

**50 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**  
**CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI**

**ĐỀ BÀI**

**DẠNG 1: CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI KHI CHO HÀM SỐ  $y = f'(x)$ .**

- Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x+2)^4(x^2+8)$ . Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(|x|)$  là:  
A. 0.                                      B. 1.                                      C. 2.                                      D. 3.
- Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x^3 - 2x^2)(x^3 - 2x)$ . Hàm số  $y = |f(x)|$  có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?  
A. 9.                                      B. 8.                                      C. 7.                                      D. 6.
- Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có  $f'(x) = x^2 - 1$ . Hàm số  $f(|x^2 - 2|)$  có bao nhiêu điểm cực tiểu?  
A. 2.                                      B. 5.                                      C. 7.                                      D. 3.
- Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đạo hàm  $f'(x) = (x+1)(x-1)^2(x-2)+1$ . Hàm số  $|f(x)-x|$  có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?  
A. 3.                                      B. 5.                                      C. 7.                                      D. 9.
- Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^3 - x^2 - 6x$  thỏa mãn  $f(0) = m$ . Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = |f(x)|$  có 7 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của  $S$ .  
A. 10.                                      B. 28.                                      C. 21.                                      D. 15.
- Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 12x(x^2 - x - 2)$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in (-10; 10)$  để hàm số  $y = f(|x| + m)$  có 7 điểm cực trị.  
A. 11.                                      B. 9.                                      C. 10.                                      D. 8.
- Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-1)^3[x^2 + (4m-5)x + m^2 - 7m + 6]$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Có tất cả bao nhiêu số nguyên  $m$  để hàm số  $g(x) = f(|x|)$  có 5 điểm cực trị?  
A. 2.                                      B. 3.                                      C. 5.                                      D. 4.
- Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$  và  $f(0) = 0$ . Có tất cả bao nhiêu số nguyên  $m \in (-5; 5)$  để hàm số  $g(x) = |f^2(x) + 2f(x) + m|$  có đúng 3 điểm cực trị?  
A. 2.                                      B. 3.                                      C. 5.                                      D. 4.
- Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x^3 - 2x^2)(x^3 - 2x)$ , với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $y = |f(1 - 2018x)|$  có nhiều nhất bao nhiêu cực trị.  
A. 9.                                      B. 2022.                                      C. 11.                                      D. 2018.
- Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x+1)^4(x-m)^5(x+3)^3$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in [-5; 5]$  để hàm số  $g(x) = f(|x|)$  có 3 điểm cực trị?  
A. 3.                                      B. 4.                                      C. 5.                                      D. 6.

- Câu 11.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2(x+1)(x^2 + 2mx + 5)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m > -10$  để hàm số  $g(x) = f(|x|)$  có 5 điểm cực trị?
- A. 6.                                      B. 7.                                      C. 8.                                      D. 9.
- Câu 12.** Xét hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x^2 - x)(x^3 - 3x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $y = |f(1 - 2020x)|$  có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?
- A. 9.                                      B. 7.                                      C. 8.                                      D. 6.
- Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ , biết  $f'(x) = 6x^3 - 11x^2 + 6x - 1$ . Số điểm cực trị của hàm số  $y = f^{2021}(|x|) - f^{2020}(|x|) + f^{2019}(|x|)$  là
- A. 3.                                      B. 5.                                      C. 6.                                      D. 7.

**DẠNG 2: CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI KHI CHO BẢNG BIẾN THIÊN / BẢNG XÉT DẤU.**

- Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  có bảng biến thiên như hình vẽ.

|      |           |                                                                                   |   |                                                                                   |    |           |
|------|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------|---|-----------------------------------------------------------------------------------|----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 0                                                                                 |   | 2                                                                                 |    | $+\infty$ |
| $y'$ |           | +                                                                                 | 0 | -                                                                                 | 0  | +         |
| $y$  |           |  |   |  |    | $+\infty$ |
|      | $+\infty$ |                                                                                   |   |                                                                                   | -3 |           |

Số điểm cực trị của hàm số  $y = |f(x)|$  là:

- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 4.                                      D. 5.
- Câu 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu hàm số  $y = f'(x)$  như sau:

|         |           |      |     |     |           |   |   |   |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|---|---|---|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $3$ | $+\infty$ |   |   |   |
| $f'(x)$ |           | -    | 0   | +   | 0         | + | 0 | - |

Hàm số  $y = f(|x - 2|)$  có bao nhiêu điểm cực tiểu.

- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 0.                                      D. 1.
- Câu 16.** Cho hàm số  $y = g(x)$  xác định liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |     |     |     |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ |     | $0$ | $1$ |     | $+\infty$ |     |
| $g'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$       | $+$ |
| $g(x)$  | $+\infty$ | $1$  |     | $4$ | $1$ |     | $+\infty$ |     |

Đồ thị hàm số  $y = |g(x) - 2|$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3.                                      B. 7.                                      C. 5.                                      D. 8.
- Câu 17.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |     |                 |           |     |               |           |
|---------|-----------|------|-----|-----------------|-----------|-----|---------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $2$             | $+\infty$ |     |               |           |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$             | $0$       | $-$ | $0$           | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      |     | $\frac{13}{12}$ |           |     | $\frac{2}{3}$ | $+\infty$ |

Số điểm cực đại của hàm số  $y = |f(x)|$  là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 5.

**Câu 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu như sau:

|         |           |      |     |     |           |     |     |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $4$ | $+\infty$ |     |     |     |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |

Xét hàm số  $g(x) = e^{3f(2-x)+1} + 3^{f(2-x)}$ . Số điểm cực trị của hàm số  $y = g(|x|)$  là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 5.

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau

|      |           |             |      |     |     |           |     |             |     |
|------|-----------|-------------|------|-----|-----|-----------|-----|-------------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$        | $-1$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |     |             |     |
| $y'$ | $+$       | $\parallel$ | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $\parallel$ | $+$ |

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = f(|x-2|) + 2020$  là

- A. 5. B. 4. C. 0. D. 3.

**Câu 20.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |     |           |      |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----------|------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $3$ | $+\infty$ |      |     |           |
| $f(x)$  |           | $+$  | $0$ | $-$       | $0$  | $+$ |           |
| $f'(x)$ |           |      | $5$ |           | $-3$ |     | $+\infty$ |
|         | $-\infty$ |      |     |           |      |     |           |

Hàm số  $y = |f(1-3x) + 1|$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

**Câu 21.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  trên  $\mathbb{R}$  và bảng biến thiên của hàm số  $f(x)$  như hình vẽ.

|         |           |     |      |     |     |     |           |
|---------|-----------|-----|------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |     | $-1$ |     | $3$ |     | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $+$ | $0$  | $-$ | $0$ | $+$ |           |
| $f(x)$  |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     | </   |     |     |     |           |

Hàm số  $g(x) = |f(x-2017) + 2018|$  có bao nhiêu cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

**Câu 22.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như hình bên dưới

|      |           |      |     |           |     |     |  |
|------|-----------|------|-----|-----------|-----|-----|--|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $4$ | $+\infty$ |     |     |  |
| $y'$ |           | $+$  | $0$ | $-$       | $0$ | $+$ |  |
| $y$  |           |      |     |           |     |     |  |

The graph shows the first derivative  $y'$  as a function of  $x$ . The x-axis has labels  $-\infty$ ,  $-2$ ,  $4$ , and  $+\infty$ . The y-axis has labels  $-\infty$ ,  $6$ , and  $2$ . The curve starts at  $-\infty$  for  $x = -\infty$ , rises to a local maximum of  $6$  at  $x = -2$ , falls to a local minimum of  $2$  at  $x = 4$ , and then rises towards  $+\infty$  as  $x$  approaches  $+\infty$ . The sign of  $y'$  is indicated above the curve: it is positive for  $x < -2$ , zero at  $x = -2$ , negative for  $-2 < x < 4$ , zero at  $x = 4$ , and positive for  $x > 4$ .

Đồ thị của hàm số  $y = f(|x|)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

**Câu 23.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và BBT bên dưới là BBT của đạo hàm  $f'(x)$ . Hàm số  $g(x) = f(|x|) + 2020$  có bao nhiêu điểm cực trị?

|       |           |      |      |           |     |
|-------|-----------|------|------|-----------|-----|
| $x$   | $-\infty$ | $-1$ | $1$  | $+\infty$ |     |
| $f''$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ |
| $f'$  | $-\infty$ | $3$  | $-1$ | $+\infty$ |     |

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 7.

**Câu 24.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(-2) = 0$  và đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu như hình sau

|         |           |      |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $2$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$       | $+$ |

Hàm số  $g(x) = |15f(-x^4 + 2x^2 - 2) - 10x^6 + 30x^2|$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 7.

**Câu 25.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên:

|         |           |      |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $4$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  |           |      |     |           |     |

The graph shows a function  $f(x)$  plotted against  $x$ . The x-axis has critical points at  $-\infty$ ,  $-1$ ,  $4$ , and  $+\infty$ . The y-axis has values  $-\infty$ ,  $f(-1)$ ,  $f(4)$ , and  $+\infty$ . The function increases from  $-\infty$  to  $f(-1)$ , then decreases to  $f(4)$ , and finally increases towards  $+\infty$ .

Hàm số  $y = |f(|x|)|$  (C) có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 5. B. 7. C. 6. D. 3.

**Câu 26.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên:

|         |           |       |       |       |           |     |     |     |           |
|---------|-----------|-------|-------|-------|-----------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $+\infty$ |     |     |     |           |
| $f'(x)$ |           | $-$   | $0$   | $+$   | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |           |
| $f(x)$  | $+\infty$ |       |       |       | $2$       |     |     |     | $+\infty$ |

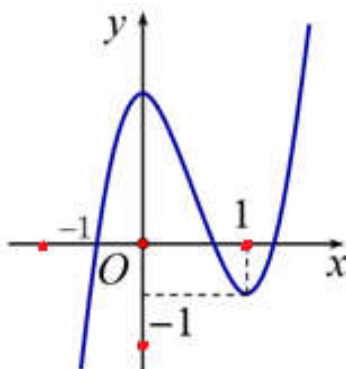
The graph shows a function  $f(x)$  plotted against  $x$ . The function has a local maximum at  $x_1$  with a value of  $2$  and a local minimum at  $x_2$  with a value of  $-3$ . The function approaches  $+\infty$  as  $x$  approaches  $-\infty$  and  $+\infty$  as  $x$  approaches  $+\infty$ . The function is decreasing on the interval  $(-\infty, x_1)$  and increasing on the interval  $(x_1, +\infty)$ .

Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $y = |f(x-1) + m|$  có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của  $S$  bằng

A. 15.                      B. 12.                      C. 18.                      D. 9.

**DẠNG 3: CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI KHI CHO ĐỒ THỊ.**

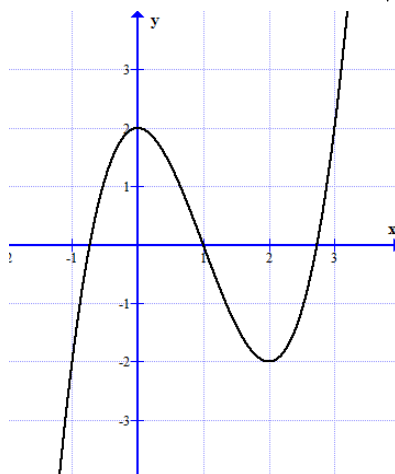
**Câu 27.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số  $y = f(|x+1| - 1)$  có bao nhiêu cực trị?

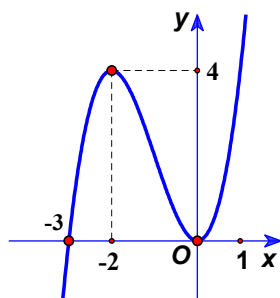
A. 6.                      B. 7.                      C. 8.                      D. 5.

**Câu 28.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như sau. Hỏi hàm số  $y = |f(|x|)|$  có bao nhiêu điểm cực trị.



A. 5.                      B. 6.                      C. 7.                      D. 8.

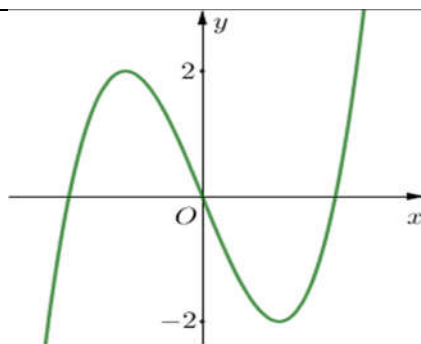
**Câu 29.** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2$  có dạng như hình vẽ sau



Hỏi đồ thị hàm số  $y = |x^3 + 3x^2|$  có bao nhiêu điểm cực trị?

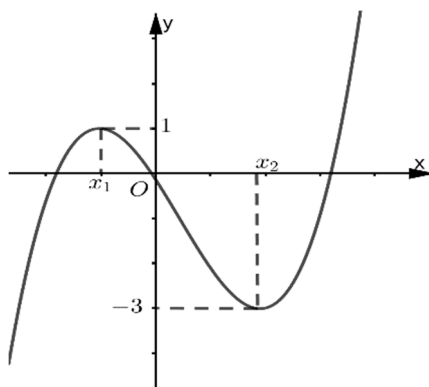
A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 30.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây. Hàm số  $y = f(|x|)$  có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 3.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 5.

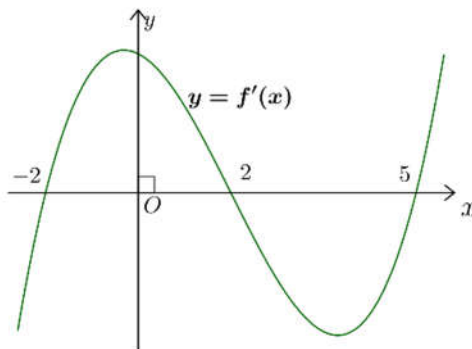
**Câu 31.** Cho hàm số bậc ba:  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0, a, b, c, d \in \mathbb{R})$  có đồ thị như hình bên.



