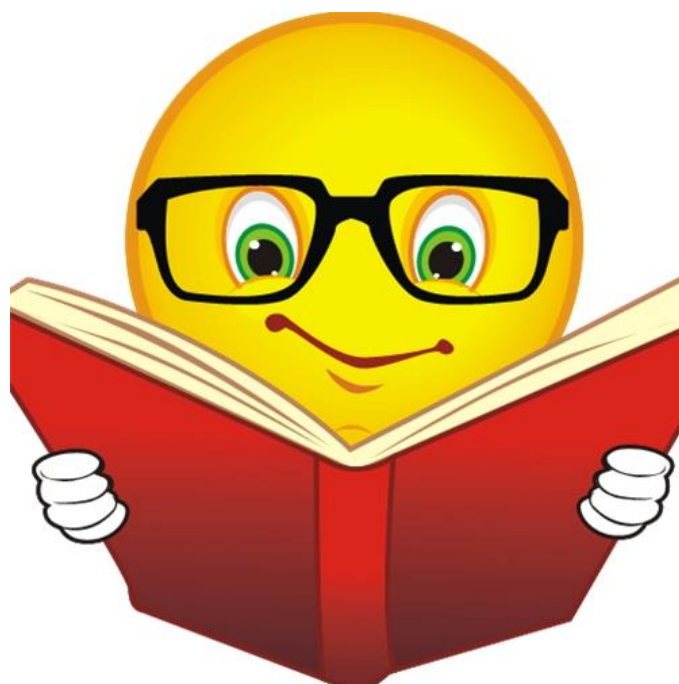


ToanMath.Com

**TUYỂN TẬP 10 ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
CÁC TRƯỜNG CHUYÊN TRÊN TOÀN QUỐC**

Tổng hợp bởi: **Nguyễn Thanh Tùng**

Website: www.toanmath.com



Huế ngày 19 tháng 04 năm 2016

THOẠI NGỌC HẦU

Môn thi: TOÁN

ĐỀ THI thử CHÍNH THỨC (gồm 01 trang)

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$.

Câu 2 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (H): $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại $M(x_0; y_0) \in (H)$ có $y_0 = 5$.

Câu 3 (1,0 điểm). a) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z - 1 = 3\bar{z} + i - 1 - i + 2$. Tính môđun của z .

b) Giải bất phương trình $\log^2 x - 5\log x + 6 \geq 0$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^4 x(4-x)^3 dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(1;0;0)$, $N(0;2;0)$ và $P(0;0;3)$.
Viết phương trình mặt phẳng (MNP) và viết phương trình mặt cầu tâm O tiếp xúc với (MNP).

Câu 6 (1,0 điểm). a) Giải phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$.

b) Trong đợt ứng phó dịch Zika, WHO chọn 3 nhóm bác sĩ đi công tác (mỗi nhóm 2 bác sĩ gồm 1 nam và 1 nữ). Biết rằng WHO có 8 bác sĩ nam và 6 bác sĩ nữ thích hợp trong đợt công tác này. Hãy cho biết WHO có bao nhiêu cách chọn?

Câu 7 (1,0 điểm). Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và mặt bên $BB'C'C$ là hình vuông. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' , BC' .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường tròn có phương trình $C_1: x^2 + y^2 = 1$ và $C_2: x^2 + y^2 = 4$. Hãy viết các phương trình tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2).

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 2} = 3^{y-1} + 1 - x \\ \sqrt{y^2 - 2y + 2} = 3^{x-1} + 1 - y \end{cases}$$
 trên tập số thực.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu

thức
$$P = \left(\frac{a + 2\sqrt{ab} + c}{a+1} \right)^2 + \left(\frac{b + 2\sqrt{bc} + a}{b+1} \right)^2 + \left(\frac{c + 2\sqrt{ca} + b}{c+1} \right)^2.$$

-----Hết-----

THOẠI NGỌC HẦU

Môn thi: TOÁN

ĐỀ THI thử CHÍNH THỨC

ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM (gồm 05 trang)

Câu	Đáp án (trang 01)	Điểm																		
1 (1,0đ)	+Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ +Sự biến thiên: $y' = 4x^3 - 8x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3 \\ x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow y = -1 \end{cases}$	0,25																		
	.Các khoảng đồng biến: $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$; các khoảng nghịch biến: $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$.Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CD} = 3$; đạt cực tiểu tại $x = \pm\sqrt{2}$, $y_{CT} = -1$.Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 - 4x^2 + 3) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - 4x^2 + 3) = +\infty$	0,25																		
	+Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\sqrt{2}$</td><td>0</td><td>$\sqrt{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>3</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table> 	x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$	y'		0	0	0		y	$+\infty$		3		$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$														
	y'		0	0	0															
y	$+\infty$		3		$+\infty$															
+Đồ thị: 	0,25																			
2 (1,0đ)	+ $M_o(x_o; y_o) \in (H): y = \frac{2x + 1}{x - 1}; y_o = 5 \Leftrightarrow \frac{2x_o + 1}{x_o - 1} = 5 \Leftrightarrow 2x_o + 1 = 5x_o - 5 \Leftrightarrow x_o = 2$	0,25																		
	+ $y' = \frac{-3}{x - 1}^2 \Rightarrow y'(x_o) = y' 2 = \frac{-3}{(2 - 1)^2} = -3$	0,25																		
	+Phương trình tiếp tuyến tại $M_o(x_o; y_o)$ có dạng $y - y_o = y'(x_o) \cdot (x - x_o)$	0,25																		
	+Phương trình tiếp tuyến cần tìm: $y - 5 = -3(x - 2) \Leftrightarrow y = -3x + 11$	0,25																		

Câu	Đáp án (trang 02)	Điểm
3 (1,0đ)	a) + Đặt $z = a + bi$ $a, b \in \mathbb{R}$; điều kiện đã cho $\Leftrightarrow a - 1 + 1 - 5b i = 0 \Leftrightarrow a = 1; b = \frac{1}{5}$	0,25
	+ Vậy môđun của z là $ z = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{25}} = \frac{\sqrt{26}}{5}$	0,25
	b) Giải bất phương trình $\log^2 x - 5\log x + 6 \geq 0$ (1). +Điều kiện xác định: $x > 0$. +Khi đó (1) $\Leftrightarrow \log x \leq 2 \vee \log x \geq 3 \Leftrightarrow x \leq 100 \vee x \geq 1000$	0,25
	+So với điều kiện ta có tập nghiệm của (1) là $S = (0; 100] \cup [1000; +\infty)$	0,25
4 (1,0đ)	+ Đặt $t = 4 - x \Rightarrow dt = -dx$ + Đổi cận: $\begin{cases} x = 4 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4 \end{cases}$	0,25
	+ Suy ra: $I = - \int_4^0 4 - t \ t^3 dt = \int_0^4 4t^3 - t^4 dt$	0,25
	$= \left(t^4 - \frac{t^5}{5} \right) \Big _0^4$	0,25
	$= \frac{256}{5}$. (CÁCH 2: $I = \int_0^4 x(4-x)^3 dx = \int_0^4 x(4^3 - 3.4^2 x + 3.4x^2 - x^3) dx = \dots$)	0,25
5 (1,0đ)	+ Phương trình mp(MNP): $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$	0,25
	$\Leftrightarrow (MNP): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$	0,25
	+Gọi (S) là mặt cầu tâm O bán kính R, (S) tiếp xúc (MNP) $\Leftrightarrow R = d(O, (MNP)) = \frac{6}{7}$	0,25
	Vậy (S): $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{36}{49}$	0,25
6 (1,0đ)	a) $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{6}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{2\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$	0,25
	b) +Số cách chọn bác sĩ nam là $C_8^3 = 56$; +Số cách chọn bác sĩ nữ là $C_6^3 = 20$	0,25
	+Với 3 nam và 3 nữ được chọn, ghép nhóm có 3! cách. +Vậy có $56.20.3! = 6720$ cách. C2: +Chọn tổ hợp 3 nam có C_8^3 ; chọn chính hợp 3 nữ có A_6^3 . + Ghép cặp có $C_8^3 \cdot A_6^3 = 6720$. C3: +Chọn tổ hợp 3 nữ có C_6^3 ; chọn chính hợp 3 nam có A_8^3 . + Ghép cặp có $C_6^3 \cdot A_8^3 = 6720$.	0,25

Câu	Đáp án (trang 03)	Điểm
7 (1,0đ)	+Do lăng trụ đã cho là lăng trụ đứng nên BB' là đường cao của lăng trụ +Vì $BB'C'C$ là hình vuông nên $BB' = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$	0,25
	+Do đó $V_{ABC.A'B'C'} = BB' . S_{\Delta ABC} = 2a . \frac{1}{2} AB . AC = a . a . a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$	0,25
	+Vì $AA' \parallel BB'C'C$ nên $d(A, BB'C'C) = d(A, AA')$ +Trong ΔABC, hạ $AH \perp BC$ (1); +Vì $BB' \perp ABC$ nên $AH \perp BB'$ (2) +Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp BB'C'C \Rightarrow d(A, BB'C'C) = AH$	0,25
	+Xét tam giác ABC ta có $AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a \cdot a \cdot \sqrt{3}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $d(A, BB'C'C) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	0,25
8 (1,0đ)	+ C_1 có tâm $I_1(-1; 0)$, bán kính $R_1 = 1$; C_2 có tâm $I_2(1; 1)$, bán kính $R_2 = 2$ Vì $I_1I_2 = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} < 3$ nên C_1 cắt C_2. (Suy ra C_1 và C_2 có hai tiếp tuyến chung)	0,25
	+Xét đường thẳng $\Delta: y + 1 = 0$, ta có: $d(I_1, \Delta) = 1 = R_1$ & $d(I_2, \Delta) = 2 = R_2$ Suy ra $\Delta: y + 1 = 0$ là một tiếp tuyến chung của C_1 và C_2.	0,25

	Đáp án (trang 04)	Điểm
	+Tiếp tuyến chung còn lại là đường thẳng đối xứng với Δ qua I_1I_2 Phương trình $I_1I_2 : x - 2y + 1 = 0$. Gọi $M = I_1I_2 \cap \Delta$, suy ra $M(-3; -1)$ Xét điểm $N(0; -1) \in \Delta$, gọi N' là điểm đối xứng của N qua I_1I_2 Phương trình đường thẳng d qua N và vuông góc I_1I_2 là $d : 2x + y + 1 = 0$ Tọa độ $H = d \cap I_1I_2$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x - 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow H\left(-\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right). \text{ Suy ra } N\left(-\frac{6}{5}; \frac{7}{5}\right)$	0,25
	+Phương trình tiếp tuyến chung còn lại là $MN' : 4x - 3y + 9 = 0$. CÁCH 2: Vì 2 đường tròn không có t/t chung vuông góc với Ox, nên t/t chung có dạng $\Delta : y = kx + b$ CÁCH 3: Đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0, (a^2 + b^2 \neq 0)$ tiếp xúc (C_1) và $(C_2) \Leftrightarrow \{...$	0,25
9 (1,0đ)	+Đặt $\begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 2} = 3^{y-1} + 1 - x & (1) \\ \sqrt{y^2 - 2y + 2} = 3^{x-1} + 1 - y & (2) \end{cases}$; +Điều kiện xác định: $x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}$ +Đặt $\begin{cases} a = x - 1 \\ b = y - 1 \end{cases}; a, b \in \mathbb{R}$; hệ (1)(2) trở thành $\begin{cases} a + \sqrt{a^2 + 1} = 3^b & (3) \\ b + \sqrt{b^2 + 1} = 3^a & (4) \end{cases}$	0,25
	+Trừ theo vế (3) với (4), ta được: $a + \sqrt{a^2 + 1} - b - \sqrt{b^2 + 1} = 3^b - 3^a \Leftrightarrow a + \sqrt{a^2 + 1} + 3^a = b + \sqrt{b^2 + 1} + 3^b \quad (5)$ +Xét hàm $f(t) = t + \sqrt{t^2 + 1} + 3^t, t \in \mathbb{R}$; ta có $f'(t) = \frac{\sqrt{t^2 + 1} + t}{\sqrt{t^2 + 1}} + 3^t \ln 3 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.	0,25
	+Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, mà theo (5) có $f(a) = f(b)$ nên $a = b$ +Thay $a = b$ vào (3) được $a + \sqrt{a^2 + 1} = 3^a \quad (6)$. Vì 2 vế của (6) dương nên $(6) \Leftrightarrow \ln(a + \sqrt{a^2 + 1}) = \ln 3^a \Leftrightarrow \ln(a + \sqrt{a^2 + 1}) - a \ln 3 = 0 \quad (7)$	0,25
	+Xét hàm $g(a) = \ln(a + \sqrt{a^2 + 1}) - a \ln 3 \Rightarrow g'(a) = \frac{1}{\sqrt{a^2 + 1}} - \ln 3 \leq 1 - \ln 3 < 0, \forall a \in \mathbb{R}$ +Suy ra hàm $g(a)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$, mà $g(0) = 0$; nên $a = 0$ là nghiệm duy nhất của (7) +Từ đó ta có hệ $\begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1$. Vậy $x = y = 1$ là nghiệm của hệ đã cho.	0,25

Câu	Đáp án (trang 05)	Điểm
10 (1,0đ)	+Ta có bất đẳng thức $\vec{u} \cdot \vec{v} \leq \vec{u} \cdot \vec{v}$; đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = 1 \Leftrightarrow \vec{u}, \vec{v}$ cùng phương +Áp dụng bất đẳng thức trên cho 2 vector $\vec{u} = (a; \sqrt{2a}; 1), \vec{v} = (1; \sqrt{2b}; c)$ ta được: $(a + 2\sqrt{ab} + c)^2 = (a \cdot 1 + \sqrt{2a} \cdot \sqrt{2b} + 1 \cdot c)^2 \leq \left(\sqrt{a^2 + (\sqrt{2a})^2 + 1^2} \right)^2 \cdot \left(\sqrt{1^2 + (\sqrt{2b})^2 + c^2} \right)^2$ $\Rightarrow (a + 2\sqrt{ab} + c)^2 \leq (a+1)^2 (1+2b+c^2) \Rightarrow \left(\frac{a+2\sqrt{ab}+c}{a+1} \right)^2 \leq 1+2b+c^2 (1)$	0,25
	+Tương tự có $\left(\frac{b+2\sqrt{bc}+a}{b+1} \right)^2 \leq 1+2c+a^2 (2); \left(\frac{c+2\sqrt{ca}+b}{c+1} \right)^2 \leq 1+2a+b^2 (3)$	0,25
	+Cộng theo vế (1),(2),(3) ta được $P \leq 3+2(a+b+c)+a^2+b^2+c^2 = 6+2(a+b+c) \leq$ $\leq 6+2\sqrt{3} \cdot \sqrt{a^2+b^2+c^2} = 6+2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 12 (4)$	0,25
	+Đẳng thức ở (1) xảy ra $\Leftrightarrow \frac{a}{1} = \frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{2b}} = \frac{1}{c} \Leftrightarrow \frac{a^2}{1} = \frac{a}{b} = \frac{1}{c^2} \Leftrightarrow \frac{a}{1} = \frac{1}{b} \wedge \frac{a}{1} = \frac{1}{c} \Leftrightarrow \frac{a}{1} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ +Tương tự ở (2), (3) nên đẳng thức (4): $P=12 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{1} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} \wedge \frac{b}{1} = \frac{1}{c} = \frac{1}{a} \wedge \frac{c}{1} = \frac{1}{a} = \frac{1}{b} \\ a > 0 \wedge b > 0 \wedge c > 0 \wedge a^2 + b^2 + c^2 = 3 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} b = c \wedge ab = 1; c = a \wedge bc = 1; a = b \wedge ca = 1 \\ a > 0; b > 0; c > 0; a^2 + b^2 + c^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c > 0 \\ c^2 = b^2 = a^2 = 1 \Leftrightarrow a = b = c = 1 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 3 \end{cases}$ Vậy $\text{Max } P = 12 \Leftrightarrow a = b = c = 1$	0,25

-----Hết-----

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2016 – LẦN 1

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.

Câu 2 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$, biết rằng tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 3x + 4y - 2 = 0$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Giải bất phương trình $2^{1+\sqrt{x+3}} + 2^{1-\sqrt{x+3}} < 5$.

b) Cho $\log_3 5 = a$. Tính $\log_{\sqrt{45}} 75$ theo a .

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x + \ln(2x+1)}{(x+1)^2} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 7 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{-2} = \frac{y+8}{4} = \frac{z}{-1}$. Tìm tọa độ giao điểm của d với (P) và lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa d đồng thời vuông góc với (P) .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\cos x + \sin 2x = \sin x + \sin 2x \cot x$.

b) Nhân dịp kỷ niệm ngày Nhà giáo Việt Nam, trường THPT X tuyển chọn được 24 tiết mục văn nghệ tiêu biểu, trong số đó lớp 11A có 2 tiết mục để công diễn trong toàn trường. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành hai buổi công diễn, mỗi buổi 12 tiết mục. Tính xác suất để 2 tiết mục của lớp 11A được biểu diễn trong cùng một buổi.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , SD vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $AD = a$, $\widehat{AOB} = 120^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC , SB .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có phương trình các đường thẳng chứa trung tuyến và đường cao kẻ từ C lần lượt là $y + 2 = 0$ và $3x - 2y + 8 = 0$. Đường thẳng chứa trung tuyến kẻ từ A đi qua $K(-18; 3)$. Tính $\widehat{ABC}$ biết rằng điểm A có tung độ âm và thuộc đường thẳng $d: x + 2y + 2 = 0$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $x^2 + 4\sqrt{x+2} \leq x + 2\left(1 + \sqrt{x^2 + 3}\right)$.

Câu 10 (1,0 điểm). Giả sử x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn $xy + yz + zx = 2$. Tìm giá trị

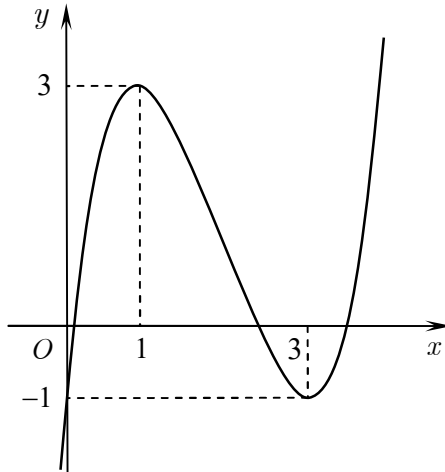
lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2x}{2+x^2} + \frac{2y}{2+y^2} + \frac{z^2}{2+z^2}$.

