

I. NỘI DUNG

CHƯƠNG I: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Bài 1. Tính đơn điệu của hàm số

Bài 2. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

Bài 3. Đường tiệm cận của đồ thị hàm số

Bài 4. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số

CHƯƠNG II. TỌA ĐỘ CỦA VECTO TRONG KHÔNG GIAN

Bài 1. Vecto và các phép toán vecto trong không gian

II. MỘT SỐ ĐỀ THAM KHẢO

ĐỀ SỐ 1

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

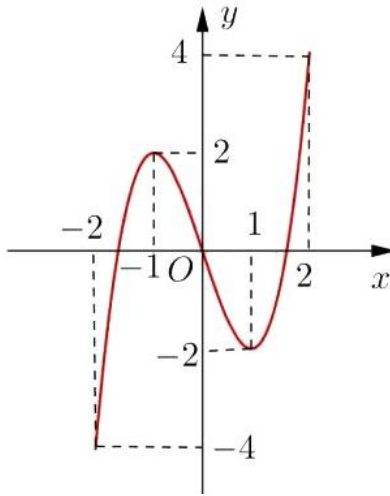
x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn có $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là



- A. $M(-1; 2)$. B. $M(1; -2)$. C. $M(-2; -4)$. D. $M(2; 4)$.

Câu 3. Đường thẳng $2y + 1 = 0$ là tiệm cận ngang của hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{x+1}{2x+1}$ B. $y = \frac{x^2+x+1}{1-2x}$ C. $y = \frac{2x+1}{1-x}$ D. $y = \frac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x}{x^2-6x+9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 5. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

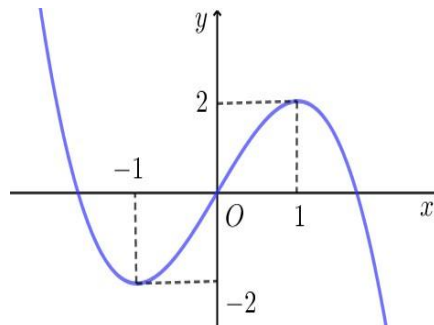
- A. $AB = 10\sqrt{2}$. B. $AB = 2\sqrt{5}$. C. $AB = 3\sqrt{2}$. D. $AB = 2\sqrt{3}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tính $M + m$.

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	3	0	2	1

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là

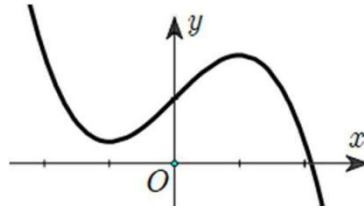
A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Câu 8. Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



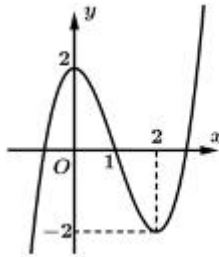
A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 2x + 1$.

D. $y = -\frac{1}{3}x^3 + x + 1$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

a) Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

b) Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

c) Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

d) Phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ có ba nghiệm dương phân biệt.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC'}$ bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm N xác định bởi đẳng thức sau $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào đúng?

A. N là trung điểm BD .

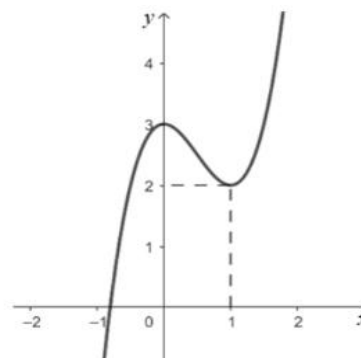
B. N là đỉnh hình bình hành $BCDN$.