Tập tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = |f(x) + m|$  có đúng ba điểm cực trị là

- A.  $S = \{-1; 3\}$ .                      B.  $S = [1; 3]$ .  
C.  $S = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ .                      D.  $S = (-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$

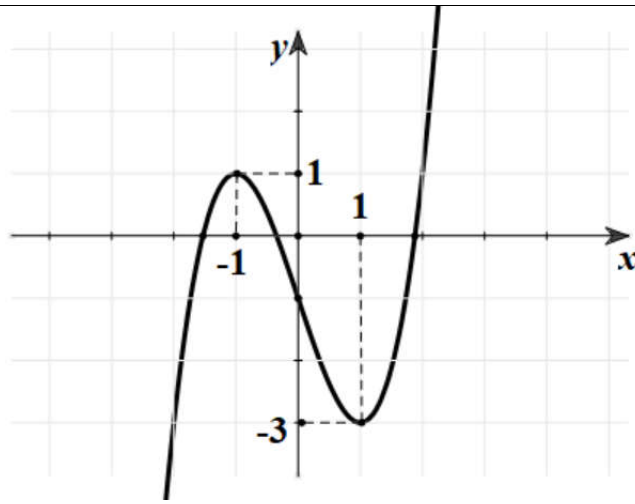
**Câu 32.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $y = f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình dưới.



Có bao nhiêu số nguyên  $m \in [-2020; 2020]$  để hàm số  $y = f(|x+1| - m)$  có nhiều điểm cực trị nhất?

- A. 2024.                      B. 2025.                      C. 2018.                      D. 2016.

**Câu 33.** Cho hàm số  $y = f(x)$  như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = f(|12x+1| + m)$  có đúng 3 điểm cực trị?



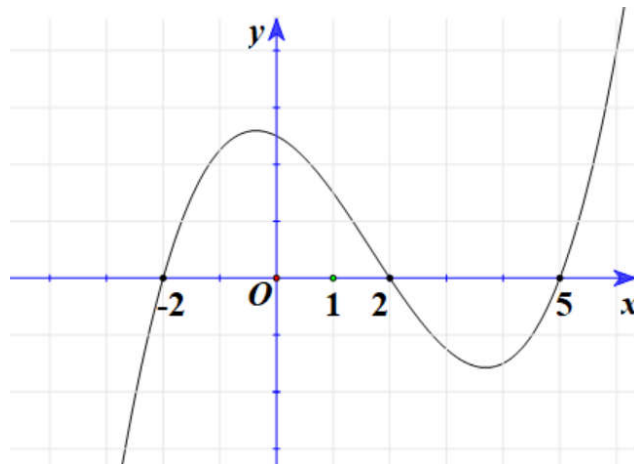
A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

**Câu 34.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $R$  và có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ



Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = f(|x+1| - m)$  có đúng 3 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của tập hợp  $S$  bằng?

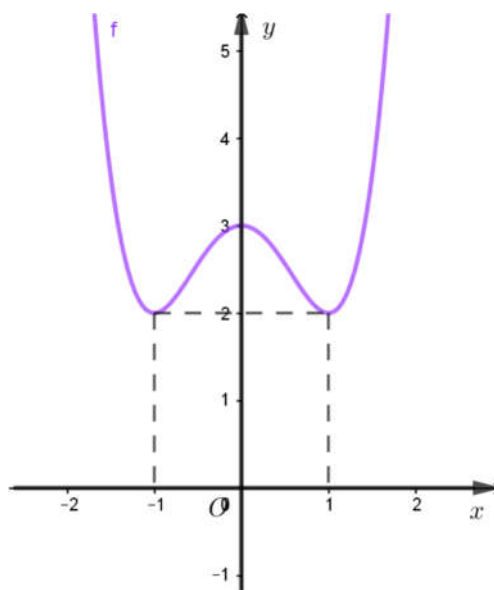
A. -12.

B. -9.

C. -7.

D. -14.

**Câu 35.** Cho hàm số  $y = f(x)$  là một hàm đa thức có đồ thị như hình vẽ sau



Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x^2 - 2|x|)$  là

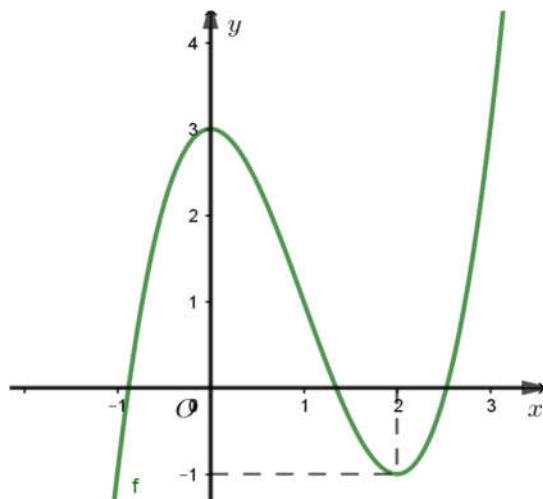
A. 3.

B. 5.

C. 7.

D. 9.

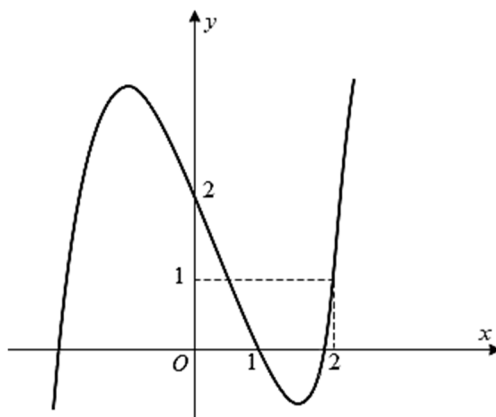
**Câu 36.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ



Trong đoạn  $[-20; 20]$  có bao nhiêu số nguyên  $m$  để hàm số  $y = \left| 10f(x-m) - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m \right|$  có 3 điểm cực trị?

- A. 36.                      B. 32.                      C. 40.                      D. 34.

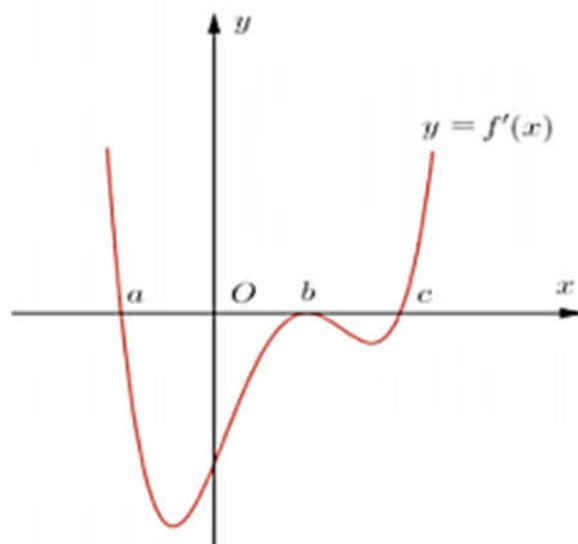
**Câu 37.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số  $y = \left| 4f(x) - 2x^3 + 7x^2 - 8x + 1 \right|$  có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

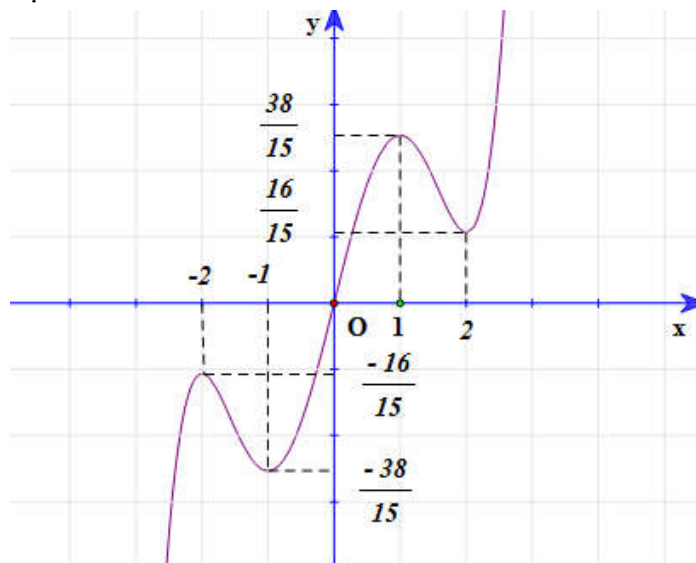
- A. 5.                      B. 6.                      C. 7.                      D. 8.

**Câu 38.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị  $f'(x)$  như hình vẽ bên. Đặt  $g(x) = f(|x^3|)$ . Số điểm cực trị của hàm số  $y = g(x)$  là



- A. 3.                      B. 5.                      C. 4.                      D. 2.

**Câu 39.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên dưới. Đồ thị hàm  $g(x) = |15f(x) + 1|$  có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 4.                      B. 5.                      C. 6.                      D. 7.

**DẠNG 4: CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA HÀM ĐA THỨC CHỨA THAM SỐ**

**Câu 40.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = |x^3| - 3mx^2 + 3(m^2 - 4)|x| + 1$  có 3 điểm cực trị?

- A. 3.                      B. 4.                      C. 5.                      D. 6.

**Câu 41.** Có bao nhiêu số nguyên  $m$  để hàm số  $y = |3x^5 - 15x^3 - 60x + m|$  có 5 điểm cực trị.

- A. 289.                      B. 288.                      C. 287.                      D. 286.

**Câu 42.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = |x|^3 - (2m + 1)x^2 + 3m|x| - 5$  có 5 điểm cực trị.

- A.  $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup (1; +\infty)$ .    B.  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right) \cup (1; +\infty)$ .    C.  $(1; +\infty)$ .                      D.  $\left(0; \frac{1}{4}\right) \cup (1; +\infty)$ .

**Câu 43.** Có bao nhiêu số nguyên  $m \in (-20; 20)$  để hàm số  $y = |x^2 - 2x + m| + 2x + 1$  có ba điểm cực trị.

- A. 17.                      B. 18.                      C. 19.                      D. 20.

**Câu 44.** Cho hàm số đa thức bậc bốn  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị  $x = 1; x = 2; x = 3$ . Có bao nhiêu số nguyên  $m \in (-10; 10)$  để hàm số  $y = f(|x + m|)$  có 7 điểm cực trị.

- A. 17.                      B. 18.                      C. 19.                      D. 20.

**Câu 45.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x) = 3^x + 4^x - 5^x$ . Hàm số  $y = f(|x|)$  có số điểm cực đại là

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 46.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x) = x^2 - x - 2$ . Hàm số  $y = |f(x)|$  có số điểm cực trị ít nhất là bao nhiêu?

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 5.

- 
- Câu 47.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 6x + 2019$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên  $m \in [-2019; 2020]$  để hàm số  $y = f(|x + m - 1|) + 2020$  có 7 điểm cực trị.  
**A.** 4039.                      **B.** 2019.                      **C.** 2020.                      **D.** 4040.
- Câu 48.** Gọi  $S$  là tập hợp các số nguyên  $m$  để hàm số  $y = \left| -x^3 + 3mx^2 + 3(1 - m^2)x + m^3 - m^2 \right|$  có 5 điểm cực trị. Tổng các phần tử của  $S$  là  
**A.** -2.                      **B.** 3.                      **C.** 4.                      **D.** 7
- Câu 49.** Cho hàm số  $f(x) = (m - 1)x^3 - 5x^2 + (m + 3)x + 3$ . Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = f(|x|)$  có đúng 3 điểm cực trị?  
**A.** 3.                      **B.** 1.                      **C.** 2.                      **D.** 4.
- Câu 50.** Tổng các giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \left| x^3 - 3x^2 - 9x - 5 + \frac{m}{2} \right|$  có 5 điểm cực trị là  
**A.** 2016.                      **B.** 1952.                      **C.** -2016.                      **D.** -496.

----- HẾT -----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.B  | 2.A  | 3.D  | 4.B  | 5.D  | 6.D  | 7.B  | 8.D  | 9.A  | 10.C |
| 11.B | 12.B | 13.D | 14.D | 15.D | 16.B | 17.B | 18.D | 19.A | 20.D |
| 21.B | 22.B | 23.C | 24.C | 25.B | 26.B | 27.D | 28.C | 29.D | 30.A |
| 31.C | 32.C | 33.A | 34.B | 35.C | 36.A | 37.C | 38.A | 39.B | 40.B |
| 41.C | 42.D | 43.C | 44.C | 45.C | 46.C | 47.D | 48.B | 49.D | 50.A |

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**DẠNG 1: CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI KHI CHO HÀM SỐ  $y = f'(x)$ .**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x+2)^4(x^2+8)$ . Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(|x|)$  là:

- A. 0.                      **B. 1.**                      C. 2.                      D. 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+2)^4(x^2+8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$ .

Do  $f'(x)$  chỉ đổi dấu khi đi qua điểm  $x = 0$  nên hàm số  $f(x)$  có 1 điểm cực trị  $x = 0$ .

Mà  $f(|x|) = f(x)$  nếu  $x \geq 0$  và  $f(|x|)$  là hàm số chẵn nên hàm số  $f(|x|)$  có 1 điểm cực trị  $x = 0$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x^3 - 2x^2)(x^3 - 2x)$ . Hàm số  $y = |f(x)|$  có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 9.**                      B. 8.                      C. 7.                      D. 6.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $f'(x) = x^3(x-2)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$

Ta lập bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$

|      |           |                |        |               |        |           |     |
|------|-----------|----------------|--------|---------------|--------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-\sqrt{2}$    | $0$    | $\sqrt{2}$    | $2$    | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$            | $-$    | $0$           | $-$    | $0$       | $+$ |
| $y$  |           | $f(-\sqrt{2})$ |        | $f(\sqrt{2})$ |        | $+\infty$ |     |
|      | $-\infty$ |                | $f(0)$ |               | $f(2)$ |           |     |

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số  $y = f(x)$  có 4 điểm cực trị, suy ra  $f(x) = 0$  có tối đa 5 nghiệm phân biệt.

Do đó hàm số  $y = |f(x)|$  có tối đa  $4 + 5 = 9$  điểm cực trị.

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có  $f'(x) = x^2 - 1$ . Hàm số  $f(|x^2 - 2|)$  có bao nhiêu điểm cực tiêu?

A. 2.

B. 5.

C. 7.

**B. 4.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2)$ .

Ta có  $g'(x) = (x^2 - 2)' \cdot f'(x^2 - 2) = 2x \cdot f'(x^2 - 2)$ .

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot f'(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm \sqrt{3} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

|         |           |             |      |     |     |            |           |     |
|---------|-----------|-------------|------|-----|-----|------------|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-\sqrt{3}$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $\sqrt{3}$ | $+\infty$ |     |
| $g'(x)$ |           | $-$         | $0$  | $+$ | $0$ | $-$        | $0$       | $+$ |
| $g(x)$  |           |             |      |     |     |            |           |     |

Nhìn vào bảng biến thiên thì  $g(x)$  có hai điểm cực tiêu  $x \geq 0$ . Do đó hàm  $f(|x^2 - 2|)$  sẽ có 4 cực tiêu.

