

SBÀI 4.

TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A. LÝ THUYẾT

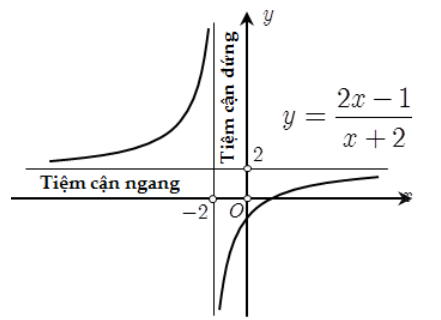
I. ĐƯỜNG TIỆM CẬN ĐỨNG.

1. **Định nghĩa:** Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường **tiệm**

cận đứng (hay **tiệm cận đứng**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu **ít nhất một trong các điều kiện** sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty.$$



2. **Nhận xét:**

- Để tìm **tiệm cận đứng** của đồ thị hàm số, ta cần **tính giới hạn một bên** của x_0 , với x_0 thường là điều kiện biên của hàm số (hay tại x_0 thì hàm số không xác định).

- Kỹ năng sử dụng máy tính (**tham khảo**):

☞ Tính $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x = x_0 + 10^{-9}$.

☞ Tính $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x = x_0 - 10^{-9}$.

II. ĐƯỜNG TIỆM CẬN NGANG.

1. **Định nghĩa:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng $(a; +\infty)$, $(-\infty; b)$...

Đường thẳng $y = y_0$ là đường **tiệm cận ngang** (hay **tiệm cận ngang**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu **ít nhất một trong các điều kiện** sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0.$$

2. **Nhận xét:**

Để tìm **tiệm cận ngang** của đồ thị hàm số ta cần tính giới hạn của hàm số tại **vô cực**.

- Tìm giới hạn ở vô cực của hàm $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$; với $P(x)$, $Q(x)$ là các đa thức không căn:

☞ Bậc của $P(x)$ nhỏ hơn bậc của $Q(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Rightarrow$ Tiệm cận ngang $Ox: y = 0$.

☞ Bậc của $P(x)$ bằng bậc của $Q(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{\text{Hệ số } x \text{ bậc cao của } P(x)}{\text{Hệ số } x \text{ bậc cao của } Q(x)} = \alpha.$

Suy ra tiệm cận ngang $y = \alpha$.

☞ Bậc của $P(x)$ lớn hơn bậc của $Q(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty \Rightarrow$ Không có tiệm cận ngang.

- Kỹ năng sử dụng máy tính (**tham khảo**):

☞ Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x = 10^{10}$.

☞ Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x = -10^{10}$.

III. Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1. Tìm tiệm cận của hàm số:

1). $y = \frac{2x+1}{x+1}.$

2). $y = \frac{2-4x}{1-x}.$

3). $y = 2x+1 - \frac{1}{x+2}.$

4). $y = \frac{x^2}{1-x}.$

Lời giải.

III. ĐƯỜNG TIỆM CẬN XIÊN

1. Định nghĩa: Đường thẳng $y = ax + b, a \neq 0$, được gọi là **đường tiệm cận xiên** của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0 \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$$

Trong đó $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}, b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax]$ hoặc $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}, b = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax]$.

2. Ví dụ minh họa:

Ví dụ 2. Tìm tiệm cận của hàm số: $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$

Lời giải

B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP MINH HỌA .

Dạng 1. Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

1. Phương pháp.

a). Tìm tiệm cận ngang, tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Đối với hàm phân thức: $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ trong đó $P(x), Q(x)$ là hai đa thức của x ta thường dùng phương pháp sau để tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số

➤ Tiệm cận đứng .

☞ Nếu $\begin{cases} P(x_0) \neq 0 \\ Q(x_0) = 0 \end{cases}$ thì đường thẳng : $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

➤ Tiệm cận ngang

☞ Nếu bậc của $P(x)$ bé hơn bậc của $Q(x)$ thì đồ thị của hàm số có tiệm cận ngang là trục hoành độ

☞ Nếu bậc của $P(x)$ bằng bậc của $Q(x)$ thì đồ thị hàm có tiệm cận ngang là đường thẳng :

$y = \frac{A}{B}$ trong đó A, B lần lượt là hệ số của số hạng có số mũ lớn nhất của $P(x)$ và $Q(x)$.

