



Câu 1. Mô đun của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

- A. $\sqrt{13}$. B. 13. C. 5. D. $\sqrt{5}$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq 0$ là

- A. $(1; 2)$. B. $(1; 2]$. C. $(-\infty; 2]$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 3. Hàm số $\log_{\frac{e}{3}}(x-1)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

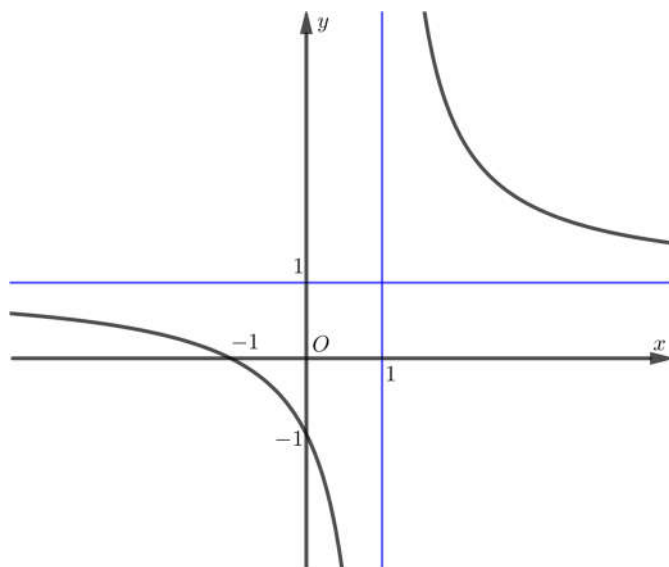
Câu 4. Điều kiện cần và đủ để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu là

- A. $a < 0; b > 0$. B. $a > 0; b < 0$. C. $a > 0; b > 0$. D. $a < 0; b < 0$.

Câu 5. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5} \sqrt[4]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = x^{\frac{20}{21}}$. B. $P = x^{\frac{7}{4}}$. C. $P = x^{\frac{20}{7}}$. D. $P = x^{\frac{12}{5}}$.

Câu 6. Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{x+1}{x-1}$. C. $y = \frac{2x-3}{2x-2}$. D. $y = \frac{x}{x-1}$.

Câu 7. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$

- A. $-\cos 3x + C$. B. $-\frac{1}{3}\cos 3x + C$. C. $\cos 3x + C$. D. $\frac{1}{3}\cos 3x + C$.

Câu 8. Hàm số nào sau đây **không** có cực trị:

- A. $y = x^2 - 3x$. B. $y = \frac{3x+1}{2x-1}$. C. $y = x^3 - 3x + 1$. D. $y = x^4 + 2x$.

- Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm A là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) là:
- A. $A(1; -2; 3)$. B. $A(1; -2; 0)$. C. $A(1; 0; 3)$. D. $A(0; -2; 3)$.
- Câu 10.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left[x^2(x+1) \right]^{\frac{1}{2}}$.
- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = (-1; +\infty) \setminus \{0\}$.
C. $D = (-\infty; +\infty)$. D. $D = (-1; +\infty)$.
- Câu 11.** Nếu $\int_0^m (2x-1)dx = 2$ thì m có giá trị bằng
- A. $\begin{cases} m=1 \\ m=-2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m=1 \\ m=2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m=-1 \\ m=2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m=-1 \\ m=-2 \end{cases}$.
- Câu 12.** Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = 2a, AC = 3a, AD = 4a$. Thể tích của khối tứ diện đó là:
- A. $12a^3$. B. $6a^3$. C. $8a^3$. D. $4a^3$.
- Câu 13.** Cho (u_n) là cấp số nhân có $u_1 = 2; q = 3$. Tính u_3 ?
- A. 6. B. 18. C. 9. D. 8.
- Câu 14.** Hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 15.** Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $2^{2x-1} + m^2 - m = 0$ có nghiệm.
- A. $m < 0$. B. $0 < m < 1$. C. $m < 0; m > 1$. D. $m > 1$.
- Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ là
- A. $\vec{u} = (1; -1; 2)$. B. $\vec{u} = (1; 1; 2)$. C. $\vec{u} = (1; -2; 0)$. D. $\vec{u} = (1; -2; 1)$.
- Câu 17.** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|2z-1|=1$ là
- A. Một đường thẳng. B. Đường tròn có bán kính bằng $\frac{1}{2}$.
C. Một đoạn thẳng. D. Đường tròn có bán kính bằng 1.
- Câu 18.** Tính $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \sqrt{x}}{x}$
- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 0. D. 1.
- Câu 19.** Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $2z + 1 = \bar{z}$, có $a + b$ bằng
- A. 1. B. -1. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.
- Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, hai mặt phẳng $4x - 4y + 2z - 7 = 0$ và $2x - 2y + z + 4 = 0$ chứa hai mặt của hình lập phương. Thể tích của khối lập phương đó là
- A. $V = \frac{125}{8}$. B. $V = \frac{81\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{9\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{27}{8}$.

Câu 21. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa (các quyển sách cùng môn đôi một khác nhau). Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 quyển sách sao cho có ít nhất một quyển sách toán?