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đạo hàm  $f'(x) = (x+1)(x-1)^2(x-2) + 1$ . Hàm số  $|f(x) - x|$  có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

**B. 5.**

C. 7.

D. 9.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét hàm số  $g(x) = f(x) - x$

Ta có  $g'(x) = f'(x) - 1 = (x+1)(x-1)^2(x-2)$ .

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Ta thấy  $x = -1$  và  $x = 2$  là các nghiệm đơn còn  $x = 1$  là nghiệm kép  $\Rightarrow$  hàm số  $g(x)$  có 2 điểm cực trị  $\Rightarrow$  phương trình  $g(x) = 0$  có tối đa 3 nghiệm. Nên hàm số  $|f(x) - x|$  có tối đa 5 điểm cực trị.

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^3 - x^2 - 6x$  thỏa mãn  $f(0) = m$ . Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = |f(x)|$  có 7 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của  $S$ .

A. 10.

B. 28.

C. 21.

**D. 15.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$f'(x) = x^3 - x^2 - 6x$$

$$\Rightarrow f(x) = \int (x^3 - x^2 - 6x) dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 3x^2 + C.$$

$$\text{Do } f(0) = m \Rightarrow C = m \Rightarrow f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 3x^2 + m.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$$

| $x$     | $-\infty$ | $-2$               | $0$ | $3$                | $+\infty$ |
|---------|-----------|--------------------|-----|--------------------|-----------|
| $f'(x)$ | $-$       | $0$                | $+$ | $0$                | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $m - \frac{16}{3}$ | $m$ | $m - \frac{63}{4}$ | $+\infty$ |

$$\text{Hàm số } y = |f(x)| \text{ có 7 điểm cực trị} \Leftrightarrow \begin{cases} f(0) \cdot f(-2) < 0 \\ f(0) \cdot f(3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{16}{3}.$$

Vì  $m$  nguyên và  $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$ . Vậy tổng các phần tử của tập  $S$  bằng 15.

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 12x(x^2 - x - 2)$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in (-10; 10)$  để hàm số  $y = f(|x| + m)$  có 7 điểm cực trị.

A. 11.

B. 9.

C. 10.

**D. 8.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x(x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Do đó hàm số  $f(x)$  có ba điểm cực trị là  $x = 0; x = -1; x = 2$ .

Hàm số  $f(|x| + m)$  luôn có một điểm cực trị  $x = 0$ .

$$y = f(|x| + m) = \begin{cases} f(x + m); (x \geq 0) \\ f(-x + m); (x < 0) \end{cases}$$

Hàm số  $f(x + m)$  có ba điểm cực trị là  $x = -1 - m; x = -m; x = 2 - m$ .

Hàm số  $f(-x + m)$  có ba điểm cực trị là  $x = m + 1; x = m; x = m - 2$ .

Do đó hàm số  $f(|x| + m)$  có tối đa 7 điểm cực trị là

$$x = 0; x = m + 1; x = m; x = m - 2; x = -m - 1; x = -m; x = 2 - m.$$

$$\text{Yêu cầu bài toán tương đương với } \begin{cases} -m-1 > 0 \\ -m > 0 \\ -m+2 > 0 \\ m+1 < 0 \\ m < 0 \\ m-2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1.$$

Vì  $m$  nguyên và  $m \in (-10; 10) \Rightarrow m \in \{-9; -8; \dots; -2\}$ . Vậy có 8 giá trị của tham số  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-1)^3 [x^2 + (4m-5)x + m^2 - 7m + 6]$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Có tất cả bao nhiêu số nguyên  $m$  để hàm số  $g(x) = f(|x|)$  có 5 điểm cực trị?

A. 2.                      **B. 3.**                      C. 5.                      D. 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:

+)  $x = 1$  là nghiệm bội ba của phương trình  $(x-1)^3 = 0$ .

+) Hàm  $g(x) = f(|x|)$  là hàm chẵn nên đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Do đó hàm  $g(x) = f(|x|)$  có 5 điểm cực trị  $\Leftrightarrow$  Hàm số  $y = f(x)$  có đúng 2 điểm cực trị dương

$\Leftrightarrow y' = f'(x)$  có đúng 2 nghiệm dương phân biệt và  $f'(x)$  đổi dấu khi qua 2 nghiệm này

$\Leftrightarrow h(x) = x^2 + (4m-5)x + m^2 - 7m + 6$  có 2 nghiệm phân biệt  $x_1 \leq 0 < x_2 \neq 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} h(1) \neq 0 \\ h(0) < 0 \\ \begin{cases} h(0) = 0 \\ S > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 \neq 0 \\ m^2 - 7m + 6 < 0 \\ \begin{cases} m^2 - 7m + 6 = 0 \\ -(4m-5) > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1, m \neq 2 \\ 1 < m < 6 \\ \begin{cases} m = 1 \\ m = 6 \end{cases} \\ m < \frac{5}{4} \end{cases} \dots$$

Do  $m \in \mathbb{Z}$  nên  $m \in \{3; 4; 5\}$ . Vậy có 3 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn yêu cầu đề bài.

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$  và  $f(0) = 0$ . Có tất cả bao nhiêu số nguyên  $m \in (-5; 5)$  để hàm số  $g(x) = |f^2(x) + 2f(x) + m|$  có đúng 3 điểm cực trị?

A. 2.                      B. 3.                      C. 5.                      **D. 4.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } f(x) = \int f'(x) dx = \int \left( \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2} \right) dx = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + \frac{3}{2}x + C.$$

Do  $f(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + \frac{3}{2}x$ .

Ta có bảng biến thiên của hàm  $y = f(x)$  như sau:

|         |           |                        |              |                    |   |
|---------|-----------|------------------------|--------------|--------------------|---|
| $x$     | $-\infty$ | 1                      | 3            | $+\infty$          |   |
| $f'(x)$ | +         | 0                      | -            | 0                  | + |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $\nearrow \frac{2}{3}$ | $\searrow 0$ | $\nearrow +\infty$ |   |

Với  $g(x) = |f^2(x) + 2f(x) + m|$ . Đặt  $h(x) = f^2(x) + 2f(x) + m = (f(x) + 1)^2 + m - 1$ .

$$h'(x) = 2f'(x)f(x) + 2f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = a < 1, (f(a) = -1) \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm  $y = h(x)$ :

|         |           |                                                                                                                                                                                              |   |     |           |     |   |     |
|---------|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|-----|-----------|-----|---|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $a$                                                                                                                                                                                          | 1 | 3   | $+\infty$ |     |   |     |
| $h'(x)$ |           | $-$                                                                                                                                                                                          | 0 | $+$ | 0         | $-$ | 0 | $+$ |
| $h(x)$  | $-\infty$ | <pre> graph LR     A["<math>-\infty</math>"] --&gt; B["<math>m-1</math>"]     B --&gt; C["<math>h(1)</math>"]     C --&gt; D["<math>m</math>"]     D --&gt; E["<math>-\infty</math>"] </pre> |   |     |           |     |   |     |

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số  $y = h(x)$  luôn có 3 điểm cực trị.

$\Rightarrow$  Hàm số  $g(x) = |h(x)|$  có đúng 3 cực trị  $\Leftrightarrow m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$ .

Mà  $m \in (-5; 5) \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4\}$ . Vậy có 4 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn yêu cầu đề bài.

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x^3 - 2x^2)(x^3 - 2x)$ , với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $y = |f(1 - 2018x)|$  có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị.

**A.** 9.

**B.** 2022.

**C.** 11.

**D.** 2018.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $f'(x) = x^3(x-2)(x^2-2)$ . Cho  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \\ x = 2 \end{cases}$ .

Bảng biến thiên

|         |                                                                                      |             |     |            |     |           |     |     |     |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------|-----|------------|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $x$     | $-\infty$                                                                            | $-\sqrt{2}$ | $0$ | $\sqrt{2}$ | $2$ | $-\infty$ |     |     |     |
| $f'(x)$ | $+$                                                                                  | $0$         | $-$ | $0$        | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |
| $f(x)$  |  |             |     |            |     |           |     |     |     |

Suy ra hàm số  $y = f(x)$  có 4 điểm cực trị.

Và phương trình  $f(x) = 0$  có tối đa 5 nghiệm.

Do đó hàm số  $y = |f(x)|$  có tối đa 9 điểm cực trị.

Mà hàm số  $y = |f(x)|$  và hàm số  $y = |f(1 - 2018x)|$  có cùng số điểm cực trị.

Suy ra hàm số  $y = |f(1 - 2018x)|$  có tối đa 9 điểm cực trị.

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x+1)^4(x-m)^5(x+3)^3$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in [-5; 5]$  để hàm số  $g(x) = f(|x|)$  có 3 điểm cực trị?

A. 3.

B. 4.

**C. 5.**

D. 6.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x-m=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=m \\ x=-3 \end{cases}$$

( $x = -1$  là nghiệm bội 4,  $x = m$  là nghiệm bội 5,  $x = -3$  là nghiệm bội 3)

+ Nếu  $m = -1$  thì phương trình  $f'(x) = 0$  có 2 nghiệm bội lẻ là  $x = -3; x = -1 \Rightarrow$  hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm cực trị âm. Khi đó hàm số  $g(x) = f(|x|)$  có một điểm cực trị là  $x = 0$  nên  $m = -1$  không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

+ Nếu  $m = -3$  thì phương trình  $f'(x) = 0$  có hai nghiệm bội chẵn  $x = -1; x = -3 \Rightarrow$  hàm số  $f(x)$  không có cực trị  $\Rightarrow$  hàm số  $g(x) = f(|x|)$  có một điểm cực trị là  $x = 0$  nên  $m = -3$  không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

+ Nếu  $m \neq -3; m \neq -1$  thì  $f'(x) = 0$  có hai nghiệm bội lẻ  $x = m; x = -3 \Rightarrow$  hàm số  $f(x)$  có hai điểm cực trị là  $x = m; x = -3$ .

Để hàm số  $g(x) = f(|x|)$  có 3 điểm cực trị thì hàm số  $f(x)$  phải có hai điểm cực trị trái dấu  $\Leftrightarrow m > 0$  mà  $m \in \mathbb{Z}, m \in [-5; 5]$  nên  $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$ . Vậy có 5 giá trị của  $m$  thỏa mãn yêu cầu đề bài.

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2(x+1)(x^2 + 2mx + 5)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m > -10$  để hàm số  $g(x) = f(|x|)$  có 5 điểm cực trị?

A. 6.

**B. 7.**

C. 8.

D. 9.

**Lời giải**

**Chọn B**

Do đồ thị hàm số  $g(x) = f(|x|)$  nhận  $Oy$  làm trục đối xứng nên hàm số  $g(x) = f(|x|)$  có 5 điểm cực trị khi hàm số  $y = f(x)$  có 2 điểm cực trị dương.

Ta có:

$$f'(x) = x^2(x+1)(x^2 + 2mx + 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x+1 = 0 \\ x^2 + 2mx + 5 = 0 \end{cases}$$

Hàm số  $y = f(x)$  có 2 điểm cực trị dương khi phương trình  $x^2 + 2mx + 5 = 0$  có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 5 > 0 \\ S = -2m > 0 \\ P = 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}; +\infty) \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -\sqrt{5}).$$

Giá trị nguyên của tham số  $m > -10$  để hàm số  $g(x) = f(|x|)$  có 5 điểm cực trị là:

$$m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3\}.$$

Số giá trị nguyên của tham số  $m > -10$  để hàm số  $g(x) = f(|x|)$  có 5 điểm cực trị là 7.

**Câu 12.** Xét hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x^2 - x)(x^3 - 3x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Hàm số

$y = |f(1 - 2020x)|$  có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 9.

**B. 7.**

C. 8.

D. 6.

**Lời giải**

**Chọn B**

Nhận xét: Số điểm cực trị tối đa của hàm số  $y = |f(1 - 2020x)|$  bằng tổng số điểm cắt của đồ thị hàm số  $y = f(1 - 2020x)$  với trục hoành và số điểm cực trị của hàm số  $y = f(1 - 2020x)$ .

$$\text{Ta có: } f'(x) = x^2(x-1)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}).$$

$$[f(1 - 2020x)]' = -2020f'(1 - 2020x).$$

$$\text{Do đó: } [f(1 - 2020x)]' = 0 \Leftrightarrow (1 - 2020x)^2(1 - 2020x - 1)(1 - 2020x + \sqrt{3})(1 - 2020x - \sqrt{3}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2020} \\ x = 0 \\ x = \frac{1 - \sqrt{3}}{2020} \\ x = \frac{1 + \sqrt{3}}{2020} \end{cases}$$

Bảng biến thiên của  $y = f(1 - 2020x)$

|      |           |                           |   |     |   |                  |   |                           |           |  |
|------|-----------|---------------------------|---|-----|---|------------------|---|---------------------------|-----------|--|
| $x$  | $-\infty$ | $\frac{1-\sqrt{3}}{2020}$ |   | $0$ |   | $\frac{1}{2020}$ |   | $\frac{1+\sqrt{3}}{2020}$ | $+\infty$ |  |
| $y'$ | -         | 0                         | + | 0   | - | 0                | - | 0                         | +         |  |
| $y$  |           |                           |   |     |   |                  |   |                           |           |  |

Do đó phương trình  $f(1-2020x) = 0$  có tối đa 4 nghiệm và hàm số  $y = f(1-2020x)$  có 3 điểm cực trị.

Vậy hàm số  $y = |f(1-2020x)|$  có tối đa 7 điểm cực trị.

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ , biết  $f'(x) = 6x^3 - 11x^2 + 6x - 1$ . Số điểm cực trị của hàm số  $y = f^{2021}(|x|) - f^{2020}(|x|) + f^{2019}(|x|)$  là:

A. 3.

B. 5.

C. 6.

**D. 7.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số  $g(x) = f^{2021}(x) - f^{2020}(x) + f^{2019}(x)$ .

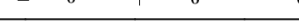
TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \text{Có } g'(x) &= 2021f^{2020}(x) \cdot f'(x) - 2020f^{2019}(x) \cdot f'(x) + 2019f^{2018}(x) \cdot f'(x) \\ &= f^{2018}(x) \cdot [2021 \cdot f^2(x) - 2020f(x) + 2019] \cdot f'(x) \end{aligned}$$

Nhận xét  $f^{2018}(x) \cdot [2021 \cdot f^2(x) - 2020f(x) + 2019] \geq 0, \forall x$

Nên  $g'(x)$  cùng dấu với  $f'(x) = 6x^3 - 11x^2 + 6x - 1$

Ta có  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = 1/2; x = 1/3$ . Ta có bảng biến thiên của hàm số  $g(x)$

|         |           |                                                                                      |               |     |           |     |     |           |
|---------|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------|-----|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $\frac{1}{3}$                                                                        | $\frac{1}{2}$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |           |
| $f'(x)$ |           | $-$                                                                                  | $0$           | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$       |
| $g(x)$  | $+\infty$ |  |               |     |           |     |     | $+\infty$ |

Suy ra bảng biến thiên của hàm số  $y = g(|x|)$

|           |                                                                                      |      |                |                |     |               |               |     |           |   |   |   |   |   |   |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------|------|----------------|----------------|-----|---------------|---------------|-----|-----------|---|---|---|---|---|---|
| $x$       | $-\infty$                                                                            | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{3}$ | $0$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ | $+\infty$ |   |   |   |   |   |   |
| $g'( x )$ | -                                                                                    | 0    | +              | 0              | -   | 0             | +             |     | -         | 0 | + | 0 | - | 0 | + |
| $g( x )$  |  |      |                |                |     |               |               |     |           |   |   |   |   |   |   |

Vậy hàm số đã cho có 7 điểm cực trị.