C. N là đỉnh hình bình hành $CDBN$.

D. $N \equiv A$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a, b, c, d ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên



- a) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$
- b) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$
- c) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$
- d) Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết rằng: cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB , SD . Khi đó

- a) Hai vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ là hai vector cùng hướng
- b) Góc giữa hai vector $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60°
- c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$
- d) Độ dài của vector $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3

B. 5

C. 2

D. 4

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	$\frac{3}{2}$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x)-1}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

Câu 3. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 4 \text{ km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7 \text{ km}$. Người canh hải đăng chèo đò từ vị trí A đến vị trí M trên

bờ biển với vận tốc 6 km/h rồi đi xe đạp từ M đến C với vận tốc 10 km/h . Người đó nên chèo thuyền trong bao nhiêu ki-lô-mét nếu anh ta muốn đến nơi trong thời gian ngắn nhất?

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 1, các góc $\widehat{BAD} = \widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = 60^\circ$. Gọi P và Q là các điểm xác định bởi $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{D'A}$, $\overrightarrow{C'Q} = \overrightarrow{DC'}$. Tính độ dài đoạn thẳng PQ (làm tròn đến một chữ số thập phân).

PHẦN IV. TỰ LUẬN

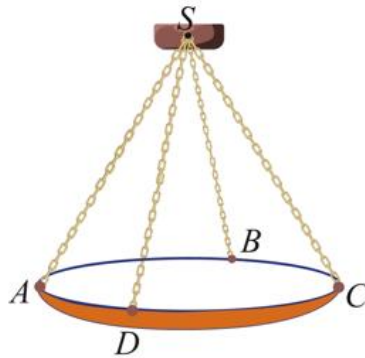
Câu 1. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 3$.

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB=1, AD=AA'=4$. Tính độ dài của vector $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC'}$.

Câu 3.

a) Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được đo bởi hàm $G(x) = 0,025x^2(30-x)$, trong đó x là số miligam thuốc được tiêm cho bệnh nhân ($0 < x < 30$). Cần điều trị cho một bệnh nhân bị huyết áp cao, hỏi cần tiêm bao nhiêu miligam thuốc thì huyết áp của bệnh nhân giảm nhiều nhất?

b) Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5\text{ kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 60^\circ$ (Hình).



Biết $\vec{P} = m\vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là vector gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2 , $\vec{P}$ là trọng lực tác động vật có đơn vị là N , m là khối lượng của vật có đơn vị kg . Tính độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích.

ĐỀ SỐ 2

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào đúng?

- A. $f(3) < f(-2)$.
- B. $f(-3) < f(-2)$.
- C. $f(2) < f(0)$.
- D. $f(2) > f(3)$.

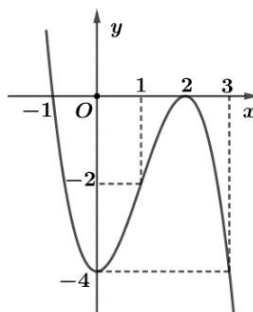
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					
	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là

- A. $(0; 2)$. B. $(3; -4)$. C. $x_{CT} = 3$. D. $y_{CT} = -4$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(x) + 2025$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; 1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình:

x	$-\infty$	-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y								
	$-\infty$		3		2		3	
								$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng

- A. 3 B. 2 C. 0 D. 2

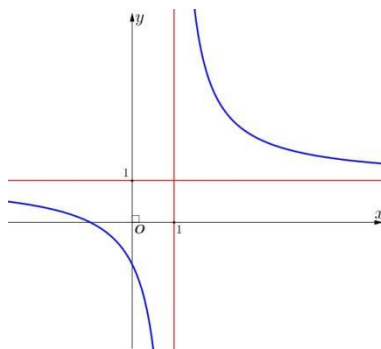
Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là

- A. $x = -2$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 7. Giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ là

- A. $(1; 2)$. B. $(1; 1)$. C. $(1; -1)$. D. $(1; 0)$.

Câu 8. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x+2}{x+1}$. B. $y = \frac{x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{-2x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 9. Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 3. B. 1. C. -1. D. 0.

