

Họ và tên: Lớp:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. (3 điểm) Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d . Tổng n số hạng đầu tiên S_n tính bởi

A. $S_n = nu_1 + \frac{n(n+1)}{2}d$

B. $S_n = \frac{2u_1 + (n-1)d}{2}$

C. $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$

D. $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2n}$

Câu 2. Phương trình lượng giác cơ bản $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ có tập nghiệm là

A. $\left\{ \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $\left\{ \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $\left\{ \pm \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $\left\{ \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 3. Khẳng định nào sau đây đúng về dãy số $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$?

A. Dãy số giảm và bị chặn dưới bởi 0

B. Dãy số tăng và không bị chặn

C. Dãy số tăng và bị chặn trên bởi 2

D. Dãy số giảm và bị chặn trên bởi 1

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy hình thang đáy lớn AB . Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng qua S và

A. Trung điểm của cạnh AB

B. Tâm O của đáy $ABCD$

C. Giao điểm của hai đường thẳng AD và BC

D. Song song với đường thẳng AB

Câu 5. Cho góc lượng giác α thỏa mãn $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan \alpha < 0, \sin \alpha < 0$

B. $\cot \alpha < 0, \cos \alpha < 0$

C. $\tan \alpha > 0, \cos \alpha > 0$

D. $\tan \alpha > 0, \sin \alpha < 0$

Câu 6. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng với mọi góc x ?

A. $\cos 2x = 2 \sin^2 x - 1$

B. $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$

C. $\sin 2x = \sin x \cos x$

D. $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

Câu 7. Cho dãy số (u_n) có $u_n = 2^n - 1$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số lần lượt là

A. 0, 3, 7

B. 1, 2, 3

C. 1, 3, 7

D. 2, 4, 8

Câu 8. Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt tạo thành từ 3 điểm?

A. 3 mặt phẳng

B. 4 mặt phẳng

C. 6 mặt phẳng

D. 12 mặt phẳng

Câu 9. Góc lượng giác có số đo $\alpha = \frac{3\pi}{5}$ rad có số đo theo đơn vị độ là

A. 108°

B. 216°

C. 72°

D. 54°

Câu 10. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn trên tập xác định của nó?

A. $y = \cot 2x$

B. $y = \tan x$

C. $y = \sin 2x$

D. $y = \cos 3x$

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_{10} bằng

A. 30

B. 28

C. 25

D. -29

Câu 12. Tập xác định của hàm số lượng giác $y = \cot x$ là

A. $\mathbb{R}$

B. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. (2 điểm). Học sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho góc lượng giác α thỏa mãn $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 \sin^2 x - \sin 2x - 1 + \sin \alpha$ bằng $\frac{14}{13}$.

b) Phương trình $\sin x = \sin \alpha$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 2\pi)$.

c) Giá trị $\cos \left(2\alpha + \frac{\pi}{3} \right) > 0$.

d) Giá trị của $\sin \alpha$ bằng $-\frac{12}{13}$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy hình bình hành tâm O . Gọi E, F, P lần lượt là trung điểm SB, SC, AB .

a) Mặt phẳng (OEF) cắt CD tại Q . Khi đó tứ giác $EFQP$ là hình bình hành.

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng qua S song song với AB .

c) Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (OEF) tại P .

d) Đường thẳng EF song song với AD .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. (2 điểm) Học sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho $\tan x = 2$ và $A = \frac{2 \sin x - 3 \cos x}{4 \sin x + 5 \cos x}$. Tính $10A$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, Q lần lượt là trung điểm SA và AC , N là điểm trên cạnh SB sao cho $SB = 4NB$. Mặt phẳng (MNQ) cắt BC tại P . Tính tỉ số $\frac{PC}{PB}$.

Câu 17: Một rạp hát có 25 hàng ghế, hàng thứ nhất có 15 ghế, mỗi hàng phía sau có nhiều hơn hàng ngay trước đó 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

Câu 18: Tính tổng số nghiệm của phương trình $\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ trên đoạn $[0; \pi]$.