## **DẠNG 2: CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI KHI CHO BẢNG BIẾN THIÊN / BẢNG XÉT DẤU**

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  có bảng biến thiên như hình vẽ.

|      |           |   |   |    |   |           |
|------|-----------|---|---|----|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 0 |   | 2  |   | $+\infty$ |
| $y'$ |           | + | 0 | -  | 0 | +         |
| $y$  |           | 1 |   | -3 |   | $+\infty$ |

Số điểm cực trị của hàm số  $y = |f(x)|$  là:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

**D. 5.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$  suy ra bảng biến thiên của hàm số  $y = g(x) = |f(x)|$

|         |           |                                                                                     |   |   |   |           |   |   |           |
|---------|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|-----------|---|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | 0                                                                                   |   | 2 |   | $+\infty$ |   |   |           |
| $g'(x)$ | -         | +                                                                                   | 0 | - | + | 0         | - | + |           |
| $g(x)$  | $+\infty$ |  |   |   |   |           |   |   | $+\infty$ |

Suy ra hàm số  $y = |f(x)|$  có 5 điểm cực trị.

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu hàm số  $y = f'(x)$  như sau:

|         |           |    |   |   |           |   |   |
|---------|-----------|----|---|---|-----------|---|---|
| $x$     | $-\infty$ | -1 | 1 | 3 | $+\infty$ |   |   |
| $f'(x)$ | -         | 0  | + | 0 | +         | 0 | - |

Hỏi hàm số  $y = f(|x-2|)$  có bao nhiêu điểm cực tiểu:

A. 2.

B. 3.

C. 0.

**D. 1.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ bảng xét dấu hàm số  $y = f'(x)$  ta có bảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$

|         |           |      |     |     |           |     |     |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $3$ | $+\infty$ |     |     |     |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $+$ | $0$ | $-$ |
| $f(x)$  |           |      |     |     |           |     |     |     |

The graph shows a function  $f(x)$  with a local minimum at  $x = -1$  and a local maximum at  $x = 3$ . The function decreases from  $-\infty$  to the minimum at  $x = -1$ , increases from the minimum to the maximum at  $x = 3$ , and then decreases towards  $+\infty$ . Arrows on the curve indicate this direction of travel.

Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số  $y = f(|x|)$  như sau:

|          |           |      |     |       |        |           |
|----------|-----------|------|-----|-------|--------|-----------|
| $x$      | $-\infty$ | $-3$ | $0$ | $1$   | $3$    | $+\infty$ |
| $f'(x)$  |           |      |     | $+ 0$ | $+ 0$  | $-$       |
| $f( x )$ |           |      |     |       | $f(3)$ |           |

Ta thấy số điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = f(|x-2|)$  và hàm số  $y = f(|x|)$  là giống nhau nên hàm số  $y = f(|x-2|)$  có một điểm cực tiểu.

**Câu 16.** Cho hàm số  $y = g(x)$  xác định liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |     |     |           |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |           |
| $g'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$ | $-$       | $0$ | $+$       |
| $g(x)$  | $+\infty$ |      |     | $4$ |           | $1$ | $+\infty$ |

The graph shows a function  $g(x)$  with a W-shape. The x-axis is marked with  $-\infty, -1, 0, 1, +\infty$ . The y-axis is marked with  $+\infty, 4, 1, +\infty$ . The function has local maxima at  $x = -1$  and  $x = 1$ , and a local minimum at  $x = 0$ . The value of the function at  $x = 1$  is  $4$ , and at  $x = 0$  it is  $1$ . The function approaches  $+\infty$  as  $x$  approaches  $-\infty$  or  $+\infty$ .

Hỏi đồ thị hàm số  $y = |g(x) - 2|$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

**B. 7.**

C. 5.

D. 8.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ bảng biến thiên của hàm số  $y = g(x)$  ta có bảng biến thiên của hàm số  $y = g(x) - 2$  như sau:

|            |           |      |     |     |           |      |     |           |
|------------|-----------|------|-----|-----|-----------|------|-----|-----------|
| $x$        | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |      |     |           |
| $g'(x)$    |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$  | $0$ | $+$       |
| $g(x) - 2$ | $+\infty$ |      |     | $2$ |           | $-1$ |     | $+\infty$ |

Từ đó suy diễn bảng biến thiên hàm số  $y = |g(x) - 2|$  như sau:

|              |                                                                                    |      |     |     |           |     |     |     |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $x$          | $-\infty$                                                                          | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |     |
| $g'(x)$      |                                                                                    | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |
| $ g(x) - 2 $ |  |      |     |     |           |     |     |     |

Vậy số điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = |g(x) - 2|$  là 7 điểm.

**Câu 17.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

|         |           |                  |                 |               |            |           |     |
|---------|-----------|------------------|-----------------|---------------|------------|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$             | $1$             | $2$           | $+\infty$  |           |     |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$              | $+$             | $0$           | $-$        | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $\searrow$       | $\nearrow$      | $\searrow$    | $\nearrow$ | $+\infty$ |     |
|         |           | $-\frac{19}{12}$ | $\frac{13}{12}$ | $\frac{2}{3}$ |            |           |     |

Số điểm cực đại của hàm số  $y = |f(x)|$  là

A. 1.

**B. 2.**

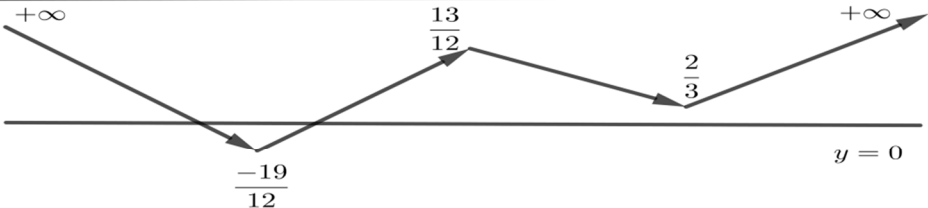
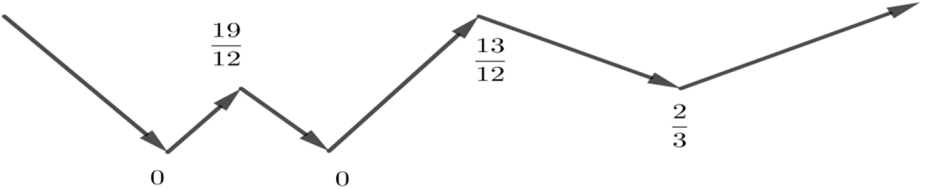
C. 3.

D. 5.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có bảng biến thiên

|          |                                                                                      |      |     |     |           |     |     |     |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $x$      | $-\infty$                                                                            | $-1$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |     |     |     |
| $f'(x)$  |                                                                                      | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |
| $f(x)$   |  |      |     |     |           |     |     |     |
| $ f(x) $ |  |      |     |     |           |     |     |     |

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số  $y = |f(x)|$  có 2 điểm cực đại.

**Câu 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu như sau:

|         |           |      |     |     |           |     |     |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $4$ | $+\infty$ |     |     |     |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |

Xét hàm số  $g(x) = e^{3f(2-x)+1} + 3^{f(2-x)}$ . Số điểm cực trị của hàm số  $y = g(|x|)$  là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

**D. 5.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $g'(x) = -3f'(2-x) \cdot e^{3f(2-x)+1} - f'(2-x) 3^{f(2-x)} \ln 3$

$$= -f'(2-x) \cdot (3e^{3f(2-x)+1} + 3^{f(2-x)} \ln 3)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(2-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x = -1 \\ 2-x = 1 \\ 2-x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên

|          |           |      |     |     |     |           |
|----------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$      | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $1$ | $3$ | $+\infty$ |
| $g'(x)$  |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$ | $-$       |
| $g(x)$   |           |      |     |     |     |           |
| $g( x )$ |           |      |     |     |     |           |

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số  $y = g(|x|)$  có 5 điểm cực trị.

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau

|      |           |             |      |     |     |           |     |             |     |
|------|-----------|-------------|------|-----|-----|-----------|-----|-------------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$        | $-1$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |     |             |     |
| $y'$ | $+$       | $\parallel$ | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $\parallel$ | $+$ |

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = f(|x-2|) + 2020$  là:

**A. 5.**

B. 4.

C. 0.

D. 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét hàm số  $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}.$

Khi đó ta có bảng xét dấu của hàm số  $y = f(|x|)$  như sau

|      |           |             |      |     |     |             |           |
|------|-----------|-------------|------|-----|-----|-------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$        | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$         | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       | $\parallel$ | $+$  | $0$ | $-$ | $\parallel$ | $+$       |

Suy ra đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  có 5 điểm cực trị.

Suy ra đồ thị hàm số  $y = f(|x-2|)$  có 5 cực trị (Tính tiến đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  sang phải 2 đơn vị thì số điểm cực trị không thay đổi).

Suy ra đồ thị hàm số  $y = f(|x-2|) + 2020$  có 5 cực trị (Tính tiến đồ thị hàm số  $y = f(|x-2|)$  lên trên 2020 đơn vị thì số điểm cực trị không thay đổi).

**Câu 20.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|         |           |            |     |            |      |            |           |
|---------|-----------|------------|-----|------------|------|------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$       | $3$ | $+\infty$  |      |            |           |
| $f(x)$  |           | $+$        | $0$ | $-$        | $0$  | $+$        |           |
| $f'(x)$ |           |            | $5$ |            | $-3$ |            |           |
|         | $-\infty$ | $\nearrow$ |     | $\searrow$ |      | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Hàm số  $y = |f(1-3x)+1|$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

**D. 5.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số  $g(x) = f(1-3x)+1 \Rightarrow g'(x) = -3f'(1-3x)$ .

$$\text{Ta có } g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(1-3x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-3x = -1 \\ 1-3x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên như sau

|          |           |                |               |            |     |            |           |            |     |            |     |            |           |
|----------|-----------|----------------|---------------|------------|-----|------------|-----------|------------|-----|------------|-----|------------|-----------|
| $x$      | $-\infty$ | $-\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | $+\infty$  |     |            |           |            |     |            |     |            |           |
| $g'(x)$  |           | $-$            | $0$           | $+$        | $0$ | $-$        |           |            |     |            |     |            |           |
| $g(x)$   | $+\infty$ | $\searrow$     | $-2$          | $\nearrow$ | $6$ | $\searrow$ | $-\infty$ |            |     |            |     |            |           |
| $ g(x) $ | $+\infty$ | $\searrow$     | $0$           | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $0$       | $\nearrow$ | $6$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy hàm số  $y = g(x)$  có 5 điểm cực trị.

**Câu 21.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  trên  $\mathbb{R}$  và bảng biến thiên của hàm số  $f(x)$  như hình vẽ.

|         |           |     |      |     |     |     |           |
|---------|-----------|-----|------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |     | $-1$ |     | $3$ |     | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $+$ | $0$  | $-$ | $0$ | $+$ |           |
| $f(x)$  |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |
|         |           |     |      |     |     |     |           |

Hàm số  $g(x) = |f(x-2017)+2018|$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

**B. 3.**

C. 4.

D. 5.

**Lời giải****Chọn B**

Đồ thị hàm số  $u(x) = f(x - 2017) + 2018$  có được từ đồ thị  $f(x)$  bằng cách tịnh tiến đồ thị  $f(x)$  sang phải 2017 đơn vị và lên trên 2018 đơn vị. Suy ra bảng biến thiên của  $u(x)$ .

|         |           |        |   |      |   |             |
|---------|-----------|--------|---|------|---|-------------|
| $x$     | $-\infty$ | 2016   |   | 2020 |   | $+\infty$   |
| $u'(x)$ |           | +      | 0 | -    | 0 | +           |
| $u(x)$  | $-\infty$ | ↗ 4036 |   | ↘ 0  |   | ↗ $+\infty$ |
|         |           |        |   |      |   |             |

Dựa vào bảng biến thiên suy ra bảng biến thiên hàm số  $u(x) = f(x - 2017) + 2018$  ta có bảng biến thiên của hàm số  $g(x) = |u(x)|$  như hình vẽ bên dưới

|          |           |                                                                                    |       |                                                                                   |   |                                                                                     |   |           |
|----------|-----------|------------------------------------------------------------------------------------|-------|-----------------------------------------------------------------------------------|---|-------------------------------------------------------------------------------------|---|-----------|
| $x$      | $-\infty$ |                                                                                    | $x_1$ | 2016                                                                              |   | 2020                                                                                |   | $+\infty$ |
| $u'(x)$  |           | -                                                                                  | 0     | +                                                                                 | 0 | -                                                                                   | 0 | +         |
| $ u(x) $ | $+\infty$ |  |       |  |   |  |   | $+\infty$ |
|          |           |                                                                                    |       |                                                                                   |   |                                                                                     |   |           |

Từ BBT của hàm số  $g(x) = |u(x)|$  ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị.

**Câu 22.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như hình bên dưới

|      |           |     |   |     |   |             |
|------|-----------|-----|---|-----|---|-------------|
| $x$  | $-\infty$ | -2  |   | 4   |   | $+\infty$   |
| $y'$ |           | +   | 0 | -   | 0 | +           |
| $y$  | $-\infty$ | ↗ 6 |   | ↘ 2 |   | ↗ $+\infty$ |
|      |           |     |   |     |   |             |

Đồ thị của hàm số  $y = f(|x|)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

**B. 3.**

C. 4.

D. 1.

**Lời giải****Chọn B**

$\forall x \in \mathbb{R}$ , ta có  $f(|-x|) = f(|x|)$  nên hàm số  $y = f(|x|)$  là hàm số chẵn. Do đó đồ thị của hàm số  $y = f(|x|)$  nhân trục tung làm trục đối xứng.