- A. 74. B. 24. C. 10. D. 84.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 1 = 0$ và $(\beta): -2x + my + 2z - 2 = 0$. Tìm m để (α) song song với (β) .

- A. $m = -2$. B. Không tồn tại m . C. $m = 2$. D. $m = 5$.

Câu 23. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - x$; $y = 2x - 2$; $x = 0$; $x = 3$ được tính bởi công thức

- A. $S = \left| \int_0^3 (x^2 - 3x + 2) dx \right|$. B. $S = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$.
C. $S = \int_0^3 |x^2 - 3x + 2| dx$. D. $S = \int_1^2 |x^2 + x - 2| dx$

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		+		-	
y			2		1

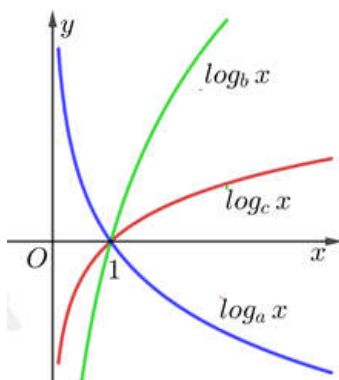
Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất?

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 8.

Câu 25. Hình nón có đường sinh $l = 2a$ và hợp với đáy một góc $\alpha = 60^\circ$. Diện tích toàn phần của hình nón bằng:

- A. $4\pi a^2$. B. $3\pi a^2$. C. $2\pi a^2$. D. πa^2 .

Câu 26. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $a < c < b$. B. $a < b < c$. C. $b < a < c$. D. $b > a > c$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;4;7)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

- A. $x + y + 2z - 15 = 0$. B. $x + y + 2z - 9 = 0$.
C. $x + y + 2z = 0$. D. $x + y + 2z + 10 = 0$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + (m^2 + 1)x + m^2 - 2$, với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;2]$ bằng 7.

A. $m = \pm 1$.

B. $m = \pm\sqrt{7}$.

C. $m = \pm\sqrt{2}$.

D. $m = \pm 3$.

Câu 29. Tính thể tích V của khối trụ có chu vi đáy là 2π , chiều cao là $\sqrt{2}$.

A. $V = \sqrt{2}\pi$.

B. $V = 2\pi$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}\pi}{3}$.

D. $V = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 30. Cho số thực x thỏa mãn $2^{x^2} \cdot 3^{x+1} = 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

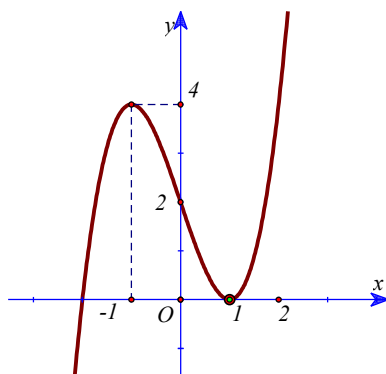
A. $x^2 + (x+1)\log_2 3 = 0$.

B. $x^2 + (x+1)\log_2 3 = 1$.

C. $(x+1) + x^2 \log_3 2 = 1$.

D. $(x+1) + x \log_3 2 = 0$.

Câu 31. Cho hàm số $y = (x+2)(x-1)^2$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng với hàm số $y = |x+2|(x-1)^2$?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 32. Biết $\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9} dx = 3 \ln \frac{a}{b} - \frac{5}{6}$, trong đó a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

Khi đó $a^2 - b^2$ bằng

A. 7.

B. 6.

C. 9.

D. 5.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-		-
y	2		$+\infty$
	↘		↘
	$-\infty$		-2

Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 34. Xếp ngẫu nhiên 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C vào sáu ghế xếp quanh một bàn tròn (mỗi học sinh ngồi đúng một ghế). Tính xác suất để học sinh lớp C ngồi giữa 2 học sinh lớp B

A. $\frac{2}{13}$.

B. $\frac{1}{10}$.

C. $\frac{2}{7}$.

D. $\frac{3}{14}$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{4}{19}$ và $f'(x) = x^3 f^2(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. -1 . D. $-\frac{3}{4}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a\sqrt{3}$; $AD = a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa SD và BC .

A. $\frac{2a}{3}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{3a}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

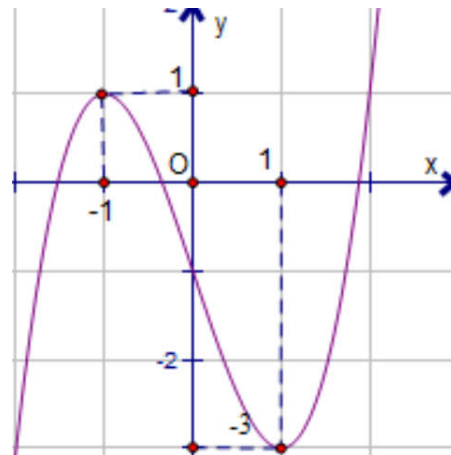
Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(2) = 16$ và $\int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính $\int_0^1 x \cdot f'(2x) dx$

A. 13. B. 12. C. 20. D. 7.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Tam giác SAB đều cạnh a và hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{a^3}{18}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc ba và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A. Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 40. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$, biết tiếp tuyến đó tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

- A. $y = -x + 6$; $y = -x - 2$. B. $y = -x - 6$; $y = -x - 2$.
C. $y = x + 1$; $y = x + 6$. D. $y = x - 1$; $y = x - 6$.

