

Câu 1: Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 16. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC . Tính thể tích V của khối tứ diện $AMNP$.

- A. $V = 2$. B. $V = 6$. C. $V = 4$. D. $V = 8$.

Câu 2: Cho hàm số $y = x^2 \ln x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

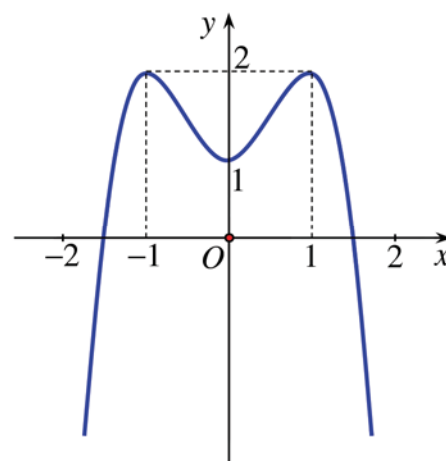
- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = \sqrt{e}$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \sqrt{e}$.

Câu 3: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Tính giá trị của $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $P = 26$. B. $P = 2\sqrt{13}$. C. $P = 13$. D. $P = \sqrt{26}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có 2 điểm cực tiểu là $(2; -1), (2; 1)$ và 1 điểm cực đại là $(0; 1)$.
B. Đồ thị hàm số có 2 điểm cực đại là $(-1; 2), (1; 2)$ và 1 điểm cực tiểu là $(0; 1)$.
C. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại là $(1; 0)$ và 2 điểm cực tiểu là $(-1; 2), (1; 2)$.
D. Đồ thị hàm số có 2 điểm cực đại là $(2; -1), (2; 1)$ và 1 điểm cực tiểu là $(1; 0)$.



Câu 5: Cho số phức $(z - 5i + 2)(i + 2) = 10$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $3i$. B. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $-3i$.
C. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -3 . D. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 0)$, $B(2; 0; 1)$ và mặt phẳng $(Q): x - y - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q) .

- A. $(P): x + y - 3z - 1 = 0$. B. $(P): x - 2y - 6z + 2 = 0$.
C. $(P): 2x + 2y - 5z - 2 = 0$. D. $(P): x + y - z - 1 = 0$.

Câu 7: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z(2i - 3) - 8i \cdot \bar{z} = -16 - 15i$. Tính $S = a + 3b$.

- A. $S = 4$. B. $S = 3$. C. $S = 6$. D. $S = 5$.

Câu 8: Cho $\int_1^4 f(x) dx = 9$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(3x + 1) dx$.

- A. $I = 9$. B. $I = 3$. C. $I = 1$. D. $I = 27$.

Câu 9: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$.

A. $\int f(x) dx = \tan x + C$.

B. $\int f(x) dx = \cot x + C$.

C. $\int f(x) dx = -\cot x + C$.

D. $\int f(x) dx = -\tan x + C$.

Câu 10: Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{1+x}$.

A. $y' = (1+x) \cdot 3^x$.

B. $y' = 3 \cdot 3^x \cdot \ln 3$.

C. $y' = \frac{3}{\ln 3} \cdot 3^x$.

D. $y' = \frac{3^{1+x} \cdot \ln 3}{1+x}$.

Câu 11: Cho a, b là các số thực dương, $b \neq 1$ thỏa mãn $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{5}{7}}$, $\log_b \frac{3}{4} < \log_b \frac{5}{7}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $0 < \log_a b < 1$.

B. $\log_b a < 0$.

C. $\log_a b > 1$.

D. $0 < \log_b a < 1$.

Câu 12: Tính tích phân $I = \int_{-3}^0 \frac{1}{\sqrt{1-x}} dx$.

A. $I = \frac{1}{2}$.

B. $I = 1$.

C. $I = 2$.

D. $I = 0$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z = 0$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S) . Viết phương trình của mặt phẳng (Q) .

A. $(Q): x + 2y - 2z - 17 = 0$.

B. $(Q): x + 2y - 2z - 35 = 0$.

C. $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$.

D. $(Q): 2x + 2y - 2z + 19 = 0$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $y - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (1; -1; 2)$.

B. $\vec{n} = (1; -1; 0)$.

C. $\vec{n} = (0; 1; -1)$.

D. $\vec{n} = (0; 1; 1)$.

Câu 15: Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx-4}{x-m}$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

A. $m \in (2; +\infty)$.

B. $m \in (-2; 0)$.

C. $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; -2)$.

Câu 16: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(x-3)}$.

A. $D = (3; +\infty)$.

B. $D = (3; 4]$.

C. $D = [4; +\infty)$.

D. $D = (0; 4]$.

Câu 17: Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. $\log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} y \Leftrightarrow x > y > 0$.

B. $\log x > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

C. $\log_5 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

D. $\log_4 x^2 > \log_2 y \Leftrightarrow x > y > 0$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -3; 2)$, $B(0; 1; -1)$, $G(2; -1; 1)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC nhận G là trọng tâm.

A. $C\left(1; -1; \frac{2}{3}\right)$.

B. $C(3; -3; 2)$.

C. $C(5; -1; 2)$.

D. $C(1; 1; 0)$.

Câu 19: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và thể tích bằng $\sqrt{3}a^3$.
 Tính chiều cao h của hình hộp đã cho.

- A. $h = 2a$. B. $h = a$. C. $h = 3a$. D. $h = 4a$.

Câu 20: Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{\sqrt{3}} \left(\frac{\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt{3}} \right)$.

- A. $T = \frac{11}{4}$. B. $T = \frac{11}{24}$. C. $T = \frac{11}{6}$. D. $T = \frac{11}{12}$.

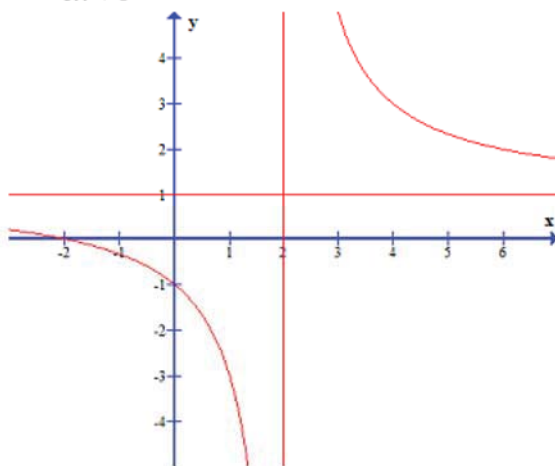
Câu 21: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+5}$ và đường thẳng $y = x-1$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng AB

- A. $x_I = 1$. B. $x_I = -2$. C. $x_I = 2$. D. $x_I = -1$.

Câu 22: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$.

- A. $x = 2$. B. $y = 3$. C. $y = 2$. D. $x = -\frac{1}{2}$.

Câu 23: Tìm a, b, c để hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ.



- A. $a = 2, b = 2; c = -1$. B. $a = 1; b = 1; c = -1$.
 C. $a = 1, b = 2; c = 1$. D. $a = 1, b = -2; c = 1$.

Câu 24: Cho hàm số $y = \frac{-x+5}{x+2}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
 B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 5)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Câu 25: Tính số cạnh n của hình mười hai mặt đều.

- A. $n = 30$. B. $n = 24$. C. $n = 28$. D. $n = 60$.

Câu 26: Một hình trụ có bán kính đáy là 4 cm và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính thể tích V của khối trụ đó.

- A. $V = 32\pi \text{ cm}^3$. B. $V = 64\pi \text{ cm}^3$. C. $V = 128\pi \text{ cm}^3$. D. $V = 256\pi \text{ cm}^3$.

Câu 27: Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=3$.

- A. $x=5$. B. $x=13$. C. $x=14$. D. $x=4$.