Câu 10. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{D'C'}$. B. $\overrightarrow{BA}$. C. $\overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{B'A'}$.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$. B. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$.

C. $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$. D. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

Câu 12. Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với tâm O . Chọn đẳng thức sai.

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1}$. B. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC_1} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D_1A} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{AD_1} + \overrightarrow{D_1O} + \overrightarrow{OC_1}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a, b, c, d ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = e^x - x + 3$.

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên R
- b) Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 0$
- c) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ là $(0; 4)$
- d) Đồ thị hàm số đã cho không đi qua gốc tọa độ

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khi đó

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$

b) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC'} = 2a^2$

d) Đặt $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$. Độ dài của $\vec{x}$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

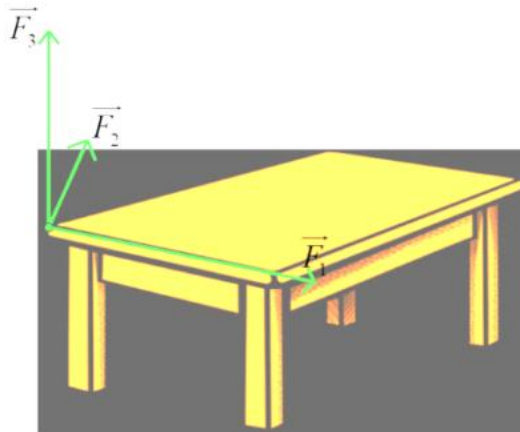
Câu 1. Tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x - 5}{x - 2}$.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ trên nửa khoảng $[5; +\infty)$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. Một cửa hàng bán được 2.000 cái tivi mỗi năm. Để bán được số tivi đó, cửa hàng đặt hàng từ Nhà máy sản xuất thành nhiều lần trong năm, số tivi đặt cho nhà máy là như nhau cho các lần đặt hàng. Mỗi lần lấy hàng từ nhà máy về cửa hàng chỉ để trưng bày được một nửa, một nửa số hàng còn lại phải lưu kho. Chi phí gửi trong kho là 100.000 đồng một cái. Để đặt hàng chi phí cố định cho mỗi lần đặt là 200.000 đồng cộng thêm 100.000 đồng mỗi cái. Hàm tổng chi phí cửa hàng phải trả là $f(x)$ với x là số tivi mà cửa hàng đặt mỗi lần. Hàm $f(x)$ có tiệm cận xiên dạng $y = ax + b$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \frac{b}{a} ?$$

Câu 4. Có ba lực cùng tác động vào một cái bàn như hình vẽ. Trong đó hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ tạo với nhau một góc 110° và có độ lớn lần lượt là 9N và 4N, lực $\vec{F}_3$ vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ và có độ lớn 7N. Độ lớn hợp lực của ba lực trên là a(N), tìm giá trị của a



PHẦN IV. TỰ LUẬN

Câu 1. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số: $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 - 5x + 1$ trên đoạn $[-1; 3]$.

Câu 2. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ và đường thẳng $y = x$

Câu 3.

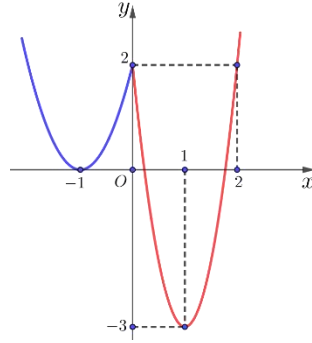
a) Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các mặt bên là hình thoi cạnh $2\sqrt{6}$, các góc $\widehat{BAA'} = \widehat{BAD} = \widehat{DAA'} = 60^\circ$. Tính độ dài đường chéo AC' .

b) Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Một đường thẳng Δ cắt các đường thẳng $AA', BC, C'D'$ lần lượt tại M, N, P sao cho $\overrightarrow{NM} = 2\overrightarrow{NP}$. Tính $\frac{MA}{MA'}$.

