

Họ tên thí sinh:.....; SBD:.....; Chữ kí của CBCT:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Gọi x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn đẳng thức $2 + \log_{2y} x = \log_y (yx)$. Biết biểu thức $P = \frac{x}{y^3}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = x_0; y = y_0$. Điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \sqrt{x^2 + 3x + 5}$. B. $y = \frac{x+2}{x-1}$.
C. $y = x^3 - 18x^2 + 12$. D. $y = 2e^{2x} - 3$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là

- A. $(2; 1; -2)$. B. $(2; 1; -1)$. C. $(1; 1; -2)$. D. $(1; 2; -1)$.

Câu 3. Tập tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{-2x^2 + 5x - 2}}{x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + 3(5 - m^2)x^2 - 6mx + 10}$ có đúng hai đường tiệm cận là $S = (a; b]$. Tính $T = 5a + 4b$.

- A. $T = 19$ B. $T = 17$ C. $T = 18$ D. $T = 20$

Câu 4. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[11;13)$. B. $[7;9)$. C. $[9;11)$. D. $[13;15)$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là

- A. $S_8 = 3820$. B. $S_8 = 9841$. C. $S_8 = 1093$. D. $S_8 = 3280$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = 2a$. Mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SD . Tính khoảng cách giữa AH và SC biết $AH = a$.

- A. $\frac{2\sqrt{73}}{73}a$. B. $\frac{\sqrt{73}}{73}a$. C. $\frac{\sqrt{19}}{19}a$. D. $\frac{2\sqrt{19}}{19}a$.

Câu 7. Mỗi ngày bác An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 0,975.

B. 0,575.

C. 0,5.

D. 0,9.

Câu 8. Một hộp đựng sáu thẻ, mỗi thẻ ghi một trong các số của tập $E = \{1; 2; 3; 4; 6; 8\}$ (các thẻ khác nhau ghi các số khác nhau). Rút ngẫu nhiên đồng thời ba thẻ từ hộp. Tính xác suất để ba thẻ được rút ra ghi ba số là số đo ba cạnh của một tam giác tù.

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{1}{10}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{3}{10}$.

Câu 9. Cho các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 2$, $\log_b(ca) = 4$. Tính giá trị của biểu thức $\log_c(ab)$.

A. $\frac{6}{5}$.

B. $\frac{7}{6}$.

C. $\frac{8}{7}$.

D. $\frac{10}{9}$.

Câu 10. Cho lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi I là điểm thuộc CC' sao cho $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CC'}$, điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{3}{4}\vec{c}$.

B. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{c}$.

C. $\overrightarrow{IG} = -\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{3}{4}\vec{c}$.

D. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{12}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{3}{4}\vec{c}$.

Câu 11. Hàm số $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 + bx - 2}) = 2(a, b \in \mathbb{R})$. Tính $P = ab$.

A. -2.

B. -3.

C. 2.

D. 3.

Câu 12. Phương trình $\tan 5x - \tan x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc nửa khoảng $(-2\pi; 2\pi]$?

A. 12.

B. 11.

C. 15.

D. 16.

Câu 13. Phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ có điểm biểu diễn các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ trên đường tròn lượng giác là một đa giác. Tính chu vi đa giác đó (làm tròn đến hàng phần chục).

A. 5,4.

B. 5,3.

C. 3,9.

D. 4,0.

Câu 14. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{C_1C} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$.

C. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AA_1}$.

D. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$.

Câu 15. Cho hai hàm số $y = (2x^2 + 3x + 1)(3x + 1)(m + 2|x|)$; $y = -12x^4 - 22x^3 - x^2 + 10x + 3$ có đồ thị lần lượt là (C_1) , (C_2) . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên khoảng $(-2025; 2026)$ để (C_1) cắt (C_2) tại 3 điểm phân biệt?

A. 2026.

B. 2025.

C. 2024.

D. 4049.

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh

$A(1; 2; 1)$, $B(2; 0; -1)$, $C(6; 1; 0)$ Hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a; b; c)$, khẳng định nào sau đây đúng?

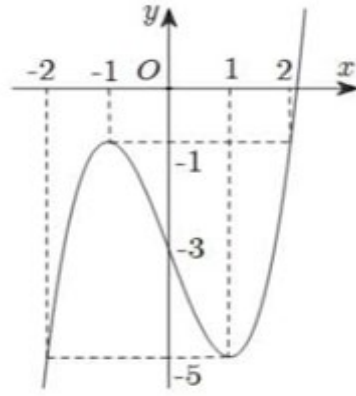
A. $a + b + c = 7$.

B. $a + b + c = 8$.

C. $a + b + c = 5$.

D. $a + b + c = 6$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$. Giá trị của $m + M$ là



- A. $m + M = -5$. B. $m + M = 0$. C. $m + M = -1$. D. $m + M = -6$.

Câu 18. Tổ 1 của một lớp học có 13 học sinh gồm 8 học sinh nam trong đó có bạn B và 5 học sinh nữ trong đó có bạn A. Có bao nhiêu cách xếp 13 bạn trên vào dãy có 13 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết học kì 1 sao cho mỗi bạn ngồi vào một ghế và giữa hai bạn nữ gần nhau có đúng hai bạn nam, đồng thời bạn A không ngồi cạnh bạn B.

- A. 3870720. B. 120960. C. 4838400. D. 2177280.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; -1; 2)$, $B(-2; 0; 3)$, $C(0; 1; -2)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $T = 12a + 12b + c$ có giá trị là

- A. $T = 3$. B. $T = -3$. C. $T = 1$. D. $T = -1$.

Câu 20. Bạn An đang nằm nghe nhạc trong phòng có chiều cao là $4,2m$ và phát hiện ra hai con nhện đang chằng tơ trong căn phòng của An và An băn khoăn là khoảng cách giữa hai con nhện là bao nhiêu khi đường thẳng đi qua 2 con nhện vuông góc với trần nhà, biết rằng hai con nhện luôn di chuyển trên hai đường thẳng khác nhau. Giả sử căn phòng là hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $ABCD$ là nền phòng của An thì con nhện thứ nhất di chuyển trên đường tơ nối từ đỉnh A đến trung điểm của CC' , còn con nhện thứ hai di chuyển trên đường tơ nối từ D' đến tâm của mặt $ABB'A'$. Hỏi khoảng cách giữa hai con nhện mà An muốn tìm là bao nhiêu?

- A. $1,26m$. B. $2,1m$. C. $1,68m$. D. $2,52m$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2025$. (1)

Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau

- a) Khi $m = 1$ thì hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
b) Khi $m = 0$ thì hàm số (1) đạt cực đại tại $x = 1$.
c) Có 3 giá trị nguyên của m để hàm số (1) tồn tại giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$.
d) Khi đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt x_1, x_2, x_3 thì giá trị của biểu thức

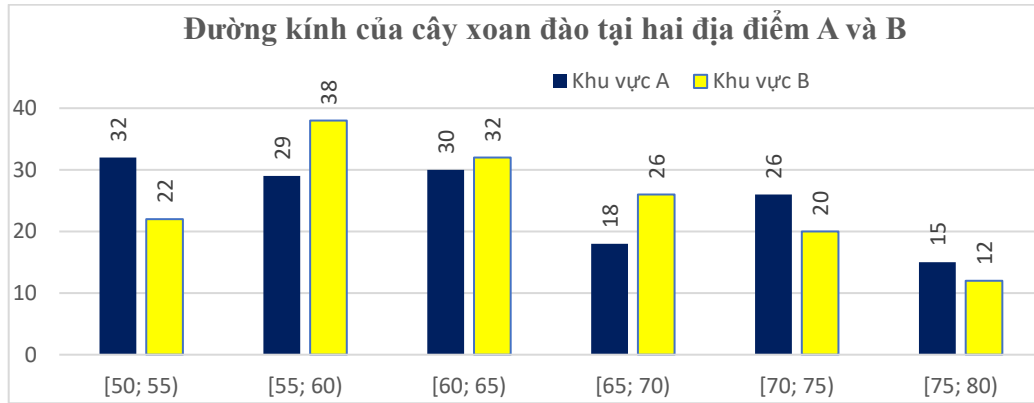
$$P = \frac{1}{f'(x_1)} + \frac{1}{f'(x_2)} + \frac{1}{f'(x_3)} \text{ bằng } 1.$$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 5)$ và $B(3; -1; -2)$.

- a) Trọng tâm của tam giác OAB là điểm $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; 1\right)$. (Với O là gốc tọa độ)
b) Tổng khoảng cách từ điểm A và B đến mặt phẳng (Oxy) bằng 7.

- c) Gọi $P(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $|PA - PB|$ lớn nhất. Giá trị của $3a + b - 5c$ bằng 20.
- d) Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM^2 + BN^2$ bằng 37.

Câu 3. Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra đường kính thân của một số cây xoan đào 8 năm tuổi (đơn vị: cm) của một giống cây xoan đào ở hai địa điểm A và B được cho bởi bảng sau. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực A và B bằng nhau.
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực B lớn hơn khu vực A .
- c) Tổng phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực A và B nhỏ hơn 126.
- d) Các cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực A có đường kính đồng đều hơn khu vực B .

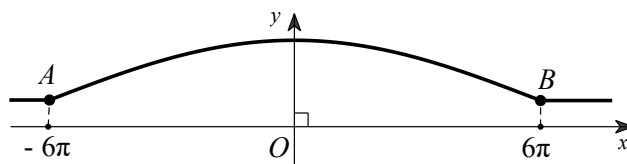
Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = BC = CA = 2a$, $SA = SB = SC = 3a$.

- a) Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\sqrt{23}a^3$.
- b) Góc giữa cạnh bên và mặt đáy có số đo lớn hơn 67° .
- c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{a\sqrt{23}}{3}$.
- d) Với J là điểm bất kì trong không gian. Gọi h là tổng khoảng cách từ J đến tất cả các đường thẳng AB , BC , CA , SA , SB , SC . Giá trị nhỏ nhất của h bằng $3a\sqrt{23}$.

Câu 5. Một chiếc cầu bắc qua sông, mặt dưới gầm cầu có dạng cung AB biểu thị bởi đồ thị hàm số

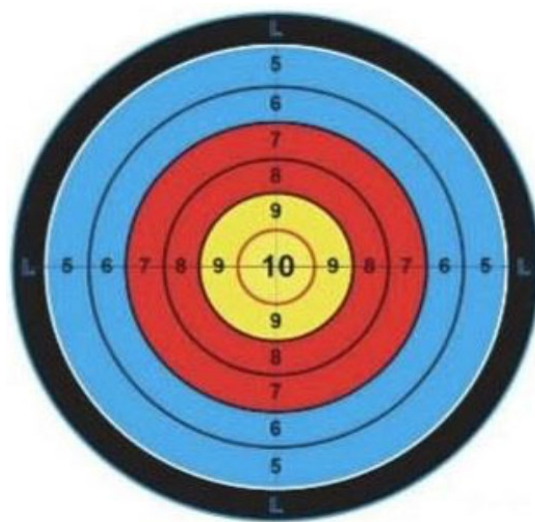
$$y = \frac{8\sqrt{3}}{3} \cos \frac{x}{12} + 2 \quad (1) \text{ với } x \in [-6\pi; 6\pi], \text{ trong hệ trục tọa độ } Oxy \text{ với đơn vị trục là mét (trục } Ox \text{ mô tả mặt}$$

nước sông) như hình minh họa dưới đây:



- a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số (1) trên đoạn $[-6\pi; 6\pi]$ bằng $\frac{6-8\sqrt{3}}{3}$.
- b) Trên đoạn $[-6\pi; 6\pi]$ đồ thị hàm số (1) có 5 điểm có tung độ nguyên.
- c) Hàm số (1) là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{6}$.
- d) Biết quy định chiều cao tối đa của các phương tiện giao thông hàng hóa qua lại dưới gầm cầu phải thấp hơn mặt dưới gầm ít nhất 0,8 mét. Một sà lan chở khối hàng hóa có hình dạng là một khối hộp chữ nhật với độ cao 5,2 mét so với mặt nước sông muốn đi qua gầm cầu. Bề rộng tối đa của khối hàng hóa để sà lan qua được gầm cầu đúng quy định là 12,56 (lấy số $\pi = 3,14$).

Câu 6. Một xạ thủ bắn bia, trên bia có các vòng tròn tính điểm (từ 5 đến 10) như hình vẽ. Mỗi lần bắn, xác suất xạ thủ bắn trúng vòng 8 là 0,25; trúng vòng dưới 8 (kể cả bắn trượt) là 0,4. Gọi P_1, P_2 lần lượt là xác suất xạ thủ đó bắn trúng vòng 10 và vòng 9 trong mỗi lần bắn. Biết rằng nếu xạ thủ đó bắn ba phát vào bia thì xác suất cả ba lần bắn trúng vòng 10 là 0,003375.