Lại có  $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}$  nên bảng biến thiên của hàm số  $y = f(|x|)$  là

|      |           |      |        |     |           |
|------|-----------|------|--------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-4$ | $0$    | $4$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       | $0$  | $+$    | $-$ | $+$       |
| $y$  | $+\infty$ | $2$  | $f(0)$ | $2$ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị của hàm số  $y = f(|x|)$  có 3 điểm cực trị.

**Câu 23.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và BBT bên dưới là BBT của đạo hàm  $f'(x)$ . Hàm số  $g(x) = f(|x|) + 2020$  có bao nhiêu điểm cực trị?

|          |           |     |      |           |
|----------|-----------|-----|------|-----------|
| $x$      | $-\infty$ | $0$ | $1$  | $+\infty$ |
| $f''(x)$ | $+$       | $0$ | $-$  | $+$       |
| $f'(x)$  | $-\infty$ | $3$ | $-1$ | $+\infty$ |

A. 2.

B. 3.

**C. 5.**

D. 7.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ BBT ta thấy  $f'(x)$  cắt trục hoành tại 2 điểm có hoành độ dương và 1 điểm có hoành độ âm.

$\Rightarrow f(x)$  có 2 điểm cực trị dương

$\Rightarrow f(|x|)$  có 5 điểm cực trị

$\Rightarrow f(|x|) + 2020$  có 5 điểm cực trị (vì tịnh tiến lên trên hay xuống dưới không ảnh hưởng đến số điểm cực trị của hàm số).

**Câu 24.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f(-2) = 0$  và đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu như hình sau

|         |           |      |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $2$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $+$       |

Hàm số  $g(x) = 15f(-x^4 + 2x^2 - 2) - 10x^6 + 30x^2$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

**C. 5.**

D. 7.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số  $h(x) = 15f(-x^4 + 2x^2 - 2) - 10x^6 + 30x^2$

Ta có  $h'(x) = 15(-4x^3 + 4x) \cdot f'(-x^4 + 2x^2 - 2) - 60x^5 + 60x$

$\Rightarrow h'(x) = -60x(x^2 - 1)[f'(-x^4 + 2x^2 - 2) + x^2 + 1]$ .

Mà  $-x^4 + 2x^2 - 2 = -(x^2 - 1)^2 - 1 \leq -1, \forall x \in \mathbb{R}$  nên dựa vào bảng xét dấu của  $f'(x)$  ta suy ra  $f'(-x^4 + 2x^2 - 2) \geq 0$ .

Suy ra  $f'(-x^4 + 2x^2 - 2) + x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Do đó dấu của  $h'(x)$  cùng dấu với  $u(x) = -60x(x^2 - 1)$ , tức là đổi dấu khi đi qua các điểm  $x = -1; x = 0; x = 1$ .

Vậy hàm số  $h(x)$  có 3 điểm cực trị.

Ta có  $h(0) = 15$   $f(-2) = 0$  nên đồ thị hàm số  $y = h(x)$  tiếp xúc Ox tại O và cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.

Vậy  $y = g(x)$  có 5 cực trị.

**Câu 25.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên:

|         |           |   |         |   |        |   |           |
|---------|-----------|---|---------|---|--------|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |   | $-1$    |   | $4$    |   | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | + | 0       | - | 0      | + |           |
| $f(x)$  | $-\infty$ |   | $f(-1)$ |   | $f(4)$ |   | $+\infty$ |

Hàm số  $y = |f(|x|)|$  (C) có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 5.                      **B. 7.**                      C. 6.                      D. 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có đồ thị hàm số  $y = f(x)$  (C') có điểm cực tiểu nằm bên phải trục tung nên đồ thị hàm số  $y = f(x)$  (C') sẽ cắt trục hoành tại tối đa hai điểm có hoành độ dương.

Khi đó đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  (C'') được suy ra từ đồ thị hàm số  $y = f(x)$  (C') nên đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  (C'') sẽ cắt trục hoành tối đa 4 điểm phân biệt  $\Rightarrow$  hàm số  $y = f(|x|)$  sẽ có 3 điểm cực trị.

Vì đồ thị hàm số  $y = |f(|x|)|$  (C) được suy ra từ đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  (C'') nên đồ thị hàm số  $y = |f(|x|)|$  (C) sẽ có tối đa 7 điểm cực trị.

**Câu 26.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên:

|         |           |   |       |   |       |   |       |   |           |
|---------|-----------|---|-------|---|-------|---|-------|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |   | $x_1$ |   | $x_2$ |   | $x_3$ |   | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | - | 0     | + | 0     | - | 0     | + |           |
| $f(x)$  | $+\infty$ |   | $-3$  |   | $2$   |   | $-6$  |   | $+\infty$ |

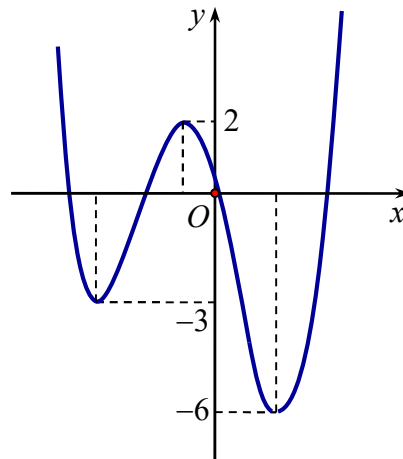
Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số  $y = |f(x-1) + m|$  có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

- A. 15.                      **B. 12.**                      C. 18.                      D. 9.

**Lời giải**

**Chọn B**

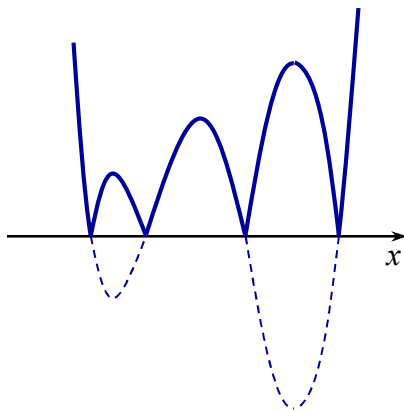
Từ bảng biến thiên ta có đồ thị của  $(C): y = f(x)$



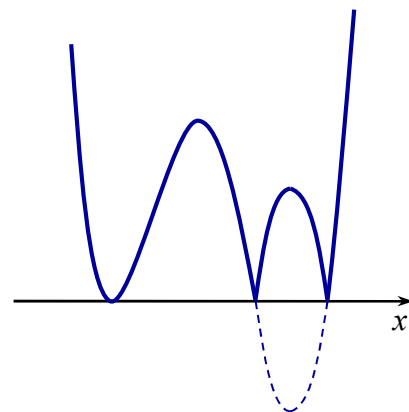
Nhận xét: Số giao điểm của đồ thị  $(C): y = f(x)$  với  $Ox$  bằng số giao điểm của đồ thị  $(C'): y = f(x-1)$  với  $Ox$ .

Vì  $m > 0$  nên đồ thị hàm số  $(C''): y = f(x-1) + m$  có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số  $(C'): y = f(x-1)$  lên trên  $m$  đơn vị.

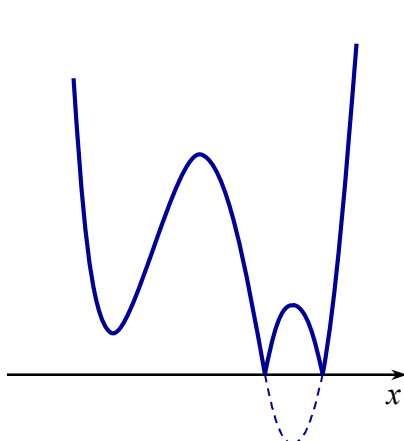
Đồ thị hàm số  $y = |f(x-1) + m|$  được suy ra từ đồ thị hàm số  $(C''): y = f(x-1) + m$  bằng cách giữ nguyên phần đồ thị phía trên  $Ox$ , lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới  $Ox$  qua  $Ox$ .



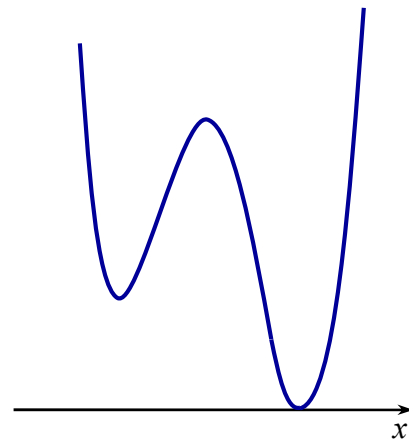
TH1:  $0 < m < 3$



TH2:  $m = 3$



TH3:  $3 < m < 6$



TH4:  $m \geq 6$

TH1:  $0 < m < 3$ . Đồ thị hàm số có 7 điểm cực trị. Loại.

TH2:  $m = 3$ . Đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Nhận.

TH3:  $3 < m < 6$ . Đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Nhận.

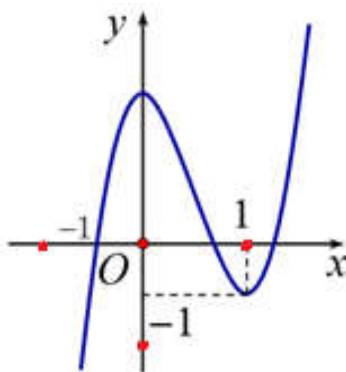
TH4:  $m \geq 6$ . Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị. Loại.

Vậy  $3 \leq m < 6$ . Do  $m \in \mathbb{Z}^*$  nên  $m \in \{3; 4; 5\}$ .

Vậy tổng giá trị tất cả các phần tử của  $S$  bằng 12.

### **DẠNG 3: CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI KHI CHO ĐỒ THỊ.**

**Câu 27.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số  $y = f(|x+1|-1)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 6.

B. 7.

C. 8.

**D. 5.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số  $y = f(|x+1|-1)$

Ta có  $y' = \frac{x+1}{|x+1|} f'(|x+1|-1)$  (Điều kiện  $x \neq -1$ )

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x+1|-1=0 \\ |x+1|-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=0 \\ x=-2 \\ x=-3 \end{cases}$$

$y'$  không xác định tại  $x = -1$ .

Bảng biến thiên

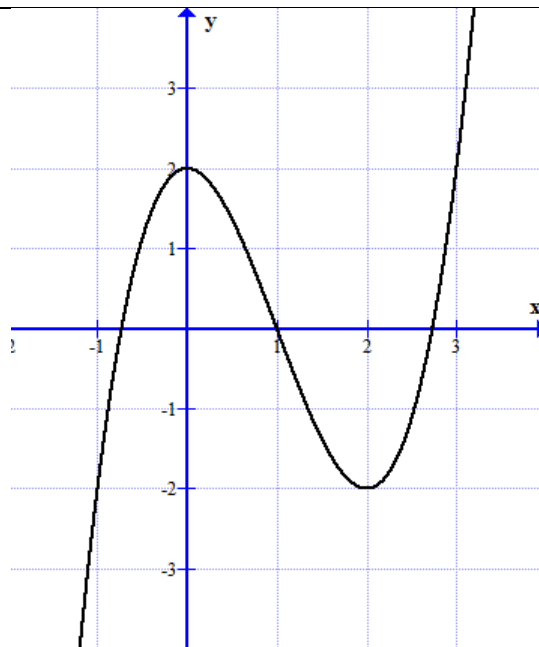
|      |           |      |        |      |            |     |           |           |
|------|-----------|------|--------|------|------------|-----|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-3$ | $-2$   | $-1$ | $0$        | $1$ | $+\infty$ |           |
| $y'$ |           | -    | 0      | +    | 0          | -   | 0         | +         |
| $y$  | $+\infty$ |      | $f(0)$ |      | $f(0) > 0$ |     | $-1$      | $+\infty$ |

Diagram illustrating the function's behavior based on the sign of the derivative  $y'$  and the function value  $y$ :

- For  $x < -3$ ,  $y' < 0$  and  $y > -1$ , the function is decreasing towards  $y = -1$ .
- At  $x = -3$ ,  $y' = 0$  and  $y = -1$ , there is a local minimum.
- For  $-3 < x < -2$ ,  $y' > 0$  and  $y > -1$ , the function is increasing towards  $y = f(0)$ .
- At  $x = -2$ ,  $y' = 0$  and  $y = f(0)$ , there is a local maximum.
- For  $-2 < x < -1$ ,  $y' < 0$  and  $y > f(0)$ , the function is decreasing towards  $y = f(-1) < 0$ .
- At  $x = -1$ ,  $y' = 0$  and  $y = f(-1) < 0$ , there is a local minimum.
- For  $-1 < x < 0$ ,  $y' > 0$  and  $y > f(-1) < 0$ , the function is increasing towards  $y = f(0) > 0$ .
- At  $x = 0$ ,  $y' = 0$  and  $y = f(0) > 0$ , there is a local maximum.
- For  $0 < x < 1$ ,  $y' < 0$  and  $y > f(0) > 0$ , the function is decreasing towards  $y = -1$ .
- At  $x = 1$ ,  $y' = 0$  and  $y = -1$ , there is a local minimum.
- For  $x > 1$ ,  $y' > 0$  and  $y > -1$ , the function is increasing towards  $y = +\infty$ .

Dựa vào BBT của hàm số  $y = f(|x+1|-1)$  suy ra hàm số có 5 điểm cực trị.

**Câu 28.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như sau. Hỏi hàm số  $y = |f(|x|)|$  có bao nhiêu điểm cực trị ?



A. 5.

B. 6 .

**C. 7 .**

D. 8.

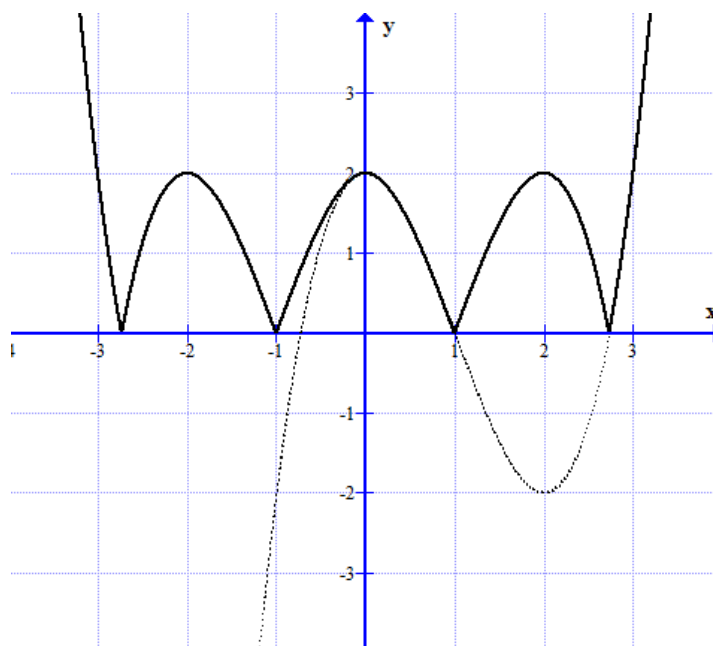
**Lời giải**

**Chọn C**

Do hàm số  $y = f(|x|)$  là hàm số chẵn nên từ đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = f(x)$  ta suy ra đồ thị  $(C_1)$  của hàm số  $y = f(|x|)$  bằng cách xóa bỏ phần đồ thị phía bên trái trục tung của đồ thị  $(C)$ , phần đồ thị còn lại thì lấy đối xứng qua trục tung.