ĐỀ SỐ 3

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty; -3)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-1; 2)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-5		1		$\sqrt{3}$	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$						$+\infty$
				0	3	2	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-4		-2		0	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y							
			-6		$+\infty$	2	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

a) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

b) $x = -2$ đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

c) Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang

d) Hàm số có điểm cực đại bằng -4.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ có đạo hàm $y = f'(x) = x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Trên đoạn $[-1; 4]$, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là

A. $f(0)$.

B. $f(-4)$.

C. $f(-1)$.

D. $f(4)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-$
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

A. $x = -1$.

B. $y = -1$.

C. $y = -2$.

D. $x = -2$.

Câu 6. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = x + 3 + \frac{1}{2x+1}$ có phương trình là

A. $y = 2x + 1$.

B. $y = x - 3$.

C. $y = x + 3$.

D. $y = 2x - 1$.

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có tâm đối xứng có tọa độ là

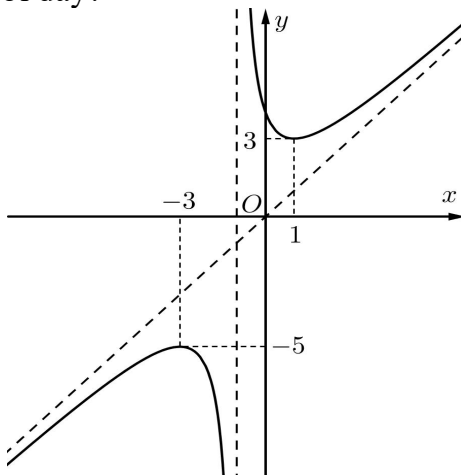
A. $(1; 2)$.

B. $(-1; 2)$.

C. $(2; -1)$.

D. $(2; 1)$.

Câu 8. Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



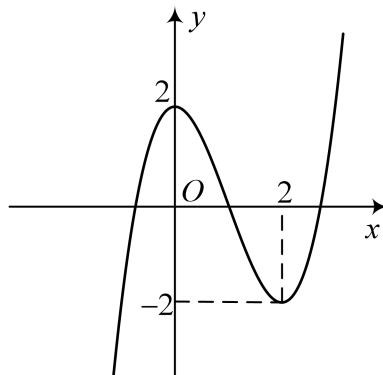
A. $y = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$.

C. $y = \frac{-x^2 - 3x + 10}{x + 1}$.

D. $y = \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 1}$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



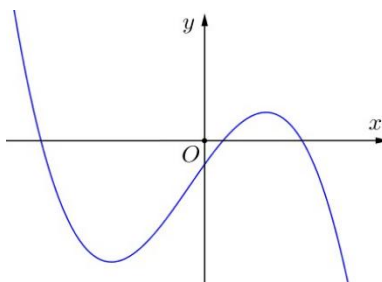
A. 2

B. 0

C. 1

D. 3

Câu 10. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, c > 0, d < 0$.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$

B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$

C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$

D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$

Câu 12. Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Trong các biểu thức vectơ sau đây, biểu thức nào đúng?

A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$.

B. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$.

C. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

D. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a, b, c, d ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x + 2}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định

b) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị

c) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng -7

d) Hàm số $f(x)$ không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của nó

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm cạnh AD . Khi đó

a) Khi cạnh hình lập phương bằng 1 thì $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}| = \sqrt{3}$

b) $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{B'D'}$

c) $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$

d) Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BD bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. Khi đó độ dài $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{DD'}|$ bằng $2\sqrt{3}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x^2}$ trên đoạn $[1; 4]$.

Tính giá trị biểu thức $\log_m(9^M)$.

