

Họ và tên thí sinh : Số báo danh :

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

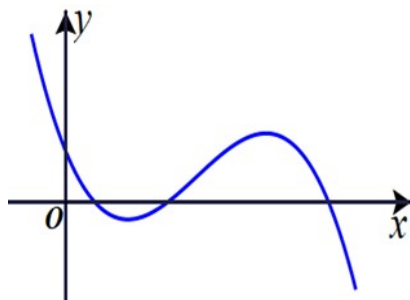
Câu 1. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_2 \frac{x}{8} + \log_2 (x - 24) \leq 4 + \log_2 5$?

- A. 16. B. 39. C. 17. D. 37.

Câu 2. Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh $OA; OB; OC$ đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Góc tạo bởi $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

- A. 60° . B. 120° . C. 135° . D. 45° .

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$. B. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
C. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$. D. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Câu 4. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập thành từ các số tự nhiên từ 1 đến 9. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập X . Xác suất để số được chọn có tích các chữ số hoặc là số chính phương, hoặc là số lẻ là

- A. $\frac{4}{21}$. B. $\frac{5}{28}$. C. $\frac{5}{14}$. D. $\frac{5}{42}$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $x \cdot f'(x) \cdot \ln x + f(x) = 2x^2$, $\forall x \in (1; +\infty)$ và $f(e) = e^2$. Tính tích phân

$$I = \int_e^{e^2} \frac{x}{f(x)} dx ?$$

- A. $I = \frac{3}{2}$. B. $I = \frac{1}{2}$. C. $I = 2$. D. $I = \frac{5}{3}$.

Câu 6. Cho ba số thực dương x, y, z lập thành một cấp số cộng có tổng bằng 21. Nếu lần lượt cộng thêm 2, 3 và 9 vào ba số hạng đó thì ta được ba số hạng mới theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của biểu thức $P = x^2 + y^2 + z^2$ bằng

- A. 147. B. 179. C. 159. D. 201.

Câu 7. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 + 2x + 2}$. Số đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , tâm O . Hình chiếu vuông góc của điểm S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của đoạn thẳng AO . Biết mặt phẳng (SCD) tạo với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $\frac{3}{4}a^3$. D. $\frac{9\sqrt{3}}{4}a^3$.

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. C. $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0), B(15;0;0), D(0;15;0), A'(0;0;15)$. Số điểm M có tọa độ nguyên thuộc miền trong của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ thỏa mãn

$$V_{M.ABCD} = 4V_{M.A'B'C'D'} \text{ và } V_{M.ABB'A'} = \frac{1}{4}V_{M.CDD'C'}$$

- A. 9. B. 3. C. 14. D. 7.

Câu 11. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

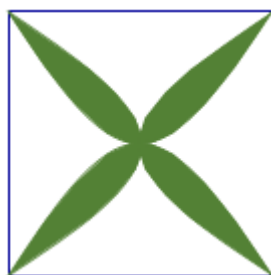
Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	-3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 13. Một đám đất trong công viên hình vuông có cạnh $4m$. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm đám đất để tạo ra hình bông hoa gồm bốn cánh (được tô màu như hình vẽ bên) với mục đích để trồng cỏ trang trí cho công viên. Hỏi diện tích phần đất có dạng hình bông hoa là bao nhiêu mét vuông?



- A. $\frac{16}{3}$. B. 8. C. $\frac{4}{3}$. D. 15.

Câu 14. Biết $\int_1^3 f(x)dx = 3$ và $\int_1^3 g(x)dx = -5$. Giá trị $\int_1^3 [2f(x) + g(x)]dx$ bằng

- A. 11. B. 5. C. 1. D. -4.

Câu 15. Đoàn trường THPT Việt Yên số 1 tổ chức giao lưu bóng chuyền học sinh giữa các lớp nhân dịp kỷ niệm 60 năm thành lập trường. Sau quá trình đăng kí có 10 đội tham gia thi đấu từ 10 lớp, trong đó có lớp 10A1 và 10A2. Các đội chia làm hai bảng, kí hiệu là bảng A và bảng B, mỗi bảng 5 đội. Việc chia bảng được thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Tính xác suất để 2 đội 10A1 và 10A2 thuộc hai bảng đấu khác nhau.

