

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = \log(e^x + x)$ là

- A. $y' = \frac{e^x + 1}{e^x + x}$. B. $y' = \frac{e^x + 1}{(e^x + x) \ln 10}$. C. $y' = \frac{e^x}{(e^x + x) \ln 10}$. D. $y' = \frac{1}{e^x + x}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x^2-4)(x^4-1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 3. Hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$

trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. Giá trị của biểu thức $P = a + 2b + 3c$ thuộc khoảng nào sau đây?

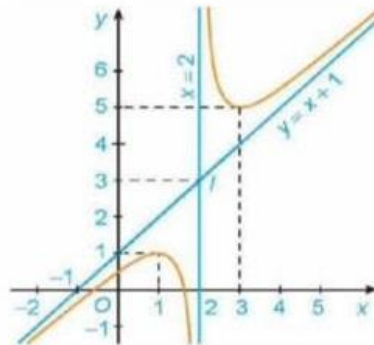
- A. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$. B. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$. C. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (3+x)(x^2-1) + 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Hàm số $g(x) = f(x) - x^2 - 1$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(1; 2)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ có đồ thị gồm hai đường cong như hình vẽ. Khi đó $a + b + c + 2d$ nhận giá trị bằng



- A. -4. B. -3. C. -2. D. -5.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) \cdot x^2 + 2xf(x) = 1$ và $f(1) = 2$. Giá trị của $\int_1^e f(x) dx$ bằng

- A. $2 - \frac{1}{e}$. B. $\frac{1}{e}$. C. 1. D. 3.

Câu 7. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, B'C'$. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng AC, MN . Giá trị của $\tan \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 8. Hiệu suất của tim là lượng máu được bơm bởi tim trên một đơn vị thời gian (lượng máu chảy vào động mạch chủ). Để đo hiệu suất của tim, người ta bơm A (mg) chất chỉ thị màu vào tâm nhĩ phải, chảy qua tim rồi vào động mạch chủ và đo nồng độ chất chỉ thị màu còn lại ở tim đến thời điểm T (s) khi chất chỉ thị màu tan sạch. Gọi $c(t)$ là nồng độ (mg/l) chất chỉ thị màu tại thời điểm t (s) thì hiệu suất của tim được xác định bởi công

$$\text{thức } F = \frac{A}{T} \frac{\int_0^T c(t) dt}{\int_0^T c(t) dt} (l/s)$$

(Nguồn: James Stewart, Calculus, Cengage Learning). Hiệu suất của tim khi bơm 6 mg chất chỉ thị màu vào tâm nhĩ phải, biết $c(t) = \frac{1}{4}t(12-t), 0 \leq t \leq 12$ là

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + e}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	6	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	14	$+\infty$	

Biết rằng đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên có phương trình là $y = mx + n$. Giá trị biểu thức $T = m + 2n$ bằng

- A. 6. B. -7. C. 9. D. -6.

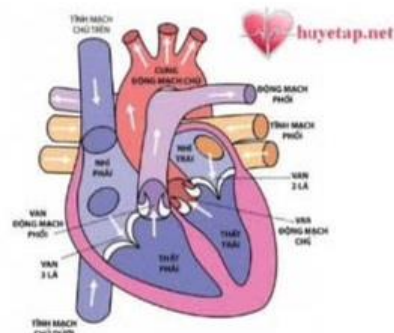
Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $KABC$ có KA, KB, KC đôi một vuông góc, các điểm A, B, C lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz và thỏa mãn $OA = OB = OC = 2a$. Biết điểm K có tọa độ là các số dương và $OK = \sqrt{6}$. Giá trị của a thuộc khoảng nào dưới đây?

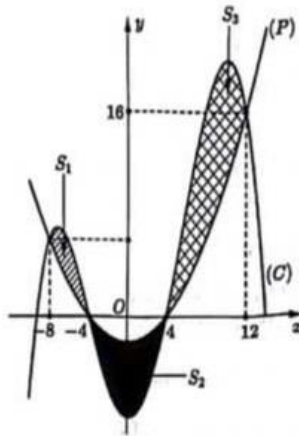
- A. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$. B. $\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$. C. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$. D. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{x+1}{x+4}$. Giá trị biểu thức $P = f'(0) + f'(3) + f'(6) + \dots + f'(2025)$ bằng

- A. $\frac{2025}{2026}$. B. $\frac{2026}{2027}$. C. $\frac{2027}{2028}$. D. $\frac{2028}{2029}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[8; 12]$. Biết rằng diện tích hình phẳng S_1, S_2, S_3 giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường parabol $(P): y = g(x)$ (tham khảo hình vẽ) lần lượt bằng 8; 30; 54.





Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_{-8}^{12} (f(x) - g(x)) dx = 32.$

B. $\int_{-8}^4 (f(x) - g(x)) dx = 38.$

C. $\int_{-4}^{12} (f(x) - g(x)) dx = 84.$

D. $\int_0^{12} (f(x) - g(x)) dx = 69.$

Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$. Hai điểm M, N lần lượt di động trên hai đoạn thẳng BC và BD sao cho $\frac{3BC}{BM} + \frac{4BD}{BN} = 20$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $ABMN$ và $ABCD$. Giá trị lớn nhất của $\frac{V_2}{V_1}$ bằng

A. 4.

B. $\frac{8}{3}.$

C. $\frac{25}{3}.$

D. $\frac{7}{2}.$

Câu 14. Biết $\int_0^1 3^x \cdot 7^{x+1} dx = \frac{a}{\ln b + \ln c}$, trong đó $a, b, c \in \mathbb{N}$ và b, c là số nguyên tố. Khi đó $a - b - c$ bằng

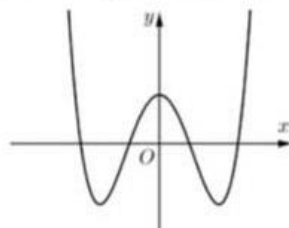
A. 150.

B. 147.

C. 130.

D. 137.

Câu 15. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = 3f^4(x) + 2f^2(x) + 2025$ có số điểm cực trị là

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

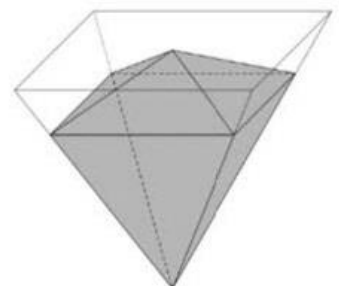
Câu 16. Một viên đá quý có dạng hình chóp tứ giác đều, đáy là hình vuông cạnh 10 mm và chiều cao 10 mm . Nhà chế tác tạo hình cho viên đá quý để gắn vào sản phẩm đã được đặt hàng. Ông cắt viên đá theo các mặt phẳng đi qua tâm của đáy, lần lượt song song với các cạnh đáy và vuông góc với các mặt bên để thu được viên đá hoàn thiện (phần được tô màu xám trong hình vẽ). Thể tích của viên đá hoàn thiện bằng

A. $\frac{512}{3} \text{ mm}^3.$

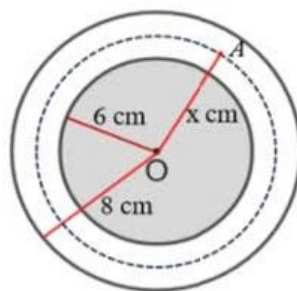
B. $512 \text{ mm}^3.$

C. $\frac{640}{3} \text{ mm}^3.$

D. $640 \text{ mm}^3.$



Câu 17. Mặt cắt ngang của một ống dẫn khí nóng là hình vành khuyên như hình vẽ bên. Khí bên trong ống được duy trì ở 150°C . Biết rằng nhiệt độ T ($^\circ\text{C}$) tại điểm tại điểm A trên thành ống là hàm số $T(x)$ với x là khoảng cách (cm) từ điểm A đến tâm O của mặt cắt và $T'(x) = -\frac{30}{x}$, với $6 \leq x \leq 8$. Hỏi nhiệt độ mặt ngoài của ống bằng bao nhiêu độ? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

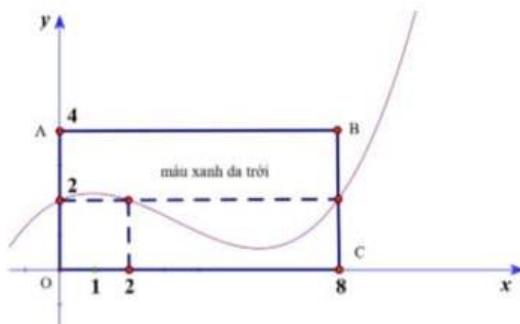


- A. $145,38^\circ\text{C}$. B. $143,31^\circ\text{C}$. C. $141,36^\circ\text{C}$. D. $141,37^\circ\text{C}$.