☞ Nếu bậc của $P(x)$ lớn hơn bậc của $Q(x)$ thì đồ thị của hàm số không có tiệm cận ngang

b). Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

☞ Nếu bậc của $P(x)$ bé hơn hay bằng bậc của $Q(x)$ hoặc lớn hơn bậc của $Q(x)$ từ hai bậc trở lên thì đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên

☞ Nếu bậc của $P(x)$ lớn hơn bậc của $Q(x)$ một bậc và $P(x)$ không chia hết cho $Q(x)$ thì đồ thị hàm có tiệm cận xiên và ta tìm tiệm cận xiên bằng cách chia $P(x)$ cho $Q(x)$ và viết

$f(x) = ax + b + \frac{R(x)}{Q(x)}$, trong đó $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{R(x)}{Q(x)} = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{R(x)}{Q(x)} = 0$.

☞ Suy ra đường thẳng : $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

➤ Chú ý:

Xét hàm số $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ ($a \neq 0$).

☞ Nếu $a < 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận.

☞ Nếu $a > 0$ đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = \sqrt{a} \left(x + \frac{b}{2a} \right)$ khi $x \rightarrow +\infty$

và $y = -\sqrt{a} \left(x + \frac{b}{2a} \right)$ khi $x \rightarrow -\infty$.

Đồ thị hàm số $y = mx + n + p\sqrt{ax^2 + bx + c}$ ($a > 0$) có tiệm cận là đường thẳng :

$$y = mx + n + p\sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|.$$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Tìm tiệm cận của hàm số:

1). $y = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$

2). $y = x + \sqrt{x^2 - 1}$.

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1. Thông Hiểu

Câu 1. Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{3x-2}$.

A. $x = \frac{1}{3}$.

B. $x = \frac{2}{3}$.

C. $y = \frac{2}{3}$.

D. $y = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Câu 2. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình ?

A. $y = 5$.

B. $x=0$.

C. $x=1$.

D. $y = 0$.

Lời giải

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ có đồ thị (C).

Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường tiệm cận của đồ thị (C).

A. $I(-2; 2)$.

B. $I(2; 2)$.

C. $I(2; -2)$.

D. $I(-2; -2)$.

Lời giải

Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + 3x + 2}$ là đường thẳng :

A. $x = -2$.

B. Không có tiệm cận đứng.

C. $x = -1$; $x = -2$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Câu 5. Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$.

B. $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$.

C. $y = \frac{1}{x^2 - x + 2}$.

D. $y = \frac{3}{x^4 + 1}$.

Lời giải

Câu 6. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$.

B. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$.

C. $y = \sqrt{x^2 - 1}$.

D. $y = \frac{x}{x + 1}$.

Lời giải

Câu 7. Đồ thị hàm số nào dưới đây có ba đường tiệm cận?

A. $y = \frac{1-2x}{1+x}$.

B. $y = \frac{1}{4-x^2}$.

C. $y = \frac{x+3}{5x-1}$.

D. $y = \frac{x}{x^2-x+9}$.

Lời giải

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{1-2x}$ có tiệm cận đứng là:

A. $y = \frac{1}{2}$.

B. $x = -\frac{1}{2}$.

C. $y = -\frac{1}{2}$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 9. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-4}$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4

Lời giải

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{x}{x^2 - 2}$ có đồ thị là đường cong (C). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (C) có hai tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.
- B. (C) có hai tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.
- C. (C) có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.
- D. (C) có hai tiệm cận đứng và không có tiệm cận ngang.

Lời giải

Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận ngang?

- A. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.
- B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.
- C. $y = \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x - 2}$.
- D. $y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$.

Lời giải

Câu 12. Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang?

- A. $y = \frac{x + 2}{x - 1}$.
- B. $y = \frac{x + 2}{x^2 - 1}$.
- C. $y = \frac{x^2}{x - 1}$.
- D. $y = x + \sqrt{x^2 - 1}$.

Lời giải

Câu 13. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$.

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Câu 14. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 - 1}$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là hai đường thẳng $x = -2$ và $x = 2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là hai đường thẳng $y = -2$ và $y = 2$.

Lời giải

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) và các giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của (C) .
- B. Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của (C) .
- C. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận ngang của (C) .
- D. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của (C) .