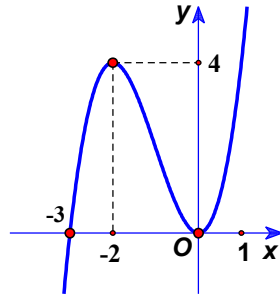
Từ đồ thị  $(C_1)$  của hàm số  $y = f(|x|)$  ta suy ra đồ thị  $(C_2)$  của hàm số  $y = |f(|x|)|$  bằng cách giữ nguyên phần đồ thị phía bên trên trục hoành của đồ thị  $(C_1)$ , phần đồ thị còn lại thì lấy đối xứng qua trục hoành và xóa phần đồ thị phía dưới trục hoành.

Ta có đồ thị hàm số  $y = |f(|x|)|$



Dựa vào đồ thị hàm số  $y = |f(|x|)|$  ta thấy hàm số có 7 điểm cực trị.

**Câu 29.** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2$  có dạng như hình vẽ sau



Hỏi đồ thị hàm số  $y = |x^3 + 3x^2|$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0 .

B. 1.

C. 2 .

**D. 3.**

Lời giải

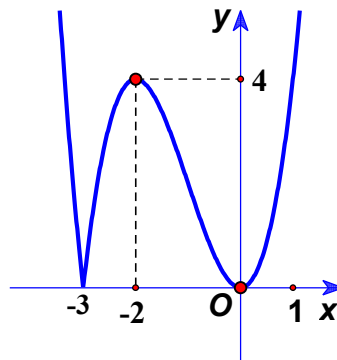
**Chọn D**

Ta có:

$$y = |x^3 + 3x^2| = \begin{cases} x^3 + 3x^2 & \text{khi } x^3 + 3x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -3 \\ -x^3 - 3x^2 & \text{khi } x^3 + 3x^2 < 0 \Leftrightarrow x < -3 \end{cases}$$

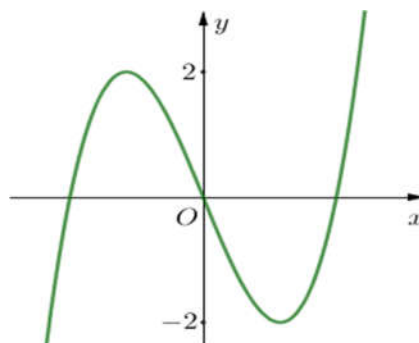
$$= \begin{cases} x^3 + 3x^2 & \text{khi } x \geq -3 \\ -x^3 - 3x^2 & \text{khi } x < -3 \end{cases}$$

Nên ta giữ nguyên phần đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2$  khi  $x \geq -3$  (tức là phần đồ thị của hàm số  $y = x^3 + 3x^2$  phía trên trục hoành), lấy phần đối xứng của đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2$  khi  $x < -3$  (là phần đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2$  phía dưới trục hoành) qua trục hoành, rồi xóa bỏ phần đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2$  khi  $x < -3$ . Hình còn lại chính là đồ thị hàm số  $y = |x^3 + 3x^2|$  như hình vẽ dưới đây:



Dựa vào đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

**Câu 30.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây. Hàm số  $y = f(|x|)$  có bao nhiêu điểm cực trị?



**A. 3.**

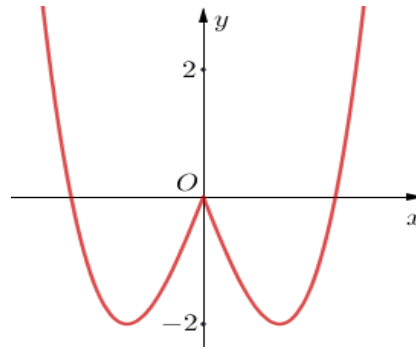
B. 1.

C. 2 .

D. 5 .

**Lời giải**

**Chọn A**



Giả sử  $(C): y = f(x)$ , khi ấy  $(C'): y = f(|x|)$  được vẽ như sau:

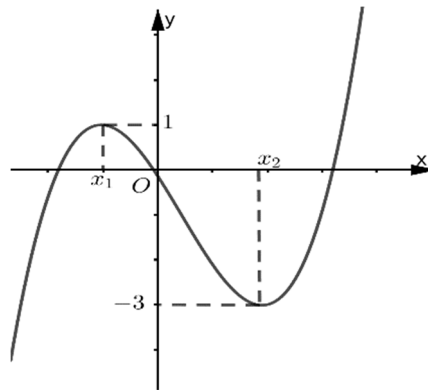
+) Gọi  $(C_1)$  là phần của  $(C)$  ứng với  $x \geq 0$ .

+) Gọi  $(C_2)$  là đối xứng của  $(C_1)$  qua trục tung.

Ta được  $(C') = (C_1) \cup (C_2)$ .

Dựa vào  $(C')$  ta thấy hàm số  $y = f(|x|)$  có ba điểm cực trị.

**Câu 31.** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  và  $a \neq 0$  có đồ thị như hình dưới đây.



Tập tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = |f(x) + m|$  có đúng ba điểm cực trị là

**A.**  $S = \{-1; 3\}$ .

**B.**  $S = [1; 3]$ .

**C.**  $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ .

**D.**  $S = (-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$

**Lời giải**

**Chọn C**

Giả sử  $(C_1): y = f(x)$ ,  $(C_2): y = f(x) + m$ ,  $(C_3): y = |f(x) + m|$ . Ta nhận thấy:

+) Số điểm cực trị của  $(C_3)$  bằng  $A + B$  với  $A$  là số điểm cực trị của  $(C_2)$  và  $B$  là số giao điểm của  $(C_2)$  với trục hoành (không tính các tiếp điểm của  $(C_2)$  và trục hoành).

+)  $(C_2)$  có được là do tịnh tiến  $(C_1)$  theo phương đứng và  $(C_1)$  có hai điểm cực trị nên  $(C_2)$  cũng có hai điểm cực trị.

**Chú ý:**

- Khi  $(C_2)$  và trục hoành có một điểm chung thì điểm này được tạo ra là do  $(C_2)$  cắt trục hoành.

- Khi  $(C_2)$  và trục hoành có hai điểm chung thì một trong hai điểm này được tạo ra là do  $(C_2)$  cắt trục hoành và điểm còn lại là do  $(C_2)$  tiếp xúc trục hoành.

Từ tất cả các điều nêu ở trên ta có:

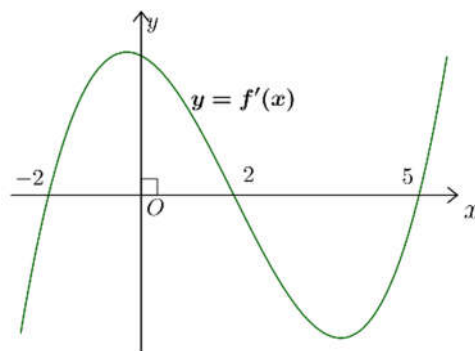
Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow (C_2)$  và trục hoành có không quá hai điểm chung (\*).

Dựa vào  $(C_1)$ , ta thấy (\*) được thỏa mãn khi và chỉ khi ta tịnh tiến  $(C_1)$  dọc theo phương đứng xuống dưới tối thiểu 1 đơn vị hoặc lên trên tối thiểu 3 đơn vị.

Tức  $\begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -1 \end{cases}$ .

Vậy:  $m \in (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ .

**Câu 32.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $y = f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình dưới đây



Có bao nhiêu số nguyên  $m \in [-2020; 2020]$  để hàm số  $y = f(|x+1| - m)$  có nhiều điểm cực trị nhất?

A. 2024.

B. 2025.

**C. 2018.**

D. 2016.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị của  $f'(x)$  suy ra  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \\ x = 5 \end{cases}$ .

Đặt  $g(x) = f(|x+1| - m)$

Ta có  $g'(x) = \frac{x+1}{|x+1|} f'(|x+1| - m), \forall x \neq -1$ .

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x+1| - m = -2 & (1) \\ |x+1| - m = 2 & (2) \\ |x+1| - m = 5 & (3) \end{cases}$

**Chú ý:**

- Hàm  $g(x)$  đạt cực trị tại  $x = -1$  vì  $g'(x)$  đổi dấu khi qua  $x = -1$ .

- Mỗi phương trình (1); (2); (3) có tối đa 2 nghiệm phân biệt, khi tất cả đều có 2 nghiệm phân biệt thì tất cả chúng đôi một khác nhau và khác  $-1$ .

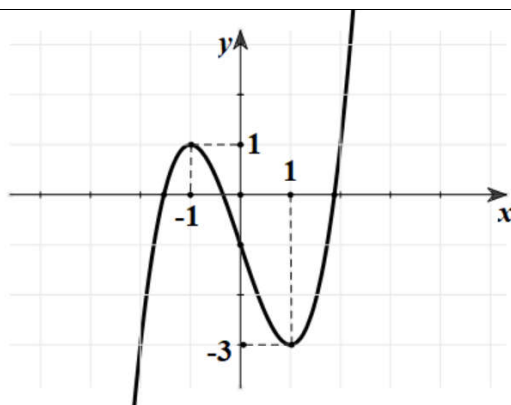
Từ tất cả những điều nêu ở trên ta thấy:

$g(x)$  có nhiều điểm cực trị nhất  $\Leftrightarrow$  (1); (2); (3) đều có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 > 0 \\ m + 2 > 0 \\ m + 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$$

Kết hợp điều kiện  $m \in [-2020; 2020], m \in \mathbb{Z}$  ta được  $m \in \{3; 4; \dots; 2018; 2019; 2020\}$ .

**Câu 33.** Cho hàm số  $y = f(x)$  như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = f(|12x+1| + m)$  có đúng 3 điểm cực trị?



**A. 2.**

**B. 1.**

**C. 3.**

**D. 4.**

**Lời giải**

**Chọn A**

**Nhận xét:** Do tồn tại  $[0; x_0)$  mà trên đó  $f(x)$  không là hằng số nên số điểm cực trị của hàm số  $y = f(|x|)$  bằng  $2a + 1$ , trong đó  $a$  là số điểm cực trị dương của  $f(x)$ . Do đó hàm số

$y = f(|12x + 1| + m)$  có tất cả  $2a + 1$  điểm cực trị, trong đó  $a$  là số điểm cực trị lớn hơn  $-\frac{1}{12}$  của hàm số  $y = f((12x + 1) + m)$ .

Từ đồ thị đã cho ta thấy hàm số  $y = f(x)$  có 2 điểm cực trị là  $x = -1$ ;  $x = 1$ . Do đó hàm số

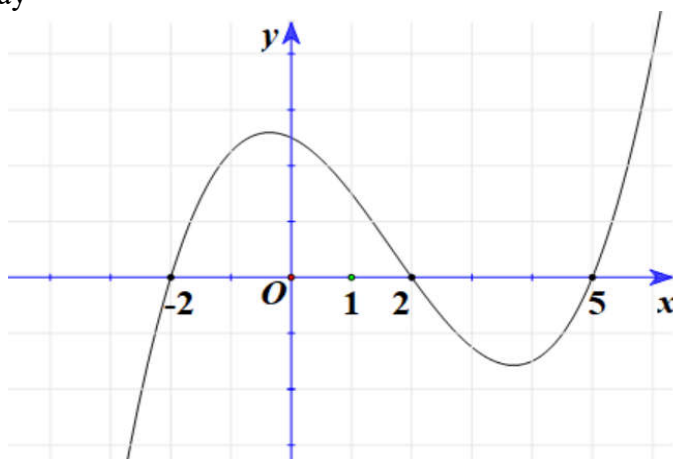
$y = f((12x + 1) + m)$  có 2 điểm cực trị là  $x = -\frac{m+2}{12}$ ;  $x = -\frac{m}{12}$  (Tìm được từ  $12x + 1 + m = -1$ ;  $12x + 1 + m = 1$ ).

Yêu cầu bài toán thỏa mãn  $\Leftrightarrow$  hàm số  $y = f(12x + 1 + m)$  có đúng 1 điểm cực trị lớn hơn

$$-\frac{1}{12} \Leftrightarrow -\frac{m+2}{12} \leq -\frac{1}{12} < -\frac{m}{12} \Leftrightarrow -1 \leq m < 1.$$

Do  $m \in \mathbb{Z}$  nên  $m \in \{-1, 0\}$ .

**Câu 34.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ dưới đây



Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = f(|x + 1| - m)$  có đúng 3 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của tập hợp  $S$  bằng

**A. -12 .**

**B. 9.**

**C. -7.**

**D. -14.**

**Lời giải**

**Chọn B**

**Nhận xét:** Do tồn tại  $[0; x_0)$  mà trên đó  $f(x)$  không là hằng số nên số điểm cực trị của hàm số  $y = f(|x|)$  bằng  $2a + 1$ , trong đó  $a$  là số điểm cực trị dương của hàm số  $f(x)$ . Do đó hàm số

$y = f(|x+1|-m)$  có tất cả  $2a+1$  điểm cực trị, trong đó  $a$  là số điểm cực trị lớn hơn  $-1$  của hàm số  $y = f((x+1)-m)$ .

Từ đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  ta thấy hàm số  $y = f(x)$  có 3 điểm cực trị là  $x = -2; x = 2; x = 5$ .

Do đó hàm số  $y = f((x+1)-m)$  có 3 điểm cực trị là  $x = m-3; x = m+1; x = m+4$  (Tìm được từ  $(x+1)-m = -2; (x+1)-m = 2; (x+1)-m = 5$ ).