Câu 18. Hàm số $y = (2e - x)\ln x$ đạt giá trị lớn nhất tại x_0 . Biểu thức $P = \log_{2025} \frac{\sqrt[3]{ex_0}}{x_0 + 1} + \log_{2025} (e + 1)$ có giá trị bằng

- A. $\frac{2}{3 \ln 2025}$. B. $\frac{1}{3 \ln 2025}$. C. $\frac{4}{3 \ln 2025}$. D. $\frac{3}{2 \ln 2025}$.

Câu 19. Một bức tường hình chữ nhật $ABCO$ cao 4 m , dài 8 m . Bạn Bình trang trí bức tường bằng cách vẽ đường cong là một đồ thị hàm số bậc ba $y = \frac{1}{35}x(x-2)(x-8) + 2$ trong hệ trục tọa độ như hình vẽ bên dưới, mỗi phần sơn một màu, phần phía trên sơn màu xanh da trời và phần phía dưới sơn màu trắng. Mỗi đơn vị trên các trục tương ứng 1 m . Biết 1 hộp sơn sẽ sơn được 4 m^2 tường và cửa hàng chỉ bán cả hộp sơn. Số hộp sơn tối thiểu mà bạn Bình cần mua để sơn phần tường màu xanh da trời là



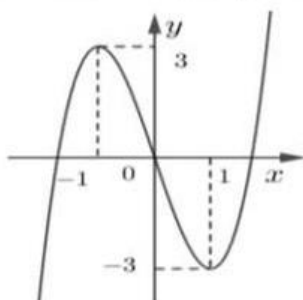
- A. 4. B. 3. C. 5. D. 6.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng $6a$, $SA = SB = SD = 2a\sqrt{6}$, tam giác ABD đều. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{3a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{21}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a) b) c) d) ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = h(x) = f'(x)$ là hàm số đa thức bậc ba và có đồ thị như hình vẽ



- a) $h(2) = 3$.

b) Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $[h(x)]^2 - 2(m+1)h(x) + m^2 + 2m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt bằng 4.

c) Hàm số $g(x) = f(x^3 + 1) + \frac{3}{2}x^6 + 3x^3 + 2025$ có 3 điểm cực trị.

d) Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x - 2}{h^2(x) - 3h(x)}$ có 5 đường tiệm cận.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = \sqrt{2}a$. Biết $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , có các cạnh $AB = 2a$, $CD = DA = a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD và I là điểm trên SG sao cho $4\overline{SI} = 3\overline{SG}$. Một mặt phẳng (P) thay đổi luôn đi qua I cắt các cạnh SA, SB, SD lần lượt tại A', B', D' .

a) Số đo góc phẳng nhị diện của hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45° .

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng $\frac{\sqrt{15}}{5}a$.

c) Gọi V, V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABD$ và $S.A'B'D'$. Tỉ số $\frac{V'}{V}$ bằng $\frac{1}{2}$ khi và chỉ khi A' là trung điểm của cạnh SA .

d) Xét M là điểm bất kì thuộc miền trong tam giác SBD . Biểu thức $T = \frac{MS^2}{AS^2} + \frac{MB^2}{AB^2} + \frac{MD^2}{AD^2}$ có giá trị nhỏ nhất bằng 2.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$.

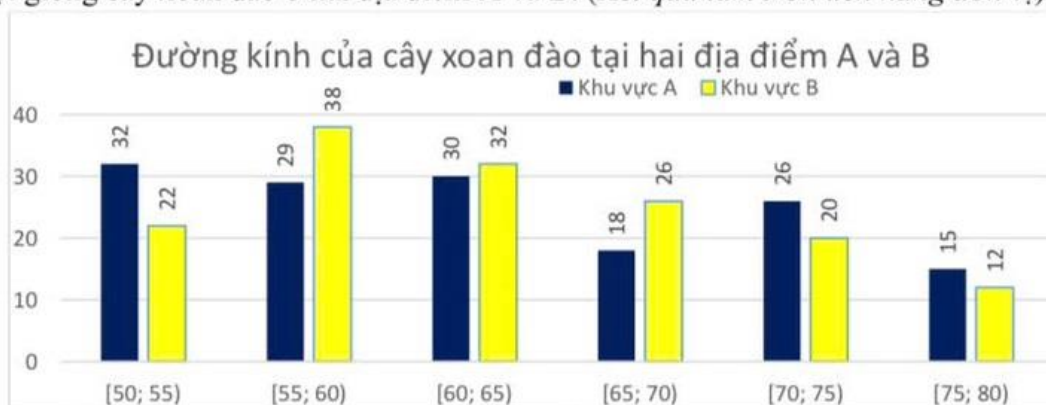
a) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = ax + b$. Khi đó $a + b = 3$.

b) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(m; n)$ với $m^2 + n = 12$.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(1; 3)$.

d) Gọi I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = 2$ cắt hai đường tiệm cận tại A, B . Diện tích tam giác IAB bằng 16.

Câu 4. Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra đường kính thân của một số cây xoan đào 8 năm tuổi (đơn vị: cm) của một giống cây xoan đào ở hai địa điểm A và B. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực A và B bằng nhau.

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực B lớn hơn khu vực A.

c) Tổng phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm về đường kính của cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực A và B là 126.

d) Dựa theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì các cây xoan đào 8 năm tuổi ở khu vực A có đường kính đồng đều hơn khu vực B.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;-1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;1)$.

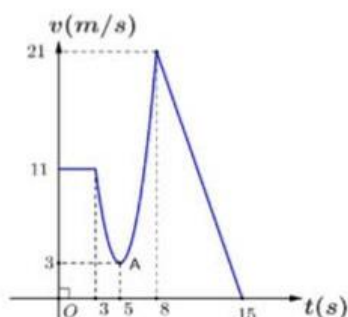
a) Điểm I thỏa mãn $3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ có tọa độ là $I\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

b) Điểm $H(a;b;c)$ là chân đường cao kẻ từ A xuống cạnh BC của tam giác ABC . Khi đó $3a + 6b + 9c = 6$.

c) Gọi $C'(m;n;p)$ là điểm đối xứng với điểm C qua mặt phẳng (Oxy) , khi đó $m+n+p=-2$.

d) Trên (Oxy) lấy 2 điểm P, Q bất kì sao cho $PQ=1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|AP-CQ|$ bằng 2.

Câu 6. Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v=v(t)(m/s)$ phụ thuộc theo thời gian $t(s)$. Đồ thị $v(t)$ có dạng đường thẳng khi $0 \leq t \leq 3(s)$ và $8 \leq t \leq 15(s)$; $v(t)$ có dạng đường parabol khi $3 \leq t \leq 8(s)$ (như hình vẽ)



a) Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là $11(m)$.

b) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ thời điểm $t=8(s)$ đến thời điểm $t=15(s)$ bằng $73,5(m)$.

c) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng 15 giây đầu là bằng $\frac{869}{3}(m)$.

d) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ thời điểm $t=3(s)$ đến thời điểm $t=8(s)$ thỏa mãn $v_{tb} < 7(m/s)$.

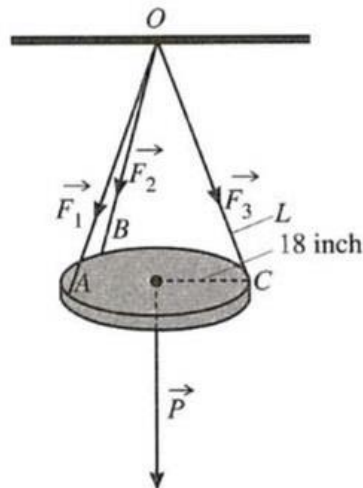
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10.

Câu 1. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{7}{15}t (m/s)$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động.

Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng $a(m/s^2)$, (a là hằng số). Sau khi xuất phát được 25 giây thì B đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu m/s ?

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA'} = \vec{0}$; $\overrightarrow{NC} + 2\overrightarrow{ND} = \vec{0}$. Mặt phẳng (BMN) cắt $A'D$ tại P . Biết $\overrightarrow{BP} = m.\overrightarrow{AA'} + n.\overrightarrow{AB} + k.\overrightarrow{AD}$, giá trị biểu thức $T = n - 4m - 8k$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C cách đều nhau trên đèn tròn (như hình vẽ).