Lời giải

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-		+	0	-	
y	$+\infty$		-1	$-\infty$	2		$-\infty$

Chọn khẳng định đúng

- A. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.
- D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Lời giải

Câu 18. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

Lời giải

Câu 19. Cho hàm số $y = \frac{5x + 3}{\sqrt{4x^2 - 1}}$. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

- A. 3.
- B. 4.
- C. 1.
- D. 2.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 2x - 1 + \sqrt{4x^2 - 4}$ là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Mức độ 2. Thông Hiểu

Câu 21. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{6-x^2}}{x^2+3x-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận.

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 22. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 23. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải

Câu 24. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+x}$ là

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Lời giải

Câu 25. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Câu 26. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{9-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Câu 27. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{-x^2+2x}}{x-1}$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Câu 28. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3

Lời giải.

Câu 29. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-\sqrt{2}}$. Các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình lần lượt là:

A. $x = \sqrt{2}, y = 1$.

B. $x = 4, y = 1$.

C. $x = 1, y = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $x = 2, y = 1$.

Lời giải

Câu 30. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x^2 - 1}}$ bằng

A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải

Câu 31. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x}$ có bao nhiêu tiệm cận?

A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải

Câu 32. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{2018 - x^2}}{x(x - 2018)}$ là

A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Lời giải

Câu 33. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-4x-5}$ có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận ngang và đứng?
 A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải

Câu 34. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{|x|-1}$.
 A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Câu 35. Đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - 3x}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang ?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 36. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{5x^2 + x + 1}}{\sqrt{2x - 1} - x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 37. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2 - 3x + 2) \sin x}{x^3 - 4x}$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 38. Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{5+x}-1}{x^2+4x}$.

- A. $x = -4$.
C. $x = 0$.

- B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
D. $x = 0, x = -4$.

Lời giải

Câu 39. Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Câu 40. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Câu 41. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 - x}}$.

A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải

Câu 42. Đồ thị hàm số $y = \frac{1 - \sqrt{1 - x}}{x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang.

A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Lời giải

Câu 43. Cho hàm số $y = \frac{3x+2018}{|x|+2}$ (1). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số (1) có hai tiệm cận ngang $y = -3$, $y = 3$ và không có tiệm cận đứng.
- B. Đồ thị hàm số (1) có đúng tiệm cận ngang $y = 3$ và không có tiệm cận đứng.
- C. Đồ thị hàm số (1) không có hai tiệm cận ngang và có đúng một tiệm cận đứng $x = -2$.
- D. Đồ thị hàm số (1) có hai tiệm cận ngang $y = -3$, $y = 3$ và có hai tiệm cận đứng $x = -2$, $x = 2$.

Lời giải

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	2	$+\infty$	2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$ và tiệm cận ngang là $y=2$.
- B. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.
- C. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.
- D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận đứng là $y=2$.

Lời giải

Câu 45. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là $y = 3$.

Khi đó đồ thị hàm số $y = 2f(x) - 4$ có một tiệm cận ngang là

- A. $y = 3$.
- B. $y = 2$.
- C. $y = 1$.
- D. $y = -4$.

Lời giải

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	-	0	+	+
y	$-\infty$	1	$+\infty$	$+\infty$	3

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	2	$+\infty$	3	$-\infty$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 48. Đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Câu 49. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{|x|-2}$.

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Câu 50. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}$ là

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Câu 51. Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		-	-	0	+
y	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	0

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-1}$ có bao nhiêu tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Câu 52. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$
$f(x)$	-2	-1	$+\infty$	0

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Câu 53. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$+$
y	$+\infty$	$+\infty$	0	$+\infty$	-1

Gọi k, l lần lượt là số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-2018}$.

Tính $k+l$.

A. $k+l=2$.

B. $k+l=3$.

C. $k+l=4$.

D. $k+l=5$.

Lời giải

Mức độ 4. Vận dụng cao

Câu 54. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.

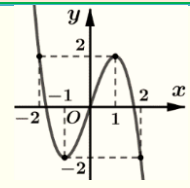
Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x+2}{f(x)+1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.



Lời giải

Câu 55. Cho hàm trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong

hình bên. Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2018x}{f(x)[f(x)-1]}$ có tất cả bao nhiêu

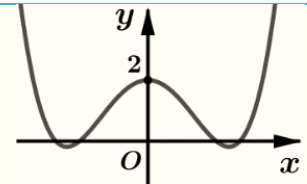
đường tiệm cận ?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 9.