A. $\frac{10}{9}$.

B. $\frac{9}{10}$.

C. $\frac{5}{18}$.

D. $\frac{5}{9}$.

Câu 16. Cho các số thực dương $a; b; c$ khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 3$, $\log_b(ca) = 6$. Giá trị của $\log_c(ab)$ bằng

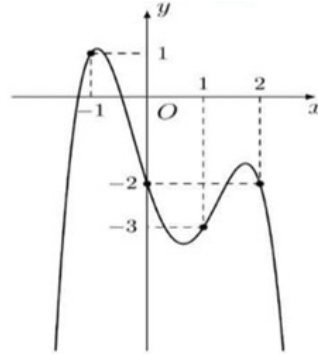
A. $\frac{8}{17}$.

B. $\frac{7}{6}$.

C. $\frac{8}{7}$.

D. $\frac{11}{17}$.

Câu 17. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = [f(x)]^2$ là



A. 2.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Câu 18. Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18000. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất.



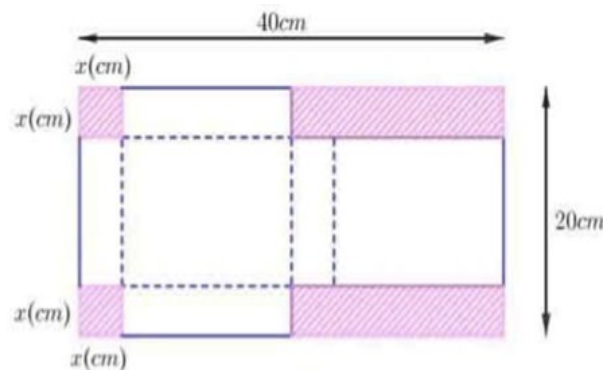
A. 39000 đồng.

B. 40000 đồng.

C. 43000 đồng.

D. 42000 đồng.

Câu 19. Để làm một cái hộp đựng quà tặng bạn nhân dịp sinh nhật. Từ một tấm bìa hình chữ nhật với kích thước $40\text{ cm} \times 20\text{ cm}$, bạn Mai cắt bỏ hai hình vuông có cạnh là $x(\text{ cm})$ và hai hình chữ nhật rồi gấp theo đường nét đứt và dán các mép để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật. Biết phần không gian của hộp đựng được nhiều quà nhất. Khi đó giá trị $x(\text{ cm})$ thuộc khoảng nào?



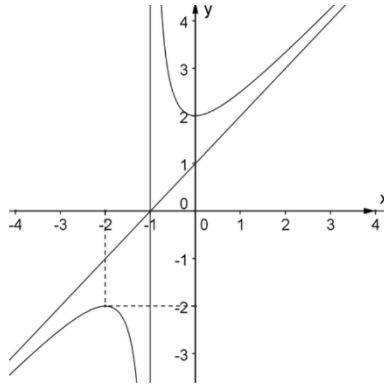
A. $(4;5)$.

B. $(2;3)$.

C. $(3;4)$.

D. $(1;1,5)$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình vẽ.



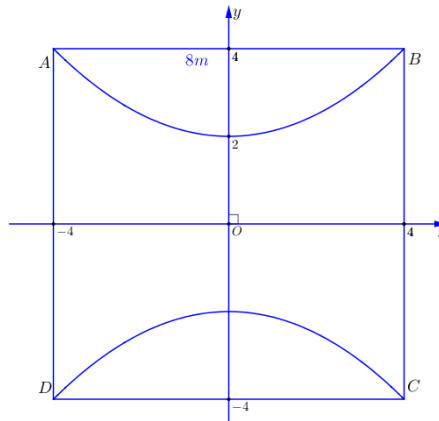
Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận xiên là $y = x + 1$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.
- C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x = -1$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 8. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một người nông dân có một mảnh đất hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $8m$. Ông ta định chia mảnh đất thành ba phần, bởi các parabol đi qua các đỉnh của hình vuông như hình vẽ, biết rằng đỉnh của parabol cách cạnh hình vuông $2m$. Ông dự định trồng hoa trên phần diện tích giới hạn bởi các parabol và các cạnh AB, DC của hình vuông, trồng cỏ trên phần diện tích còn lại.

Chọn hệ trục Oxy sao cho $A(-4; 4)$, $B(4; 4)$, $C(4; -4)$, $D(-4; -4)$.



a) Tỷ số diện tích đất trồng hoa và trồng cỏ bằng $\frac{11}{37}$.

b) Nếu chi phí mua cây giống hoa là 100.000 đồng/m², cỏ là 70.000 đồng/m² thì chi phí mua cây giống cho cả khu vườn là 4900000 đồng.

c) Phương trình của hai parabol là $y = \frac{x^2}{8} + 2$ và $y = -\frac{x^2}{8} - 2$.

d) Diện tích đất trồng hoa bằng $\frac{44}{3}m^2$.