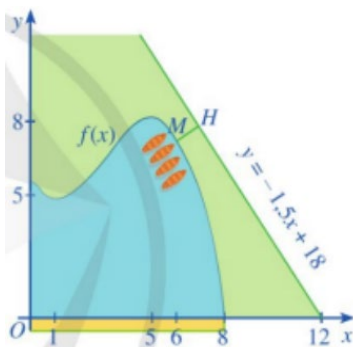


- a) $P_1 = 0,15$.
- b) $P_2 = 0,18$
- c) Nếu xạ thủ đó bắn ba phát thì xác suất đạt 29 điểm là 0,0045.
- d) Nếu xạ thủ đó bắn ba phát thì xác suất đạt ít nhất 28 điểm là 0,05175.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong khu liên hợp vui chơi giải trí, trong một hồ nước nhân tạo người ta xây dựng một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa, công viên giải trí được giới hạn bởi các trục tọa và đồ thị của hàm số

$y = f(x) = \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56)$ như hình vẽ.



Du khách chỉ có thể xuống bến thuyền tại một điểm chạy dọc theo đồ thị hàm số $y = -1,5x + 18$ để ra công viên. Do đó để đưa đón du khách ra tham quan và vui chơi giải trí tại công viên, người ta dự định xây dựng một bến thuyền đập nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất. (mỗi đơn vị trong hệ trục tọa độ Oxy tương ứng với 100m trong thực tế). Tính khoảng cách ngắn nhất đó trong thực tế (đơn vị tính bằng mét) . (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 2. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 2025]$ để phương trình

$\ln^3(x+m) + m^3 + 3e^x \ln(x+m)^m = e^{3x}$ có nghiệm thuộc khoảng $(6; +\infty)$. Tập hợp S có bao nhiêu phần tử?

Câu 3. Gọi S là tập hợp các số nguyên x thỏa mãn $8yx^6 + \log_2(yx^6) \geq 2^{\log_2^2(2x)} + \log_2^2 x + 2\log_2 \frac{x}{2}$.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của y sao cho tập hợp S có không quá 63 phần tử?

Câu 4. Cho tứ diện $OABC$ có $OA = OB = OC = 4$, $\widehat{BOC} = 60^\circ$, $\widehat{AOB} = 120^\circ$, $\widehat{AOC} = 90^\circ$. Gọi H , N lần lượt là hình chiếu của O , B lên mặt phẳng (ABC) và (OAC) . Gọi G là trọng tâm tứ diện $OABC$.

Biết thể tích khối tứ diện $OHNG$ bằng $\frac{\sqrt{a}}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ tối giản). Tính giá trị biểu thức $T = a + b$.

Câu 5. Bên trong một căn nhà bỏ hoang hình lập phương cạnh $5m$ có 3 chú nhện sinh sống. Mùa đông đến, vì đói rét nên chúng đành quyết định hợp tác với nhau giăng lưới để bắt mồi. Ba chú nhện tính toán sẽ giăng một mảnh lưới hình tam giác theo cách sau: Mỗi chú nhện sẽ đứng ở mép tường bất kì (có thể mép giữa 2 bức tường, giữa tường với trần, hoặc giữa tường với nền) rồi phóng những sợi tơ làm khung đến vị trí của 2 con nhện còn lại rồi sau đó mới phóng tơ dính đan phần lưới bên trong. Chúng quy định không có bất kì 2 con nhện nào cùng nằm trên một mặt tường, nền hoặc trần nhà. Tính chu vi nhỏ nhất của mảnh lưới được giăng (biết các sợi tơ khung căng và không nhùn) (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 6. Trong một trò chơi, hai bạn Việt và Nam mỗi bạn cầm một hộp bi. Trong hộp của bạn Việt có 9 viên bi được đánh số từ 1 đến 9, hộp của bạn Nam có 8 viên bi được đánh số từ 1 đến 8, mỗi bạn chọn ra ba viên bi từ hộp của mình rồi sắp xếp chúng theo thứ tự giảm dần từ trái sang phải để được một số gồm ba chữ số. Người thắng cuộc là người có số lớn hơn. Tính xác suất để Việt thắng Nam (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

.....HẾT.....

Thí sinh thực hiện nghiêm túc Quy chế thi. CBCT không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:.....; SBD:.....; Chữ kí của CBCT:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; -1; 2)$, $B(-2; 0; 3)$, $C(0; 1; -2)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $T = 12a + 12b + c$ có giá trị là
A. $T = -3$. B. $T = -1$. C. $T = 3$. D. $T = 1$.

Câu 2. Tập tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{-2x^2 + 5x - 2}}{x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + 3(5 - m^2)x^2 - 6mx + 10}$ có đúng hai đường tiệm cận là $S = (a; b]$. Tính $T = 5a + 4b$.
A. $T = 20$ B. $T = 17$ C. $T = 18$ D. $T = 19$

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là
A. $(2; 1; -1)$. B. $(1; 1; -2)$. C. $(2; 1; -2)$. D. $(1; 2; -1)$.

Câu 4. Tổ 1 của một lớp học có 13 học sinh gồm 8 học sinh nam trong đó có bạn B và 5 học sinh nữ trong đó có bạn A. Có bao nhiêu cách xếp 13 bạn trên vào dãy có 13 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết học kì 1 sao cho mỗi bạn ngồi vào một ghế và giữa hai bạn nữ gần nhau có đúng hai bạn nam, đồng thời bạn A không ngồi cạnh bạn B.
A. 4838400. B. 3870720. C. 2177280. D. 120960.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = 2a$. Mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SD . Tính khoảng cách giữa AH và SC biết $AH = a$.
A. $\frac{2\sqrt{73}}{73}a$. B. $\frac{\sqrt{19}}{19}a$. C. $\frac{\sqrt{73}}{73}a$. D. $\frac{2\sqrt{19}}{19}a$.

Câu 6. Phương trình $\tan 5x - \tan x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc nửa khoảng $(-2\pi; 2\pi]$?
A. 16. B. 12. C. 15. D. 11.

Câu 7. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[11; 13)$. B. $[7; 9)$. C. $[13; 15)$. D. $[9; 11)$.

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là

A. $S_8 = 3820$.

B. $S_8 = 1093$.

C. $S_8 = 3280$.

D. $S_8 = 9841$.

Câu 9. Cho lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi I là điểm thuộc CC' sao cho $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CC'}$, điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{c}$.

B. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{12}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{3}{4}\vec{c}$.

C. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{3}{4}\vec{c}$.

D. $\overrightarrow{IG} = -\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{3}{4}\vec{c}$.

Câu 10. Phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ có điểm biểu diễn các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ trên đường tròn lượng giác là một đa giác. Tính chu vi đa giác đó (làm tròn đến hàng phần chục).

A. 3,9.

B. 5,3.

C. 5,4.

D. 4,0.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh

$A(1; 2; 1), B(2; 0; -1), C(6; 1; 0)$ Hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a; b; c)$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a + b + c = 7$.

B. $a + b + c = 5$.

C. $a + b + c = 8$.

D. $a + b + c = 6$.

Câu 12. Cho hai hàm số $y = (2x^2 + 3x + 1)(3x + 1)(m + 2|x|)$; $y = -12x^4 - 22x^3 - x^2 + 10x + 3$ có đồ thị lần lượt là $(C_1), (C_2)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên khoảng $(-2025; 2026)$ để (C_1) cắt (C_2) tại 3 điểm phân biệt?

A. 2025.

B. 2024.

C. 4049.

D. 2026.

Câu 13. Hàm số $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{ax^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 + bx - 2} \right) = 2(a, b \in \mathbb{R})$. Tính $P = ab$.

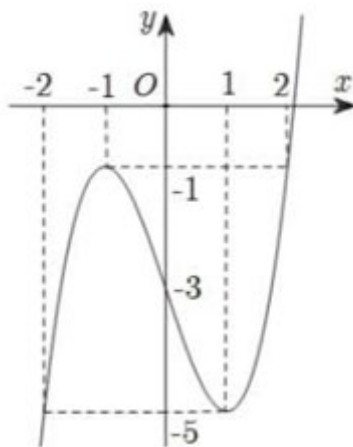
A. -3.

B. -2.

C. 2.

D. 3.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$. Giá trị của $m + M$ là



A. $m + M = -5$.

B. $m + M = -6$.

C. $m + M = 0$.

D. $m + M = -1$.

Câu 15. Bạn An đang nằm nghe nhạc trong phòng có chiều cao là $4,2m$ và phát hiện ra hai con nhện đang chằng tơ trong căn phòng của An và An bắn khoả là khoảng cách giữa hai con nhện là bao nhiêu khi đường thẳng đi qua 2 con nhện vuông góc với trần nhà, biết rằng hai con nhện luôn di chuyển trên hai đường thẳng khác nhau. Giả sử căn phòng là hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $ABCD$ là nền phòng của An thì con nhện thứ nhất di chuyển trên đường tơ nối từ đỉnh A đến trung điểm của CC' , còn con nhện thứ hai di chuyển trên đường tơ nối từ D' đến tâm của mặt $ABB'A'$. Hỏi khoảng cách giữa hai con nhện mà An muốn tìm là bao nhiêu?

A. 2,52m .

B. 2,1m .

C. 1,68m .

D. 1,26m .

Câu 16. Cho các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 2$, $\log_b(ca) = 4$. Tính giá trị của biểu thức $\log_c(ab)$.

A. $\frac{10}{9}$.B. $\frac{6}{5}$.C. $\frac{8}{7}$.D. $\frac{7}{6}$.

Câu 17. Mỗi ngày bác An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 0,975.

B. 0,9.

C. 0,575.

D. 0,5.

Câu 18. Gọi x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn đẳng thức $2 + \log_{2y} x = \log_y(yx)$. Biết biểu thức $P = \frac{x}{y^3}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = x_0; y = y_0$. Điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^3 - 18x^2 + 12$.B. $y = \sqrt{x^2 + 3x + 5}$.C. $y = \frac{x+2}{x-1}$.D. $y = 2e^{2x} - 3$.

Câu 19. Một hộp đựng sáu thẻ, mỗi thẻ ghi một trong các số của tập $E = \{1; 2; 3; 4; 6; 8\}$ (các thẻ khác nhau ghi các số khác nhau). Rút ngẫu nhiên đồng thời ba thẻ từ hộp. Tính xác suất để ba thẻ được rút ra ghi ba số là số đo ba cạnh của một tam giác tù.

A. $\frac{1}{5}$.B. $\frac{1}{10}$.C. $\frac{3}{10}$.D. $\frac{1}{4}$.

Câu 20. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$.B. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{CC_1} = \vec{0}$.C. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AA_1}$.D. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 5)$ và $B(3; -1; -2)$.

a) Trọng tâm của tam giác OAB là điểm $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; 1\right)$. (Với O là gốc tọa độ)

b) Tổng khoảng cách từ điểm A và B đến mặt phẳng (Oxy) bằng 7.

c) Gọi $P(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $|PA - PB|$ lớn nhất. Giá trị của $3a + b - 5c$ bằng 20.

d) Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM^2 + BN^2$ bằng 37.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = BC = CA = 2a$, $SA = SB = SC = 3a$.

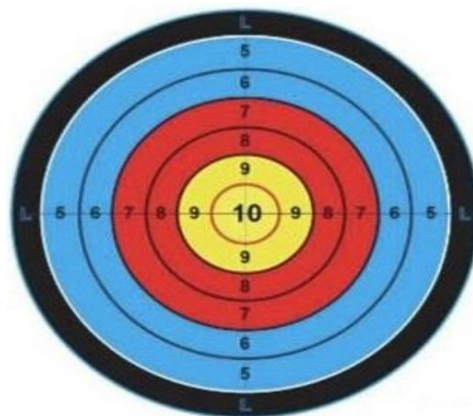
a) Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\sqrt{23}a^3$.

b) Góc giữa cạnh bên và mặt đáy có số đo lớn hơn 67° .

c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{a\sqrt{23}}{3}$.

d) Với J là điểm bất kì trong không gian. Gọi h là tổng khoảng cách từ J đến tất cả các đường thẳng AB, BC, CA, SA, SB, SC . Giá trị nhỏ nhất của h bằng $3a\sqrt{23}$.

Câu 3. Một xạ thủ bắn bia, trên bia có các vòng tròn tính điểm (từ 5 đến 10) như hình vẽ. Mỗi lần bắn, xác suất xạ thủ bắn trúng vòng 8 là 0,25; trúng vòng dưới 8 (kể cả bắn trượt) là 0,4. Gọi P_1, P_2 lần lượt là xác suất xạ thủ đó bắn trúng vòng 10 và vòng 9 trong mỗi lần bắn. Biết rằng nếu xạ thủ đó bắn ba phát vào bia thì xác suất cả ba lần bắn trúng vòng 10 là 0,003375.