Câu 28: Cho a, b, x là các số thực dương. Biết $\log_3 x = 2\log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b$. Tính x theo a và b .

- A. $x=4a-b$. B. $x=\frac{a^4}{b}$. C. $x=a^4-b$. D. $x=\frac{a}{b}$.

Câu 29: Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° .

- A. $V=\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. B. $V=4\sqrt{3}a^3$. C. $V=\frac{4\sqrt{3}}{2}a^3$. D. $V=\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 30: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB=AC=a$, góc giữa $A'C$ và (ABC) bằng 60° . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $C'.ABB'A'$.

- A. $S=5\pi a^2$. B. $S=\frac{5\pi}{6}a^2$. C. $S=\frac{5\pi}{2}a^2$. D. $S=\frac{5\pi}{4}a^2$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$ và

$\Delta_2: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$. Phát biểu nào dưới đây là đúng?

- A. Đường thẳng Δ_1 song song với đường thẳng Δ_2 .
B. Đường thẳng Δ_1 và đường thẳng Δ_2 chéo nhau.
C. Đường thẳng Δ_1 trùng với đường thẳng Δ_2 .
D. Đường thẳng Δ_1 cắt đường thẳng Δ_2 .

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-3=0$ và $I(1;3;-1)$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn có chu vi bằng 2π . Viết phương trình mặt cầu (S) .

- A. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{5}$. B. $(S): (x+1)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.
C. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 3$. D. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[0;3]$, $f(0)=2$ và $\int_0^3 f'(x)dx=5$. Tính $f(3)$.

- A. $f(3)=2$. B. $f(3)=-3$. C. $f(3)=0$. D. $f(3)=7$.

Câu 34: Cho số phức $z=-4+5i$. Gọi M là điểm biểu diễn cho số phức z . Tìm tung độ của điểm M .

- A. $y_M=5$. B. $y_M=4$. C. $y_M=-4$. D. $y_M=-5$.

Câu 35: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện số phức $w=z(2+3i)+5-i$ là số thuần ảo.

- A. Đường tròn $x^2+y^2=5$. B. Đường thẳng $2x-3y+5=0$.
C. Đường tròn $(x-3)^2+(y-2)^2=5$. D. Đường thẳng $3x+2y-1=0$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1)$, $B(2;-1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+z-3=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ chứa trong (P) sao cho mọi điểm thuộc Δ cách đều hai điểm A, B

- A. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=t \\ z=3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. B. $\begin{cases} x=-2t \\ y=1+t \\ z=2+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. C. $\begin{cases} x=-2 \\ y=1+t \\ z=3+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. D. $\begin{cases} x=t \\ y=1+3t \\ z=2-2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Câu 37: Cho hàm số $y = \sqrt{mx^2 + 2x} - x$. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang

A. $m = 1$. B. $m \in \{-2; 2\}$. C. $m \in \{-1; 1\}$. D. $m > 0$.

Câu 38: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + (m^2 - 4)x + 11$ đạt cực tiểu tại $x = 3$

A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m \in \{-1; 1\}$. D. $m = 0$.

Câu 39: Một người muốn có 2 tỉ tiền tiết kiệm sau 6 năm gửi ngân hàng bằng cách mỗi năm gửi vào ngân hàng số tiền bằng nhau với lãi suất ngân hàng là 8% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi số tiền mà người đó phải gửi vào ngân hàng hàng năm là bao nhiêu (với giả thiết lãi suất không thay đổi), số tiền được làm tròn đến đơn vị nghìn đồng?

A. 252.436.000. B. 272.631.000. C. 252.435.000. D. 272.630.000.

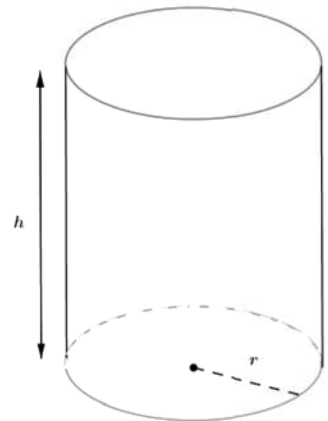
Câu 40: Người ta thiết kế một thùng chứa hình trụ (như hình vẽ) có thể tích V nhất định. Biết rằng giá của vật liệu làm mặt đáy và nắp của thùng bằng nhau và đắt gấp 3 lần so với giá vật liệu để làm mặt xung quanh của thùng (chi phí cho mỗi đơn vị diện tích). Gọi chiều cao của thùng là h và bán kính đáy là r . Tính tỉ số $\frac{h}{r}$ sao cho chi phí vật liệu sản xuất thùng là nhỏ nhất?

A. $\frac{h}{r} = 2$.

B. $\frac{h}{r} = 3\sqrt{2}$.

C. $\frac{h}{r} = \sqrt{2}$.

D. $\frac{h}{r} = 6$.

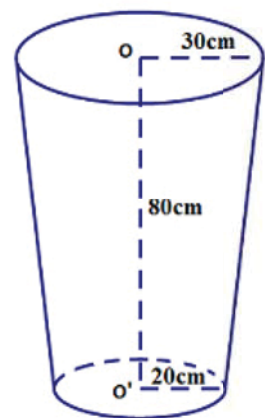


Câu 41: Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z + 1| + 2|z - 1|$

A. $\max T = 2\sqrt{5}$. B. $\max T = 2\sqrt{10}$. C. $\max T = 3\sqrt{5}$.

Câu 42: Học sinh A sử dụng 1 xô đựng nước có hình dạng và kích thước giống như hình vẽ, trong đó đáy xô là hình tròn có bán kính 20 cm, miệng xô là đường tròn bán kính 30 cm, chiều cao xô là 80 cm. Mỗi tháng A dùng hết 10 xô nước. Hỏi A phải trả bao nhiêu tiền nước mỗi tháng, biết giá nước là 20000 đồng/1 m³ (số tiền được làm tròn đến đơn vị đồng)?

A. 35279 đồng. B. 38905 đồng.
C. 42116 đồng. D. 31835 đồng.



Câu 43: Tìm tập hợp các giá trị của m để phương trình $3^x + 3 = m\sqrt{9^x + 1}$ có đúng 1 nghiệm

A. $[1; 3]$. B. $(3; \sqrt{10})$. C. $\{\sqrt{10}\}$. D. $(1; 3] \cup \{\sqrt{10}\}$.

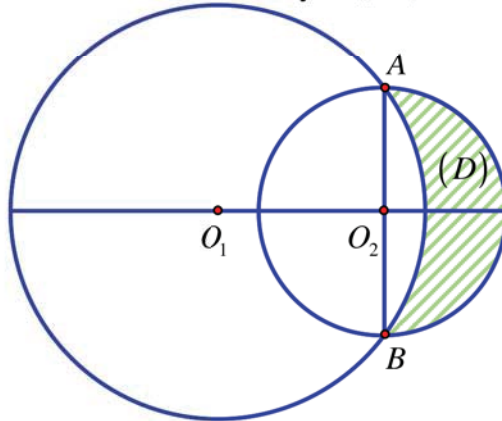
Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; 3)$ trong đó a, b là các số thực dương thỏa mãn $a + b = 2$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$. Biết rằng khi a, b thay đổi thì điểm I luôn thuộc một đường thẳng Δ cố định. Viết phương trình đường thẳng Δ .

A. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t; t \in \mathbb{R} \\ z = \frac{3}{2} \end{cases}$ B. $\Delta: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = \frac{3}{2} \end{cases}; t \in \mathbb{R}$ C. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 + t; t \in \mathbb{R} \\ z = 3 \end{cases}$ D. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t; t \in \mathbb{R} \\ z = 3 \end{cases}$

Câu 45: Biết $\int_2^3 \frac{x}{x^2-1} dx = a \ln 2 - b \ln 3$, trong đó $a, b \in \mathbb{Q}$. Khi đó, a và b đồng thời là hai nghiệm của phương trình nào dưới đây?

