

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI THỬ TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2016
BẮC GIANG MÔN: TOÁN

Ngày thi: 08/4/2016

(đề thi gồm 01 trang)

Thời gian làm bài 180 phút, không kể phát đề

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ (C) và đường thẳng $y = x + 3$.
Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm M .

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\cos x + \sin x = 1 + \sin 2x + \cos 2x$.

b) Giải phương trình $\log_2(x^2 - 1) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 1)$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} (x \sin x + x) dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x + 2y + 2z - 3 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1}$ và điểm $A(2; 5; 8)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A và vuông góc với

đường thẳng d . Tìm tọa độ điểm B thuộc d sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{8}{3}$.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Cho khai triển $(1 + 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm số nguyên dương n biết $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$.

b) Gọi A là tập các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau lập được từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập A . Tính xác suất để số lấy được có chữ số 0 và chữ số 5 không đứng cạnh nhau.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, có đáy là một tam giác đều cạnh bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng ($A'B'C'$) trùng với trung điểm H của cạnh $B'C'$, K là điểm trên cạnh AC sao cho $CK = 2AK$ và $BA' = 2a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng CC' và BK theo a .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có phương trình $AD: x - 2y + 3 = 0$. Trên đường thẳng qua B và vuông góc với đường chéo AC lấy điểm E sao cho $BE = AC$ (D và E nằm về hai phía so với đường thẳng AC). Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$, biết điểm $E(2; -5)$, đường thẳng AB đi qua điểm $F(4; -4)$ và điểm B có hoành độ dương.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - 7y^3 + 3xy(x + y) - 24y^2 + 3x - 27y = 14 \\ \sqrt{3-x} + \sqrt{y+4} = x^3 + y^2 - 5 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{Q}).$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy + yz + zx + xyz = 4$. Chứng minh rằng

$$3 \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{z}} \right)^2 \geq (x+2)(y+2)(z+2).$$

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh:..... SBD.....

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm																		
1		1,0 điểm																			
		*) TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. *) Sự biến thiên: - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ Suy ra đths có tiệm cận ngang là $y = 2$; tiệm cận đứng là $x = 1$. - Ta có $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0 \quad \forall x \neq 1$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định.	0,25																		
		-Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td></td><td>-</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td><td></td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$		1		$+\infty$	y'		-		-		y	2		$+\infty$		2	0,5
	x	$-\infty$		1		$+\infty$															
y'		-		-																	
y	2		$+\infty$		2																
		*) Vẽ đúng đồ thị.	0,25																		
2		1,0 điểm																			
		Tọa độ của M là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = -x^3 + 3x^2 - 2 \\ y = x + 3 \end{cases}$	0,25																		
		$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 3 \\ x^3 - 3x^2 + x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 3 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 2)$	0,25																		
		Phương trình tiếp tuyến với (C) tại M là $y = y'(-1)(x+1) + 2$	0,25																		
		$\Leftrightarrow y = -9(x+1) + 2 \Leftrightarrow y = -9x - 7$.	0,25																		
3	a	1,0 điểm																			
		Pt đã cho $\Leftrightarrow \cos x + \sin x - 2 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$ $\Leftrightarrow \sin x(1 - 2 \cos x) + \cos x(1 - 2 \cos x) = 0$. $\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(1 - 2 \cos x) = 0$. $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x + \sin x = 0 \\ 1 - 2 \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$ Vậy phương trình đã cho có các nghiệm: $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$	0,25																		
	b	ĐK: $x > 1$.	0,25																		

	$\log_2(x^2 - 1) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 1) \Leftrightarrow \log_2(x^2 - 1) + \log_2(x - 1) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x - 1) = 1$ $\Leftrightarrow x(x^2 - x - 1) = 0$ $\Leftrightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \text{ (do } x > 1).$ Vậy tập nghiệm của PT là $S = \{\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\}.$	0,25
4	1,0 $+ I = \int_0^{\pi} (x \sin x + x) dx = \int_0^{\pi} x \sin x dx + \int_0^{\pi} x dx$ $+ \int_0^{\pi} x dx = \frac{1}{2} x^2 \Big _0^{\pi} = \frac{\pi^2}{2}$ $+ \int_0^{\pi} x \sin x dx = x(-\cos x) \Big _0^{\pi} + \int_0^{\pi} \cos x dx = \pi$ $I = \pi + \frac{1}{2} \pi^2.$	0,5
		0,25
		0,25
5	1,0 điểm + Mặt phẳng (Q) có VTPT $\vec{n} = (1; -2; -1).$ + Phương trình (Q): $x - 2 - 2(y - 5) - (z - 8) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - z + 16 = 0.$ $B(2+t; -1-2t; -t) \in d; \quad d(B; (P)) = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \frac{ 5t+3 }{3} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-\frac{11}{5} \end{cases}$ Do đó $B(3; -3; -1)$ và $B(-\frac{1}{5}; \frac{17}{5}; \frac{11}{5})$	0,25
		0,25
		0,25
		0,25
6	1, 0 điểm a Ta có $(1 + 2x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (2x)^k = \sum_{k=0}^n C_n^k 2^k x^k$. Khi đó, suy ra $a_k = C_n^k 2^k$ Do đó, ta có $a_0 = C_n^0; a_1 = 2C_n^1; a_2 = 4C_n^2$ Vậy $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1 \Leftrightarrow C_n^0 + 16C_n^1 = 8C_n^2 + 1 \Leftrightarrow 1 + 16n = \frac{8n(n-1)}{2!} + 1$ $16n = 4n(n-1) \Leftrightarrow 4 = n-1 (n > 0) \Leftrightarrow n = 5$ b + Số các số trong tập hợp A bằng: $6! - 5! = 600.$ + Số các số trong tập A mà mỗi số có chữ số 0 và 5 đứng cạnh nhau bằng: $5! + 4 \cdot 4! = 216.$ Xác suất của biến cố cần tìm: $P = 1 - \frac{216}{600} = 0,64.$	0,25
		0,25