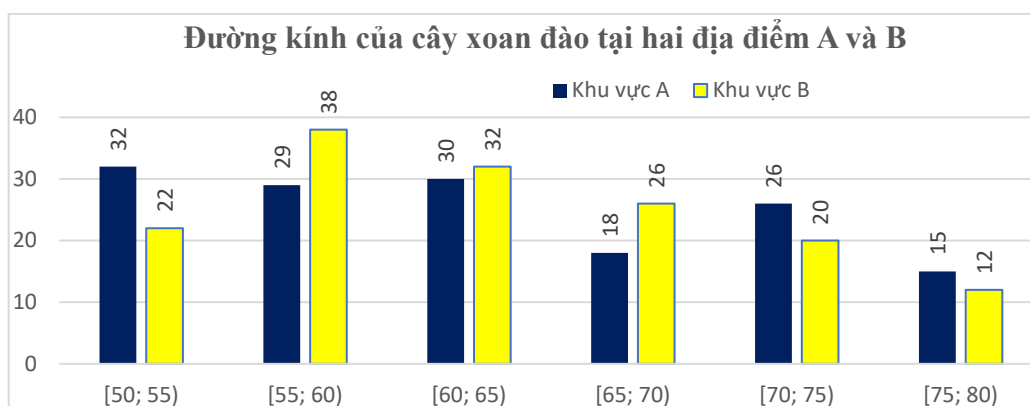
a) $P_1 = 0,15$.

b) $P_2 = 0,18$

c) Nếu xạ thủ đó bắn ba phát thì xác suất đạt 29 điểm là 0,0045.

d) Nếu xạ thủ đó bắn ba phát thì xác suất đạt ít nhất 28 điểm là 0,05175.

Câu 4. Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra đường kính thân của một số cây xoan đào 8 năm tuổi (đơn vị: cm) của một giống cây xoan đào ở hai địa điểm A và B được cho bởi bảng sau. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực A và B bằng nhau.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực B lớn hơn khu vực A .
- Tổng phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực A và B nhỏ hơn 126.
- Các cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực A có đường kính đồng đều hơn khu vực B .

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2025$. (1)

- Khi $m = 1$ thì hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- Khi $m = 0$ thì hàm số (1) đạt cực đại tại $x = 1$.

c) Có 3 giá trị nguyên của m để hàm số (1) tồn tại giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$.

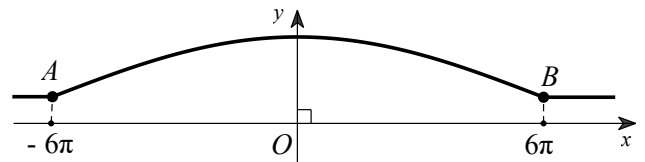
d) Khi đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt x_1, x_2, x_3 thì giá trị của biểu thức

$$P = \frac{1}{f'(x_1)} + \frac{1}{f'(x_2)} + \frac{1}{f'(x_3)} \text{ bằng } 1.$$

Câu 6. Một chiếc cầu bắc qua sông, mặt dưới gầm cầu có dạng cung AB biểu thị bởi đồ thị hàm số

$$y = \frac{8\sqrt{3}}{3} \cos \frac{x}{12} + 2 \quad (1) \text{ với } x \in [-6\pi; 6\pi], \text{ trong hệ trục tọa độ } Oxy \text{ với đơn vị trục là mét (trục } Ox \text{ mô tả mặt}$$

nước sông) như hình minh họa dưới đây:



a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số (1) trên đoạn $[-6\pi; 6\pi]$ bằng $\frac{6-8\sqrt{3}}{3}$.

b) Trên đoạn $[-6\pi; 6\pi]$ đồ thị hàm số (1) có 5 điểm có tung độ nguyên.

c) Hàm số (1) là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{6}$.

d) Biết quy định chiều cao tối đa của các phương tiện giao thông hàng hóa qua lại dưới gầm cầu phải thấp hơn mặt dưới gầm ít nhất 0,8 mét. Một sà lan chở khối hàng hóa có hình dạng là một khối hộp chữ nhật với độ cao 5,2 mét so với mặt nước sông muốn đi qua gầm cầu. Bề rộng tối đa của khối hàng hóa để sà lan qua được gầm cầu đúng quy định là 12,56 (lấy số $\pi = 3,14$).

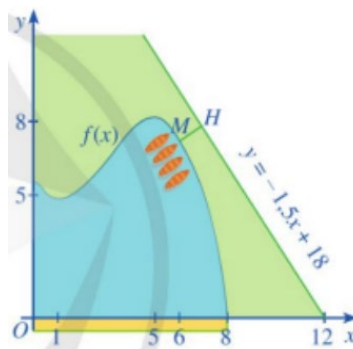
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 2025]$ để phương trình

$$\ln^3(x+m) + m^3 + 3e^x \ln(x+m)^m = e^{3x} \text{ có nghiệm thuộc khoảng } (6; +\infty). \text{ Tập hợp } S \text{ có bao nhiêu phần tử?}$$

Câu 2. Trong khu liên hợp vui chơi giải trí, trong một hồ nước nhân tạo người ta xây dựng một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa, công viên giải trí được giới hạn bởi các trục tọa và đồ thị của hàm số

$$y = f(x) = \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56) \text{ như hình vẽ.}$$



Du khách chỉ có thể xuống bến thuyền tại một điểm chạy dọc theo đồ thị hàm số $y = -1,5x + 18$ để ra công viên. Do đó để đưa đón du khách ra tham quan và vui chơi giải trí tại công viên, người ta dự định xây dựng một bến thuyền đập nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất.

(mỗi đơn vị trong hệ trục tọa độ Oxy tương ứng với $100m$ trong thực tế). Tính khoảng cách ngắn nhất đó trong thực tế (đơn vị tính bằng mét). (*Kết quả làm tròn đến hàng phần mười*).

Câu 3. Bên trong một căn nhà bỏ hoang hình lập phương cạnh $5m$ có 3 chú nhện sinh sống. Mùa đông đến, vì đói rét nên chúng đành quyết định hợp tác với nhau giăng lưới để bắt mồi. Ba chú nhện tính toán sẽ giăng một mảnh lưới hình tam giác theo cách sau: Mỗi chú nhện sẽ đứng ở mép tường bất kì (có thể mép giữa 2 bức tường, giữa tường với trần, hoặc giữa tường với nền) rồi phóng những sợi tơ làm khung đến vị trí của 2 con nhện còn lại rồi sau đó mới phóng tơ dính đan phần lưới bên trong. Chúng quy định không có bất kì 2 con nhện nào cùng nằm trên một mặt tường, nền hoặc trần nhà. Tính chu vi nhỏ nhất của mảnh lưới được giăng (biết các sợi tơ khung căng và không nhún) (*Kết quả làm tròn đến hàng phần mười*)

Câu 4. Gọi S là tập hợp các số nguyên x thỏa mãn $8yx^6 + \log_2(yx^6) \geq 2^{\log_2^2(2x)} + \log_2^2 x + 2\log_2 \frac{x}{2}$.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của y sao cho tập hợp S có không quá 63 phần tử?

Câu 5. Trong một trò chơi, hai bạn Việt và Nam mỗi bạn cầm một hộp bi. Trong hộp của bạn Việt có 9 viên bi được đánh số từ 1 đến 9, hộp của bạn Nam có 8 viên bi được đánh số từ 1 đến 8, mỗi bạn chọn ra ba viên bi từ hộp của mình rồi sắp xếp chúng theo thứ tự giảm dần từ trái sang phải để được một số gồm ba chữ số. Người thắng cuộc là người có số lớn hơn. Tính xác suất để Việt thắng Nam (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Câu 6. Cho tứ diện $OABC$ có $OA = OB = OC = 4$, $\widehat{BOC} = 60^\circ$, $\widehat{AOB} = 120^\circ$, $\widehat{AOC} = 90^\circ$. Gọi H , N lần lượt là hình chiếu của O , B lên mặt phẳng (ABC) và (OAC) . Gọi G là trọng tâm tứ diện $OABC$.

Biết thể tích khối tứ diện $OHNG$ bằng $\frac{\sqrt{a}}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ tối giản). Tính giá trị biểu thức $T = a + b$.

.....HẾT.....

Thí sinh thực hiện nghiêm túc Quy chế thi. CBCT không giải thích gì thêm

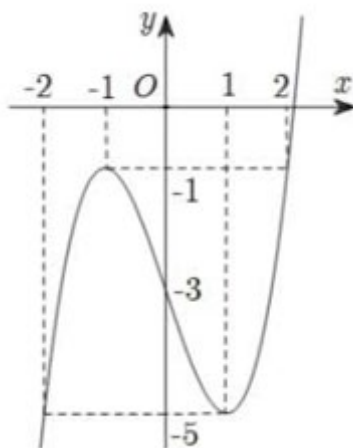
ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ MÔN TOÁN

Câu	Mã Đề	Mã Đề	Mã Đề	Mã Đề
	177	276	372	410
1	B	B	A	A
2	A	A	D	A
3	D	C	B	B
4	C	B	A	D
5	D	B	D	D
6	C	D	A	B
7	B	D	C	A
8	A	C	B	A
9	C	B	D	A
10	D	C	D	C
11	B	D	A	D
12	B	D	A	D
13	A	A	A	A
14	A	B	C	A
15	A	B	D	D
16	D	C	A	B
17	D	C	A	C
18	A	C	C	B
19	D	A	D	D
20	B	B	C	C
1	ĐSĐS	ĐĐSĐ	ĐSSĐ	ĐSĐS
2	ĐĐSĐ	SĐĐS	ĐSĐS	ĐSSĐ
3	ĐSĐS	ĐSSĐ	SĐSĐ	SĐĐS
4	SĐĐS	ĐSĐS	ĐĐSĐ	ĐĐSĐ
5	SĐSĐ	ĐSĐS	SĐĐS	ĐSĐS
6	ĐSSĐ	SĐSĐ	ĐSĐS	SĐSĐ
1	88,8	1628	1628	18,4
2	1628	88,8	18,4	1628
3	1023	18,4	88,8	1023
4	5	1023	0,66	0,66
5	18,4	0,66	5	88,8
6	0,66	5	1023	5

Họ tên thí sinh:.....; SBD:.....; Chữ kí của CBCT:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$. Giá trị của $m + M$ là



- A.** $m + M = -5$. **B.** $m + M = -6$. **C.** $m + M = 0$. **D.** $m + M = -1$.

Lời giải

Chọn B

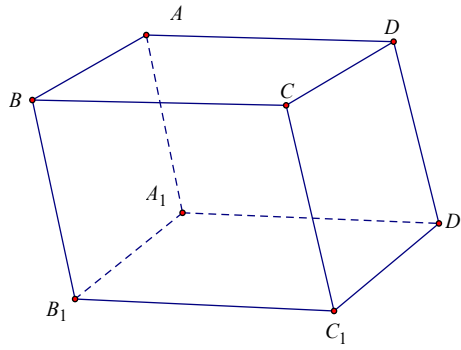
Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta có $m = -5, M = -1$ nên $m + M = -6$.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.** $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{C_1C} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AA_1}$. **D.** $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$.

Lời giải

Chọn B

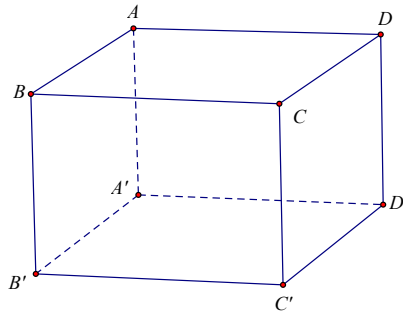


Câu 3. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Toạ độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là

- A.** $(1; 1; -2)$. **B.** $(2; 1; -2)$. **C.** $(1; 2; -1)$. **D.** $(2; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn B



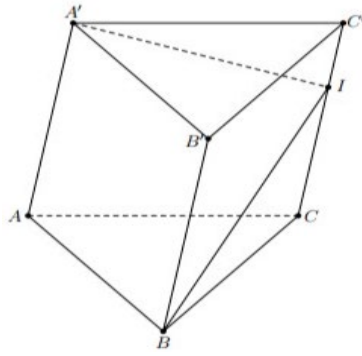
Từ giả thiết suy ra $A'(0; 0; -3)$, $B'(3; 0; -3)$, $C(3; 3; 0)$, do đó trọng tâm của tam giác $A'B'C$ là $(2; 1; -2)$.

Câu 4. Cho lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Gọi I là điểm thuộc CC' sao cho $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CC'}$, điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{12}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{3}{4}\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{IG} = -\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{3}{4}\vec{c}$.
C. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{3}{4}\vec{c}$.

Lời giải

Chọn A



Từ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = \vec{0}$ suy ra $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IA'} + \overrightarrow{IB'} + \overrightarrow{IC'})$.

Ta có: $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CC'} + (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = -\frac{2}{3}\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

$\overrightarrow{IA'} = \overrightarrow{IC'} + \overrightarrow{C'A'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CC'} - \overrightarrow{A'C'} = \frac{1}{3}\vec{a} - \vec{c}$; $\overrightarrow{IB'} = \overrightarrow{IC'} + \overrightarrow{C'B'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{A'B'} - \overrightarrow{A'C'} = \frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

$\overrightarrow{IC'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CC'} = \frac{1}{3}\vec{a}$. Do đó $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}\left(-\frac{2}{3}\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} + \frac{1}{3}\vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} + \frac{1}{3}\vec{a}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IG} = \frac{1}{12}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{3}{4}\vec{c}$.

Câu 5. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. [7;9). **B.** [9;11). **C.** [11;13). **D.** [13;15).

Lời giải

Chọn B

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4$.