Lời giải

Câu 56. Cho hàm trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong

hình bên. Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2018}{f(x)} + 2019$ có tất cả bao nhiêu

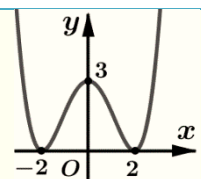
đường tiệm cận ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.



Lời giải

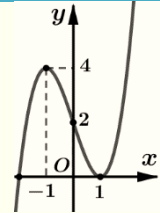
Câu 57. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x^2 - 1}{f^2(x) - 4f(x)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.



Lời giải

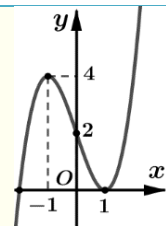
Câu 58. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x-1)(x^2-1)}{f^2(x) - 2f(x)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng ?

A. 1.

B. 2.

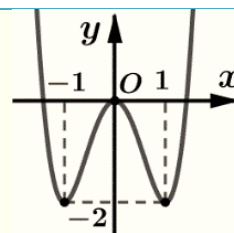
C. 3.

D. 4.



Lời giải

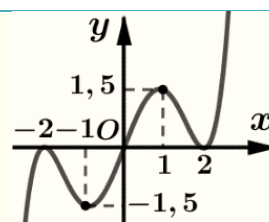
Câu 59. Cho hàm trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x(x-1)(x+1)^2}{f^2(x) + 2f(x)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Câu 60. Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x^3 - x}{4f^3(x) - 9f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



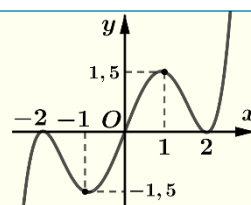
- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Lời giải

[illegible][illegible]

300 *Lớp Toán Thầy-Diệp Tuân*

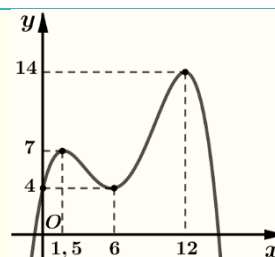
Câu 64. Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x - 2\sqrt{x-1}}{4f^3(x) - 9f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng ?



- A. 2. B. 3. C. 5. D. 7.

Lời giải

Câu 65. Cho hàm bậc bốn $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2x^2 + 5x - 4x\sqrt{2x+1}}{f^2(x) - 11f(x) + 28}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng ?



- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải

Câu 66. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số

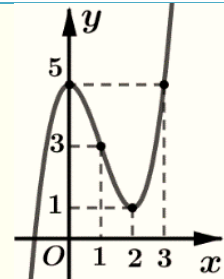
$$g(x) = \frac{(x-1)(x-2) - 2\sqrt{x^2 - 3x + 1}}{f^2(x) - 6f(x) + 5}$$
 có bao nhiêu đường tiệm cận đứng ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.



Lời giải

Câu 67. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm

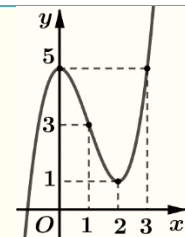
$$số g(x) = \frac{\sqrt{10x+9} + \sqrt{5-2x}}{8f^2(x) - 13f(x)}$$
 có bao nhiêu đường tiệm cận đứng ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.



Lời giải

Câu 68. Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình. Đồ thị hàm số

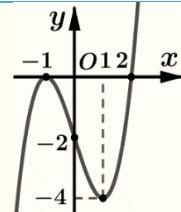
$$g(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{(x+1)^2(x^2-4x+3)}$$
 có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.



Lời giải

Câu 69. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Tìm tất cả các số thực m để đồ thị hàm số

$$g(x) = \frac{1}{f(x) - m}$$
 có ba đường tiệm cận đứng?

A. $m < -5$.

B. $m = -5$.

C. $-5 < m < 4$.

D. $-5 \leq m < 4$.

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
f'	$+$	0	$-$	0	$+$
f	$-\infty$	4	-5	4	$-\infty$

Lời giải

Câu 70. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận (chỉ tính đường tiệm đứng và đường tiệm cận ngang)?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
f'	$+$	0	$-$	$+$
f	$-\infty$	$+\infty$	1	0

Lời giải

Câu 71. Hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, có bảng biến thiên như hình bên. Gọi k, l lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{1}{f(x)-1}$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$-$	$+$	$+$	
y	$+\infty$	$+\infty$	1	$+\infty$	0

Tính $k+l$.