- A. $x^2 - 4x + 3 = 0$. B. $x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0$. C. $x^2 - x - \frac{3}{4} = 0$. D. $x^2 - 2x - 3 = 0$.

Câu 46: Cho hai đường tròn $(O_1; 5)$ và $(O_2; 3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2) . Gọi (D) là hình phẳng được giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần được gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



- A. $V = \frac{14\pi}{3}$. B. $V = \frac{68\pi}{3}$. C. $V = \frac{40\pi}{3}$. D. $V = 36\pi$.

Câu 47: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = CD = AC = BD = 2a$, $AD = BC = a\sqrt{2}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $R = a\sqrt{2}$. C. $R = a\sqrt{5}$. D. $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 48: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3}$. Tính tỉ số $T = \frac{a}{b}$.

- A. $T = \frac{5}{4}$. B. $T = \frac{2}{3}$. C. $T = \frac{3}{2}$. D. $T = \frac{4}{5}$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-4	0		$-\infty$	

Với $m \in (1; 3)$ thì phương trình $|f(x)| = m$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 5.

Câu 50: Xét hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y = (x+3)^2$, $y = 0$, $x = 0$. Gọi $A(0; 9)$, $B(b; 0)$ ($-3 < b < 0$). Tìm b để đoạn thẳng AB chia (D) thành hai phần có diện tích bằng nhau.

- A. $b = -2$. B. $b = -\frac{1}{2}$. C. $b = -1$. D. $b = -\frac{3}{2}$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	A	B	C	D	D	B	C	B	B	C	A	C	D	B	D	C	A	C	D	A	D	A	A

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	B	D	A	B	D	D	A	B	B	A	C	A	D	A	D	D	B	B	C	D	C	A	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 16. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC . Tính thể tích V của khối tứ diện $AMNP$.

A. $V = 2$.

B. $V = 6$.

C. $V = 4$.

D. $V = 8$.

Hướng dẫn giải

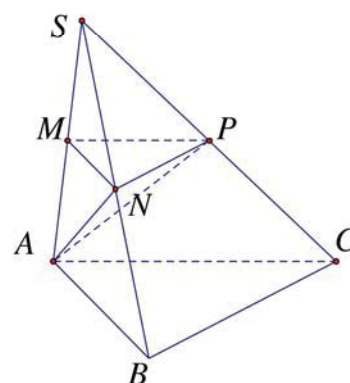
Chọn A.

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$\text{Do đó } V_{S.MNP} = \frac{16}{8} = 2.$$

Do M là trung điểm SA , ta có $d(A, (MNP)) = d(S, (MNP))$

$$\text{Suy ra } V_{AMNP} = V_{S.MNP} = 2.$$



Câu 2: Cho hàm số $y = x^2 \cdot \ln x$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = \sqrt{e}$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \sqrt{e}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Hàm số xác định khi $x > 0$.

$$\text{Ta có } y' = 2x \ln x + x \text{ và } y' = 0 \Leftrightarrow 2x \ln x + x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{e}}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{\sqrt{e}}$	$+\infty$
y'		-	0	+
y				$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

Câu 3: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Tính giá trị của $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $P = 26$.

B. $P = 2\sqrt{13}$.

C. $P = 13$.

D. $P = \sqrt{26}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\Delta' = (-2)^2 - 13 = -9$.

Khi đó $z^2 - 4z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 2 + 3i \\ z_2 = 2 - 3i \end{cases}$.

Vậy $P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 2^2 + 3^2 + 2^2 + (-3)^2 = 26$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có 2 điểm cực tiểu là $(2; -1)$, $(2; 1)$

và 1 điểm cực đại là $(0; 1)$.

B. Đồ thị hàm số có 2 điểm cực đại là $(-1; 2)$, $(1; 2)$

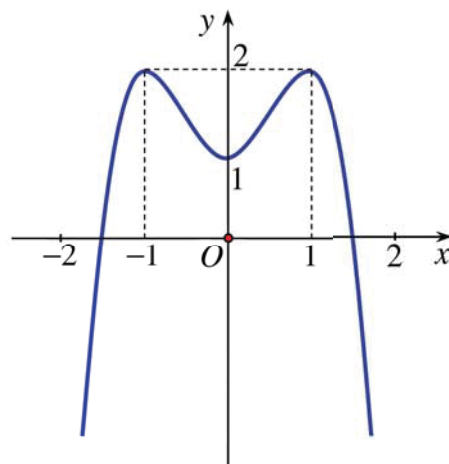
và 1 điểm cực tiểu là $(0; 1)$.

C. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại là $(1; 0)$ và 2 điểm

cực tiểu là $(-1; 2)$, $(1; 2)$.

D. Đồ thị hàm số có 2 điểm cực đại là $(2; -1)$, $(2; 1)$

và 1 điểm cực tiểu là $(1; 0)$.



Hướng dẫn giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có 2 điểm cực đại là $(-1; 2)$, $(1; 2)$ và 1 điểm cực tiểu là $(0; 1)$.

Câu 5: Cho số phức $(z - 5i + 2)(i + 2) = 10$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $3i$.

B. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $-3i$.

C. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -3 .

D. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $(z - 5i + 2)(i + 2) = 10 \Leftrightarrow z - 5i + 2 = \frac{10}{i + 2} \Leftrightarrow z = 4 - 2i + 5i - 2 \Leftrightarrow z = 2 + 3i \Rightarrow \bar{z} = 2 - 3i$

Vậy phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -3 .

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 0)$, $B(2; 0; 1)$ và mặt phẳng $(Q): x - y - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A , B và vuông góc với mặt phẳng (Q) .

A. $(P): x + y - 3z - 1 = 0$.

B. $(P): x - 2y - 6z + 2 = 0$.

C. $(P): 2x + 2y - 5z - 2 = 0$.

D. $(P): x + y - z - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Mặt phẳng $(Q): x - y - 1 = 0$ có VTPT là $\vec{n} = (1; -1; 0)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 1)$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua A , B và vuông góc với mặt phẳng (Q) nên có VTPT là $[\overrightarrow{AB}; \vec{n}] = (1; 1; -1)$. Do đó phương trình (P) là

$$1(x - 0) + 1(y - 1) - 1(z - 0) = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 1 = 0.$$

Câu 7: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z(2i - 3) - 8i \cdot \bar{z} = -16 - 15i$. Tính $S = a + 3b$

A. $S = 4$.

B. $S = 3$.

C. $S = 6$.

D. $S = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta có

$$z(2i - 3) - 8i \cdot \bar{z} = -16 - 15i \Leftrightarrow (a + bi)(2i - 3) - 8i(a - bi) = -16 - 15i$$

$$\Leftrightarrow (-3a - 10b) + (-6a - 3b)i = -16 - 15i \Leftrightarrow \begin{cases} -3a - 10b = -16 \\ -6a - 3b = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

Do đó $S = a + 3b = 2 + 3.1 = 5$.

Câu 8: Cho $\int_1^4 f(x) dx = 9$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(3x+1) dx$.

A. $I = 9$.

B. $I = 3$.

C. $I = 1$.

D. $I = 27$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $I = \int_0^1 f(3x+1) dx$

$$\text{Đặt } t = 3x+1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}(t-1) \Rightarrow dx = \frac{1}{3} dt$$

$$\text{Đổi cận: } x=0 \Rightarrow t=1 \text{ và } x=1 \Rightarrow t=4. \text{ Do đó } I = \frac{1}{3} \int_1^4 f(t) dt = \frac{9}{3} = 3.$$

Câu 9: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$.

A. $\int f(x) dx = \tan x + C$.

B. $\int f(x) dx = \cot x + C$.

C. $\int f(x) dx = -\cot x + C$.

D. $\int f(x) dx = -\tan x + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C.$$

Câu 10: Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{1+x}$.