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là

A. $S_8 = 1093$. **B.** $S_8 = 3820$. **C.** $S_8 = 9841$. **D.** $S_8 = 3280$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q+q^2) = 13 \\ u_1(q^3-1) = 26 \end{cases} \Rightarrow \frac{(q^3-1)}{(1+q+q^2)} = \frac{26}{13} \Rightarrow q-1=2 \Rightarrow q=3$$

$$\Rightarrow u_1 = 1.$$

$$S_8 = \frac{1(1-3^8)}{1-3} = 3280.$$

Câu 7. Phương trình $\tan 5x - \tan x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc nửa khoảng $(-2\pi; 2\pi]$?

A. 15.

B. 16.

C. 12.

D. 11.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \cos 5x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \cos 5x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Ta có: } \tan 5x - \tan x = 0 \Leftrightarrow \tan 5x = \tan x \Leftrightarrow 5x = x + k\pi \Leftrightarrow x = m\frac{\pi}{4} (m \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vì } x \in (-2\pi; 2\pi] \text{ nên } \Leftrightarrow -2\pi < m\frac{\pi}{4} \leq 2\pi \Leftrightarrow -8 < m \leq 8.$$

$$\text{Nhận thấy: } \frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5} = m\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow 2 + 4k = 5m \Rightarrow (m; k) = (2; 2); (-2; -3); (6; 7); (-6; -8).$$

$$\text{Do đó phương trình có tập nghiệm là } S = \left\{ -\frac{7\pi}{4}; -\frac{5\pi}{4}; -\pi; -\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \pi; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}; 2\pi \right\}$$

Phương trình đã cho có 11 nghiệm.

Câu 8. Mỗi ngày bác An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 0,9.

B. 0,975.

C. 0,5.

D. 0,575.

Lời giải

Chọn D

Cỡ mẫu: $n = 20$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là mẫu số liệu gốc về quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hương trong 20 ngày được xếp theo thứ tự không giảm. Ta có: $x_1; \dots; x_3 \in [2, 7; 3, 0); x_4; \dots; x_9 \in [3, 0; 3, 3); x_{10}; \dots; x_{14} \in [3, 3; 3, 6); x_{15}; \dots; x_{18} \in [3, 6; 3, 9); x_{19}; x_{20} \in [3, 9; 4, 2).$

$$\text{Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là } \frac{1}{2}(x_5 + x_6) \in [3, 0; 3, 3).$$

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 3,0 + \frac{\frac{20}{6} - 3}{4}(3,3 - 3,0) = 3,1$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [3,6; 3,9)$.

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 3,6 + \frac{\frac{3.20}{4} - (3 + 6 + 5)}{4}(3,9 - 3,6) = 3,675$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 0,575$

Câu 9. Phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ có điểm biểu diễn các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ trên đường tròn lượng giác là một đa giác. Tính chu vi đa giác đó (làm tròn đến hàng phần chục).

A. 5,4. **B.** 3,9. **C.** 4,0. **D.** 5,3.

Lời giải

Chọn A

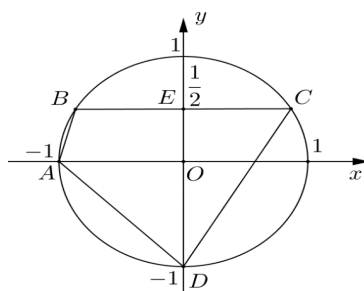
Ta có $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} - 2x + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = 2x - \frac{3\pi}{4} + m2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \pi - m2\pi \end{cases}, (k, m \in \mathbb{Z}).$

Họ nghiệm $x = \pi - m2\pi$ có một nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ là $x = \pi$.

Họ nghiệm $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \in (0; 2\pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} < 2\pi \Leftrightarrow k \in \{0; 1; 2\}$.

Vậy phương trình có bốn nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ là $x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{5\pi}{6}, x = \pi$ và $x = \frac{3\pi}{2}$.

Ta có điểm biểu diễn các nghiệm trên đường tròn lượng giác như sau:



Các nghiệm $x = \pi, x = \frac{5\pi}{6}, x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{3\pi}{2}$ lần lượt được biểu diễn trên đường tròn lượng giác bởi các điểm $A(-1; 0), B\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right), C\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right), D(0; -1)$. Chu vi tứ giác $ABCD$ là $C = AB + BC + CD + DA \approx 5,4$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; -1; 2), B(-2; 0; 3), C(0; 1; -2)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $T = 12a + 12b + c$ có giá trị là

A. $T = 3$. **B.** $T = -3$. **C.** $T = 1$. **D.** $T = -1$.

Lời giải

Chọn D

Do $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $c = 0 \Rightarrow M(a; b; 0)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = (1-a; -1-b; 2)$, $\overrightarrow{MB} = (-2-a; -b; 3)$, $\overrightarrow{MC} = (-a; 1-b; -2)$.

$$S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} = 6a^2 + 6b^2 + 2a - b + 1 = 6\left(a + \frac{1}{6}\right)^2 + 6\left(b - \frac{1}{12}\right)^2 + \frac{19}{24} \Rightarrow S \geq \frac{19}{24}.$$

Vậy S đạt giá trị nhỏ nhất $\frac{19}{24}$ khi $\begin{cases} a = -\frac{1}{6} \\ b = \frac{1}{12} \end{cases} \Rightarrow T = 12a + 12b + c = -1$

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh $A(1; 2; 1)$, $B(2; 0; -1)$, $C(6; 1; 0)$ Hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a; b; c)$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a + b + c = 6$.

B. $a + b + c = 5$.

C. $a + b + c = 8$.

D. $a + b + c = 7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -2) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = 3$; $\overrightarrow{BC} = (4; 1; 1) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = 3\sqrt{2}$.

Theo giả thiết $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B và có diện tích bằng $6\sqrt{2}$ nên $\frac{1}{2}AB(AD + BC) = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (AD + 3\sqrt{2}) = 6\sqrt{2} \Rightarrow AD = \sqrt{2} \Rightarrow AD = \frac{1}{3}BC$.

Do $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B nên $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Giả sử $D(a; b; c)$ khi đó ta có $\begin{cases} a-1 = \frac{4}{3} \\ b-2 = \frac{1}{3} \\ c-1 = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{3} \\ b = \frac{7}{3} \\ c = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 6$.

Câu 12. Hàm số $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 + bx - 2}) = 2(a, b \in \mathbb{R})$. Tính $P = ab$.

A. -3 .

B. 3 .

C. 2 .

D. -2 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 + bx - 2}) = 2$.

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(\sqrt{ax^2 + x + 1})^2 - (\sqrt{x^2 + bx - 2})^2}{\sqrt{ax^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + bx - 2}} \right) = 2$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{ax^2 + x + 1 - x^2 - bx + 2}{\sqrt{ax^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + bx - 2}} \right) = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a-1)x^2 + (1-b)x + 3}{\sqrt{ax^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + bx - 2}} \right) = 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-1=0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(1-b)x+3}{\sqrt{ax^2+x+1} + \sqrt{x^2+bx-2}} \right) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1-b) + \frac{3}{x}}{\sqrt{a + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + \sqrt{1 + \frac{b}{x} - \frac{2}{x^2}}} = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ \frac{1-b}{\sqrt{a}+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \end{cases}$$

Vậy $P = ab = -3$.

Câu 13. Cho các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 2$, $\log_b(ca) = 4$. Tính giá trị của biểu thức $\log_c(ab)$.

A. $\frac{6}{5}$.

B. $\frac{8}{7}$.

C. $\frac{10}{9}$.

D. $\frac{7}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\log_a(bc) = 2 \Rightarrow \frac{\log_c(bc)}{\log_c a} = 2 \Leftrightarrow \frac{1 + \log_c b}{\log_c a} = 2 \Leftrightarrow 2\log_c a - \log_c b = 1 \quad (1)$$

$$\text{và } \log_b(ca) = 4 \Leftrightarrow \frac{\log_c(ca)}{\log_c b} = 4 \Leftrightarrow \frac{1 + \log_c a}{\log_c b} = 4 \Leftrightarrow \log_c a - 4\log_c b = -1 \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } \begin{cases} \log_c a = \frac{5}{7} \\ \log_c b = \frac{3}{7} \end{cases} \Rightarrow \log_c(ab) = \log_c a + \log_c b = \frac{5}{7} + \frac{3}{7} = \frac{8}{7}.$$

Câu 14. Gọi x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn đẳng thức $2 + \log_{2y} x = \log_y(yx)$. Biết biểu thức

$P = \frac{x}{y^3}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = x_0; y = y_0$. Điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = \sqrt{x^2 + 3x + 5}$.

B. $y = 2e^{2x} - 3$.

C. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

D. $y = x^3 - 18x^2 + 12$.

Lời giải

Chọn C

$$2 + \log_{2y} x = \log_y(yx) \Leftrightarrow$$

$$1 + \log_{2y} x = \log_y x \Leftrightarrow 1 + \frac{\log_2 x}{\log_2(2y)} = \frac{\log_2 x}{\log_2 y} \Leftrightarrow 1 + \frac{\log_2 x}{1 + \log_2 y} = \frac{\log_2 x}{\log_2 y}.$$

$$\Leftrightarrow \log_2 y(1 + \log_2 y) + \log_2 x \cdot \log_2 y = \log_2 x(1 + \log_2 y)$$

$$\Leftrightarrow \log_2 y + (\log_2 y)^2 + \log_2 x \cdot \log_2 y = \log_2 x + \log_2 x \cdot \log_2 y \Leftrightarrow \log_2 y + (\log_2 y)^2 = \log_2 x$$

Đặt $t = \log_2 y$, suy ra $\log_2 x = t^2 + t$.

Khi đó ta có

$$P = \frac{x}{y^3} \Rightarrow \log_2 P = \log_2 x - \log_2 y^3 = \log_2 x - 3\log_2 y = t^2 + t - 3t = t^2 - 2t = (t-1)^2 - 1 \geq -1.$$

Suy ra $P \geq 2^{-1} = \frac{1}{2}$. Dấu " $=$ " xảy ra $\Leftrightarrow t-1=0 \Leftrightarrow t=1$.

Do đó $P_{\min} = \frac{1}{2}$ khi $t = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 2^{t+1} = 2^2 = 4 \\ y = 2^t = 2 \end{cases}$. Suy ra $M(4; 2)$.

Để thấy $M(4; 2)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$.

Câu 15. Cho hai hàm số $y = (2x^2 + 3x + 1)(3x + 1)(m + 2|x|)$; $y = -12x^4 - 22x^3 - x^2 + 10x + 3$ có đồ thị lần lượt là (C_1) , (C_2) . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên khoảng $(-2025; 2026)$ để (C_1) cắt (C_2) tại 3 điểm phân biệt?

A. 4049.

B. 2025.

C. 2026.

D. 2024.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị (C_1) và (C_2) :

$$(2x^2 + 3x + 1)(3x + 1)(m + 2|x|) = -12x^4 - 22x^3 - x^2 + 10x + 3 \quad (1)$$

Để đồ thị (C_1) cắt (C_2) tại 3 điểm phân biệt thì phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt.

Với $x \in \left\{-1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right\}$: Không là nghiệm của phương trình (1).

Với $x \notin \left\{-1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right\}$ ta có:

$$(1) \Leftrightarrow m = \frac{-12x^4 - 22x^3 - x^2 + 10x + 3}{(x+1)(2x+1)(3x+1)} - 2|x| \Leftrightarrow m = -2x - 2|x| + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2x+1} + \frac{1}{3x+1}.$$

Xét hàm số $f(x) = -2x - 2|x| + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2x+1} + \frac{1}{3x+1}$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right\}$.

$$\text{Suy ra: } f'(x) = -2 - \frac{2x}{\sqrt{x^2}} - \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{2}{(2x+1)^2} - \frac{3}{(3x+1)^2}.$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = \begin{cases} -4 - \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{2}{(2x+1)^2} - \frac{3}{(3x+1)^2} & \text{khi } x \in (0; +\infty) \\ -\frac{1}{(x+1)^2} - \frac{2}{(2x+1)^2} - \frac{3}{(3x+1)^2} & \text{khi } x \in (-\infty; 0) \setminus \left\{-1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right\} \end{cases} \text{ và } f'(x) \text{ không xác định}$$

tại $x = 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	0	$+\infty$
$f'(x)$		-	$\parallel$	-	$\parallel$	-
$f(x)$	$0 \searrow$	$\parallel$	$\searrow$	$\parallel$	$\searrow$	$\parallel$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt thì $m \geq 0$. Do đó có 2026 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 16. Tập tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{-2x^2 + 5x - 2}}{x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + 3(5 - m^2)x^2 - 6mx + 10}$ có

đúng hai đường tiệm cận là $S = (a; b]$. Tính $T = 5a + 4b$.

A. $T = 20$

B. $T = 18$

C. $T = 19$

D. $T = 17$

Lời giải

Chọn A

Ta thấy $\sqrt{-2x^2+5x-2}$ có nghĩa khi $-2x^2+5x-2 \geq 0 \Leftrightarrow 2x^2-5x+2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq 2$.

Do đó, đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận khi và chỉ khi phương trình :

$$x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + 3(5-m^2)x^2 - 6mx + 10 = 0 \quad (*) \text{ có đúng hai nghiệm phân biệt trên } \left[\frac{1}{2}; 2\right].$$

Từ (*) ta có $(x^2+2)^3 + 3(x^2+2) = (mx+1)^3 + 3(mx+1)$.