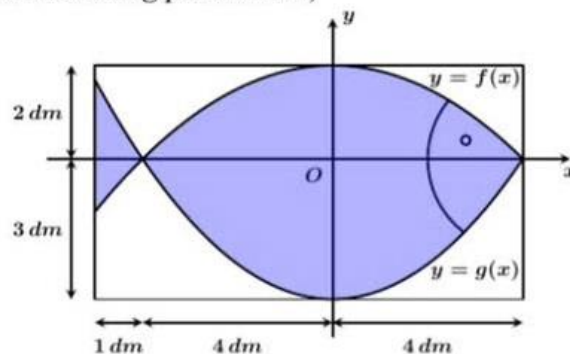


Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L (inch). Trọng lượng của chiếc đèn là 24 N và bán kính của chiếc đèn là 18 inch (coi $1\text{ inch} = 2,54\text{ cm}$). Gọi F là độ lớn của các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ trên mỗi sợi dây. Khi đó, $F = F(L)$ là một hàm số với biến số là L . Tìm chiều dài (đơn vị inch) tối thiểu của mỗi sợi dây, biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là 10 N (N : Niu ton, là đơn vị đo của các loại lực).

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{4(m+1)x^2 - 4mx - (m^3 - m^2 + 2)}{2x - m}$ có đồ thị (C_m) . Gọi (d_m) là đường tiệm cận xiên của đồ thị (C_m) , với mọi $m \neq -1$ thì (d_m) luôn tiếp xúc với một parabol cố định có đỉnh I . Độ dài đoạn thẳng OI bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 5. Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Câu 6. Trên cửa sổ kính trong suốt dạng hình chữ nhật họa sĩ thiết kế logo hình con cá cho một doanh nghiệp kinh doanh hải sản, cửa có chiều dài 9 dm và chiều cao 5 dm . Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = f(x), y = g(x)$ nhận Oy là trục đối xứng với các kích thước được cho trong hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét), sau đó logo được sơn màu, phần còn lại không sơn màu. Logo chỉ cho phép 50% lượng ánh sáng đi qua. Lượng ánh sáng đi qua toàn bộ cửa sổ sau khi làm logo sẽ bị giảm bao nhiêu phần trăm? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



Câu 7. Công viên cầu Ánh Sao – Hồ Bán Nguyệt nằm tại Quận 7, thành phố Hồ Chí Minh, là một trong những công viên đẹp nhất thành phố. Trong công viên có một hồ hình bán nguyệt có bán kính 2 km , hồ có đường kính AB . Trong một cuộc thi thể thao hỗn hợp, từ điểm A anh Việt chèo thuyền đến vị trí điểm C trên bờ hồ với tốc độ 3 km/h , rồi sau đó chạy bộ dọc theo thành hồ đến vị trí điểm B với tốc độ 6 km/h (Điểm C không trùng với hai điểm A và B) theo hình vẽ



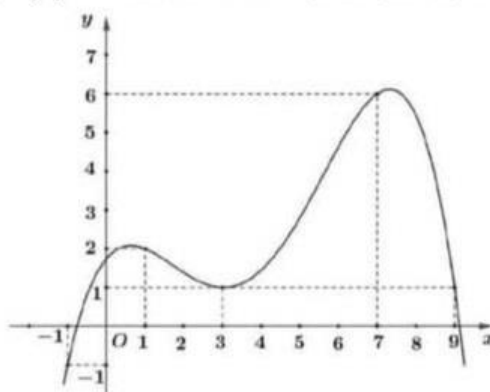
Quãng đường anh Việt chèo thuyền trong trường hợp anh di chuyển đến B mất nhiều thời gian nhất là $a\sqrt{b}$ kilômét, biết a, b là các nguyên tố. Tích $a.b$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Câu 8. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm cho một mặt hàng có tính thời vụ. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng), chi phí vận hành cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1}$ (đồng), tổng chi phí mua nguyên vật liệu là $H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng). Do

doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho tất cả các sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 9. Cho parabol $(P): y = x^2$ và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B . Giả sử $A(a; a^2)$ và $B(b; b^2)$ ($b > a$) sao cho $AB^2 = 2025$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d bằng 15187,5. Khi đó $6a + 2b$ bằng bao nhiêu?

Câu 10. Cho hàm bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ



Số giá trị nguyên không vượt quá 2025 của tham số m để bất phương trình $x^3 - 18x^2 + 81x + 6 \leq m.f(x)$ nghiệm đúng với mọi giá trị x thuộc đoạn $[1; 9]$ là bao nhiêu?

-----HẾT-----