **B.** $N(3;2;-1)$. **C.** $P(3;-1;2)$. **D.** $M(3;-1;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta viết phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=0\\y+z-3=0\end{cases}$.

Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d nên có dạng: $mx+n(y+z-3)=0, m^2+n^2\neq 0$

$\Leftrightarrow mx+ny+nz-3n=0\Rightarrow (P)$ có một véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(m;n;n)$.

Mặt phẳng (Oxy) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Ta có: $\cos\left((P);(Oxy)\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_P};\vec{k}\right)\right|\Leftrightarrow \cos 45°=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_P}.\vec{k}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|.\left|\vec{k}\right|}\Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{|n|}{\sqrt{m^2+n^2+n^2}}$

$\Leftrightarrow \sqrt{m^2+2n^2}=\sqrt{2}|n|\Leftrightarrow m^2=0\Leftrightarrow m=0$.

Chọn $n=1\Rightarrow (P): y+z-3=0$.

Do đó: $M(3;2;1)\in(P)$.

Bình luận: Đối với những bài toán viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng cho trước ta nên sử dụng khái niệm chùm mặt phẳng như sau: Mặt phẳng (α) qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$ và $(Q): a_2x+b_2y+c_2z+d_2=0$ có phương trình dạng

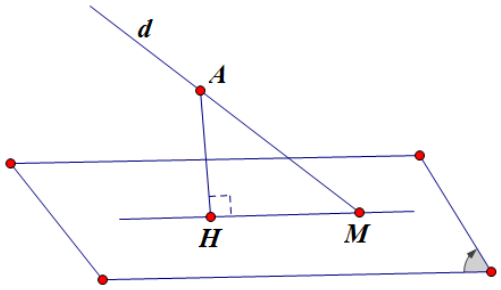
$m(a_1x+b_1y+c_1z+d_1)+n(a_2x+b_2y+c_2z+d_2)=0, m^2+n^2\neq 0$.

Câu 42: **(Chuyên Hà Tĩnh 2019))** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d và (α), A thuộc d sao cho $AM=\sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α).

A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** $\sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn B



Đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-12}{-1}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;2;-1)$.

Mặt phẳng $(\alpha):x+2y-3z-3=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;-3)$.

Ta có: $\sin(d;(\alpha))=\dfrac{|\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_\alpha}|}{|\overrightarrow{u_d}|.|\overrightarrow{n_\alpha}|}=\dfrac{3\sqrt{14}}{14}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (α).

Khi đó tam giác ΔMAH vuông tại H nên $\sin(d;(\alpha))=\sin\widehat{AMH}=\dfrac{AH}{AM}$.

$\Rightarrow AH=AM.\sin(d;(\alpha))=3$.

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) bằng 3.

Câu 43: **(Hội 8 trường chuyên 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P):x+ay+bz+c=0(c>0)$ song song với d_1,d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng 2 lần khoảng cách từ d_2 đến (P). Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 14. **B.** 6. **C.** -4. **D.** -6.

Lời giải

Chọn A

Gọi $\vec{u}_1=(1;1;2)$, $\vec{u}_2=(2;1;1)$ lần lượt là một vectơ chỉ phương của d_1, d_2.

Gọi $\vec{n}_1=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(-1;3;-1)$, có $\vec{n}_1$ cùng phương $\vec{n}_2=(1;-3;1)$.

$\vec{n}=(1;a;b)$ là một vec-tơ chỉ phương của (P).

Do (P) song song với d_1,d_2 nên chọn $\vec{n}=(1;-3;1)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x-3y+z+c=0$.

Lấy $M_1(1;-2;1)\in d_1$, $M_2(1;1;-2)\in d_2$

Có $d(d_1;(P))=2d(d_2;(P))\Leftrightarrow d(M_1;(P))=2d(M_2;(P))$

$\Leftrightarrow\dfrac{|1-3(-2)+1+c|}{\sqrt{11}}=2\dfrac{|1-3-2+c|}{\sqrt{11}}\Leftrightarrow|8+c|=2|-4+c|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}8+c=2(-4+c)\\8+c=2(4-c)\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=16 \ (\text{nhận}) \\ c=0 \ \ (\text{loại}) \end{array}\right.$.

Nên $(P): x-3y+z+16=0$, suy ra $a=-3$, $b=1$, $c=16$.

Vậy $a+b+c=14$.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1), B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=4t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

+ Các điểm cách đều hai điểm A, B thì nằm trên mặt phẳng (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

+ Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};1\right)$

+ Phương trình mặt phẳng (α) là $3x+y-7=0$.

Do đó đường thẳng d là giao tuyến của 2 mặt phẳng (P) và (α)

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(0;7;0) \in (P) \cap (\alpha)$ và nhận

$\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_{(\alpha)}}, \overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(1;-3;2)$ làm một vectơ chỉ phương là $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 45: **(Chuyên ĐH Vinh- 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ABC}=30^0$, $BC=3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\frac{x-4}{1}=\frac{y-5}{1}=\frac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x+z-3=0$. Biết đỉnh C có cao độ âm. Tính hoành độ đỉnh

A.

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Vì $C \in BC$ nên $C(4+t;5+t;-7-4t)$.

BC có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-4)$. Mặt phẳng (α) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;0;1)$.

Gọi φ là góc giữa BC và (α). Ta có $\sin\varphi = \left|\cos\left(\vec{u};\vec{n}\right)\right| = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 30^0$. Tức là A là hình chiếu của C lên (α).

Vậy $\frac{3\sqrt{2}}{2} = CA = d\left(C;(\alpha)\right) = \frac{|4+t-7-4t-3|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} C(3;4;-3) \\ C(1;2;5) \end{array}\right.$

Mà C có cao độ âm, suy ra $C(1;2;5)$.

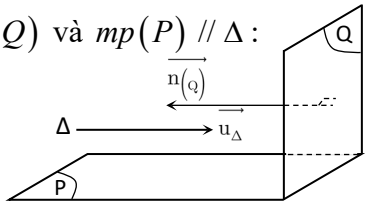
Lúc này AC qua $C(1;2;5)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{n} = (1;0;1)$. Nên $A(3+t;4;-3+t)$.

Mặt khác A nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x+z-3=0 \Rightarrow t = \frac{3}{2} \Rightarrow x_A = \frac{9}{2}$.

DẠNG 4. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG

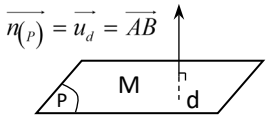
Dạng 1. Viết phương trình mp(P) đi qua M, vuông góc mp(Q) và $mp(P)$ // Δ:

$$\xrightarrow{PP} mp(P): \begin{cases} \bullet\ \text{Đi qua } M(x_o, y_o, z_o) \\ \bullet\ VTPT: \overrightarrow{n_{(P)}} = \left[\overrightarrow{n_{(Q)}}, \overrightarrow{u_\Delta}\right] \end{cases}$$



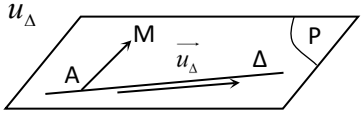
Dạng 2. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với đường thẳng d đi qua hai điểm A và B, với:

$$\xrightarrow{PP} mp(P): \begin{cases} \bullet\ \text{Đi qua } M \\ \bullet\ VTPT: \overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{AB} \end{cases}$$



Dạng 3. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm M và chứa đường thẳng Δ:

$\xrightarrow{PP}$ ***Trên đường thẳng Δ lấy điểm A và xác định VTCP*** $\overrightarrow{u_\Delta}$



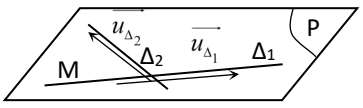
Khi đó $mp(P): \begin{cases} \bullet\ \text{Đi qua } M \\ \bullet\ VTPT: \overrightarrow{n_{(P)}} = \left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{u_\Delta}\right] \end{cases}$

Dạng 4. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua hai đường thẳng song song Δ_1, Δ_2:

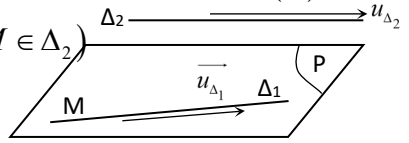
$$\xrightarrow{PP} mp(P): \begin{cases} \bullet\ \text{Đi qua } M \in \Delta_1,\ (\text{hay } M \in \Delta_2) \\ \bullet\ VTPT: \overrightarrow{n_{(P)}} = \left[\overrightarrow{u_{\Delta_1}}, \overrightarrow{u_{\Delta_2}}\right] \end{cases}$$

Dạng 5. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua hai đường thẳng cắt nhau Δ_1, Δ_2:

$$\xrightarrow{PP} mp(P): \begin{cases} \bullet\ \text{Đi qua } M \in \Delta_1,\ (\text{hay } M \in \Delta_2) \\ \bullet\ VTPT: \overrightarrow{n_{(P)}} = \left[\overrightarrow{u_{\Delta_1}}, \overrightarrow{u_{\Delta_2}}\right] \end{cases}$$



Dạng 6. Cho 2 đường thẳng chéo nhau Δ_1, Δ_2. Hãy viết phương trình (P) chứa Δ_1 và song song Δ_2 $\xrightarrow{PP} mp(P):\begin{cases}\bullet\ \text{Đi qua } M\in\Delta_1,\ (\text{hay } M\in\Delta_2)\\ \bullet\ VTPT:\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{u_{\Delta_1}},\overrightarrow{u_{\Delta_2}}\right]\end{cases}$



Dạng 7. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha),\ (\beta)$

$\xrightarrow{PP}$ ***Chọn*** A,B ***thuộc giao tuyến hai mặt phẳng*** (α) ***và*** $(\beta)\Rightarrow A,B\in(P)$***. Cụ thể:***

Cho: $z=z_o\Rightarrow\begin{cases}A_1x+B_1y=-(C_1z_o+D_1)\\ A_2x+B_2y=-(C_2z_o+D_2)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=...\\ y=...\end{cases}\Rightarrow A(...;...;...)\in(P)$

Cho: $x=x_o\Rightarrow\begin{cases}B_1y+C_1z=-(A_1x_o+D_1)\\ B_2y+C_2z=-(A_2x_o+D_2)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y=...\\ z=...\end{cases}\Rightarrow B(...;...;...)\in(P)$

Khi đó $mp(P):\begin{cases}\bullet\ \text{Đi qua } M\\ \bullet\ VTPT:\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}\right]\end{cases}$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P):x-y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O, song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+z=0$. **B.** $x-2y+z=0$. **C.** $x+2y+z-4=0$. **D.** $x-2y+z+4=0$.

Lời giải

Δ có VTCP $\vec{u}=(-1;2;-3)$ và (P) có VTPT là $\vec{n}=(1;-1;1)$.

(α) qua O và nhận $\overrightarrow{n'}=-\left[\vec{u};\vec{n}\right]=(1;2;1)$

Suy ra $(\alpha):x+2y+z=0$.

Câu 47: **(Toán Học Tuổi Trẻ 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d_1 có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-2)$ và đi qua điểm $M(1;-3;2)$, $d_2:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 có dạng $ax+by+cz+11=0$. Giá trị $a+2b+3c$ bằng

A. -42. **B.** -32. **C.** 11. **D.** 20.

Lời giải

Đường thẳng d_2 có véctơ chỉ phương $\vec{v}=(1;-2;3)$ và đi qua điểm $N(-3;1;-4)$

Ta có: $\left[\vec{v},\vec{u}\right]=(4;5;2)\neq\vec{0}$; $\overrightarrow{MN}=(-4;4;-6)$; $\left[\vec{v},\vec{u}\right].\overrightarrow{MN}=-16+20-12=-8\neq0$

$\Rightarrow$ d_1 và d_2 chéo nhau.

Mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 nên (P) nhận $\left[\vec{v},\vec{u}\right]=(4;5;2)$ làm một vectơ pháp tuyến và đi qua trung điểm $I(-1;-1;-1)$ của đoạn MN

Suy ra phương trình của (P): $4(x+1)+5(y+1)+2(z+1)=0\Leftrightarrow 4x+5y+2z+11=0$

$\Rightarrow a=4;b=5;c=2\Rightarrow a+2b+3c=20$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ và $d_2:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{-1}$

A. $(P):2x-2z+1=0$ **B.** $(P):2y-2z+1=0$ **C.** $(P):2x-2y+1=0$ **D.** $(P):2y-2z-1=0$

Lời giải

Chọn B

Ta có: d_1 đi qua điểm $A(2;0;0)$ và có VTCP $\vec{u}_1=(-1;1;1)$

d_2 đi qua điểm $B(0;1;2)$ và có VTCP $\vec{u}_2=(2;-1;-1)$

Vì (P) song song với hai đường thẳng d_1 và d_2 nên VTPT của (P) là $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(0;1;-1)$

Khi đó (P) có dạng $y-z+D=0\Rightarrow$ loại đáp án A và C

Lại có (P) cách đều d_1 và d_2 nên (P) đi qua trung điểm $M\left(0;\frac{1}{2};1\right)$ của AB

Do đó $(P):2y-2z+1=0$

Câu 49: **(SGD Cần Thơ - 2018)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-4}{3}$ và $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{3}$ có phương trình là

A. $-2x-y+9z-36=0$. **B.** $2x-y-z=0$.

C. $6x+9y+z+8=0$. **D.** $6x+9y+z-8=0$.

Lời giải

Đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-4}{3}$ đi qua điểm $M(1;-2;4)$, có một VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(-2;1;3)$.

Đường thẳng $d_2:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{3}$ có một VTCP là $\overrightarrow{u_2}=(1;-1;3)$.

Mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau $d_1,d_2\Rightarrow(P)$ qua điểm $M(1;-2;4)$, có một VTPT là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(6;9;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là :

$(P):6(x-1)+9(y+2)+(z-4)=0\Leftrightarrow 6x+9y+z+8=0$.

Câu 50: **(Hồng Bàng - Hải Phòng - 2018)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng $(Q): x+y-4z-6=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=3 \\ y=3+t \\ z=5-t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A, song song với d và vuông góc với (Q) là :

A. $3x+y+z-1=0$. **B.** $3x-y-z+1=0$. **C.** $x+3y+z-3=0$. **D.** $x+y+z-1=0$.

Lời giải

Mặt phẳng (Q) có VTPT $\overrightarrow{n_Q}=(1;1;-4)$.

Đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(0;1;-1)$.

Gọi VTPT của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_P}$.

Ta có: $\overrightarrow{n_P} \perp \overrightarrow{n_Q}$ và $\overrightarrow{n_P} \perp \overrightarrow{u_d}$ nên chọn $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{n_Q},\overrightarrow{u_d}\right]=(3;1;1)$.

(P) đi qua điểm $A(0;1;0)$, VTPT $\overrightarrow{n_P}=(3;1;1)$ có phương trình là: $3x+y+z-1=0$.

Câu 51: **(Toán Học Tuổi Trẻ - 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ Descartes $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;0)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất có phương trình là

A. $x+y-z=0$. **B.** $x+y-z-2=0$. **C.** $x+y-z+1=0$. **D.** $-x+2y+z+5=0$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của A đến d. Khi đó $H(2-t;-1+2t;1+t) \Rightarrow \overrightarrow{AH}=(-1-t;2t;1+t)$.

Do $AH \perp d \Rightarrow -(-1-t)+2.2t+1+t=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{3}$. Khi đó $\overrightarrow{AH}=\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất khi $AH \perp (\alpha)$.

Do đó (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Vậy (α): $1(x-2)+1(y+1)-1(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y-z=0$.

Câu 52: **(SGD&ĐT BRVT - 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$ và $d_2: \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

A. $(P): x+5y+8z-16=0$. **B.** $(P): x+5y+8z+16=0$.

C. $(P): x+4y+6z-12=0$. **D.** $(P): 2x+y-6=0$.

Lời giải

Đường thẳng d_1 đi qua $A(2;6;-2)$ và có một véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;-2;1)$.

Đường thẳng d_2 có một véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;3;-2)$.

Gọi $\vec{n}$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Do mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 nên $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(1;5;8)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(2;6;-2)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;5;8)$ là $x+5y+8z-16=0$.

Câu 53: **(Chuyên Thăng Long - Đà Lạt - 2018)** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng: $(d):\begin{cases}x=t+2\\y=3t-1\\z=2t+1\end{cases}$ và $(\Delta):\begin{cases}x=m+3\\y=3m-2\\z=2m+1\end{cases}$ có dạng $x+ay+bz+c=0$. Tính $P=a+2b+3c$.

A. $P=-10$. **B.** $P=4$. **C.** $P=-8$. **D.** $P=0$.

Lời giải

Ta có $d//\Delta$.

Chọn $A(2;-1;1)\in(d), B(3;-2;1)\in(\Delta)$.

$\overrightarrow{AB}=(1;-1;0)$

Phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng (d) và (Δ) qua $A(2;-1;1)$ và có VTPT $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{u_{(d)}}\right]=(-2;-2;4)=-2(1;1;-2)$ là:

$1(x-2)+1(y+1)-2(z-1)=0\Leftrightarrow x+y-2z+1=0$.

$$\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=-2\end{cases}\Rightarrow P=a+2b+3c=1+2.(-2)+3.1=0.$$

Câu 54: **(Chuyên Trần Đại Nghĩa - 2018)** Tìm tất cả các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d: $\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{-3}$ và tạo với mặt phẳng (P): $2x-z+1=0$ góc $45°$.

A. (α): $3x+z=0$. **B.** (α): $x-y-3z=0$.

C. (α): $x+3z=0$. **D.** (α): $3x+z=0$ hay (α): $8x+5y+z=0$.

Lời giải

d đi qua điểm $O(0;0;0)$ có vtcp $\vec{u}=(1;-1;-3)$.

(α) qua O có vtpt $\vec{n}=(a;b;c)$ có dạng $ax+by+cz=0$, do $\vec{n}.\vec{u}=0\Rightarrow a-b-3c=0$.

(P): $2x-z+1=0$ vtpt $\vec{k}=(2;0;-1)$.

Ta có $\cos 45^\circ = \dfrac{|\vec{n}.\vec{k}|}{|\vec{n}||\vec{k}|} = \dfrac{|2a-c|}{\sqrt{5(a^2+b^2+c^2)}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 10(a^2+b^2+c^2) = (4a-2c)^2$

$\Leftrightarrow 10(b^2+6bc+9c^2+b^2+c^2) = (4b+12c-2c)^2 \Leftrightarrow 10(2b^2+6bc+10c^2) = (4b+10c)^2$

$\Leftrightarrow 4b^2-20bc=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ b=5c \end{array}\right.$.

+ $b=0 \Rightarrow a=3c \Rightarrow (\alpha): x+3z=0$.

+ $b=5c$, chọn $c=1 \Rightarrow b=5$, $a=8 \Rightarrow (\alpha): 8x+5y+z=0$.

Câu 55: **(Quảng Nam - 2018)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Véctơ nào trong các véctơ dưới đây là một véctơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó.

A. $\vec{n}=(1;-1;-1)$. **B.** $\vec{n}=(1;-1;-3)$. **C.** $\vec{n}=(1;-1;5)$. **D.** $\vec{n}=(1;-1;-5)$.

Lời giải

Phương trình đường thẳng qua hai điểm A, O có dạng $\left\{\begin{array}{l} x=t \\ y=t \\ z=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x-y=0 \\ z=0 \end{array}\right.$.

Gọi (P) là mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O nên $(P): m(x-y)+nz=0$, $m^2+n^2>0$.

Khi đó véctơ pháp tuyến của (P) có dạng $\vec{n}=(m;-m;n)$.

Ta có $d(B,(P)) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \dfrac{|m+2n|}{\sqrt{m^2+m^2+n^2}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow 2m^2-4mn-n^2=0 \Leftrightarrow\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{m}{n}=1 \\ \dfrac{m}{n}=\dfrac{1}{5} \end{array}\right.$.

Vậy một véctơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó là $\vec{n}=\left(\dfrac{1}{5}n;\dfrac{-1}{5}n;n\right)=\dfrac{n}{5}(1;-1;5)$.

Câu 56: **(Sở Bình Phước - 2018)** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình $d_1: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3}$, $d_2: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{4}$. Mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

A. $14x-4y-8z+1=0$. **B.** $14x-4y-8z+3=0$.

C. $14x-4y-8z-3=0$. **D.** $14x-4y-8z-1=0$.

Lời giải

Ta có $\vec{a}=(2;1;3)$ và $\vec{b}=(2;-1;4)$ là véc tơ chỉ phương của d_1, d_2

Nên $\vec{n}=\vec{a}\wedge\vec{b}=(7;-2;-4)$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Do đó $(P): 7x-2y-4z+D=0$

Lấy $M(2;2;3)\in d_1$ và $N(1;2;1)\in d_2$.

Do (P) cách đều d_1 và d_2 nên $d(M,(P))=d(N,(P))$.

$\Leftrightarrow \dfrac{|7.2-2.2-4.3+D|}{\sqrt{7^2+2^2+4^2}}=\dfrac{|7.1-2.2-4.1+D|}{\sqrt{7^2+2^2+4^2}}\Leftrightarrow |D-2|=|D-1|\Leftrightarrow D=\dfrac{3}{2}$.

Vậy $(P):7x-2y-4z+\dfrac{3}{2}=0\Leftrightarrow (P):14x-4y-8z+3=0$.

Câu 57: **(THPT Thực Hành - TPHCM - 2018)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d?

A. $(P):5x+2y+4z-5=0$.
B. $(P):2x+1y+2z-1=0$.
C. $(P):5x-2y-4z-5=0$.
D. $(P):2x+1y+2z-2=0$.

Lời giải

VTCP của d là $\vec{a}=(2;1;2)$ và $B(1;-2;1)\in d$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB}=(0;-2;1)$.