A. $y' = (1+x) \cdot 3^x$.

B. $y' = 3 \cdot 3^x \cdot \ln 3$.

C. $y' = \frac{3}{\ln 3} \cdot 3^x$.

D. $y' = \frac{3^{1+x} \cdot \ln 3}{1+x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Áp dụng công thức $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$ với hằng số $0 < a \neq 1$, ta có

$$(3^{x+1})' = (x+1)' \cdot 3^{x+1} \cdot \ln 3 = 3 \cdot 3^x \cdot \ln 3$$

Câu 11: Cho a, b là các số thực dương, $b \neq 1$ thỏa mãn $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{5}{7}}$, $\log_b \frac{3}{4} < \log_b \frac{5}{7}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $0 < \log_a b < 1$.

B. $\log_b a < 0$.

C. $\log_a b > 1$.

D. $0 < \log_b a < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{3}{4} > \frac{5}{7} \\ a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{5}{7}} \end{cases} \Rightarrow a > 1 \text{ và } \begin{cases} \frac{3}{4} > \frac{5}{7} \\ \log_b \frac{3}{4} < \log_b \frac{5}{7} \end{cases} \Rightarrow 0 < b < 1.$$

Khi đó, hàm số $y = \log_b x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$, suy ra $\log_b a < \log_b 1 = 0$.

Câu 12: Tính tích phân $I = \int_{-3}^0 \frac{1}{\sqrt{1-x}} dx$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = 1$. C. $I = 2$. D. $I = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } I = \int_{-3}^0 \frac{1}{\sqrt{1-x}} dx = -\int_{-3}^0 \frac{d(1-x)}{\sqrt{1-x}} = -2\sqrt{1-x} \Big|_{-3}^0 = 2$$

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z = 0$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S) . Viết phương trình của mặt phẳng (Q) .

- A. $(Q): x + 2y - 2z - 17 = 0$. B. $(Q): x + 2y - 2z - 35 = 0$.
C. $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$. D. $(Q): 2x + 2y - 2z + 19 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có (S) có tâm $I(2; 1; -2)$, bán kính $R = 3$.

Vì $(Q) \parallel (P)$ nên (Q) có dạng $x + 2y - 2z + D = 0$; $D \neq 1$.

$$\text{Lại có } (Q) \text{ tiếp xúc } (S) \text{ nên } d(I, (Q)) = R \Leftrightarrow \begin{cases} D = 1 \\ D = -17 \end{cases}$$

Vậy mặt phẳng (Q) cần tìm là $(Q): x + 2y - 2z - 17 = 0$ (vì $D \neq 1$).

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $y - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (1; -1; 2)$. B. $\vec{n} = (1; -1; 0)$. C. $\vec{n} = (0; 1; -1)$. D. $\vec{n} = (0; 1; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có mặt phẳng (P) có phương trình $y - z + 2 = 0$ nên VTPT của (P) là $\vec{n} = (0; 1; -1)$.

Câu 15: Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \frac{mx-4}{x-m}$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

- A. $m \in (2; +\infty)$. B. $m \in (-2; 0)$.
C. $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; -2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $y' = \frac{4-m^2}{(x-m)^2}, \forall x \neq m$

Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' < 0, \forall x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-m^2 < 0 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2.$

Câu 16: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}}(x-3)}.$

- A. $D = (3; +\infty).$ B. $D = (3; 4].$ C. $D = [4; +\infty).$ D. $D = (0; 4].$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Điều kiện xác định $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ x-3 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x \leq 4 \end{cases}$

Vậy tập xác định hàm số là $D = (3; 4].$

Câu 17: Mệnh đề nào dưới đây là sai?

- A. $\log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} y \Leftrightarrow x > y > 0.$ B. $\log x > 0 \Leftrightarrow x > 1.$
C. $\log_5 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1.$ D. $\log_4 x^2 > \log_2 y \Leftrightarrow x > y > 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\log_4 x^2 = \log_2 |x|$ nên chỉ có thể có $|x| > y > 0$ nên mệnh đề D là sai.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -3; 2), B(0; 1; -1), G(2; -1; 1).$ Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC nhận G là trọng tâm.

- A. $C\left(1; -1; \frac{2}{3}\right).$ B. $C(3; -3; 2).$ C. $C(5; -1; 2).$ D. $C(1; 1; 0).$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \\ z_A + z_B + z_C = 3z_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+0+x_C = 3.2 \\ -3+1+y_C = 3.(-1) \\ 2+(-1)+z_C = 3.1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 5 \\ y_C = -1 \\ z_C = 2 \end{cases} \Leftrightarrow C(5; -1; 2)$

Câu 19: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và thể tích bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính chiều cao h của hình hộp đã cho.

- A. $h = 2a.$ B. $h = a.$ C. $h = 3a.$ D. $h = 4a.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tứ giác $ABCD$ là hình thoi ghép từ 2 tam giác đều cạnh a nên có

$$S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot h$ nên $h = \frac{a^3 \sqrt{3}}{\frac{a^2 \sqrt{3}}{2}} = 2a.$

Câu 20: Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{\sqrt{3}} \left(\frac{\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt{3}} \right)$.

A. $T = \frac{11}{4}$.

B. $T = \frac{11}{24}$.

C. $T = \frac{11}{6}$.

D. $T = \frac{11}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } T = \log_{\sqrt{3}} \left(\frac{3^{\frac{3}{4}} \cdot 3^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{1}{2}}} \right) = \log_{\sqrt{3}} 3^{\frac{11}{12}} = \frac{11}{12} \cdot 2 = \frac{11}{6}.$$

Câu 21: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+5}$ và đường thẳng $y = x-1$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng AB

A. $x_I = 1$.

B. $x_I = -2$.

C. $x_I = 2$.

D. $x_I = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\frac{2x-1}{x+5} = x-1 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 4 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -2 \text{ (theo định lý Vi-ét).}$$

Câu 22: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$.

A. $x = 2$.

B. $y = 3$.

C. $y = 2$.

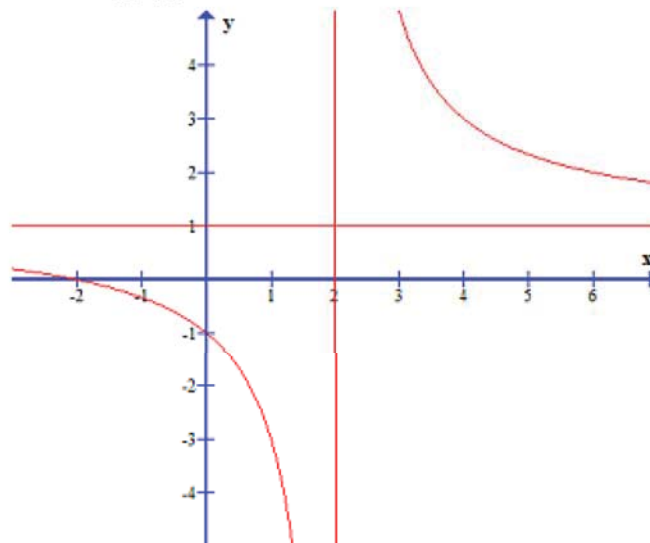
D. $x = -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Vì $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+1}{x-2} = +\infty$ nên đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 23: Tìm a, b, c để hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ.



A. $a = 2, b = 2; c = -1$.

B. $a = 1; b = 1; c = -1$.

C. $a = 1, b = 2; c = 1$.

D. $a = 1, b = -2; c = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Từ đồ thị ta thấy tiệm cận đứng $x = 2$, tiệm cận ngang $y = 1 \Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{c} = 2 \\ \frac{a}{c} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2c \\ a = c \end{cases} \quad (1)$

Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; -1)$ nên ta có $-1 = \frac{2}{b}$, suy ra $b = -2$. Vậy từ hệ (1), ta thu được $c = 1$ và $a = 1$.