Câu 2. Người ta thống kê được chi phí sửa chữa, vận hành máy móc trong một năm của một xưởng sản xuất được tính bởi công thức $f(x) = \frac{2000x+1500}{35x+5}$ (triệu đồng). Biết x là số năm kể từ lúc máy móc vận

hành lần đầu tiên, số năm càng nhiều thì chi phí càng cao. Khi số năm x đủ lớn thì chi phí vận hành máy móc trong một năm gần với số nào? (làm tròn đến 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Câu 3. Hằng ngày mực nước của một hồ thủy điện lên và xuống theo lượng nước mưa và các suối nước đổ về hồ. Tính từ thời điểm 8 giờ sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức $h(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 5t^2 + 24t$ ($t > 0$). Biết rằng phải thông

báo cho nhân dân phải di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 giờ. Hỏi cần thông báo cho người dân di dời trước khi xả nước mấy giờ? *Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước và đơn vị tính 24 giờ/ngày.*

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác $A'BC$ đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) , M là trung điểm cạnh CC' . Tính $\cos(\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{BM})$.

PHẦN IV. TỰ LUẬN

Câu 1. Tìm điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 10$.

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC}$.

Câu 3.

a) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $B'C'$ và CC' . Tính $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{MN}$

b) Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho tam giác ABC đều. Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L . Trọng lượng của chiếc đèn là $27N$ và bán kính của chiếc đèn là $0,5m$.



Tìm chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây, biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là $12N$. (Chiều dài tính theo đơn vị cm và làm tròn đến 1 số sau phần thập phân).

ĐỀ SỐ 4

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			-1		-1			
	$-\infty$			-2				$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

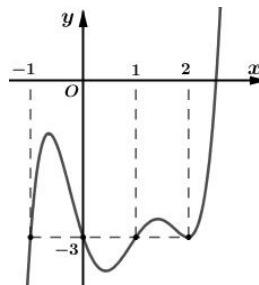
A. $(-1; 0)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(0; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 3]$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

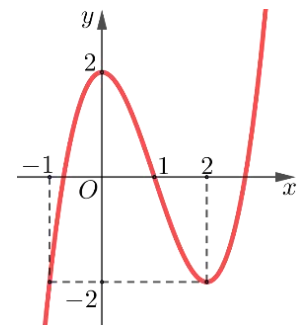
Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m + M = -2$.

B. $m + M = 2$.

C. $m + M = 4$.

D. $m + M = 0$.



Câu 4. Các đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

A. $x = 2$; $y = 1$.

B. $x = -1$; $y = -2$.

C. $x=1; y=-2$.

D. $x=1; y=2$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$. Đồ thị hàm số có một tiệm cận xiên $y = ax + b$. Giá trị của $a + 3b$ bằng

A. 5.

B. 3.

C. -2.

D. -1.

Câu 6. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vector bằng vector $\overrightarrow{AB}$ là vector nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{D'C'}$.

B. $\overrightarrow{BA}$.

C. $\overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{B'A'}$.

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ có tâm đối xứng là

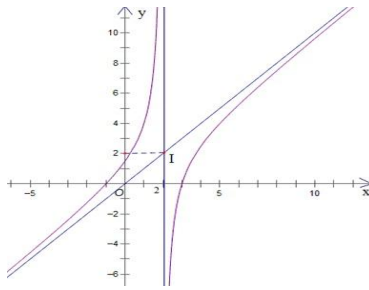
A. $I(-1; 3)$.

B. $I(-1; 1)$.

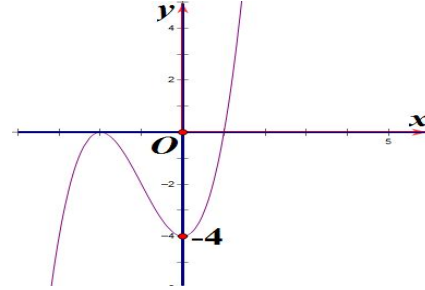
C. $I(3; 1)$.