PHẦN III. Tự luận. (3 điểm) Học sinh trình bày lời giải từ câu 19 đến câu 21 vào giấy làm bài thi.

Câu 19: (1.0 điểm)

a) Giải phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin 3x$.

b) Một vận động viên bắn súng nằm trên mặt đất để ngắm bắn các mục tiêu khác nhau trên một bức tường thẳng đứng. Vận động viên bắn trúng một mục tiêu cách mặt đất $25(m)$ tại một góc ngắm (góc hợp bởi phương ngắm với phương ngang). Nếu giảm góc ngắm đi một nửa thì vận động viên bắn trúng mục tiêu cách mặt đất $10(m)$.

Tính khoảng cách từ vận động viên đến bức tường?

Câu 20: (1.0 điểm) Anh Bình mua trả góp xe máy giá 40 triệu đồng. Anh Bình trả ngay 10 triệu, 30 triệu còn lại trả góp 20 tháng. Tháng thứ 1 trả 1,8 triệu, từ tháng thứ 2 mỗi tháng trả ít hơn tháng trước 0,05 triệu đồng.

a) Tính số tiền anh Bình phải trả ở tháng thứ 20.

b) Tính tổng số tiền anh Bình đã trả góp sau 20 tháng. Tổng tiền mua xe cao hơn hay thấp hơn giá gốc bao nhiêu triệu đồng?

Câu 21: (1.0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SM = 2MD$, P là trung điểm cạnh AD .

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

b) Mặt phẳng (BPM) cắt SC tại Q . Tính $\frac{SQ}{SC}$.

-----HẾT-----

Thí sinh nộp đề cùng với bài thi

Họ và tên: Lớp:

Mã đề: 204

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. (3 điểm) Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Dãy số nào dưới đây bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên?

- A. $u_n = \sin n$ B. $u_n = n^2 + 1$ C. $u_n = -n^2$ D. $u_n = \frac{1}{n^2 + 1}$

Câu 2. Cho dãy số (u_n) có $u_n = (-1)^n \cdot n^2$. Giá trị của số hạng u_5 là

- A. -25 B. 10 C. -10 D. 25

Câu 3. Cho ba số a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a \cdot c = b^2$ B. $a + c = 2b$ C. $a + b = 2c$ D. $b + c = 2a$

Câu 4. Cho góc lượng giác α thỏa mãn $270^\circ < \alpha < 360^\circ$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0$ B. $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$
C. $\tan \alpha > 0, \cot \alpha < 0$ D. $\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0$

Câu 5. Tất cả các nghiệm của phương trình lượng giác $\cot\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -1$ là

- A. $x = \frac{7\pi}{24} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ B. $x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$
C. $x = -\frac{\pi}{24} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = \frac{5\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và công sai $d = 4$. Biết $S_n = 324$. Giá trị của n bằng

- A. $n = 15$ B. $n = 10$ C. $n = 11$ D. $n = 12$

Câu 7. Tập xác định của hàm số lượng giác $y = \frac{2}{\cos x + 1}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ D. $\mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 8. Xét tính chẵn/lẻ và chu kỳ của hàm số $y = \cos x + \sin^2 x$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Hàm số lẻ, chu kỳ $T = 2\pi$ B. Hàm số chẵn, chu kỳ $T = 2\pi$
C. Hàm số chẵn, chu kỳ $T = \pi$ D. Hàm số không chẵn không lẻ, chu kỳ $T = 2\pi$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là

A. Đường thẳng SO với $O = AC \cap BD$

B. Đường thẳng SA

C. Đường thẳng SB

D. Đường thẳng qua S và song song với AB

Câu 10. Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi góc lượng giác a, b ?