Câu 24: Cho hàm số $y = \frac{-x+5}{x+2}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 5)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$y' = \frac{-7}{(x+2)^2} < 0, \forall x \in D \text{ suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng } (-\infty; -2) \text{ và } (-2; +\infty).$$

Câu 25: Tính số cạnh n của hình mười hai mặt đều.

- A. $n = 30$.
- B. $n = 24$.
- C. $n = 28$.
- D. $n = 60$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Hình mười hai mặt đều có 20 đỉnh, 30 cạnh, 12 mặt

Câu 26: Một hình trụ có bán kính đáy là 4 cm và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính thể tích V của khối trụ đó.

- A. $V = 32\pi \text{ cm}^3$.
- B. $V = 64\pi \text{ cm}^3$.
- C. $V = 128\pi \text{ cm}^3$.
- D. $V = 256\pi \text{ cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Vì thiết diện đi qua trục của hình trụ là một hình vuông, nên hình trụ có chiều cao bằng với đường kính đáy. Từ đó thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 \cdot h = \pi 4^2 \cdot 8 = 128\pi \text{ cm}^3$.

Câu 27: Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 3$.

- A. $x = 5$.
- B. $x = 13$.
- C. $x = 14$.
- D. $x = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\log_3(2x-1) = 3 \Leftrightarrow 2x-1 = 27 \Leftrightarrow x = 14.$$

Câu 28: Cho a, b, x là các số thực dương. Biết $\log_3 x = 2\log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b$. Tính x theo a và b .

- A. $x = 4a - b$.
- B. $x = \frac{a^4}{b}$.
- C. $x = a^4 - b$.
- D. $x = \frac{a}{b}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\log_3 x = 2 \log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow \log_3 x = 2.2 \log_3 a - \log_3 b \Leftrightarrow \log_3 x = \log_3 \frac{a^4}{b} \Leftrightarrow x = \frac{a^4}{b}.$$

Câu 29: Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° .

A. $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. B. $V = 4\sqrt{3}a^3$. C. $V = \frac{4\sqrt{3}}{2}a^3$. D. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$.

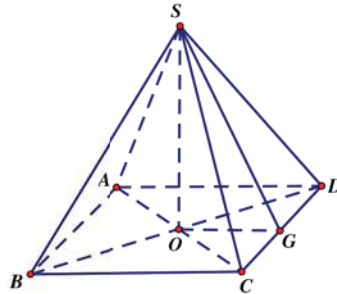
Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi G là trung điểm của đoạn CD , dễ thấy $\begin{cases} CD \perp SG \subset (SCD) \\ CD \perp GO \subset (ABCD) \end{cases}$. Suy ra $(SCD) \cap (ABCD) = CD$

$$\widehat{((SCD), (ABCD))} = \widehat{SGO} = 60^\circ$$

Vậy, trong tam giác vuông SGO , ta có $\tan 60^\circ = \frac{SO}{OG} \Rightarrow SO = a\sqrt{3}$.



$$\text{Vậy thể tích khối chóp là } V_{SABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot 4a^2 = \frac{4\sqrt{3}}{3}a^3.$$

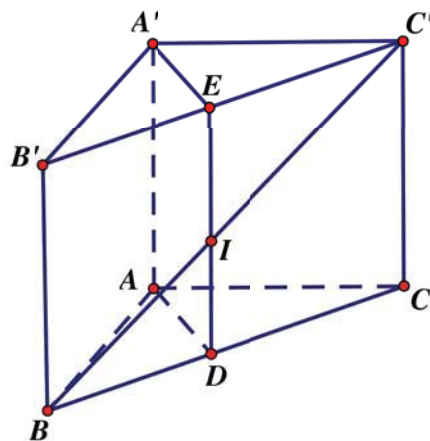
Câu 30: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = AC = a$, góc giữa $A'C$ và (ABC) bằng 60° . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $C'.ABB'A'$.

A. $S = 5\pi a^2$. B. $S = \frac{5\pi}{6}a^2$. C. $S = \frac{5\pi}{2}a^2$. D. $S = \frac{5\pi}{4}a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Vì $AA' \perp (ABC)$ nên $\widehat{(A'C, (ABC))} = \widehat{ACA'} = 60^\circ$



$$\tan 60^\circ = \frac{AA'}{AC} \Rightarrow AA' = a\sqrt{3}; BC = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

$$BC' = \sqrt{BC^2 + C'C^2} = \sqrt{2a^2 + 3a^2} = a\sqrt{5}$$

Gọi D, E lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$, gọi I là trung điểm của DE . Ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $C'.ABB'A'$ cũng chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$.

$$R = IB = \frac{BC'}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$S = 4\pi r^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{5}}{2} \right)^2 = 5\pi a^2.$$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$ và

$$\Delta_2: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}. \text{ Phát biểu nào dưới đây là đúng?}$$

- A. Đường thẳng Δ_1 song song với đường thẳng Δ_2 .
- B. Đường thẳng Δ_1 và đường thẳng Δ_2 chéo nhau.
- C. Đường thẳng Δ_1 trùng với đường thẳng Δ_2 .
- D. Đường thẳng Δ_1 cắt đường thẳng Δ_2 .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Δ_1 đi qua $A(1;0;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (-1;1;-1)$.

Δ_2 đi qua $B(0;-1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (2;1;1)$.

Ta thấy $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ không cùng phương nên suy ra Δ_1 và Δ_2 cắt nhau hoặc chéo nhau. Loại A và C.

Lại có $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{AB} = -1 \neq 0$ nên suy ra Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$ và $I(1;3;-1)$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn có chu vi bằng 2π . Viết phương trình mặt cầu (S) .

- A. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{5}$.
- B. $(S): (x+1)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.
- C. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 3$.
- D. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Bán kính của đường tròn giao tuyến của (S) và (P) là $r = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$.

$$d = d(I, (P)) = \frac{|2-3-2-3|}{\sqrt{4+1+4}} = 2.$$

Bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{r^2 + d^2} = \sqrt{5}$

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;3;-1)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$ là

$$(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 5$$

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[0;3]$, $f(0)=2$ và $\int_0^3 f'(x)dx=5$. Tính $f(3)$.

- A. $f(3)=2$. B. $f(3)=-3$. C. $f(3)=0$. D. $f(3)=7$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\int_0^3 f'(x)dx=5 \Leftrightarrow f(x)\Big|_0^3=5 \Leftrightarrow f(3)-f(0)=5 \Leftrightarrow f(3)=7$.

Câu 34: Cho số phức $z=-4+5i$. Gọi M là điểm biểu diễn cho số phức z . Tìm tung độ của điểm M .

- A. $y_M=5$. B. $y_M=4$. C. $y_M=-4$. D. $y_M=-5$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Trên mặt phẳng phức, tọa độ điểm M thỏa đề bài là $M(-4;5)$. Vậy tung độ điểm M là 5.

Câu 35: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện số phức $w=z(2+3i)+5-i$ là số thuần ảo.

- A. Đường tròn $x^2+y^2=5$. B. Đường thẳng $2x-3y+5=0$.
C. Đường tròn $(x-3)^2+(y-2)^2=5$. D. Đường thẳng $3x+2y-1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $z=x+yi(x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có $w=z(2+3i)+5-i=(x+yi)(2+3i)+5-i=2x-3y+5+(3x+2y-1)i$.

Mà w là số thuần ảo nên tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $2x-3y+5=0$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-1)$, $B(2;-1;1)$ và mặt phẳng $(P):2x+y+z-3=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ chứa trong (P) sao cho mọi điểm thuộc Δ cách đều hai điểm A, B

- A. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=t \\ z=3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. B. $\begin{cases} x=-2t \\ y=1+t \\ z=2+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. C. $\begin{cases} x=-2 \\ y=1+t \\ z=3+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. D. $\begin{cases} x=t \\ y=1+3t \\ z=2-2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Cách 1.