Câu 2. Giả sử số lượng tế bào của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bởi hàm số $P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$, trong đó t là thời gian được tính bằng giờ. Đạo hàm của hàm số $y = P(t)$ biểu thị tốc độ sinh trưởng của quần thể nấm men tại thời điểm t . Biết rằng tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể nấm men có 20 tế bào và tốc độ sinh trưởng là 10 tế bào/giờ.

a) $P(0) = 20$ và $P'(0) = 10$.

b) Tốc độ sinh trưởng của quần thể nấm men đạt tối đa là 12 tế bào/giờ.

c) $3a + 40b = 160$.

d) Quần thể nấm men có 30 tế bào tại thời điểm tốc độ sinh trưởng đạt mức tối đa.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{x^2-2x+6}$ có đồ thị (C) . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

b) Với $m = \frac{3}{8}$ thì đường thẳng Δ đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $d: (2m+3)x + my + 2 = 0$.

c) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -4$.

d) Có 2027 giá trị nguyên của tham số $m \in [-2; 2028]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $h(x) = f(\cos x - \sqrt{3} \sin x + 1) + m^2$ lớn hơn 5.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0), B(3;0;0), D(0;3;0), A'(0;0;3)$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên hai cạnh BD, AD' sao cho $AN = DM$, P là trung điểm của $B'C'$, K là điểm thuộc mặt phẳng (Oxz) . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Trọng tâm tam giác PCD có tọa độ là $\left(2; \frac{5}{2}; 1\right)$.

b) Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|\overrightarrow{KP} + 2\overrightarrow{KC} - \overrightarrow{KD}|$ là $\frac{5}{2}$.

c) Độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng $\sqrt{2}$.

d) Góc giữa hai đường thẳng AP và BC' bằng 60° .

Câu 5. Cho hai biểu thức $f(x) = 3^x - 9$ và $g(x) = \log_2 x + a - 2$, với a là tham số.

a) Số giá trị nguyên của a để phương trình $g(x) = 3$ có nghiệm thuộc $[1; 8]$ là 4.

b) Số nghiệm của phương trình $2g(x) = \log_2 (2x-1)^2 + 2a - 4$ là 2.

c) Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) > 2 \cdot 3^{x-1}$ là $(2; +\infty)$.

d) Có 19 giá trị nguyên của a thuộc $(-20; 20)$ để có ít nhất 1 giá trị x nguyên và có tối đa 5 giá trị x nguyên thỏa mãn $f(x) \cdot g(x) < 0$.

Câu 6. Một nhóm học sinh gồm 10 em trong đó có 2 học sinh lớp 12A1, 3 học sinh lớp 12A2 và 5 học sinh lớp 12A3. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

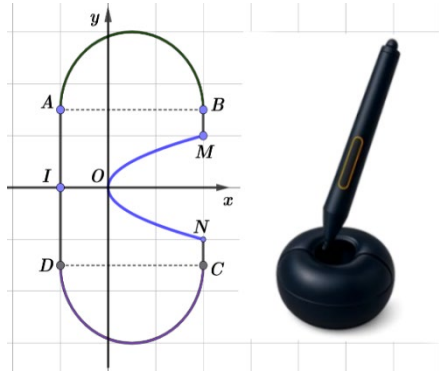
a) Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Số cách chọn được mỗi học sinh ở một lớp khác nhau là 30.

b) Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh đó thành một hàng ngang. Số cách xếp để **không** có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau là 63360.

c) Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh đó thành một hàng ngang. Số cách xếp để 2 học sinh lớp 12A1 luôn đứng cạnh nhau là 80640.

d) Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Số cách chọn được 3 học sinh ở cùng một lớp là 11.

Câu 7. Bút viết của một bảng vẽ điện tử được để trong một chiếc giá là một khối tròn xoay có mặt cắt qua trục là một hình phẳng có hình dạng và các kích thước gắn với hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ dưới đây:



Biết biên của mặt cắt gồm hai nửa đường tròn đường kính AB , CD và một cung của parabol đỉnh O , nhận Ox là trục đối xứng; cho $AB = CD = 3\text{cm}$, $OI = 1\text{cm}$, $AD = 3\text{cm}$, $MN = 2\text{cm}$, đơn vị trên hệ trục là 1 cm .

a) Thể tích của toàn bộ giá để bút (làm tròn tới hàng phần chục) bằng $65,4\text{cm}^3$.

b) Thể tích phần lõm của giá để bút bằng $\pi\text{ cm}^2$.

c) Diện tích mặt cắt (làm tròn tới hàng đơn vị) là 13 cm^2 .

d) Phương trình của parabol là $y^2 = x$.