A. $\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$

B. $\sin a + \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$

C. $\cos a + \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$

D. $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q là trung điểm SA, SB, SC, SD . Mệnh đề nào **sai**?

A. $MP.NQ = \frac{1}{4} AC.BD$

B. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành

C. Mặt phẳng $(MNPQ)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ có điểm chung

D. Đường thẳng MN song song với đường thẳng CD

Câu 12. Góc lượng giác có số đo $\alpha = -\frac{7\pi}{4}$ rad tương ứng với số đo theo đơn vị độ là

A. -225°

B. -315°

C. -135°

D. -405°

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. (2 điểm). Học sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm SA .

a) Đoạn thẳng MN song song với AB .

b) Mặt phẳng (MCD) cắt SB tại N là trung điểm SB .

c) Giao tuyến của (SMC) và (SBD) là đường thẳng qua S và giao điểm I của AC, BD .

d) Đường thẳng DN cắt mặt phẳng (SAC) tại trung điểm J của SO .

Câu 14. Cho phương trình $\cos 2x - (2m + 1)\cos x + m = 0$.

a) Khi $m = 1$, phương trình biến đổi thành $2\cos^2 x - 3\cos x = 0$.

b) Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \cos 2x - 2\cos x + 3$ trên $\mathbb{R}$ bằng 6.

c) Hàm số $y = \cos 2x - 5\cos x + 2$ là hàm số lẻ.

d) Phương trình luôn phân tích được thành dạng tích $(\cos x - m)(2\cos x - 1) = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. (2 điểm) Học sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD . Mặt phẳng (α) qua MN cắt AC, BD tại P, Q . Biết $\frac{AP}{PC} = 2$, tính $\frac{BQ}{QD}$.

Câu 16: Cho $\sin a = \frac{3}{5}$ và $\cos b = \frac{12}{13}$ (với $0 < a, b < \frac{\pi}{2}$). Tính $\tan(a + b)$ (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 17: Tìm tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng biết $u_3 + u_{98} = 120$.

Câu 18: Tìm số nghiệm của phương trình $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.

PHẦN III. Tự luận. (3 điểm) Học sinh trình bày lời giải từ câu 19 đến câu 21 vào giấy làm bài thi.

Câu 19: (1.0 điểm)

a) Giải phương trình $\cos(2x - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

b) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin 2x + 2\cos^2 x + 1$

Câu 20: (1.0 điểm) Vận động viên chạy cự ly ngày đầu chạy 3 km, mỗi ngày sau tăng 0,5 km.

a) Tính quãng đường chạy vào ngày thứ 30.

b) Tính tổng quãng đường hoàn thành trong 30 ngày tập luyện.

Câu 21: (1.0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

b) Mặt phẳng (α) cắt SA, SB, SC, SD tại A', B', C', D' . Biết $\frac{SA}{SA'} = 2, \frac{SB}{SB'} = 3, \frac{SC}{SC'} = 4$. Tính tỉ số $\frac{SD}{SD'}$.

-----HẾT-----

Thí sinh nộp đề cùng với bài thi

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO – MÃ ĐỀ 104

Được thực hiện bởi [AI](#) & [TOANMATH.com](#)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1. Tổng n số hạng đầu của cấp số cộng: $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$. Chọn C.

Câu 2. $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. Chọn A.

Câu 3. $u_n = \frac{2n-1}{n+1} = 2 - \frac{3}{n+1}$. Khi n tăng thì $\frac{3}{n+1}$ giảm nên u_n tăng, và $u_n < 2$ với mọi n nên dãy số bị chặn trên bởi 2. Chọn C.

Câu 4. Đáy $ABCD$ là hình thang đáy lớn AB nên AD và BC cắt nhau tại I . Hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) có hai điểm chung là S và I nên giao tuyến là đường thẳng SI . Chọn C.

Câu 5. Khi $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, điểm biểu diễn góc α thuộc góc phần tư thứ III nên $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha < 0$, $\tan \alpha > 0$, $\cot \alpha > 0$. Chọn D.