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 3t$ với $t \in \mathbb{R}$, $f'(t) = 3t^2 + 3 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$, nên hàm số đồng biến

$$\text{Do đó } f(x^2+2) = f(mx+1) \Leftrightarrow x^2+2 = mx+1 \Leftrightarrow m = x + \frac{1}{x} = g(x)$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = x + \frac{1}{x} \text{ trên } \left[\frac{1}{2}; 2\right], \text{ ta có } g'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}; g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \notin \left[\frac{1}{2}; 2\right] \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$\frac{1}{2}$	1	2
$g'(x)$	—	0	+
$g(x)$	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{5}{2}$

Từ đó ta suy ra $2 < m \leq \frac{5}{2}$, hay $m \in \left(2; \frac{5}{2}\right]$.

$$\text{Vậy } a=2; b=\frac{5}{2} \Rightarrow T=5a+4b=10+10=20.$$

Câu 17. Một hộp đựng sáu thẻ, mỗi thẻ ghi một trong các số của tập $E = \{1; 2; 3; 4; 6; 8\}$ (các thẻ khác nhau ghi các số khác nhau). Rút ngẫu nhiên đồng thời ba thẻ từ hộp. Tính xác suất để ba thẻ được rút ra ghi ba số là số đo ba cạnh của một tam giác tù.

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{10}$.

D. $\frac{3}{10}$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử rút được bộ ba số là $(a; b; c)$, với $a < b < c$, do đó $4 \leq c$, nên $c \in \{4; 6; 8\}$.

a, b, c là ba cạnh của tam giác $\triangle ABC$, với $BC = a, CA = b, AB = c$ có góc $\widehat{C}$ tù

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} < 0 \\ 4 \leq c < a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 < c^2 \\ 4 \leq c < a + b \end{cases} \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} < c < a + b, \text{ với } c \in \{4; 6; 8\}.$$

+Xét $c = 4$ thì có bộ $(a; b) = (2; 3)$ thỏa mãn.

+Xét $c = 6$, do $a < b < c, 6 = c < a + b < 2b$, nên $b = 4$ và $a = 3$. Suy ra có bộ $(a; b) = (3; 4)$ thỏa mãn.

+Xét $c = 8$, do $a < b < c, 8 = c < a + b < 2b$, nên $b = 6$ và $a = 3$ hoặc $a = 4$. Suy ra có hai bộ $(a; b) = (3; 6)$ hoặc $(a; b) = (4; 6)$ thỏa mãn.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 4$, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_6^3 = 20$.

Xác suất cần tìm: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.

Câu 18. Bạn An đang nằm nghe nhạc trong phòng có chiều cao là $4,2m$ và phát hiện ra hai con nhện đang chằng tơ trong căn phòng của An và An băn khoăn là khoảng cách giữa hai con nhện là bao nhiêu khi đường thẳng đi qua 2 con nhện vuông góc với trần nhà, biết rằng hai con nhện luôn di chuyển trên hai đường thẳng khác nhau. Giả sử căn phòng là hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $ABCD$ là nền phòng của An thì con nhện thứ nhất di chuyển trên đường tơ nối từ đỉnh A đến trung điểm của CC' , còn con nhện thứ hai di chuyển trên đường tơ nối từ D' đến tâm của mặt $ABB'A'$. Hỏi khoảng cách giữa hai con nhện mà An muốn tìm là bao nhiêu?

A. $2,52m$.

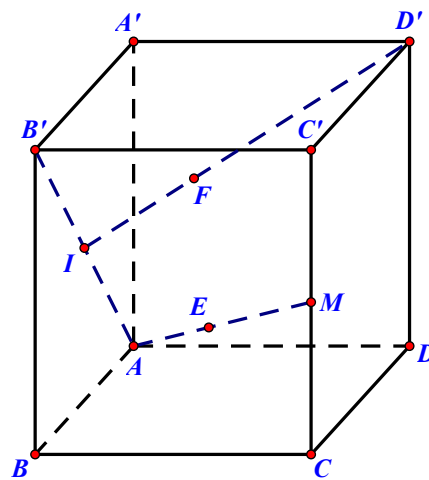
B. $2,1m$.

C. $1,68m$.

D. $1,26m$.

Lời giải

Chọn B



Gọi E là vị trí của con nhện thứ nhất và F là vị trí của con nhện thứ hai; I là tâm mặt $ABB'A'$ và M là trung điểm của CC' . Khi đó E, F lần lượt thuộc các đoạn $AM, D'I$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{AE} = x\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{D'F} = y\overrightarrow{D'I} \quad (x, y \in [0;1]).$$

$$+) \quad \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}.$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AE} = x\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{AD} + \frac{x}{2}\overrightarrow{AA'}$$

$$+) \quad \overrightarrow{D'I} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{D'B'} + \overrightarrow{D'A}) = \frac{1}{2}(2\overrightarrow{D'A'} + \overrightarrow{D'C'} + \overrightarrow{D'D}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}.$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{D'F} = y\overrightarrow{D'I} = \frac{y}{2}\overrightarrow{AB} - y\overrightarrow{AD} - \frac{y}{2}\overrightarrow{AA'}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'F} = \frac{y}{2}\overrightarrow{AB} + (1-y)\overrightarrow{AD} + \left(1 - \frac{y}{2}\right)\overrightarrow{AA'}.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AE} = \left(\frac{y}{2} - x\right)\overrightarrow{AB} + (1-y-x)\overrightarrow{AD} + \left(1 - \frac{y}{2} - \frac{x}{2}\right)\overrightarrow{AA'}.$$

Khi đường thẳng đi qua hai con nhện vuông góc với trần nhà thì $\overrightarrow{EF}$ và $\overrightarrow{AA'}$ cùng phương

$$\begin{cases} \frac{y}{2} - x = 0 \\ 1 - y - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

$\Rightarrow \overrightarrow{EF} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AA'} \Rightarrow EF = 2,1m$. Vậy khoảng cách giữa hai con nhện mà An muốn tìm là $EF = 2,1m$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = 2a$. Mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SD . Tính khoảng cách giữa AH và SC biết $AH = a$.

A. $\frac{\sqrt{73}}{73}a$.

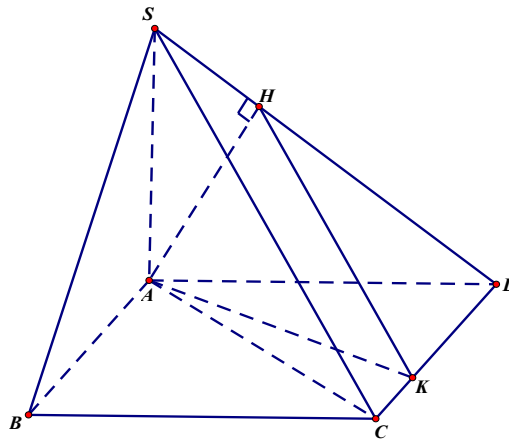
B. $\frac{2\sqrt{73}}{73}a$.

C. $\frac{\sqrt{19}}{19}a$.

D. $\frac{2\sqrt{19}}{19}a$.

Lời giải

Chọn C



Trong tam giác SAD vuông tại A và đường cao AH , ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{4a^2} = \frac{3}{4a^2} \text{ nên } SA = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

$$SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \sqrt{\frac{4a^2}{3} + 4a^2} = \frac{4a}{\sqrt{3}}, \quad AD^2 = DH \cdot SD \Rightarrow \frac{DH}{SD} = \frac{AD^2}{SD^2} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Kẻ } HK \parallel SC \text{ với } K \in CD, \text{ suy ra } \frac{HK}{SC} = \frac{DK}{DC} = \frac{DH}{DS} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{CK}{DK} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Khi đó } SC \parallel (AHK) \text{ nên } d(AH; SC) = d(SC; (AHK)) = d(C; (AHK)) = \frac{1}{3} d(D; (AHK)).$$

$$\text{Ta có } AC = a\sqrt{5}, \quad SC = a\sqrt{\frac{19}{3}}, \text{ nên } HK = \frac{3}{4} SC = \frac{a\sqrt{57}}{4}.$$

$$\text{Ta cũng có } DK = \frac{3}{4} DC = \frac{3a}{4} \text{ nên } AK = \sqrt{AD^2 + DK^2} = \frac{a\sqrt{73}}{4}.$$

$$\cos \widehat{HAK} = \frac{AH^2 + AK^2 - HK^2}{2AH \cdot AK} = \frac{a^2 + \frac{73a^2}{16} - \frac{57a^2}{16}}{2a \cdot \frac{a\sqrt{73}}{4}} = \frac{4}{\sqrt{73}} \Rightarrow \sin \widehat{HAK} = \frac{\sqrt{57}}{\sqrt{73}}.$$

$$S_{\Delta AHK} = \frac{1}{2} AH \cdot AK \cdot \sin \widehat{HAK} = \frac{1}{2} a \cdot \frac{a\sqrt{73}}{4} \cdot \frac{\sqrt{57}}{\sqrt{73}} = \frac{\sqrt{57}}{8} a^2.$$

$$\text{Cũng từ } \frac{DH}{SD} = \frac{3}{4} \Rightarrow d(H; (ABCD)) = \frac{3}{4} SA = \frac{3}{4} \cdot \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}, S_{\Delta ADK} = \frac{1}{2} AD \cdot DK = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{3a}{4} = \frac{3a^2}{4}.$$

$$\text{Do đó } V_{DAHK} = \frac{1}{3} S_{\Delta ADK} \cdot d(H; (ABCD)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

$$\text{Bởi vậy } d(D; (AHK)) = \frac{3V_{DAHK}}{S_{\Delta AHK}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{8}}{\frac{\sqrt{57}}{8} a^2} = \frac{3a\sqrt{3}}{\sqrt{57}} = \frac{3a\sqrt{19}}{19}. \text{ Vậy } d(AH; SC) = \frac{1}{3} d(D; (AHK)) = \frac{a\sqrt{19}}{19}.$$

.

Câu 20. Tổ 1 của một lớp học có 13 học sinh gồm 8 học sinh nam trong đó có bạn B, và 5 học sinh nữ trong đó có bạn A. Có bao nhiêu cách xếp 13 bạn trên vào dãy có 13 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết học kì 1 sao cho mỗi bạn ngồi vào một ghế và giữa hai bạn nữ gần nhau có đúng hai bạn nam, đồng thời bạn A không ngồi cạnh bạn B.

A. 4838400.

B. 2177280.

C. 3870720.

D. 120960.

Lời giải

Chọn C

Ta đánh số 13 ghế được đánh số như sau:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----

Vì giữa hai nữ gần nhau có đúng hai bạn nam nên 5 bạn nữ phải ở các ghế số 1, 4, 7, 10, 13.

TH 1: Nữ A ngồi ghế số 1, thì ghế số 2 có 7 cách chọn (trừ B), 4 nữ còn lại có số cách xếp là 4!, và 7 nam còn lại có 7! cách xếp, nên trường hợp này có $7 \cdot 4! \cdot 7!$ cách xếp.

TH 2: Nữ A ngồi ghế số 13, thì tương tự trường hợp 1 cũng có $7 \cdot 4! \cdot 7!$ cách xếp.

TH 3: Nữ A ngồi ghế số 4, thì ghế số 3 có 7 cách, ghế số 5 có 6 cách, 4 bạn nữ còn lại có 4! cách xếp, 6 bạn nam còn lại có 6! cách xếp, nên trường hợp này có $7 \cdot 6 \cdot 4! \cdot 6!$ cách xếp.

TH 4, 5: Nữ A ngồi ghế số 7 hoặc 10 tương tự trường hợp 3.

Suy ra số cách xếp thỏa mãn bài toán là: $7 \cdot 4! \cdot 7! \cdot 2 + 7 \cdot 6 \cdot 4! \cdot 6! \cdot 3 = 3870720$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2025$. (1)

Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau

- a) Khi $m = 1$ thì hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
 b) Khi $m = 0$ thì hàm số (1) đạt cực đại tại $x = 1$.
 c) Có 3 giá trị nguyên của m để hàm số (1) tồn tại giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$.
 d) Khi đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt x_1, x_2, x_3 thì giá trị của biểu thức

$$P = \frac{1}{f'(x_1)} + \frac{1}{f'(x_2)} + \frac{1}{f'(x_3)} \text{ bằng } 1.$$

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

a) Chọn đúng

Khi $m = 1$ thì $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2025 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$ nên hàm số cũng đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

b) Chọn sai.