----- Hết -----

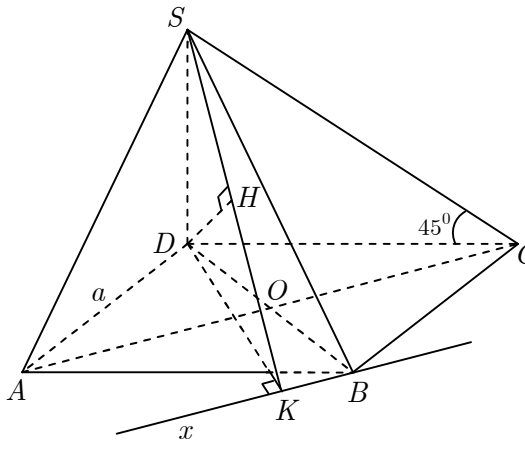
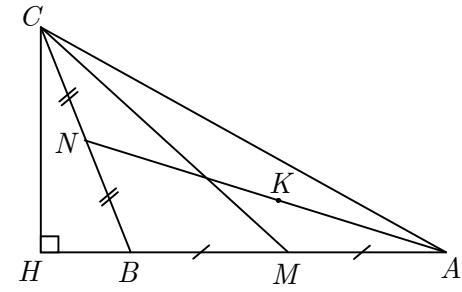
Ghi chú: 1. BTC sẽ trả bài vào các ngày 19, 20/3/2016. Để nhận được bài thi, thí sinh phải nộp lại phiếu dự thi cho BTC.

2. Thi thử THPT Quốc gia lần 2 sẽ được tổ chức vào chiều ngày 09 và ngày 10/4/2016. Đăng ký dự thi tại Văn phòng Trường THPT Chuyên từ ngày 19/3/2016.

Tải tài liệu và đề thi thử môn Toán miễn phí tại: <https://www.toanmath.com>

Câu	Đáp án	Điểm															
Câu 1. (1,0 điểm)	1°. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. 2°. Sự biến thiên: * Chiều biến thiên: Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 9, x \in \mathbb{R}$. $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}; \quad y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3 \end{cases}; \quad y' < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3.$ Suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$. * Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 1, y_{CD} = y(1) = 3$; hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3, y_{CT} = y(3) = -1$. * Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(1 - \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 - \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) = +\infty.$	0,5															
	* Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>$\nearrow$ 3</td><td>$\searrow$ -1</td><td>$\nearrow$ $+\infty$</td></tr></table> 3°. Đồ thị: 		x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	$\nearrow$ 3	$\searrow$ -1
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$													
y'	+	0	-	0	+												
y	$-\infty$	$\nearrow$ 3	$\searrow$ -1	$\nearrow$ $+\infty$													
Câu 2. (1,0 điểm)	Hệ số góc của d là $k = -\frac{3}{4}$. Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến cũng là $-\frac{3}{4}$. Ta có $y' = -\frac{3}{(x-1)^2}, x \neq 1$. Hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị là nghiệm của phương trình $y' = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow -\frac{3}{(x-1)^2} = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow (x-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$	0,5															
	* Với $x = -1$ ta có $y = \frac{1}{2}$. Suy ra tiếp tuyến là $y = -\frac{3}{4}(x+1) + \frac{1}{2}$, hay $y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$. * Với $x = 3$ ta có $y = \frac{7}{2}$. Suy ra tiếp tuyến là $y = -\frac{3}{4}(x-3) + \frac{7}{2}$, hay $y = -\frac{3}{4}x + \frac{23}{4}$. Vậy có hai tiếp tuyến cần tìm là $y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$ và $y = -\frac{3}{4}x + \frac{23}{4}$.	0,5															

Câu 3. (1,0 điểm)	a) Điều kiện: $x \geq -3$. Đặt $2^{\sqrt{x+3}} = t > 0$, bất phương trình đã cho trở thành $2t + \frac{2}{t} < 5 \Leftrightarrow 2t^2 - 5t + 2 < 0, (\text{vì } t > 0) \Leftrightarrow \frac{1}{2} < t < 2$ $\Leftrightarrow 2^{-1} < 2^{\sqrt{x+3}} < 2 \Leftrightarrow -1 < \sqrt{x+3} < 1 \Leftrightarrow -3 \leq x < -2.$ Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm $-3 \leq x < -2$. b) Ta có $\log_{\sqrt{45}} 75 = 2 \log_{45} 75 = 2 \frac{\log_3 75}{\log_3 45} = 2 \frac{\log_3 (3 \cdot 5^2)}{\log_3 (3^2 \cdot 5)} = 2 \frac{1 + 2 \log_3 5}{2 + \log_3 5} = \frac{2 + 4a}{2 + a}$.	0,5
Câu 4. (1,0 điểm)	Đặt $u = x + \ln(2x + 1)$, $dv = \frac{dx}{(x + 1)^2}$. Suy ra $du = \left(1 + \frac{2}{2x + 1}\right)dx$, $v = -\frac{1}{x + 1}$. Theo công thức tích phân từng phần ta có $I = -\frac{x + \ln(2x + 1)}{x + 1} \Big _0^1 + \int_0^1 \left(\frac{1}{x + 1} + \frac{2}{(2x + 1)(x + 1)} \right) dx$ $= -\frac{1}{2}(1 + \ln 3) + \int_0^1 \left(\frac{1}{x + 1} + \frac{4}{2x + 1} - \frac{2}{x + 1} \right) dx = -\frac{1}{2}(1 + \ln 3) + \int_0^1 \left(\frac{4}{2x + 1} - \frac{1}{x + 1} \right) dx$ $= -\frac{1}{2}(1 + \ln 3) + \left(2 \ln(2x + 1) - \ln(x + 1) \right) \Big _0^1 = -\frac{1}{2}(1 + \ln 3) + 2 \ln 3 - \ln 2$ $= \frac{3}{2} \ln 3 - \ln 2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(3 \ln 3 - 2 \ln 2 - 1).$	0,5
Câu 5. (1,0 điểm)	Gọi $M = d \cap (P)$. Vì $M \in d$ nên $M(-2t + 3; 4t - 8; -t)$. Suy ra $M \in (P) \Leftrightarrow (-2t + 3) + (4t - 8) + (-t) - 7 = 0 \Leftrightarrow t = 12$, hay $M(-21; 40; -12)$. Mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P) nên (Q) có cặp vtcp $\begin{cases} \vec{u}_d = (-2; 4; -1) \\ \vec{n}_P = (1; 1; 1) \end{cases}$ Suy ra $\vec{n}_Q = [\vec{u}_d, \vec{n}_P] = (5; 1; -6)$. Lấy $N(3; -8; 0) \in d$ nên $N \in (Q)$. Suy ra phương trình $(Q): 5x + y - 6z - 7 = 0$.	0,5
Câu 6. (1,0 điểm)	a) Điều kiện: $\sin x \neq 0$. Khi đó phương trình đã cho tương đương với $\cos x - \sin x + \sin 2x(1 - \cot x) = 0 \Leftrightarrow \cos x - \sin x + 2 \cos x(\sin x - \cos x) = 0$ $\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(1 - 2 \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \sin x \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ b) Gọi hai buổi công diễn là I, II. Số cách chia 24 tiết mục thành hai buổi công diễn chính là số cách chọn 12 tiết mục cho buổi I, đó là C_{24}^{12}. Gọi A là biến cố “2 tiết mục của lớp 11A được biểu diễn trong cùng một buổi”. Nếu 2 tiết mục của lớp 11A cùng biểu diễn trong buổi I thì số cách chọn 10 tiết mục còn lại cho buổi I là C_{22}^{10}. Hai tiết mục của lớp 11A cũng có thể cùng biểu diễn trong buổi II. Vì vậy, số cách chia để biến cố A xảy ra là $2 \cdot C_{22}^{10}$. Do đó $P(A) = \frac{2 \cdot C_{22}^{10}}{C_{24}^{12}} = \frac{11}{23} \approx 0,4783$. Ghi chú. Xác suất cũng có thể được tính theo công thức $P(A) = \frac{2 \cdot C_{12}^2}{C_{24}^2} = \frac{11}{23}$.	0,5

Câu 7. (1,0 điểm)	 Vi $\begin{cases} SD \perp (ABCD) \\ DC \perp BC \end{cases}$ nên $SC \perp BC$. Suy ra $\widehat{SCD} = \left((SBC), (ABCD) \right) = 45^\circ$ (do ΔSCD vuông tại D nên $\widehat{SCD} < 90^\circ$). Vi $ABCD$ là hình chữ nhật nên $OA = OD$, kết hợp với $\widehat{AOD} = 180^\circ - \widehat{AOB} = 60^\circ$. Suy ra ΔOAD đều. Do đó $OA = OD = a$, $\widehat{ADO} = 60^\circ$. Suy ra $AB = AD \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$. Suy ra $S_{ABCD} = AB \cdot AD = a^2\sqrt{3}$ và $SD = CD \cdot \tan 45^\circ = a\sqrt{3}$. Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SD \cdot S_{ABCD} = a^3$.	0,5
	Kẻ $Bx \parallel AC \Rightarrow mp(S, Bx) \parallel AC$ $\Rightarrow d(AC, SB) = d(O, (S, Bx)) = \frac{1}{2} d(D, (S, Bx)).$ (1) Hạ $DK \perp Bx$, $DH \perp SK$. Vi $Bx \perp (SDK)$ nên $Bx \perp DH \Rightarrow DH \perp (S, Bx)$. (2) Vi $BD = 2DO = 2a$ và $\widehat{DBK} = \widehat{DOA} = 60^\circ$ (đồng vị) nên $DK = BD \sin 60^\circ = a\sqrt{3}$. Suy ra ΔSDK vuông cân tại $D \Rightarrow DH = \frac{SK}{2} = \frac{SD\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. (3) Kết hợp (1), (2) và (3) ta suy ra $d(AC, SB) = \frac{1}{2} DH = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.	0,5
Câu 8. (1,0 điểm)	 Từ hệ $\begin{cases} y + 2 = 0 \\ 3x - 2y + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(-4; -2).$ Gọi M, N là trung điểm AB, BC. Ta có $A \in d: x + 2y + 2 = 0 \Rightarrow A(-2a - 2; a) \quad (a < 0)$ $M \in CM: y + 2 = 0 \Rightarrow M(m; -2).$ Mà M là trung điểm AB nên $B(2a + 2m + 2; -a - 4) \Rightarrow N\left(a + m - 1; \frac{-a - 6}{2}\right)$. Vi $CH \perp AB$ nên $\overrightarrow{u_{CH}} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow 2(2a + m + 2) + 3(-a - 2) = 0 \Leftrightarrow a = -2m + 2.$ (1) Ta có $\overrightarrow{KA} = (-2a + 16; a - 3)$ và $\overrightarrow{KN} = \left(a + m + 17; \frac{-a - 12}{2}\right)$ Vi A, N, K thẳng hàng nên $\overrightarrow{KA}$ cùng phương $\overrightarrow{KN}$. Do đó $(-2a + 16)(-a - 12) = 2(a - 3)(a + m + 17).$ (2) Thay (1) vào (2) ta được $2m^2 + 21m - 65 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{2} \Rightarrow a = -3 \text{ (tm)} \\ m = -13 \Rightarrow a = 28 \text{ (ktm)} \end{cases}$ Suy ra $A(4; -3), B(1; -1).$ Ta có $\overrightarrow{BA} = (3; -2), \overrightarrow{BC} = (-5; -1) \Rightarrow \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{3(-5) + (-2)(-1)}{\sqrt{9+4} \cdot \sqrt{25+1}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$ Suy ra $\widehat{ABC} = (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 135^\circ.$	0,5

Câu 9. (1,0 điểm)	Điều kiện: $x \geq -2$. Đặt $\sqrt{x^2 + 3} = u, \sqrt{x+2} = v$, bất phương trình đã cho trở thành $u^2 - 3 + 4v \leq v^2 + 2u \Leftrightarrow u^2 - v^2 + u + v - 3(u - v + 1) \leq 0$ $\Leftrightarrow (u - v + 1)(u + v - 3) \leq 0$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{x+2} + 1\right)\left(\sqrt{x^2 + 3} + \sqrt{x+2} - 3\right) \leq 0. \quad (1)$ Ta có $\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{x+2} + 1 = \frac{x^2 - x + 1}{\sqrt{x^2 + 3} + \sqrt{x+2}} + 1 > 0$. Do đó (1) tương đương với $\sqrt{x^2 + 3} + \sqrt{x+2} - 3 \leq 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 3} \leq 3 - \sqrt{x+2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - \sqrt{x+2} \geq 0 \\ x^2 + 3 \leq 9 - 6\sqrt{x+2} + x + 2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \\ 6\sqrt{x+2} \leq 8 + x - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 7, 8 + x - x^2 \geq 0 \\ 36(x+2) \leq (8 + x - x^2)^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq \frac{1 + \sqrt{33}}{2} \\ (x+1)^2(x^2 - 4x - 8) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 2 - 2\sqrt{3} \\ x = -1 \end{cases}$ Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm $x = -1$ và $-2 \leq x \leq 2 - 2\sqrt{3}$.	0,5
Câu 10. (1,0 điểm)	Đặt $x = \sqrt{2} \tan \frac{A}{2}, y = \sqrt{2} \tan \frac{B}{2}, z = \sqrt{2} \tan \frac{C}{2}$, với $0 \leq A, B, C < \pi$. (1) Từ giả thiết ta có $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} = 1$. Khi đó $\tan \frac{A}{2} = \frac{1 - \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2}}{\tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2}} = \cot \frac{B+C}{2} = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{B+C}{2} \right)$ Suy ra $\frac{A}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{B+C}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Hay $A + B + C = \pi + k2\pi$. Từ (1) suy ra $k = 0$. Do đó $A + B + C = \pi$. Khi đó $P = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin A + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin B + \sin^2 \frac{C}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} + 1 - \cos^2 \frac{C}{2}$ $\leq \sqrt{2} \cos \frac{C}{2} - \cos^2 \frac{C}{2} + 1 = \frac{3}{2} - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \cos \frac{C}{2} \right)^2 \leq \frac{3}{2}.$ Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} \cos \frac{C}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ A = B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = \frac{\pi}{2} \\ A = B = \frac{\pi}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 2 - \sqrt{2} \\ z = \sqrt{2}. \end{cases}$ Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\frac{3}{2}$.	0,5

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO GIA LAI ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2016 (LẦN 1)
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x^4$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x-2)e^x$ trên đoạn $[0; 2]$

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân: $I = \int_1^2 (x + \ln x) x dx$.

Câu 4 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\log_2(x^2 + x) = \log_5(3 - x) \cdot \log_2 5$

b) Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x^2 + 2\sqrt[3]{x} - 5}{x - 1} \right)$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba đường thẳng

$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{1}; d_2: \frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{-8} = \frac{z+1}{-2}$ và $d_3: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -5 - t \\ z = -3 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Xét vị trí tương đối của

d_1 và d_2 . Viết phương trình đường thẳng cắt trục oy và cắt cả ba đường thẳng $d_1; d_2$ và d_3 .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Cho tam giác ABC có $\sin A, \sin B, \sin C$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân và $C - A = 60^\circ$. Tính $\cos 2B$

b) Gọi E là tập hợp các số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau từng đôi một được chọn từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên ba số từ tập hợp E. Tính xác suất để trong ba số được chọn có đúng một số có mặt chữ số 4.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABC, có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB = AC = a$, trên cạnh BC lấy điểm H sao cho $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$, SH vuông góc với mp(ABC), góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích hình chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $B\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. Đường tròn tâm J

nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với BC, AC, AB lần lượt tại M, N, P. Cho biết $M(3; 3)$ và đường thẳng đi qua hai điểm N, P có phương trình $y - 1 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A biết rằng A có tung độ âm.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+1}{y+3}} + \sqrt{\frac{y+2}{x+4}} = 3 \\ 10x + 15y + 3xy + 46 = 0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

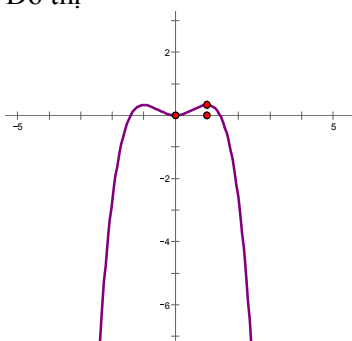
Câu 10 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 17(a + b + c) - 2ab$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = a + b + c + 243 \left(\frac{3}{\sqrt{2a+67}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b+c}} \right)$$

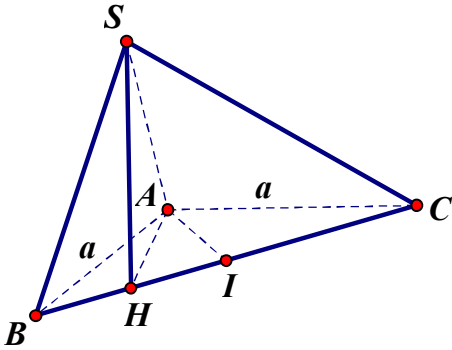
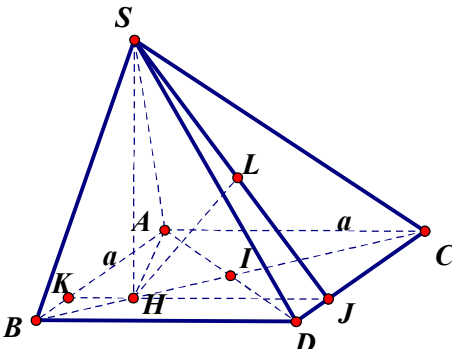
.....Hết.....