D. $I(1; 3)$.

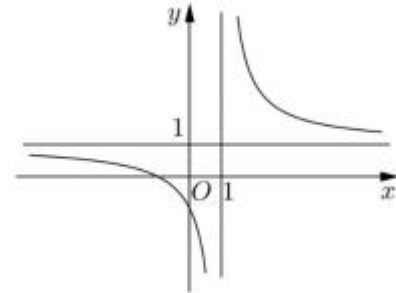
Câu 8. Đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ là hình nào trong 4 hình dưới đây?



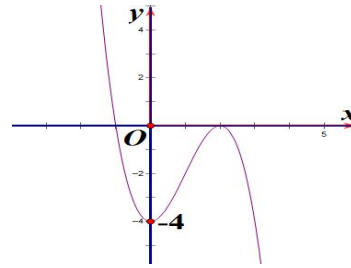
A. Hình 1.



B. Hình 2.



C. Hình 3.



D. Hình 4.

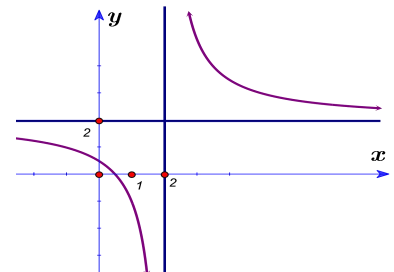
Câu 9. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên?

A. $y = \frac{x^2 - 3x - 1}{x - 2}$.

B. $y = \frac{2x - 3}{x - 2}$.

C. $y = 2x^3 + x^2 + 1$.

D. $y = \frac{2x - 1}{x - 2}$.



Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vector đúng:

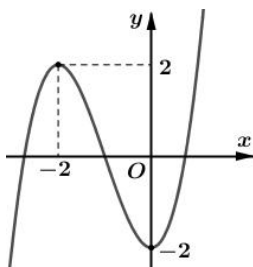
A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O, O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Độ dài vec tơ $\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$ bằng.

- A. $4a$. B. $6a$. C. $2a$. D. a .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a, b, c, d ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x - \sin 2x$.

a) $f'(x) = 1 + 2 \cos 2x$

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2}$

c) Trên đoạn $[0; \pi]$, $f'(x) = 0$ có đúng 1 nghiệm

d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{5\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ và $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$ và G là trọng tâm tam giác DCD' .

a) Có 3 vector có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp chữ nhật bằng $\overrightarrow{AB}$.

b) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ và $AG = \sqrt{\frac{1}{9}a^2 + \frac{4}{9}c^2 + b^2}$.

d) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AG} = \frac{1}{6}a^2 + b^2 + \frac{2}{3}c^2$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

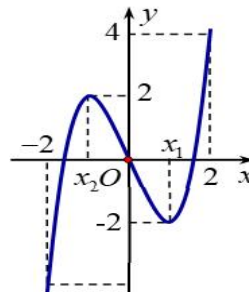
Câu 1. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2 - x^2}$. Tính $M - \sqrt{2} \cdot m$.

Câu 2. Một chủ xây dựng cần đổ x (m^3) khối bê tông tươi cho một công trình, để đổ bê tông cần phải thuê xe phun bê tông giá 2,5 triệu và mua bê tông tươi với giá 1,7 triệu/ m^3 . Gọi $f(x)$ là chi phí đổ bê

tổng trung bình cho $1m^3$ bê tông. Biết đường tiệm cận ngang của đồ thị $f(x)$ là $y=a$. Khi đó, giá trị của a bằng bao nhiêu?

Câu 3. Để nâng một chiếc bàn hình vuông lên song song với mặt đất, người ta dùng 4 sợi dây cáp không dẫn xuất phát từ điểm S trên thanh cầu và lần lượt buộc vào bốn điểm A, B, C, D ở bốn góc của bàn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ lần lượt trên mỗi dây SA, SB, SC, SD đều có độ lớn bằng $90(N)$. Biết các đường thẳng SA, SB, SC, SD cùng tạo với mặt phẳng ngang một góc bằng 60° . Tính trọng lượng của chiếc bàn đó (làm tròn đến hàng đơn vị) đơn vị Newton.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$, và có đồ thị là đường cong như trong hình vẽ bên.