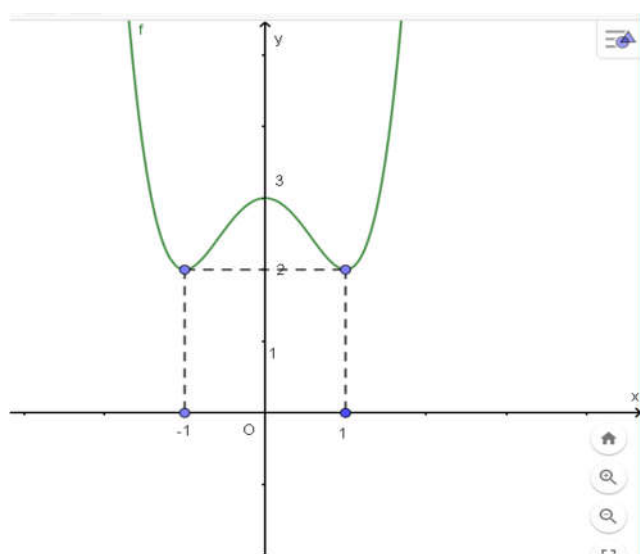
Yêu cầu bài toán thỏa mãn  $\Leftrightarrow$  hàm số  $y = f((x+1)-m)$  có đúng 1 điểm cực trị lớn hơn  $-1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 \leq -1 \\ m+1 \leq -1 \Leftrightarrow -5 < m \leq -2. \\ m+4 > -1 \end{cases}$$

Do  $m \in \mathbb{Z}$  nên  $m \in \{-4; -3; -2\}$ .

Vậy tổng các giá trị  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán là  $-9$ .

**Câu 35.** Cho hàm số  $y = f(x)$  là một hàm đa thức có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x^2 - 2|x|)$  là

A. 3.

B. 5.

**C. 7.**

D. 9.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt  $g(x) = f(x^2 - 2|x|)$ , dễ thấy  $g(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

Với mọi  $x \neq 0$  ta có:

$$+) \quad g'(x) = \left( 2x - 2 \frac{x}{|x|} \right) f'(x^2 - 2|x|) = \frac{2x}{|x|} (|x| - 1) f'(x^2 - 2|x|).$$

$$+) \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ f'(x^2 - 2|x|) = 0 \end{cases}$$

$$+) \quad f'(x^2 - 2|x|) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2|x| = -1 \\ x^2 - 2|x| = 1 \\ x^2 - 2|x| = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| = 1 \\ |x| = 1 + \sqrt{2} \\ |x| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = 1 + \sqrt{2} \\ x = -1 - \sqrt{2} \\ x = \pm 2 \end{cases}.$$

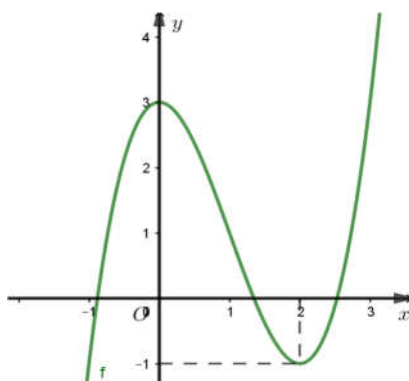
**Chú ý:**  $g'(x)$  đổi dấu khi qua  $x = 0$ .

Bảng biến thiên của  $g(x)$ :

|      |           |               |      |      |     |     |     |              |           |     |     |     |
|------|-----------|---------------|------|------|-----|-----|-----|--------------|-----------|-----|-----|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1-\sqrt{2}$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $1+\sqrt{2}$ | $+\infty$ |     |     |     |
| $y'$ |           | $-$           | $0$  | $+$  | $0$ | $-$ | $0$ | $+$          | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |

Hàm số  $y = f(x^2 - 2|x|)$  có 7 cực trị.

**Câu 36.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Trong đoạn  $[-20; 20]$  có bao nhiêu số nguyên  $m$  để hàm số  $y = \left| 10f(x-m) - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m \right|$  có 3 điểm cực trị?

**A. 36.**

**B. 32.**

**C. 40.**

**D. 34.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét hàm số  $g(x) = 10f(x-m) - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m$ , ta có:

$$g'(x) = 10f'(x-m)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-m=0 \\ x-m=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=m \\ x=m+2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của  $g(x)$ :

|         |           |            |                                        |            |                                         |            |           |
|---------|-----------|------------|----------------------------------------|------------|-----------------------------------------|------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $m$        |                                        | $m+2$      | $+\infty$                               |            |           |
| $g'(x)$ |           | $+$        | $0$                                    | $-$        | $0$                                     | $+$        |           |
| $g(x)$  | $-\infty$ | $\nearrow$ | $30 - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m$ | $\searrow$ | $-10 - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

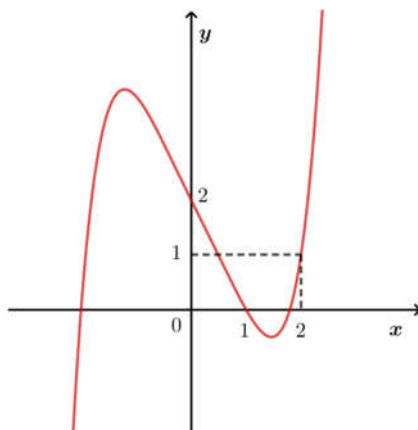
Hàm số  $y = |g(x)|$  có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} 30 - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m \leq 0 \\ -10 - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{-18}{11} \\ m \geq 5 \\ \frac{15}{11} \leq m \leq 2 \end{cases}$$

Do  $m$  là số nguyên thuộc  $[-20; 20]$  nên  $m \in \{-20; -19; \dots; -2; 2; 5; 6; \dots; 20\}$ .

Vậy có 36 giá trị của  $m$  thỏa mãn đề bài.

**Câu 37.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Hàm số  $y = |4f(x) - 2x^3 + 7x^2 - 8x + 1|$  có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5.

B. 6.

**C. 7.**

D. 8.

**Lời giải**

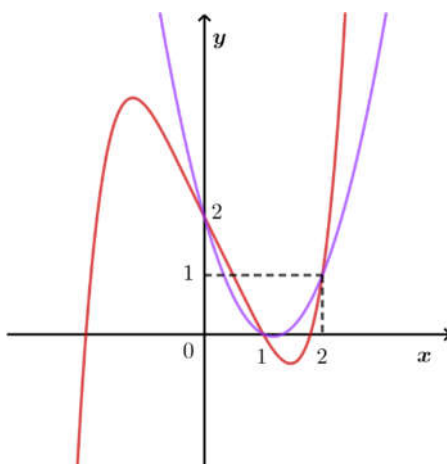
**Chọn C**

Xét hàm số  $g(x) = 4f(x) - 2x^3 + 7x^2 - 8x + 1$ , ta có:

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4f'(x) - 6x^2 + 14x - 8 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 2 \quad (*)$$

Đường cong  $y = f'(x)$  cắt parabol  $y = \frac{3}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 2$  tại ba điểm có hoành độ lần lượt là

$$x = 0; x = 1; x = 2. \text{ Do đó } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$



Và  $g'(x)$  đổi dấu khi đi qua các điểm  $x = 0; x = 1; x = 2$  nên  $g(x)$  có ba điểm cực trị.

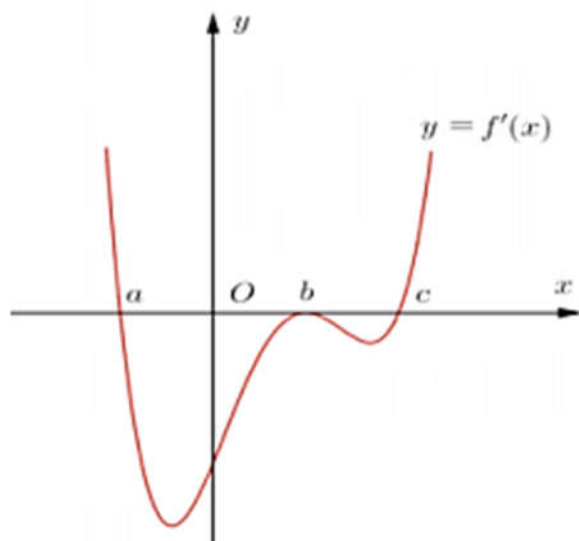
Ta có bảng biến thiên

|         |           |     |      |     |     |     |     |     |           |
|---------|-----------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |     | $-1$ |     | $1$ |     | $2$ |     | $+\infty$ |
| $g'(x)$ |           | $-$ | $0$  | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |           |
| $g(x)$  | $+\infty$ |     |      |     |     |     |     |     | $+\infty$ |

Suy ra phương trình  $g(x) = 0$  có tối đa bốn nghiệm.

Vậy hàm số  $y = |g(x)|$  có tối đa  $3 + 4 = 7$  điểm cực trị.

**Câu 38.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị của  $f'(x)$  như hình vẽ dưới đây



Đặt  $g(x) = f(|x^3|)$ . Số điểm cực trị của hàm số  $y = g(x)$  là

**A. 3.**

**B. 5.**

**C. 4.**

**D. 2.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Đồ thị hàm số  $f'(x)$  đổi dấu khi đi qua các điểm  $x = a; x = c$  và không đổi dấu khi đi qua điểm  $x = b$ .

Do đó  $f'(x) = (x-a)^{2n+1} (x-b)^{2p} (x-c)^{2q+1} \cdot g(x)$  với  $n, p, q \in \mathbb{N}; p > 0; g(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ .

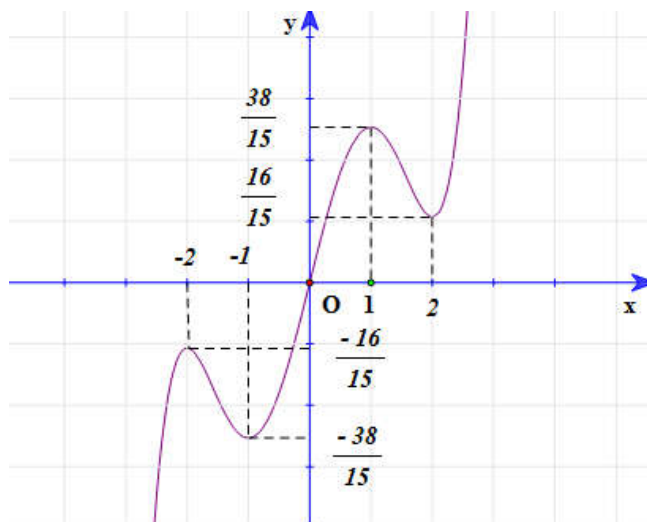
Xét hàm số  $h(x) = f(x^3)$ , ta có:

$$\begin{aligned}
 h'(x) &= 3x^2 f'(x^3) \\
 &= 3x^2 \cdot (x^3 - a)^{2n+1} \cdot (x^3 - b)^{2p} \cdot (x^3 - c)^{2q+1} \cdot g(x^3) \\
 &= 3x^2 \cdot (x^3 - a)^{2n+1} \cdot (x^3 - b)^{2p} \cdot (x^3 - c)^{2q+1} \cdot g(x^3)
 \end{aligned}$$

Nhận thấy  $h'(x)$  đổi dấu khi đi qua các điểm  $x = \sqrt[3]{a}; x = \sqrt[3]{c}$  do đó  $h(x)$  có hai điểm cực trị  $x = \sqrt[3]{a}; x = \sqrt[3]{c}$ .

Mặt khác: chỉ có  $x = \sqrt[3]{c}$  là điểm cực trị dương nên hàm số  $g(x)$  có  $2.1+1=3$  điểm cực trị.

**Câu 39.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên dưới. Đồ thị hàm  $g(x) = |15f(x) + 1|$  có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 4.

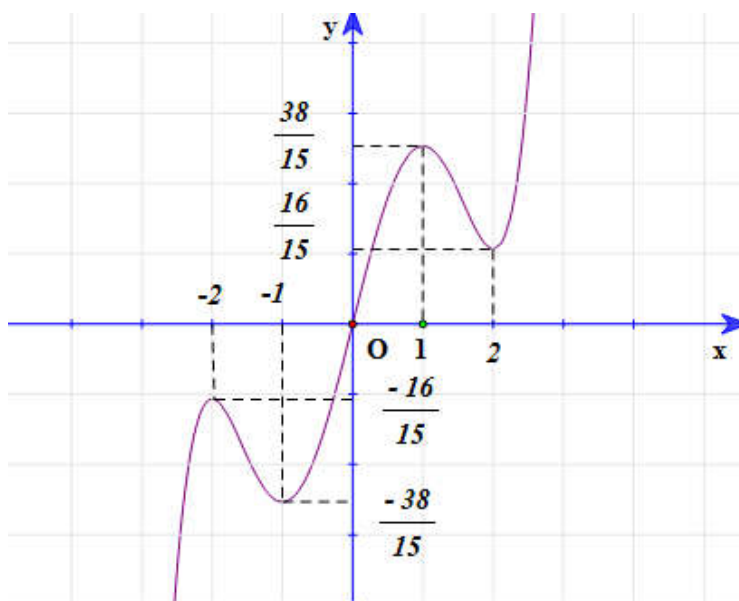
**B. 5.**

C. 6.

D. 7.

Lời giải

**Chọn B**



Xét  $h(x) = 15f(x) + 1 \Rightarrow h'(x) = 15f'(x)$ .

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

$$h(1) = 39; h(-1) = -37; h(2) = 17; h(-2) = -15.$$

Bảng biến thiên của  $h(x)$ :

|         |           |       |       |      |      |           |     |     |     |
|---------|-----------|-------|-------|------|------|-----------|-----|-----|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$  | $-1$  | $1$  | $2$  | $+\infty$ |     |     |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$   | $-$   | $0$  | $+$  | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |
| $h'(x)$ | $+$       | $0$   | $-$   | $0$  | $+$  | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |
| $h(x)$  | $-\infty$ | $-15$ | $-37$ | $39$ | $17$ | $+\infty$ |     |     |     |

Ta thấy đồ thị hàm số  $h(x)$  có 4 điểm cực trị và cắt trục  $Ox$  tại 1 điểm.

Suy ra đồ thị hàm số  $g(x) = |15f(x) + 1|$  có 5 điểm cực trị.

#### **DẠNG 4: CỰC TRỊ HÀM SỐ CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA HÀM ĐA THỨC CHỨA THAM SỐ.**

**Câu 40.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = |x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 4)|x| + 1$  có 3 điểm cực trị?

A. 3.

**B. 4.**

C. 5.

D. 6.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt  $f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 4)x + 1$ , ta có  $f'(x) = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 4)$ .

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m - 2 \\ x = m + 2 \end{cases}$ . Dễ thấy  $f(x)$  có hai điểm cực trị.