Câu 6. Công thức nhân đôi: $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$. Chọn B.

Câu 7. $u_1 = 2^1 - 1 = 1$, $u_2 = 2^2 - 1 = 3$, $u_3 = 2^3 - 1 = 7$. Chọn C.

Câu 8. Bốn điểm không đồng phẳng thì ba điểm bất kì không thẳng hàng, mỗi bộ ba điểm xác định một mặt phẳng: (ABC) , (ABD) , (ACD) , (BCD) . Có 4 mặt phẳng. Chọn B.

Câu 9. $\frac{3\pi}{5} \text{ rad} = \frac{3\pi}{5} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 108^\circ$. Chọn A.

Câu 10. Hàm số $y = \cos 3x$ có tập xác định $\mathbb{R}$ và $\cos(-3x) = \cos 3x$ nên là hàm số chẵn. Các hàm số $y = \cot 2x$, $y = \tan x$, $y = \sin 2x$ đều là hàm số lẻ. Chọn D.

Câu 11. $u_{10} = u_1 + 9d = -2 + 9 \cdot 3 = 25$. Chọn C.

Câu 12. Điều kiện: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$. Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. Chọn B.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 13.

Vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên $\sin \alpha < 0$, $\sin \alpha = -\sqrt{1 - \frac{25}{169}} = -\frac{12}{13}$.

a) $y = 2\sin^2 x - \sin 2x - 1 + \sin \alpha = -\cos 2x - \sin 2x - \frac{12}{13} = -\sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{12}{13}$. Giá trị nhỏ nhất của y là $-\sqrt{2} - \frac{12}{13}$, khác $\frac{14}{13}$. Sai.

b) Phương trình $\sin x = \sin \alpha = -\frac{12}{13}$ với $-1 < -\frac{12}{13} < 0$. Trên khoảng $(0; 2\pi)$, đường thẳng $y = -\frac{12}{13}$ cắt đồ thị hàm số $y = \sin x$ tại đúng 2 điểm, cụ thể là $x = \alpha$ và $x = 3\pi - \alpha$. Đúng.

c) $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = -\frac{119}{169}$, $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{120}{169}$. Khi đó $\cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\cos 2\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\alpha = -\frac{119 + 120\sqrt{3}}{338} < 0$. Sai.

d) $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$. Đúng.

Câu 14.

EF là đường trung bình của tam giác SBC nên $EF \parallel BC$, $EF = \frac{1}{2}BC$. OP là đường trung bình của tam giác ABC nên $OP \parallel BC$. Hai mặt phẳng (OEF) và $(ABCD)$ có điểm chung O và lần lượt chứa hai đường thẳng song song EF , BC nên giao tuyến là đường thẳng qua O song song với BC , chính là đường thẳng OP . Đường thẳng này cắt CD tại trung điểm Q của CD .

a) Ta có $PQ \parallel BC$, $PQ = BC$, nên $EF \parallel PQ$ nhưng $EF = \frac{1}{2}PQ \neq PQ$. Tứ giác $EFQP$ là hình thang, không phải hình bình hành. Sai.

b) Hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) có điểm chung S và lần lượt chứa hai đường thẳng song song AD , BC nên giao tuyến là đường thẳng qua S song song với AD , không song song với AB . Sai.

c) $P \in AB$ và $P \in OP \subset (OEF)$. Mặt khác $(OEF) \cap (ABCD) = PQ$ và $B \notin PQ$ nên $B \notin (OEF)$, tức AB không nằm trong (OEF) . Vậy AB cắt (OEF) tại P . Đúng.

d) $EF \parallel BC$ và $BC \parallel AD$ nên $EF \parallel AD$. Đúng.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 15. Vì $\tan x = 2$ nên $\cos x \neq 0$. Chia cả tử và mẫu cho $\cos x$: $A = \frac{2\tan x - 3}{4\tan x + 5} = \frac{4 - 3}{8 + 5} = \frac{1}{13}$. Suy ra $10A = \frac{10}{13} \approx 0,77$. Đáp số: 0,77.