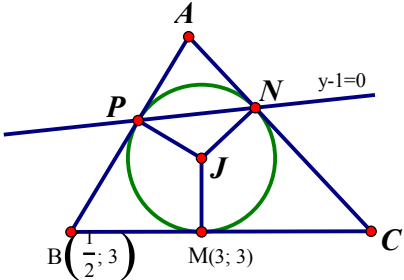
ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2016 (LẦN 1)

Môn: TOÁN

Câu	Nội dung	Điểm																			
Câu 1 1,0 điểm	a) (1điểm) $D = \mathbb{R}$	0,25																			
	b) Chiều biến thiên $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ $y' = \frac{4}{3}x - \frac{4}{3}x^3 = \frac{4}{3}x(1 - x^2)$ $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 1; x = -1$ hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$; hàm số nghịch biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$ hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0; y_{CT} = 0$; hàm số đạt cực đại tại điểm $x = \pm 1; y_{CD} = \frac{1}{3}$	0,25																			
	BBT	0,25																			
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	0	-	y	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\infty$
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																
y'	+	0	-	0	+	0	-														
y	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\infty$																
	Đồ thị 	0,25																			
Câu 2 1,0 điểm	Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[0; 2]$ và $f'(x) = (x - 1)e^x$	0,25																			
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn)	0,25																			
	$f(0) = -2; f(1) = -e; f(2) = 0$	0,25																			
	Vậy Giá trị lớn nhất của hàm số là 0 khi $x = 2$ Giá trị nhỏ nhất của hàm số là -e khi $x = 1$	0,25																			
Câu 3 1,0 điểm	Ta có $I = \int_1^2 (x + \ln x) x dx = \int_1^2 x^2 dx + \int_1^2 x \ln x dx$																				
	$* \int_1^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _1^2 = \frac{7}{3}$	0,25																			
	$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$	0,25																			
	$\int_1^2 x \ln x dx = \left(\frac{x^2}{2} \ln x \right) \Big _1^2 - \frac{1}{2} \int_1^2 x dx = \left(\frac{x^2}{2} \ln x \right) \Big _1^2 - \left(\frac{x^2}{4} \right) \Big _1^2 = 2 \ln 2 - \frac{3}{4}$	0,25																			

	Vậy: $I = \int_1^2 x^2 dx + \int_1^2 x \ln x dx = \frac{7}{3} + 2 \ln 2 - \frac{3}{4} = 2 \ln 2 + \frac{19}{12}$	0,25
Câu 4 a) 0,5 đ	Điều kiện $x \in (-\infty, -1) \cup (0; 3)$ $\log_2(x^2 + x) = \log_5(3 - x) \cdot \log_2 5 \Leftrightarrow \log_2(x^2 + x) = \log_2(3 - x)$ $x^2 + x = 3 - x \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (tm)} \\ x = -3 \text{ (tm)} \end{cases}$ Kết hợp điều kiện phương trình đã cho có nghiệm $x = 1, x = -3$	0,25 0,25
b) 0,5 đ	$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x^2 + 2\sqrt[3]{x} - 5}{x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x^2 - 3 + 2\sqrt[3]{x} - 2}{x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3(x^2 - 1)}{x - 1} \right) + \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2(\sqrt[3]{x} - 1)}{x - 1} \right) \dots$ $= \lim_{x \rightarrow 1} 3(x + 1) + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{(\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{x} + 1} = 6 + \frac{2}{3} = \frac{20}{3}$	0,25 0,25
Câu 5 1,0 điểm	* d_1 : đi qua đi qua điểm $M_1(1; 1; 1)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 4; 1)$ d_2 : đi qua đi qua điểm $M_2(2; -1; -1)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (-2; -8; -2)$ $\overrightarrow{M_1M_2} = (1; -2; -2)$ $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0}$; $[\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}] = (-6; 3; -6) \neq \vec{0} \Rightarrow d_1 // d_2$	0,25 0,25
	* $mp(\alpha)$ chứa $d_1 // d_2$ nên pt $mp(\alpha)$ đi qua điểm $M_1(1; 1; 1)$ và nhận $\vec{n}_\alpha = [\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}] = (-6; 3; -6)$ làm véc tơ pháp tuyến. $\Rightarrow pt mp(\alpha): 2x - y + 2z - 3 = 0$ $oy \cap mp(\alpha) = A(0; -3; 0)$ $d_3 \cap mp(\alpha) = B$ $\Rightarrow B(x; y; z)$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -5 - t \\ z = -3 + 2t \\ 2x - y + 2z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \\ z = -3 \\ t = 0 \end{cases} \Rightarrow B(2; -5; -3)$ $\overrightarrow{AB} = (2; -2; -3)$ Vì $\overrightarrow{AB} = (2; -2; -3)$ và $\vec{u}_1 = (1; 4; 1)$ không cùng phương nên đường thẳng cần tìm đi qua hai điểm A và B. Suy ra ptđt: $\frac{x}{2} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z}{-3}$	0,25 0,25
Câu 6 a) 0,5 đ	$\sin A, \sin B, \sin C$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên ta có : $\sin^2 B = \sin C \cdot \sin A \Leftrightarrow \sin^2 B = \frac{1}{2} [\cos(C - A) - \cos(C + A)]$ $\Leftrightarrow 1 - \cos^2 B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \cos B \right) \Leftrightarrow 4 \cos^2 B + 2 \cos B - 3 = 0$ $\Leftrightarrow \cos B = \frac{-1 + \sqrt{13}}{4}$ (nhận) hoặc $\cos B = \frac{-1 - \sqrt{13}}{4}$ (loại) $\cos 2B = 2 \cos^2 B - 1 = \frac{3 - \sqrt{13}}{4}$	0,25 0,25
b) 0,5 đ	Số phần tử của tập hợp E là $5A_5^2 = 100$ Số các số thuộc E không có chữ số 4 là: $4A_4^2 = 48$	

	Số các số thuộc E có chữ số 4 là : $100 - 48 = 52$ Số cách chọn 3 số khác nhau thuộc tập E là $C_{100}^3 = 161700$ Số cách chọn 3 số khác nhau thuộc tập E trong đó có đúng một số có mặt chữ số 4 là : $C_{52}^1 \cdot C_{48}^2 = 58656$. Xác suất cần tìm là : $\frac{C_{52}^1 \cdot C_{48}^2}{C_{100}^3} = \frac{4888}{13475}$	0,25 0,25
Câu 7 1,0 điểm	 $BC = a\sqrt{2}; BH = \frac{1}{4}BC = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ I là trung điểm BC, suy ra $AI \perp BC; AI = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}; HI = BH = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ $AH = \sqrt{AI^2 + IH^2} = \sqrt{\frac{2a^2}{4} + \frac{2a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$ $SH = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{10}}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{30}}{4}$ $S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{a^2}{2}$ $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a\sqrt{30}}{4} = \frac{a^3\sqrt{30}}{24}$  Từ B, kẻ đường thẳng song song với AC, Từ C, kẻ đường thẳng song song với AB, hai đường thẳng này cắt nhau tại D. Từ H, kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB và DC lần lượt tại K và J Ta có $SC \subset mp(SCD); AB \parallel mp(SCD)$ Nên $d(AB, SC) = d(AB, (SDC)) = d(K, (SDC)) = \frac{4}{3} \cdot d(H, (SDC))$ vì $KJ = \frac{4}{3}HJ$ Từ H kẻ $HL \perp SJ$, ta chứng minh được $HL \perp mp(SCD) \Rightarrow d(H, (SDC)) = HL$ $HJ = \frac{3}{4}BD = \frac{3a}{4}; SJ = \sqrt{SH^2 + HJ^2} = \sqrt{\frac{30a^2}{16} + \frac{9a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{39}}{4}$ $HL = \frac{SH \cdot HJ}{SJ} = \frac{3a\sqrt{130}}{52}$ $d(AB, SC) = \frac{4}{3} \cdot d(H, (SDC)) = \frac{4}{3} \cdot HL = \frac{a\sqrt{130}}{13}$	0,25 0,25

Câu 8 1,0 điểm	 P thuộc đường thẳng NP nên $P(a; 1)$ $BP = BM = \sqrt{\left(3 - \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{5}{2}$ $BP = \sqrt{\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + (1 - 3)^2} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -1 \end{cases} \dots\dots\dots$ Với $a = 2 \Rightarrow P(2; 1)$ Ptđt AB đi qua $P(2; 1)$ và nhận $\overrightarrow{BP} = \left(\frac{3}{2}; -2\right)$ làm vtcp. Suy ra pt AB: $4x + 3y - 11 = 0$ Ptđt PJ đi qua $P(2; 1)$ và nhận $\overrightarrow{BP} = \left(\frac{3}{2}; -2\right)$ làm vtpt. Suy ra pt PJ: $3x - 4y - 2 = 0$ Ptđt MJ đi qua $M(3; 3)$ và nhận $\overrightarrow{BM} = \left(\frac{5}{2}; 0\right)$ làm vtpt. Suy ra pt MJ: $x - 3 = 0$ $PJ \cap MJ = \{J\} \Rightarrow J(x; y)$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 3x - 4y - 2 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow J\left(3; \frac{7}{4}\right)$ Ptđt AJ đi qua $J\left(3; \frac{7}{4}\right)$ và vuông góc với PN: $y - 1 = 0$. Suy ra pt AJ: $x - 3 = 0$ $AJ \cap AB = \{A\} \Rightarrow A(x; y)$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x - 3 = 0 \\ 4x + 3y - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow A\left(3; -\frac{1}{3}\right)$	0,25 0,25
	.. Với $a = -1 \Rightarrow P(-1; 1)$ Ptđt AB đi qua $P(-1; 1)$ và nhận $\overrightarrow{BP} = \left(-\frac{3}{2}; -2\right)$ làm vtcp. Suy ra pt AB: $4x - 3y + 7 = 0$ Ptđt PJ đi qua $P(-1; 1)$ và nhận $\overrightarrow{BP} = \left(-\frac{3}{2}; -2\right)$ làm vtpt. Suy ra pt PJ: $3x + 4y - 1 = 0$ Ptđt MJ đi qua $M(3; 3)$ và nhận $\overrightarrow{BM} = \left(\frac{5}{2}; 0\right)$ làm vtpt. Suy ra pt MJ: $x - 3 = 0$ $PJ \cap MJ = \{J\} \Rightarrow J(x; y)$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 3x + 4y - 1 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow J(3; -2)$ Ptđt AJ đi qua $J(3; -2)$ và vuông góc với PN: $y - 1 = 0$. Suy ra pt AJ: $x - 3 = 0$ $AJ \cap AB = \{A\} \Rightarrow A(x; y)$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x - 3 = 0 \\ 4x - 3y + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{19}{3} \end{cases} \Rightarrow A\left(3; \frac{19}{3}\right) \dots\dots$ Vì điểm A có tung độ âm. Vậy $A\left(3; -\frac{1}{3}\right) \dots\dots\dots$	0,25 0,25

Câu 9 1,0 điểm	$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+1}{y+3}} + \sqrt{\frac{y+2}{x+4}} = 3 & (1) \\ 10x + 15y + 3xy + 46 = 0 & (2) \end{cases}$ Đ/K $x \neq -4; y \neq -3; \frac{x+1}{y+3} \geq 0; \frac{y+2}{x+4} \geq 0$ Từ phương trình $(2) \Leftrightarrow xy + 2x + y + 2 = 4(xy + 3x + 4y + 12) \Leftrightarrow (x+1)(y+2) = 4(x+4)(y+3)$ $\Leftrightarrow \frac{x+1}{y+3} \cdot \frac{y+2}{x+4} = 4$ Ta được: $\begin{cases} \sqrt{\frac{x+1}{y+3}} + \sqrt{\frac{y+2}{x+4}} = 3 & (1) \\ \frac{x+1}{y+3} \cdot \frac{y+2}{x+4} = 4 & (2) \end{cases}$ Đặt $u = \sqrt{\frac{x+1}{y+3}} \Rightarrow u^2 = \frac{x+1}{y+3}; (u \geq 0); v = \sqrt{\frac{y+2}{x+4}} \Rightarrow v^2 = \frac{y+2}{x+4}; (v \geq 0)$ Hệ pt đã cho trở thành: $\begin{cases} u+v=3 \\ uv=2 \end{cases}$ Giải, ta được $u=2; v=1$ hoặc $u=1; v=2$ + $\begin{cases} u=2 \\ v=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{y+3} = 4 \\ \frac{y+2}{x+4} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4y=11 \\ x-y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{19}{3} \\ y=-\frac{13}{3} \end{cases}$ + $\begin{cases} u=1 \\ v=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{y+3} = 1 \\ \frac{y+2}{x+4} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=2 \\ 4x-y=-14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{16}{3} \\ y=-\frac{22}{3} \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(x; y) = \left(-\frac{19}{3}; -\frac{13}{3}\right)$ và $(x; y) = \left(-\frac{16}{3}; -\frac{22}{3}\right)$	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 10 1,0 điểm	$a^2 + b^2 + c^2 = 17(a+b+c) - 2ab \Leftrightarrow (a+b)^2 + c^2 = 17(a+b+c)$ $(a+b+c)^2 = [(a+b)+c]^2 \leq 2[(a+b)^2 + c^2]$ $[(a+b)^2 + c^2] \geq \frac{1}{2}(a+b+c)^2 \Leftrightarrow 17(a+b+c) \geq \frac{1}{2}(a+b+c)^2$ $0 < a+b+c \leq 34$ - Áp dụng bất cô si: $(2a+67)+81 \geq 2\sqrt{(2a+67).81} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2a+67}} \geq \frac{9}{a+74} \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{2a+67}} \geq \frac{27}{a+74}$ - Áp dụng bất cô si: $(b+c)+27+27 \geq 3\sqrt{(b+c).27.27} = 27\sqrt{b+c} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{b+c}} \geq \frac{27}{b+c+54}$ $\frac{3}{\sqrt{2a+67}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b+c}} \geq \frac{27}{a+74} + \frac{27}{b+c+54} \geq \frac{27.4}{a+b+c+128}$	0,25

	$P \geq a+b+c + \frac{234.27.4}{a+b+c+128} = t + \frac{162^2}{t+128}; \quad 0 < t = a+b+c \leq 34 \dots\dots\dots$	0,25
	Xét hàm số $f(t) = t + \frac{162^2}{t+128}; \quad t \in (0; 34]; \quad f'(t) = 1 - \frac{162^2}{(t+128)^2} = \frac{(t-34)(t+290)}{(t+128)^2}$ $f'(t) = 1 - \frac{162^2}{(t+128)^2} = \frac{(t-34)(t+290)}{(t+128)^2} \leq 0; \quad \forall t \in (0; 34]$	
	Hàm số f(t) nghịch biến trên (0;34] nên f(t) đạt GTNN bằng 196 khi t = 34 Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} a+b+c=34 \\ a+b=c \\ b+c=27 \\ a+74=b+c+54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=7 \\ b=10 \\ c=17 \end{cases}$	0,25
	Vậy $MinP = 196$ khi $a = 7; b = 10; c = 17 \dots\dots\dots$	0,25

**TRƯỜNG THPT CHUYÊN
NGUYỄN HUỆ**

**ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LẦN 2
MÔN TOÁN NĂM HỌC 2015-2016**
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (2,0 điểm) .

- a) Khảo sát hàm số và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}$
- b) Tìm tọa độ của điểm M trên (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M song song với đường thẳng (d) : $6x - y - 4 = 0$

Câu 2 (1,0 điểm).

- a). Cho hàm số $y = e^{-x}(x^2 - x - 1)$. Tính $y'(\ln \frac{1}{2})$
- b) Giải bất phương trình sau $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2$.

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} (2x-1)\sin x dx$.

Câu 4(1,0 điểm). Trong không gian Oxyz, cho mp(P) và mặt cầu (S) lần lượt có phương trình (P) : $x - 2y + 2z + 1 = 0$ và (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0$. Chứng minh mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ tâm và bán kính của đường tròn giao tuyến của mặt cầu và mặt phẳng.

Câu 5(1,0 điểm).

- a) Cho $\tan \alpha = 3$. Tính $A = \frac{3\sin \alpha - 2\cos \alpha}{5\sin^3 \alpha + 4\cos^3 \alpha}$.
- b) Cho đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất sao cho 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật.

Câu 6(1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABC có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = AB = a$, $AC = 2a$ và $\widehat{ASC} = \widehat{ABC} = 90^\circ$. Tính thể tích khối chóp S.ABC và cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB), (SBC).

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình bình hành ABCD có $\widehat{BAD} = 135^\circ$, trực tâm tam giác ABD là H(-1;0). Đường thẳng đi qua D và H có phương trình $x - 3y + 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình bình hành biết điểm $G(\frac{5}{3}; 2)$

là trọng tâm tam giác ADC.

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình sau

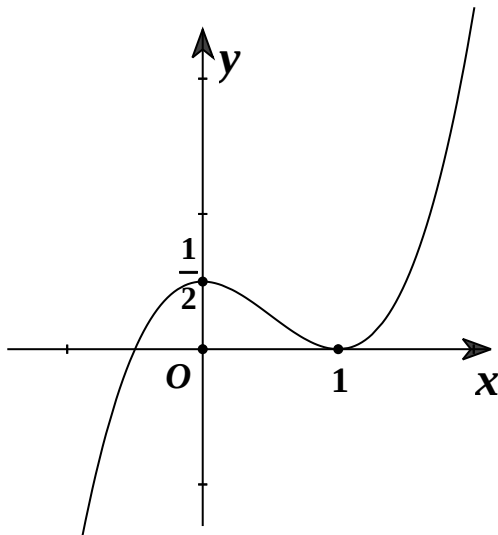
$$\begin{cases} x^3 - y^3 - 3y^2 + 3x - 6y - 4 = 0 \\ y(\sqrt{2x+3} + \sqrt[3]{7y+13}) = 3(x+1) \end{cases}$$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho $x, y, z > 0$ và $5(x^2 + y^2 + z^2) = 9(xy + 2yz + zx)$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{x}{y^2 + z^2} - \frac{1}{(x+y+z)^3}$.

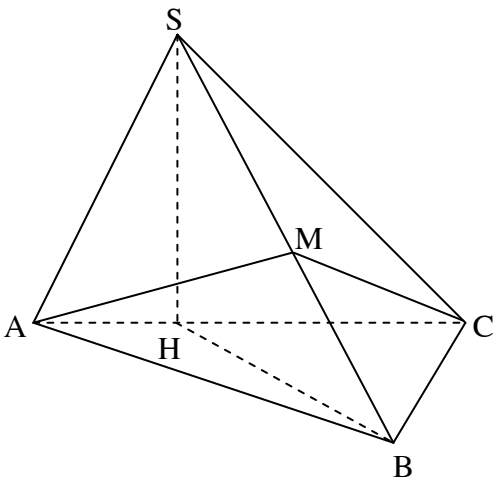
TRƯỜNG THPT CHUYÊN
NGUYỄN HUỆ

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG
LẦN THỨ 2
NĂM HỌC 2015 – 2016
ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM MÔN: TOÁN

Câu 1	Nội dung	1,0																
1a. (1,0 điểm)	Hàm số $y = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}$ ▪ TXĐ: $D = \mathbb{R}$ ▪ Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 3x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$	0,25																
	Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$ - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0; y_{CD} = \frac{1}{2}$, đạt cực tiểu tại $x = 1, y_{CT} = 0$. - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0,25																
	- Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	0	$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	0	1	$+\infty$													
	y'	+	0	-	0	+												
y	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	0	$+\infty$														
▪ Đồ thị: 	0,25																	
1b. (1 đ)	+ Đường thẳng $6x - y - 4 = 0$ có hệ số góc bằng 6 + Gọi $M_0(x_0; y_0)$ là điểm mà tại đó tiếp tuyến song song đường thẳng $6x - y - 4 = 0 \Rightarrow f'(x_0) = 6$	0,25																
		0,25																

	$\Rightarrow 3x_0^2 - 3x_0 = 6$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 2 \end{cases}$ + Với $x_0 = 2 \rightarrow y_0 = 5/2 \rightarrow M_0(2; 5/2)$ $x_0 = -1 \rightarrow y_0 = -2 \rightarrow M_0(-1; -2)$ + Kiểm tra lại $M_0(2, 5/2)$ tiếp tuyến tại M_0 có pt là $y = 6(x - 2) + 5/2$ (nhận) $M_0(-1; -2) \rightarrow$ tiếp tuyến tại M_0 có pt là $y = 6(x + 1) - 2 = 6x + 4$ (nhận)	0,25
Câu 2(1,0 điểm)		
2a(0,5 điểm)	TXĐ: $D = \mathbb{R}$ $y' = (e^{-x})'(x^2 - x - 1) + e^{-x}(x^2 - x - 1)' = -e^{-x}(x^2 - x - 1) + e^{-x}(2x - 1)$ $= e^{-x}(-x^2 + 3x)$ $y'(\ln \frac{1}{2}) = 2(-\ln^2 2 - 3 \ln 2)$	0,25
2b(0,5 điểm)	Điều kiện $x > \frac{3}{4}$ Bất phương trình tương đương $\log_3 \frac{(4x-3)^2}{2x+3} \leq 2$ $\Leftrightarrow 16x^2 - 42x - 18 \leq 0$ $\Leftrightarrow \frac{-3}{8} \leq x \leq 3$ Kết hợp điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{3}{4}; 3 \right]$	0,25
Câu 3(1)		
	Đặt $\begin{cases} u = 2x - 1 \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2 dx \\ v = -\cos x \end{cases}$	0,25
	$I = -(2x - 1) \cos x \Big _0^\pi - \int_0^\pi (-2 \cos x) dx$	0,25
	$= (2\pi - 1) - 1 + 2 \sin x \Big _0^\pi$	0,25
	$= 2\pi - 2$	0,25