Câu 8. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều, $AB = a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$.

a) Tích vô hướng $\overrightarrow{B'M} \cdot \overrightarrow{A'C'}$ bằng $\frac{a^2}{4}$.

b) Lấy điểm M là trung điểm của cạnh AB . Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(B'MC)$ là $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

c) Cosin của số đo góc nhị diện $[C, A'B', B]$ bằng $\frac{2\sqrt{22}}{11}$.

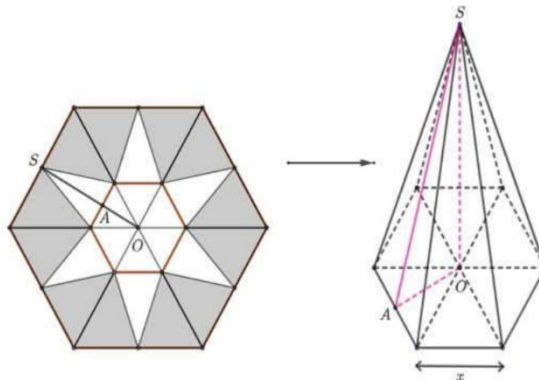
d) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

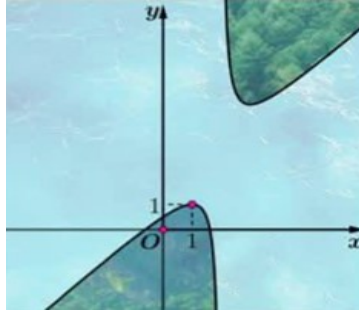
Câu 1. Xét các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{3} < b < a < 1$. Khi biểu thức $P = \log_a \left(\frac{3b-1}{4} \right) + 12 \log_b^2 a - 3$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $a^3 + 7b + 4$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;2)$, $B(2;-6;0)$, $C(-4;4;4)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho MB vuông góc với MC . Độ dài đoạn thẳng AM lớn nhất bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Câu 3. Từ một tấm bìa lục giác đều cạnh 20 cm bạn Hoa muốn làm một hình chóp lục giác đều bằng cách cắt bỏ phần tô đậm và dán các mép lại với nhau. Để thể tích hình chóp lục giác đều tạo thành lớn nhất thì phần diện tích bạn Hoa cắt đi là bao nhiêu cm^2 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Câu 4. Hình dáng phần đất liền của hai xã thuộc tỉnh Quảng Ninh được mô hình hoá bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + ax + b}{x - 2}$; biết đồ thị có một điểm cực trị là $(1; 1)$, với hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét. Để thuận tiện cho giao thông hai xã, lãnh đạo tỉnh đã phê duyệt dự án xây một chiếc cầu nối phần đất liền của hai xã này. Nhằm tiết kiệm chi phí cho công trình, người kỹ sư trưởng thiết kế có nhiệm vụ nghiên cứu để chọn được vị trí A, B trên phần đất liền hai xã sao cho độ dài chiếc cầu là ngắn nhất có thể.



Hỏi độ dài ngắn nhất của chiếc cầu đó là bao nhiêu mét (*làm tròn kết quả đến hàng phần chục*)?

Câu 5. Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Gọi S là tập các số tự nhiên có 5 chữ số được lập từ A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Xác suất sao cho số được chọn có tích các chữ số bằng 2520 có dạng $\frac{a}{b}$ (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}^*$). Tính $a + b$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và dương trên $(0; +\infty)$, thỏa mãn $3xf'(x) = x^2 f''(x) + 2f^2(x), \forall x > 0$ và $f(1) = \frac{1}{2}$. Tính giá trị $f(2)$.