Khi $m = 0$ thì $y = f(x) = x^3 - 3x + 2025 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

$y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty); y' < 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 1)$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$

c) Chọn đúng

$y = f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2025 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m - 1 \\ x = m + 1 \end{cases}$$

$y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; m - 1) \cup (m + 1; +\infty); y' < 0 \Leftrightarrow x \in (m - 1; m + 1).$

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$ khi xảy ra các trường hợp sau:

$$\text{TH1: } \begin{cases} m - 1 \leq 0 \\ m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-1; 1] \Rightarrow m \in \{0; 1\}$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} m - 1 > 0 \\ y(m + 1) \leq y(0) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (1; 2] \Rightarrow m = 2$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m để hàm số tồn tại giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$.

d) Chọn sai

Khi đồ thị hàm số cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt x_1, x_2, x_3 , ta có

$$f(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

$$\Rightarrow f'(x) = (x - x_2)(x - x_3) + (x - x_1)(x - x_3) + (x - x_1)(x - x_2)$$

Khi đó: $f'(x_1) = (x_1 - x_2)(x_1 - x_3); f'(x_2) = (x_2 - x_1)(x_2 - x_3);$

$$f'(x_3) = (x_3 - x_1)(x_3 - x_2)$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{f'(x_1)} + \frac{1}{f'(x_2)} + \frac{1}{f'(x_3)} = \frac{1}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} + \frac{1}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \frac{1}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)}$$

$$= \frac{x_3 - x_2 + x_1 - x_3 + x_2 - x_1}{(x_1 - x_2)(x_2 - x_3)(x_3 - x_1)} = 0.$$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 5)$ và $B(3; -1; -2)$.

- a) Trọng tâm của tam giác OAB là điểm $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; 1\right)$. (Với O là gốc tọa độ)
- b) Tổng khoảng cách từ điểm A và B đến mặt phẳng (Oxy) bằng 7.
- c) Gọi $P(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $|PA - PB|$ lớn nhất. Giá trị của $3a + b - 5c$ bằng 20.
- d) Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM^2 + BN^2$ bằng 37.

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

a) Chọn đúng

Trọng tâm của tam giác OAB là điểm $G\left(\frac{0-1+3}{3}; \frac{0+2-1}{3}; \frac{0+5-2}{3}\right) \Rightarrow G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; 1\right)$.

b) Chọn đúng. Ta có $d(A, (Oxy)) + d(B, (Oxy)) = |z_A| + |z_B| = |5| + |-2| = 7$.

c) Chọn sai.

Gọi $P(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) . Khi đó $P(a; b; 0)$.

Vì điểm A, B có cao độ trái dấu $\Rightarrow A, B$ nằm khác phía với mặt phẳng (Oxy) .

Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) là $A_1(-1; 2; -5) \Rightarrow A_1B = \sqrt{34}$. Khi đó hai điểm A_1, B nằm cùng phía so với mặt phẳng (Oxy) .

Ta có $|PA - PB| = |PA_1 - PB| \leq A_1B = \sqrt{34}$. Suy ra $\max(PA + PB) = \sqrt{34}$ khi ba điểm P, A_1, B thẳng hàng.

Ta có $\overrightarrow{A_1B} = (4; -3; 3)$; $\overrightarrow{A_1P} = (a+1; b-2; 5)$.

$$\text{Do } A_1, P, B \text{ thẳng hàng } \frac{a+1}{4} = \frac{b-2}{-3} = \frac{5}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{17}{3} \\ b = -3 \end{cases}$$

Vậy tọa độ $P\left(\frac{17}{3}; -3; 0\right)$. Suy ra giá trị của $3a + b - 5c = 3 \cdot \frac{17}{3} - 3 - 0 = 14$.

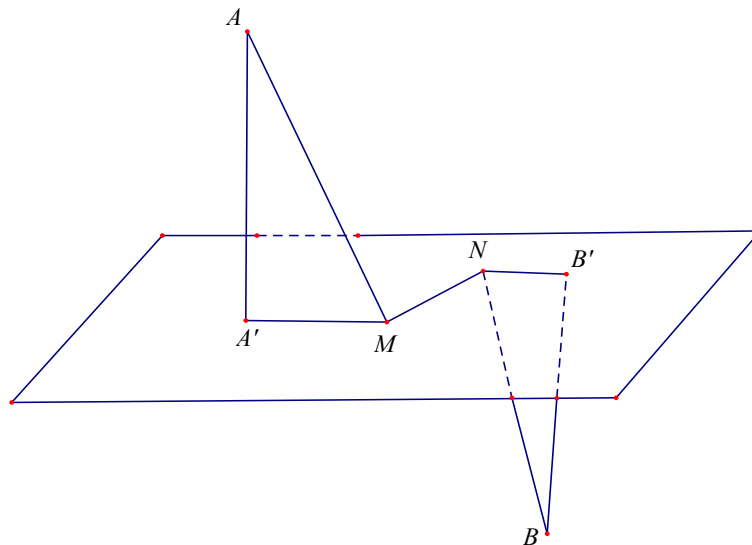
d) Chọn đúng.

Hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oxy) là $A'(-1; 2; 0)$.

Hình chiếu của B trên mặt phẳng (Oxy) là $B'(3; -1; 0)$.

Khi đó $\overrightarrow{A'B'} = (4; -3; 0) \Rightarrow A'B' = 5$.

Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 1$.

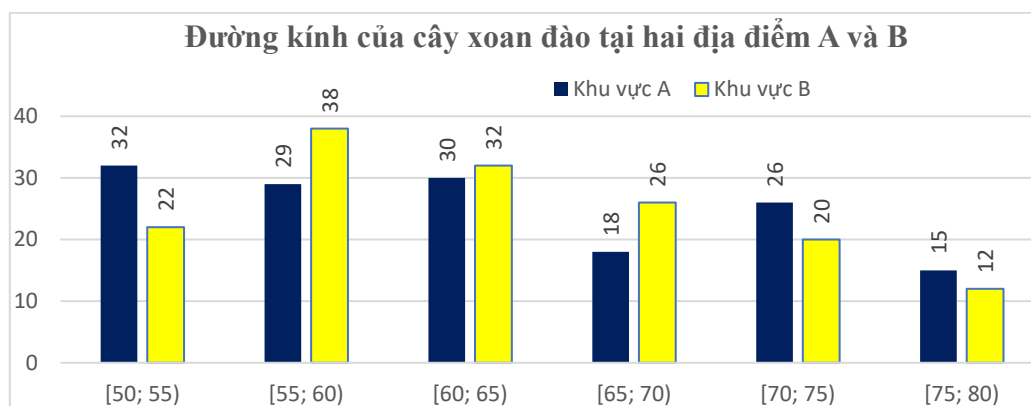


Ta có $AA' = 5$; $BB' = 2$. Ta có:

$$AM^2 + BN^2 = (AA'^2 + A'M^2) + (BN'^2 + N'B^2) = A'M^2 + B'N^2 + 25 + 4 \geq \frac{(A'M + B'N)^2}{2} + 29.$$

$$\text{Suy ra } AM^2 + BN^2 \geq \frac{(5-1)^2}{2} + 29 = 37.$$

Câu 3. Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra đường kính thân của một số cây xoan đào 8 năm tuổi (đơn vị: cm) của một giống cây xoan đào ở hai địa điểm A và B được cho bởi bảng sau. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực A và B bằng nhau.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực B lớn hơn khu vực A .
- Tổng phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực A và B nhỏ hơn 126.
- Các cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực A có đường kính đồng đều hơn khu vực B .

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai

a) Chọn đúng

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực A và B bằng nhau vì cùng bằng 30.

b) Chọn sai :

- Xét mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực A

Đường kính	[50;55)	[55;60)	[60;65)	[65;70)	[70;75)	[75;80)	
Địa điểm A	32	29	30	18	26	15	$N = 150$
Tần số tích lũy	32	61	91	109	135	150	

Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{N}{4} = \frac{150}{4} = 37,5$ là nhóm $[55;60)$.

$$\text{Do đó } Q_1 = 55 + \frac{37,5 - 32}{29} \cdot 5 = \frac{3245}{58}$$

Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{3N}{4} = \frac{450}{4} = 112,5$ là nhóm $[70;75)$.

$$\text{Do đó } Q_3 = 70 + \frac{112,5 - 109}{26} \cdot 5 = \frac{3675}{52}. \text{ Vậy } \Delta Q = \frac{3675}{52} - \frac{3245}{58} \approx 14,7248.$$

- Xét mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực B

Đường kính	[50;55)	[55;60)	[60;65)	[65;70)	[70;75)	[75;80)	
Địa điểm B	22	38	32	26	20	12	$N = 150$
Tần số tích lũy	22	60	92	118	138	150	

Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{N}{4} = \frac{150}{4} = 37,5$ là nhóm $[55;60)$.

$$\text{Do đó } Q_1 = 55 + \frac{37,5 - 22}{38} \cdot 5 = \frac{4335}{76}$$

Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{3N}{4} = \frac{450}{4} = 112,5$ là nhóm $[65;70)$.

$$\text{Do đó } Q_3 = 65 + \frac{112,5 - 92}{26} \cdot 5 = \frac{3585}{52}. \text{ Vậy } \Delta Q = \frac{3585}{52} - \frac{4335}{76} = \frac{2940}{247} \approx 11,9028.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực B nhỏ hơn khu vực A .

c) Chọn đúng :

Ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở khu vực A là $s_A^2 = \frac{15404}{225}$.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở khu vực B là $s_B^2 = \frac{506}{9}$.

Do đó $s_A^2 + s_B^2 = \frac{15404}{225} + \frac{506}{9} \approx 124,6844 < 126$.

d) Chọn sai :

Ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ở khu vực A là $s_A = \sqrt{\frac{15404}{225}} \approx 8,274$.

và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ở khu vực B là $s_B = \sqrt{\frac{506}{9}} \approx 7,498$.

Vì $s_B < s_A$ nên dựa theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì các cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực B có đường kính đồng đều hơn khu vực A .

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = BC = CA = 2a$, $SA = SB = SC = 3a$.

a) Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\sqrt{23}a^3$.

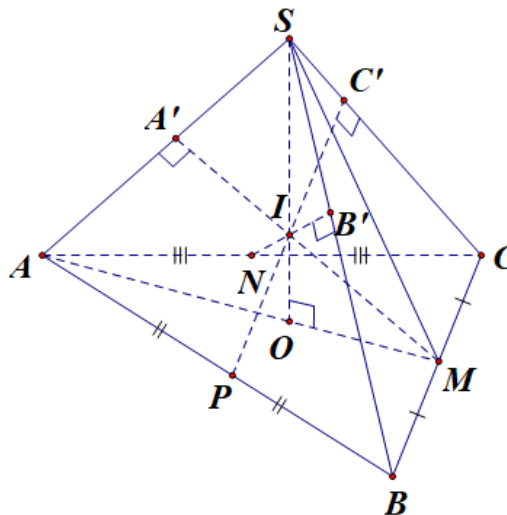
b) Góc giữa cạnh bên và mặt đáy có số đo lớn hơn 67° .

c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{a\sqrt{23}}{3}$.

d) Với J là điểm bất kì trong không gian. Gọi h là tổng khoảng cách từ J đến tất cả các đường thẳng AB, BC, CA, SA, SB, SC . Giá trị nhỏ nhất của h bằng $3a\sqrt{23}$.

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai



a) Chọn Sai

Theo đề ta có hình chóp $S.ABC$ là hình chóp đều.

Gọi O là tâm của đáy. Khi đó SO là chiều cao của hình chóp.

Gọi M lần lượt là trung điểm của BC , suy ra AM là đường cao của tam giác ABC .

$$AM = BM \cdot \cos 60^\circ = a\sqrt{3} \Rightarrow AO = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{9a^2 - \frac{4a^2}{3}} = a\frac{\sqrt{69}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\frac{\sqrt{69}}{3} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{\sqrt{23}}{3}a^3.$$

b) Chọn đúng

Vì $SO \perp (ABC) \Rightarrow$ Góc giữa SA và mặt đáy là góc $\widehat{SAO}$.

Trong ΔSOA vuông ở O có $\cos \widehat{SAO} = \frac{AO}{SA} = \frac{\frac{2a\sqrt{3}}{3}}{3a} = \frac{2\sqrt{3}}{9} \Rightarrow \widehat{SAO} \approx 67^\circ 21' 45'' > 67^\circ$.

c) Chọn đúng .

Ta có: $V_{SABC} = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot BC \cdot d(SA, BC) \cdot \sin(SA, BC) \Rightarrow d(SA, BC) = \frac{6V_{SABC}}{SA \cdot BC \cdot \sin(SA, BC)} = \frac{6 \cdot \frac{\sqrt{23}}{3} a^3}{3a \cdot 2a \cdot 1} = \frac{a\sqrt{23}}{3}$.

d) Chọn sai .

Gọi N, P lần lượt là trung điểm của AC, AB .

Gọi A', B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, P lên các cạnh SA, SB, SC

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp MA'$. Vậy MA' là đoạn vuông góc chung của các cạnh SA, BC .

Chứng minh tương tự ta có NB' là đoạn vuông góc chung của SB, AC ; PC' là đoạn vuông góc chung của AB, SC .

Do các $\Delta SMA, \Delta SNB, \Delta SPC$ bằng nhau và MA', NB', PC' là những đường cao tương ứng nên ta có $MA' = NB' = PC'$, đồng thời $SA' = SB' = SC'$.

Vì $\frac{SA'}{SA} = \frac{SC'}{SC}$ nên $A'C' \parallel AC$ mà $PM \parallel A'C' \Rightarrow$ bốn điểm M, P, A', C' đồng phẳng.

Chứng minh tương tự ta có M, N, A', B' đồng phẳng và P, N, B', C' đồng phẳng.