Tính tổng các giá trị cực đại của hàm số $y=|f(x)-1|$ trên đoạn $[-2;2]$?

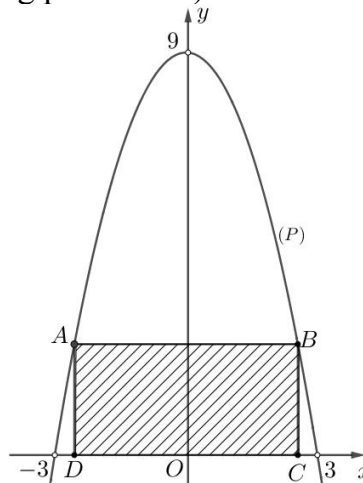
PHẦN IV. TỰ LUẬN

Câu 1. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-4}{x+1}$ với trục Ox .

Câu 2. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh đáy bằng 1 và độ dài mỗi cạnh bên bằng 2. Tính tích vô hướng của $\vec{AA'}$ và $\vec{C'C}$.

Câu 3. a) Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{3}t^3+6t^2+2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Tìm vận tốc lớn nhất của vật.

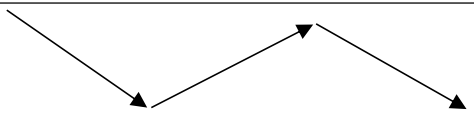
b) Một hình chữ nhật $ABCD$ được vẽ bên trong parabol (P) sao cho A, B thuộc (P) ; C, D thuộc trục Ox như hình vẽ (đơn vị trên trục Ox, Oy là mét). Hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích lớn nhất là bao nhiêu mét vuông? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



ĐỀ SỐ 5

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	4	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$						

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng

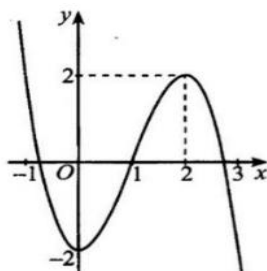
A. $(0;3)$

B. $(4;+\infty)$

C. $(-3;4)$

D. $(-4;-3)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm

A. $x=2$

B. $x=3$

C. $x=0$

D. $x=1$

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$ có tiệm cận xiên là

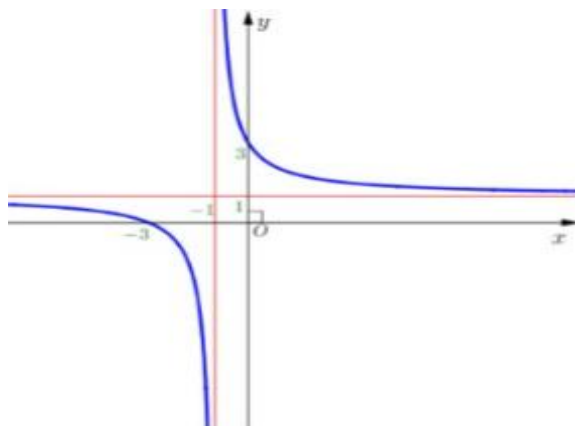
A. $y = x - 2$

B. $y = 2x - 2$

C. $y = x - 3$

D. $y = 2x - 2$

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{x + 1}$ có đồ thị như hình vẽ sau



Khẳng định nào sau đây đúng?