Δ chứa trong $(P) \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} \perp \overrightarrow{u_{\Delta}} \Rightarrow$ Loại C, D.

Δ chứa trong $(P) \Rightarrow$ mọi điểm thuộc Δ đều thuộc $(P) \Rightarrow$ Loại A, vì $M(1;0;0)$ thuộc Δ nhưng không thuộc (P) .

Chú ý

+ Do phương án nhiều chưa hợp lý nên không cần sử dụng đến hai điểm A, B .

+ Phương pháp tổng quát: Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của $AB \Rightarrow \Delta=(P) \cap (Q)$.

Cách 2.

Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của $AB \Rightarrow (Q)$ qua trung điểm $I(1;0;0)$ của đoạn AB và nhận $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 2)$ làm VTPT $\Rightarrow (Q): x - y + z - 1 = 0$.

Khi đó $\Delta = (P) \cap (Q) \Rightarrow \vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (2; -1; -3); (\vec{n}_P = (2; 1; 1), \vec{n}_Q = (1; -1; 1))$

Tọa độ điểm $A(0; 1; 2)$ thỏa mãn $\begin{cases} x - y + z - 1 = 0 \\ 2x + y + z - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow A \in \Delta$

Vậy $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$.

Câu 37: Cho hàm số $y = \sqrt{mx^2 + 2x} - x$. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang

A. $m = 1$.

B. $m \in \{-2; 2\}$.

C. $m \in \{-1; 1\}$.

D. $m > 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Hàm số có tiệm cận ngang khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{mx^2 + 2x} - x) = L$.

Điều kiện để hàm số $y = \sqrt{mx^2 + 2x} - x$ xác định là $mx^2 + 2x \geq 0 \Leftrightarrow x(mx + 2) \geq 0$.

Trường hợp 1. Với $m < 0$, ta có $x(mx + 2) \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq -\frac{2}{m} \Rightarrow$ Không có giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Trường hợp 2. Với $m > 0$, ta có $x(mx + 2) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq -\frac{2}{m} \end{cases}$.

Khi đó

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{mx^2 + 2x} - x) = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{mx^2 + 2x} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(m-1)x^2 + 2x}{\sqrt{mx^2 + 2x} + x} = L \Leftrightarrow m = 1.$$

Trường hợp 3. $m = 0$ suy ra $y = \sqrt{2x} - x$, xác định khi $x \geq 0$.

Khi này chỉ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{mx^2 + 2x} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{2x} - x) = -\infty$. Suy ra $m = 0$ không thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 38: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + (m^2 - 4)x + 11$ đạt cực tiểu tại $x = 3$

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. $m \in \{-1; 1\}$.

D. $m = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $y' = x^2 - 2x + m^2 - 4$, $y'' = 2x - 2$.

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 3$ khi và chỉ khi $\begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Vậy với $m = \pm 1$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Chú ý: Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$ đạt cực tiểu tại x_0 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) > 0 \end{cases}. \text{ Với các hàm số khác, kết quả này có thể không đúng. Vì vậy khi gặp các hàm số}$$

khác, học sinh nên sử dụng bảng biến thiên để kết luận.

Câu 39: Một người muốn có 2 tỉ tiền tiết kiệm sau 6 năm gửi ngân hàng bằng cách mỗi năm gửi vào ngân hàng số tiền bằng nhau với lãi suất ngân hàng là 8% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi số tiền mà người đó phải gửi vào ngân hàng hàng năm là bao nhiêu (với giả thiết lãi suất không thay đổi), số tiền được làm tròn đến đơn vị nghìn đồng?

A. 252.436.000 . B. 272.631.000 . C. 252.435.000 . D. 272.630.000 .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi T_n là số tiền vốn lẫn lãi sau n tháng, a là số tiền hàng tháng gửi vào ngân hàng và $r(\%)$ là lãi suất kép. Ta có

$$T_1 = a.(1+r),$$

$$T_2 = (a + T_1)(1+r) = (a + a(r+1))(1+r) = a(1+r) + a(1+r)^2$$

$$T_3 = (a + T_2)(1+r) = a(1+r) + a(1+r)^2 + a(1+r)^3$$

....

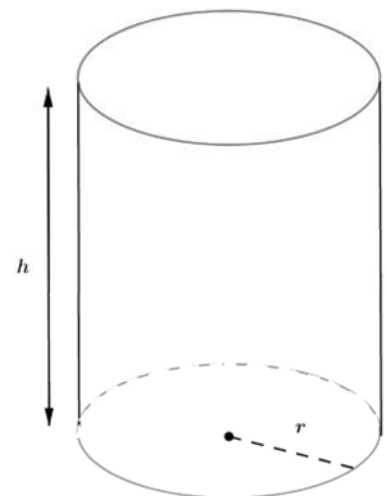
$$T_6 = a((1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^6) = a.S_6$$

S_6 là tổng sáu số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1+r = 1,08$ và công bội $q = 1+r = 1,08$

$$S_6 = \frac{u_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{1,08(1-1,08^6)}{1-1,08}$$

Theo đề ra, ta có $a = \frac{T_6}{S_6} = \frac{2.10^9}{\frac{1,08(1-1,08^6)}{1-1,08}} = 252435900,4$. Quy tròn đến phần nghìn ta chọn **A**.

Câu 40: Người ta thiết kế một thùng chứa hình trụ (như hình vẽ) có thể tích V nhất định. Biết rằng giá của vật liệu làm mặt đáy và nắp của thùng bằng nhau và đắt gấp 3 lần so với giá vật liệu để làm mặt xung quanh của thùng (chi phí cho mỗi đơn vị diện tích). Gọi chiều cao của thùng là h và bán kính đáy là r . Tính tỉ số $\frac{h}{r}$ sao cho chi phí vật liệu sản xuất thùng là nhỏ nhất?



A. $\frac{h}{r} = 2$.

B. $\frac{h}{r} = 3\sqrt{2}$.

C. $\frac{h}{r} = \sqrt{2}$.

D. $\frac{h}{r} = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Không mất tính tổng quát, giả sử thể tích của hình trụ là $V = 1$ và giả cho mỗi đơn vị diện tích bằng 1.

Theo bài ta có $h = \frac{1}{\pi r^2} \Rightarrow \frac{h}{r} = \frac{1}{\pi r^3}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_1 = 2\pi r \cdot h = 2\pi r \cdot \frac{1}{\pi r^2} = \frac{2}{r}$.

Diện tích một mặt đáy là $S_2 = \pi r^2$.

Suy ra giá vật liệu để làm thùng hình trụ là $P = \frac{2}{r} + 3 \cdot 1 \cdot 2\pi r^2 = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + 6\pi r^2 \geq 3\sqrt[3]{6\pi}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\frac{1}{r} = 6\pi r^2 \Leftrightarrow r^3 = \frac{1}{6\pi}$. Suy ra $\frac{h}{r} = \frac{1}{\pi r^3} = \frac{1}{\pi \frac{1}{6\pi}} = 6$.

Câu 41: Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z+1| + 2|z-1|$

A. $\max T = 2\sqrt{5}$. **B.** $\max T = 2\sqrt{10}$. **C.** $\max T = 3\sqrt{5}$. **D.** $\max T = 3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Ta có $|z| = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$.