Do các mặt phẳng $(MPA'C'), (MNA'B'), (PNB'C')$ lần lượt cắt nhau theo ba giao tuyến MA', NB', PC' nên chúng đồng quy tại I (với $I \in SO$).

Ta có $\begin{cases} d(J, SA) + d(J, BC) \geq MA' \\ d(J, SB) + d(J, AC) \geq NB' \\ d(J, SC) + d(J, AB) \geq PC' \end{cases} \Rightarrow h \geq MA' + NC' + PC' = 3MA'$.

Vậy $h_{\min} = 3MA'$ khi $J \equiv I$.

$\cos \widehat{SAO} = \frac{2\sqrt{3}}{9} \Rightarrow \sin \widehat{SAO} = \frac{\sqrt{69}}{9}$.

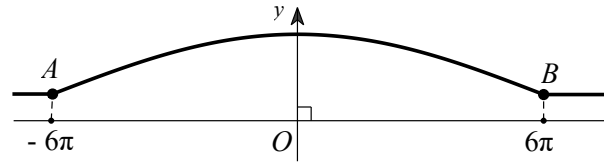
Trong $\Delta MAA'$ vuông ở A' có $\sin \widehat{MAA'} = \frac{MA'}{MA} \Rightarrow MA' = a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{69}}{9} = \frac{a\sqrt{23}}{3}$.

Vậy $h_{\min} = 3MA' = a\sqrt{23}$.

Câu 5. Một chiếc cầu bắc qua sông, mặt dưới gầm cầu có dạng cung AB biểu thị bởi đồ thị hàm số

$y = \frac{8\sqrt{3}}{3} \cos \frac{x}{12} + 2$ (1) với $x \in [-6\pi; 6\pi]$ trong hệ trục tọa độ Oxy với đơn vị trục là mét (trục Ox mô tả

mặt nước sông) như hình minh họa dưới đây:



a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số (1) trên đoạn $[-6\pi; 6\pi]$ là $\frac{6-8\sqrt{3}}{3}$.

b) Trên đoạn $[-6\pi; 6\pi]$ đồ thị hàm số (1) có 5 điểm có tung độ nguyên.

c) Hàm số (1) là hàm số tuần hoàn với chu kì $T = \frac{\pi}{6}$.

d) Biết quy định chiều cao tối đa của các phương tiện giao thông hàng hóa qua lại dưới gầm cầu phải thấp hơn mặt dưới gầm ít nhất 0,8 mét. Một sà lan chở khối hàng hóa có hình dạng là một khối hộp chữ nhật với độ cao 5,2 mét so với mặt nước sông muốn đi qua gầm cầu. Bề rộng tối đa của khối hàng hóa để sà lan qua được gầm cầu đúng quy định là 12,56 (lấy số $\pi = 3,14$).

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Đúng

a) Chọn sai .

$$\text{Vì } x \in [-6\pi; 6\pi] \Rightarrow \frac{x}{12} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \cos \frac{x}{12} \in [0; 1] \Rightarrow \min y = 2.$$

b) Chọn đúng.

$$\text{Ta có } x \in [-6\pi; 6\pi] \Rightarrow \frac{x}{12} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \cos \frac{x}{12} \in [0; 1] \Rightarrow \min y = 2; \max y = 2 + \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

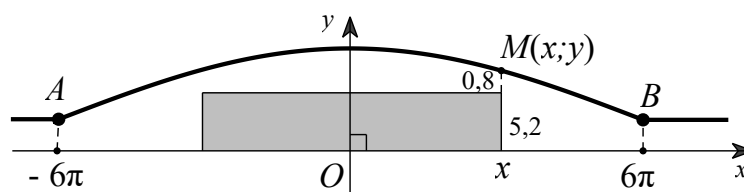
$$2 \leq y \leq 2 + \frac{8\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y \in \{2; 3; 4; 5; 6\}. \text{ Do đó trên đồ thị hàm số (1) có 5 điểm có tung độ nguyên.}$$

c) Chọn sai .

$$\text{Hàm số (1) là hàm số tuần hoàn với chu kì } T = \frac{2\pi}{\frac{1}{12}} = 24\pi.$$

d) Chọn đúng.

Xét điểm $M(x; y)$ nằm trên cung AB , khoảng cách từ điểm M đến mặt nước tương ứng với giá trị tung độ y của điểm M .



Xét phương trình $y = \frac{8\sqrt{3}}{3} \cos\left(\frac{x}{12}\right) + 2 = 5,2 + 0,8 = 6. \Leftrightarrow \cos \frac{x}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

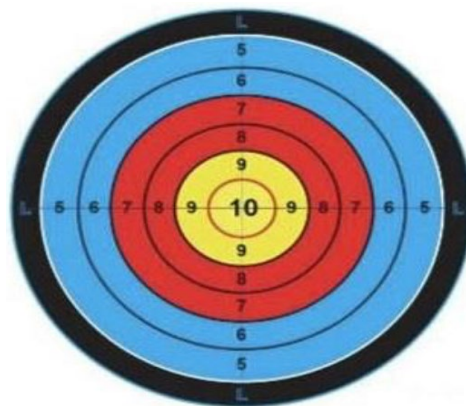
$$\Leftrightarrow \cos \frac{x}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{12} = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \Rightarrow x = \pm 2\pi + k24\pi$$

Vì $x \in [-6\pi; 6\pi] \Rightarrow x = \pm 2\pi$ nên ta có $|x| = 2\pi$.

Đề sà lan có thể đi qua được gầm cầu đúng quy định thì bề rộng khối hàng là $2|x| \leq 4\pi = 4 \times 3,14 = 12,56$.

Vậy bề rộng tối đa của khối hàng là 12,56 mét.

Câu 6. Một xạ thủ bắn bia, trên bia có các vòng tròn tính điểm (từ 5 đến 10) như hình vẽ. Mỗi lần bắn, xác suất xạ thủ bắn trúng vòng 8 là 0,25; trúng vòng dưới 8 (kể cả bắn trượt) là 0,4. Gọi P_1, P_2 lần lượt là xác suất xạ thủ đó bắn trúng vòng 10 và vòng 9 trong mỗi lần bắn. Biết rằng nếu xạ thủ đó bắn ba phát vào bia thì xác suất cả ba lần bắn trúng vòng 10 là 0,003375.



a) $P_1 = 0,15$.

b) $P_2 = 0,18$.

c) Nếu xạ thủ đó bắn ba phát thì xác suất đạt 29 điểm là 0,0045.

d) Nếu xạ thủ đó bắn ba phát thì xác suất đạt ít nhất 28 điểm là 0,05175.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Điểm	Xác suất
10	P_1
9	P_2
8	0,25
dưới 8	0,4

a) Chọn đúng

Xác suất cả ba lần bắn trúng vòng 10 là: $(P_1)^3 = 0,003375 \Rightarrow P_1 = \sqrt[3]{0,003375} = 0,15$

b) Chọn sai

Ta có $P_1 + P_2 + 0,25 + 0,4 = 1 \Rightarrow P_2 = 1 - (P_1 + 0,25 + 0,4) = 1 - (0,15 + 0,25 + 0,4) = 0,2$

c) Chọn sai

Ta có $29 = 9 + 10 + 10$

Điểm L1	Điểm L2	Điểm L3	Xác suất
9	10	10	$0,2 \times (0,15)^2$
10	9	10	$0,2 \times (0,15)^2$

10	10	9	$0,2 \times (0,15)^2$
----	----	---	-----------------------

Do đó, xác suất bắn 3 lần đạt 29 điểm là $3 \times 0,2 \times (0,15)^2 = 0,0135$.

d) Chọn đúng

Xác suất đạt ít nhất 28 điểm sau 3 lần bắn.

TH1: Xác suất đạt 30 điểm là $P(d_1) = (0,15)^3 = 0,003375$.

TH2: Xác suất đạt 29 điểm là $P(d_2) = 3 \cdot (0,15)^2 \cdot 0,2 = 0,0135$.

TH3: Xác suất đạt 28 điểm

Ta có $28 = 10 + 10 + 8 = 9 + 9 + 10$

$\Rightarrow$ Xác suất đạt 28 điểm là $P(d_3) = 3 \times 0,25 \times (0,15)^2 + 3 \times 0,15 \times (0,2)^2 = 0,034875$

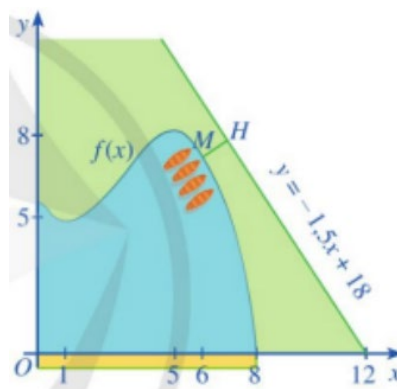
Do đó, xác suất đạt ít nhất 28 điểm sau 3 lần bắn là

$$P = P(d_1) + P(d_2) + P(d_3) = 0,003375 + 0,0135 + 0,034875 = 0,05175$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong khu liên hợp vui chơi giải trí, trong một hồ nước nhân tạo người ta xây dựng một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa, công viên giải trí được giới hạn bởi các trục tọa và đồ thị của hàm số

$y = f(x) = \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56)$ như hình vẽ.



Du khách chỉ có thể xuống bến thuyền tại một điểm chạy dọc theo đồ thị hàm số $y = -1,5x + 18$ để ra công viên. Do đó để đưa đón du khách ra tham quan và vui chơi giải trí tại công viên, người ta dự định xây dựng một bến thuyền đập nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất.

(mỗi đơn vị trong hệ trục tọa độ Oxy tương ứng với $100m$ trong thực tế). Tính khoảng cách ngắn nhất đó trong thực tế (đơn vị tính bằng mét). (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Trả lời: 88,8

Xét điểm $M(x; f(x))$ thuộc đồ thị hàm số với $0 \leq x \leq 8$.

Khoảng cách từ M đến đường thẳng $y = -1,5x + 18$ là $MH = \frac{|x^3 - 9x^2 + 124|}{5\sqrt{13}}$.

Xét hàm số $h(x) = x^3 - 9x^2 + 124$ với $0 \leq x \leq 8$.

Ta có $h'(x) = 3x^2 - 18x$

Bảng biến thiên:

x	0	6	8	
$h'(x)$	0	–	0	+
$h(x)$	124		16	60

Suy ra $\min MH = \frac{16}{5\sqrt{13}}$, và đạt được tại $x = 6$.

Vậy khoảng cách ngắn nhất trong thực tế là: $\frac{16}{5\sqrt{13}} \cdot 100 \approx 88,8 m$.

Câu 2. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 2025]$ để phương trình

$\ln^3(x+m) + m^3 + 3e^x \ln(x+m)^m = e^{3x}$ có nghiệm thuộc khoảng $(6; +\infty)$. Tập hợp S có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

Trả lời: 1628

Thật vậy: $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0 \Leftrightarrow (a+b)^3 + c^3 - 3abc - 3ab(a+b) = 0$

$$\Leftrightarrow (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ac-bc-ca) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=0 \\ a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=0 \\ a=b=c \end{cases}$$

♦ Đặt: $a = \ln(x+m), b = m, c = -e^x$ nên phương trình đã cho có dạng:

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=0 \\ a=b=c \end{cases} \quad (\text{áp dụng chứng minh trên})$$

$$\text{♦ TH1: } \ln(x+m) = m = -e^x. \text{ Khi đó: } \begin{cases} \ln(x+m) = m \\ m = -e^x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+m = e^m \\ m = -e^x \end{cases} \Leftrightarrow x - e^x = e^m$$

$\Leftrightarrow e^x - x = -e^m$ phương trình vô nghiệm.

$$\text{♦ TH2: } \ln(x+m) + m - e^x = 0 \Leftrightarrow \ln(x+m) + x + m = x + e^x \quad (1)$$

Đặt $t = \ln(x+m) \Rightarrow x+m = e^t$ ta có $t + e^t = x + e^x$

Xét hàm số $f(u) = u + e^u \Rightarrow f'(u) = 1 + e^u > 0, \forall u$

$\Rightarrow f(u)$ là hàm số đồng biến

Suy ra: $(1) \Leftrightarrow t = x \Leftrightarrow x+m = e^x \Leftrightarrow m = e^x - x$.

Xét hàm số: $g(x) = e^x - x$; $g'(x) = e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	6	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	
$g(x)$				

Đề phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(6; +\infty)$ thì phương trình $g(x) = m$ có nghiệm $x > 6 \Rightarrow m > e^6 - 6 \approx 397,42$. Mà $m \in [0; 2025], m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{398, 399, \dots, 2025\}$ nên có 1628 số thỏa mãn

Câu 3. Gọi S là tập hợp các số nguyên x thỏa mãn $8yx^6 + \log_2(yx^6) \geq 2^{\log_2^2(2x)} + \log_2^2 x + 2\log_2 \frac{x}{2}$.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của y sao cho tập hợp S có không quá 63 phần tử?

Lời giải

Trả lời: 1023

Điều kiện: $x > 0$ và $y > 0$.

