

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x^4}{2} - x^2$.

Câu 2 (1,0 điểm).

a. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - 4\ln x$ trên đoạn $[1; e]$.

b. Xác định giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 + m^3 + 2m$ đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a. Cho số phức z thỏa mãn $(1+3i)z - (1-2i)\bar{z} = 2+6i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .

b. Giải phương trình $\log_2 x = \log_4(x+3) + 1$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^2 x(3x + 2\ln x)dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(-2; 2; 1)$ và đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng Δ . Tìm tọa độ giao điểm của Δ và (P) .

Câu 6 (1,0 điểm).

a. Tính giá trị của biểu thức $P = (\sin 4\alpha + 2\sin 2\alpha)\sin \alpha$, biết $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

b. Một hộp chứa chín cái thẻ được đánh số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Lấy ngẫu nhiên hai thẻ. Tìm xác suất sao cho tổng các số trên hai thẻ là số chẵn.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A và cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $AB = AC = SA = 2a$. Gọi I là trung điểm của BC. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SI, AC.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A, có đỉnh $B(-3; 3)$, phân giác trong góc A có phương trình là $2x - y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, C, biết diện tích tam giác ABC bằng 30 và đỉnh A có hoành độ dương.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải phương trình $3x^2 - 8x + 8 = 5\sqrt{x^3 + 8}$.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho hai số thực x, y thỏa mãn các điều kiện $2 \leq x \leq 3; 1 \leq y \leq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất

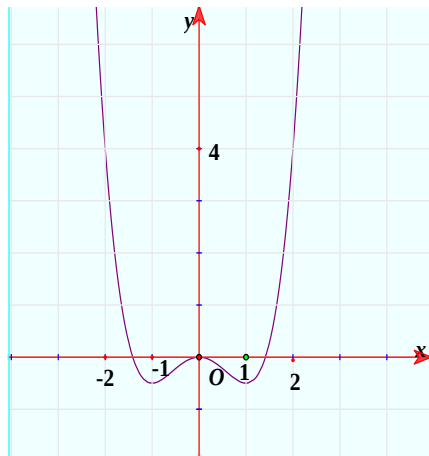
của biểu thức $P = \frac{5x}{x^2 + 5y + 11} + \frac{4y}{y^2 + 4x + 7} + \frac{1}{4(x + y - 2)}$.

-----HẾT-----

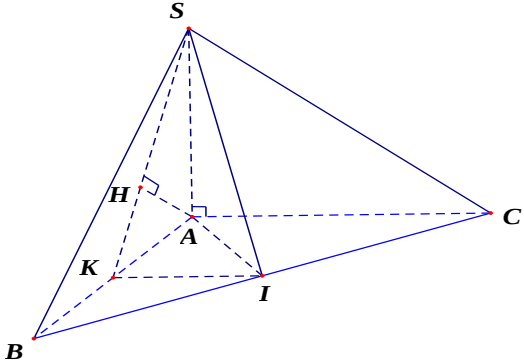
(Thí sinh không được sử dụng tài liệu khi làm bài. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

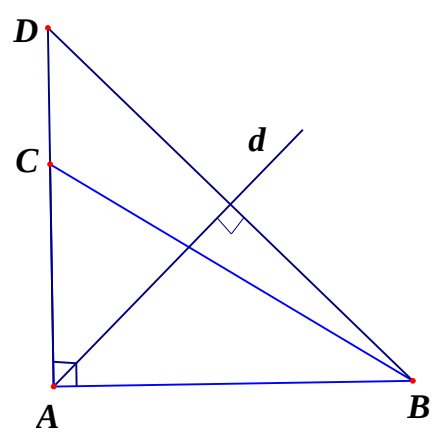
Câu	Ý	Nội dung	Điểm																		
Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x^4}{2} - x^2$.																					
		TXĐ: $D = \mathbb{R}$. $y' = 2x^3 - 2x, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ hoặc $x = 0$	0.25																		
		$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $-\infty; -1$ và $0; 1$. Hàm số đồng biến trên các khoảng $-1; 0$ và $1; +\infty$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1, y_{CT} = -\frac{1}{2}$. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = -\frac{1}{2}$.	0.25																		
		Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>0</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	-	0	+	0	-	y	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	0.25
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																
y'	-	0	+	0	-																
y	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$																
		Đồ thị: Điểm đặc biệt $-2; 4 ; 2; 4$ 	0.25																		
Câu 2 (1,0 điểm).																					
		a. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - 4\ln x$ trên đoạn $[1; e]$.																			
		Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[1; e]$. $f'(x) = 2x - \frac{4}{x} = \frac{2x^2 - 4}{x}$; với $x \in [1; e], f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$	0.25																		

	$f(1) = 1; f(e) = e^2 - 4; f(\sqrt{2}) = 2 - 2\ln 2$ Do đó $\min_{x \in [1; e]} f(x) = f(\sqrt{2}) = 2 - 2\ln 2$; $\max_{x \in [1; e]} f(x) = f(e) = e^2 - 4$	0.25
	b. Xác định giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 + m^3 + 2m$ đạt cực đại tại $x = -1$.	
	$y' = -4x^3 + 4mx$; nếu hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ thì $y'(-1) = 0$, suy ra $m = 1$	0.25
	Với $m = 1$ thì $y'' = -12x^2 + 4$; Mà $y'(-1) = 0$ và $y''(-1) = -8 < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = -1$. Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.	0.25
Câu 3 (1,0 điểm).		
	a. Cho số phức z thỏa mãn $(1+3i)z - (1-2i)\bar{z} = 2+6i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .	
	Đặt $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó $\bar{z} = x - yi$. Ta có: $(1+3i)z - (1-2i)\bar{z} = 2+6i \Leftrightarrow (1+3i)(x+yi) - (1-2i)(x-yi) = 2+6i$ $\Leftrightarrow -y + (5x+2y)i = 2+6i$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -y = 2 \\ 5x+2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}$ Do đó số phức z có phần thực bằng 2, phần ảo bằng -2.	0.25
	b. Giải phương trình $\log_2 x = \log_4(x+3) + 1$.	
	Điều kiện: $x > 0$	0.25
	Với điều kiện trên, ta có: $\log_2 x = \log_4(x+3) + 1 \Leftrightarrow \log_4 x^2 = \log_4(4x+12)$	
	$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 6$ (do $x > 0$)	0.25
Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^2 x(3x + 2\ln x)dx$		
	$I = \int_1^2 3x^2 dx + \int_1^2 2x \ln x dx$	0.25
	Đặt $I_1 = \int_1^2 3x^2 dx$ và $I_2 = \int_1^2 2x \ln x dx$	
	$I_1 = \int_1^2 3x^2 dx = x^3 \Big _1^2 = 7$	0.25
	$I_2 = \int_1^2 \ln x d(x^2) = (x^2 \ln x) \Big _1^2 - \int_1^2 x dx = 4\ln 2 - \frac{x^2}{2} \Big _1^2 = 4\ln 2 - \frac{3}{2}$	0.25
	Vậy $I = I_1 + I_2 = 4\ln 2 + \frac{11}{2}$	0.25
Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(-2; 2; 1)$ và đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng Δ . Tìm tọa độ giao điểm của Δ và (P).		
	Δ có VTCP là $\vec{a} = (3; -2; 2)$	
	Vì (P) vuông góc với Δ nên (P) có VTPT là $\vec{a} = (3; -2; 2)$	0.25
	Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng Δ có phương trình là $3x - 2y + 2z + 8 = 0$	0.25
	Gọi M là giao điểm của Δ và (P). Do M thuộc Δ nên $M(3+3t; 1-2t; 1+2t)$.	0.25
	M thuộc (P) nên $3(3+3t) - 2(1-2t) + 2(1+2t) + 8 = 0$, suy ra $t = -1$.	

	Do đó $M(0; 3; -1)$.	0.25
Câu 6 (1,0 điểm).		
	a. Tính giá trị của biểu thức $P = (\sin 4\alpha + 2\sin 2\alpha)\sin \alpha$, biết $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.	
	$P = (2\sin 2\alpha \cos 2\alpha + 2\sin 2\alpha)\sin \alpha$ $= 2\sin 2\alpha(\cos 2\alpha + 1)\sin \alpha = 4\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot 2\cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha = 8\sin^2 \alpha \cos^3 \alpha$	0.25
	$= 8(1 - \cos^2 \alpha)\cos^3 \alpha = \frac{64}{243}$	0.25
	b. Một hộp chứa chín cái thẻ được đánh số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Lấy ngẫu nhiên hai thẻ. Tìm xác suất sao cho tổng các số trên hai thẻ là số chẵn.	
	Lấy ngẫu nhiên hai thẻ trong tổng số chín thẻ là một tổ hợp chập 2 của 9, nên ta có: $n(\Omega) = C_9^2 = 36$	0.25
	Gọi A là biến cố: “Tổng các số trên hai thẻ là số chẵn”. Để lấy được tổng các số trên hai thẻ là số chẵn ta có các trường hợp sau: • TH1: Lấy hai thẻ chẵn trong 4 thẻ chẵn có $C_4^2 = 6$ cách. • TH2: Lấy hai thẻ lẻ trong 5 thẻ lẻ có $C_5^2 = 10$ cách. $\Rightarrow n(A) = 6 + 10 = 16$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$.	0.25
Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A và cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $AB = AC = SA = 2a$. Gọi I là trung điểm của BC. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SI, AC.		
		
	Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = 2a^2$	0.25
	Thể tích của khối chóp S.ABC là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{4a^3}{3}$	0.25
	Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SI và AC Gọi K là trung điểm của AB. Khi đó $IK \parallel AC$ nên $AC \parallel (SIK)$ $\Rightarrow d(SI, AC) = d(AC, (SIK)) = d(A, (SIK))$ Kẻ $AH \perp SK$ ($H \in SK$)	
		0.25

	$AC \perp SA$ và $AC \perp AB \Rightarrow AC \perp (SAB)$; $IK \parallel AC$ nên $IK \perp (SAB) \Rightarrow IK \perp AH$ Do đó $AH \perp (SIK) \Rightarrow d(A, (SIK)) = AH$	
	Ta có: $AH.SK = SA.AK \Rightarrow AH = \frac{SA.AK}{\sqrt{SA^2 + AK^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$	0.25

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông tại A , có đỉnh $B(-3;3)$, phân giác trong góc A có phương trình là $2x - y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, C , biết diện tích tam giác ABC bằng 30 và đỉnh A có hoành độ dương.

	Gọi D là điểm đối xứng của $B(-3;3)$ qua $d: 2x - y - 1 = 0$, suy ra tọa độ $D(x; y)$ thỏa mãn: $\begin{cases} 1. (x+3) + 2.(y-3) = 0 \\ 2. \frac{x-3}{2} - \frac{y+3}{2} - 1 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y - 11 = 0 \\ x + 2y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow D(5; -1)$	0.25
	Điểm A thuộc đường tròn đường kính BD nên tọa độ $A(x; y)$ thỏa mãn: $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 = 20 \end{cases} \text{ với } x > 0, \text{ suy ra } A(3; 5)$	0.25
	Phương trình đường thẳng $AD: 3x + y - 14 = 0$; $C \in AD \Rightarrow C(t; -3t + 14)$ $S_{ABC} = 30 \Leftrightarrow \frac{1}{2} AB.AC = 30 \Leftrightarrow 10t^2 - 60t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 6 \end{cases}$ $\Rightarrow C(6; -4)$ hoặc $C(0; 14)$	0.25
	Do d là phân giác trong của góc A nên $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AD}$ cùng hướng, suy ra $C(6; -4)$	0.25

Câu 9 (1,0 điểm). Giải phương trình $3x^2 - 8x + 8 = 5\sqrt{x^3 + 8}$.

	Điều kiện: $x \geq -2$ Với điều kiện trên, ta có: $3x^2 - 8x + 8 = 5\sqrt{x^3 + 8} \Leftrightarrow 3(x^2 - 2x + 4) - 2(x + 2) = 5\sqrt{(x + 2)(x^2 - 2x + 4)}$	
	Đặt $\begin{cases} u = \sqrt{x + 2}, u \geq 0 \\ v = \sqrt{x^2 - 2x + 4}, v > 0 \end{cases}$	0.25
	Phương trình đã cho trở thành $3v^2 - 2u^2 = 5uv \Leftrightarrow 2u^2 + 5uv - 3v^2 = 0$ $\Leftrightarrow (2u - v)(u + 3v) = 0 \Leftrightarrow 2u = v$ (vì $u + 3v > 0, \forall u \geq 0$ và $v > 0$)	0.25
	Với $2u = v \Leftrightarrow 2\sqrt{x + 2} = \sqrt{x^2 - 2x + 4} \Leftrightarrow 4x + 8 = x^2 - 2x + 4$ $\Leftrightarrow x^2 - 6x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \pm \sqrt{13}$ (TMĐK)	0.25
	Vậy phương trình có hai nghiệm là $x = 3 \pm \sqrt{13}$	0.25

Câu 10 (1,0 điểm). Cho hai số thực x, y thỏa mãn các điều kiện $2 \leq x \leq 3; 1 \leq y \leq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{5x}{x^2 + 5y + 11} + \frac{4y}{y^2 + 4x + 7} + \frac{1}{4(x + y - 2)}$.

	Từ giả thiết, ta có:	
--	----------------------	--

	$\begin{cases} (x-2)(x-3)=x^2-5x+6\leq 0 \\ (y-1)(y-3)=y^2-4y+3\leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2\leq 5x-6 \\ y^2\leq 4y-3 \end{cases}$ Từ đó suy ra: $P \geq \frac{5x}{5x+5y+5} + \frac{4y}{4y+4x+4} + \frac{1}{4(x+y-2)} = \frac{x+y}{x+y+1} + \frac{1}{4(x+y-2)}$	0.25
	Đặt $t = x + y$, suy ra $3 \leq t \leq 6$. Xét hàm số $f(t) = \frac{t}{t+1} + \frac{1}{4(t-2)}$ với $3 \leq t \leq 6$ $f'(t) = \frac{1}{(t+1)^2} - \frac{1}{4(t-2)^2} = \frac{(t-1)(t-5)}{4(t+1)^2(t-2)^2}.$ Suy ra $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 5$	0.25
	Mà $f(3) = 1; f(6) = \frac{103}{112}; f(5) = \frac{11}{12}$ nên $f(t) \geq f(5) = \frac{11}{12}$. Do đó $P \geq \frac{11}{12}$.	0.25
	Vậy $\min P = \frac{11}{12}$ khi $x = 3; y = 2$ hoặc $x = 2; y = 3$	0.25