---HẾT---

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh : Số báo danh :

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

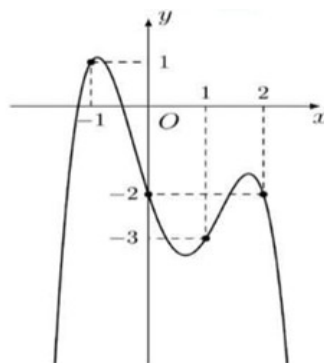
Câu 1. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập thành từ các số tự nhiên từ 1 đến 9. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập X . Xác suất để số được chọn có tích các chữ số hoặc là số chính phương, hoặc là số lẻ là

- A. $\frac{5}{42}$. B. $\frac{5}{14}$. C. $\frac{5}{28}$. D. $\frac{4}{21}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 + 2x + 2}$. Số đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 3. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = [f(x)]^2$ là



- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0), B(15;0;0), D(0;15;0), A'(0;0;15)$. Số điểm M có tọa độ nguyên thuộc miền trong của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ thỏa mãn $V_{M.ABCD} = 4V_{M.A'B'C'D'}$ và $V_{M.ABB'A'} = \frac{1}{4}V_{M.CDD'C'}$ là

- A. 3. B. 9. C. 7. D. 14.

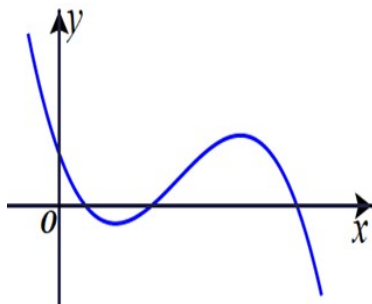
Câu 5. Cho ba số thực dương x, y, z lập thành một cấp số cộng có tổng bằng 21. Nếu lần lượt cộng thêm 2, 3 và 9 vào ba số hạng đó thì ta được ba số hạng mới theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của biểu thức $P = x^2 + y^2 + z^2$ bằng

- A. 179. B. 159. C. 147. D. 201.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $x.f'(x). \ln x + f(x) = 2x^2, \forall x \in (1; +\infty)$ và $f(e) = e^2$. Tính tích phân $I = \int_e^{e^2} \frac{x}{f(x)} dx$?

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = \frac{5}{3}$. C. $I = 2$. D. $I = \frac{3}{2}$.

Câu 7. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Câu 8. Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18000. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất.



A. 40000 đồng.

B. 43000 đồng.

C. 39000 đồng.

D. 42000 đồng.

Câu 9. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$ và $\int_1^3 g(x) dx = -5$. Giá trị $\int_1^3 [2f(x) + g(x)] dx$ bằng

A. -4.

B. 5.

C. 11.

D. 1.

Câu 10. Đoàn trường THPT Việt Yên số 1 tổ chức giao lưu bóng chuyền học sinh giữa các lớp nhân dịp kỷ niệm 60 năm thành lập trường. Sau quá trình đăng kí có 10 đội tham gia thi đấu từ 10 lớp, trong đó có lớp 10A1 và 10A2. Các đội chia làm hai bảng, kí hiệu là bảng A và bảng B, mỗi bảng 5 đội. Việc chia bảng được thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Tính xác suất để 2 đội 10A1 và 10A2 thuộc hai bảng đấu khác nhau.

A. $\frac{5}{18}$.

B. $\frac{9}{10}$.

C. $\frac{10}{9}$.

D. $\frac{5}{9}$.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

Câu 12. Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh $OA; OB; OC$ đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Góc tạo bởi $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

A. 135° .

B. 120° .

C. 60° .

D. 45° .

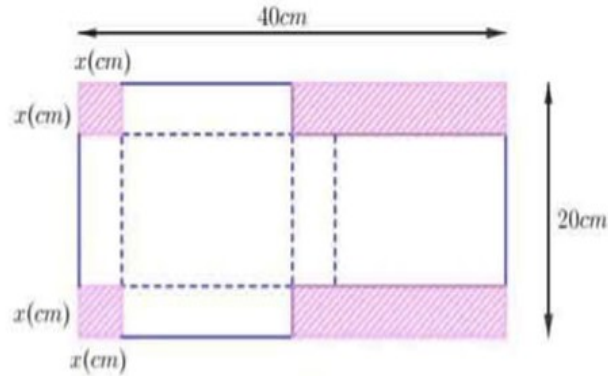
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	-3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 14. Để làm một cái hộp đựng quà tặng bạn nhân dịp sinh nhật. Từ một tấm bìa hình chữ nhật với kích thước $40\text{ cm} \times 20\text{ cm}$, bạn Mai cắt bỏ hai hình vuông có cạnh là $x(\text{ cm})$ và hai hình chữ nhật rồi gấp theo đường nét đứt và dán các mép để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật. Biết phần không gian của hộp đựng được nhiều quà nhất. Khi đó giá trị $x(\text{ cm})$ thuộc khoảng nào?