Câu 4(1,0 đ)	Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-3;-3)$, bán kính $R = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + (-3)^2 - 17} = \sqrt{5}$	0,25
	Khoảng cách từ tâm I đến mp(P): $d = d(I, (P)) = \frac{ 2 - 2(-3) + 2(-3) + 1 }{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 1 < R$ • Vì $d(I, (P)) < R$ nên (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C)	0,25
	Gọi d là đường thẳng qua tâm I của mặt cầu và vuông góc góc mp(P) thì d có vtcp $\vec{u} = (1; -2; 2) \text{ nên có PTTS } d : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 2t \text{ (*)} \\ z = -3 + 2t \end{cases}$ Thay (*) vào pt mặt phẳng (P) ta được $(2 + t) - 2(-3 - 2t) + 2(-3 + 2t) + 1 = 0 \Leftrightarrow 9t + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{3}$ • Vậy, đường tròn (C) có tâm $H\left(\frac{5}{3}; -\frac{7}{3}; -\frac{11}{3}\right)$	0,25
	Bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{5 - 1} = 2$	0,25
Câu 5a(0,5 điểm)	$A = \frac{3\sin \alpha - 2\cos \alpha}{5\sin^3 \alpha + 4\cos^3 \alpha} = \frac{3\tan \alpha - 2}{\cos^2 \alpha (5\tan^3 \alpha + 4)}$	0,25
	$= \frac{3\tan \alpha - 2}{5\tan^3 \alpha + 4} (1 + \tan^2 \alpha) = \frac{70}{139}$	0,25
Câu 5b(0,5 đ)	-Có 10 đường kính của đường tròn được nối bởi 2 đỉnh của đa giác đều. - Một hình chữ nhật có 4 đỉnh là đỉnh của đa giác được tạo bởi 2 đường kính nối trên. -Số cách chọn 4 đỉnh của đa giác là: $C_{20}^4 = 4845$ -Số cách chọn 4 đỉnh của đa giác tạo thành hình chữ nhật là $C_{10}^2 = 45$ -Xác suất cần tìm là : $P = \frac{45}{4845} = \frac{3}{323}$	0,25
		0,25

Câu 6(1,0 đ)		
	+ Kẻ SH vuông góc AC ($H \in AC$) $\Rightarrow SH \perp (ABC)$ $\Rightarrow SC = BC = a\sqrt{3}, SH = \frac{a\sqrt{3}}{2},$ $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SH = \frac{a^3}{4}$	0,25 0,25
	Gọi M là trung điểm SB và φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC). Ta có: $SA = AB = a, SC = BC = a\sqrt{3}$ $\Rightarrow AM \perp SB$ và $CM \perp SB$ $\Rightarrow \cos \varphi = \cos \widehat{AMC}$	0,25
	+ $\triangle SAC = \triangle BAC \Rightarrow SH = BH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SB = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ AM là trung tuyến $\triangle SAB$ nên: $AM^2 = \frac{2AS^2 + 2AB^2 - SB^2}{4} = \frac{10a^2}{16} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{10}}{4}$ Tương tự: $CM = \frac{a\sqrt{42}}{4} \Rightarrow \cos \widehat{AMC} = \frac{AM^2 + CM^2 - AC^2}{2 \cdot AM \cdot CM} = -\frac{\sqrt{105}}{35}$ Vậy: $\cos \varphi = \frac{\sqrt{105}}{35}$	0,25
Câu 7(1,0 đ)	Ta có $\widehat{BAD} + \widehat{BHD} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BHD} = 45^\circ$. Gọi $\vec{n}(a;b)$ ($a^2 + b^2 \neq 0$) là VTPT của đường thẳng HB Do đường thẳng HB tạo với đường thẳng HD góc 45° nên $\cos 45^\circ = \frac{ a-3b }{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{10}} \Leftrightarrow 2a^2 + 3ab - 2b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2b \\ b = 2a \end{cases}$	0,25

	Nếu $a=-2b$. Chọn $a=2, b=-1$. Phương trình đường thẳng HB: $2x-y+2=0$ $B(b;2b+2), D(3d-1;d)$ Do G là trọng tâm tam giác ADC nên $BG=2GD \Rightarrow \overrightarrow{GB} = -2\overrightarrow{GD} \Rightarrow \begin{cases} b=1 \\ d=1 \end{cases} \Rightarrow B(1;4), D(2;1)$ Phương trình đường thẳng AB: $3x+y-7=0$; phương trình đường thẳng AD: $x+2y-4=0$ Suy ra $A(2;1)$ (loại) Nếu $b=2a$. Phương trình HB: $x+2y+1=0$ $B(-2b-1;b), D(3d-1;d) \Rightarrow \overrightarrow{GB} = -2\overrightarrow{GD} \Rightarrow \begin{cases} b=2 \\ d=2 \end{cases} \Rightarrow B(-5;2), D(5;2)$ Phương trình AB: $3x+y+13=0$; Phương trình AD: $2x-y-8=0$. Suy ra $A(-1;-10)$ Do ABCD là hình bình hành suy ra $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ suy ra $C(1;14)$ Thử lại: $\cos \widehat{ABD} = \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{BAD} = 45^\circ$ (LOẠI)	0,25 0,25 0,25
Câu 8(1,0 đ)	Điều kiện $x \geq \frac{-3}{2}$ Từ phương trình (1) ta có $x^3 + 3x = (y+1)^3 + 3(y+1)$ Xét hàm số $f(t) = t^3 + 3t$ $f'(t) = 3t^2 + 3$ $f'(t) > 0$ với mọi t suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. $f(x) = f(y+1) \Leftrightarrow x = y+1$	0,25 0,25
	Thế $x=y+1$ vào phương trình (2) ta được: $(x-1)(\sqrt{2x+3} + \sqrt[3]{7x+6}) = 3(x+1)$ (3) Ta có $x=1$ không là nghiệm phương trình. Từ đó $(\sqrt{2x+3} + \sqrt[3]{7x+6}) = \frac{3(x+1)}{x-1}$ Xét hàm số $g(x) = (\sqrt{2x+3} + \sqrt[3]{7x+6}) - \frac{3(x+1)}{x-1}$ TXĐ: $D = \left[-\frac{3}{2}; +\infty\right) \setminus \{1\}$ $g'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}} + \frac{7}{3\sqrt[3]{(7x+6)^2}} + \frac{6}{(x-1)^2}$ $g'(x) > 0 \forall x > -\frac{3}{2}; x \neq 1, g'(-\frac{3}{2})$ không xác định. Hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\frac{3}{2}; 1)$ và $(1; +\infty)$. Ta có $g(-1)=0; g(3)=0$. Từ đó phương trình $g(x)=0$ có đúng hai nghiệm $x=-1$ và $x=3$. Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(-1;-2)$ và $(3;2)$	0,25 0,25

Câu 9	Đặt $y+z=t$ ($t>0$); $y^2 + z^2 \geq \frac{t^2}{2}; yz \leq \frac{t^2}{4}$. $5(x^2 + y^2 + z^2) = 9(xy + 2yz + xz)$ $\Leftrightarrow 5x^2 + 5(y+z)^2 - 9x(y+z) = 28yz$ $\Rightarrow 5x^2 + 5t^2 - 9xt \leq 7t^2$ $\Leftrightarrow (5x+t)(x-2t) \leq 0$ $\Leftrightarrow x \leq 2t$	0,25
	$P \leq \frac{2x}{t^2} - \frac{1}{27t^3} \leq \frac{4}{t} - \frac{1}{27t^3}$ Xét hàm số $f(t) = \frac{4}{t} - \frac{1}{27t^3}$ với $t>0$ $f'(t) = -\frac{4}{t^2} + \frac{1}{9t^4}$ $\begin{cases} f'(t) = 0 \\ t > 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = \frac{1}{6}$ Lập bảng biến thiên từ đó suy ra GTLN của P bằng 16 đạt được tại $x = \frac{1}{3}; y = z = \frac{1}{12}$	0,25 0,25

**TRƯỜNG THPT
CHUYÊN HẠ LONG**

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 2 NĂM 2015 - 2016

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{-x+3}{2x-1}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại các giao điểm của nó với đường thẳng Δ có phương trình $y = -x - 2$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$. Tìm môđun của số phức $w = z + 2\bar{z} + 1$.

b) Giải phương trình $3^{2+x} + 3^{2-x} = 82$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 x(e^x + \frac{2}{x+1})dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1), B(3;5;2), C(3;1;-3)$. Lập phương trình đường thẳng d đi qua gốc toạ độ O , vuông góc với mặt phẳng (ABC) và lập phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Tính giá trị biểu thức $A = \sin^2(\alpha - \frac{\pi}{4}) + \cos^2(\alpha + \frac{\pi}{3})$, biết $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

b) Chương trình Táo Quân năm 2016 (Gặp nhau cuối năm) có một trò chơi tên là *Vòng quay kỳ diệu* dành cho các Táo tương tự như trò chơi truyền hình *Chiếc nón kỳ diệu* trên kênh VTV3. Chiếc nón có hình tròn được chia đều thành các ô hình quạt, trong đó có 10 ô có tên “*Tham nhũng*”, 4 ô có tên “*Trong sạch*” và 2 ô có tên “*Phản thưởng*”. Có 4 Táo (Kinh tế, Xã hội, Giáo dục và Tinh thần) cùng tham gia trò chơi này, mỗi Táo chỉ được quay ngẫu nhiên một lần. Tính xác suất để cả 4 Táo đều quay vào ô “*Trong sạch*”.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAC là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) , đường thẳng SB tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° , M là trung điểm cạnh BC . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SM, AC .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có $A(4;6)$. Gọi M, N lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh BC và CD sao cho $\widehat{MAN} = 45^\circ, M(-4;0)$ và đường thẳng MN có phương trình $11x + 2y + 44 = 0$. Tìm toạ độ các điểm B, C, D .

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x\sqrt{1-97y^2} + y\sqrt{1-97x^2} = \sqrt{97}(x^2 + y^2) \\ 27\sqrt{x} + 8\sqrt{y} = \sqrt{97} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $\left(\frac{a+b+c}{2016}\right)^2 \leq 4abc$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{a}}{a+\sqrt{bc}} + \frac{\sqrt{b}}{b+\sqrt{ca}} + \frac{\sqrt{c}}{c+\sqrt{ab}}.$$

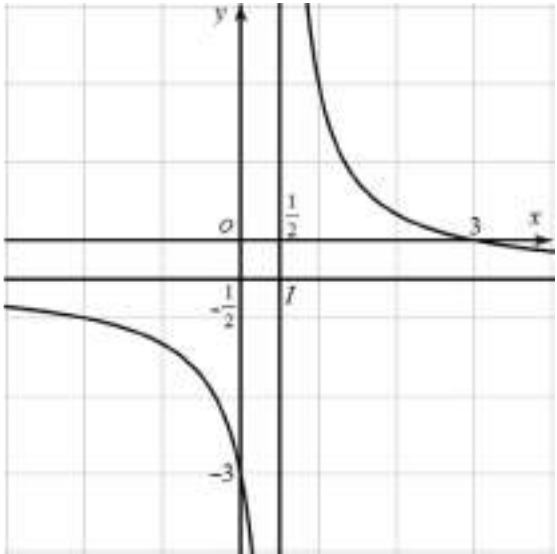
-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

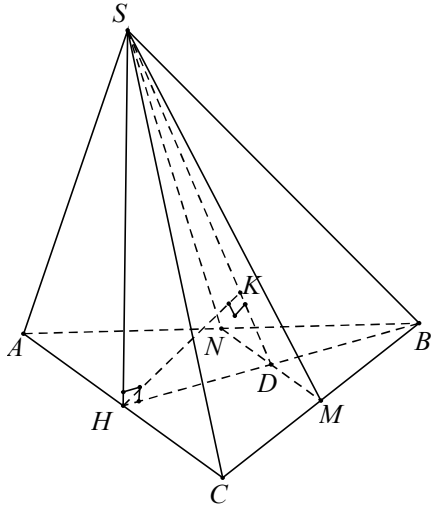
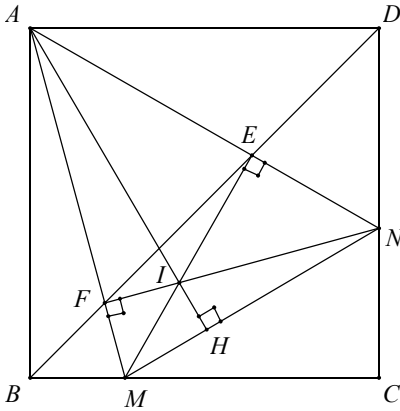
Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

**TRƯỜNG THPT
CHUYÊN HẠ LONG**

**ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM
ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 2 NĂM HỌC 2015 - 2016
Môn: TOÁN
(Đáp án - Thang điểm gồm 04 trang)**

Câu	Đáp án (Trang 01)	Điểm												
1 (1,0đ)	- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$. - Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = \frac{-5}{(2x-1)^2}; y' < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; \frac{1}{2})$ và $(\frac{1}{2}; +\infty)$.	0,25												
	Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\frac{1}{2}$; tiệm cận ngang: $y = -\frac{1}{2}$. $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng: $x = \frac{1}{2}$.	0,25												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\frac{1}{2}$</td></tr></table>	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	y'		-	-	y	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$	0,25
	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$										
	y'		-	-										
y	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$											
- Đồ thị: - Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; -3)$, cắt trục Ox tại điểm $(3; 0)$. - Đồ thị nhận điểm $I(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$ là giao của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng. 	0,25													
2 (1,0đ)	Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và Δ là $-x^3 + 3x - 2 = -x - 2$	0,25												
	$\Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = -2, x = 2$. Suy ra tọa độ các giao điểm của (C) và Δ là $A(0; -2), B(-2; 0)$ và $C(2; -4)$.	0,25												
	Ta có $y' = -3x^2 + 3$; Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại A, B, C lần lượt là $y'(0) = 3, y'(-2) = -9, y'(2) = -9$.	0,25												
	Phương trình tiếp tuyến của (C) tại A, B, C lần lượt là $y = 3x - 2, y = -9x - 18, y = -9x + 14$.	0,25												

Câu	Đáp án (Trang 02)	Điểm
3 (1,0đ)	a) Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Từ giả thiết suy ra $a + bi - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i$ $\Leftrightarrow -a - 3b + (-3a + 3b)i = 1 - 9i \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = 1 \\ -3a + 3b = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$. Do đó $z = 2 - i$.	0,25
	Ta có $w = z + 2\bar{z} + 1 = 2 - i + 2(2 + i) + 1 = 7 + i$. Suy ra $ w = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50}$.	0,25
	b) Phương trình đã cho tương đương với $9 \cdot 3^{2x} - 82 \cdot 3^x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 9 \\ 3^x = \frac{1}{9} \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$. Do đó nghiệm của phương trình đã cho là $x = 2; x = -2$.	0,25
4 (1,0đ)	Ta có $I = \int_0^1 x e^x dx + \int_0^1 \frac{2x}{x+1} dx$.	0,25
	• $\int_0^1 x e^x dx = \int_0^1 x d e^x = x e^x \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - e^x \Big _0^1 = 1$.	0,25
	• $\int_0^1 \frac{2x}{x+1} dx = \int_0^1 \left(2 - \frac{2}{x+1} \right) dx = \left(2x - 2 \ln x+1 \right) \Big _0^1 = 2 - 2 \ln 2$.	0,25
	Do đó $I = 3 - 2 \ln 2$.	0,25
5 (1,0đ)	Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 4; 1), \overrightarrow{AC} = (2; 0; -4)$ suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-16; 10; -8) \neq \vec{0}$. Do đó mặt phẳng (ABC) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = -\frac{1}{2}[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (8; -5; 4)$. Do $d \perp (ABC)$ nên d nhận $\vec{n}$ làm véc tơ chỉ phương.	0,25
	Đường thẳng d đi qua O và nhận $\vec{n}$ làm véc tơ chỉ phương, nên $d : \begin{cases} x = 8t \\ y = -5t \\ z = 4t \end{cases}$.	0,25
	Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu (S) . Vì (S) đi qua bốn điểm O, A, B, C nên $\begin{cases} OI = AI \\ OI = BI \\ OI = CI \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 = (a-3)^2 + (b-5)^2 + (c-2)^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 = (a-3)^2 + (b-1)^2 + (c+3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{11}{7} \\ b = \frac{41}{7} \\ c = -\frac{39}{14} \end{cases}$	0,25
	Suy ra mặt cầu (S) có tâm $I\left(-\frac{11}{7}; \frac{41}{7}; -\frac{39}{14}\right)$, bán kính $R = OI = \sqrt{\frac{1247}{28}}$. Do đó $(S): \left(x + \frac{11}{7}\right)^2 + \left(y - \frac{41}{7}\right)^2 + \left(z + \frac{39}{14}\right)^2 = \frac{1247}{28}$	0,25

Câu	Đáp án (Trang 03)	Điểm
6 (1,0đ)	a) Với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, ta có $\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\frac{4}{5}$.	0,25
	Ta có $A = \left(\sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} - \cos \alpha \sin \frac{\pi}{4} \right)^2 + \left(\cos \alpha \cos \frac{\pi}{3} - \sin \alpha \sin \frac{\pi}{3} \right)^2 = \frac{59 - 24\sqrt{3}}{100}$.	0,25
	b) Số phần tử của không gian mẫu Ω là $n(\Omega) = 16^4$.	0,25
	Gọi A là biến cố “Cả 4 Táo đều quay vào ô Trong sạch”. Ta có $n(A) = 4^4$. Xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4^4}{16^4} = \frac{1}{256}$.	0,25
7 (1,0đ)		0,25
		0,25
		0,25
		0,25
8 (1,0đ)		0,25
		0,25
		0,25
		0,25

Câu	Đáp án (Trang 04)	Điểm
9 (1,0đ)	$\begin{cases} x\sqrt{1-97y^2} + y\sqrt{1-97x^2} = \sqrt{97}(x^2 + y^2) & (1) \\ 27\sqrt{x} + 8\sqrt{y} = \sqrt{97} & (2). \end{cases}$ Điều kiện: $0 \leq x, y \leq \frac{1}{97}$. Thay (x, y) bằng một trong các cặp số $(0; 0), (0; \frac{1}{97}), (\frac{1}{97}; 0), (\frac{1}{97}; \frac{1}{97})$ vào hệ (1), (2), ta thấy các cặp này đều không là nghiệm. Do đó $0 < x, y < \frac{1}{97}$. Đặt $\sqrt{97}x = a, \sqrt{97}y = b$. Do $0 < x, y < \frac{1}{97}$ nên $0 < a, b < 1$. Khi đó (1) trở thành $a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2} = a^2 + b^2 \Leftrightarrow a(a - \sqrt{1-b^2}) + b(b - \sqrt{1-a^2}) = 0$ $\Leftrightarrow (a^2 + b^2 - 1)\left(\frac{a}{a + \sqrt{1-b^2}} + \frac{b}{b + \sqrt{1-a^2}}\right) = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 1. \text{ Suy ra } x^2 + y^2 = \frac{1}{97}.$	0,25
	Với các số dương a_1, a_2, b_1, b_2, ta có $a_1b_1 + a_2b_2 \leq \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a_1b_2 = a_2b_1$. Thậy vậy, $a_1b_1 + a_2b_2 \leq \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2} \Leftrightarrow (a_1b_1 + a_2b_2)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2) \Leftrightarrow (a_1b_2 - a_2b_1)^2 \geq 0.$ Do đó $27\sqrt{x} + 8\sqrt{y} \leq \sqrt{97}\sqrt{9x+4y} \leq \sqrt{97}\sqrt{\sqrt{97}(x^2+y^2)} = \sqrt{97}$ (do $x^2 + y^2 = \frac{1}{97}$). Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $4x = 9y$ và $x^2 + y^2 = \frac{1}{97}$.	0,25
	Do đó (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{1}{97} \\ 4x = 9y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{97} \\ y = \frac{4}{97} \end{cases}$.	0,25
	Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của hệ phương trình đã cho là $(x, y) = \left(\frac{9}{97}; \frac{4}{97}\right)$.	0,25
10 (1,0đ)	Theo bất đẳng thức Cô-si, ta có $P \leq \frac{\sqrt{a}}{2\sqrt{a}\sqrt{bc}} + \frac{\sqrt{b}}{2\sqrt{b}\sqrt{ca}} + \frac{\sqrt{c}}{2\sqrt{c}\sqrt{ab}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{\sqrt{bc}} + \frac{1}{\sqrt{ca}} \right).$	0,25
	Với các số thực x, y, z, ta có $(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \geq 0 \Leftrightarrow xy + yz + zx \leq x^2 + y^2 + z^2$. Do đó $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{\sqrt{bc}} + \frac{1}{\sqrt{ca}} \right) \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{c}} \right) = \frac{\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}}{2\sqrt{abc}} \leq \frac{a+b+c}{2\sqrt{abc}}$. Suy ra $P \leq \frac{a+b+c}{2\sqrt{abc}}.$	0,25
	Từ giả thiết, ta có $a+b+c \leq 4032\sqrt{abc}$. Do đó $P \leq 2016$.	0,25
	Với $a=b=c=\frac{1}{1344^2}$, ta có $P=2016$. Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 2016.	0,25

—————Hết—————

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-3}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$, biết rằng tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: x + 9y - 3 = 0$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Giải bất phương trình $\log_2(x-3) - \log_{\frac{1}{2}}(x-2) \leq 1$.

b) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+2i)z + (1-2\bar{z})i = 1+3i$. Tính môđun của z .

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{3+4\sin x - \cos 2x} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$. Tìm tọa độ giao điểm A của d với (P) và lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d và nằm trong mặt phẳng (P) .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3}\cos 2x = -2$.

b) Giải U21 Quốc tế báo Thanh Niên – Cúp Clear Men 2015 quy tụ 6 đội bóng gồm: ĐKVĐ U21 HA.GL, U21 Singapore, U21 Thái Lan, U21 Báo Thanh niên Việt Nam, U21 Myanmar và U19 Hàn Quốc. Các đội chia thành 2 bảng A, B, mỗi bảng 3 đội. Việc chia bảng được thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Tính xác suất để hai đội tuyển U21 HA.GL và U21 Thái Lan nằm ở hai bảng khác nhau.

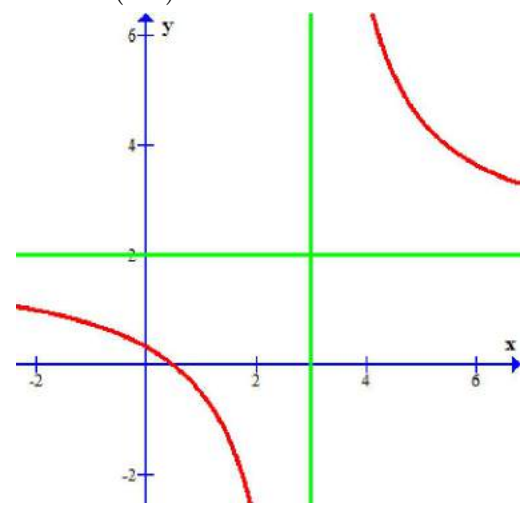
Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=2a$, $AD=a$, K là hình chiếu vuông góc của B lên đường chéo AC , các điểm H, M lần lượt là trung điểm của AK và DC , SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và MH .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC , các điểm $M(2; -1)$, N lần lượt là trung điểm của HB và HC ; điểm $K\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ là trực tâm tam giác AMN . Tìm tọa độ điểm C , biết rằng điểm A có tung độ âm và thuộc đường thẳng $d: x+2y+4=0$.

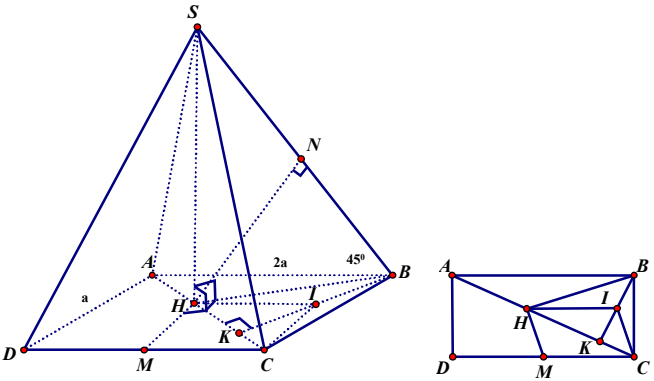
Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x^2 + 2xy + 2y^2 - 3x - 2y = 0 \\ 5x^2 + 2xy + 5y^2 - 3x - 3y - 2 = 0 \end{cases}$$

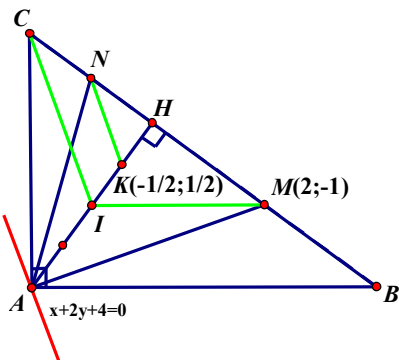
Câu 10 (1,0 điểm). Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x+y+z \leq \frac{1}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{z(xy+1)^2}{y^2(yz+1)} + \frac{x(yz+1)^2}{z^2(zx+1)} + \frac{y(zx+1)^2}{x^2(xy+1)}$$

Câu	Đáp án	Điểm											
1 (1,0đ)	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-1}{x-3}$.	1,00											
	♥ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ ♥ Sự biến thiên: – Chiều biến thiên: $y' = \frac{-5}{(x-3)^2}$; $y' < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.	0,25											
	♥ – Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow$ tiệm cận ngang: $y = 2$ $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng: $x = 3$	0,25											
	– Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$	3	$+\infty$	y'				y	2	$+\infty$	2
x	$-\infty$	3	$+\infty$										
y'													
y	2	$+\infty$	2										
	♥ Đồ thị: + Giao điểm với các trục: $Oy : x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3} : \left(0; \frac{1}{3}\right)$ và $Ox : y = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} : \left(\frac{1}{2}; 0\right)$ Đồ thị cắt các trục tọa độ tại $\left(0; \frac{1}{3}\right), \left(\frac{1}{2}; 0\right)$. + Tính đối xứng: Đồ thị nhận giao điểm $I(3; 2)$ của hai tiệm cận làm tâm đối xứng. 	0,25											
	2	Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$, biết rằng tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d : x + 9y - 3 = 0$.	1,00										

(1,0đ)	♥ Đường thẳng d có hệ số góc là $k_d = -\frac{1}{9}$. Do tiếp tuyến vuông góc với d nên hệ số góc của tiếp tuyến là $k_{tt} = -\frac{1}{k_d} = 9$.	0,25
	♥ Khi đó hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình $y' = k_{tt} \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 9 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$	0,25
	♥ Với $x = 1 \Rightarrow y = 2$, tiếp điểm $(1; 2)$. Phương trình tiếp tuyến là $y = 9x - 7$.	0,25
	♥ Với $x = -3 \Rightarrow y = -2$, tiếp điểm $(-3; -2)$. Phương trình tiếp tuyến là $y = 9x + 25$.	0,25
3 (1,0đ)	a) Giải bất phương trình $\log_2(x-3) - \log_{\frac{1}{2}}(x-2) \leq 1$ (1)	0,50
	♥ Điều kiện: $x > 3$. Khi đó: $(1) \Leftrightarrow \log_2[(x-3)(x-2)] \leq 1 \Leftrightarrow (x-3)(x-2) \leq 2$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4$ ♥ Kết hợp với điều kiện $x > 3$ ta có nghiệm của bất phương trình (1) là $3 < x \leq 4$.	0,25
	b) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+2i)z + (1-2\bar{z})i = 1+3i$. Tính môđun của z .	0,50
	♥ Đặt $z = a+bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ ta có: $(1+2i)z + (1-2\bar{z})i = 1+3i \Leftrightarrow a-4b + (b+1)i = 1+3i \Leftrightarrow \begin{cases} a-4b = 1 \\ b+1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = 2 \end{cases}$	0,25
	♥ Vậy môđun của z là $ z = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{9^2 + 2^2} = \sqrt{85}$.	0,25
4 (1,0đ)	Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{3+4\sin x - \cos 2x} dx$.	1,00
	♥ Ta có: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{3+4\sin x - \cos 2x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cos x}{\sin^2 x + 2\sin x + 1} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cos x}{(\sin x + 1)^2} dx$	0,25
	♥ Đặt $t = \sin x + 1 \Rightarrow dt = \cos x dx$, $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 2$	0,25
	♥ Suy ra: $I = \int_1^2 \frac{t-1}{t^2} dt = \int_1^2 \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t^2} \right) dt$	0,25
	♥ $= \left(\ln t + \frac{1}{t} \right) \Big _1^2 = \ln 2 - \frac{1}{2}$	0,25
5 (1,0đ)	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$. Tìm tọa độ giao điểm A của d với (P) và lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d và nằm trong mặt phẳng (P) .	1,00
	♥ Tọa độ của điểm A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z-3=0 \\ \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=3 \\ x+y=1 \\ y-z=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=4 \\ z=2 \end{cases}$	0,25
	♥ Suy ra $A(-3; 4; 2)$.	0,25
	♥ Mặt phẳng (P) có VTPT là $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; 1)$; đường thẳng d có VTCP là $\vec{u}_d = (-1; 1; 1)$	0,25

	Gọi (Q) là mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng $d \Rightarrow \Delta = (P) \cap (Q)$ Khi đó VTCP của Δ là $\vec{u} = [\vec{n}_{(P)}; \vec{u}_d] = \left(\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \right) = (0; -2; 2)$.	
	♥ Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = - \\ y = -t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.	0,25
6 (1,0đ)	a) Giải phương trình $2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3}\cos 2x = -2 \quad (1)$	0,50
	♥ Ta có: $(1) \Leftrightarrow 2\sin 2x \cos \frac{\pi}{3} + 2\cos 2x \sin \frac{\pi}{3} - \sqrt{3}\cos 2x = -2$ $\Leftrightarrow \sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x - \sqrt{3}\cos 2x = -2 \Leftrightarrow \sin 2x = -2 \quad (2)$	0,25
	Do $\sin 2x \leq 1$ nên phương trình (2) vô nghiệm	0,25
	Giải U21 Quốc tế báo Thanh Niên – Cúp Clear Men 2015 quy tụ 6 đội bóng gồm: ĐKVĐ U21 HA.GL, U21 Singapore, U21 Thái Lan, U21 Báo Thanh niên Việt Nam, U21 Myanmar và U19 Hàn Quốc. Các đội chia thành 2 bảng A, B, mỗi bảng 3 đội. Việc chia bảng được thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Tính xác suất để hai đội tuyển U21 HA.GL và U21 Thái Lan nằm ở hai bảng khác nhau.	0,50
	♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $\Omega = C_6^3 C_3^3 = 20$.	0,25
	Gọi A là biến cố: “đội tuyển U21 HA.GL và U21 Thái Lan nằm ở hai bảng khác nhau”. Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $\Omega_A = 2! C_4^2 C_2^2 = 12$ ♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.	0,25
7 (1,0đ)	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$, K là hình chiếu vuông góc của B lên đường chéo AC, các điểm H, M lần lượt là trung điểm của AK và DC, SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45°. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và MH.	1,00
		0,25
	♥ Do $\perp (AI)$ nên HB là hình chiếu của SB lên $(ABCD)$ Suy ra $[SB; (ABCD)] = \angle SBH = 45^\circ \Rightarrow SH = BH$ Xét tam giác vuông ABC ta có: $AC = a\sqrt{5}$, $HK = \frac{1}{2} AK = \frac{2a}{\sqrt{5}}$, $BK = \frac{2a}{\sqrt{5}}$ Xét tam giác vuông BKH	0,25

	$BH^2 = BK^2 + HK^2 = \frac{4a^2}{5} + \frac{4a^2}{5} = \frac{8a^2}{5} \Rightarrow SH = BH = \frac{2a\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{10}}{5}$	
	♥ Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} . SH = \frac{1}{3} AB . AD . SH = \frac{1}{3} . 2a . a . \frac{2a\sqrt{10}}{5} = \frac{4a^3\sqrt{10}}{15} .$	0,25
	♥ Gọi I là trung điểm của BK , suy ra tứ giác $HICM$ là hình bình hành Suy ra: $HI \perp BC \Rightarrow I$ là trực tâm tam giác $BHC \Rightarrow CI \perp HB \Rightarrow MH \perp HB$ Mà HB là hình chiếu của SB lên $(ABCD)$ nên $MH \perp SB$.	0,25
	♥ Trong (SHB) , kẻ $HN \perp SB$ ($N \in SB$), ta có: $\begin{cases} MH \perp HB \\ MH \perp SH \end{cases} \Rightarrow MH \perp HN$ Suy ra HN là đoạn vuông góc chung của SB và MH . Suy ra: $d(SB, MH) = HN$ Xét tam giác vuông SHB ta có: $HN = \frac{1}{2} SB = \frac{1}{2} HB . \sqrt{2} = \frac{1}{2} \frac{2a\sqrt{2}}{\sqrt{5}} . \sqrt{2} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$ Vậy $d(SB, MH) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.	0,25
8 (1,0đ)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC , các điểm $M(2;-1)$, N lần lượt là trung điểm của HB và HC ; điểm $K\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ là trực tâm tam giác AMN . Tìm tọa độ điểm C , biết rằng điểm A có tung độ âm và thuộc đường thẳng $d: x + 2y + 4 = 0$.	1,00
		
	♥ Gọi I là trung điểm của AH , ta có $MI \parallel AB \Rightarrow MI \perp AC$ Suy ra: I là trực tâm tam giác $AMC \Rightarrow CI \perp AM$ Mà $NK \perp AM \Rightarrow NK \parallel CI \Rightarrow K$ là trung điểm HI .	0,25
	♥ Đặt $A(-2a-4; a) \in d$, từ hệ thức $\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{KH} \Rightarrow H\left(\frac{2a+2}{3}; \frac{2-a}{3}\right)$ Suy ra: $\overrightarrow{AK} = \left(\frac{7}{2} + 2a; \frac{1}{2} - a\right)$ và $\overrightarrow{MH} = \left(\frac{2a-4}{3}; \frac{5-a}{3}\right)$ Khi đó: $\overrightarrow{AK} . \overrightarrow{MH} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{7}{2} + 2a\right)\left(\frac{2a-4}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - a\right)\left(\frac{5-a}{3}\right) = 0$ $\Leftrightarrow 10a^2 - 13a - 23 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{23}{10} \end{cases} \Rightarrow A(-2; -1).$	0,25
	♥ Suy ra tọa độ $H(0;1)$ và $B(4;-3)$ Phương trình $AB: x + 3y + 5 = 0$ và $BC: x + y - 1 = 0$.	0,25
	♥ Tọa độ C là nghiệm của hệ phương trình:	0,25

	$\begin{cases} x+3y=-5 \\ x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-3 \end{cases} \Rightarrow C(4; -3).$	
9 (1,0đ)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x^2 + 2xy + 2y^2 - 3x - 2y = 0 & (1) \\ 5x^2 + 2xy + 5y^2 - 3x - 3y - 2 = 0 & (2) \end{cases}$	1,00
	♥ Nhân hai vế của phương trình (1) với 3 rồi trừ theo vế cho (2), ta được phương trình: $4x^2 + 4xy + y^2 - 6x + 3y + 2 = 0$	0,25
	♥ $\Leftrightarrow (2x+y)^2 - 3(2x+y) + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=1 \\ 2x+y=2 \end{cases}$	0,25
	♥ Nếu $2x+y=1$ thì $y=1-2x$, thay vào (1) ta được: $7x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=1 \\ x=\frac{5}{7} \Rightarrow y=-\frac{3}{7} \end{cases}$	0,25
	♥ Nếu $2x+y=2$ thì $y=2-2x$, thay vào (1) ta được: $7x^2 - 11x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=0 \\ x=\frac{4}{7} \Rightarrow y=\frac{6}{7} \end{cases}$ Vậy hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm là $(0;1); (1;0); \left(\frac{5}{7}; -\frac{3}{7}\right); \left(\frac{4}{7}; \frac{6}{7}\right)$.	0,25
10 (1,0đ)	Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x+y+z \leq \frac{3}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{z(xy+1)^2}{y^2(yz+1)} + \frac{x(yz+1)^2}{z^2(zx+1)} + \frac{y(zx+1)^2}{x^2(xy+1)}.$	1,00
	♥ Biến đổi biểu thức P , ta có: $P = \frac{\left(x + \frac{1}{y}\right)^2}{y + \frac{1}{z}} + \frac{\left(y + \frac{1}{z}\right)^2}{z + \frac{1}{x}} + \frac{\left(z + \frac{1}{x}\right)^2}{x + \frac{1}{y}}$	0,25
	♥ Chứng minh bất đẳng thức: $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq a+b+c \quad (a, b, c > 0) \quad (1)$ Theo bất đẳng thức Cauchy ta có: $\frac{a^2}{b} + b \geq 2a, \frac{b^2}{c} + c \geq 2b, \frac{c^2}{a} + a \geq 2c \Rightarrow \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq a+b+c.$ Sử dụng (1) ta suy ra: $P \geq \left(x + \frac{1}{y}\right) + \left(y + \frac{1}{z}\right) + \left(z + \frac{1}{x}\right) = x+y+z + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = Q$	0,25
	♥ Tiếp tục đánh giá Q , ta có: $Q \geq 3\sqrt[3]{xyz} + \frac{3}{\sqrt[3]{xyz}}$ Đặt $t = \sqrt[3]{xyz}$, ta có: $0 < t = \sqrt[3]{xyz} \leq \frac{x+y+z}{3} \leq \frac{1}{2}$	0,25
	♥ Khi đó: $Q \geq 3t + \frac{3}{t} = 12t + \frac{3}{t} - 9t \geq 2\sqrt{36} - \frac{9}{2} = \frac{15}{2}$ Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=y=z=\frac{1}{2}$ Kết luận: Giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{15}{2}$, đạt khi $x=y=z=\frac{1}{2}$.	0,25

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐỒNG NAI
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH

THI THỬ QUỐC GIA LẦN 1 NĂM 2016
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

Câu 2 (1 điểm). Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m+2)x + m - 1$ có hai điểm cực trị.

Câu 3 (1,0 điểm).

1) Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)\bar{z} + (3+2i)z = 8+14i$. Tính môđun của số phức $w = 1+i+z$.

2) Giải phương trình $2^x - 3 \cdot 2^{\frac{x+2}{2}} + 8 = 0$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{2 + \cos x} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và điểm $A(1; -4; 1)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng Δ và viết phương trình mặt cầu có tâm A và tiếp xúc với đường thẳng d .

Câu 6 (1,0 điểm).

1) Cho $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \sin^3 x + \cos^3 x$.

2) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(3x^2 - \frac{2}{x}\right)^9$, $x \neq 0$.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Gọi N là trung điểm của cạnh BB' . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và CN .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 2AB$. Trên đoạn thẳng BD lấy điểm M sao cho $DM = 4MB$ và gọi E, F lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng DM và BC . Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D biết $E(1; 6)$, $F(2; 3)$, D có hoành độ lớn hơn 1 và A có hoành độ âm.

Câu 9 (1 điểm). Giải phương trình trên tập số thực: $\frac{1 + 2\sqrt{3(1-x)^3}}{3\sqrt[3]{3(2x-1)+2}} = 1-x$.

Câu 9 (1,0 điểm). Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$. Tìm GTNN biểu thức:

$$P = (a+1)(b+1)(c+1) + \frac{4}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 1}}.$$

----- Hết -----

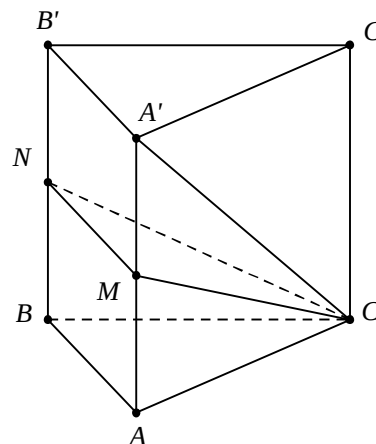
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

ĐÁP ÁN

Câu	Đáp án	Điểm												
Câu 1	Khảo sát... - TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. - Sự biến thiên +) Chiều biến thiên: $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0 \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. +) Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$; tiệm cận ngang: $y = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$; tiệm cận đứng: $x = 1$. +) Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td></td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>2</td></tr></table> • Đồ thị	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	-		-	y	2	$+\infty$	2	
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'	-		-											
y	2	$+\infty$	2											
Câu 2	Tìm m để... TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3(x^2 - 2mx + m + 2)$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m + 2 = 0 (*)$. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị khi và chỉ khi (*) có hai nghiệm phân biệt, hay $\Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow m < -1$ hoặc $m > 2$.	0,5 0,5												
Câu 3	1) Đặt $z = x + yi$, ta có $(1 + 2i)(x - yi) + (3 + 2i)(x + yi) = 8 + 14i$ $\Leftrightarrow 4x + (4x + 2y)i = 8 + 14i \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 8 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + 3i$. Suy ra $w = 3 + 4i$ nên $w = 5$. 2) Phương trình tương đương với $2^x - 6 \cdot 2^{\frac{x}{2}} + 8 = 0 \Leftrightarrow 2^{\frac{x}{2}} = 2$ hoặc $2^{\frac{x}{2}} = 4$ Suy ra $x = 2$ hoặc $x = 4$ là nghiệm của phương trình.	0,25 0,25 0,25												
Câu 4	Ta có $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \cdot \sin x dx}{2 + \cos x}$.	0,5												

	Đặt $t = 2 + \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$. Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 3, x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 2$	
	Khi đó $I = 2 \int_2^3 \frac{t-2}{t} dt = 2 \int_2^3 \left(1 - \frac{2}{t}\right) dt = 2(t - 2 \ln t) \Big _2^3 = 2\left(1 - 2 \ln \frac{3}{2}\right)$.	0,5
Câu 5	Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên Δ , ta có $H(1+2t; t; -1-t), \overline{AH} = (2t; t+4; -t-2)$.	0,25
	Vì $AH \perp \Delta$ nên $AH \cdot u_{\Delta} = 0 \Leftrightarrow 2.2t + t + 4 + t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow H(-1; -1; 0)$.	0,25
	Bán kính mặt cầu $R = AH = \sqrt{14}$.	0,25
	Phương trình mặt cầu $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 14$.	0,25
Câu 6	1) Ta có $(\sin x + \cos x)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin x \cos x = -\frac{3}{8}$.	0,25
	Do đó $A = (\sin x + \cos x)^3 - 3 \sin x \cos x (\sin x + \cos x) = \frac{1}{8} + \frac{9}{16} = \frac{11}{16}$.	0,25
	2) Số hạng tổng quát: $C_9^k (3x^2)^{9-k} \left(-\frac{2}{x}\right)^k = C_9^k 3^{9-k} (-2)^k x^{18-3k}$.	0,25
	Số hạng không chứa x ứng với k thỏa mãn $18 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 6$. Vậy số hạng không chứa x là: $C_9^6 \cdot 3^3 \cdot 2^6 = 145152$.	0,25
Câu 7	Ta có AC là hình chiếu vuông góc của $A'C$ lên mặt phẳng (ABC) nên $\widehat{A'CA} = 30^\circ$. Suy ra $AA' = AC \cdot \tan 30^\circ = a$.	0,25
	$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$. Thể tích khối lăng trụ là: $V = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.	0,25
	Gọi M là trung điểm của AA' , ta có $AB \parallel MN$ nên góc giữa hai đường thẳng AB và CN là góc $\widehat{MNC}$.	0,25
	Ta có $NM \perp CM$ và $MN = AB = a, CN = \sqrt{BC^2 + BN^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$. Suy ra $\cos \widehat{MNC} = \frac{MN}{NC} = \frac{2}{\sqrt{17}}$. Vậy $\cos(AB, CN) = \frac{2}{\sqrt{17}}$.	0,25



Câu 8	Đặt $AB = a$, suy ra $AD = 2a$, $\frac{BM}{BD} = \frac{BA^2}{BD^2} = \frac{1}{5}$ nên $EM = ED = \frac{2}{5} BD$ Ta có $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{5} \overrightarrow{AD} + \frac{2}{5} \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{FE} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{3}{5} \overrightarrow{BD} = -\frac{3}{5} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{10} \overrightarrow{AD}$. Suy ra $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{FE} = -\frac{6}{25} AB^2 + \frac{3}{50} AD^2 = 0$ nên $AE \perp FE$. Mà $\overrightarrow{EF} = (1; -3)$ nên ta có phương trình $AE : x - 3y + 17 = 0$. Suy ra $A(3a - 17; a)$. Lại có $FE^2 = \frac{9}{25} AB^2 + \frac{1}{100} AD^2 = \frac{2}{5} a^2 \Rightarrow a = 5$, suy ra $AE^2 = \frac{9}{25} AD^2 + \frac{4}{25} AB^2 = 40 \Leftrightarrow (3a - 18)^2 + (a - 6)^2 = 40 \Leftrightarrow a = 8, a = 4$. Mà $x_A < 0$ nên $A(-5; 4)$. Từ $AD = 10$ và $FA = FD$ nên tọa độ của D là nghiệm của hệ : $\begin{cases} (x+5)^2 + (y-4)^2 = 100 \\ (x-2)^2 + (y-3)^2 = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 10 \end{cases} \Rightarrow D(3; 10) \text{ (do } x_D > 1).$ Vì $\overrightarrow{BD} = \frac{5}{2} \overrightarrow{ED}$ nên ta suy ra $B(-2; 0)$. Suy ra $C(6; 6)$.	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 9	Điều kiện: $x < 1$. Phương trình $\Leftrightarrow 1 + 2\sqrt{3(1-x)^3} = (1-x) \left[3\sqrt[3]{3(2x-1)} + 2 \right]$. $\Leftrightarrow \frac{1}{1-x} + 2\sqrt{3(1-x)} = 3\sqrt[3]{3(2x-1)} + 2$ (do $x = 1$ không là nghiệm của phương trình) $\Leftrightarrow \frac{3(2x-1)}{3(1-x)} + 2\sqrt{3(1-x)} = 3\sqrt[3]{3(2x-1)}$. Đặt $a = \sqrt{3(1-x)}$, $b = \sqrt[3]{3(2x-1)}$ ta có phương trình $\frac{b^3}{a^2} + 2a = 3b \Leftrightarrow 2a^3 - 3a^2b + b^3 = 0$ $\Leftrightarrow (a-b)^2(2a+b) = 0 \Leftrightarrow a = b, b = -2a$. Mặt khác $2a^2 + b^3 = 3$. +) $a = b$, ta có $2a^2 + a^3 = 3 \Leftrightarrow a = 1 \Leftrightarrow \sqrt{3(1-x)} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$. +) $b = -2a$, ta có $2a^2 - 8a^3 = 3 \Leftrightarrow 8a^3 - 2a^2 + 3 = 0$ (1). Vì $a > 0$ nên áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có $a^3 + a^3 + 1 \geq 3a^2 \Rightarrow 2a^3 + 1 > 2a^2$. Do đó, ta suy ra được (1) vô nghiệm. Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = \frac{2}{3}$.	0,25 0,25 0,25 0,25

Câu 10	Ta có $ab + bc + ca = 3abc$. Nên $(a+1)(b+1)(c+1) = abc + ab + bc + ca + a + b + c + 1$ $= \frac{4}{3}(ab + bc + ca) + a + b + c + 1.$	0,25
	Mà $(ab + bc + ca)^2 \geq 3abc(a + b + c) \Rightarrow a + b + c \leq ab + bc + ca$. Do đó $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca) \leq (ab + bc + ca)^2 - 2(ab + bc + ca)$	0,25
	Đặt $t = ab + bc + ca$, ta có $a + b + c \geq \sqrt{3t}$ nên $t \geq \sqrt{3t} \Rightarrow t \geq 3$. $P \geq \frac{4}{3}t + \sqrt{3t} + 1 + \frac{4}{\sqrt{t^2 - 2t + 1}} = \frac{4}{3}t + \sqrt{3t} + \frac{4}{t-1} + 1 = f(t).$	0,25
	Xét hàm số $f(t)$ với $t \geq 3$ ta có $f'(t) = \frac{4}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{t}} - \frac{4}{(t-1)^2}.$ Vì $t \geq 3$ nên $(t-1)^2 \geq 4 \Rightarrow \frac{1}{(t-1)^2} \leq \frac{1}{4}$. Do đó $f'(t) > 0 \forall t \geq 3$, suy ra $f(t) \geq f(3) = 10 \Rightarrow P \geq 10$. Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = 1$. Vậy GTNN của P là 10.	0,25

Ghi chú: Nếu học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2016 – LẦN 2
Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (H) của hàm số $y = \frac{-x+1}{x-2}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm các điểm cực đại, cực tiểu của hàm số $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho hàm số $f(x) = e^x + e^{-2x}$. Tìm x để $f'(x) + 2f(x) = 3$.

b) Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)^2 z = 2 - 4i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\sin \pi x + \frac{\sqrt{3x+1}}{x-5} \right) dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và điểm $I(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I , tiếp xúc với mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ tiếp điểm của (S) và (P) .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Cho $\cos a = \frac{1}{3}$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\sin 3a - \sin a}{\sin 2a}$.

b) Nam và Hùng chơi đá bóng qua lưới, ai đá thành công nhiều hơn là người thắng cuộc. Nếu để bóng ở vị trí A thì xác suất đá thành công của Nam là 0,9 còn của Hùng là 0,7; nếu để bóng ở vị trí B thì xác suất đá thành công của Nam là 0,7 còn của Hùng là 0,8. Nam và Hùng mỗi người đều đá 1 quả ở vị trí A và 1 quả ở vị trí B . Tính xác suất để Nam thắng cuộc.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 45° , hình chiếu của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của $A'B'$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a và cosin của góc giữa hai đường thẳng $A'M, AB'$.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AB = AD = \frac{1}{3}CD$. Giao điểm của AC và BD là $E(3; -3)$, điểm $F(5; -9)$ thuộc cạnh AB sao cho $AF = 5FB$. Tìm tọa độ đỉnh D , biết rằng đỉnh A có tung độ âm.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải phương trình $2^{\sqrt{x^2+1}} \log_2 \left(x + \sqrt{x^2+1} \right) = 4^x \log_2(3x)$.

Câu 10 (1,0 điểm). Tìm số thực m lớn nhất sao cho tồn tại các số thực không âm x, y, z thỏa mãn

$$x + y + z = 4 \text{ và } x^3 + y^3 + z^3 + 8(xy^2 + yz^2 + zx^2) = m.$$

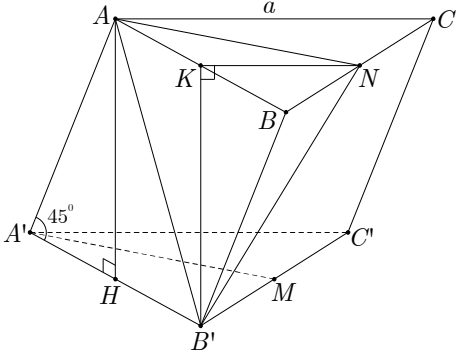
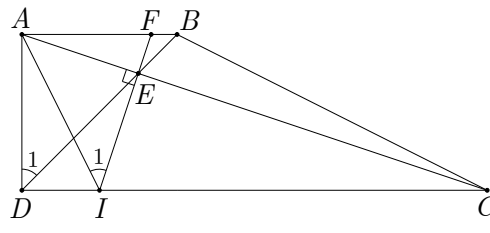
----- Hết -----

Ghi chú: 1. BTC sẽ trả bài vào các ngày 16, 17/4/2016. Để nhận được bài thi, thí sinh phải nộp lại phiếu dự thi cho BTC.

2. Thi thử THPT Quốc gia lần 3 sẽ được tổ chức vào chiều ngày 07 và ngày 08/5/2016. Đăng ký dự thi tại Văn phòng Trường THPT Chuyên từ ngày 16/4/2016.

Câu	Đáp án	Điểm															
Câu 1 (1,0 điểm)	1°. Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. 2°. Sự biến thiên: * Giới hạn, tiệm cận: Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = -\infty$. Do đó đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị (H). Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$ nên đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị (H). * Chiều biến thiên: Ta có $y' = \frac{1}{(x-2)^2} > 0$, với mọi $x \neq 2$. Suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$, $(2; +\infty)$.	0,5															
	* Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>+</td><td></td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td></tr></table> 3°. Đồ thị: Đồ thị (H) cắt Ox tại $(1; 0)$, cắt Oy tại $(0; -\frac{1}{2})$; nhận giao điểm $I(2; -1)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.	x	$-\infty$	2	$+\infty$	y'					+		+	y	-1	$+\infty$	$-\infty$
x	$-\infty$	2	$+\infty$														
y'																	
	+		+														
y	-1	$+\infty$	$-\infty$														
Câu 2 (1,0 điểm)	Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$. Ta có $f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 2.$	0,5															
	$f''(x) = 12(3x^2 - 2x - 2).$ Ta lại có $f''(-1) > 0, f''(0) < 0, f''(2) > 0$. Suy ra $x = -1, x = 2$ là các điểm cực tiểu; $x = 0$ là điểm cực đại của hàm số. Chú ý. Học sinh có thể lập Bảng biến thiên để đưa ra kết luận.	0,5															
Câu 3 (1,0 điểm)	a) Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f'(x) = e^x - 2e^{-2x}, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $f'(x) + 2f(x) = 3 \Leftrightarrow e^x - 2e^{-2x} + 2e^x + 2e^{-2x} = 3 \Leftrightarrow e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0.$	0,5															
	b) Từ giả thiết ta có $z = \frac{2-4i}{(1+i)^2} = \frac{2-4i}{2i} = \frac{1}{i} - 2 = -2 - i.$ Vậy, phần thực của z bằng -2 , phần ảo của z bằng -1 .	0,5															

Câu 4 (1,0 điểm)	Ta có $I = \int_0^1 \sin \pi x \, dx + \int_0^1 \frac{\sqrt{3x+1}}{x-5} \, dx$ +) $\int_0^1 \sin \pi x dx = -\frac{1}{\pi} \cos \pi x \Big _0^1 = \frac{2}{\pi}.$	0,5
	+) Tính $\int_0^1 \frac{\sqrt{3x+1}}{x-5} \, dx$. Đặt $\sqrt{3x+1} = t$. Khi đó $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = 1 \Rightarrow t = 2$ và $x = \frac{t^2-1}{3} \Rightarrow dx = \frac{2t}{3} dt$. Suy ra $\int_0^1 \frac{\sqrt{3x+1}}{x-5} \, dx = 2 \int_1^2 \frac{t^2}{t^2-16} dt = 2 \int_1^2 \left(1 + \frac{2}{t-4} - \frac{2}{t+4} \right) dt$ $= \left(2t + 4 \ln t-4 - 4 \ln t+4 \right) \Big _1^2 = 2 - 8 \ln 3 + 4 \ln 5.$ Từ đó ta được $I = \frac{2}{\pi} + 2 - 8 \ln 3 + 4 \ln 5.$	0,5
Câu 5 (1,0 điểm)	Ta có $R = d(I, (P)) = \sqrt{3}$. Suy ra $(S) : (x-1)^2 + (y-2)^2 + (y-3)^2 = 3$. Gọi H là tiếp điểm của (S) và (P). Khi đó H là hình chiếu của I lên (P). Ta có $\overrightarrow{u_{IH}} = \overrightarrow{n_P}(1; 1; 1)$. Suy ra $IH : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$. Do đó $H(t+1; t+2; t+3)$. Vì $H \in (P)$ nên $(t+1) + (t+2) + (t+3) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1.$ Suy ra $H(0; 1; 2)$.	0,5
Câu 6 (1,0 điểm)	a) Ta có $P = \frac{\sin 3a - \sin a}{\sin 2a} = \frac{2 \cos 2a \sin a}{2 \sin a \cos a} = \frac{\cos 2a}{\cos a} = \frac{2 \cos^2 a - 1}{\cos a} = -\frac{7}{3}.$ b) Gọi X là biến cố Nam thắng cuộc; N_i ($i = 0, 1, 2$) là biến cố Nam đá thành công i quả; H_i ($i = 0, 1, 2$) là biến cố Hùng đá thành công i quả. Khi đó $X = (N_1 \cap H_0) \cup (N_2 \cap H_0) \cup (N_2 \cap H_1).$ Theo giả thiết ta có $P(N_1 \cap H_0) = P(N_1) \cdot P(H_0) = (0,9.0,3 + 0,1.0,7)(0,3.0,2) = 0,0204.$ $P(N_2 \cap H_0) = P(N_2) \cdot P(H_0) = (0,9.0,7)(0,3.0,2) = 0,0378.$ $P(N_2 \cap H_1) = P(N_2) \cdot P(H_1) = (0,9.0,7)(0,7.0,2 + 0,3.0,8) = 0,2394.$ Suy ra $P(X) = 0,0204 + 0,0378 + 0,2394 = 0,2976.$	0,5