- A. $k+l=2$. B. $k+l=3$. C. $k+l=4$. D. $k+l=5$.

Lời giải

Câu 72. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{1}{f^2(x)-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng ?

x	$-\infty$	$-0,5$	$+\infty$
f'	$+$		$+$
f	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	$\frac{3}{2}$

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Câu 73. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x^2-2x}{f^2(x)-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng ?

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
f'	$+$	$+$	0	$-$	$+$
f	$-\infty$	2	4	1	$+\infty$

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Câu 74. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{1}{f(3-x)-2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
f'	$+$	0	$-$	0	$+$
f	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Lời giải

Câu 75. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{1}{f(3-x)-4}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
f'	$+$	0	$-$	0	$+$
f	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Lời giải

Câu 76. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{1}{\log_2 f^2(x)-4}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
f'	$+$	0	$-$	0	$+$
f					$+\infty$
		</			

Lời giải

Câu 77. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2018}{e^{f^2(x)} - e}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng ?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

x	$-\infty$	-1	2	5	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	3	1	$-\infty$	

Lời giải

Câu 78. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình. Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2x+7-3\sqrt{4x+5}}{|f(x)|-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
f'	$+$	0	$-$	0	$+$
f	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Lời giải

Dạng 2. Tìm tham số m để đồ thị hàm số có tiệm cận.

1. Phương pháp

📁 Đối với hàm phân thức : $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ trong đó $P(x), Q(x)$ là hai đa thức của x ta thường dùng phương pháp sau để tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số

🔑 **Tiệm cận đứng.**

🔑 Nếu $\begin{cases} P(x_0) \neq 0 \\ Q(x_0) = 0 \end{cases}$ thì đường thẳng : $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

📁 Đối với hàm số $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ ($a \neq 0$).

🔑 Nếu $a < 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận.

🔑 Nếu $a > 0$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi $x \rightarrow +\infty$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 2. Tùy theo giá trị của tham số $m \in \mathbb{R}$, tìm tiệm cận của đồ thị hàm số sau: $y = \frac{x-1}{mx^3-1}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 3. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+m}$ có hai tiệm cận đứng

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 2. Thông Hiểu

Câu 79. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng.

A. $m \neq -2$.

B. $m > -2$.

C. $m = -2$.

D. $m < -2$.

Lời giải

Câu 80. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = -3$; $y = 3$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = -3$; $x = 3$.

Lời giải

Câu 81. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-mx+1}$ có hai đường tiệm cận đứng.

A. $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty) \setminus \left\{ \frac{5}{2} \right\}$.

B. $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

D. $m \neq \frac{5}{2}$.

Lời giải

Câu 82. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx+2}{1-x}$ luôn có tiệm cận ngang.

A. $\forall m \in \mathbb{R}$.

B. $\forall m \neq -2$.

C. $\forall m \neq 2$.

D. $\forall m \neq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 83. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{(2m-n)x^2 + mx + 1}{x^2 + mx + n - 6}$ (m, n là tham số) nhận trục hoành và trục tung làm hai đường tiệm cận. Tính $m+n$

A. 6. B. -6. C. 8. D. 9.

Lời giải

Câu 84. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + m^2x - m - 1}{x + 2}$ có tiệm cận đứng.

A. $\mathbb{R} \setminus \{1; -3\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{1; -\frac{2}{3}\right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{1; -\frac{3}{2}\right\}$.

Lời giải

Câu 85. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2 - mx + 1}$ có đúng 3 đường tiệm cận.

A. $\begin{cases} m > 2 \\ m \neq \frac{5}{2} \\ m < -2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$. C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. D. $-2 < m < 2$.

Lời giải

Câu 86. Cho hàm số $y = \frac{2x+2m-1}{x+m}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm $M(3;1)$

- A. $m=1$. B. $m=-3$. C. $m=3$. D. $m=2$.

Lời giải

Câu 87. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x^2+mx+m}$. Số giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Câu 88. Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{bx+1}$ có đồ thị (C) . Nếu (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x=\frac{1}{3}$ thì các giá trị của a và b lần lượt là

- A. $-\frac{1}{2}$ và $-\frac{1}{6}$. B. -3 và -6 . C. $-\frac{1}{6}$ và $-\frac{1}{2}$. D. -6 và -3 .