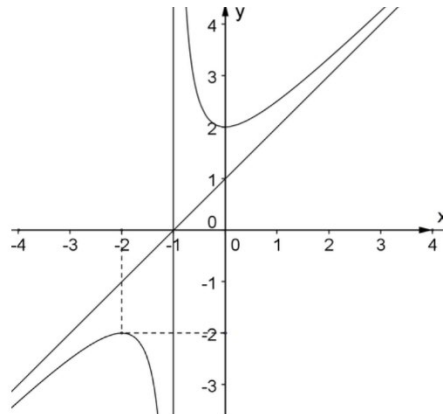


- A. $(1; 5)$. B. $(4; 5)$. C. $(2; 3)$. D. $(3; 4)$.

Câu 15. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_2 \frac{x}{8} + \log_2 (x - 24) \leq 4 + \log_2 5$?

- A. 16. B. 17. C. 37. D. 39.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình vẽ.



Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.
 B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận xiên là $y = x + 1$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.
 D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

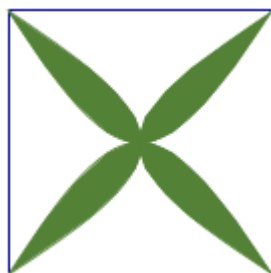
Câu 17. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , tâm O . Hình chiếu vuông góc của điểm S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của đoạn thẳng AO . Biết mặt phẳng (SCD) tạo với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. B. $\frac{9\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. D. $\frac{3}{4}a^3$.

Câu 19. Một đám đất trong công viên hình vuông có cạnh $4m$. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm đám đất để tạo ra hình bông hoa gồm bốn cánh (được tô màu như hình vẽ bên) với mục đích để trồng cỏ trang trí cho công viên. Hỏi diện tích phần đất có dạng hình bông hoa là bao nhiêu mét vuông?



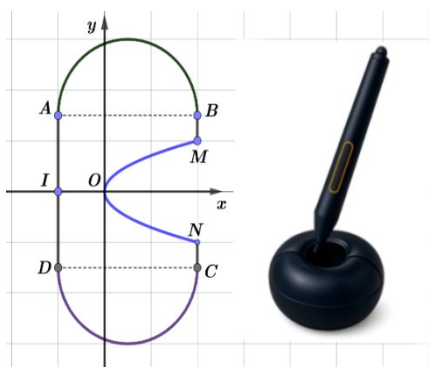
- A. 8. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{16}{3}$. D. 15.

Câu 20. Cho các số thực dương $a; b; c$ khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 3$, $\log_b(ca) = 6$. Giá trị của $\log_c(ab)$ bằng

- A. $\frac{8}{7}$. B. $\frac{8}{17}$. C. $\frac{11}{17}$. D. $\frac{7}{6}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 8. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Bút viết của một bảng vẽ điện tử được để trong một chiếc giá là một khối tròn xoay có mặt cắt qua trục là một hình phẳng có hình dạng và các kích thước gắn với hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ dưới đây:



Biết biên của mặt cắt gồm hai nửa đường tròn đường kính AB , CD và một cung của parabol đỉnh O , nhận Ox là trục đối xứng; cho $AB = CD = 3\text{cm}$, $OI = 1\text{cm}$, $AD = 3\text{cm}$, $MN = 2\text{cm}$, đơn vị trên hệ trục là 1 cm.

- a) Phương trình của parabol là $y^2 = x$.
b) Diện tích mặt cắt (làm tròn tới hàng đơn vị) là 13cm^2 .
c) Thể tích của toàn bộ giá để bút (làm tròn tới hàng phần chục) bằng $65,4\text{cm}^3$.
d) Thể tích phần lõm của giá để bút bằng πcm^2 .

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{x^2-2x+6}$ có đồ thị (C) . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.
b) Có 2027 giá trị nguyên của tham số $m \in [-2; 2028]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $h(x) = f(\cos x - \sqrt{3} \sin x + 1) + m^2$ lớn hơn 5.
c) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -4$.
d) Với $m = \frac{3}{8}$ thì đường thẳng Δ đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $d: (2m+3)x + my + 2 = 0$.

Câu 3. Cho hai biểu thức $f(x) = 3^x - 9$ và $g(x) = \log_2 x + a - 2$, với a là tham số.