Đặt  $g(x) = |x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 4)|x| + 1$ , dễ thấy  $g(x) = f(|x|)$ .

Do đó  $g(x)$  có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi  $f(x)$  có đúng một cực trị dương.

Tức  $m - 2 \leq 0 < m + 2 \Leftrightarrow -2 < m \leq 2$ .

Do  $m \in \mathbb{Z}$  nên ta được  $m \in \{-1; 0; 1; 2\}$ .

**Câu 41.** Có bao nhiêu số nguyên  $m$  để hàm số  $y = |3x^5 - 15x^3 - 60x + m|$  có 5 điểm cực trị?

A. 289.

B. 288.

**C. 287.**

D. 286.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét  $y = 3x^5 - 15x^3 - 60x$  có  $y' = 0 \Leftrightarrow 15x^4 - 45x^2 - 60 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$ .

Vậy hàm số  $y = 3x^5 - 15x^3 - 60x$  có đúng 2 điểm cực trị  $x = 2; x = -2$ .

Bảng biến thiên:

|      |           |       |        |           |     |     |
|------|-----------|-------|--------|-----------|-----|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$  | $2$    | $+\infty$ |     |     |
| $y'$ |           | $+$   | $0$    | $-$       | $0$ | $+$ |
| $y$  |           |       |        |           |     |     |
|      | $-\infty$ | $144$ | $-144$ | $+\infty$ |     |     |

Vậy để hàm số có 5 điểm cực trị

$\Leftrightarrow 3x^5 - 15x^3 - 60x + m = 0$  có tổng số nghiệm đơn và bội lẻ bằng 3.

$\Leftrightarrow 3x^5 - 15x^3 - 60x = -m$  có tổng số nghiệm đơn và bội lẻ bằng 3.

$\Leftrightarrow -144 < -m < 144$ . Mặt khác  $m \in \mathbb{Z}$  nên  $m \in \{-143; \dots; 143\}$ . Có 287 số nguyên thỏa mãn.

**Câu 42.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = |x|^3 - (2m+1)x^2 + 3m|x| - 5$  có 5 điểm cực trị.

A.  $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup (1; +\infty)$ .

B.  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right) \cup (1; +\infty)$ .

C.  $(1; +\infty)$ .

**D.  $\left(0; \frac{1}{4}\right) \cup (1; +\infty)$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$y' = 3x^2 - 2(2m+1)x + 3m$$

Yêu cầu bài toán tương đương hàm số  $y = x^3 - (2m+1)x^2 + 3mx - 5$  có 2 điểm cực trị dương

$\Leftrightarrow y' = 0$  có 2 nghiệm dương phân biệt

$\Leftrightarrow 3x^2 - 2(2m+1)x + 3m = 0$  có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (2m+1)^2 - 9m > 0 \\ S = \frac{2(2m+1)}{3} > 0 \\ P = \frac{3m}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 0 < m < \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(0; \frac{1}{4}\right) \cup (1; +\infty).$$

**Câu 43.** Có bao nhiêu số nguyên  $m \in (-20; 20)$  để hàm số  $y = |x^2 - 2x + m| + 2x + 1$  có ba điểm cực trị?

A. 17.

B. 18.

**C. 19.**

D. 20.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét  $x^2 - 2x + m = 0$ . Ta có:  $\Delta' = 1 - m$

- TH1:  $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + m \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow |x^2 - 2x + m| = x^2 - 2x + m$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 2x + m + 2x + 1 = x^2 + m + 1 \text{ có đúng một điểm cực trị } x = 0 \text{ (Loại).}$$

- TH2:  $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 1$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt } x_1 < x_2$$

$$\text{Khi đó: } y' = \frac{(2x-2)(x^2-2x+m) + 2|x^2-2x+m|}{|x^2-2x+m|}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2x-2+2=0 \\ x^2-2x+m > 0 \end{cases} \\ \text{hoặc} \\ \begin{cases} -(2x-2)+2=0 \\ x^2-2x+m < 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=0 \\ x^2-2x+m > 0 \end{cases} \\ \text{hoặc} \\ \begin{cases} x=2 \\ x^2-2x+m < 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=0 \\ m > 0 \end{cases} \\ \text{hoặc} \\ \begin{cases} x=2 \\ m < 0 \end{cases} \end{cases}$$

+ Với  $0 < m < 1 \Rightarrow$  Không có giá trị nguyên  $m$  thỏa mãn

+ Với  $m < 0 \Rightarrow$  Hàm số có 3 điểm cực trị (thỏa mãn)

$$\Rightarrow m \in \{-19, \dots, -1\}.$$

Vậy có 19 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn điều kiện đề bài.

**Câu 44.** Cho hàm số đa thức bậc bốn  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị  $x = 1; x = 2; x = 3$ . Có bao nhiêu số nguyên  $m \in (-10; 10)$  để hàm số  $y = f(|x + m|)$  có 7 điểm cực trị.

A. 17.

B. 18.

**C. 19.**

D. 20.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số  $y = f(|x + m|)$  có 7 cực trị  $\Leftrightarrow$  Hàm số  $y = f(|x|)$  có 7 điểm cực trị  $\Leftrightarrow$  Hàm số  $y = f(x)$  có 3 điểm cực trị dương

(Điều này luôn đúng do giả thiết). Do  $m \in (-10; 10)$  và  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-9, \dots, 9\}$ .

Vậy có 19 giá trị nguyên của  $m$ .

**Câu 45.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x) = 3^x + 4^x - 5^x$ . Hàm số  $y = f(|x|)$  có số điểm cực đại là

A. 0.

B. 1.

**C. 2.**

D. 3.

**Lời giải**

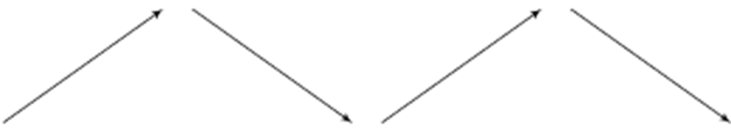
**Chọn C**

Ta có  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1 \Leftrightarrow x = 2$ .

Ta có bảng xét dấu của  $f'(x)$  là

|         |           |   |           |
|---------|-----------|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | 2 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0 | -         |

Suy ra bảng biến thiên của hàm số  $y = f(|x|)$  có dạng

|          |                                                                                      |    |   |   |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------|----|---|---|-----------|
| $x$      | $-\infty$                                                                            | -2 | 0 | 2 | $+\infty$ |
| $y'$     | +                                                                                    | 0  | - | 0 | -         |
| $f( x )$ |  |    |   |   |           |

Vậy hàm số  $y = f(|x|)$  có hai điểm cực đại.

**Câu 46.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x) = x^2 - x - 2$ . Hàm số  $y = |f(x)|$  có ít nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

**C. 3.**

D. 5.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + C$  với  $C$  là hằng số.

Bảng biến thiên của  $f(x)$ :

|         |           |                            |                              |                    |     |
|---------|-----------|----------------------------|------------------------------|--------------------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$                       | $2$                          | $+\infty$          |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$                        | $-$                          | $0$                | $+$ |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $\nearrow \frac{7}{6} + C$ | $\searrow -\frac{10}{3} + C$ | $\nearrow +\infty$ |     |

Từ đó suy ra hàm số  $f(x)$  có hai cực trị và đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ít nhất 1 điểm.

Do đó hàm số  $y = |f(x)|$  có ít nhất 3 điểm cực trị.

**Câu 47.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 6x + 2019$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên  $m \in [-2019; 2020]$  để hàm số  $y = f(|x + m - 1|) + 2020$  có 7 điểm cực trị.

A. 4039.

B. 2019.

C. 2020.

**D. 4040.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Hàm số  $y = f(|x + m - 1|) + 2020$  có 7 điểm cực trị  $\Leftrightarrow$  Hàm số  $y = f(x + m - 1)$  có 3 điểm cực trị lớn hơn  $1 - m$ .

$$\text{Ta có: } f'(x + m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + m - 1 = 1 \\ x + m - 1 = 2 \\ x + m - 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - m \\ x = 3 - m \\ x = 4 - m \end{cases}$$

Để hàm số  $y = f(x + m - 1)$  có 3 điểm cực trị lớn hơn  $1 - m$  thì  $\begin{cases} 2 - m > 1 - m \\ 3 - m > 1 - m \\ 4 - m > 1 - m \end{cases} \Leftrightarrow \forall m \in \mathbb{R}.$

Do  $m \in [-2019; 2020]$  nên có 4040 số nguyên thỏa điều kiện bài toán.

**Câu 48.** Gọi  $S$  là tập hợp các số nguyên  $m$  để hàm số  $y = \left| -x^3 + 3mx^2 + 3(1 - m^2)x + m^3 - m^2 \right|$  có 5 điểm cực trị. Tổng các phần tử của  $S$  là

A. -2.

**B. 3.**

C. 4.

D. 7

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Đặt } f(x) = -x^3 + 3mx^2 + 3(1 - m^2)x + m^3 - m^2.$$

Hàm số  $y = \left| -x^3 + 3mx^2 + 3(1 - m^2)x + m^3 - m^2 \right|$  có 5 điểm cực trị

$\Leftrightarrow$  Đồ thị hàm số  $y = f(x) = -x^3 + 3mx^2 + 3(1 - m^2)x + m^3 - m^2$  cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt (\*).

$$\text{Ta có: } f'(x) = -3x^2 + 6mx + 3(1 - m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m - 1 \Rightarrow y_1 = -m^2 + 3m - 2 \\ x = m + 1 \Rightarrow y_2 = -m^2 + 3m + 2 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow y_1 \cdot y_2 < 0 \Leftrightarrow (-m^2 + 3m - 2) \cdot (-m^2 + 3m + 2) < 0$$

$$\Leftrightarrow (-m^2 + 3m - 2) \cdot (-m^2 + 3m + 2) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{17}}{2} < m < 1 \\ 2 < m < \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Do  $m$  nguyên nên  $m = 0, m = 3$ . Vậy  $S = \{0; 3\}$  nên tổng các phần tử của  $S$  bằng 3.

**Câu 49.** Cho hàm số  $f(x) = (m-1)x^3 - 5x^2 + (m+3)x + 3$ . Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = f(|x|)$  có đúng 3 điểm cực trị?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

**D. 4.**

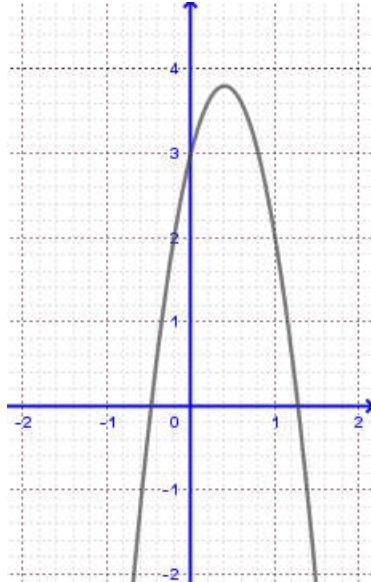
### Lời giải

#### Chọn D

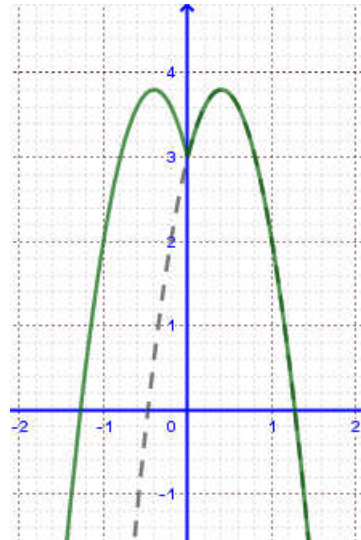
Ta có:  $y = f(x)$  có đồ thị  $(C)$ .

$y = f(|x|)$  là hàm chẵn  $\Rightarrow$  đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  có được bằng cách bỏ phần đồ thị  $(C)$  nằm phía trái trục tung, giữ nguyên đồ thị  $(C)$  nằm bên phải trục tung, sau đó lấy đối xứng qua trục tung.

+TH1:  $m = 1 \Rightarrow y = -5x^2 + 4x + 3$ .



Đồ thị hàm số  $y = -5x^2 + 4x + 3$ .



Đồ thị hàm số  $y = -5|x|^2 + 4|x| + 3$  có 3 cực trị.

Vậy  $m = 1$  thỏa yêu cầu.

+ TH2:  $m \neq 1 \Rightarrow f(x) = (m-1)x^3 - 5x^2 + (m+3)x + 3$  là hàm số bậc 3.

Hàm số  $y = f(|x|)$  có đúng 3 điểm cực trị.

$\Leftrightarrow$  hàm số  $y = f(x)$  có 2 điểm cực trị  $x_1, x_2$  thỏa  $x_1 \leq 0 < x_2$ .

$\Leftrightarrow 3(m-1)x^2 - 10x + m + 3 = 0(*)$  có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa  $x_1 \leq 0 < x_2$ .

+  $x_1 < 0 < x_2 \Leftrightarrow 3(m-1)(m+3) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1$

Vì  $m \in \mathbb{Z}$  nên  $m \in \{-2; -1; 0\}$

+ Nếu  $(*)$  có một nghiệm  $x_1 = 0 \Rightarrow m + 3 = 0 \Leftrightarrow m = -3$ .

Khi đó  $(*)$  trở thành:  $-12x^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{5}{6} \end{cases}$  (Không thỏa mãn).

Vậy có 4 giá trị  $m$ .

**Câu 50.** Tổng các giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \left| x^3 - 3x^2 - 9x - 5 + \frac{m}{2} \right|$  có 5 điểm cực trị

là

**A.** 2016.

**B.** 1952.

**C.** -2016.

**D.** -496.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét hàm số  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 5 + \frac{m}{2}$ .

Ta có  $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$ .

Ta có bảng biến thiên

|         |           |            |    |               |            |                    |           |
|---------|-----------|------------|----|---------------|------------|--------------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |            | -1 |               | 3          |                    | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | +          | 0  | -             | 0          | +                  |           |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $\nearrow$ |    | $\frac{m}{2}$ | $\searrow$ |                    | $+\infty$ |
|         |           |            |    |               |            |                    |           |
|         |           |            |    |               |            | $\frac{m}{2} - 32$ |           |
|         |           |            |    |               |            |                    |           |

Để thỏa yêu cầu thì đồ thị  $(C): y = f(x)$  cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m}{2} > 0 \\ \frac{m}{2} - 32 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 64. \text{ Mà } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{1; 2; 3; \dots; 63\}.$$

Tổng các giá trị nguyên  $m$  là:  $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 63 = \frac{63(1+63)}{2} = 2016$ .

----- **HẾT** -----