Câu 7 (1,0 điểm)	 Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Khi đó $AH \perp (A'B'C'D')$. Suy ra $\widehat{AA'H} = (\widehat{AA'}, (\widehat{A'B'C'D'})) = 45^\circ.$ Do đó $AH = A'H = \frac{a}{2}$. Suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}.$	0,5
	Gọi N là trung điểm của BC. Khi đó $(\widehat{A'M}, \widehat{AB'}) = (\widehat{AN}, \widehat{AB'})$. Trong tam giác vuông HAB' ta có $AB' = \sqrt{AH^2 + HB'^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$ Tam giác ABC đều cạnh a nên $AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi K là trung điểm của AB. Khi đó $B'K \parallel AH$ nên $B'K \perp KN$. Suy ra $B'N = \sqrt{B'K^2 + KN^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$ Áp dụng hệ quả của định lý hàm số cosin trong tam giác $AB'N$ ta có $\cos(\widehat{A'M}, \widehat{AB'}) = \left \cos \widehat{NAB'} \right = \frac{\frac{2a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} - \frac{2a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}.$	0,5
Câu 8 (1,0 điểm)	 Gọi $I = EF \cap CD$. Ta sẽ chứng minh tam giác EAI vuông cân tại E. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Khi đó $\vec{a} = \vec{b}$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. Ta có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \vec{b} + 3\vec{a}$. $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AF} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AC} - \frac{5}{6} \overrightarrow{AB} = \frac{1}{4} (\vec{b} + 3\vec{a}) - \frac{5}{6} \vec{a} = \frac{1}{12} (3\vec{b} - \vec{a}).$ Suy ra $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{EF} = \frac{1}{12} (3 \vec{b} ^2 - 3 \vec{a} ^2) = 0$. Do đó $AC \perp EF$. (1) Từ (1) suy ra tứ giác $ADIE$ nội tiếp. Suy ra $\widehat{I_1} = \widehat{D_1} = 45^\circ$. (2) Từ (1) và (2) suy ra tam giác EAI vuông cân tại E. Ta có $\overrightarrow{n_{AC}} = \overrightarrow{EF}(2; -6)$ nên $AC: x - 3y - 12 = 0 \Rightarrow A(3a + 12; a)$. Theo định lý Talet ta có $\frac{EI}{EF} = \frac{EC}{EA} = \frac{CD}{AB} = 3 \Rightarrow \overrightarrow{EI} = 3\overrightarrow{FE} \Rightarrow I(-3; 15).$	0,5

	Khi đó $EA = EI \Leftrightarrow (3a + 9)^2 + (a + 3)^2 = 360 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -9 \end{cases}.$ Vì A có tung độ âm nên $A(-15; -9)$. Ta có $\overrightarrow{n_{AD}} = \overrightarrow{AF}(20; 0)$ nên $AD : x = -15 \Rightarrow CD : y = 15$. Do đó $D(-15; 15)$.	
Câu 9 (1,0 điểm)	Điều kiện: $x > 0$. Phương trình đã cho tương đương với $2^{x+\sqrt{x^2+1}} \log_2 \left(x + \sqrt{x^2+1} \right) = 2^{3x} \log_2(3x). \quad (1)$ Xét hai trường hợp sau: TH1. $0 < x < \frac{1}{3}$. Khi đó $2^{x+\sqrt{x^2+1}} \log_2 \left(x + \sqrt{x^2+1} \right) > 2 > 0 > 2^{3x} \log_2(3x)$. Suy ra (1) không thỏa mãn.	0,5
	TH2. $x \geq \frac{1}{3}$. Ta có $x + \sqrt{x^2+1}$ và $3x$ đều thuộc khoảng $[1; +\infty)$. Xét hàm số $f(t) = 2^t \log_2 t$ trên khoảng $[1; +\infty)$. Ta có $f'(t) = 2^t \ln 2 \cdot \log_2 t + 2^t \cdot \frac{1}{t \ln 2} > 0$ với mọi t thuộc khoảng $[1; +\infty)$. Suy ra $f(t)$ đồng biến trên khoảng $[1; +\infty)$. Do đó (1) tương đương với $x + \sqrt{x^2+1} = 3x$. Từ đây giải ra được $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Vậy, phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.	0,5
Câu 10 (1,0 điểm)	Giả sử tồn tại các số thực x, y, z thỏa mãn yêu cầu bài toán đặt ra. Không mất tính tổng quát ta giả sử y nằm giữa x và z. Kết hợp với giả thiết ta có $0 \leq y \leq 2 \text{ và } x(y-x)(y-z) \leq 0.$ Từ đây ta được $xy^2 + yz^2 + zx^2 \leq y(x+z)^2$. Mặt khác, do x, z không âm nên $x^3 + z^3 \leq (x+z)^3$. Do đó $\begin{aligned} m &\leq (x+z)^3 + y^3 + 8y(x+z)^2 = (4-y)^3 + y^3 + 8y(4-y)^2 \\ &= 8y^3 - 52y^2 + 80y + 64. \end{aligned} \quad (1)$	0,5
	Xét hàm số $f(y) = 8y^3 - 52y^2 + 80y + 64, 0 \leq y \leq 2$. Ta có $\begin{aligned} f'(y) &= 24y^2 - 104y + 80 = 8(3y^2 - 13y + 10). \\ f'(y) &= 0, 0 \leq y \leq 2 \Leftrightarrow y = 1. \end{aligned}$ Ta có $f(0) = 64, f(1) = 100, f(2) = 80$. Suy ra $f(y) \leq f(1) = 100, \forall y \in [0; 2]$. (2) Từ (1) và (2) ta được $m \leq 100$. Khi $x = 0, y = 1, z = 3$ ta có dấu đẳng thức. Vậy số m lớn nhất cần tìm là 100.	0,5

TRƯỜNG THPT CHUYÊN
NGUYỄN TẤT THÀNH
Tỉnh Yên Bái

ĐỀ THI THỬ KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2016
Môn Toán - Lần thứ 1
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + m$ (1)

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = -4$.

2/ Xác định m để đồ thị của hàm số (1) có hai điểm cực trị A, B thỏa mãn tam giác OAB vuông tại O (O là gốc tọa độ).

Câu 2 (0,5 điểm). Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)(z-i) + 2z = 2i$.

Tìm mô đun của số phức $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$

Câu 3 (0,5 điểm). Giải bất phương trình $1 + \log_{\sqrt{2}}(x-1) \leq \log_2(x^2 + x - 4)$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} (e^{\cos x} + x) \sin x dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-1; 2; 3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $4x + y - z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) và tìm tọa độ tiếp điểm M.

Câu 6 (1,0 điểm).

a/ Cho góc α thỏa mãn $\cot \alpha = 2$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{2 \cos \alpha}{2 \sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha}$.

b/ Xét tập hợp E gồm các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau tạo thành từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập hợp E. Tìm xác suất để phần tử chọn được là một số chia hết cho 5.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABC có $AB = AC = a$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là 60° . Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác ABC đến mặt phẳng (SBC) theo a.

Câu 8 (1,0 điểm).

Giải bất phương trình: $(4x^2 + x - 1)\sqrt{x^2 + x + 2} \leq (4x^2 + 3x + 5)\sqrt{x^2 - 1} + 1$

Câu 9 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có đỉnh B thuộc đường thẳng $(d_1): 2x - y + 2 = 0$, đỉnh C thuộc đường thẳng $(d_2): x - y - 5 = 0$. Gọi H là hình chiếu của B trên AC. Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD biết $M\left(\frac{9}{5}; \frac{2}{5}\right)$, $K(9; 2)$ lần lượt là trung điểm của AH, CD và điểm C có tung độ dương.

Câu 10 (1,0 điểm).

Cho 3 số thực không âm a, b, c thỏa mãn $5(a^2 + b^2 + c^2) = 6(ab + bc + ca)$.

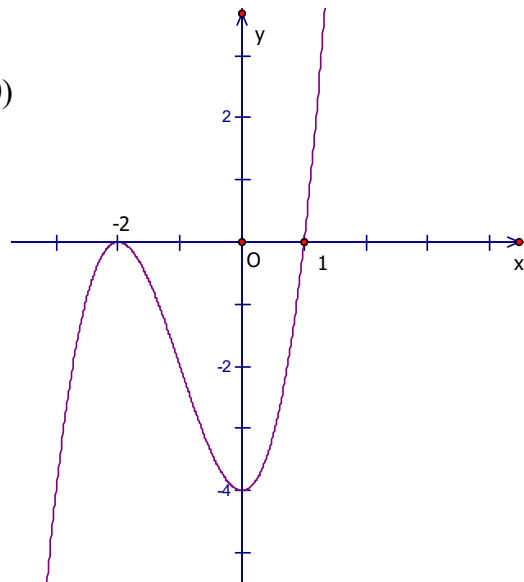
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{2(a+b+c)} - (b^2 + c^2)$.

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị không giải thích gì thêm

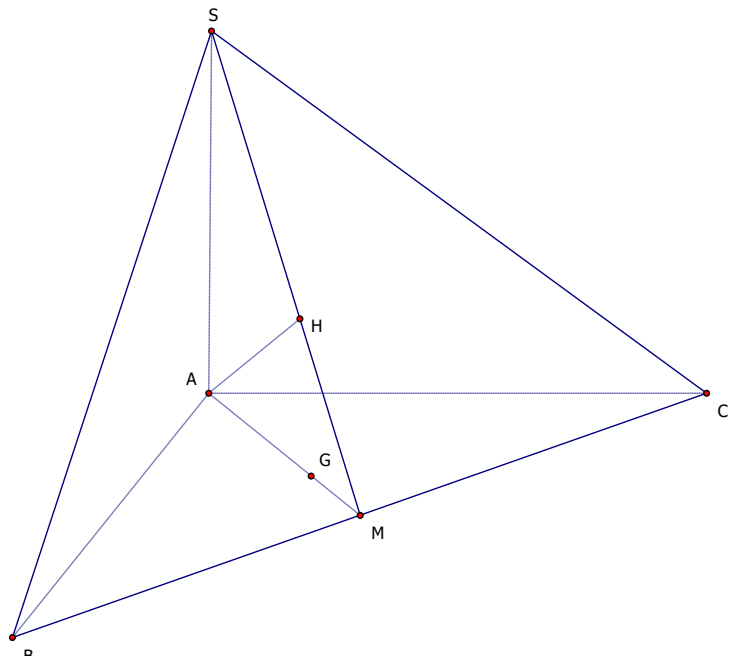
**TRƯỜNG THPT CHUYÊN
NGUYỄN TẤT THÀNH**

**HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI THỬ
KỲ THI QUỐC GIA 2016 LẦN THỨ 1
MÔN TOÁN**

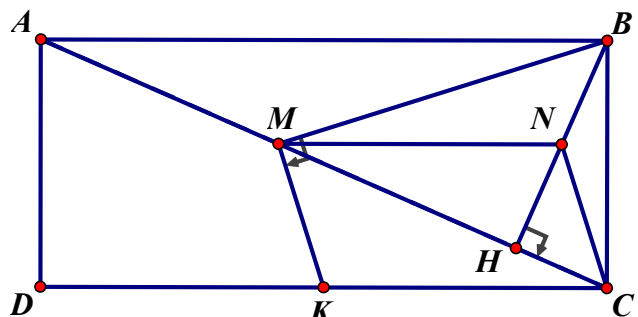
Câu	Nội dung	Điểm																					
Câu 1 2,0 điểm	Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + m$ (1) 1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = -4$.																						
	Với $m = -4$ ta có hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ Tập xác định : $\mathbb{R}$ Sự biến thiên - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ - Chiều biến thiên $y' = 3x^2 + 6x$ $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$	0.25																					
	Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>↗ 0</td><td>↘ -4</td><td>↗ $+\infty$</td><td></td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	y'		+	0	-	0	+		y	$-\infty$		↗ 0	↘ -4	↗ $+\infty$			0.25
x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$																			
y'		+	0	-	0	+																	
y	$-\infty$		↗ 0	↘ -4	↗ $+\infty$																		
	Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$ Cực trị : Hàm số đạt cực đại tại $x = -2, y_{CD} = 0$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0, y_{CT} = -4$	0.25																					
	Đồ thị : Đồ thị cắt trục Ox tại điểm $(-2; 0)$ và $(1; 0)$ Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; -4)$ 	0.25																					

	2/ Xác định m để đồ thị của hàm số (1) có hai điểm cực trị A, B thỏa mãn tam giác OAB vuông tại O (O là gốc tọa độ).	
	Ta có $y' = 3x^2 + 6x$ $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$ Do $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt và y' đổi dấu qua 2 nghiệm đó nên đths có 2 điểm cực trị là $A(0; m), B(-2; m+4)$ $\overrightarrow{OA}(0; m), \overrightarrow{OB}(-2; m+4)$	0.5
	ΔOAB vuông tại O khi $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow m(m+4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -4 \end{cases}$ Do O, A, B tạo thành tam giác nên $m = -4$	0.5
Câu 2 (0,5 điểm)	Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)(z-i) + 2z = 2i$. Tìm mô đun của số phức $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$	
	Ta có $(1+i)(z-i) + 2z = 2i \Leftrightarrow (3+i)z = -1+3i$ Suy ra $z = \frac{-1+3i}{3+i} = \frac{(-1+3i)(3-i)}{(3+i)(3-i)} = i$	0.25
	$w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2} = \frac{-i - 2i + 1}{i^2} = -1 + 3i$ Do đó $w = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$	0.25
Câu 3 (0,5 điểm)	Giải bất phương trình Giải bất phương trình $1 + \log_{\sqrt{2}}(x-1) \leq \log_2(x^2 + x - 4)$	
	Đk: .. BPT đã cho tương đương với $\log_2 2 + \log_2(x-1)^2 \leq \log_2(x^2 + x - 4)$ $\Leftrightarrow \log_2(2x^2 - 4x + 2) \leq \log_2(x^2 + x - 4)$	0.25
	$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 2 \leq x^2 + x - 4$ $\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 \leq 0$ $\Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3$ Kết hợp đk ta được nghiệm của BPT là $2 \leq x \leq 3$	0.25
Câu 4 (1,0 điểm)	Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} (e^{\cos x} + x) \sin x dx$.	
	$I = \int_0^{\pi} (e^{\cos x} + x) \sin x dx = \int_0^{\pi} e^{\cos x} \sin x dx + \int_0^{\pi} x \sin x dx = I_1 + I_2$	0.25
	Tính $I_1 = \int_0^{\pi} e^{\cos x} \sin x dx$ Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$;	0.25

	đổi cận: với $x = 0 \Rightarrow t = 1$ với $x = \pi \Rightarrow t = -1$ Ta có $I_1 = \int_{-1}^1 e^t dt = e^t \Big _{-1}^1 = e - \frac{1}{e}$	
	Tính $I_2 = \int_0^{\pi} x \sin x dx$ Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$ $I_2 = -x \cos x \Big _0^{\pi} + \int_0^{\pi} \cos x dx = \pi + \sin x \Big _0^{\pi} = \pi$	0.25
	Vậy $I = e + \frac{1}{e} + \pi$	0.25
Câu 5 (1,0 điểm)	Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $I(-1;2;3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $4x + y - z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) và tìm tọa độ tiếp điểm M.	
	Do (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $R = d(I; (P)) = \frac{ -4 + 2 - 3 - 1 }{\sqrt{16 + 1 + 1}} = \sqrt{2}$	0.25
	Mặt cầu (S) có phương trình $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 2$	0.25
	Đường thẳng IM đi qua I, vuông góc với (P) nên có phương trình: $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$	0.25
	Gọi $M(-1 + 4t; 2 + t; 3 - t)$ Do M thuộc (P) nên $4(-1 + 4t) + 2 + t - (3 - t) - 1 = 0 \Leftrightarrow 18t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$ Vậy $M\left(\frac{1}{3}; \frac{7}{3}; \frac{8}{3}\right)$	0.25
Câu 6 (1,0 điểm)	a/ Cho góc α thỏa mãn $\cot \alpha = 2$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{2 \cos \alpha}{2 \sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha}$	
	$\cot \alpha = 2 \Rightarrow \sin \alpha \neq 0$, ta có:	0.25

	$P = \frac{2\cos\alpha}{2\sin^3\alpha + 3\cos^3\alpha} = \frac{\frac{2\cos\alpha}{\sin^3\alpha}}{2\frac{\sin^3\alpha}{\sin^3\alpha} + 3\frac{\cos^3\alpha}{\sin^3\alpha}} = \frac{2\cot\alpha \frac{1}{\sin^2\alpha}}{2 + 3\cot^3\alpha} = \frac{2\cot\alpha(1 + \cot^2)}{2 + 3\cot^3\alpha}$	
	$= \frac{2.2.(1+4)}{2+3.2^3} = \frac{10}{13}$	0.25
	b/ Xét tập hợp E gồm các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau tạo thành từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập hợp E. Tìm xác suất để phần tử chọn được là một số chia hết cho 5.	
	Số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau tạo thành từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ kể cả số 0 đứng đầu là A_8^5 Số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau tạo thành từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ và có số 0 đứng đầu là A_7^4 Số phần tử của tập E là $A_8^5 - A_7^4 = 5880$	0.25
	Gọi A là biến cố chọn được một số có 5 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5 Số kết quả thuận lợi A là $A_7^4 + 6A_6^3 = 1560$ Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{1560}{5880} = \frac{13}{49}$	0.25
Câu 7 (1,0 điểm)	Cho hình chóp S.ABC có $AB = AC = a$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là 60°. Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác ABC đến mặt phẳng (SBC) theo a. 	

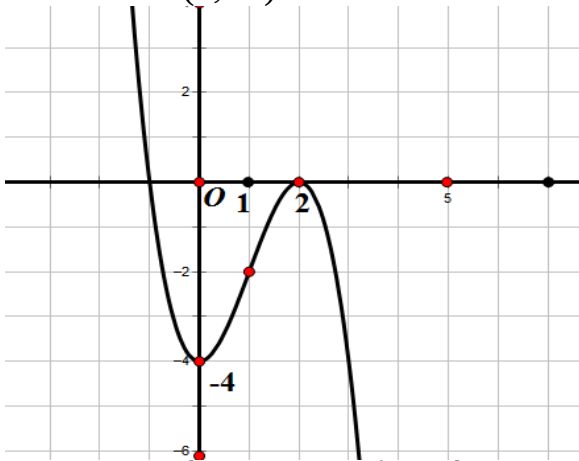
	Trong mặt phẳng (ABC), kẻ $AM \perp BC$ ($M \in BC$) thì $SM \perp BC$ nên $\widehat{SMA} = 60^\circ$ là góc giữa 2 mặt phẳng (SBC) và (ABC). Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC.\sin 120^\circ = \frac{1}{2} a.a.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ $SA = AM.\tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ Thể tích khối chóp S.ABC là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA.S_{ABC} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}$	0.5
	Vì $AM = 3GM$, $AM \cap (SBC) = M$ nên $d(G, (SBC)) = \frac{1}{3} d(A, (SBC))$ Trong mặt phẳng (SAM), kẻ $AH \perp SM$ ($H \in SM$) thì $AH \perp (SBC)$ nên $AH = d(A, (SBC))$ Trong tam giác vuông SAM có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}a}{4}$ Vậy $d(G, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{12}$	0.5
Câu 8 (1,0 điểm).	Giải bất phương trình: $(4x^2 + x - 1)\sqrt{x^2 + x + 2} \leq (4x^2 + 3x + 5)\sqrt{x^2 - 1} + 1$	
	Đk: $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 1 \end{cases}$ Đặt $u = \sqrt{x^2 + x + 2}$, $v = \sqrt{x^2 - 1}$ ($u, v \geq 0$) ta có $4x^2 + x - 1 = u^2 + 3v^2, 4x^2 + 3x + 5 = 3u^2 + v^2$	0.25
	Bất phương trình đã cho có dạng $(u^2 + 3v^2)u \leq (3u^2 + v^2)v + 1 \Leftrightarrow (u - v)^3 \leq 1 \Leftrightarrow u - v \leq 1 \Leftrightarrow u \leq v + 1$	0.25

	Xét $\sqrt{x^2 + x + 2} \leq \sqrt{x^2 - 1} + 1$ $\Leftrightarrow x^2 + x + 2 \leq x^2 - 1 + 2\sqrt{x^2 - 1} + 1$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 - 1} \geq x + 2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 < 0 \\ x^2 - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x \geq -2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ 4(x^2 - 1) \geq x^2 + 4x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ 3x^2 - 4x - 8 \geq 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x \geq -2 \\ x \leq \frac{2 - 2\sqrt{7}}{3} \\ x \geq \frac{2 + 2\sqrt{7}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{2 - 2\sqrt{7}}{3} \\ x \geq \frac{2 + 2\sqrt{7}}{3} \end{cases}$ Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty; \frac{2 - 2\sqrt{7}}{3}\right] \cup \left[\frac{2 + 2\sqrt{7}}{3}; +\infty\right)$	0.5
Câu 9 (1,0 điểm)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có đỉnh B thuộc đường thẳng $(d_1): 2x - y + 2 = 0$, đỉnh C thuộc đường thẳng $(d_2): x - y - 5 = 0$. Gọi H là hình chiếu của B trên AC. Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD biết $M\left(\frac{9}{5}; \frac{2}{5}\right)$, $K(9; 2)$ lần lượt là trung điểm của AH, CD và điểm C có tung độ dương.	
	Gọi N là trung điểm BH Ta có MN là đường trung bình của $\triangle ABH$ suy ra $MN \parallel KC, MN = \frac{1}{2}AB = KC$ $\Rightarrow MNCK$ là hình bình hành $\Rightarrow MK \parallel CN$ (1) Do $MN \perp BC, BN \perp MC$ nên N là trực tâm $\triangle BMC \Rightarrow CN \perp BM$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $MK \perp BM$ 	0.25

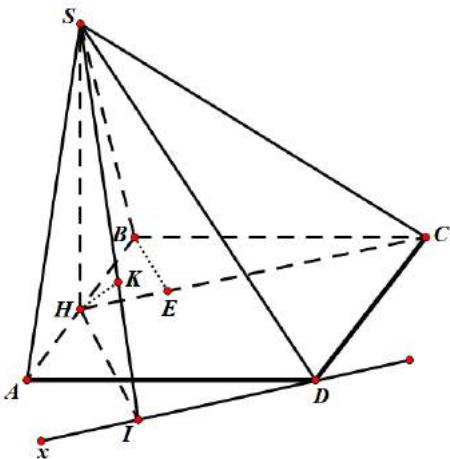
	Đường thẳng BM đi qua M, vuông góc với MK nên có phương trình $9x + 2y - 17 = 0$ Do $B = BM \cap d_1$ nên tọa độ B thỏa mãn $\begin{cases} 9x + 2y - 17 = 0 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow B(1;4)$	0.25
	Gọi $C(c; c-5)$ với $c > 5$. Do $BC \perp KC \Rightarrow \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{KC} = 0$ $\overrightarrow{BC} = (c-1; c-9)$ $\overrightarrow{KC} = (c-9; c-7)$ Do đó $(c-1)(c-9) + (c-9)(c-7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 9 \\ c = 4 \end{cases}$ Suy ra $C(9;4)$ vì $c > 5$.	0.25
	Đường thẳng CM đi qua M và C nên có phương trình $x - 2y - 1 = 0$ Đường thẳng BH đi qua B, vuông góc với MC nên có phương trình $2x + y - 6 = 0$ Tọa độ H thỏa mãn $\begin{cases} 2x + y - 6 = 0 \\ x - 2y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{5} \\ y = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{13}{5}; \frac{4}{5}\right)$ M là trung điểm AH nên $A(1;0)$ Khi đó $D(9;0)$ Vậy các đỉnh hình chữ nhật là $A(1;0), B(1;4), C(9;4), D(9;0)$	0.25
Câu 10 (1,0 điểm)	Cho 3 số thực không âm a, b, c thỏa mãn $5(a^2 + b^2 + c^2) = 6(ab + bc + ca)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{2(a+b+c)} - (b^2 + c^2)$.	
	Ta có $5a^2 + \frac{5}{2}(b+c)^2 \leq 5a^2 + 5(b^2 + c^2) = 6(ab + bc + ca) \leq 6a(b+c) + 6\frac{(b+c)^2}{4}$ $\Rightarrow 5a^2 - 6a(b+c) + (b+c)^2 \leq 0$ $\Rightarrow \frac{b+c}{5} \leq a \leq b+c$ $\Rightarrow a+b+c \leq 2(b+c)$ Đẳng thức xảy ra khi $a = b+c, b=c$	0.25

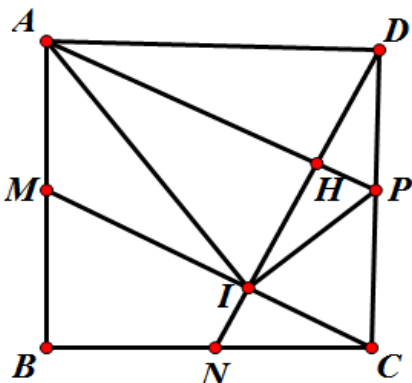
	Khi đó $P = \sqrt{2(a+b+c)} - (b^2 + c^2) \leq \sqrt{4(b+c)} - \frac{1}{2}(b+c)^2 = 2\sqrt{b+c} - \frac{1}{2}(b+c)^2$ Đặt $t = \sqrt{b+c}$ ($t \geq 0$) Ta có $P \leq 2t - \frac{1}{2}t^4$	0.25												
	Xét hàm số $f(t) = 2t - \frac{1}{2}t^4$ trên $[0; +\infty)$ $f'(t) = 2 - 2t^3$ $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$ Bảng biến thiên <table> <tr> <td>t</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(t)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>0 -</td> </tr> <tr> <td>$f(t)$</td> <td></td> <td>$\frac{3}{2}$</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table> Từ BBT suy ra $\max f(t) = \frac{3}{2}$ khi $t = 1$, do đó $\max P = \frac{3}{2} \text{ khi } a = 1, b = c = \frac{1}{2}$	t	0	1	$+\infty$	$f'(t)$		+	0 -	$f(t)$		$\frac{3}{2}$	$-\infty$	0.5
t	0	1	$+\infty$											
$f'(t)$		+	0 -											
$f(t)$		$\frac{3}{2}$	$-\infty$											

Chú ý: Nếu thí sinh giải theo cách khác mà vẫn đúng thì cho điểm tối đa theo phần tương ứng x

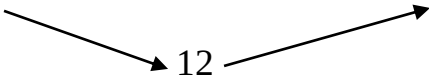
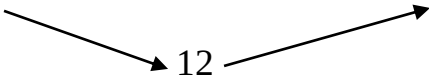
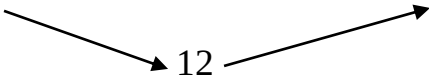
CÂU	Đáp án	Điểm																			
Câu 1	Cho hàm số: $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$ (1) a) Khảo sát vẽ đồ thị hàm số khi $m = 1$. Khi $m = 1$ hàm số trở thành: $y = -x^3 + 3x^2 - 4$																				
	- Tập xác định: $\mathbb{R}$ - Sự biến thiên:																				
	+ Giới hạn và tiệm cận $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty;$ Đồ thị hàm số không có tiệm cận.	0,25																			
	+ Bảng biến thiên $y' = -3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$	0,25																			
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>$\searrow$</td><td>-4</td><td>$\nearrow$</td><td>0</td><td>$\searrow$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	-	0	+	0	-	y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$	0,25
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																
	y'	-	0	+	0	-															
	y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$													
	Đồ thị Điểm uốn: $I(1; -2)$ 	0,25																			
	Nhận xét: Đồ thị nhận điểm uốn $I(1; -2)$ làm tâm đối xứng.																				
b) Cho hàm số: $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$ (1) Tìm m để hàm số (1) có hai điểm cực trị x_1 và x_2 đồng thời $ x_1 - x_2 = 2$.																					
$y' = -3x^2 + 6x + 3(m^2 - 1)$	0,25																				
+ Hàm số (1) có hai điểm cực trị khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 9m^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.	0,25																				
$+ x_1 - x_2 = 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4$																					

	Trong đó: $x_1 + x_2 = 2; x_1 x_2 = 1 - m^2$	0,25
	Nên $ x_1 - x_2 = 2 \Leftrightarrow 1 - m^2 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$ (TMĐK). Vậy $m = \pm 1$	0,25
Câu 2	Giải các phương trình, bất phương trình sau: a) $5^{x+1} - 4 = 5^{2x}$	
	$5^{x+1} - 4 = 5^{2x} \Leftrightarrow (5^x)^2 - 5 \cdot 5^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = 4 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_5 4 \end{cases}$ Vậy PT có nghiệm $x = 0; x = \log_5 4$.	0,25
	b) $\log_{\sqrt{5}} x - \log_5 (x + 2) < \log_{\frac{1}{5}} 3$ ĐK: $x > 0$. BPT trở thành: $\log_5 x^2 - \log_5 (x + 2) < -\log_5 3 \Leftrightarrow \log_5 x^2 + \log_5 3 < \log_5 (x + 2)$	0,25
	$\Leftrightarrow \log_5 3x^2 < \log_5 (x + 2) \Leftrightarrow 3x^2 - x - 2 < 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < x < 1$ Kết hợp điều kiện, BPT có nghiệm: $0 < x < 1$	0,25
Câu 3	Tính tích phân: $I = \int_0^{\pi} x(x + \sin x) dx$	
	$I = \int_0^{\pi} x^2 dx + \int_0^{\pi} x \sin x dx = \int_0^{\pi} x^2 dx - \int_0^{\pi} x d(\cos x)$	0,25
	$= \frac{x^3}{3} \Big _0^{\pi} - (x \cos x) \Big _0^{\pi} + \int_0^{\pi} \cos x dx$	0,25
	$= \frac{\pi^3}{3} + \pi + \sin x \Big _0^{\pi}$	0,25
	$I = \frac{1}{3} \pi^3 + \pi$	0,25
Câu 4	a) Giải phương trình: $\sin 2x + \sqrt{2} \cos x = 0$	
	$\Leftrightarrow 2 \sin x \cdot \cos x + \sqrt{2} \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x (2 \sin x + \sqrt{2}) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$	
	Phương trình có nghiệm: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi$.	0,25
	b) Một lớp học có 28 học sinh trong đó có 15 học sinh nam và 13 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn học sinh tham gia Hội trại chào mừng ngày thành lập đoàn 26/3. Tính xác suất để trong 5 học sinh được chọn có ít nhất 3 học sinh	

	nam. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ 28 học sinh của lớp, số cách chọn: $\Omega = C_{28}^5$ A là biến cố: Có ít nhất 3 học sinh nam. Có ba khả năng: Số cách chọn 3 nam và 2 nữ: $C_{15}^3 \cdot C_{13}^2$ Số cách chọn 4 nam và 1 nữ: $C_{15}^4 \cdot C_{13}^1$ Số cách chọn cả 5 học sinh nam: C_{15}^5	0,25
	$P(A) = \frac{C_{15}^3 \cdot C_{13}^2 + C_{15}^4 \cdot C_{13}^1 + C_{15}^5}{C_{28}^5} = \frac{103}{180}$	0,25
Câu 5	Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình chữ nhật có AB = a, BC = 2a. H là trung điểm cạnh AB, SH vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên $SA = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. Tính thể tích hình chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng HC và SD.	
		0,25
	SH $\perp$ (ABCD). Tam giác SHA vuông tại H. $SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = a$ $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{2a^3}{3} \text{ (đvTT)}.$	0,25
	Kẻ đường thẳng Dx $\parallel$ HC, kẻ HI $\perp$ ID (I thuộc Dx), kẻ HK $\perp$ SI (K thuộc SI). Khi đó HK $\perp$ (SID), HC $\parallel$ (SID). $d(HC, SD) = d(HC, (SID)) = d(H, (SID)) = HK$.	0,25
	HI = d(D, HC) = 2d(B, HC) = 2BE = $\frac{4a}{\sqrt{17}}$. (BE $\perp$ HC tại E) Trong tam giác vuông SHI có $HK = \frac{4a\sqrt{33}}{33}$.	0,25
Câu 6	Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d và mặt phẳng (P): $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad (P): 2x + y + z + 1 = 0.$	

	Tìm tọa độ điểm A là giao của đường thẳng d với (P). Viết phương trình đường thẳng qua A nằm trên mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d.	
	Tọa độ A là nghiệm của hệ: $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=3+t \\ 2x+y+z+1=0. \end{cases}$	0,25
	$t=-2 \Rightarrow A(-3;4;1)$	0,25
	Đường thẳng d' nằm trên mặt phẳng (P) và vuông góc với d nên có VTCP $\vec{u}_{d'} = [\vec{u}_d, \vec{n}_P] = (-2;0;4)$	0,25
	PT d': $d': \begin{cases} x=-3-t \\ y=4 \\ z=1+2t \end{cases}$	0,25
Câu 7	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình vuông ABCD, các điểm M, N và P lần lượt là trung điểm của AB, BC và CD; CM cắt DN tại điểm I(5;2). Tìm tọa độ các đỉnh hình vuông, biết $P\left(\frac{11}{2}; \frac{11}{2}\right)$ và điểm A có hoành độ âm. 	
	Gọi H là giao điểm của AP với DN. Để chứng minh được $CM \perp DN$, tứ giác APCM là hình bình hành suy ra $HP \parallel IC$, HP là đường trung bình của tam giác DIC, suy ra H là trung điểm IP; tam giác AID cân tại A, tam giác DIC vuông tại I nên $AI = AD$ và $IP = PD$. $\Rightarrow \triangle AIP = \triangle ADP$ hay $AI \perp IP$.	0,25
	Đường thẳng AI đi qua I và vuông góc IP nên có PT: $\begin{cases} x=5+7t \\ y=2-t \end{cases}$ $IP = \vec{IP} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$	0,25
	Gọi $A(5+7t; 2-t)$; $AI = 2IP$ suy ra $t = 1$ hoặc $t = -1$. Do A có hoành độ âm nên $t = -1$. $A(-2; 3)$.	0,25
	Đường thẳng đi qua AP có PT: $x - 3y + 11 = 0$	

	Đường thẳng đi qua DN có PT: $3x + y - 17 = 0$ $\{H\} = AP \cap DN \Rightarrow H(4; 5).$ H là trung điểm ID $\Rightarrow D(3; 8)$ Vậy: $A(-2; 3); D(3; 8).$	0,25
Câu 8	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy(x+1) = x^3 + y^2 + x - y & (1) \\ 3y(2 + \sqrt{9x^2 + 3}) + (4y+2)(\sqrt{1+x+x^2} + 1) = 0 & (2) \end{cases}$	
	Biến đổi PT (1) $\Leftrightarrow (x-y)(x^2 - y + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$	0,25
	$x = y$ thế vào PT (2) ta được: $3x(2 + \sqrt{9x^2 + 3}) + (4x+2)(\sqrt{1+x+x^2} + 1) = 0$ $\Leftrightarrow (2x+1)(\sqrt{(2x+1)^2 + 3} + 2) = (-3x)(2 + \sqrt{(-3x)^2 + 3})$ $\Leftrightarrow f(2x+1) = f(-3x)$	0,25
	Xét $f(t) = t(\sqrt{t^2 + 3} + 2)$ có $f'(t) > 0, \forall t.$ f là hàm số đồng biến nên: $2x+1 = -3x \Leftrightarrow x = -\frac{1}{5} \Rightarrow y = -\frac{1}{5}$	0,25
	$y = x^2 + 1$ thế vào (2) $3(x^2 + 1)(2 + \sqrt{9x^2 + 3}) + (4x^2 + 1 + 2)(\sqrt{1+x+x^2} + 1) = 0$ Vế trái luôn dương, PT vô nghiệm. Vậy hệ có nghiệm duy nhất: $\left(-\frac{1}{5}; -\frac{1}{5}\right).$	0,25
Câu 9	Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $x > y; (x+z)(y+z) = 1.$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{(x-y)^2} + \frac{4}{(x+z)^2} + \frac{4}{(y+z)^2}$	
	$a = x+z \Rightarrow y+z = \frac{1}{a}.$ $x > y \Rightarrow x+z > y+z \Rightarrow a > \frac{1}{a} \Rightarrow a > 1$ $x-y = x+z - (y+z) = \frac{a^2 - 1}{a}$ Thay vào P được: $P = \frac{a^2}{(a^2 - 1)^2} + \frac{4}{a^2} + 4a^2$	0,25
	$P = \frac{a^2}{(a^2 - 1)^2} + 3a^2 + \frac{4}{a^2} + a^2 \geq \frac{a^2}{(a^2 - 1)^2} + 3a^2 + 4$	

	Xét $f(t)=\frac{t}{(t-1)^2}+3t+4; t=a^2>1$	0,25													
	$f'(t)=\frac{-t-1}{(t-1)^3}+3; f'(t)=0\Leftrightarrow \frac{3t^3-9t^2+8t-4}{(t-1)^3}=0\Leftrightarrow t=2; (t>1)$	0,25													
	<table><tr><td>t</td><td>1</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f'</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>f</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>		t	1	2	$+\infty$	f'		-	0	+	f			
t	1		2	$+\infty$											
f'		-	0	+											
f															
	$\underset{t>1}{Min} f(t)=12$. Vậy $\underset{t>1}{Min} P=12$ khi $x+z=\sqrt{2}; y+z=x-y=\frac{1}{\sqrt{2}}$.														

Tải thêm nhiều tài liệu và đề thi thử tại website
www.toanmath.com

+ Hơn 400 tài liệu môn Toán với đủ các chuyên đề lớp 10, 11, 12, ôn thi THPT Quốc gia

+ Hơn 500 đề thi thử 2016 từ các trường THPT và trung tâm luyện thi trên toàn quốc

CAM KẾT

“ Tải về với chỉ 1 click từ link Google Drive”

www.toanmath.com

Nguyễn Thanh Tùng