Ta có:

$$\begin{aligned}
 8yx^6 + \log_2(yx^6) &\geq 2^{\log_2^2(2x)} + \log_2^2 x + 2\log_2 \frac{x}{2} \Leftrightarrow 8yx^6 + \log_2(yx^6) \geq 2^{\log_2^2(2x)} + \log_2^2 x + 2\log_2 x - 2 \\
 &\Leftrightarrow 8yx^6 + \log_2(yx^6) + 3 \geq 2^{\log_2^2(2x)} + (\log_2^2 x + 2\log_2 x + 1) \Leftrightarrow 8yx^6 + \log_2(8yx^6) \geq 2^{\log_2^2(2x)} + (\log_2 x + 1)^2 \\
 &\Leftrightarrow 8yx^6 + \log_2(8yx^6) \geq 2^{\log_2^2(2x)} + \log_2^2(2x) \Leftrightarrow f(8yx^6) \geq f(2^{\log_2^2 2x}) \quad (1).
 \end{aligned}$$

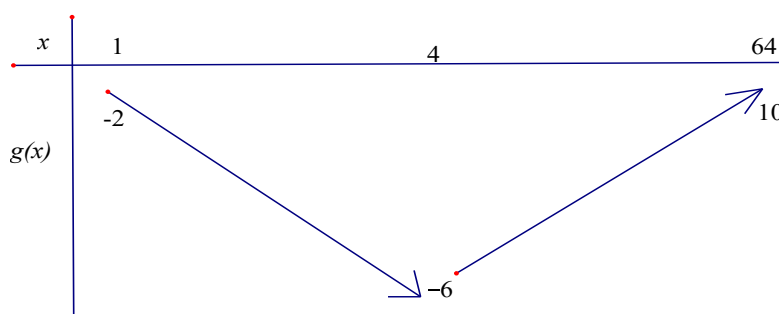
Xét hàm đặc trưng $f(t) = t + \log_2 t, t > 0$.

Ta có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln 2} > 0$ với $t > 0$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Khi đó ta được:

$$(1) \Leftrightarrow 8yx^6 \geq 2^{\log_2^2 2x} \Leftrightarrow 3 + \log_2 y + 6\log_2 x \geq \log_2^2 2x \Leftrightarrow \log_2 y \geq \log_2^2 x - 4\log_2 x - 2 = g(x).$$

$$\text{Ta có } g'(x) = \frac{2}{x \ln 2} \log_2 x - \frac{4}{x \ln 2} = \frac{2}{x \ln 2} (\log_2 x - 2); g'(x) = 0 \Leftrightarrow \log_2 x = 2 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (nhận).}$$



Tập S có nhiều nhất 63 phần tử (x có thể chạy từ 1 đến 63) thì $\log_2 y < 10 \Leftrightarrow 0 < y < 2^{10} \Leftrightarrow 0 < y < 1024$

Vậy có 1023 giá trị nguyên của y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4. Cho tứ diện $OABC$ có $OA = OB = OC = 4$, $\widehat{BOC} = 60^\circ$, $\widehat{AOB} = 120^\circ$, $\widehat{AOC} = 90^\circ$. Gọi H, N lần lượt là hình chiếu của O, B lên mặt phẳng (ABC) và (OAC) . Gọi G là trọng tâm tứ diện $OABC$.

Biết thể tích khối tứ diện $OHNG$ bằng $\frac{\sqrt{a}}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ tối giản). Tính giá trị biểu thức $T = a + b$.

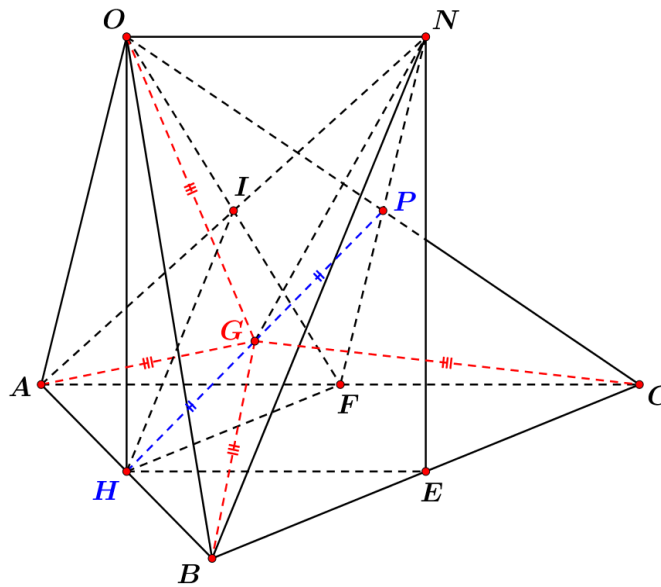
Lời giải

Tra lời: 5

♦ Do $OA = OB = OC$ và $OH \perp (ABC)$ nên $HA = HB = HC$, suy ra H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Xét tam giác OAB ta có:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cdot \cos 120^\circ = 16 + 16 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 48 \Rightarrow AB = 4\sqrt{3}.$$



Xét tam giác OAC ta có:

$$AC^2 = OA^2 + OC^2 = 16 + 16 = 32 \Rightarrow AC = 4\sqrt{2}.$$

Xét tam giác OBC ta có:

$$BC^2 = OC^2 + OB^2 - 2OC \cdot OB \cdot \cos 60^\circ = 4 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 16 \Rightarrow BC = 4.$$

Suy ra tam giác ABC vuông tại C . Do đó H là trung điểm của AB .

♦ Gọi E, F, P, I lần lượt là trung điểm của BC, CA, OC, OF .

$$\text{Có } HF = \frac{BC}{2} = 2, OH = \sqrt{OB^2 - HB^2} = 2 \Rightarrow HF = OH \Rightarrow HI \perp OF.$$

Ta có $AC \perp (OHF) \Rightarrow AC \perp HI$. Do vậy $HI \perp (OAC)$. Mà $BN \perp (OAC) \Rightarrow N$ đối xứng với A qua I . Ta có: G là trọng tâm của tứ diện $OABC \Rightarrow (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}) + (\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GO}) = \vec{0}$

$$\text{Mà } \overrightarrow{GH} = \frac{\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}}{2}; \overrightarrow{GP} = \frac{\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GO}}{2} \text{ nên suy ra } \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{GP} = \vec{0} \text{ tức } G \text{ là trung điểm } HP$$

$$\text{Suy ra } d(G, (ONEH)) = \frac{1}{2} d(P, (ONEH)) = \frac{1}{4} d(C, (ONEH)) = \frac{1}{4} CE = \frac{1}{2}.$$

$$\text{♦ Diện tích tam giác } ONH \text{ là } S_{ONH} = \frac{1}{2} OH \cdot ON = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Thể tích khối tứ diện } OHNG \text{ là } V_{OHNG} = \frac{1}{3}d(G, (ONH)) \cdot S_{ONH} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow T=5.$$

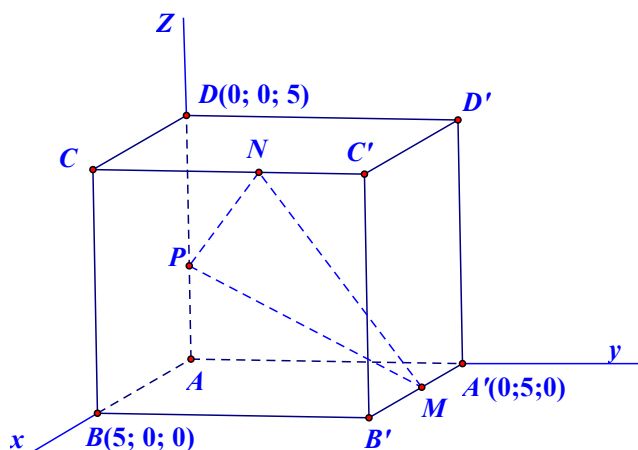
Câu 5. Bên trong một căn nhà bỏ hoang hình lập phương cạnh $5m$ có 3 chú nhện sinh sống. Mùa đông đến, vì đói rét nên chúng đành quyết định hợp tác với nhau giăng lưới để bắt mồi. Ba chú nhện tính toán sẽ giăng một mảnh lưới hình tam giác theo cách sau: Mỗi chú nhện sẽ đứng ở mép tường bất kì (có thể mép giữa 2 bức tường, giữa tường với trần, hoặc giữa tường với nền) rồi phóng những sợi tơ làm khung đến vị trí của 2 con nhện còn lại rồi sau đó mới phóng tơ dính đan phần lưới bên trong. Chúng quy định không có bất kì 2 con nhện nào cùng nằm trên một mặt tường, nền hoặc trần nhà. Tính chu vi nhỏ nhất của mảnh lưới được giăng (biết các sợi tơ khung căng và không nhùn) (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 18,4.

Bài toán này ta sẽ giải quyết bằng cách ứng dụng phương pháp tọa độ trong không gian.

Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ. Không mất tính tổng quát, và dựa vào yêu cầu về vị trí 3 con nhện ta xác định là các điểm M, N, P nằm trên các cạnh $A'B', CC', AD$ như hình vẽ.



Yêu cầu bài toán là cần tìm tọa độ của 3 điểm M, N, P để chu vi tam giác MNP nhỏ nhất.

Đặt $M(x; 5; 0), P(0; 0; z), N(5; y; 5)$. Chu vi tam giác MNP là:

$$\begin{aligned} MN + NP + PQ &= \sqrt{(x-5)^2 + (y-5)^2 + 5^2} + \sqrt{5^2 + y^2 + (z-5)^2} + \sqrt{x^2 + 5^2 + z^2} \\ &= \sqrt{(5-x)^2 + (y-5)^2 + 5^2} + \sqrt{y^2 + (z-5)^2 + 5^2} + \sqrt{z^2 + (-x)^2 + 5^2} \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức vectơ :

$$\begin{aligned} \Rightarrow MN + NP + PM &\geq \sqrt{(5-x+y)^2 + (y+z-10)^2 + 10^2} + \sqrt{z^2 + (-x)^2 + 5^2} \\ &\geq \sqrt{(5-x+y+z)^2 + (y-5+z-5-x)^2 + (5+5+5)^2} \\ &= \sqrt{2\left(y+z-x-\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{225}{2} + (5+5+5)^2} \geq 15\sqrt{\frac{3}{2}} = 15\frac{\sqrt{6}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Đầu bằng xảy ra khi } \begin{cases} y+z-x=\frac{5}{2} \\ \frac{5-x}{y}=\frac{y-5}{z-5}=\frac{5}{5} \\ \frac{5-x+y}{z}=\frac{y+z-10}{-x}=\frac{10}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=z \\ 2y-x=\frac{5}{2} \\ x+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z=\frac{5}{2}$$

Vậy giá trị cần tìm là $\frac{15}{2}\sqrt{6} \approx 18,4$.

Câu 6. Trong một trò chơi, hai bạn Việt và Nam mỗi bạn cầm một hộp bi. Trong hộp của bạn Việt có 9 viên bi được đánh số từ 1 đến 9, hộp của bạn Nam có 8 viên bi được đánh số từ 1 đến 8, mỗi bạn chọn ra ba viên bi từ hộp của mình rồi sắp xếp chúng theo thứ tự giảm dần để được một số gồm ba chữ số. Người thắng cuộc là người có số lớn hơn. Tính xác suất để Việt thắng Nam (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Lời giải

Trả lời: 0,66

Xét hai trường hợp:

***Trường hợp 1:** Việt bốc được bi số 9, khi đó số của Việt chắc chắn lớn hơn số của Nam.

Xác suất Việt thắng Nam bằng xác suất Việt bốc được bi số 9 là: $\frac{C_8^2}{C_9^3} = \frac{1}{3}$.

***Trường hợp 2:** Việt không bốc được bi số 9.

Xác suất Việt không bốc được số 9 là: $\frac{C_8^3}{C_9^3} = \frac{2}{3}$.

Ta tính xác suất để hai bạn bốc được cùng số: (khi đó hai bạn hòa nhau)

+ Số cách chọn của hai bạn là: $C_8^3 \cdot C_8^3$

+ Số cách bạn Việt bốc ba bi bất kì là C_8^3 ; Ứng với mỗi cách bốc của Việt thì Nam chỉ có một cách chọn giống Việt nên số cách để hai người bốc được số giống nhau là C_8^3 . Vậy xác suất để

hai người bốc được cùng số là $\frac{C_8^3}{C_8^3 \cdot C_8^3} = \frac{1}{56}$.

Trong trường hợp này Việt bốc số cùng tập với Nam nên xác suất để Việt bốc được số lớn hơn Nam cũng bằng xác suất Nam bốc được số lớn hơn Việt.

Xác suất để Việt bốc được số lớn hơn là: $\frac{1 - \frac{1}{56}}{2} = \frac{55}{112}$.

Do đó xác suất trong trường hợp 2 là: $\frac{2}{3} \cdot \frac{55}{112} = \frac{55}{168}$.

Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{1}{3} + \frac{55}{168} = \frac{37}{56} \approx 0,66$.

.....HẾT.....

Thí sinh thực hiện nghiêm túc Quy chế thi. CBCT không giải thích gì thêm

Xem thêm: ĐỀ THI HSG TOÁN 12
<https://toanmath.com/de-thi-hsg-toan-12>