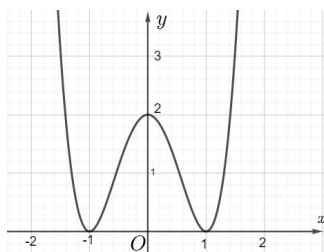
A. $0 < a < b$

B. $a < b < 0$

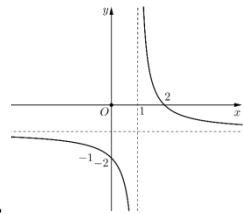
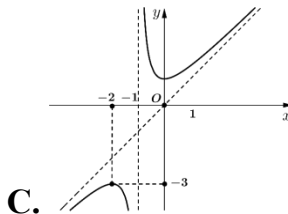
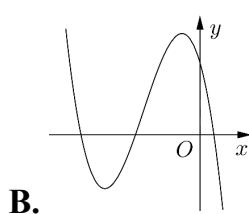
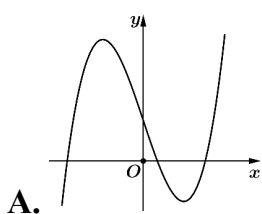
C. $b < 0 < a$

D. $0 < b < a$

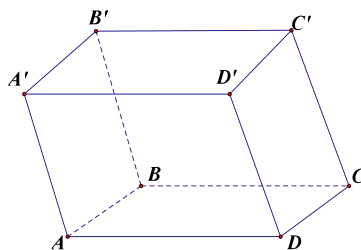
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;1]$. Tính giá trị của $M + m$.



Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{-x+2}{x-1}$, đồ thị của hàm số đã cho là đồ thị nào sau đây



Câu 7. Cho hình hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?



A. $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{B'B}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$.

C. $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'}$.

D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$.

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

B. $a\sqrt{2}$

C. 0

D. a^2

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

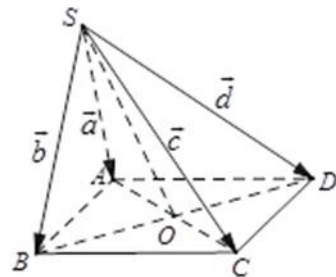
Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$; $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$; $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$.



Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	-1	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 11. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{16}{x^2}$ bằng

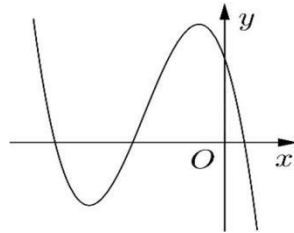
A. 8

B. 12

C. 3

D. 4

Câu 12. Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a, b, c, d ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 + 2x}$.

a) $f'(x) = \frac{2x+2}{\sqrt{x^2+2x}}$

b) Hàm số có một điểm cực trị

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho bằng 0

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB , CD và G là trung điểm của MN .

a) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$

c) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$

d) $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 3 cm . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}|$.

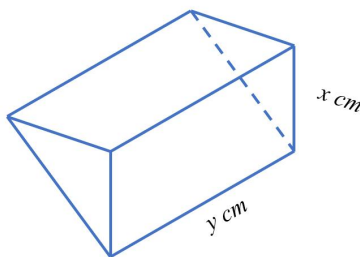
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	2	-1	3	2

Tìm tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 3. Biết hàm số $y = f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$ đạt cực tiểu tại a và đạt cực đại tại b . Tính $2025a - 2026b$.

Câu 4. Người ta muốn làm một vật rỗng có dạng là một khối lăng trụ tam giác, có đáy là tam giác đều cạnh bằng $x\text{ (cm)}$ và mặt bên là các hình chữ nhật có chiều dài bằng $y\text{ (cm)}$. Biết rằng thể tích của vật bằng $200\sqrt{3}\text{ (cm}^3\text{)}$. Tính kích thước của cạnh đáy sao cho diện tích toàn phần của vật nhỏ nhất (làm tròn đến hàng phần chục).



PHẦN IV. TỰ LUẬN

Câu 1. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số: $y = \ln x - 2x^2$.

Câu 2. Tìm phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 1}$.

Câu 3.

a) Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC . Tính cosin góc tạo bởi hai véc tơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DM}$.

b) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , M là điểm thay đổi trên SO . Tỉ số $\frac{SM}{SO}$ sao cho $P = MS^2 + MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ nhỏ nhất là bao nhiêu?