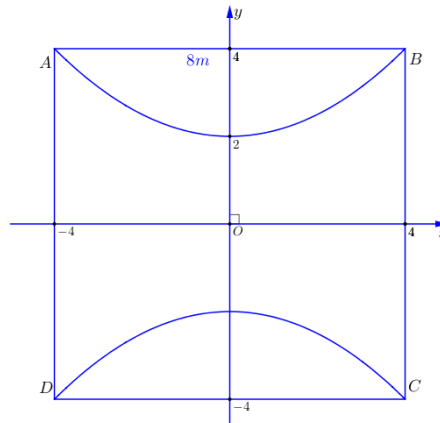
- a) Số nghiệm của phương trình $2g(x) = \log_2 (2x-1)^2 + 2a - 4$ là 2.
- b) Số giá trị nguyên của a để phương trình $g(x) = 3$ có nghiệm thuộc $[1; 8]$ là 4.
- c) Có 19 giá trị nguyên của a thuộc $(-20; 20)$ để có ít nhất 1 giá trị x nguyên và có tối đa 5 giá trị x nguyên thỏa mãn $f(x).g(x) < 0$.
- d) Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) > 2.3^{x-1}$ là $(2; +\infty)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0), B(3;0;0), D(0;3;0), A'(0;0;3)$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên hai cạnh BD, AD' sao cho $AN = DM$, P là trung điểm của $B'C'$, K là điểm thuộc mặt phẳng (Oxz) . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng $\sqrt{2}$.
- b) Góc giữa hai đường thẳng AP và BC' bằng 60° .
- c) Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|\overrightarrow{KP} + 2\overrightarrow{KC} - \overrightarrow{KD}|$ là $\frac{5}{2}$.
- d) Trọng tâm tam giác PCD có tọa độ là $\left(2; \frac{5}{2}; 1\right)$.

Câu 5. Một người nông dân có một mảnh đất hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $8m$. Ông ta định chia mảnh đất thành ba phần, bởi các parabol đi qua các đỉnh của hình vuông như hình vẽ, biết rằng đỉnh của parabol cách cạnh hình vuông $2m$. Ông dự định trồng hoa trên phần diện tích giới hạn bởi các parabol và các cạnh AB, DC của hình vuông, trồng cỏ trên phần diện tích còn lại.

Chọn hệ trục Oxy sao cho $A(-4;4), B(4;4), C(4;-4), D(-4;-4)$.



- a) Phương trình của hai parabol là $y = \frac{x^2}{8} + 2$ và $y = -\frac{x^2}{8} - 2$.
- b) Diện tích đất trồng hoa bằng $\frac{44}{3}m^2$.
- c) Tỷ số diện tích đất trồng hoa và trồng cỏ bằng $\frac{11}{37}$.

d) Nếu chi phí mua cây giống hoa là 100.000 đồng/m², cỏ là 70.000 đồng/m² thì chi phí mua cây giống cho cả khu vườn là 4900000 đồng.

Câu 6. Giả sử số lượng tế bào của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bởi hàm số $P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$, trong đó t là thời gian được tính bằng giờ. Đạo hàm của hàm

số $y = P(t)$ biểu thị tốc độ sinh trưởng của quần thể nấm men tại thời điểm t . Biết rằng tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể nấm men có 20 tế bào và tốc độ sinh trưởng là 10 tế bào/giờ.

- a) Tốc độ sinh trưởng của quần thể nấm men đạt tối đa là 12 tế bào/giờ.
- b) $3a + 40b = 160$.
- c) Quần thể nấm men có 30 tế bào tại thời điểm tốc độ sinh trưởng đạt mức tối đa.
- d) $P(0) = 20$ và $P'(0) = 10$.

Câu 7. Một nhóm học sinh gồm 10 em trong đó có 2 học sinh lớp 12A1, 3 học sinh lớp 12A2 và 5 học sinh lớp 12A3. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh đó thành một hàng ngang. Số cách xếp để **không** có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau là 63360.
- b) Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh đó thành một hàng ngang. Số cách xếp để 2 học sinh lớp 12A1 luôn đứng cạnh nhau là 80640.
- c) Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Số cách chọn được mỗi học sinh ở một lớp khác nhau là 30.
- d) Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Số cách chọn được 3 học sinh ở cùng một lớp là 11.

Câu 8. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều, $AB = a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$.