Lời giải

Câu 89. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{(m+1)x-2}{1-x}$ có đường tiệm cận ngang đi qua điểm $A(3;1)$:

A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m = -2$. D. $m = -4$.

Lời giải

Câu 90. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-mx+1}$ có đúng 3 đường tiệm cận.

A. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$. B. $-2 < m < 2$. C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$. D. $\begin{cases} m > 2 \\ m \neq \frac{5}{2} \\ m < -2 \end{cases}$.

Lời giải

Câu 91. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2-3x+m}{x-m}$ không có tiệm cận đứng.

A. $m > 1$. B. $m \neq 0$. C. $m = 1$. D. $m = 1$ và $m = 0$.

Lời giải

Câu 92. Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ có đúng 2 đường tiệm cận ?

A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải

Câu 93. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + m^2x - m - 1}{x + 2}$ có tiệm cận đứng.

A. $\mathbb{R} \setminus \{1; -3\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{1; -\frac{2}{3}\right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{1; -\frac{3}{2}\right\}$.

Lời giải

Câu 94. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx + 2}{1 - x}$ luôn có tiệm cận ngang.

A. $\forall m \in \mathbb{R}$. B. $\forall m \neq -2$. C. $\forall m \neq 2$. D. $\forall m \neq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 95. Đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2 - 2x + 1}{2x + 1}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên (hoặc ngang) khi và chỉ khi

A. $m = 0$. B. $m \neq 4$. C. $m \neq 8$. D. $m = 8$.

Lời giải

Câu 96. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{m(x-1)^2 + 4}}$ có hai tiệm cận đứng:

A. $m < 0$. B. $m = 0$. C. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$. D. $m < 1$.

Lời giải

Câu 97. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{mx^4 + 3}}$ có một đường tiệm cận ngang.

A. $m < 0$. B. $m > 3$. C. $m = 0$. D. $m > 0$.

Lời giải

Câu 98. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \frac{(a-3)x + a + 2018}{x - (b+3)}$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Khi đó giá trị của $a + b$ là

A. 3. B. -3. C. 0. D. 6.

Lời giải

Câu 99. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 2x + m - \sqrt{4x^2 + x + 1}$ (với m là tham số) là

A. $y = \frac{4m+1}{4}$.

B. $y = \frac{4m-1}{4}$.

C. $y = \frac{2m+1}{2}$.

D. $y = \frac{2m-1}{2}$.

Lời giải

Câu 100. Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{(m+2)x-1}{2x+3}$ có một tiệm cận ngang là $y = 2$.

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. Vô số.

Lời giải

Mức độ 3. Vận Dụng

Câu 101. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{m^2x^2+m-1}}$ có bốn đường tiệm cận.

A. $m > 0$.

B. Với mọi giá trị của m .

C. $m < 1$, $m \neq 0$ và $m \neq \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

D. $m < 1$ hoặc $m > 1$.

[illegible]

D. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m > 0 \end{cases}$.

[illegible]

D. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

.....

Câu 104. Cho hàm số $y = \frac{12 + \sqrt{4x - x^2}}{\sqrt{x^2 - 6x + 2m}}$ có đồ thị (C_m) . Tìm tập S tất cả các giá trị của tham số thực m để (C_m) có đúng hai tiệm cận đứng

A. $S = [8; 9)$.

B. $S = \left[4; \frac{9}{2}\right)$.

C. $S = \left(4; \frac{9}{2}\right)$.

D. $S = (0; 9]$.

Lời giải

Câu 105. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2 - mx + 1}$ có đúng 3 đường tiệm cận.

A. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$.

B. $-2 < m < 2$.

C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m > 2 \\ m \neq \frac{5}{2} \\ m < -2 \end{cases}$.

Lời giải

Mức độ 4. Vận Dụng cao

Câu 106. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-2x-m}-x-1}$ có đúng bốn đường tiệm cận.

- A. $m \in [-5; 4] \setminus \{-4\}$. B. $m \in [-5; 4]$. C. $m \in (-5; 4) \setminus \{-4\}$. D. $m \in (-5; 4] \setminus \{-4\}$

Lời giải

Câu 107. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2+1}+x^2}{x(x-1)}$ có hai đường tiệm cận ngang.