Mà $T = |z+1| + 2|z-1| = \sqrt{(x+1)^2 + y^2} + 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2}$
 $= \sqrt{x^2 + 2x + 1 + y^2} + 2\sqrt{x^2 - 2x + 1 + y^2} = \sqrt{2x+2} + 2\sqrt{2-2x}$ (do $x^2 + y^2 = 1$)

Mà theo Bunhiacopxki ta có $(\sqrt{2x+2} + 2\sqrt{2-2x})^2 \leq (1+2^2)(2x+2+2-2x) = 20$

Nên $-2\sqrt{5} \leq T \leq 2\sqrt{5}$ nên $T_{\max} = 2\sqrt{5}$.

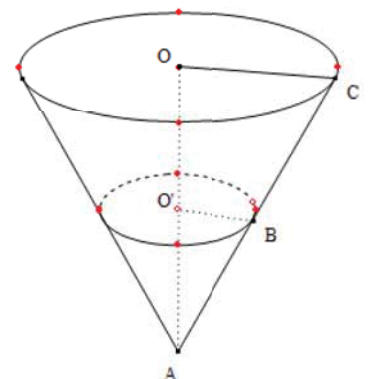
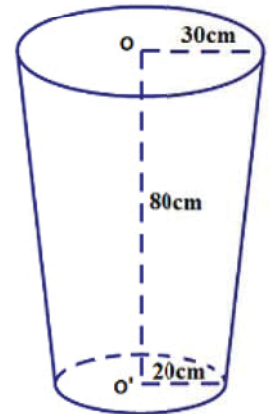
Câu 42: Học sinh A sử dụng 1 xô đựng nước có hình dạng và kích thước giống như hình vẽ, trong đó đáy xô là hình tròn có bán kính 20 cm, miệng xô là đường tròn bán kính 30 cm, chiều cao xô là 80 cm. Mỗi tháng A dùng hết 10 xô nước. Hỏi A phải trả bao nhiêu tiền nước mỗi tháng, biết giá nước là 20000 đồng/1 m³ (số tiền được làm tròn đến đơn vị đồng)?

- A.** 35279 đồng.
B. 38905 đồng.
C. 42116 đồng.
D. 31835 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta xét hình nón đỉnh A , đường cao $h = 80$ cm đáy là đường tròn tâm O , bán kính bằng 30 cm. Mặt phẳng (α) cách mặt đáy 80 cm cắt hình nón theo giao tuyến là đường tròn tâm O' có bán kính bằng 20 cm. Mặt phẳng (α) chia hình nón thành 2 phần. Phần I là phần chứa đỉnh A , phần II là phần không chứa đỉnh A (Như hình vẽ)



$$\text{Ta có } \frac{O'B}{OC} = \frac{AO'}{AO} \Leftrightarrow \frac{AO'}{AO'+O'O} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow AO' = 160 \text{ cm}$$

$$\text{Thể tích hình nón } V = \frac{1}{3} AO \cdot \pi \cdot 30^2 = 72000\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{Thể tích phần I là } V_1 = \frac{1}{3} AO' \cdot \pi \cdot 20^2 = \frac{64000}{3} \pi \text{ cm}^3$$

$$\text{Vậy thể tích cái xô là thể tích phần II là } V_2 = V - V_1 = \frac{152000}{3} \pi \text{ cm}^3 = \frac{19}{375} \pi \text{ (m}^3\text{)}$$

$$\text{Vậy số tiền phải trả là } T = \frac{19\pi}{375} \cdot 10.20000 \approx 31835 \text{ đồng.}$$

Câu 43: Tìm tập hợp các giá trị của m để phương trình $3^x + 3 = m \cdot \sqrt{9^x + 1}$ có đúng 1 nghiệm

- A. $[1; 3)$. B. $(3; \sqrt{10})$. C. $\{\sqrt{10}\}$. D. $(1; 3] \cup \{\sqrt{10}\}$.¹

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $t = 3^x > 0$.

$$\text{Ta có } t + 3 = m \sqrt{t^2 + 1} \Leftrightarrow \frac{t+3}{\sqrt{t^2+1}} = m \quad (1)$$

Để phương trình đã cho có đúng 1 nghiệm thì phương trình (1) có đúng 1 nghiệm dương.

$$\text{Đặt } f(t) = \frac{t+3}{\sqrt{t^2+1}} \Rightarrow f'(t) = \frac{1-3t}{(t^2+1)\sqrt{t^2+1}}$$

Ta có $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$ và $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t+3}{\sqrt{t^2+1}} = 1$, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{t+3}{\sqrt{t^2+1}} = 1$ nên có bảng biến thiên như sau

t	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$f'(t)$		0	
	+		-
$f(t)$	3	$\sqrt{10}$	1

Vậy để phương trình (1) có nghiệm duy nhất thì $\begin{cases} 1 < m \leq 3 \\ m = \sqrt{10} \end{cases}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; 3)$ trong đó a, b là các số thực dương thỏa mãn $a + b = 2$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$. Biết rằng khi a, b thay đổi thì điểm I luôn thuộc một đường thẳng Δ cố định. Viết phương trình đường thẳng Δ .

A. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t; t \in \mathbb{R} \\ z = \frac{3}{2} \end{cases}$

B. $\Delta: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = \frac{3}{2} \end{cases}; t \in \mathbb{R}.$

¹ Đáp án ở đề gốc là $(1; 3) \cup \{\sqrt{10}\}$, tổ phản biện của THBTN đã chỉnh lại để có đáp án đúng.

$$\text{C. } \Delta: \begin{cases} x=t \\ y=2+t; t \in \mathbb{R} \\ z=3 \end{cases}$$

$$\text{D. } \Delta: \begin{cases} x=t \\ y=1+t; t \in \mathbb{R} \\ z=3 \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;3)$ nên tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là điểm

$$I\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

Theo đề ta có $a+b=2 \Rightarrow a=2-b$ nên $I\left(\frac{2-b}{2}; \frac{b}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

$$\text{Vậy tâm } I \text{ thuộc đường thẳng } \begin{cases} x=1-\frac{1}{2}s \\ y=\frac{1}{2}s \\ z=\frac{3}{2} \end{cases} \quad (s \in \mathbb{R}), \text{ tức là đường thẳng } \begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=\frac{3}{2} \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 45: Biết $\int_2^3 \frac{x}{x^2-1} dx = a \ln 2 - b \ln 3$, trong đó $a, b \in \mathbb{Q}$. Khi đó, a và b đồng thời là hai nghiệm của phương trình nào dưới đây?

A. $x^2 - 4x + 3 = 0$. **B.** $x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0$. **C.** $x^2 - x - \frac{3}{4} = 0$. **D.** $x^2 - 2x - 3 = 0$.

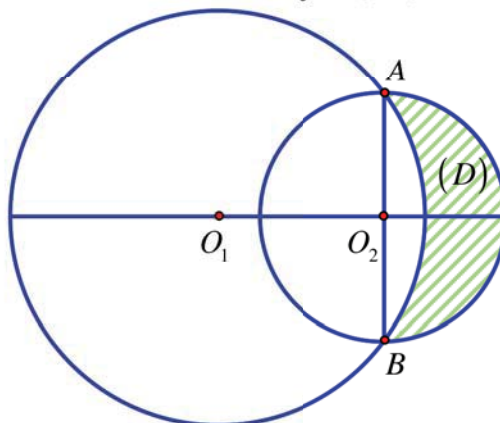
Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\int_2^3 \frac{x}{x^2-1} dx = \frac{1}{2} \int_2^3 \frac{1}{x^2-1} d(x^2-1) = \frac{\ln|x^2-1|}{2} \Big|_2^3 = \frac{1}{2} \ln 8 - \frac{1}{2} \ln 3 = \frac{3}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 3$$

Vậy $a = \frac{3}{2}$, $b = \frac{1}{2}$ nên a, b là nghiệm của phương trình $x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0$.