Câu 16. MQ là đường trung bình của tam giác SAC nên $MQ \parallel SC$. Hai mặt phẳng (MNQ) và (SBC) có điểm chung N và lần lượt chứa hai đường thẳng song song MQ , SC nên giao tuyến là

đường thẳng qua N song song với SC , cắt BC tại P . Trong tam giác SBC có $NP \parallel SC$ nên

$$\frac{BP}{BC} = \frac{BN}{BS} = \frac{1}{4}. \text{ Suy ra } PB = \frac{1}{4}BC, PC = \frac{3}{4}BC, \frac{PC}{PB} = 3. \text{ Đáp số: } 3.$$

Câu 17. Số ghế mỗi hàng lập thành cấp số cộng có $u_1 = 15$, $d = 3$. Tổng số ghế là

$$S_{25} = \frac{25[2 \cdot 15 + 24 \cdot 3]}{2} = \frac{25 \cdot 102}{2} = 1275. \text{ Đáp số: } 1275.$$

$$\text{Câu 18. } \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Trên đoạn $[0; \pi]$, các nghiệm là $\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \pi$. Phương trình có tổng số 4 nghiệm. Đáp số: 4.

PHẦN IV. TỰ LUẬN.

Câu 19.

$$\text{a) } \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin 3x = \sin(-3x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = -3x + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{4} = \pi + 3x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{20} + k\frac{2\pi}{5} \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

b) Gọi d (m) là khoảng cách từ vận động viên đến bức tường ($d > 0$), α là góc ngắm ban đầu ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$). Ta có $\tan \alpha = \frac{25}{d}$, $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{10}{d}$.

Theo công thức nhân đôi:

$$\tan \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \Leftrightarrow \frac{25}{d} = \frac{\frac{20}{d}}{1 - \frac{100}{d^2}} \Leftrightarrow 25\left(1 - \frac{100}{d^2}\right) = 20 \Leftrightarrow \frac{100}{d^2} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow d^2 = 500 \Leftrightarrow d = 10\sqrt{5}.$$

Vậy khoảng cách từ vận động viên đến bức tường là $10\sqrt{5} \approx 22,36$ (m).

Câu 20. Số tiền trả góp mỗi tháng lập thành cấp số cộng có $u_1 = 1,8$, $d = -0,05$ (triệu đồng).

a) $u_{20} = u_1 + 19d = 1,8 - 19 \cdot 0,05 = 0,85$ (triệu đồng).

b) Tổng số tiền trả góp sau 20 tháng là $S_{20} = \frac{20(u_1 + u_{20})}{2} = 10 \cdot (1,8 + 0,85) = 26,5$ (triệu đồng).

Tổng số tiền mua xe là $10 + 26,5 = 36,5$ (triệu đồng), thấp hơn giá gốc $40 - 36,5 = 3,5$ (triệu đồng).

Câu 21.

a) Hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) có điểm chung S và lần lượt chứa hai đường thẳng song song AB , CD nên giao tuyến của chúng là đường thẳng d qua S và song song với AB (và CD).

b) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $K = BP \cap CD$. Hai tam giác PAB và PDK bằng nhau (vì $PA = PD$, $AB \parallel DK$) nên $DK = AB = CD$, tức D là trung điểm CK .

Ta có $K \in BP \subset (BPM)$ nên $(BPM) \cap (SCD) = KM$. Trong mặt phẳng (SCD) , gọi $Q = KM \cap SC$ thì $Q = (BPM) \cap SC$.

Trong tam giác SCK , SD là đường trung tuyến và $SM = 2MD$ nên M là trọng tâm tam giác SCK . Do đó đường thẳng KM đi qua trung điểm của SC , tức Q là trung điểm SC .

$$\text{Vậy } \frac{SQ}{SC} = \frac{1}{2}.$$

----- HẾT -----