- A. Không tồn tại m B. $m < 0$. C. $m \geq 0$. D. $m > 0$.

Lời giải

Dạng 3. Các bài toán liên quan đến tiệm cận.

1. Phương pháp

- **Bước 1.** Xác định các đường tiệm cận.
- **Bước 2.** Dựa vào các giả thiết: khoảng cách, góc, diện tích...thiết lập phương trình, hệ phương trình để tìm ẩn cần tìm.

Bài tập 4. Cho hàm số $y = 2x + 1 - \frac{1}{x+2}$ có đồ thị là (C) . Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc (C) , qua M vẽ hai đường thẳng lần lượt song song với hai đường tiệm cận của (C) , hai đường thẳng này tạo với hai đường tiệm cận một hình bình hành, chứng minh hình bình hành này có diện tích không đổi.

[illegible]

Lời giải.

[illegible]

Lời giải.

Bài tập 7. Tìm trên đồ thị $(C): y = \frac{x+2}{x-3}$ những điểm M sao cho khoảng cách từ điểm M đến đường tiệm cận đứng bằng $\frac{1}{5}$ khoảng cách từ điểm M đến đường tiệm cận ngang.

Lời giải.

Bài tập 8. Cho hàm số: $y = \frac{2m-x}{x+m}$ có đồ thị là (C_m) . Cho $A(0;1)$ và I là tâm đối xứng. Tìm m để trên (C_m) tồn tại điểm B sao cho tam giác ABI vuông cân tại A .

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm

Mức độ 1. Nhận Biết

Câu 108. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$	$+$	$-$
y	-1	2	-4	3	0

Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Câu 109. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận.

B. Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại bằng 4.

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-5; 2)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ có cực tiểu bằng -5 .

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	2	4	-5	2	

Lời giải

Câu 110. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$+$		$+$
y	-1	$+\infty$	-1

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=-1$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=1$.

C. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận có phương trình $x=1$.

D. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận có phương trình $y=-1$.

Lời giải

Câu 111. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **sai**?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		+		+	
y	3		$+\infty$		3

- A. Phương trình $f(x) - 5 = 0$ có hai nghiệm thực.
- B. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- D. $\max_{x \in [3; 10]} f(x) = f(10)$.

Lời giải

Câu 112. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$	
y'	-			+	0	-
y	$+\infty$	1		$-\infty$	2	-3

Chọn mệnh đề **sai**?

- A. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2$.
- B. Hàm số có đúng 1 điểm cực trị.
- C. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2 tại x bằng 4.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; 3)$.

Lời giải

Câu 113. Cho hàm số $m \neq -3$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$		
y			3		0		$+\infty$	
	$-\infty$					0		$+\infty$

Đồ thị hàm số $f(x)$ có bao nhiêu tiệm cận đứng

A. $x = m$

B. $x = -3 < 0$

C. $f(|x|)$

D. 0.

Lời giải

Mức độ 2. Thông Hiểu

Câu 114. Gọi (H) là đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$. Điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc (H) có tổng khoảng cách đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất, với $x_0 < 0$ khi đó $x_0 + y_0$ bằng?

A. -2.

B. -1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Câu 115. Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{mx+1}{2m+1-x}$ cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 3. Tìm m .

A. $m=1; m=\frac{3}{2}$.

B. $m=-1; m=-\frac{3}{2}$.

C. $m=1; m=-\frac{3}{2}$.

D. $m=-1; m=3$.

Lời giải

Câu 116. Tọa độ điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ cách đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số một khoảng bằng 1 là

A. $(0; -1); (-2; 7)$. B. $(-1; 0); (2; 7)$. C. $(0; 1); (2; -7)$. D. $(0; -1); (2; 7)$.

Lời giải

Câu 117. Cho đồ thị hai hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ và $g(x) = \frac{ax+1}{x+2}$ với $a \neq \frac{1}{2}$. Tìm tất cả các giá trị thực dương của a để các tiệm cận của hai đồ thị hàm số tạo thành một hình chữ nhật có diện tích là 4.

A. $a = 1$. B. $a = 4$. C. $a = 3$. D. 6.

Lời giải

Câu 118. Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{mx+1}{2m+1-x}$ cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 3. Tìm m .