Do đó véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{a}\right]=(5,-2;-4)$.

Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là $5(x-1)-2(y-0)-4(z-0)=0$ hay $5x-2y-4z-5=0$.

Câu 58: **(Chuyên Nguyễn Đình Triểu - Đồng Tháp - 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1,d_2 lần lượt có phương trình $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3},d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{4}$. Viết phương trình mặt phẳng cách đều hai đường thẳng d_1,d_2.

A. $14x+4y+8z+13=0$.
B. $14x-4y-8z-17=0$.
C. $14x-4y-8z-13=0$.
D. $14x-4y+8z-17=0$.

Lời giải

Chọn B

d_1,d_2 lần lượt có vectơ chỉ phương là $\vec{n_1}(2;1;3),\vec{n_2}(2;-1;4)$.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là $\vec{n}=\left[\vec{u_1},\vec{u_2}\right]=(7;-2;-4)$.

Gọi $A(2;2;3)\in d_1,B(1;-2;-1)\in d_2$.

Gọi phương trình mặt phẳng $(P):7x-2y-4z+d=0$.

Do mặt phẳng (P) cần tìm cách đều d_1,d_2 nên

$d\left(A,(P)\right)=d\left(B,(P)\right)\Leftrightarrow\dfrac{|d-2|}{\sqrt{7^2+2^2+4^2}}=\dfrac{|15+d|}{\sqrt{7^2+2^2+4^2}}\Leftrightarrow|d-2|=|15+d|$

$\Leftrightarrow d-2=-15-d\Leftrightarrow d=-\dfrac{13}{2}.$

Vậy $(P):7x-2y-4z-\dfrac{13}{2}=0\Leftrightarrow 14x-4y-8z-13=0.$

Câu 59: **(Chuyên KHTN - 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1;d_2$ là:

A. $2y-2z+1=0$. **B.** $2y-2z-1=0$.

C. $2x-2z+1=0$. **D.** $2x-2z-1=0$.

Lời giải

Ta có: Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(2;0;0)$ có VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(-1;1;1)$ và đường thẳng d_2 đi qua điểm $A(0;1;2)$ có VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(-2;1;1)$

Mặt phẳng (P) song song $d_1;d_2$ nên (P) có VTPT là $n=\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]=(0;-1;1)$

Do đó: Mặt phẳng (P) có dạng $y-z+m=0$

Mặt khác: (P) cách đều hai đường thẳng $d_1;d_2$ nên

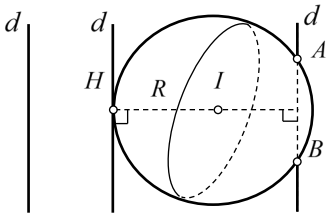
$d\left(d_1;(P)\right)=d\left(d_2;(P)\right)\Leftrightarrow d\left(A;(P)\right)=d\left(B;(P)\right)\Leftrightarrow|m|=|m-1|\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$

Vậy $(P):y-z+\dfrac{1}{2}=0\Leftrightarrow 2y-2z+1=0$.

DẠNG 5. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

1. Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt cầu (S)

Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính R và đường thẳng Δ. Để xét vị trí tương đối giữa Δ và (S) ta tính $d(I,\Delta)$ rồi so sánh với bán kính R.



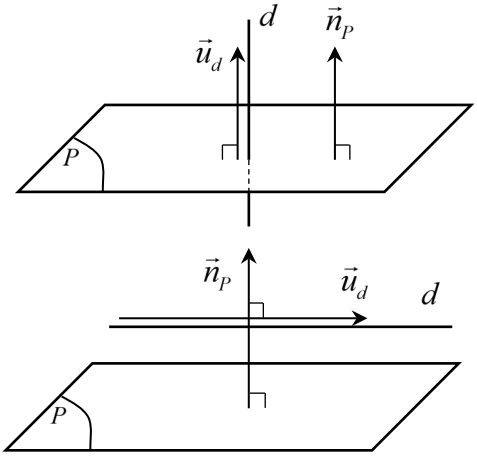
- *Nếu $d(I,\Delta)>R:\Delta$ không cắt (S).*
- *Nếu $d(I,\Delta)=R:\Delta$ tiếp xúc với (S) tại H.*
- *Nếu $d(I,\Delta)<R:\Delta$ cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B.*

- $(P)\equiv(Q)\Leftrightarrow\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}=\dfrac{D_1}{D_2}\cdot$ • $(P)\perp(Q)\Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0.$

2. Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P)

Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_0+a_1t\\y=y_0+a_2t\\z=z_0+a_3t\end{cases}$ *và mặt phẳng* $(\alpha):Ax+By+Cz+D=0$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases}x=x_0+a_1t & (1)\\y=y_0+a_2t & (2)\\z=z_0+a_3t & (3)\\Ax+By+Cz+D=0 & (4)\end{cases}$ (*)



- *Nếu* (*) *có nghiệm duy nhất* $\Leftrightarrow d$ *cắt* (α).
- *Nếu* (*) *có vô nghiệm* $\Leftrightarrow d\parallel(\alpha)$.
- *Nếu* (*) *vô số nghiệm* $\Leftrightarrow d\subset(\alpha)$.

3. <u>Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng d và d'</u>

Cho hai đường thẳng: $d:\begin{cases}x=x_0+a_1t\\y=y_0+a_2t\\z=z_0+a_3t\end{cases}$ *và* $d':\begin{cases}x=x'_0+a'_1t'\\y=y_0+a'_2t'\\z=z_0+a'_3t'\end{cases}$ *lần lượt qua điểm hai điểm* M, N *và có véctơ chỉ phương lần lượt là* $\vec{a}_d$, $\vec{a}_{d'}$.

- d *song song* $d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d=k\vec{a}_{d'}\\M\notin d'\end{cases}$. • d *trùng* $d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d=k\vec{a}_{d'}\\M\in d'\end{cases}$.
- d *cắt* $d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d \text{ ko}\uparrow\uparrow \vec{a}_{d'}\\[\vec{a},\vec{a}'].\overrightarrow{MN}=0\end{cases}$ • d *chéo* $d'\Leftrightarrow[\vec{a}_d,\vec{a}_{d'}].\overrightarrow{MN}\neq 0$.

***<u>Lưu ý</u>**: Nếu* d *cắt* d' *ta tìm tọa độ giao điểm bằng giải hệ phương trình:* $\begin{cases}x_0+a_1t=x'_0+a'_1t'\\y_0+a_2t=y'_0+a'_2t'\\z_0+a_3t=z'_0+a'_3t'\end{cases}$.

Câu 60: **(Chuyên Bắc Giang 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-2}$, $d_2:\frac{x+2}{-2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

A. Chéo nhau **B.** Trùng nhau **C.** Song song **D.** Cắt nhau

Lời giải

Chọn C

$d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-2}\Rightarrow\overrightarrow{u_1}=(2;1;-2)$; $d_2:\frac{x+2}{-2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{2}\Rightarrow\overrightarrow{u_2}=(-2;-1;2)$

$\overrightarrow{u_1}=-\overrightarrow{u_2}\Rightarrow d_1//d_2\vee d_1\equiv d_2$

Điểm $M(1;0;-2)\in d_1$; $M\notin d_2$ nên $d_1//d_2$

Câu 61: **(Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019)** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$\Delta_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{3},\quad \Delta_2:\frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+2}{1}$$

A. Δ_1 song song với Δ_2. **B.** Δ_1 chéo với Δ_2. **C.** Δ_1 cắt Δ_2. **D.** Δ_1 trùng với Δ_2.

Lời giải

Vì $\frac{2}{-1}\neq\frac{2}{-2}$ nên vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;2;3)$ của đường thẳng Δ_1 không cùng phương với vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(-1;-2;1)$ của Δ_2. Tức là Δ_1 chéo với Δ_2 hoặc Δ_1 cắt Δ_2.

Lấy $M(1;-1;0)\in\Delta_1$, $N(3;3;-2)\in\Delta_2$. Ta có: $\overrightarrow{MN}=(2;4;-2)$.

Khi đó: $\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{MN}=0$. Suy ra $\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2},\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Vậy Δ_1 cắt Δ_2.

Câu 62: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P):3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d cắt và không vuông góc với (P). **B.** d vuông góc với (P).

C. d song song với (P). **D.** d nằm trong (P).

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có vtcp $\vec{u}(1;-3;-1)$

Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}(3;-3;2)$

Ta có $\vec{u}.\vec{n}=3+9-2=10\neq 0$ nên loại trường hợp $d//(P)$ và $d\subset(P)$.

Lại có $\vec{u}$ và $\vec{n}$ không cùng phương nên loại trường hợp $d\perp(P)$.

Vậy d cắt và không vuông góc với (P).

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{-2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):11x+my+nz-16=0$. Biết $\Delta\subset(P)$, tính giá trị của $T=m+n$.

A. $T=2$. **B.** $T=-2$. **C.** $T=14$. **D.** $T=-14$.

Lời giải

Cách 1: Lấy $\begin{cases}A(0;2;-1)\in\Delta\\B(-2;3;2)\in\Delta\end{cases}$

Mà $\Delta\subset(P)\Rightarrow\begin{cases}A\in(P)\\B\in(P)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m-n-16=0\\11.(-2)+3m+2n-16=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=10\\n=4\end{cases}$

$\Rightarrow T=m+n=14$.

Cách 2: Đường thẳng Δ đi qua $A(0;2;-1)$ có VTCP $\vec{u}=(-2;1;3)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=(11;m;n)$.

$$\Delta\subset(P)\Rightarrow\begin{cases}A\in(P)\\ \vec{n}.\vec{u}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m-n-16=0\\ -22+m+3n=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=10\\ n=4\end{cases}.$$

$\Rightarrow T=m+n=14$.

Câu 64: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-9}{-1}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $m^2x-my-2z+19=0$ với m là tham số. Tập hợp các giá trị m thỏa mãn $d//(\alpha)$ là

A. $\{1\}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $\{1;2\}$. **D.** $\{2\}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;3;-1)$.

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(m^2;-m;-2)$.

Để $d//(\alpha)$ thì $\begin{cases}\vec{u}.\vec{n}=0\\ M(1;2;9)\in(\alpha)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-3m+2=0\\ m^2-2m-18+19\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=2\end{array}\right.\\ m\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow m=2$.

Câu 65: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ song song với mặt phẳng $(P):2x+y-m^2z+m=0$

A. $m=1$. **B.** $m\in\varnothing$ **C.** $m\in\{-1;1\}$. **D.** $m=-1$

Lời giải

Chọn D

Một véctơ chỉ phương của d: $\vec{u}=(1;-1;1)$; $A(1;-1;2)\in d$.

Một véctơ pháp tuyến của (P): $\vec{n}=(2;1;-m^2)$.

$$d//(P)\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{n}\\ A\notin(P)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1\cdot 2-1\cdot 1-1\cdot m^2=0\\ 2\cdot 1-1-2m^2+m\neq 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}1-m^2=0\\ 1-2m^2+m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\pm 1\\ 1-2m^2+m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m=-1.$$

Câu 66: Gọi m,n là hai giá trị thực thỏa mãn: giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m):mx+2y+nz+1=0$ và $(Q_m):x-my+nz+2=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):4x-y-6z+3=0$.

A. $m+n=0$. **B.** $m+n=2$. **C.** $m+n=1$. **D.** $m+n=3$.

Lời giải

Chọn D

$(P_m): mx+2y+nz+1=0$ có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(m;2;n)$.

$(Q_m): x-my+nz+2=0$ có VTPT $\overrightarrow{n_Q}=(1;-m;n)$.

$(\alpha): 4x-y-6z+3=0$ có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}=(4;-1;-6)$.

Do giao tuyến của (P_m) và (Q_n) vuông góc với (α)

$$\Rightarrow \begin{cases}(P_m)\perp(\alpha)\\(Q_n)\perp(\alpha)\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{n_\alpha}\\\overrightarrow{n_Q}\perp\overrightarrow{n_\alpha}\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}4m-2-6n=0\\4+m-6n=0\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}4m-6n=2\\m-6n=-4\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}m=2\\n=1\end{cases}$$

Vậy $m+n=3$.

Câu 67: **(THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{3}$; $d_2:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=m\end{cases}$. Gọi S là tập tất cả các số m sao cho d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\dfrac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S.

A. -11. **B.** 12. **C.** -12. **D.** 11.

Lời giải

d_1 đi qua điểm $M(1;0;0)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(2;1;3)$.

d_2 đi qua điểm $N(1;2;m)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2=(1;1;0)$.

$[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(-3;3;1)$; $\overrightarrow{MN}=(0;2;m)$.

d_1 và d_2 chéo nhau khi và chỉ khi $[\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{MN}\neq 0\Leftrightarrow m\neq -6$.

Mặt khác $d(d_1,d_2)=\dfrac{5}{\sqrt{19}}\Leftrightarrow\dfrac{\left|[\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{MN}\right|}{\left\|[\vec{u}_1,\vec{u}_2]\right\|}=\dfrac{5}{\sqrt{19}}\Leftrightarrow\dfrac{|m+6|}{\sqrt{19}}=\dfrac{5}{\sqrt{19}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=-11\end{array}\right.$.

Khi đó tổng các phần tử của m là -12.

Câu 68: **(Chuyên Vĩnh Phúc - 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng: $(d_1):\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$, $(d_2):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$, $(d_3):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$, $(d_4):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Số đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là:

A. 0. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1.

Lời giải

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1=(3;-1;-1)$ và có một véctơ chỉ phương là $\vec{u_1}=(1;-2;1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2=(0;0;1)$ và có một véctơ chỉ phương là $\vec{u_2}=(1;-2;1)$.

Do $\vec{u_1}=\vec{u_2}$ và $M_1\notin d_1$ nên hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau.

Ta có $\overrightarrow{M_1M_2}=(-3;1;2)$, $\left[\vec{u_1},\overrightarrow{M_1M_2}\right]=(-5;-5;-5)=-5(1;1;1;)$

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2 khi đó (α) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;1)$. Phương trình mặt phẳng (α) là $x+y+z-1=0$.

Gọi $A=d_3\cap(\alpha)$ thì $A(1;-1;1)$. Gọi $B=d_4\cap(\alpha)$ thì $B(-1;2;0)$.

Do $\overrightarrow{AB}=(-2;3;-1)$ không cùng phương với $\vec{u_1}=(1;-2;1)$ nên đường thẳng AB cắt hai đường thẳng d_1 và d_2.

Câu 69: Trong không gian $Oxyz$, biết mặt cầu (S) có tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x-2y+2z+9=0$ tại điểm $H(a;b;c)$. Giá trị của tổng $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

$\overrightarrow{n_P}=(1;-2;2)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng $OH\Rightarrow OH:\begin{cases}x=t\\y=-2t\\z=2t\end{cases}$

$\Rightarrow H(t;-2t;2t)$

$H\in(P)\Rightarrow t-2.(-2t)+2.2t+9=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow H(-1;2;-2)\Rightarrow a+b+c=-1$

Câu 70: **(Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định- 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;2)$ và đường thẳng d: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I, tiếp xúc với đường thẳng d. Bán kính của (S) bằng

A. $\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{30}}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $H(1+2t;-t;t)$ là hình chiếu của I trên đường thẳng d.

Có $\overrightarrow{IH}=(2t;-t;t-2)$; vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(2;-1;1)$.

Vì H là hình chiếu vuông góc của I trên d nên $\overrightarrow{IH}\perp\vec{u}\Leftrightarrow\overrightarrow{IH}.\vec{u}=0$

$\Leftrightarrow 2t.2+(-t).(-1)+(t-2).1=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{3}\Rightarrow\overrightarrow{IH}=\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{3}\right)\Rightarrow IH=\dfrac{\sqrt{30}}{3}$.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R=IH=\dfrac{\sqrt{30}}{3}$.

Câu 71: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$, đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-6}{-3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-2}{2}$ và điểm $M(4;3;1)$. Trong các mặt phẳng sau mặt phẳng nào đi qua M, song song với Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S)?

A. $2x-2y+5z-22=0$. **B.** $2x+y+2z-13=0$.

C. $2x+y-2z-1=0$. **D.** $2x-y+2z-7=0$.

Lời giải

Cách 1:

Gọi $\vec{n}=(2a;b;c)$ là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần lập, $a^2+b^2+c^2\neq 0$.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-3;2;2)$.

Mặt phẳng (P) song song với Δ nên ta có $\vec{n}.\vec{u}=0\Leftrightarrow -6a+2b+2c=0\Leftrightarrow c=3a-b$.

Mặt phẳng (P) đi qua M và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ nên phương trình có dạng:

$2a(x-4)+b(y-3)+(3a-b)(z-1)=0\Leftrightarrow 2ax+by+(3a-b)z-11a-2b=0\ (*)$

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=1$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $(S)\Leftrightarrow d(I,(P))=1\Leftrightarrow \dfrac{3|b|}{\sqrt{4a^2+b^2+(3a-b)^2}}=1$

$\Leftrightarrow \dfrac{3|b|}{\sqrt{13a^2+2b^2-6ab}}=1\Leftrightarrow 3|b|=\sqrt{13a^2+2b^2-6ab}$.

$\Leftrightarrow 9b^2=13a^2+2b^2-6ab\Leftrightarrow 13a^2-6ab-7b^2=0\Leftrightarrow (a-b)(13a+7b)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=b\\13a=-7b\end{array}\right.$.

Với $a=b$, chọn $a=1,b=1$, thay vào $(*)$ ta được pt$(P_1):2x+y+2z-13=0$.

Ta có $N(6;2;2)\in\Delta$. Dễ thấy $N\notin(P_1)$, suy ra $(P_1):2x+y+2z-13=0$ song song với Δ.

Với $13a=-7b$, chọn $a=7,b=-13$, thay vào $(*)$ ta được pt$(P_2):14x-13y+34z-51=0$.

Ta có $N(6;2;2)\in\Delta$, dễ thấy $N\notin(P_2)$, suy ra $(P_2):14x-13y+34z-51=0$ song song với Δ.

Vậy **Chọn B**

Cách 2: (Trắc nghiệm)

Gọi (P) là mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán và có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}$.

Vì (P) đi qua $M(4;3;1)$ nên phương án **A**, **C** bị loại.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-3;2;2)$. (P) song song với đường thẳng Δ nên $\vec{n}.\vec{u}=0$. Do đó phương án **D** bị loại.

Vậy phương án **B** là phương án thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 72: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+4}{-4}$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9$. Khi đó (P) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $3x-y+2z=0$. **B.** $-2x+2y-z+4=0$.

C. $x+y+z=0$ **D.** Đáp án khác.

Lời giải

Chọn D

Véc tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(3;1;-4)$, véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-3;1)$ và bán kính $R=3$.

Vì (P) chứa d nên $\vec{u}.\vec{n}=0$ và (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I;(P))=3$.

Ta chỉ xét phương trình $\vec{u}.\vec{n}=0$. Lấy hai điểm nằm trên đường thẳng d là $M(4;0;-4)$ và $N(1;-1;0)$.

Ta nhận thấy: $M(4;0;-4)$ và $N(1;-1;0)$ không thỏa mãn đáp án $A;B;C$.

Vậy, đáp án là D.

Câu 73: **(Chuyên Bắc Giang 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz,* viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=6$ đồng thời song song với hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

A. $\left[\begin{array}{l}x-y+2z-3=0\\x-y+2z+9=0\end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}x+y+2z-3=0\\x+y+2z+9=0\end{array}\right.$ **C.** $x+y+2z+9=0$ **D.** $x-y+2z+9=0$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d_1 có vtcp $\vec{u_1}(3;-1;-1)$, đường thẳng d_2 có vtcp $\vec{u_2}(1;1;-1)$. Gọi $\vec{n}$ là vtpt của mặt phẳng (α) cần tìm. Do (α) song song với hai đường thẳng d_1,d_2 nên $\vec{n}\perp\vec{u_1}$ và $\vec{n}\perp\vec{u_2}$, từ đó ta chọn $\vec{n}=\left[\vec{u_1},\vec{u_2}\right]=(2;2;4)$. Suy ra $(\alpha):x+y+2z+c=0$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $R=\sqrt{6}$.

(α) tiếp xúc với $(S)\Leftrightarrow d(I;(\alpha))=\sqrt{6}\Leftrightarrow\dfrac{|c-3|}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c-3=6\\c-3=-6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=9\\c=-3\end{array}\right.$.

Câu 74: **(Đề Tham Khảo 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng

đi qua E, nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases} x=2+9t \\ y=1+9t \\ z=3+8t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=2-5t \\ y=1+3t \\ z=3 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=3 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=2+4t \\ y=1+3t \\ z=3-3t \end{cases}$

Lời giải

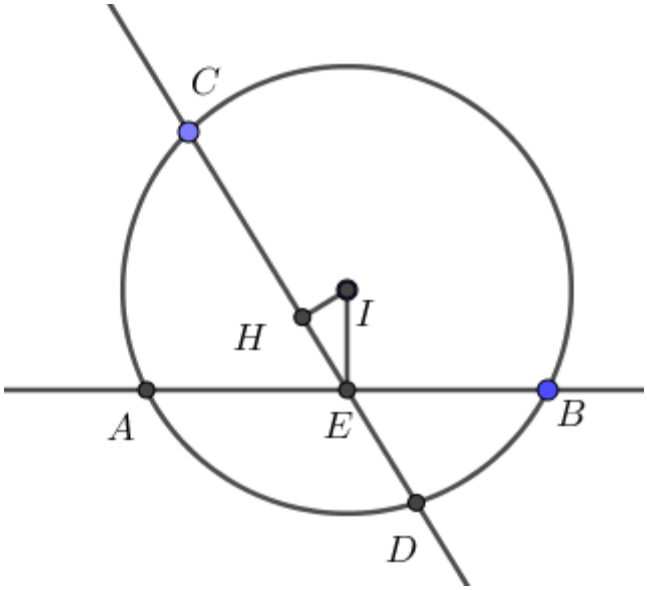
Chọn C

Ta có tâm và bán kính mặt cầu (S) là $I(3;2;5); R=6$

$IE=\sqrt{1+1+4}=\sqrt{6}<R$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua E

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên Δ



Dây cung càng nhỏ khi khoảng cách từ tâm tới đường thẳng Δ càng lớn

Ta có $d(I,\Delta)=IH\le IE$

Vậy dây cung nhỏ nhất khi đường thẳng Δ vuông góc với $\overrightarrow{IE}=(-1;-1;;-2)$

Dựa vào các đáp án ta thấy trong các vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(9;9;8)$ $\overrightarrow{u_3}=(-5;3;0)$ $\overrightarrow{u_3}=(1;-1;0)$ $\overrightarrow{u_4}=(4;3;-3)$

Thì chỉ có $\overrightarrow{u_3}.\overrightarrow{IE}=0$

Nhận xét: ta hoàn toàn có thể viết được pt đường thẳng Δ bằng cách viết pt mặt phẳng (Q) đi qua E nhận $\overrightarrow{IE}=(-1;-1;;-2)$ làm một vecto pháp tuyến, khi đó $\Delta=(P)\cap(Q)$

Câu 75: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S_1), (S_2) có phương trình lần lượt là $(S_1):x^2+y^2+z^2=25$, $(S_2):x^2+y^2+(z-1)^2=4$. Một đường thẳng d vuông góc với véc tơ

$\vec{u}=(1;-1;0)$ tiếp xúc với mặt cầu (S_2) và cắt mặt cầu (S_1) theo một đoạn thẳng có độ dài bằng 8. Hỏi véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của d?

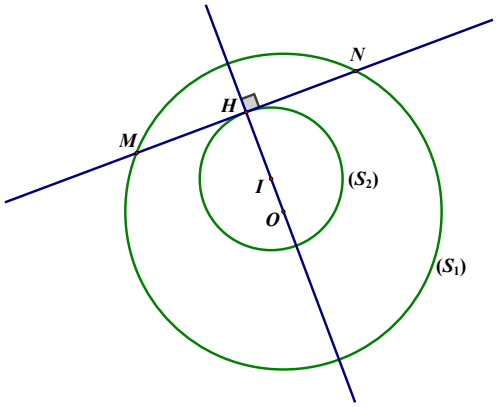
A. $\vec{u}_1=(1;1;\sqrt{3})$ **B.** $\vec{u}_2=(1;1;\sqrt{6})$ **C.** $\vec{u}_3=(1;1;0)$ **D.** $\vec{u}_4=(1;1;-\sqrt{3})$

Lời giải

Mặt cầu (S_1) có tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R_1=5$.

Mặt cầu (S_2) có tâm $I(0;0;1)$, bán kính $R_2=2$.

Có $OI=1<R_1-R_2$ nên (S_2) nằm trong mặt cầu (S_1).



Giả sử d tiếp xúc với (S_2) tại H và cắt mặt cầu (S_1) tại M, N. Gọi K là trung điểm MN.

Khi đó $IH=R_2=2$ và $OH\geq OK$.

Theo giả thiết $MN=8\Rightarrow MK=4\Rightarrow OK=\sqrt{R_1^2-MK^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$.

Có $OI=1$, $IH=2\Rightarrow OK=OI+IH\geq OH\geq OK$. Do đó $OH=OK$, suy ra $H\equiv K$, tức d vuông góc với đường thẳng OI.

Đường thẳng d cần tìm vuông góc với véc tơ $\vec{u}=(1;-1;0)$ và vuông góc với $\overrightarrow{OI}=(0;0;1)$ nên có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_3=\left[\overrightarrow{OI},\vec{u}\right]=(1;1;0)$.

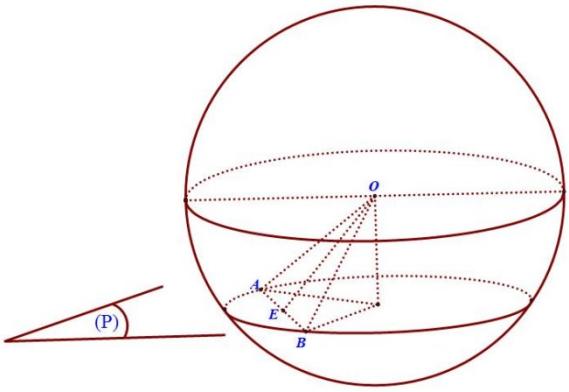
Câu 76: **(Chuyên Bắc Giang 2019)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $E(1;1;1)$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=4$ và mặt phẳng $(P):x-3y+5z-3=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A,B sao cho tam giác OAB là tam giác đều. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Lời giải

Chọn D



Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R=2$. Tam giác OAB là tam giác đều có cạnh bằng 2. Gọi M là trung điểm AB ta có $OM=\dfrac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$, mặt khác $\overrightarrow{OE}(1;1;1)\Rightarrow OE=\sqrt{3}$. Vậy điểm M trùng điểm E. Gọi $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của Δ ta có: $\vec{u}\perp\overrightarrow{OE}$ và $\vec{u}\perp\vec{n}$ (với $\vec{n}(1;-3;5)$ là vectơ pháp tuyến của (P) vì $\Delta\subset(P)$).

$\left[\vec{n},\overrightarrow{OE}\right]=(-8;4;4)$, chọn $\vec{u}=-\dfrac{1}{4}\left[\vec{n},\overrightarrow{OE}\right]=(2;-1;-1)$.

Vậy đường thẳng Δ đi qua E, có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;-1;-1)$ có phương trình là: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Câu 77: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;0;-1)$. Gọi d_2 là đường thẳng đi qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(a;1;2)$. Giá trị của a sao cho đường thẳng d_1 cắt đường thẳng d_2 là

A. $a=-1$. **B.** $a=2$. **C.** $a=0$. **D.** $a=1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của đường thẳng d_1 là: $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=3+t\end{cases}$.

Phương trình tham số đường thẳng d_2 qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(a;1;2)$ là:

$$d_2:\begin{cases}x=1+at'\\y=0+t'\\z=-1+2t'\end{cases}$$

d_1 nhận $\vec{u}=(1;-2;1)$ làm vectơ chỉ phương và d_2 nhận $\vec{v}=(a;1;2)$ làm vectơ chỉ phương

Đường thẳng d_1 cắt đường thẳng d_2 khi và chỉ khi hệ phương trình $\begin{cases}1+t=1+at'\\2-2t=0+t'\\3+t=-1+2t'\end{cases}$ có đúng một nghiệm.

Ta có:

$$\begin{cases}1+t=1+at'\\2-2t=0+t'\\3+t=-1+2t'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t-at'=0\\-2t-t'=-2\\t-2t'=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\t'=2\\0-a.2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\t'=2\cdot\\a=0\end{cases}$$

Vậy $a=0$.

Câu 78: Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt cầu $(S_1):(x+3)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=1$, $(S_2):x^2+(y-2)^2+(z-4)^2=4$ và $(S_3):x^2+y^2+z^2+4x-4y-1=0$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3)?

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

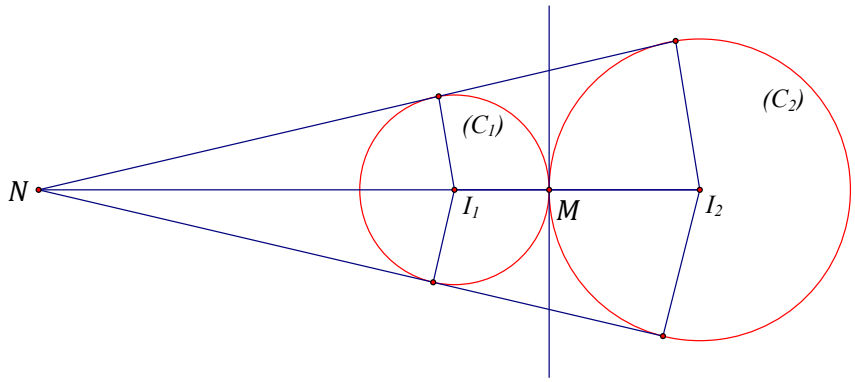
Chọn A

Ta có: $(S_1):\begin{cases}I_1(-3;2;4)\\R_1=1\end{cases}$, $(S_2):\begin{cases}I_2(0;2;4)\\R_2=2\end{cases}$, $(S_3):\begin{cases}I_3(-2;2;0)\\R_2=3\end{cases}$

$\Rightarrow I_1I_2=3=R_1+R_2\Rightarrow(S_1),(S_2)$ tiếp xúc với nhau tại M.

Ta có $\overrightarrow{MI_2}=2\overrightarrow{I_1M}=\frac{2}{3}\overrightarrow{I_1I_2}\Rightarrow M(-2;2;4)$

Cắt hai mặt cầu $(S_1),(S_2)$ theo phương chứa đường nối tâm của chúng ta có thiết diện là hai đường tròn lớn $(C_1),(C_2)$.



Trường hợp 1: Mặt phẳng qua M vuông góc với I_1I_2 có phương trình là $(\alpha):x+2=0$ mà $d(I_3;(\alpha))=0\Rightarrow(\alpha)$ không tiếp xúc với $(S_3)\Rightarrow$ **LOẠI.**

Trường hợp 2: N là tâm vị tự ngoài của $(C_1),(C_2) \Rightarrow \overrightarrow{NI_2} = 2\overrightarrow{NI_1} = 2\overrightarrow{I_1I_2} \Rightarrow N(-6;2;4)$.

Gọi (P) là mặt phẳng tiếp xúc với 3 mặt cầu. (P) qua N và có vtpt là $\vec{n}(1;a;b)$

$\Rightarrow (P): x+6+a(y-2)+b(z-4)=0 \Leftrightarrow (P): x+ay+bz-2a-4b+6=0$.

Có: $\begin{cases} d(I_1;(P))=1 \\ d(I_2;(P))=2 \\ d(I_3;(P))=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3=\sqrt{1+a^2+b^2} \\ 6=2\sqrt{1+a^2+b^2} \\ |4b-4|=3\sqrt{1+a^2+b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=\dfrac{13}{4} \\ b=-\dfrac{5}{4} \end{array}\right.$

Với $b=\dfrac{13}{4} \Rightarrow a^2=-\dfrac{41}{16}$ (loại)

Với $b=-\dfrac{5}{4} \Rightarrow a^2=\dfrac{103}{16} \Rightarrow a=\pm\dfrac{\sqrt{103}}{4}$

Vậy có 2 mặt phẳng tiếp xúc với 3 mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3).

Câu 79: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có bán kính $R=5$, có tâm I thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với trục Oy. Biết rằng I có tung độ dương. Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu (S)?

A. $M(-1;-2;1)$. **B.** $N(1;2;-1)$.

C. $P(-5;2;-7)$. **D.** $Q(5;-2;7)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm I thuộc đường thẳng d nên có tọa độ dang: $I(1+2t;-t;-2+t)$

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với trục Oy nên $d(I,Oy)=R \Leftrightarrow \sqrt{(1+2t)^2+(-2+t)^2}=5$

$\Leftrightarrow \sqrt{5t^2+5}=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=-2 \end{array}\right.$

Với $t=2$ ta có $I(5;-2;0)$ (Loại).

Với $t=-2$ ta có $I(-3;2;-4)$ (Thỏa mãn).

Nên mặt cầu (S) có phương trình là: $(x+3)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=25$.

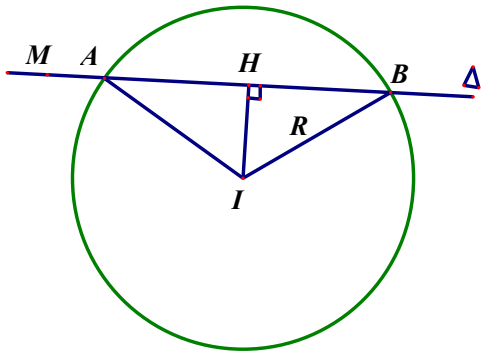
Thay tọa độ các điểm trong các phương án vào phương trình mặt cầu, nhận thấy điểm $N(1;2;-1)$ thỏa mãn.

Câu 80: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-6y+m=0$ (m là tham số) và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=4+2t \\ y=3+t \\ z=3+2t \end{cases}$. Biết đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=8$. Giá trị của m là

A. $m=5$. **B.** $m=12$. **C.** $m=-12$. **D.** $m=-10$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm đoạn thẳng $AB \Rightarrow IH \perp AB$, $HA=4$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2\,;3\,;0)$, bán kính $R=\sqrt{13-m}$, $(m<13)$.

Đường thẳng Δ đi qua $M(4\,;3\,;3)$ và có 1 véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(2\,;1\,;2)$.

Ta có: $\overrightarrow{IM}=(6\,;0\,;3) \Rightarrow \left[\overrightarrow{IM}, \vec{u}\right]=(-3;-6\,;6) \Rightarrow IH=d(I,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM}, \vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=3$.

Ta có: $R^2=IH^2+HA^2 \Leftrightarrow 13-m=3^2+4^2 \Leftrightarrow m=-12$.

Câu 81: **(SGD Bến Tre 2019)** Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \begin{cases} x=4-2t \\ y=t \\ z=3 \end{cases}, (t\in\mathbb{R}), d_2: \begin{cases} x=1 \\ y=t' \\ z=-t' \end{cases}, (t'\in\mathbb{R})$.

Phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng $(d_1),(d_2)$ là:

A. $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+y^2+(z+2)^2=\dfrac{9}{4}$. **B.** $\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+y^2+(z-2)^2=\dfrac{3}{2}$.

C. $\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+y^2+(z-2)^2=\dfrac{9}{4}$. **D.** $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+y^2+(z+2)^2=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với $(d_1),(d_2)$ là mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của $(d_1),(d_2)$. Lấy $A(4-2t;t;3)\in d_1; B(1;t';-t')\in d_2$. A,B là đoạn vuông góc chung khi và chỉ khi $\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_{d_1}}=0\\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_{d_2}}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-5t+t'=-6\\ -t+2t'=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\ t'=-1\end{cases}$.

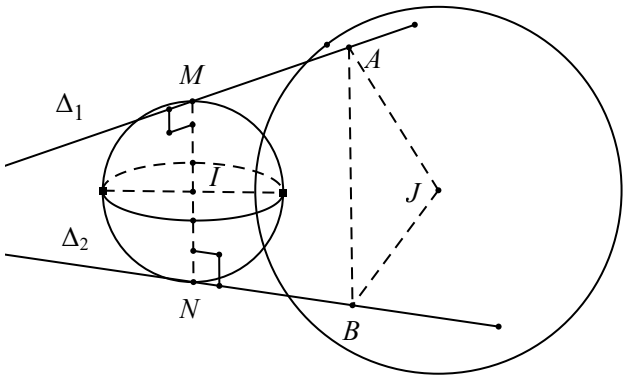
Khi đó $A(2;1;3); B(1;-1;1)$. Suy ra tâm $I\left(\frac{3}{2};0;2\right)$, bán kính $R=\frac{3}{2}$.

Câu 82: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\frac{x-4}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+5}{-2}$ và $\Delta_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{3}=\frac{z}{1}$. Trong tất cả mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2. Gọi (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất. Bán kính của mặt cầu (S) là

A. $\sqrt{12}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{24}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\Delta_1:\begin{cases}x=4+3t_1\\ y=1-t_1\\ z=-5-2t_1\end{cases}$, $\Delta_2:\begin{cases}x=2+t_2\\ y=-3+3t_2\\ z=t_2\end{cases}$ $(t_1,t_2\in\mathbb{R})$, gọi $\vec{u}_1(3;-1;-2),\vec{u}_2(1;3;1)$ lần lượt là véc tơ chỉ phương của hai đường thẳng.

Gọi $M\in\Delta_1\Rightarrow M(4+3t_1;1-t_1;-5-2t_1); N\in\Delta_2\Rightarrow N(2+t_2;3t_2-3;t_2)$.

Suy $\overrightarrow{MN}=(t_2-3t_1-2;3t_2+t_1-4;t_2+2t_1+5)$.

MN là đoạn vuông góc chung khi và chỉ khi: $\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\vec{u}_1=0\\ \overrightarrow{MN}.\vec{u}_2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7t_1+t_2=-6\\ 2t_1+11t_2=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=-1\\ t_2=1\end{cases}$.

$\overrightarrow{MN}=(2;-2;4)\Rightarrow MN=2\sqrt{6}$.

Giả sử (S) là mặt cầu tâm J đường kính d tiếp xúc với lần lượt Δ_1, Δ_2 tại A, B. Khi đó $JA + JB \geq AB$. Hay $d \geq AB \geq MN \Rightarrow d \geq MN$. Vậy đường kính d nhỏ nhất khi $d = MN$.

Suy ra mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất $r = \dfrac{MN}{2} = \sqrt{6}$.

Cách khác

Hai mặt phẳng song song và lần lượt chứa Δ_1, Δ_2 là (P), (Q). Mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 sẽ tiếp xúc với $(P), (Q)$ nên đường kính cầu là khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ hay là khoảng cách từ Δ_2 đến (P).

Gọi $\vec{u}_1(3;-1;-2), \vec{u}_2(1;3;1)$ lần lượt là véc tơ chỉ phương của hai đường thẳng, $N(2;-3;0) \in \Delta_2$.

$\left[\vec{u}_1, \vec{u}_2\right] = (5;-5;10) \Rightarrow \vec{n}_p = \left(1;-1;2\right)$, phương trình $(P): x - y + 2z + 7 = 0$.

$d((P),(Q)) = d(\Delta_2,(P)) = d(N,(P)) = \dfrac{\left|2 + 3 + 7\right|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 2\sqrt{6}$. Suy ra bán kính cần tìm là $\sqrt{6}$

CHƯƠNG III

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN MẶT CẦU – MẶT PHẲNG – ĐƯỜNG THẲNG

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ mặt phẳng $(P):2x+6y+z-3=0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A và B. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+5)^2=36.$ **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=9.$

C. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+5)^2=9.$ **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=36.$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+4x-6y+m=0$ (m là tham số) và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=4+2t\\y=3+t\\z=3+2t\end{cases}$. Biết đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $AB=8$. Giá trị của m là

A. $m=5$. **B.** $m=12$. **C.** $m=-12$. **D.** $m=-10$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ và hai mặt phẳng $(P):x-2y+2z=0$; $(Q):x-2y+3z-5=0$. Mặt cầu (S) có tâm I là giao điểm của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P). Mặt phẳng (Q) tiếp xúc với mặt cầu (S). Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S):(x+2)^2+(y+4)^2+(z+3)^2=1.$ **B.** $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=6.$

C. $(S):(x-2)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=\dfrac{2}{7}.$ **D.** $(S):(x-2)^2+(y+4)^2+(z+4)^2=8.$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=14$ và mặt phẳng $(\alpha):x+3y+2z-5=0$. Biết đường thẳng Δ nằm trong (α), cắt trục Ox và tiếp xúc với (S). Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của Δ?

A. $\vec{u}=(4;-2;1)$. **B.** $\vec{v}=(2;0;-1)$. **C.** $\vec{m}=(-3;1;0)$. **D.** $\vec{n}=(1;-1;1)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y-z+9=0$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C). Tìm tọa độ tâm K và bán kính r của đường tròn (C) là

A. $K(3;-2;1)$, $r=10$. **B.** $K(-1;2;3)$, $r=8$. **C.** $K(1;-2;3)$, $r=8$. **D.** $K(1;2;3)$, $r=6$.

Câu 6: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1), B(2;2;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z=0$. Mặt cầu (S) thay đổi qua A,B và tiếp xúc với (P) tại H. Biết H chạy trên 1 đường tròn cố định. Tìm bán kính của đường tròn đó.

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và mặt phẳng $(\alpha):4x+3y-12z+10=0$. Lập phương trình mặt phẳng (β) thỏa mãn đồng thời các điều kiện: Tiếp xúc với (S); song song với (α) và cắt trục Oz ở điểm có cao độ dương.

A. $4x+3y-12z-78=0$. **B.** $4x+3y-12z-26=0$.

C. $4x+3y-12z+78=0$. **D.** $4x+3y-12z+26=0$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2+y^2+z^2=9$ và điểm $M(x_0;y_0;z_0)\in d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=2-3t\end{cases}$.

Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1;1;2)$. Tổng $T=x_0^2+y_0^2+z_0^2$ bằng

A. 30. **B.** 26. **C.** 20. **D.** 21.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P),(P')$ chứa d và tiếp xúc với (S) tại T, T'. Tìm tọa độ trung điểm H của TT'.

A. $H\left(-\dfrac{7}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{7}{6}\right)$. **B.** $H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{2}{3};-\dfrac{7}{6}\right)$. **C.** $H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{6}\right)$. **D.** $H\left(-\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{6}\right)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases}x=2+9t\\y=1+9t\\z=3+8t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2-5t\\y=1+3t\\z=3\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=3\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=1+3t\\z=3-3t\end{cases}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=4$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=-t\end{cases},t\in\mathbb{R}$. Mặt phẳng chứa d và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là

A. $y+z+1=0$. **B.** $x+3y+5z+2=0$. **C.** $x-2y-3=0$. **D.** $3x-2y-4z-8=0$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $E(1;1;1)$, mặt phẳng $(P):x-3y+5z-3=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=4$. Gọi Δ là đường thẳng qua E, nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại 2 điểm phân biệt A,B sao cho $AB=2$. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases}x=1-2t\\y=2-t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=-3+t\\z=5+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;-2)$, mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-7=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và Δ nằm trong mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm B,C sao cho tam giác IBC có diện tích lớn nhất, với I là tâm của mặt cầu (S). Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases}x=t\\y=1\\z=-2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=1+t\\z=-2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=-2\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=1+t\\z=-2\end{cases}$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):z+2=0$, $K(0;0;-2)$, đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$. Phương trình mặt cầu tâm thuộc đường thẳng d và cắt mặt phẳng (P) theo thiết diện là đường tròn tâm K, bán kính $r=\sqrt{5}$ là

A. $x^2+y^2+(z-2)^2=16$. **B.** $x^2+y^2+z^2=16$. **C.** $x^2+y^2+(z-2)^2=9$. **D.** $x^2+y^2+z^2=9$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-z-3=0$ và hai điểm $M(1;1;1)$, $N(-3;-3;-3)$. Mặt cầu (S) đi qua M, N và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm Q. Biết rằng Q luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính của đường tròn đó.

A. $R=\dfrac{2\sqrt{11}}{3}$. **B.** $R=6$. **C.** $R=\dfrac{2\sqrt{33}}{3}$. **D.** $R=4$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3^2$, mặt phẳng $(P):x-y+z+3=0$ và điểm $N(1;0;-4)$ thuộc (P). Một đường thẳng Δ đi qua N nằm trong (P) cắt (S) tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB=4$. Gọi $\vec{u}(1;b;c)$, $(c>0)$ là một vecto chỉ phương của Δ, tổng $b+c$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 45.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho hai đường thẳng $\Delta_1:\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+1}{2}$ và $\Delta_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{1}$. Tính diện tích mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, đồng thời tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2.

A. $\frac{16}{17}\pi$. **B.** $\frac{4}{\sqrt{17}}\pi$. **C.** $\frac{16}{\sqrt{17}}\pi$. **D.** $\frac{4}{17}\pi$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2t\\y=t\\z=4\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=3-t'\\y=t'\\z=0\end{cases}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$. **B.** $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=16$.

C. $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=4$. **D.** $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=16$.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$. Điểm $M(a;b;c),(a>0)$ nằm trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) và $\widehat{AMB}=60^0$, $\widehat{BMC}=60^0$, $\widehat{CMA}=120^0$. Tính $a^3+b^3+c^3$.

A. $a^3+b^3+c^3=\frac{173}{9}$. **B.** $a^3+b^3+c^3=\frac{112}{9}$. **C.** $a^3+b^3+c^3=-8$. **D.** $a^3+b^3+c^3=\frac{23}{9}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3;3;-3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha):2x-2y+z+15=0$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=100$. Đường thẳng Δ qua M, nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B sao cho độ dài AB lớn nhất. Viết phương trình đường thẳng Δ.

A. $\frac{x+3}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+3}{3}$. **B.** $\frac{x+3}{1}=\frac{y-3}{4}=\frac{z+3}{6}$.

C. $\frac{x+3}{16}=\frac{y-3}{11}=\frac{z+3}{-10}$. **D.** $\frac{x+3}{5}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+3}{8}$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-2)$. Gọi D là điểm khác O sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc nhau và $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=-4$ **B.** $S=-1$ **C.** $S=-2$ **D.** $S=-3$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho $(P):2x+y+2z-1=0$, $A(0;0;4),B(3;1;2)$. Một mặt cầu (S) luôn đi qua A,B và tiếp xúc với (P) tại C. Biết rằng, C luôn thuộc một đường tròn cố định bán kính r. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. Đáp án khác. **B.** $r=\frac{2\sqrt[4]{244651}}{3}$. **C.** $r=\frac{2\sqrt{244651}}{9}$. **D.** $r=\frac{\sqrt{2024}}{3}$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, xét số thực $m \in (0;1)$ và hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 10 = 0$ và $(\beta): \frac{x}{m} + \frac{y}{1-m} + \frac{z}{1} = 1$. Biết rằng, khi m thay đổi có hai mặt cầu cố định tiếp xúc đồng thời với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$. Tổng bán kính của hai mặt cầu đó bằng

A. 6 **B.** 3 **C.** 9 **D.** 12

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu (S) tâm $I(5;-3;5)$, bán kính $R = 2\sqrt{5}$. Từ một điểm A thuộc mặt phẳng (P) kẻ một đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại B. Tính OA biết $AB = 4$.

A. $OA = \sqrt{11}$. **B.** $OA = 5$. **C.** $OA = 3$. **D.** $OA = \sqrt{6}$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua $D(1;1;2)$. Tổng $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$ bằng

A. 30 **B.** 26 **C.** 20 **D.** 21

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(0;0;3), B(-2;0;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Hỏi có bao nhiêu điểm C trên mặt phẳng (α) sao cho tam giác ABC đều?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng (P), (P') chứa d và tiếp xúc với (S) tại T, T'. Tìm tọa độ trung điểm H của TT'.

A. $H\left(-\frac{7}{6}; \frac{1}{3}; \frac{7}{6}\right)$. **B.** $H\left(\frac{5}{6}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{6}\right)$. **C.** $H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right)$. **D.** $H\left(-\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; \frac{5}{6}\right)$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - my + z + 2m - 1 = 0$ và $(\beta): mx + y - mz + m + 2 = 0$. Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (Oxy). Biết rằng với mọi số thực m thay đổi thì đường thẳng Δ luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(6;0;0)$, $N(0;6;0)$, $P(0;0;6)$. Hai mặt cầu có phương trình $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2z + 1 = 0$ cắt nhau theo đường tròn (C). Hỏi có bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng MN, NP, PM?

A. 1. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 4.

Câu 30: Trong không gian cho mặt phẳng $(P): x-z+6=0$ và hai mặt cầu $(S_1): x^2+y^2+z^2=25$, (S_2): $x^2+y^2+z^2+4x-4z+7=0$. Biết rằng tập hợp tâm I các mặt cầu tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1), (S_2) và tâm I nằm trên (P) là một đường cong. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong đó.

A. $\frac{7}{3}\pi$. **B.** $\frac{7}{9}\pi$. **C.** $\frac{9}{7}\pi$. **D.** $\frac{7}{6}\pi$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình mặt cầu: $(S_m): x^2+y^2+z^2+(m+2)x+2my-2mz-m-3=0$. Biết rằng với mọi số thực m thì (S_m) luôn chứa một đường tròn cố định. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=\frac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $r=\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **C.** $r=\frac{1}{3}$. **D.** $r=\sqrt{3}$.

Câu 32: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt câu $(S): x^2+y^2-2x-4y+6z-13=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$. Điểm $M(a;b;c)(a>0)$ nằm trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $\widehat{AMB}=60°$, $\widehat{BMC}=90°$, $\widehat{CMA}=120°$. Tính $Q=a+b+c$.

A. $Q=3$. **B.** $Q=\frac{10}{3}$. **C.** $Q=2$. **D.** $Q=1$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$, $B(2;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z+2=0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A, song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d lớn nhất.

A. $d: \frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-2}$. **B.** $d: \frac{x}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z+2}{-2}$.

C. $d: \frac{x-2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$. **D.** $d: \frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-1}$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{2-z}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng $(Q): 2x-y-2z-2=0$ một góc có số đo nhỏ nhất. Điểm $A(1;2;3)$ cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng:

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{7\sqrt{11}}{11}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(-2;-2;1)$ và mặt phẳng (α) : $2x+2y-z+9=0$. Gọi M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (α) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc vuông. Xác định phương trình đường thẳng MB khi MB đạt giá trị lớn nhất.

A. $\begin{cases} x=-2-t \\ y=-2+2t \\ z=1+2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=-2-t \\ z=1+2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-2 \\ z=1+2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-2-t \\ z=1 \end{cases}$

Câu 36: - Viết phương trình đường thẳng a đi qua $M(4;-2;1)$, song song với mặt phẳng $(\alpha):3x-4y+z-12=0$ và cách $A(-2;5;0)$ một khoảng lớn nhất.

A. $\begin{cases}x=4-t\\y=-2+t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4+t\\y=-2-t\\z=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=1-2t\\z=-1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4+t\\y=-2+t\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 37: Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3;1;1)$, nằm trong mặt phẳng $(\alpha):x+y-z-3=0$ và tạo với đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=4+3t\\z=-3-2t\end{cases}$ một góc nhỏ nhất thì phương trình của Δ là

A. $\begin{cases}x=1\\y=-t'\\z=2t'\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=8+5t'\\y=-3-4t'\\z=2+t'\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t'\\y=1-t'\\z=3-2t'\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+5t'\\y=1-4t'\\z=3+2t'\end{cases}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P):x+2y=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, song song với (P) và cách điểm $B(-1;0;2)$ một khoảng ngắn nhất. Hỏi Δ nhận vecto nào dưới đây là vecto chỉ phương ?

A. $\vec{u}=(6;3;-5)$. **B.** $\vec{u}=(6;-3;5)$. **C.** $\vec{u}=(6;3;5)$. **D.** $\vec{u}=(6;-3;-5)$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2;-1;-2)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A, song song với đường thẳng (d) và khoảng cách từ d tới mặt phẳng (P) là lớn nhất. Khi đó mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $x-y-6=0$. **B.** $x+3y+2z+10=0$.

C. $x-2y-3z-1=0$. **D.** $3x+z+2=0$.

Câu 40: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(1;-7;-8)$, $B(2;-5;-9)$ sao cho khoảng cách từ điểm $M(7;-1;-2)$ đến (P) đạt giá trị lớn nhất. Biết (P) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;4)$, khi đó giá trị của tổng $a+b$ là

A. -1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất có phương trình là

A. $x+y-z-2=0$. **B.** $x+y-z=0$.

C. $x+y-z+1=0$. **D.** $-x+2y+z+5=0$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-5=0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A, song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất.

A. $d: \dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{-2}$.
B. $d: \dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{-11}=\dfrac{z-1}{2}$.
C. $d: \dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{2}$.
D. $d: \dfrac{x+3}{-26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{-2}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) bằng

A. $\sqrt{2}$.
B. $\dfrac{3}{\sqrt{6}}$.
C. $\dfrac{11\sqrt{2}}{6}$.
D. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(5;-4;-1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $d_{(B,(P))}=2d_{(A,(P))}$, (P) cắt AB tại $I(a;b;c)$ nằm giữa AB. Tính $a+b+c$

A. 8
B. 6
C. 12
D. 4

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và điểm $A(1;2;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và cách điểm A một khoảng cách lớn nhất. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P).

A. $\vec{n}=(1;0;2)$.
B. $\vec{n}=(1;0;-2)$.
C. $\vec{n}=(1;1;1)$.
D. $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-5=0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A, song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất.

A. $d: \dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{-2}$.
B. $d: \dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{-11}=\dfrac{z-1}{2}$.
C. $d: \dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{2}$.
D. $d: \dfrac{x+3}{-26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{-2}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-4z=0$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;3;1)$ thuộc mặt phẳng (P). Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, nằm trong mặt phẳng (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Gọi $\vec{u}=(a;b;1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ. Tính $a+2b$.

A. $a+2b=-3$.
B. $a+2b=0$.
C. $a+2b=4$.
D. $a+2b=7$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x+my+(2m+1)z-m-2=0$, m là tham số. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên (P). Tính $a+b$ khi khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất ?

A. $a+b=-\frac{1}{2}$. **B.** $a+b=2$. **C.** $a+b=0$. **D.** $a+b=\frac{3}{2}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$ có tâm I và mặt phẳng $(P):2x-y+2z+2=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho đoạn IM ngắn nhất.

A. $\left(-\frac{1}{3};-\frac{4}{3};-\frac{4}{3}\right)$. **B.** $\left(-\frac{11}{9};-\frac{8}{9};-\frac{2}{9}\right)$ **C.** $(1;-2;2)$. **D.** $(1;-2;-3)$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Giả sử $M\in(P)$ và $N\in(S)$ sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vecto $\vec{u}=(1;0;1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN.

A. $MN=3$. **B.** $MN=1+2\sqrt{2}$. **C.** $MN=3\sqrt{2}$. **D.** $MN=14$.

Câu 51: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-14=0$. Điểm M thay đổi trên (S), điểm N thay đổi trên (P). Độ dài nhỏ nhất của MN bằng

A. 1 **B.** 2 **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;-2;1)$; bán kính $R=4$ và đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{-1}$. Mặt phẳng (P) chứa d và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có diện tích nhỏ nhất. Hỏi trong các điểm sau điểm nào có khoảng cách đến mặt phẳng (P) lớn nhất.

A. $O(0;0;0)$. **B.** $A\left(1;\frac{3}{5};-\frac{1}{4}\right)$. **C.** $B(-1;-2;-3)$. **D.** $C(2;1;0)$.

CHƯƠNG III

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

DẠNG. BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN MẶT CẦU – MẶT PHẲNG – ĐƯỜNG THẲNG

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ mặt phẳng $(P):2x+6y+z-3=0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A và B. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+5)^2=36.$ **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=9.$

C. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+5)^2=9.$ **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=36.$

Lời giải

Chọn B

$(P)\cap Oz=A(0;0;3)$

Tọa độ của B là nghiệm của hệ phương trình:

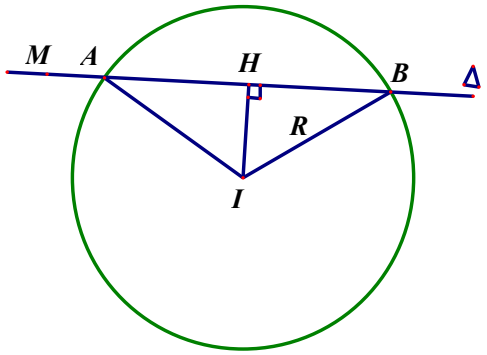
$\begin{cases}2x+6y+z-3=0\\ \dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-6}{-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+6y+z-3=0\\ 2x-y-10=0\\ y+2z-12=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\ y=-2\\ z=7\end{cases}\Rightarrow B(4;-2;7)$. Gọi I là trung điểm của $AB\Rightarrow I(2;-1;5)\Rightarrow IA=\sqrt{4+1+4}=3.$

Phương trình mặt cầu đường kính AB là: $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-5)^2=9.$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+4x-6y+m=0$ (m là tham số) và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=4+2t\\ y=3+t\\ z=3+2t\end{cases}$. Biết đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $AB=8$. Giá trị của m là

A. $m=5.$ **B.** $m=12.$ **C.** $m=-12.$ **D.** $m=-10.$

Lời giải



Gọi H là trung điểm đoạn thẳng $AB \Rightarrow IH \perp AB$, $HA = 4$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2\,;\,3\,;\,0)$, bán kính $R = \sqrt{13-m}$, $(m<13)$.

Đường thẳng Δ đi qua $M(4\,;\,3\,;\,3)$ và có 1 véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2\,;\,1\,;\,2)$.

Ta có: $\overrightarrow{IM} = (6\,;\,0\,;\,3) \Rightarrow \left[\overrightarrow{IM}\,,\,\vec{u}\right] = (-3;-6\,;\,6) \Rightarrow IH = d(I\,,\,\Delta) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM}\,,\,\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|} = 3$.

Ta có: $R^2 = IH^2 + HA^2 \Leftrightarrow 13 - m = 3^2 + 4^2 \Leftrightarrow m = -12$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-2}{1}$ và hai mặt phẳng $(P): x-2y+2z=0$; $(Q): x-2y+3z-5=0$. Mặt cầu (S) có tâm I là giao điểm của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P). Mặt phẳng (Q) tiếp xúc với mặt cầu (S). Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S): (x+2)^2 + (y+4)^2 + (z+3)^2 = 1$.

B. $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 6$.

C. $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = \dfrac{2}{7}$.

D. $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 8$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $I \in (d) \Rightarrow I(2t;3+t;2+t)$.

$I \in (P) \Rightarrow (P): 2t - 2(3+t) + 2(2+t) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow I(2;4;3)$

(Q) tiếp xúc với (S) nên $R = d(I,(Q)) = \sqrt{\dfrac{2}{7}}$.

Vậy $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = \dfrac{2}{7}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 14$ và mặt phẳng $(\alpha): x+3y+2z-5=0$. Biết đường thẳng Δ nằm trong (α), cắt trục Ox và tiếp xúc với (S). Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của Δ?

A. $\vec{u}=(4;-2;1)$. **B.** $\vec{v}=(2;0;-1)$. **C.** $\vec{m}=(-3;1;0)$. **D.** $\vec{n}=(1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;4)$ và bán kính $R=\sqrt{14}$.

Ta có $d(I,(\alpha))=\sqrt{14}=R\Rightarrow(\alpha)$ tiếp xúc với (S).

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên $(\alpha)\Rightarrow H(1;0;2)$

Gọi $A=\Delta\cap Ox\Rightarrow A(a;0;0)$ và $\overrightarrow{AH}=(a-1;0;-2)$

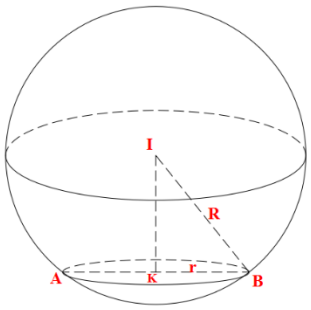
Đường thẳng Δ nằm trong (α), cắt trục Ox và tiếp xúc với (S) nên $\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{n_\alpha}$. Tức là

$a-1+0-4=0\Leftrightarrow a=5\Rightarrow\overrightarrow{AH}=(4;0;-2)$ cùng phương với $\vec{v}=(2;0;-1)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y-z+9=0$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C). Tìm tọa độ tâm K và bán kính r của đường tròn (C) là

A. $K(3;-2;1)$, $r=10$. **B.** $K(-1;2;3)$, $r=8$. **C.** $K(1;-2;3)$, $r=8$. **D.** $K(1;2;3)$, $r=6$.

Lời giải



- Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;1)$; $R=10$.
- Khoảng cách từ I đến (P) là $IK=d(I;(P))=\dfrac{|6+4-1+9|}{3}=6$.
- Đường thẳng qua $I(3;-2;1)$ vuông góc với (P) có phương trình tham số là $\begin{cases}x=3+2t\\y=-2-2t\\z=1-t\end{cases}$ khi đó

Tọa độ tâm K là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x=3+2t\\y=-2-2t\\z=1-t\\2x-2y-z+9=0\end{cases}\Rightarrow K(-1;2;3)$.

- Bán kính: $r=\sqrt{R^2-IK^2}=\sqrt{100-36}=8$.

Câu 6: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$, $B(2;2;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z=0$. Mặt cầu (S) thay đổi qua A,B và tiếp xúc với (P) tại H. Biết H chạy trên 1 đường tròn cố định. Tìm bán kính của đường tròn đó.

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Lời giải

Có $A(1;1;1), B(2;2;1) \Rightarrow$ Phương trình AB: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 1 \end{cases}$

Gọi K là giao điểm của AB và $(P) \Rightarrow K(-1;-1;1)$

Có Mặt cầu (S) tiếp xúc với (P) tại H.

$\Rightarrow HK$ là tiếp tuyến của (S)

$\Rightarrow KH^2 = \overrightarrow{KA}.\overrightarrow{KB} = 12 \Rightarrow KH = 2\sqrt{3}$ không đổi

$\Rightarrow$ Biết H chạy trên 1 đường tròn bán kính $2\sqrt{3}$ không đổi

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-12z+10=0$. Lập phương trình mặt phẳng (β) thỏa mãn đồng thời các điều kiện: Tiếp xúc với (S); song song với (α) và cắt trục Oz ở điểm có cao độ dương.

A. $4x+3y-12z-78=0$. **B.** $4x+3y-12z-26=0$.

C. $4x+3y-12z+78=0$. **D.** $4x+3y-12z+26=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=4$.

Mặt phẳng (β) song song với (α) nên có phương trình dạng $4x+3y-12z+c=0\,(c\neq 10)$.

(β) tiếp xúc với $(S) \Leftrightarrow d(I;(\beta)) = R \Leftrightarrow \frac{|4.1+3.2-12.3+c|}{\sqrt{4^2+3^2+12^2}} = 4 \Leftrightarrow \frac{|-26+c|}{13} = 4$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -26+c=52 \\ -26+c=-52 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=78 \\ c=-26 \end{array}\right.$

Nếu $c=78$ thì $(\beta): 4x+3y-12z+78=0$. Mặt phẳng (β) cắt trục Oz ở điểm $M\left(0;0;\frac{13}{2}\right)$ có cao độ dương.

Nếu $c=-26$ thì $(\beta): 4x+3y-12z-26=0$. Mặt phẳng (β) cắt trục Oz ở điểm $M\left(0;0;-\frac{13}{6}\right)$ có cao độ âm.

Vậy $(\beta): 4x+3y-12z+78=0$.

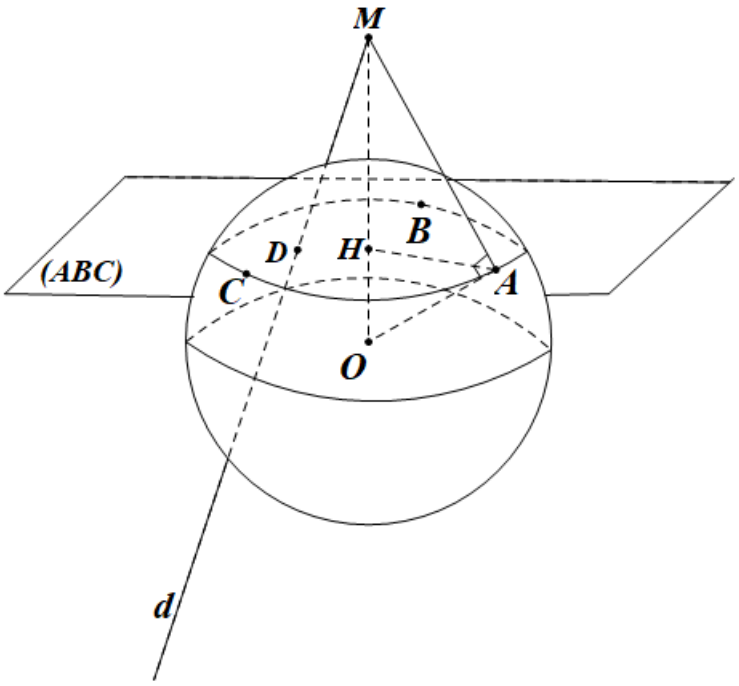
Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2+y^2+z^2=9$ và điểm $M(x_0;y_0;z_0)\in d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=2-3t\end{cases}$.

Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1;1;2)$. Tổng $T=x_0^2+y_0^2+z_0^2$ bằng

A. 30. **B.** 26. **C.** 20. **D.** 21.

Lời giải

Chọn B



* Ta có: $M(x_0;y_0;z_0)\in d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=2-3t\end{cases}\Rightarrow x_0+y_0+z_0=4$.

* Mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2=9\Rightarrow$ tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R=3$.

* MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu $\Rightarrow MO\perp(ABC)$.

$\Rightarrow (ABC)$ đi qua $D(1;1;2)$ có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{OM}(x_0;y_0;z_0)$ có phương trình dạng:

$x_0(x-1)+y_0(y-1)+z_0(z-2)=0$.

* MA là tiếp tuyến của mặt cầu tại $A\Rightarrow \Delta MOA$ vuông tại $A\Rightarrow OH.OM=OA^2=R^2=9$.

Gọi H là hình chiếu của O lên (ABC) $(OH+OM=HM)$, ta có:

$$d(O;(ABC))=OH=\frac{|-x_0-y_0-2z_0|}{\sqrt{x_0^2+y_0^2+z_0^2}}=\frac{|x_0+y_0+z_0+z_0|}{\sqrt{x_0^2+y_0^2+z_0^2}}=\frac{|z_0+4|}{OM}\Rightarrow OH.OM=|z_0+4|.$$

$\Rightarrow |z_0+4|=9\Leftrightarrow z_0=5\vee z_0=-13$.

* Với $z_0=5\Rightarrow M(0;-1;5)\Rightarrow T=26$ nhận do: $OM=\sqrt{26}; OH=\frac{|z_0+4|}{OM}=\frac{9}{\sqrt{26}}$;

$pt(ABC): -y+5z-9=0 \Rightarrow MH = d(M;(ABC)) = \dfrac{17}{\sqrt{26}}$.

$\Rightarrow OH + HM = OM$.

* Với $z_0 = -13 \Rightarrow M(6;11;-13) \Rightarrow$ loại do: $OM = \sqrt{326}; OH = \dfrac{9}{\sqrt{326}}$;

$(ABC): 6x+11y-13z+9=0 \Rightarrow MH = d(M;(ABC)) = \dfrac{335}{\sqrt{326}}$.

$\Rightarrow OH + HM \neq OM$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P),(P')$ chứa d và tiếp xúc với (S) tại T, T'. Tìm tọa độ trung điểm H của TT'.

A. $H\left(-\dfrac{7}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{7}{6}\right)$. **B.** $H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{2}{3};-\dfrac{7}{6}\right)$. **C.** $H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{6}\right)$. **D.** $H\left(-\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{6}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$, bán kính $R=1$.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d} = (1;1;-1)$.

Gọi K là hình chiếu của I trên d, ta có $K(t;2+t;-t) \Rightarrow \overrightarrow{IK} = (t-1;2+t;-t+1)$.

Vì $IK \perp d$ nên $\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{IK} = 0 \Leftrightarrow t-1+2+t-(-t+1) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow \overrightarrow{IK}(-1;2;1)$.

Phương trình tham số của đường thẳng IK là $\begin{cases} x = 1-t' \\ y = 2t' \\ z = -1+t' \end{cases}$

Khi đó, trung điểm H của TT' nằm trên IK nên $H(1-t';2t';-1+t') \Rightarrow \overrightarrow{IH} = (-t';2t';t')$. Mặt khác, ta có: $\overrightarrow{IH}.\overrightarrow{IK} = IT^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{IH}.\overrightarrow{IK} = 1 \Leftrightarrow t'+4t'+t' = 1 \Leftrightarrow t' = \dfrac{1}{6} \Rightarrow H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{6}\right)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases} x = 2+9t \\ y = 1+9t \\ z = 3+8t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2-5t \\ y = 1+3t \\ z = 3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-t \\ z = 3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2+4t \\ y = 1+3t \\ z = 3-3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;5)$ và bán kính $R=6$.

$IE = \sqrt{1^2+1^2+2^2} = \sqrt{6} < R \Rightarrow$ điểm E nằm trong mặt cầu (S).

Gọi H là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P), A và B là hai giao điểm của Δ với (S).

Khi đó, AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow AB \perp OE$, mà $AB \perp IH$ nên $AB \perp (HIE) \Rightarrow AB \perp IE$.

Suy ra: $\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{n_P}; \overrightarrow{EI}\right] = (5;-5;0) = 5(1;-1;0)$.

Vậy phương trình của Δ là $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-t \\ z = 3 \end{cases}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=4$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = -t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Mặt phẳng chứa d và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là

A. $y+z+1=0$. **B.** $x+3y+5z+2=0$. **C.** $x-2y-3=0$. **D.** $3x-2y-4z-8=0$.

Lời giải

Chon A

Gọi H là hình chiếu vuông góc của tâm cầu $I(3;1;0)$ lên d, từ đó ta tìm được $H(3;0;-1)$.

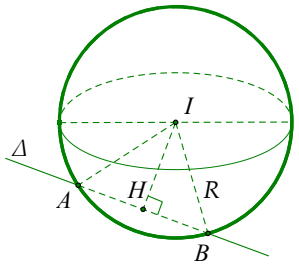
Thấy $IH \le R$ nên d cắt (S). Vậy mặt phẳng cần tìm nhận $\overrightarrow{IH} = (0;-1;-1)$ làm VTPT nên pt mặt phẳng là $y+z+1=0$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $E(1;1;1)$, mặt phẳng $(P): x-3y+5z-3=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=4$. Gọi Δ là đường thẳng qua E, nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho $AB=2$. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = 2-t \\ z = 1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1+t \\ z = 1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = -3+t \\ z = 5+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1-t \\ z = 1-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D



$(S): x^2+y^2+z^2=4 \Rightarrow$ Tâm $I(0;0;0)$; bán kính $R=2$.

$(P): x-3y+5z-3=0 \Rightarrow$ véctơ pháp tuyến của $(P): \vec{n}_P = (1;-3;5)$.

Gọi H là hình chiếu của I lên $\Delta \Rightarrow AH = BH = \dfrac{AB}{2} = 1$.

Xét ΔIAH vuông tại $H \Rightarrow IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$.

Mặt khác ta có $\overrightarrow{IE}=(1;1;1)\Rightarrow IE=\sqrt{3}=IH\Rightarrow H\equiv E\Rightarrow IE\perp\Delta$.

Đường thẳng Δ đi qua $E(1;1;1)$; vuông góc với IE và chứa trong (P) nên:

Véctơ chỉ phương của $\Delta:\vec{n}_{\Delta}=\left[\vec{n}_{P};\overrightarrow{IE}\right]=(-8;4;4)$.

$\Rightarrow$ véctơ $\vec{u}=(2;-1;-1)$ cũng là véctơ chỉ phương của Δ.

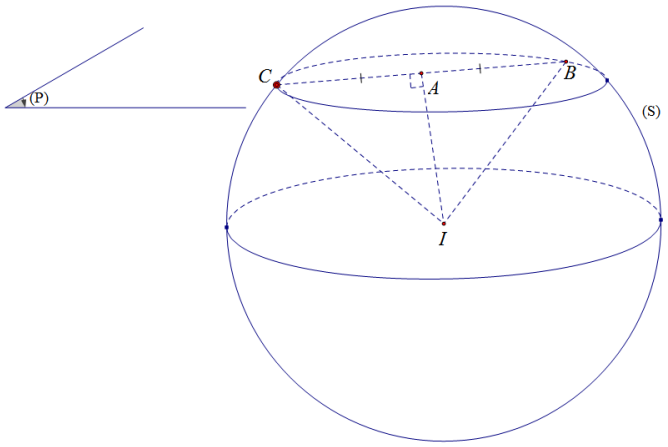
Phương trình đường thẳng Δ là: $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;-2)$, mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-7=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và Δ nằm trong mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm B,C sao cho tam giác IBC có diện tích lớn nhất, với I là tâm của mặt cầu (S). Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases}x=t\\y=1\\z=-2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=1+t\\z=-2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=-2\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=1+t\\z=-2\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C



(S) có tâm $I(1;2;0)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+7}=2\sqrt{3}$.

$\overrightarrow{AI}=(1;1;2)\Rightarrow AI=\sqrt{6}<R\Rightarrow A$ nằm trong mặt cầu (S) và A nằm trên dây cung BC (1).

$S_{\Delta IBC}=\frac{1}{2}IB.IC.\sin\widehat{BIC}=\frac{R^2}{2}\sin\widehat{BIC}\le\frac{R^2}{2}$ nên diện tích ΔIBC đạt giá trị lớn nhất là $\frac{R^2}{2}$

$\Leftrightarrow\sin\widehat{BIC}=1\Rightarrow\widehat{BIC}=90^\circ\Rightarrow\Delta IBC$ vuông cân tại $I\Rightarrow BC=IC\sqrt{2}=R\sqrt{2}=2\sqrt{6}$

Gọi J là trung điểm của BC. Ta có $IJ\perp BC$ và $IJ=\frac{BC}{2}=\sqrt{6}$ (2).

ΔAIJ vuông tại $J\Rightarrow AI\ge IJ$, kết hợp thêm với (1) và (2) ta có $IJ=AI\Rightarrow A\equiv J\Rightarrow A$ là trung điểm của BC và $IA\perp BC$.

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)$ có giá vuông góc với Δ.

Vậy Δ nhận $\vec{u}=\left[\vec{n}_{(P)},\overrightarrow{AI}\right]=(1;-1;0)$ làm vectơ chỉ phương và đi qua $A(0;1;-2)$

$\Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = -2 \end{cases}$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): z + 2 = 0$, $K(0;0;-2)$, đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. Phương trình mặt cầu tâm thuộc đường thẳng d và cắt mặt phẳng (P) theo thiết diện là đường tròn tâm K, bán kính $r = \sqrt{5}$ là

A. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 = 16$.

C. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Lời giải

Chọn D

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (0;0;1)$.

Viết lại phương trình của đường thẳng d dưới dạng tham số: $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$.

Gọi I là tâm của mặt cầu cần lập. Vì $I \in d$ nên giả sử $I(t;t;t)$. Có $\overrightarrow{IK} = (-t;-t;-2-t)$.

Thiết diện của mặt cầu và mặt phẳng (P) là đường tròn tâm K nên ta có $IK \perp (P)$. Suy ra $\overrightarrow{IK}$ và $\vec{n} = (0;0;1)$ cùng phương. Do đó tồn tại số thực k để

$$\overrightarrow{IK} = k\vec{n} \Leftrightarrow \begin{cases} -t = k.0 \\ -t = k.0 \\ -2 - t = k.1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ k = -2 \end{cases}.$$

Suy ra $I(0;0;0)$. Tính được $d(I,(P)) = 2$.

Gọi R là bán kính mặt cầu. Ta có: $R = \sqrt{r^2 + \left[d(I,(P))\right]^2} = 3$.

Vậy mặt cầu cần tìm có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$ và hai điểm $M(1;1;1)$, $N(-3;-3;-3)$. Mặt cầu (S) đi qua M, N và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm Q. Biết rằng Q luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính của đường tròn đó.

A. $R = \frac{2\sqrt{11}}{3}$.

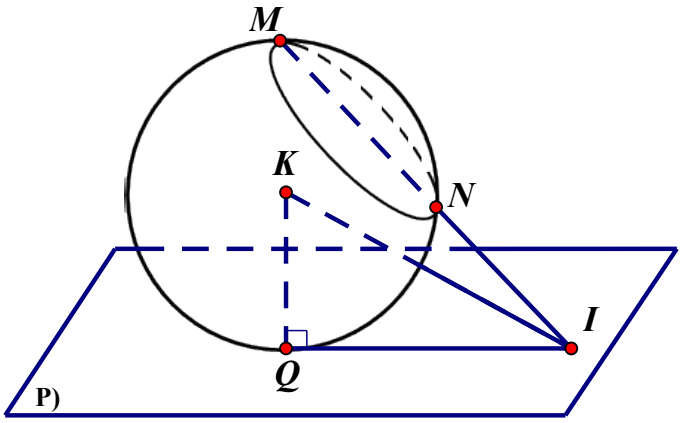
B. $R = 6$.

C. $R = \frac{2\sqrt{33}}{3}$.

D. $R = 4$.

Lời giải

Chọn B



* Đường thẳng MN có phương trình là: $MN:\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$.

* Gọi $I=MN\cap(P)$ khi đó tọa độ điểm I ứng với t thỏa mãn:

$1+t+1+t-1-t-3=0\Leftrightarrow t-2=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow I(3;3;3)\Rightarrow IM=2\sqrt{3},\ IN=6\sqrt{3}$.

* Do mặt cầu (S) đi qua M, N và tiếp xúc với đường thẳng IQ tại điểm Q nên ta có:

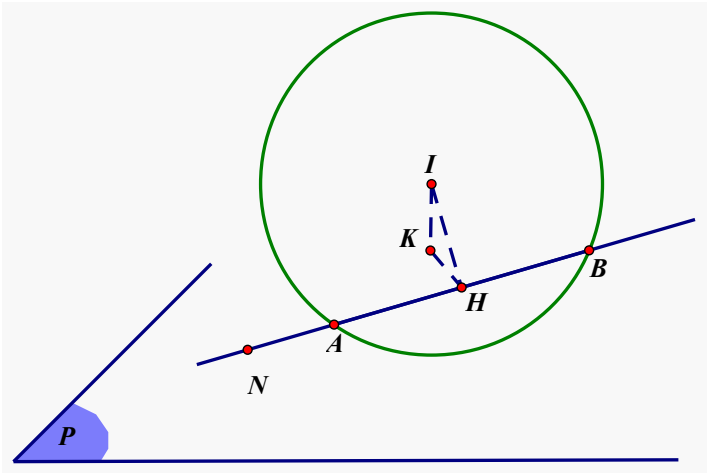
$IQ^2=IM.IN=KI^2-R^2\Rightarrow IQ^2=IM.IN=36\Leftrightarrow IQ=6$

Vậy Q luôn thuộc đường tròn tâm I bán kính $R=6$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3^2$, mặt phẳng $(P):x-y+z+3=0$ và điểm $N(1;0;-4)$ thuộc (P). Một đường thẳng Δ đi qua N nằm trong (P) cắt (S) tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB=4$. Gọi $\vec{u}(1;b;c)$, $(c>0)$ là một vecto chỉ phương của Δ, tổng $b+c$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** −1. **D.** 45.

Lời giải



Chọn D

Ta có mặt cầu có tâm $I(1;2;1)$ bán kính $R=3$.

Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng Δ và mặt phẳng .

Suy ra H là trung điểm của đoạn AB nên AH = $2 \Rightarrow d(I,\Delta)=IH=\sqrt{IA^2-AH^2}=\sqrt{5}$ và

$IK=d(I,(P))=\dfrac{|1-2+1+3|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$.

Ta có $\left.\begin{array}{l} IK\perp(P) \\ \Delta\subset(P) \end{array}\right\} \Rightarrow IK\perp\Delta$ mà $IH\perp\Delta \Rightarrow \Delta\perp KH$

hay $KH=d(K,\Delta)$ và $KH=\sqrt{IH^2-IK^2}=\sqrt{2}$.

Do $IK\perp(P)$ nên phương trình tham số đường thẳng $IK:\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=1+t \end{cases} \Rightarrow K(1+t;2-t;1+t)$.

Mà $K\in(P)\Rightarrow 1+t-2+t+1+t+3=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow K(0;3;0)$

Từ đây ta có $KH=d(K,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{KN},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{(4b-3c)^2+(-c-4)^2+(b+3)^3}}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=\sqrt{2}$.

Mặt khác ta có $\Delta\subset(P)\Rightarrow\vec{u}\perp\overrightarrow{n_P}\Rightarrow\vec{u}.\overrightarrow{n_P}=0\Leftrightarrow 1-b+c=0\Leftrightarrow b=c+1$.

Thay vào ta được

$\sqrt{(c+4)^2+(-c-4)^2+(c+4)^3}=\sqrt{2}\sqrt{1+(c+1)^2+c^2}$

$\Leftrightarrow 3c^2-24c+48=4c^2+4c+4$

$\Leftrightarrow c^2-20c-44=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=22\,(N) \\ c=-2\,(L) \end{array}\right.$

Suy ra $b=23\Rightarrow b+c=45$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ và $\Delta_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Tính diện tích mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, đồng thời tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2.

A. $\dfrac{16}{17}\pi$. **B.** $\dfrac{4}{\sqrt{17}}\pi$. **C.** $\dfrac{16}{\sqrt{17}}\pi$. **D.** $\dfrac{4}{17}\pi$.

Lời giải

Gọi $A;B$ là hai điểm thuộc lần lượt Δ_1 và Δ_2 sao cho AB là đoạn thẳng vuông góc chung giữa 2 đường. Gọi M là trung điểm AB. Dễ có mặt cầu tâm M bán kính $R=\dfrac{AB}{2}$ tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là mặt cầu có bán kính bé nhất.

Ta có tọa độ theo tham số của $A;B$ lần lượt là:

$A(2t_1-1;t_1-1;2t_1-1)$ và $B(2t_2+1;2t_2+1;t_2+1) \Rightarrow \overrightarrow{AB}(2t_2-2t_1+2;2t_2-t_1+2;t_2-2t_1+2)$.

Có $\overrightarrow{u_1}(2;1;2)$ và $\overrightarrow{u_2}(2;2;1)$ lần lượt là 2 vectơ chỉ phương của Δ_1 và Δ_2 nên $\begin{cases}\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_1}\\ \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_2}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}(2t_2-2t_1+2).2+(2t_2-t_1+2).1+(t_2-2t_1+2).2=0\\ (2t_2-2t_1+2).2+(2t_2-t_1+2).2+(t_2-2t_1+2).1=0\end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases}8t_2-9t_1+10=0\\ 9t_2-8t_1+10=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t_1=\dfrac{10}{17}\\ t_2=\dfrac{-10}{17}\end{cases} \Rightarrow A(\dfrac{3}{17};\dfrac{-7}{17};\dfrac{3}{17})$; $B(\dfrac{-3}{17};\dfrac{-3}{17};\dfrac{7}{17})$ $\overrightarrow{AB}(\dfrac{-6}{17};\dfrac{4}{17};\dfrac{4}{17})$.

$R=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{\sqrt{(-6)^2+4^2+4^2}}{17}=\dfrac{\sqrt{17}}{17}$.

Diện tích mặt cầu cần tính là $S=4\pi.R^2=4.\pi.\dfrac{1}{\sqrt{17}^2}=\dfrac{4\pi}{17}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2t\\ y=t\\ z=4\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=3-t'\\ y=t'\\ z=0\end{cases}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$. **B.** $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=16$.

C. $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=4$. **D.** $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=16$.

Lời giải

Đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;1;0)$.

Đường thẳng d_2 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(-1;1;0)$.

Để phương trình mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất và đồng thời tiếp xúc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2 khi và chỉ khi:

Tâm mặt cầu (S) nằm trên đoạn thẳng vuông góc chung của 2 đường thẳng d_1 và d_2, đồng thời là trung điểm của đoạn thẳng vuông góc chung.

Gọi điểm $M(2t;t;4)$ thuộc d_1; gọi điểm $N(3-t';t';0)$ thuộc d_2 với MN là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(3-t'-2t;t'-t;-4)$.

MN là đoạn thẳng vuông góc chung $\Leftrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_1}=0\\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_2}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2.(3-t'-2t)+t'-t=0\\ (-1).(3-t'-2t)+t'-t=0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t'+5t=6 \\ 2t'+t=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t'=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(2;1;4) \\ N(2;1;0) \end{cases}.$$

Gọi điểm I là tâm mặt cầu (S), do đó điểm I là trung điểm MN.

$\Rightarrow I(2;1;2) \Rightarrow R = IM = IN = 2$.

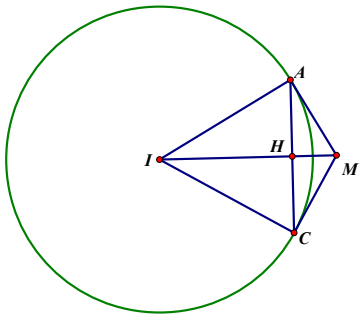
Suy ra mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=4$.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$. Điểm $M(a;b;c),(a>0)$ nằm trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) và $\widehat{AMB}=60^0$, $\widehat{BMC}=60^0$, $\widehat{CMA}=120^0$. Tính $a^3+b^3+c^3$.

A. $a^3+b^3+c^3=\frac{173}{9}$. **B.** $a^3+b^3+c^3=\frac{112}{9}$. **C.** $a^3+b^3+c^3=-8$. **D.** $a^3+b^3+c^3=\frac{23}{9}$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+(-3)^2+13}=3\sqrt{3}$

Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (ABC) và mặt cầu (S).

Đặt $MA=MB=MC=x$ khi đó $AB=x; BC=x\sqrt{2}; CA=x\sqrt{3}$ do đó tam giác ABC vuông tại B nên trung điểm H của AC là tâm đường tròn (C) và H, I, M thẳng hàng.

Vì $\widehat{AMC}=120^0$ nên tam giác AIC đều do đó $x\sqrt{3}=R \Leftrightarrow x=3$ suy ra $IM=2AM=2x=6$.

Lại có $M\in d$ nên $M(-1+t;-2+t;1+t),(t>1)$ mà $IM=6$ nên

$$(t-2)^2+(t-4)^2+(t+4)^2=36 \Leftrightarrow 3t^2-4t=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=\frac{4}{3} \end{array}\right.$$

Mà a > 0 nên $t=\frac{4}{3}$ suy ra $H\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right)$ nên $a^3+b^3+c^3=\frac{112}{9}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3;3;-3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha):2x-2y+z+15=0$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=100$. Đường thẳng Δ qua M, nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B sao cho độ dài AB lớn nhất. Viết phương trình đường thẳng Δ.

A. $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+3}{3}$.

B. $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z+3}{6}$.

C. $\dfrac{x+3}{16}=\dfrac{y-3}{11}=\dfrac{z+3}{-10}$.

D. $\dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+3}{8}$.

Lời giải

Ta có: Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;5)$, bán kính $R=10$.

$d(I,(\alpha))=\dfrac{|2.2-2.3+5+15|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=6<R \Rightarrow (\alpha)\cap(S)=C(H;r)$, H là hình chiếu của I lên (α)

.

Gọi Δ_1 là đường thẳng qua I và vuông góc với $(\alpha) \Rightarrow \Delta_1$ có VTCP là $\overrightarrow{u_{\Delta_1}}=(2;-2;1)$.

$\Rightarrow$PTTS $\Delta_1:\begin{cases}x=2+2t\\y=3-2t\\z=5+t\end{cases}$. Tọa độ H là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x=2+2t\\y=3-2t\\z=5+t\\2x-2y+z+15=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=-2\\y=7\\z=3\end{cases}$

$\Rightarrow H(-2;7;3)$.

Ta có AB có độ dài lớn nhất $\Leftrightarrow AB$ là đường kính của $(C) \Leftrightarrow \Delta \equiv MH$.

Đường thẳng MH đi qua $M(-3;3;-3)$ và có VTCP $\overrightarrow{MH}=(1;4;6)$.

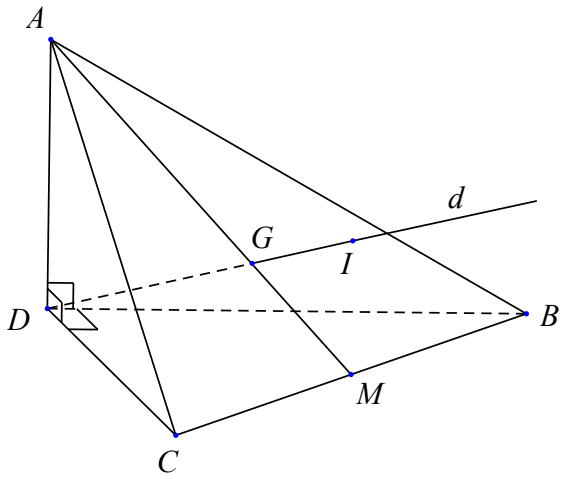
Suy ra phương trình $\Delta:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z+3}{6}$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-2)$. Gọi D là điểm khác O sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc nhau và $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=-4$ **B.** $S=-1$ **C.** $S=-2$ **D.** $S=-3$

Lời giải

Chọn B



Gọi d là trục của ΔABC, ta có $(ABC): x+y+z+2=0$.

Do ΔABC đều nên d đi qua trọng tâm $G\left(-\frac{2}{3};-\frac{2}{3};-\frac{2}{3}\right)$ và có VTCP $\vec{u}=(1;1;1)$, suy ra

$$d:\begin{cases}x=-\frac{2}{3}+t\\ y=-\frac{2}{3}+t\\ z=-\frac{2}{3}+t\end{cases}.$$

Ta thấy $\Delta DAB=\Delta DBC=\Delta DCA$, suy ra $DA=DB=DC\Rightarrow D\in d$ nên giả sử $D\left(-\frac{2}{3}+t;-\frac{2}{3}+t;-\frac{2}{3}+t\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AD}=\left(\frac{4}{3}+t;-\frac{2}{3}+t;-\frac{2}{3}+t\right);\overrightarrow{BD}=\left(-\frac{2}{3}+t;\frac{4}{3}+t;-\frac{2}{3}+t\right);\overrightarrow{CD}=\left(-\frac{2}{3}+t;-\frac{2}{3}+t;\frac{4}{3}+t\right)$

Có $\begin{cases}\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BD}=0\\ \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CD}=0\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=-\frac{2}{3}\Rightarrow D\left(-\frac{4}{3};-\frac{4}{3};-\frac{4}{3}\right)\\ t=\frac{2}{3}\Rightarrow D(0;0;0)(loai)\end{array}\right.$.

Ta có $I\in d\Rightarrow I\left(-\frac{2}{3}+t;-\frac{2}{3}+t;-\frac{2}{3}+t\right)$, do tứ diện $ABCD$ nội tiếp mặt cầu tâm I nên

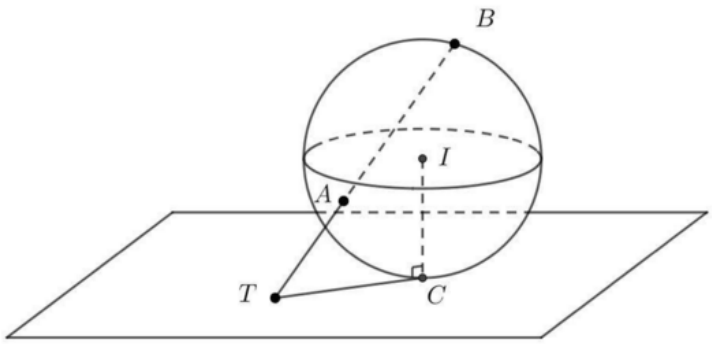
$IA=ID\Rightarrow t=\frac{1}{3}\Rightarrow I\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)\Rightarrow S=-1$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho $(P):2x+y+2z-1=0$, $A(0;0;4),B(3;1;2)$. Một mặt cầu (S) luôn đi qua A,B và tiếp xúc với (P) tại C. Biết rằng, C luôn thuộc một đường tròn cố định bán kính r. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. Đáp án khác. **B.** $r=\frac{2\sqrt[4]{244651}}{3}$. **C.** $r=\frac{2\sqrt{244651}}{9}$. **D.** $r=\frac{\sqrt{2024}}{3}$.

Lời giải

Cách 1:



Ta có $\overrightarrow{AB}(3;1;-2)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 3t \\ y = t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$.

Giả sử AB cắt (P) tại $T(3t;t;4-2t)$. Do $T \in (P): 2x + y + 2z - 1 = 0 \Rightarrow t = \dfrac{-7}{3}$.

Khi đó

$$T\left(-7;\frac{-7}{3};\frac{26}{3}\right);\ \overrightarrow{TA}\left(7;\frac{7}{3};\frac{-14}{3}\right) \Rightarrow TA = \frac{7\sqrt{14}}{3};\ \overrightarrow{TB}\left(10;\frac{10}{3};\frac{-20}{3}\right) \Rightarrow TB = \frac{10\sqrt{14}}{3}.$$

Ta có $TC^2 = TA.TB = \dfrac{980}{9} \Rightarrow TC = \dfrac{14\sqrt{5}}{3}$.

Điểm C thuộc mặt phẳng (P) và cách điểm T cố định một khoảng $\dfrac{14\sqrt{5}}{3}$.

Vậy C luôn thuộc một đường tròn cố định bán kính $r = \dfrac{14\sqrt{5}}{3}$.

Cách 2:

Ta có $\dfrac{TA}{TB} = \dfrac{d(A,(P))}{d(B,(P))} = \dfrac{7}{10};\ AB = \sqrt{14}$.

Giả sử AB cắt (P) tại T. Suy ra A nằm giữa B và T.

Khi đó ta có

$$\begin{cases} TB - TA = \sqrt{14} \\ TA = \dfrac{7}{10}TB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} TA = \dfrac{7\sqrt{14}}{3} \\ TB = \dfrac{10\sqrt{14}}{3} \end{cases} \Rightarrow TC^2 = TA.TB = \frac{980}{9} \Rightarrow TC = \frac{14\sqrt{5}}{3}$$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, xét số thực $m\in(0;1)$ và hai mặt phẳng $(\alpha):2x-y+2z+10=0$ và $(\beta):\frac{x}{m}+\frac{y}{1-m}+\frac{z}{1}=1$. Biết rằng, khi m thay đổi có hai mặt cầu cố định tiếp xúc đồng thời với cả hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$. Tổng bán kính của hai mặt cầu đó bằng

A. 6 **B.** 3 **C.** 9 **D.** 12

Lời giải

Chọn C

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu.

Theo giả thiết ta có $R=d\left(I,(\alpha)\right)=d\left(I,(\beta)\right)$.

Mà $d\left(I,(\beta)\right)=\dfrac{\left|\frac{a}{m}+\frac{b}{1-m}+c-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{m^2}+\frac{1}{(1-m)^2}+1}}$

Ta có

$$\sqrt{\frac{1}{m^2}+\frac{1}{(1-m)^2}+1}=\sqrt{\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{1-m}\right)^2-2\frac{1}{m}.\frac{1}{1-m}+1}$$

$$=\sqrt{\left[\frac{1}{m(1-m)}\right]^2-2\frac{1}{m}.\frac{1}{1-m}+1}=\frac{1}{m(1-m)}-1(\text{do } m\in(0;1))$$

Nên

$$R=\frac{\left|\frac{a(1-m)+bm+cm(1-m)-m(1-m)}{m(1-m)}\right|}{\frac{1}{m(1-m)}-1}$$

$$\Leftrightarrow R=\frac{\left|a-am+bm+cm-cm^2-m+m^2\right|}{m^2-m+1}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}R-Rm+Rm^2=a-am+bm+cm-cm^2-m+m^2\\-R+Rm-Rm^2=a-am+bm+cm-cm^2-m+m^2\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^2(R+c-1)+m(a-b-c-R+1)+R-a=0(1)\\m^2(R+c-1)+m(b+c-a-R-1)+R+a=0(2)\end{array}\right.$$

Xét do mặt cầu tiếp xúc với tiếp xúc đồng thời với cả hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$ với mọi $m\in(0;1)$ nên pt nghiệm đúng với mọi $m\in(0;1)$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}R+c-1=0\\a-b-c-R+1=0\\R-a=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=R\\b=R\\c=1-R\end{cases}\Rightarrow I(R;R;1-R).$$

Mà $R=d\left(I,(\alpha)\right)\Leftrightarrow R=\dfrac{\left|2R-R+2\left(1-R\right)+10\right|}{3}\Leftrightarrow 3R=\left|12-R\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}R=3\\R=-6(l)\end{array}\right.$

Xét tương tự ta được

$$\Leftrightarrow\begin{cases}R+c-1=0\\b+c-a-R-1=0\\R+a=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-R\\b=-R\\c=R+1\end{cases}\Rightarrow I\left(-R;-R;R+1\right)$$

Mà $R=d\left(I,(\alpha)\right)\Leftrightarrow R=\dfrac{\left|-2R+R+2\left(1+R\right)+10\right|}{3}\Leftrightarrow 3R=\left|12+R\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}R=6\\R=-3(l)\end{array}\right.$.

Vậy $R_1+R_2=9$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu (S) tâm $I\left(5;-3;5\right)$, bán kính $R=2\sqrt{5}$. Từ một điểm A thuộc mặt phẳng (P) kẻ một đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại B. Tính OA biết $AB=4$.

A. $OA=\sqrt{11}$. **B.** $OA=5$. **C.** $OA=3$. **D.** $OA=\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A

Khoảng cách từ điểm I đến mp là: $d\left(I;(P)\right)=\dfrac{\left|5-2.(-3)+2.5-3\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=6$.

AB tiếp xúc với (S) tại B nên tam giác AIB vuông tại B, do đó ta có:

$IA=\sqrt{IB^2+AB^2}=\sqrt{R^2+AB^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{5}\right)^2+4^2}=6=d\left(I;(P)\right)\Rightarrow A$ là hình chiếu của I lên

Đường thẳng IA đi qua $I\left(5;-3;5\right)$ có VTCP $\vec{u}=\overrightarrow{n_{(P)}}=\left(1;-2;2\right)$ có phương trình $\begin{cases}x=5+t\\y=-3-2t\\z=5+2t\end{cases}$

Có $A=IA\cap(P)\Rightarrow 5+t-2(-3-2t)+2(5+2t)-3=0\Rightarrow t=-2\Rightarrow A(3;1;1)\Rightarrow OA=\sqrt{11}$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2+y^2+z^2=9$ và điểm $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ thuộc $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=2-3t\end{cases}$. Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua $D(1;1;2)$. Tổng $T=x_0^2+y_0^2+z_0^2$ bằng

A. 30 **B.** 26 **C.** 20 **D.** 21

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính R. Gọi $M\left(1+t_0;1+2t_0;2-3t_0\right)\in d$.

Gỉa sử $T(x;y;z)\in(S)$ là một tiếp điểm của tiếp tuyến MT với mặt cầu (S). Khi đó

$OT^2+MT^2=OM^2$

$\Leftrightarrow 9+\left[x-(1+t_0)\right]^2+\left[y-(1+2t_0)\right]^2+\left(z-(2-3t_0)\right)^2=(1+t_0)^2+(1+2t_0)^2+(2-3t_0)^2$

$\Leftrightarrow (1+t_0)x+(1+2t_0)+(2-3t_0)z-9=0$.

Suy ra phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $(1+t_0)x+(1+2t_0)y+(2-3t_0)z-9=0$

Do $D(1;1;2)\in(ABC)$ nên $1+t_0+1+2t_0+2.(2-3t)-9=0\Leftrightarrow t_0=-1\Rightarrow M(0;-1;5)$.

Vậy $T=0^2+(-1)^2+5^2=26$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(0;0;3),B(-2;0;1)$ và mặt phẳng $(\alpha):2x-y+2z+8=0$. Hỏi có bao nhiêu điểm C trên mặt phẳng (α) sao cho tam giác ABC đều?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Lời giải

Gọi (P) mặt phẳng trung trực của AB, khi đó phương trình của (P) là: $x+z-1=0$.

Ta có $\overrightarrow{n_P}=(1;0;1),\overrightarrow{n_\alpha}=(2;-1;2)$ nên $\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_\alpha}\right]=(1;0;-1)$.

Gọi d là giao tuyến của mặt phẳng (P) với mặt phẳng (α). Chọn $\overrightarrow{u_d}=(1;0;-1)$

và điểm $M(1;10;0)\in d$ nên phương trình tham số của d là: $\begin{cases}x=1+t\\y=10\\z=-t\end{cases}$.

Do tam giác ABC đều nên $CA=CB$ hay C thuộc mặt phẳng trung trực của AB mà $C\in(\alpha)$ nên $C\in(P)\cap(\alpha)=d$ suy ra tọa độ C có dạng $C(1+t;10;-t)$.

Do ΔABC đều nên $AC=AB$, thay tọa độ các điểm ta có:

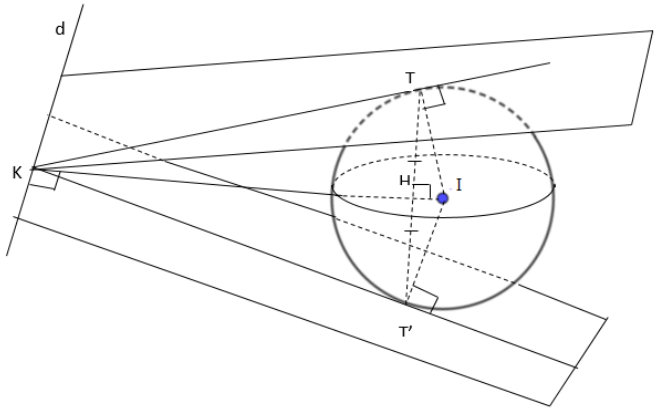
$\sqrt{(1+t-0)^2+(10-0)^2+(-t-3)^2}=\sqrt{(-2-0)^2+(0-0)^2+(1-3)^2}\Leftrightarrow t^2+4t+51=0(*)$

Do phương trình $(*)$ vô nghiệm nên không tồn tại điểm C thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng (P), (P') chứa d và tiếp xúc với (S) tại T, T'. Tìm tọa độ trung điểm H của TT'.

A. $H\left(-\dfrac{7}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{7}{6}\right)$. **B.** $H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{2}{3};-\dfrac{7}{6}\right)$. **C.** $H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{6}\right)$. **D.** $H\left(-\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{6}\right)$.

Lời giải



Mặt cầu (S) tâm $I(1;0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{1^2+0^2+(-1)^2-1}=1$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I lên d.

$K\in d$ nên ta có thể giả sử $K(t;2+t;-t)$

$\overrightarrow{IK}=(t-1;2+t;-t+1)$, $\overrightarrow{u_d}=(1;1;-1)$ là một véctơ chỉ phương của đường thẳng d

$IK\perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{IK}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow t-1+2+t+t-1=0 \Leftrightarrow t=0.\Rightarrow K(0;2;0)$

ΔITK vuông tại T có TH là đường cao nên $IT^2=IH.IK$.

$\Leftrightarrow IH=\dfrac{1}{\sqrt{6}}$ $\left(IK=\sqrt{6}\right)\Rightarrow \overrightarrow{IH}=\dfrac{1}{6}\overrightarrow{IK}$. Giả sử $H(x;y;z)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x-1=\dfrac{1}{6}.(-1)\\ y-0=\dfrac{1}{6}.2\\ z+1=\dfrac{1}{6}.1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{5}{6}\\ y=\dfrac{1}{3}\\ z=\dfrac{-5}{6}\end{cases}$$ Vậy $H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{-5}{6}\right)$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha):x-my+z+2m-1=0$ và $(\beta):mx+y-mz+m+2=0$. Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (Oxy). Biết rằng với mọi số thực m thay đổi thì đường thẳng Δ luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(\alpha):x-my+z+2m-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;-m;1)$.

Mặt phẳng $(\beta):mx+y-mz+m+2=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(m;1;-m)$.

Ta có $M\left(-m-\dfrac{1}{m};0;-m+\dfrac{1}{m}+1\right)\in d=(\alpha)\cap(\beta)$.

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}\right]=\left(m^2-1;2m;m^2+1\right)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (Oxy). Khi đó (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\vec{u};\vec{k}\right]=\left(2m;1-m^2;0\right)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $2mx+\left(1-m^2\right)y+2m^2+2=0$.

Trong mặt phẳng (Oxy), gọi $I(a;b;0)$ là tâm đường tròn.

Theo giả thiết Δ là tiếp tuyến của đường tròn $\Rightarrow d(I;d)=d\left(I;(P)\right)=R$

$$\Leftrightarrow \frac{\left|2ma+\left(1-m^2\right)b+2m^2+2\right|}{\sqrt{4m^2+\left(1-m^2\right)^2}}=R>0 \Leftrightarrow \frac{\left|2am+(2-b)m^2+b+2\right|}{m^2+1}=R>0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2am+(2-b)m^2+b+2=R\left(m^2+1\right)\\ 2am+(2-b)m^2+b+2=-R\left(m^2+1\right)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}2a=0\\2-b=R\\b+2=R\end{cases}\\ \begin{cases}2a=0\\2-b=-R\\b+2=-R\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=0\\b=0\\R=2>0\end{cases}\\ \begin{cases}a=0\\b=0\\R=-2<0\end{cases}\end{array}\right.$$

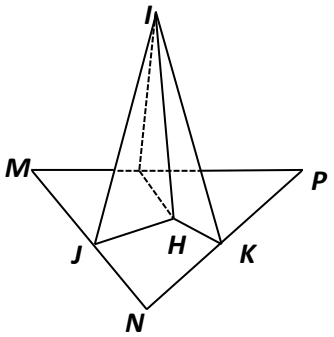
Vậy $R=2$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(6;0;0)$, $N(0;6;0)$, $P(0;0;6)$. Hai mặt cầu có phương trình $(S_1): x^2+y^2+z^2-2x-2y+1=0$ và $(S_2): x^2+y^2+z^2-8x+2y+2z+1=0$ cắt nhau theo đường tròn (C). Hỏi có bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng MN, NP, PM?

A. 1. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C



Nếu điểm $A(x;y;z)$ thuộc (C) thì

$$\begin{cases}x^2+y^2+z^2-2x-2y+1=0\\ x^2+y^2+z^2-8x+2y+2z+1=0\end{cases} \Rightarrow 3x-2y-z=0.$$

Suy ra phương trình mặt phẳng (α) chứa đường tròn (C) là $3x-2y-z=0$.

Phương trình mặt phẳng (MNP) là $x+y+z-6=0$.

Gọi I là tâm mặt cầu thỏa bài toán, H là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (MNP), J, K, L lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên các đường thẳng MN, NP, PM. Ta có

$IJ=IK=IL\Rightarrow HJ=HK=HL$.

Suy ra I thuộc đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp hoặc tâm đường tròn bàng tiếp của tam giác MNP và vuông góc với mặt phẳng (MNP).

Hình chóp $O.MNP$ là hình chóp đều nên đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp của tam giác MNP và vuông góc với mặt phẳng (MNP) cũng chính là đường thẳng d đi qua O và vuông góc với mặt phẳng (MNP).

Phương trình đường thẳng d là $x=y=z$.

Dễ thấy $d\subset(\alpha)$ suy ra mọi điểm thuộc d đều là tâm của một mặt cầu thỏa bài toán. Vậy có vô số mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng MN, NP, PM.

Câu 30: Trong không gian cho mặt phẳng $(P):x-z+6=0$ và hai mặt cầu $(S_1):x^2+y^2+z^2=25$, $(S_2):x^2+y^2+z^2+4x-4z+7=0$. Biết rằng tập hợp tâm I các mặt cầu tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1), (S_2) và tâm I nằm trên (P) là một đường cong. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong đó.

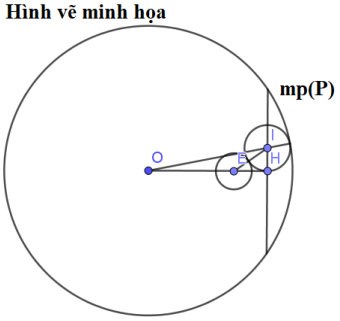
A. $\frac{7}{3}\pi$. **B.** $\frac{7}{9}\pi$. **C.** $\frac{9}{7}\pi$. **D.** $\frac{7}{6}\pi$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S_1) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R_1=5$. Mặt cầu (S) có tâm $E(-2;0;2)$ bán kính $R_2=1$. Ta có $d\left(O,(P)\right)=\frac{6}{\sqrt{2}}<R_1$ và $d\left(\mathrm{E},(P)\right)=\sqrt{2}>R_2$, $OE=2\sqrt{2}$, $OE+R_2<R_1$ nên mặt cầu (S_2) nằm trong mặt cầu (S_1). Như vậy mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với cả (S_1) và (S_2) thì (S) tiếp xúc trong mặt cầu (S_1) và tiếp xúc ngoài với (S_2). Gọi R là bán kính của (S) khi đó ta có hệ $\begin{cases}OI+R=R_1\\EI-R=R_2\end{cases}\Rightarrow OI+EI=R_1+R_2\Rightarrow OI+EI=6$.

Hình vẽ minh họa



Nhận xét: $\overrightarrow{OE}=(-2;0;2)$ nên OE vuông góc với $(P):x-z+6=0$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên (P), đặt $IH=x$, điều kiện $x>0$. Khi đó ta có

$OI+EI=6 \Leftrightarrow \sqrt{OH^2+HI^2}+\sqrt{EH^2+HI^2}=6$

$\Leftrightarrow \sqrt{18+x^2}+\sqrt{2+x^2}=6 \Leftrightarrow x^2=\frac{7}{9} \Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{7}}{3}$.

Vậy điểm I thuộc đường tròn tâm H bán kính $r=\frac{\sqrt{7}}{3}$. Nên diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường tròn là: $S=\pi r^2=\frac{7\pi}{9}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình mặt cầu: $(S_m):x^2+y^2+z^2+(m+2)x+2my-2mz-m-3=0$. Biết rằng với mọi số thực m thì (S_m) luôn chứa một đường tròn cố định. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=\frac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $r=\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **C.** $r=\frac{1}{3}$. **D.** $r=\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S_m) có tâm $I\left(-\frac{m+2}{2};-m;m\right)$ và bán kính $R=\frac{\sqrt{9m^2+8m+16}}{2}$.

Với m_1, m_2 tùy ý và khác nhau, ta được hai phương trình mặt cầu tương ứng:

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2+(m_1+2)x+2m_1y-2m_1z-m_1-3=0 \quad (1) \\ x^2+y^2+z^2+(m_2+2)x+2m_2y-2m_2z-m_2-3=0 \quad (2) \end{cases}.$$

Lấy (1) trừ (2) theo vế, ta được:

$(m_1-m_2)x+2(m_1-m_2)y-2(m_1-m_2)z-(m_1-m_2)=0$

$\Leftrightarrow (m_1-m_2).(x+2y-2z-1)=0$

$\Leftrightarrow x+2y-2z-1=0 \quad (3)$.

Dễ thấy (3) là phương trình tổng quát của mặt phẳng.

$\Rightarrow$ Họ mặt cầu (S_m) có giao tuyến là đường tròn nằm trên mặt phẳng (P) cố định có phương trình: $x+2y-2z-1=0$.

Mặt khác, đặt $d=d\left[I,(P)\right]=\frac{\left|-\frac{m+2}{2}-2m-2m-1\right|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\frac{|-9m-4|}{6}$.

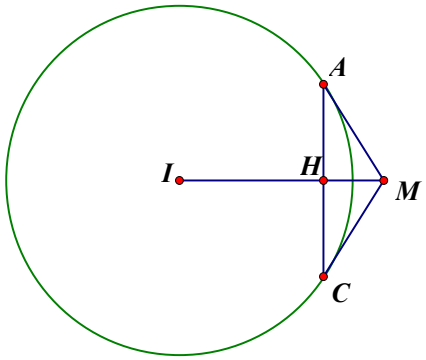
$\Rightarrow r^2 = R^2 - d^2 = \dfrac{9m^2+8m+16}{4} - \dfrac{(-9m-4)^2}{36} = \dfrac{32}{9}\ \forall m \in \mathbb{R}$. Vậy $r = \dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

Câu 32: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt câu $(S): x^2+y^2-2x-4y+6z-13=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{1}$. Điểm $M(a;b;c)(a>0)$ nằm trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $\widehat{AMB} = 60°$, $\widehat{BMC} = 90°$, $\widehat{CMA} = 120°$. Tính $Q = a+b+c$.

A. $Q=3$. **B.** $Q=\dfrac{10}{3}$. **C.** $Q=2$. **D.** $Q=1$.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2+2^2+(-3)^2+13} = 3\sqrt{3}$.

Gọi đường tròn (C) là giao tuyến của mặt phẳng (ABC) với mặt câu (S).

Đặt $MA = MB = MC = x\ (x>0)$.

Áp dụng định lý cosin trong ΔAMB và ΔCMA, ta có:

$AB^2 = MA^2 + MB^2 - 2MA.MB.\cos\widehat{AMB} = 2x^2 - 2x^2\cos 60° = x^2 \Rightarrow AB = x$.

$AC^2 = MA^2 + MC^2 - 2MA.MC.\cos\widehat{AMC} = 2x^2 - 2x^2\cos 120° = 3x^2 \Rightarrow AC = x\sqrt{3}$.

Vì ΔBMC vuông tại M nên: $BC = \sqrt{MB^2+MC^2} = x\sqrt{2}$.

Mặt khác $AB^2 + BC^2 = x^2 + \left(x\sqrt{2}\right)^2 = 3x^2 = \left(x\sqrt{3}\right)^2 = AC^2$ nên ΔABC vuông tại B.

Gọi H là trung điểm của AC thì H là tâm của đường tròn (C) và ba điểm H, I, M thẳng hàng.

Do $\widehat{AMC} = 120°$ nên $\widehat{AIC} = 60°$, suy ra ΔAIC đều và $AC = IA = IC = R = 3\sqrt{3}$.

Suy ra $x\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \Rightarrow x = 3$ và $IA = IM\cos 30° \Leftrightarrow IM = \dfrac{2IA}{\sqrt{3}} = \dfrac{2.3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6$.

Điểm $M \in d$ nên $M(t-1;t-2;t+1) \Rightarrow IM^2 = (t-2)^2 + (t-4)^2 + (t+4)^2 = 3t^2 - 4t + 36$.

Mà $IM^2 = 36 \Leftrightarrow 3t^2 - 4t + 36 = 36 \Leftrightarrow 3t^2 - 4t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \Rightarrow M(-1;-2;1) \\ t = \dfrac{4}{3} \Rightarrow M\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{7}{3}\right) \end{array}\right.$

Vì $x_M > 0$ nên điểm cần tìm là $M\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3};\frac{7}{3}\right)$, suy ra $Q = 2$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$, $B(2;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z+2=0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A, song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d lớn nhất.

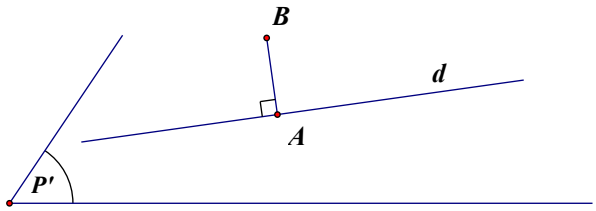
A. $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$.

B. $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-2}$.

C. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$.

D. $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$.

Lời giải



Gọi (P') chứa A và song song (P) suy ra $(P'): x+y+2z-4=0$.

Ta thấy $B \in (P')$ do đó $d(B,d)$ đạt giá trị lớn nhất là AB.

Khi đó d vuông góc với AB và d vuông góc với giá của $\vec{n}$ là VTPT của (P).

Suy ra một VTCP của d là $\vec{u} = \left[\vec{n}, \overrightarrow{AB}\right] = (2;2;-2)$.

Kết hợp với điểm A thuộc d nên ta chọn đáp án **C.**

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{2-z}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng $(Q): 2x-y-2z-2=0$ một góc có số đo nhỏ nhất. Điểm $A(1;2;3)$ cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng:

A. $\sqrt{3}$.

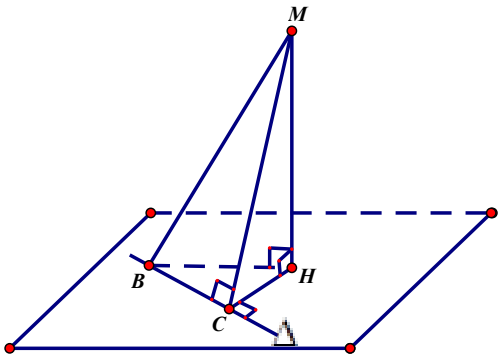
B. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{7\sqrt{11}}{11}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



$d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{2-z}{1}$ có VTCP $\vec{u}=(1;-2;-1)$.

$(Q):2x-y-2z-2=0$ có VTPT $\vec{n}=(2;-1;-2)$.

Gọi α là góc tạo bởi d và (Q), ta có $\sin\alpha=\left|\cos\left(\vec{u},\vec{n}\right)\right|=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Từ hình vẽ, ta có $\left(d,(P)\right)=\widehat{MBH}$ và $\left((P),(Q)\right)=\widehat{MCH}$.

Ta thấy $\sin\widehat{MCH}=\dfrac{MH}{MC}\geq\dfrac{MH}{MB}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Vậy góc $\left((P),(Q)\right)=\widehat{MCH}$ nhỏ nhất khi $\sin\widehat{MCH}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ hay $\cos\widehat{MCH}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

*Viết phương trình mặt phẳng

-CÁCH 1:

Mặt phẳng $(P):Ax+By+Cz+D=0$

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{n_{(Q)}}.\vec{u}=0\\ \cos\left(\vec{n},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A-2B-C=0\\ \dfrac{|2A-B-2C|}{3\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}A=2B+C\\ |3B|=\sqrt{3(2B+C)^2+B^2+C^2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A=2B+C\\ 6B^2+6C^2+12BC=0\ (1)\end{cases}$

Nếu $B=0$ suy ra $A=C=0$ loại.

Nếu $B\neq0$ từ (1) suy ra $\left(\dfrac{C}{B}\right)^2+2\dfrac{C}{B}+1=0\Leftrightarrow\dfrac{C}{B}=-1\Rightarrow C=-B$ suy ra $A=B$.

Mặt phẳng $(P):Bx+By-Bz+D=0$ đi qua điểm $N(0;-1;2)\in d$ suy ra $D=3B$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P):x+y-z+3=0$. Suy ra $d\left(A;(P)\right)=\sqrt{3}$.

-CÁCH 2

Gọi $\Delta=(P)\cap(Q)$ thì góc giữa (P) và (Q) nhỏ nhất khi và chỉ khi $\Delta\perp d$. Do đó, mặt phẳng thỏa đề bài là mặt phẳng chứa d và cắt theo giao tuyến Δ sao cho $\Delta\perp d$.

• $\begin{cases}\Delta\subset(Q)\\ \Delta\perp d\end{cases}\Rightarrow\Delta$ nhận $\vec{u}_\Delta=\left[\vec{u}_d,\vec{n}_Q\right]$ làm vec tơ chỉ phương.

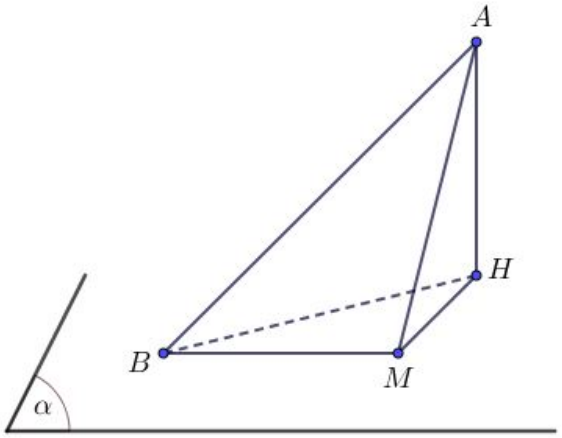
•(Q) chứa d và $\Delta\Rightarrow(P)$ qua $M(0;-1;2)\in d$ và nhận $\vec{n}=\left[\vec{u}_d,\vec{u}_\Delta\right]=(6;6;-6)$ làm vectơ pháp tuyến $\Rightarrow\boxed{(P):x+y-z+3=0}$. Vậy $d\left(A;(P)\right)=\sqrt{3}$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(-2;-2;1)$ và mặt phẳng (α) : $2x+2y-z+9=0$. Gọi M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (α) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc vuông. Xác định phương trình đường thẳng MB khi MB đạt giá trị lớn nhất.

A. $\begin{cases} x=-2-t \\ y=-2+2t \\ z=1+2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=-2-t \\ z=1+2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-2 \\ z=1+2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-2-t \\ z=1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn C



Ta có: $2.(-2)+2.(-2)-1+9=0 \Rightarrow B \in (\alpha)$.

Gọi H là hình chiếu của A trên (α) thì $AH \perp MB$, $AM \perp MB \Rightarrow MH \perp MB$

$\Rightarrow MB \le BH$. Dấu bằng xảy ra khi $M \equiv H$, lúc đó M là hình chiếu của A trên (α).

Gọi $H(x;y;z)$, $\overrightarrow{AH}=(x-1;y-2;z+3)$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2x+2y-z+9=0 \\ \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2y-z=-9 \\ x-y=-1 \\ x+2z=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-2 \\ z=-1 \end{cases}$

$\Rightarrow M(-3;-2;-1) \Rightarrow \overrightarrow{MB}=(1;0;2) \Rightarrow MB: \begin{cases} x=-2+t \\ y=-2 \\ z=1+2t \end{cases}$.

Câu 36: - Viết phương trình đường thẳng a đi qua $M(4;-2;1)$, song song với mặt phẳng $(\alpha): 3x-4y+z-12=0$ và cách $A(-2;5;0)$ một khoảng lớn nhất.

A. $\begin{cases} x=4-t \\ y=-2+t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4+t \\ y=-2-t \\ z=-1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=1-2t \\ z=-1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4+t \\ y=-2+t \\ z=1+t \end{cases}$.

Lời giải

$\overrightarrow{AM}=(6;-7;1)$, vectơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}=(3;-4;1)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên a.

$d(A;a)=AH\le AM=\sqrt{86}\Rightarrow d(A;a)$ lớn nhất khi $H\equiv M$.

Khi đó a là đường thẳng đi qua M, song song với (α) và vuông góc với AM.

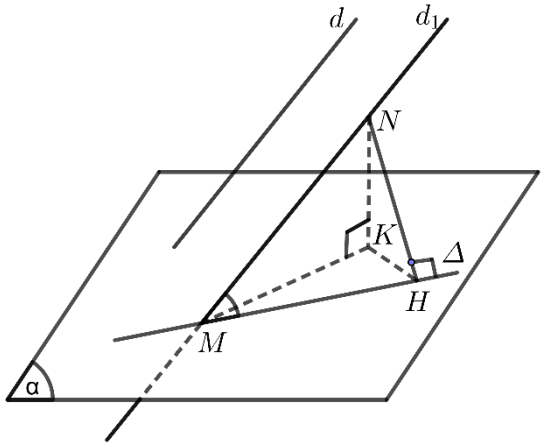
Gọi $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của $a\Rightarrow\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{n}\\ \vec{u}\perp\overrightarrow{AM}\end{cases}$; $\left[\overrightarrow{AM},\vec{n}\right]=(-3;-3;-3)=-3(1;1;1)$.

Chọn $\vec{u}=(1;1;1)$.

Câu 37: Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3;1;1)$, nằm trong mặt phẳng $(\alpha):x+y-z-3=0$ và tạo với đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\ y=4+3t\\ z=-3-2t\end{cases}$ một góc nhỏ nhất thì phương trình của Δ là

A. $\begin{cases}x=1\\ y=-t'\\ z=2t'\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=8+5t'\\ y=-3-4t'\\ z=2+t'\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t'\\ y=1-t'\\ z=3-2t'\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+5t'\\ y=1-4t'\\ z=3+2t'\end{cases}$.

Lời giải



Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(0;3;-2)$.

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Vì $\vec{u}.\vec{n}=0.1+3.1+(-2).(-1)=5\ne 0$ nên d cắt (α).

Gọi d_1 là đường thẳng đi qua M và $d_1//d$, suy ra d_1 có phương trình: $\begin{cases}x=3\\ y=1+3t\\ z=1-2t\end{cases}$.

Lấy $N(3;4;-1)\in d_1$. Gọi K, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của N trên mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ.

Ta có: $\widehat{(d,\Delta)}=\widehat{NMH}$ và $\sin\widehat{NMH}=\dfrac{NH}{MN}\geq\dfrac{NK}{MN}$.

Do vậy $\widehat{(d,\Delta)}$ nhỏ nhất khi $K\equiv H$ hay Δ là đường thẳng MK.

Đường thẳng NK có phương trình: $\begin{cases}x=3+t\\y=4+t\\z=-1-t\end{cases}$.

Tọa độ điểm K ứng với t là nghiệm của phương trình:

$$(3+t)+(4+t)-(-1-t)-3=0\Leftrightarrow t=-\frac{5}{3}.$$ Suy ra $K\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P):x+2y=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, song song với (P) và cách điểm $B(-1;0;2)$ một khoảng ngắn nhất. Hỏi Δ nhận vecto nào dưới đây là vecto chỉ phương ?

A. $\vec{u}=(6;3;-5)$. **B.** $\vec{u}=(6;-3;5)$. **C.** $\vec{u}=(6;3;5)$. **D.** $\vec{u}=(6;-3;-5)$.

Lời giải

Gọi (Q) chứa Δ và song song với (P). Suy ra (Q) có phương trình:
$x-1+2(y-1)=0\Leftrightarrow x+2y-3=0$.

Khi đó $d(B;\Delta)_{\min}=BH$ với H là hình chiếu của B lên mặt phẳng (Q).

Đường thẳng BH đi qua B, vuông góc với mặt phẳng (Q) có phương trình $\begin{cases}x=-1+t\\y=2t\\z=2\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

Tọa độ giao điểm H của đường thẳng BH và mặt phẳng (Q) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}\begin{cases}x=-1+t\\y=2t\\z=2\end{cases}\\x+2y-3=0\end{cases}$$. Giải hệ trên ta được $H\left(-\frac{1}{5};\frac{8}{5};2\right)$.

Do đó Δ là đường thẳng AH có $\overrightarrow{AH}=\left(\frac{6}{5};-\frac{3}{5};-1\right)$.

Suy ra $\vec{u}=(6;-3;-5)$ cũng là một vecto chỉ phương của Δ.

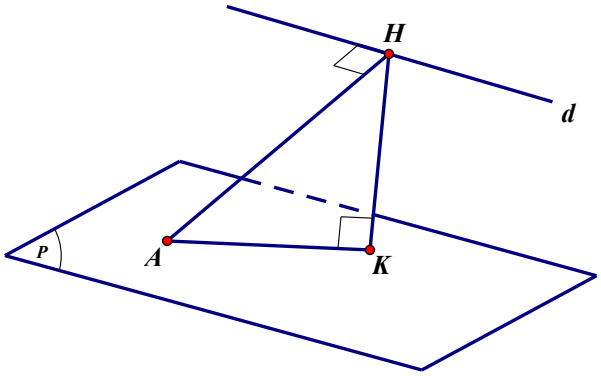
Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2;-1;-2)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A, song song với đường thẳng (d)

và khoảng cách từ d tới mặt phẳng (P) là lớn nhất. Khi đó mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $x-y-6=0$. **B.** $x+3y+2z+10=0$.

C. $x-2y-3z-1=0$. **D.** $3x+z+2=0$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d. Ta suy ra $H(1;1;1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A và (P) song song với đường thẳng d. Gọi K là hình chiếu của H lên mặt phẳng (P). Do $d \,//\, (P)$ nên ta có $d(d,(P))=d(H,(P))=HK$.

Ta luôn có bất đẳng thức $HK \le HA$. Như vậy khoảng cách từ (d) đến (P) lớn nhất bằng AH. Và khi đó (P) nhận $\overrightarrow{AH}=(-1;2;3)$ làm vectơ pháp tuyến.

Do (P) đi qua $A(2;-1;-2)$ nên ta có phương trình của (P) là: $x-2y-3z-10=0$.

Do đó (P) vuông góc với mặt phẳng có phương trình: $3x+z+2=0$.