- a) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.
- b) Cosin của số đo góc nhị diện $[C, A'B', B]$ bằng $\frac{2\sqrt{22}}{11}$.
- c) Lấy điểm M là trung điểm của cạnh AB . Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(B'MC)$ là $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.
- d) Tích vô hướng $\overrightarrow{B'M} \cdot \overrightarrow{A'C'}$ bằng $\frac{a^2}{4}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

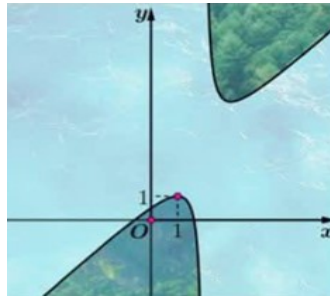
Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 4; 2)$, $B(2; -6; 0)$, $C(-4; 4; 4)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho MB vuông góc với MC . Độ dài đoạn thẳng AM lớn nhất bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và dương trên $(0; +\infty)$, thỏa mãn $3xf'(x) = x^2 f''(x) + 2f^2(x)$, $\forall x > 0$ và $f(1) = \frac{1}{2}$. Tính giá trị $f(2)$.

Câu 3. Xét các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{3} < b < a < 1$. Khi biểu thức $P = \log_a \left(\frac{3b-1}{4} \right) + 12 \log_{\frac{a}{b}}^2 a - 3$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $a^3 + 7b + 4$ bằng bao nhiêu?

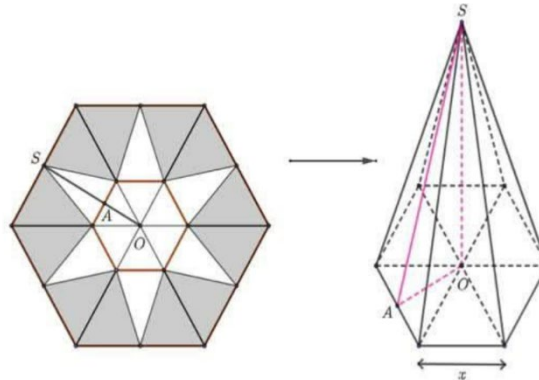
Câu 4. Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Gọi S là tập các số tự nhiên có 5 chữ số được lập từ A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Xác suất sao cho số được chọn có tích các chữ số bằng 2520 có dạng $\frac{a}{b}$ (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}^*$). Tính $a + b$.

Câu 5. Hình dáng phần đất liền của hai xã thuộc tỉnh Quảng Ninh được mô hình hoá bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + ax + b}{x - 2}$; biết đồ thị có một điểm cực trị là $(1; 1)$, với hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét. Để thuận tiện cho giao thông hai xã, lãnh đạo tỉnh đã phê duyệt dự án xây một chiếc cầu nối phần đất liền của hai xã này. Nhằm tiết kiệm chi phí cho công trình, người kỹ sư trưởng thiết kế có nhiệm vụ nghiên cứu để chọn được vị trí A, B trên phần đất liền hai xã sao cho độ dài chiếc cầu là ngắn nhất có thể.



Hỏi độ dài ngắn nhất của chiếc cầu đó là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Câu 6. Từ một tấm bìa lục giác đều cạnh 20 cm bạn Hoa muốn làm một hình chóp lục giác đều bằng cách cắt bỏ phần tô đậm và dán các mép lại với nhau. Để thể tích hình chóp lục giác đều tạo thành lớn nhất thì phần diện tích bạn Hoa cắt đi là bao nhiêu cm^2 (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



---HẾT---

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN ĐỀ KHẢO SÁT HSG LẦN 1 (14/10/26)

Câu hỏi	Mã đề thi	
	0001	0002
1	A	D
2	B	C
3	D	C
4	A	D
5	A	A
6	B	D
7	B	A
8	B	C
9	A	D
10	C	D
11	B	A
12	C	B
13	A	C
14	C	B
15	D	A
16	D	C
17	D	D
18	A	C
19	A	C
20	D	C
1	SSĐS	SĐSĐ
2	ĐSSĐ	ĐSSĐ
3	ĐĐSS	ĐSĐS
4	ĐSSS	SSSĐ
5	SĐSĐ	ĐSSS
6	ĐSSĐ	SSĐĐ
7	SĐĐS	SSĐĐ
8	SĐĐS	SĐĐS
1	8	11,4
2	11,4	1,6
3	624	8
4	43,9	2063
5	2063	43,9
6	1,6	624

Xem thêm: ĐỀ THI HSG TOÁN 12
<https://toanmath.com/de-thi-hsg-toan-12>