	Ta có $AB \perp AD : x - 2y + 3 = 0$ và AB đi qua $F(4; -4)$ $\Rightarrow AB : 2x + y - 4 = 0$. Khi đó $A = AB \cap AD \Rightarrow A(1; 2)$	0,25
	Ta có đường thẳng EF đi qua hai điểm $E(2; -5)$ và $F(4; -4)$. Do đó ta lập được phương trình $EF : x - 2y - 12 = 0$ Suy ra $EF \parallel AD \Rightarrow EF \perp AB$ tại F. Khi đó, ta $\Delta ABC = \Delta EFB$ vì $AC = BE, \angle EBF = \angle BCA$ (cùng phụ với $\angle HBC$) $\Rightarrow AB = EF = \sqrt{5}$.	0,25
	Ta có $B \in AB : 2x + y - 4 = 0 \Rightarrow B(b; 4 - 2b), b > 0$. Vậy $AB = \sqrt{5} \Leftrightarrow (b - 1)^2 + (2 - 2b)^2 = 5 \Leftrightarrow 5b^2 - 10b = 0 \Leftrightarrow b = 2 (do b > 0) \Rightarrow B(2; 0)$ Ta có $BC \perp AB : 2x + y - 4 = 0$ và BC đi qua $B(2; 0) \Rightarrow BC : x - 2y - 2 = 0$	0,25
	AC đi qua $A(1; 2)$ và vuông góc với $BE \Rightarrow AC$ nhận $\overrightarrow{BE} = (0; -5)$ là véc tơ pháp tuyến $\Rightarrow AC : -5(y - 2) = 0 \Leftrightarrow y = 2$. Khi đó, ta có $C = AC \cap BC \Rightarrow C(6; 2)$ CD đi qua $C(6; 2)$ và $CD \perp AD : x - 2y + 3 = 0 \Rightarrow CD : 2x + y - 14 = 0$. Khi đó $D = CD \cap AD \Rightarrow D(5; 4)$. Vậy ta có tọa độ $A(1; 2), B(2; 0), C(6; 2), D(5; 4)$.	0,25
9	1,0 điểm	
	$\begin{cases} x^3 - 7y^3 + 3xy(x + y) - 24y^2 + 3x - 27y = 14 & (1) \\ \sqrt{3 - x} + \sqrt{y + 4} = x^3 + y^2 - 5 & (2) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$ Đkxđ $\begin{cases} x \leq 3 \\ y \geq -4 \end{cases}$ Từ (1) ta có $(x + y)^3 + 3(x + y) = (2y + 2)^3 + 3(2y + 2)$ $\Leftrightarrow (x - y - 2) \left[(x + y)^2 + (x + y)(2y + 2) + (2y + 2)^2 + 3 \right] = 0$ $\Leftrightarrow y = x - 2$. Suy ra $-2 \leq x \leq 3$.	0,25
	Thế vào (2) ta được $\sqrt{x + 2} + \sqrt{3 - x} = x^3 + x^2 - 4x - 1 \Leftrightarrow \sqrt{x + 2} - \frac{1}{3}(x + 4) + \sqrt{3 - x} - \frac{1}{3}(-x + 5) = (x^2 - x - 2)(x - 1)$ $\Leftrightarrow (x^2 - x - 2) \left(3(x + 2) + \frac{1}{3\sqrt{x + 2} + x + 4} + \frac{1}{3\sqrt{3 - x} + 5 - x} \right) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$	0,25
	Với $x = 2 \Rightarrow y = 0; x = -1 \Rightarrow y = -3$. KL $(x; y) = (-1; -3), (x; y) = (2; 0)$	0,25

10	1,0 điểm	
	Từ giả thiết suy ra $0 < xy, yz, zx < 4$ Đặt $\sqrt{zy} = 2 \cos A, \sqrt{xz} = 2 \cos B, \sqrt{xy} = 2 \cos C$, trong đó A, B, C là các góc nhọn. Từ giả thiết suy ra $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C + 2 \cos A \cos B \cos C = 1 \Leftrightarrow (\cos C + \cos(A - B))(\cos C + \cos(A + B))$ $\Leftrightarrow \cos C + \cos(A + B) = 0$ Suy ra A, B, C là ba góc nhọn của một tam giác. Ta có $z = \frac{2 \cos A \cos B}{\cos C}; y = \frac{2 \cos A \cos C}{\cos B}; x = \frac{2 \cos C \cos B}{\cos A}$	0,25
	$YCBT \Leftrightarrow \frac{3(\cos A + \cos B + \cos C)^2}{2 \cos A \cos B \cos C} \geq \frac{8 \sin^2 A \sin^2 B \sin^2 C}{\cos A \cos B \cos C}$ $\Leftrightarrow \sqrt{3} \left(1 + 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}\right) \geq 4 \sin A \sin B \sin C$ $\Leftrightarrow \frac{1}{\sin A \sin B \sin C} + \frac{1}{2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}} \geq \frac{4}{\sqrt{3}}$	0,25
	$\frac{1}{\sin A \sin B \sin C} + \frac{1}{2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}} \geq \frac{1}{\left(\frac{\sin A + \sin B + \sin C}{3}\right)^3} + \frac{1}{2 \left(\frac{\cos \frac{A}{2} + \cos \frac{B}{2} + \cos \frac{C}{2}}{3}\right)^3}$	0,25
	$\geq \frac{8}{3\sqrt{3}} + \frac{4}{3\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}.$	0,25

-----Hết-----