Câu 40: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(1;-7;-8)$, $B(2;-5;-9)$ sao cho khoảng cách từ điểm $M(7;-1;-2)$ đến (P) đạt giá trị lớn nhất. Biết (P) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;4)$, khi đó giá trị của tổng $a+b$ là

A. -1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x=1+t \\ y=-7+2t \\ z=-8-t \end{cases}$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của M trên (P) và đường thẳng AB.

Ta tìm được điểm $K(3;-3;-10)$. Ta luôn có bất đẳng thức $d(M,(P))=MH \le MK$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $H \equiv K$. Khi đó $\overrightarrow{MH}=(-4;-2;-8)=-2(2;1;4)$.

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;4)$. Vậy ta có $a+b=3$.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất có phương trình là

A. $x+y-z-2=0$. **B.** $x+y-z=0$.

C. $x+y-z+1=0$. **D.** $-x+2y+z+5=0$.

Lời giải

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của A lên (α) và d. Khi đó ta có $AH\le AK$.

Vì $H\in d$ nên $H(2-t;-1+2t;1+t)\Rightarrow \overrightarrow{AH}=(-1-t;2t;1+t)$.

Do $AH\perp d$ nên ta có $-(-1-t)+2.2t+1+t=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{3}$. Khi đó $\overrightarrow{AH}=\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

Khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất khi và chỉ khi $AH=AK$. Do đó (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$. Vậy (α): $1(x-2)+1(y+1)-1(z-1)=0\Leftrightarrow x+y-z=0$.

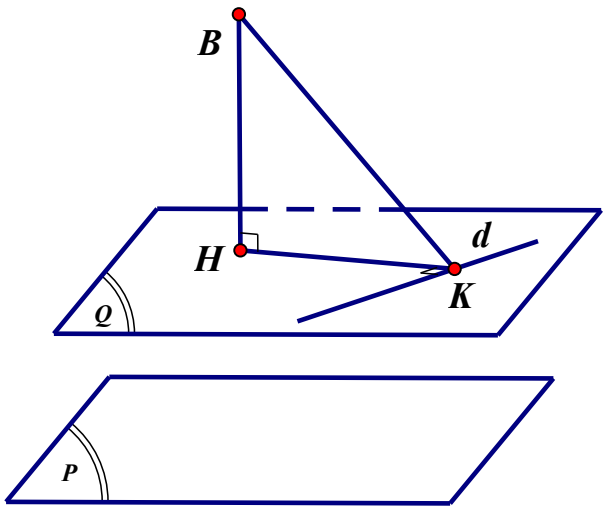
Vẫn là đánh giá bất đẳng thức $AH\le AK$ nói trên, nhưng bài toán sau đây lại phát biểu hơi khác một chút.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z-5=0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A, song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất.

A. $d:\dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{-2}$. **B.** $d:\dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{-11}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $d:\dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $d:\dfrac{x+3}{-26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{-2}$.

Lời giải



Ta thấy rằng d đi qua A và d song song với (P) nên d luôn nằm trong mặt phẳng (Q) qua A và (Q) // (P). Như vậy bây giờ ta chuyển về xét trong mặt phẳng (Q) để thay thế cho (P). Ta lập được phương trình mặt phẳng $(Q):x-2y-2z+1=0$.

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của B lên (Q) và d. Ta tìm được $H\left(-\frac{1}{9};\frac{11}{9};\frac{7}{9}\right)$. Ta luôn có được bất đẳng thức $d(B;d)=BK\geq BH$ nên khoảng cách từ B đến d bé nhất bằng BH.

Đường thẳng d bây giờ đi qua A,H nên có phương trình $\frac{x+3}{26}=\frac{y}{11}=\frac{z-1}{-2}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{3}{\sqrt{6}}$. **C.** $\frac{11\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ là một vectơ pháp tuyến của (P), với $a^2+b^2+c^2\neq 0$.

Điểm $M(1;0;2)\in d\Rightarrow M\in(P)$.

Phương trình của $(P):ax+by+cz-(a+2c)=0$.

Một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(2;1;2)\Rightarrow\vec{n}\perp\vec{u}\Leftrightarrow\vec{n}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 2a+b+2c=0$.

$$\Rightarrow b=-(2a+2c)\Rightarrow d(A,(P))=\frac{|a+5b+c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{9|a+c|}{\sqrt{a^2+c^2+4(a+c)^2}}.$$

Ta có $(a+c)^2\leq 2(a^2+c^2)\Leftrightarrow\frac{(a+c)^2}{2}\leq a^2+c^2$ với $\forall a,c\in\mathbb{R}$.

Suy ra: $a^2+c^2+4(a+c)^2\geq\frac{(a+c)^2}{2}+4(a+c)^2=\frac{9}{2}(a+c)^2$.

Do đó $d(A,(P))=\frac{9|a+c|}{\sqrt{a^2+c^2+4(a+c)^2}}\leq\frac{9|a+c|}{\sqrt{\frac{9}{2}(a+c)^2}}=\frac{9|a+c|\sqrt{2}}{3|a+c|}=3\sqrt{2}.$

$\Rightarrow Max\, d(A,(P))=3\sqrt{2}\Leftrightarrow\begin{cases}a=c\\b=-4a\end{cases}$. Chọn $a=c=1\Rightarrow b=-4$.

Phương trình $(P):x-4y+z-3=0\Rightarrow d(O,(P))=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3),B(5;-4;-1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $d_{(B,(P))}=2d_{(A,(P))},(P)$ cắt AB tại $I(a;b;c)$ nằm giữa AB. Tính $a+b+c$

A. 8 **B.** 6 **C.** 12 **D.** 4

Lời giải

Do mặt phẳng (P) qua Ox nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $by+cz=0\ (b^2+c^2>0)$

$$d_{(B,(P))}=2d_{(A,(P))}\Leftrightarrow\frac{|-4b-c|}{\sqrt{b^2+c^2}}=2.\frac{|2b+3c|}{\sqrt{b^2+c^2}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-4b-c=4b+6c\\-4b-c=-4b-6c\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}8b+7c=0\\c=0\end{array}\right.$$

Trường hợp 1: $8b+7c=0$ chọn $b=7;c=-8$ khi đó $(P):7y-8z=0$

Xét $f(y,z)=7y-8z$

Thay tọa độ A,B vào ta được $(7.2-8.3)(7.(-4)-8.(-1))>0$ suy ra A,B nằm cùng phía so với (P)

Trường hợp 2: $c=0$ suy ra phương trình $(P):y=0$

Thay tọa độ A,B vào ta được $2.(-4)<0$ suy ra A,B nằm khác phía so với (P). Do đó đường thẳng AB cắt (P) tại I nằm giữa AB

Phương trình tham số của đường thẳng $AB:\begin{cases}x=1+4t\\y=2-6t\\z=3-4t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

Tọa độ điểm I là nghiệm hệ phương trình

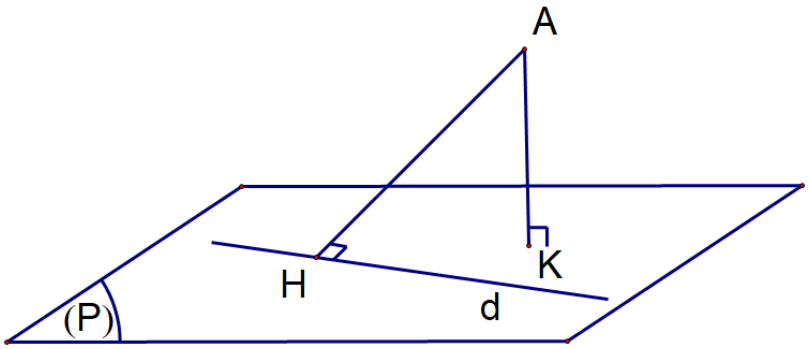
$$\begin{cases}x=1+4t\\y=2-6t\\z=3-4t\\y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=\frac{1}{3}\\x=\frac{7}{3}\\y=0\\z=\frac{5}{3}\end{cases}\Rightarrow I\left(\frac{7}{3};0;\frac{5}{3}\right)$$

Vậy $a+b+c=\frac{7}{3}+0+\frac{5}{3}=4$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$ và điểm $A(1;2;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và cách điểm A một khoảng cách lớn nhất. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P).

A. $\vec{n}=(1;0;2)$. **B.** $\vec{n}=(1;0;-2)$. **C.** $\vec{n}=(1;1;1)$. **D.** $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng d, gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên (P). Do đó khoảng cách từ A đến (P) là: $d\left(A;(P)\right)=AK$.

Ta có $d:\begin{cases}x=-2t-1\\y=t\\z=t+1\end{cases}$. Vì $H\in d$ nên $H\left(-2t-1;t;t+1\right)$.

$\overrightarrow{AH}\left(-2t-2;t-2;t-2\right)$, $VTCP$ của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_d}\left(-2;1;1\right)$.

$\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{u_d}\Leftrightarrow\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow-2(-2\,\mathrm{t}-2)+\mathrm{t}-2+\mathrm{t}-2=0\Leftrightarrow t=0$.

Do đó $H\left(-1;0;1\right)$ và $\overrightarrow{AH}\left(-2;-2;-2\right)\Rightarrow AH=2\sqrt{3}$.

Vì $AK\le AH$ nên AK lớn nhất khi $AK=AH$ hay $K\equiv H$.

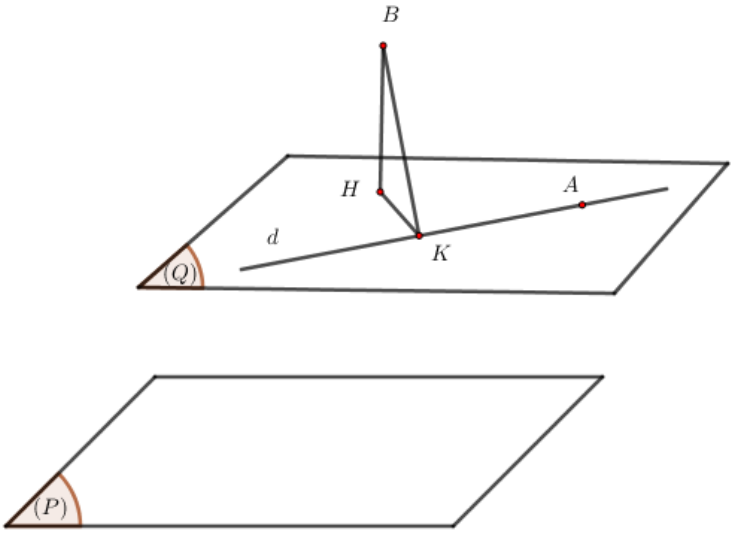
Ta có $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AH}=(-2;-2;-2)=-2(1;1;1)$. Vậy, một vec tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;1;1)$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z-5=0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A, song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất.

A. $d:\dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{-2}$. **B.** $d:\dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{-11}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $d:\dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $d:\dfrac{x+3}{-26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{-2}$.

Lời giải



Gọi mặt phẳng (Q) là mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P). Khi đó phương trình của mặt phẳng (Q) là $1(x+3)-2(y-0)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x-2y+2z+1=0$.

Gọi H là hình chiếu của điểm B lên mặt phẳng (Q), khi đó đường thẳng BH đi qua $B(1;-1;3)$ và nhận $\vec{n}_{(Q)}=(1;-2;2)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-2t \\ z=3+2t \end{cases}$.

Vì $H=BH\cap(Q)\Rightarrow H\in BH\Rightarrow H(1+t;-1-2t;3+2t)$ và $H\in(Q)$ nên ta có $(1+t)-2(-1-2t)+2(3+2t)+1=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{10}{9}\Rightarrow H\left(-\dfrac{1}{9};\dfrac{11}{9};\dfrac{7}{9}\right)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AH}=\left(\dfrac{26}{9};\dfrac{11}{9};\dfrac{-2}{9}\right)=\dfrac{1}{9}(26;11;-2)$.

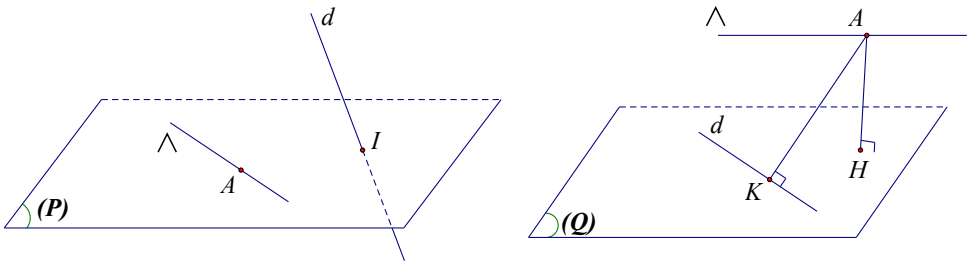
Gọi K là hình chiếu của B lên đường thẳng d, khi đó

Ta có $d(B;d)=BK\geq BH$ nên khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất khi $BK=BH$, do đó đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(26;11;-2)$ có phương trình chính tắc: $d:\dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{-2}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-4z=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;3;1)$ thuộc mặt phẳng (P). Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, nằm trong mặt phẳng (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Gọi $\vec{u}=(a;b;1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ. Tính $a+2b$.

A. $a+2b=-3$. **B.** $a+2b=0$. **C.** $a+2b=4$. **D.** $a+2b=7$.

Lời giải



Đường thẳng d đi qua $M(1;-1;3)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u_1}=(2;-1;1)$.

Nhận xét rằng, $A\notin d$ và $d\cap(P)=I(-7;3;-1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và song song với Δ. Khi đó $d(\Delta,d)=d(\Delta,(Q))=d(A,(Q))$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên (Q) và d. Ta có $AH\le AK$.

Do đó, $d(\Delta,d)$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ $d(A,(Q))$ lớn nhất $\Leftrightarrow AH_{\max}\Leftrightarrow H\equiv K$. Suy ra AH chính là đoạn vuông góc chung của d và Δ.

Mặt phẳng (R) chứa A và d có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(R)}}=\left[\overrightarrow{AM},\vec{u_1}\right]=(-2;4;8)$.

Mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (R) nên có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left[\overrightarrow{n_{(R)}},\vec{u_1}\right]$ $=(12;18;-6)$.

Đường thẳng Δ chứa trong mặt phẳng (P) và song song với mặt phẳng (Q) nên có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(R)}}\right]=(66;-42;6)=6(11;-7;1)$.

Suy ra, $a=11;b=-7$. Vậy $a+2b=-3$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(2;1;3)$ và mặt phẳng $(P):x+my+(2m+1)z-m-2=0$, m là tham số. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên (P). Tính $a+b$ khi khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất ?

A. $a+b=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $a+b=2$. **C.** $a+b=0$. **D.** $a+b=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

$x+my+(2m+1)z-m-2=0\Leftrightarrow m(y+2z-1)+x+z-2=0$

Phương trình có nghiệm với $\forall m$ $\Leftrightarrow\begin{cases}y+2z-1=0\\x+z-2=0\end{cases}$.

Suy ra (P) luôn đi qua đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1-2t\\z=t\end{cases}$.

$K\in d\Rightarrow K(2-t;1-2t;t)$, $\overrightarrow{AK}(-t;-2t;t-3)$

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}(-1;-2;1)$

$\overrightarrow{AK}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow t+4t+t-3=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2} \Rightarrow K\left(\frac{3}{2};0;\frac{1}{2}\right)$

Ta có $AH \le AK \Rightarrow AH_{\max}=AK \Leftrightarrow H \equiv K$.

Vậy $a+b=\frac{3}{2}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$ có tâm I và mặt phẳng $(P):2x-y+2z+2=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho đoạn IM ngắn nhất.

A. $\left(-\frac{1}{3};-\frac{4}{3};-\frac{4}{3}\right)$. **B.** $\left(-\frac{11}{9};-\frac{8}{9};-\frac{2}{9}\right)$ **C.** $(1;-2;2)$. **D.** $(1;-2;-3)$.

Lời giải

Ta có tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=2$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) ngắn nhất khi M là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P).

Đường thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=2t\end{cases}$. Khi đó tọa độ của M là nghiệm của hệ phương trình

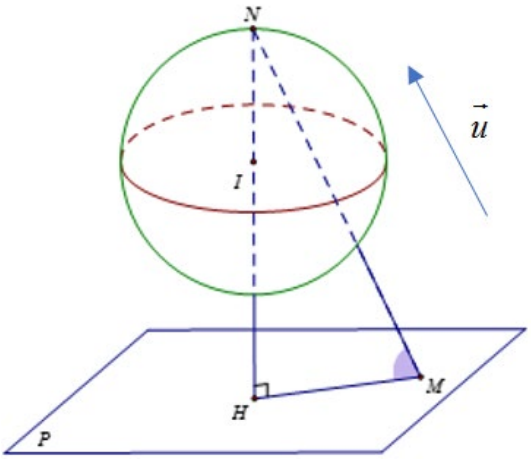
$$\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=2t\\2x-y+2z+2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=2t\\2(1+2t)-(-2-t)+2(2t)+2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-\frac{1}{3}\\y=-\frac{4}{3}\\z=-\frac{4}{3}\\t=-\frac{2}{3}\end{cases}.$$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Giả sử $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vecto $\vec{u}=(1;0;1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN.

A. $MN=3$. **B.** $MN=1+2\sqrt{2}$. **C.** $MN=3\sqrt{2}$. **D.** $MN=14$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=1$. Ta có: $\mathrm{d}(I,(P))=\frac{|-1-2.2+2.1-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=2>R$.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của N trên mặt phẳng (P) và α là góc giữa MN và NH.

Vì $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\vec{u}$ nên góc α có số đo không đổi, $\alpha = \widehat{HNM}$.

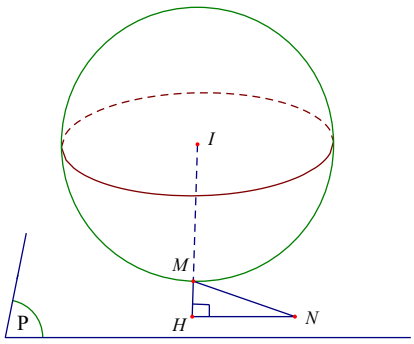
Có $HN = MN.\cos\alpha \Rightarrow MN = \dfrac{1}{\cos\alpha}.HN$ nên MN lớn nhất $\Leftrightarrow$ HN lớn nhất $\Leftrightarrow$ $HN = d\left(I,(P)\right) + R = 3$.

Có $\cos\alpha = \left|\cos\left(\vec{u},\overrightarrow{n_P}\right)\right| = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ nên $MN = \dfrac{1}{\cos\alpha}HN = 3\sqrt{2}$.

Câu 51: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-14=0$. Điểm M thay đổi trên (S), điểm N thay đổi trên (P). Độ dài nhỏ nhất của MN bằng

A. 1 **B.** 2 **C.** $\dfrac{1}{2}$ **D.** $\dfrac{3}{2}$

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$, bán kính $R=3$; $d\left(I;(P)\right)=4>R \Rightarrow$ mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) không có điểm chung.

Dựng $IH \perp (P), (H \in (P))$. Ta có: MN nhỏ nhất khi M là giao điểm của đoạn IH với (S) và $N \equiv H$.

Phương trình đường thẳng $IH:\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=-1+2t\end{cases};(t\in\mathbb{R})$

Điểm $M(1+2t;-2-t;-1+2t)\in(S)$ nên $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$

$\Leftrightarrow(2t)^2+(-t)^2+(2t)^2=9\Leftrightarrow t=\pm1$. Khi đó $M_1(3;-3;1),M_2(-1;-1;-3)$.

Thử lại: $d(M_1;(P))=1$; $d(M_2;(P))=7>IH=4$.

Vậy $MN_{\min}=MH=1$ khi $M(3;-3;1);\mathrm{N}\left(\frac{11}{3};-\frac{10}{3};\frac{5}{3}\right)$.

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;-2;1)$; bán kính $R=4$ và đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{-1}$. Mặt phẳng (P) chứa d và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có diện tích nhỏ nhất. Hỏi trong các điểm sau điểm nào có khoảng cách đến mặt phẳng (P) lớn nhất.

A. $O(0;0;0)$. **B.** $A\left(1;\frac{3}{5};-\frac{1}{4}\right)$. **C.** $B(-1;-2;-3)$. **D.** $C(2;1;0)$.

Lời giải

Gọi $H(2t;1-2t;-1-t)$ là hình chiếu của I lên đường thẳng d.

Ta có: $\overrightarrow{IH}.\overrightarrow{u_d}=0\Rightarrow2(2t-1)-2(3-2t)-(-2-t)=0\Leftrightarrow t=\frac{2}{3}\Rightarrow H\left(\frac{4}{3};-\frac{1}{3};-\frac{5}{3}\right)$.

Vì $IH=\sqrt{10}<4=R\Rightarrow$ d cắt mặt cầu (S) tại 2 điểm phân biệt.

Mặt phẳng (Q) bất kì chứa d luôn cắt (S) theo một đường tròn bán kính r.

Khi đó $r^2=R^2-d^2(I,(Q))\ge R^2-d^2(I,d)=16-10=6$.

Do vậy mặt phẳng (P) chứa d cắt mặt cầu theo một đường tròn có diện tích nhỏ nhất khi và chỉ khi $d(I,(P))=d(I,d)$ hay mặt phẳng (P) đi qua H nhận $\overrightarrow{IH}=\left(\frac{1}{3};\frac{5}{3};-\frac{8}{3}\right)$ làm vectơ pháp tuyến, do đó (P) có phương trình $x+5y-8z-13=0$.

Khi đó điểm $O(0;0;0)$ có khoảng cách đến (P) lớn nhất.