Câu 46: Cho hai đường tròn $(O_1; 5)$ và $(O_2; 3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2) . Gọi (D) là hình phẳng được giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần được gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



A. $V = \frac{14\pi}{3}$.

B. $V = \frac{68\pi}{3}$.

C. $V = \frac{40\pi}{3}$.

D. $V = 36\pi$.

Hướng dẫn giải

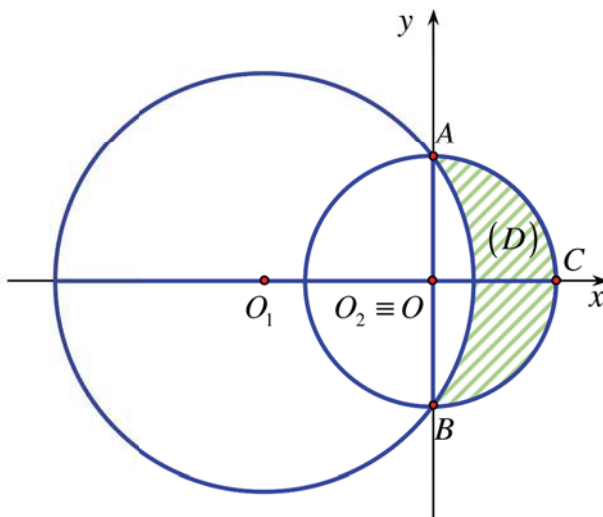
Chọn C.

Chọn hệ tọa độ Oxy với $O_2 \equiv O$, $O_2C \equiv Ox$, $O_2A \equiv Oy$.

Đoạn $O_1O_2 = \sqrt{O_1A^2 - O_2A^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \Rightarrow (O_1): (x+4)^2 + y^2 = 25$.

Kí hiệu (H_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $(O_1): (x+4)^2 + y^2 = 25$, $Oy: x=0$, $x \geq 0$.

Kí hiệu (H_2) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $(O_2): x^2 + y^2 = 9$, $Oy: x=0$, $x \geq 0$.



Khi đó thể tích V cần tìm chính bằng thể tích V_2 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_2) xung quanh trục Ox trừ đi thể tích V_1 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_1) xung quanh trục Ox .

Ta có $V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi \cdot 3^3 = 18\pi$.

Lại có $V_1 = \pi \int_0^1 y^2 dx = \pi \int_0^1 [25 - (x+4)^2] dx = \pi \left[25x - \frac{(x+4)^3}{3} \right]_0^1 = \frac{14\pi}{3}$.

Do đó $V = V_2 - V_1 = 18\pi - \frac{14\pi}{3} = \frac{40\pi}{3}$.

Câu 47: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = CD = AC = BD = 2a$, $AD = BC = a\sqrt{2}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

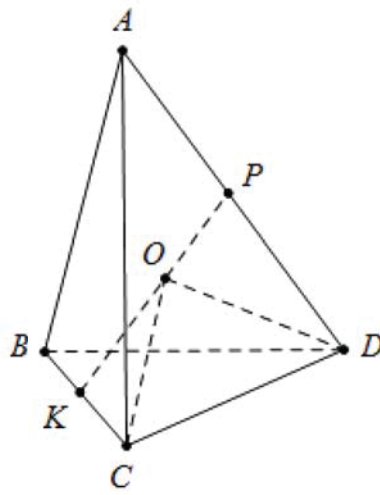
B. $R = a\sqrt{2}$.

C. $R = a\sqrt{5}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Gọi P là trung điểm của cạnh AD mà $\begin{cases} BA = BD \Rightarrow BP \perp AD \\ CA = CD \Rightarrow CP \perp AD \end{cases} \Rightarrow AD \perp (PBC).$

Gọi K là trung điểm của cạnh $BC \Rightarrow AD \perp PK \Rightarrow PK$ là đường trung trực của đoạn AD .
 Khi đó gọi O là trung điểm của cạnh $PK \Rightarrow OA = OD$.

Ta có $\triangle BAD = \triangle CAD$ ($c-c-c$) $\Rightarrow BP = CP$ mà $KB = KC$
 $\Rightarrow PK$ là đường trung trực của đoạn $BC \Rightarrow OB = OC$.

Hơn nữa $OC = \sqrt{OK^2 + KC^2}$, $OD = \sqrt{OP^2 + PD^2}$ và $OK = OP$, $KC = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}AD = PD$
 $\Rightarrow OC = OD \Rightarrow OA = OD = OC = OB = R$.

Khi đó $R^2 = OC^2 = CK^2 + OK^2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{PK}{2}\right)^2 = \frac{2a^2 + PK^2}{4}$.

Mà $PK^2 = PC^2 - CK^2 = AC^2 - AP^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 4a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{2} = 3a^2$

$\Rightarrow R^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 48: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3}$. Tính tỉ số $T = \frac{a}{b}$.

A. $T = \frac{5}{4}$.

B. $T = \frac{2}{3}$.

C. $T = \frac{3}{2}$.

D. $T = \frac{4}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } \log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3} = k \Rightarrow \begin{cases} a = 16^k \\ b = 20^k \end{cases} \Rightarrow \frac{2 \cdot 16^k - 20^k}{3} = 25^k$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 16^k = 20^k + 3 \cdot 25^k \Rightarrow \left(\frac{20}{16}\right)^k + 3 \cdot \left(\frac{25}{16}\right)^k = 2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^k + 3 \cdot \left[\left(\frac{5}{4}\right)^k\right]^2 = 2 \Rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^k = \frac{2}{3} \Rightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^k = \frac{3}{2}. \text{ Vậy } T = \frac{a}{b} = \left(\frac{16}{25}\right)^k = \left(\frac{4}{5}\right)^k = \frac{3}{2}.$$

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$				0		$-\infty$

Với $m \in (1;3)$ thì phương trình $|f(x)| = m$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 4.

B. 3.

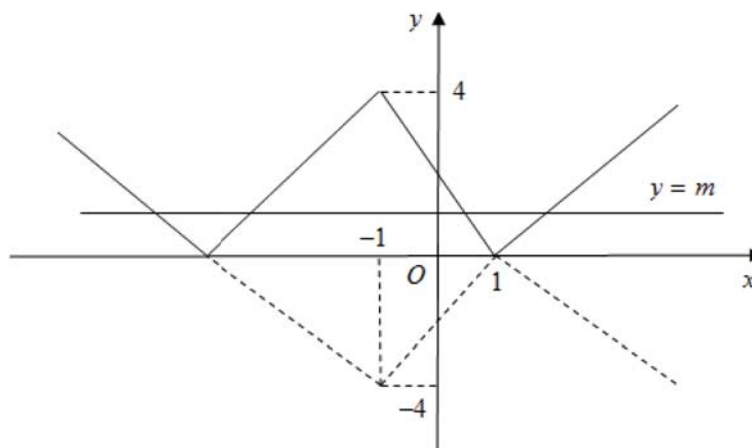
C. 2.

D. 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mô phỏng dạng của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ được thể hiện như hình vẽ dưới đây (nét liền phía trên trục Ox).



Từ hình vẽ trên thì với $m \in (1;3)$ thì đường $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ tại 4 điểm do đó phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm.

Câu 50: Xét hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y = (x+3)^2$, $y = 0$, $x = 0$. Gọi $A(0;9)$, $B(b;0)$ ($-3 < b < 0$). Tìm b để đoạn thẳng AB chia (D) thành hai phần có diện tích bằng nhau.

A. $b = -2$.

B. $b = -\frac{1}{2}$.

C. $b = -1$.

D. $b = -\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm $(x+3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \Rightarrow S_{(D)} = \int_{-3}^0 (x+3)^2 dx = \frac{(x+3)^3}{3} \Big|_{-3}^0 = 9$.

Theo đề bài, ta có $S_{OAB} = \frac{1}{2} S_{(D)} = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{9}{2} \Rightarrow 9|b| = 9 \Rightarrow b = -1$ thỏa mãn $-3 < b < 0$.