A. $m = 1; m = \frac{3}{2}$. B. $m = -1; m = -\frac{3}{2}$.
C. $m = 1; m = -\frac{3}{2}$. D. $m = -1; m = 3$.

Lời giải

Câu 119. Gọi (H) là đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$. Điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc (H) có tổng khoảng cách đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất, với $x_0 < 0$ khi đó $x_0 + y_0$ bằng?

A. -2 .

B. -1 .

C. 0 .

D. 3 .

Lời giải

Câu 120. Cho hàm số $y = \frac{x + \sqrt{4x^2 - 3}}{2x + 3}$ (C). Gọi m là số tiệm cận của đồ thị hàm số (C) và n là giá trị của hàm số (C) tại $x=1$ thì tích $m.n$ là:

A. $\frac{6}{5}$.

B. $\frac{14}{5}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{2}{15}$.

Lời giải

Câu 121. Biết rằng hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-m}$ (m là tham số thực) tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 2. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

A. $m = \pm 1$.

B. $m = \pm 2$.

C. $m = 2$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Mức độ. Vận dụng thấp

Câu 122. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + x - 1}{4x^2 + bx + 9}$ có đồ thị (C), trong đó a, b là các hằng số dương thỏa mãn $ab = 4$. Biết rằng (C) có đường tiệm cận ngang $y = c$ và có đúng 1 đường tiệm cận đứng. Tính tổng $T = 3a + b - 24c$.

A. $T = 11$.

B. $T = 4$.

C. $T = 7$.

D. $T = -11$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 123. Khoảng cách từ điểm $A(-5;1)$ đến đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$

A. 5. B. $\sqrt{26}$. C. 9. D. 1.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 124. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$. Tọa độ điểm M nằm trên (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) nhỏ nhất là

A. $M(-1;0)$ hoặc $M(3;4)$. B. $M(-1;0)$ hoặc $M(0;-2)$.
 C. $M(2;6)$ hoặc $M(3;4)$. D. $M(0;-2)$ hoặc $M(2;6)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 125. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi d là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến của (C) . Giá trị lớn nhất của d có thể đạt được là:

- A. $\sqrt{2}$. B. $3\sqrt{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 126. Cho hàm số $y = \frac{2x-2}{x-2}$ có đồ thị là (C) , M là điểm thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai đường tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB = 2\sqrt{5}$. Gọi S là tổng các hoành độ của tất cả các điểm M thỏa mãn bài toán. Tìm giá trị của S .

- A. 6. B. 5. C. 8. D. 7.

Lời giải

Câu 127. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$, gọi d là tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng $m-2$. Biết đường thẳng d cắt tiệm cận đứng của đồ thị hàm số tại điểm $A(x_1; y_1)$ và cắt tiệm cận ngang của đồ thị hàm số tại điểm $B(x_2; y_2)$. Gọi S là tập hợp các số m sao cho $x_2 + y_1 = -5$. Tính tổng bình phương các phần tử của S .

- A. 0. B. 4. C. 10. D. 9.

[illegible]

Lời giải

[illegible]

Lời giải

.....

Câu 130. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$. Tọa độ điểm M nằm trên (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) nhỏ nhất là

A. $M(-1;0)$ hoặc $M(3;4)$.

B. $M(-1;0)$ hoặc $M(0;-2)$.

C. $M(2;6)$ hoặc $M(3;4)$.

D. $M(0;-2)$ hoặc $M(2;6)$.

Lời giải

Mức độ 4. Vận dụng cao

Câu 131. Tìm tọa độ điểm M có hoành độ dương thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(1;-3)$.

B. $M(3;5)$.

C. $M(0;-1)$.

D. $M(4;3)$

Lời giải

Câu 132. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ (C), gọi I là tâm đối xứng của đồ thị (C) và $M(a;b)$ là một điểm thuộc đồ thị. Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M cắt hai tiệm cận của đồ thị (C) lần lượt tại hai điểm A và B . Để tam giác IAB có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất thì tổng $a+b$ gần nhất với số nào sau đây?

- A. -3. B. 0. C. 3. D. 5.

Lời giải

Câu 133. Cho đường cong (C): $y = \frac{2x+3}{x-1}$ và M là một điểm nằm trên (C). Giả sử d_1, d_2 tương ứng là các khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C), khi đó $d_1.d_2$ bằng:

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải

Câu 134. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C) . Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C) , đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. $\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 2. D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải