

Câu 1. (3,0 điểm) Cho dãy số (x_n) xác định bởi:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{3}{2} \\ x_{n+1} = x_n^2 - 2x_n + \frac{2n+11}{n+5} \quad (n \geq 1) \end{cases}$$

Chứng minh $x_n \leq \frac{2n+13}{2n+8} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ và tìm giới hạn của dãy số (x_n) .

Câu 2. (3,0 điểm) Tìm tất cả các hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$$f(2025x - 2024y) = 2025f(x) - 2024f(y) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

Câu 3. (3,0 điểm)

a) Cho n là số nguyên dương, đặt $A = (n+1)(n+2)\dots(2n)$. Chứng minh $2^n \mid A$.

b) Tìm tất cả các số nguyên tố a, b, c, m, n thỏa mãn $a = \sqrt{b^2 + c} - \sqrt{m^2 + n}$.

Câu 4. (5,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AC > AB$) có đường cao AK ($K \in BC$) và trực tâm H . Đường thẳng BH cắt đường tròn đường kính AC tại M, N (M nằm giữa B và N). Đường thẳng CH cắt đường tròn đường kính AB tại E, F (E nằm giữa C và F). Đường tròn ngoại tiếp tam giác MKE cắt BC tại điểm thứ hai là P .

a) Chứng minh tứ giác $MENF$ nội tiếp và $\widehat{ENF} = \widehat{BAE}$.

b) Chứng minh ba đường thẳng BE, CM, PH đồng quy.

Câu 5. (3,0 điểm) Lớp chuyên Toán 11T có 35 học sinh. Thầy giáo chủ nhiệm muốn tổ chức chương trình trải nghiệm gồm bốn chuyến đi khác nhau sao cho mỗi học sinh trong lớp phải tham gia ít nhất một chuyến đi.

a) Tính số cách để thầy giáo chủ nhiệm thực hiện chương trình trải nghiệm đó.

b) Nếu có thêm điều kiện: Với mỗi $k \in \{2; 3; 4\}$, trong chuyến đi thứ k phải có ít nhất một học sinh đã tham gia chuyến đi thứ $k-1$ thì thầy giáo chủ nhiệm có bao nhiêu cách thực hiện chương trình trải nghiệm đó.

Câu 6. (3,0 điểm) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + ac \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất

$$\text{của biểu thức } T = \frac{2 + a + b + c}{1 + a + b + c + ab + ac} - \frac{16}{ab + ac + 3}.$$

----- HẾT -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay. Giám thị không giải thích gì thêm.

- Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....