Câu 41. Số lượng của một loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm ước tính theo công thức $S_t = S_0 \cdot 2^t$ trong đó S_0 là số lượng vi khuẩn A ban đầu, S_t là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết rằng sau 3 phút số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

- A. 6 phút. B. 7 phút. C. 8 phút. D. 9 phút.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 3$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB, SC, SD tại M, N, P . Tính thể tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$

- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. $\frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$. C. $\frac{108\pi}{3}$. D. $\frac{125\pi}{6}$.

Câu 43. Cho phương trình $\log_2^2 x - (5m + 1)\log_2 x + 4m^2 + m = 0$. Biết phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1 + x_2 = 165$. Giá trị của $|x_1 - x_2|$ bằng

- A. 16. B. 119. C. 120. D. 159.

Câu 44. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên tập xác định $\mathbb{R}^+$ và thỏa mãn $f(x^2 + 3x + 1) = x + 2$. Tính

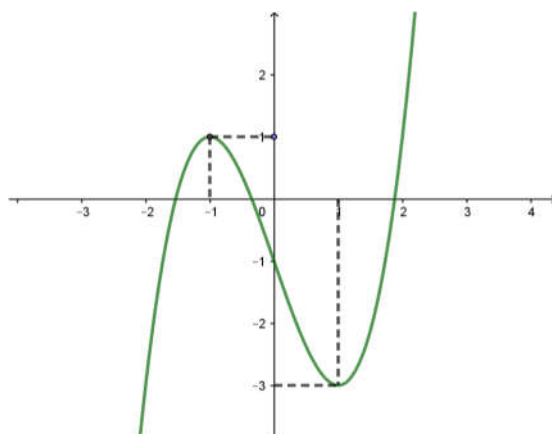
$$I = \int_1^5 f(x) dx$$

- A. $\frac{37}{6}$. B. $\frac{527}{3}$. C. $\frac{61}{6}$. D. $\frac{464}{3}$.

Câu 45. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m|$ luôn đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

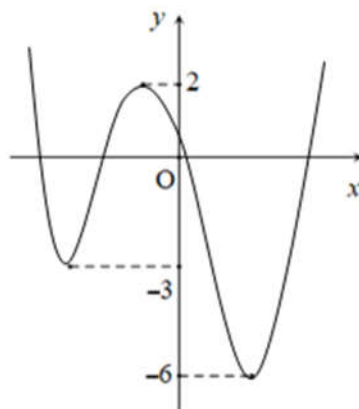
- A. 18. B. 19. C. 21. D. 20.

Câu 46. Cho $y = f(x)$ là hàm số đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi phương trình $f(f(\cos x) - 1) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[0; 3\pi]$?



- A. 2. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 47. Cho $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 4 và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-12; 12]$ để hàm số $g(x) = |2f(x - 1) + m|$ có 5 điểm cực trị?



- A. 13. B. 14. C. 15. D. 12.

Câu 48. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và mặt phẳng $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{7}a^3}{7}$. B. $\frac{3\sqrt{7}a^3}{7}$. C. $\frac{6\sqrt{7}a^3}{7}$. D. $\frac{\sqrt{7}a^3}{21}$.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính $\cos$ của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) .

- A. $\frac{\sqrt{41}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{41}}{4}$.

Câu 50. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2 x + x(x+y) = \log_2(6-y) + 6x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x^3 + 3y$ là

- A. 16. B. 18. C. 12. D. 20.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.A	4.A	5.B	6.B	7.B	8.B	9.D	10.B
11.C	12.D	13.B	14.C	15.B	16.A	17.B	18.A	19.B	8.D
21.A	22.B	23.C	24.A	25.B	26.B	27.A	28.D	29.A	30.A
31.C	32.A	33.A	34.B	35.C	36.B	37.D	38.D	39.D	40.A
41.B	42.A	43.D	44.C	45.D	46.D	47.C	48.B	49.C	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Mô đun của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

A. $\sqrt{13}$.

B. 13.

C. 5.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $|z| = |2 - 3i| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq 0$ là

A. $(1; 2)$.

B. $(1; 2]$.

C. $(-\infty; 2]$.

D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \leq 2 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 2]$.

Câu 3. Hàm số $\log_{\frac{e}{3}}(x-1)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $[1; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Mặt khác $\frac{e}{3} < 1$ nên hàm số $\log_{\frac{e}{3}}(x-1)$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 4. Điều kiện cần và đủ để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu là

A. $a < 0; b > 0$.

B. $a > 0; b < 0$.

C. $a > 0; b > 0$.

D. $a < 0; b < 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{b}{2a} \end{cases}$. Do đó hàm số có ba cực trị khi và chỉ khi $a.b < 0$.

Mặt khác hàm số có hai cực đại một cực tiểu khi y' đổi dấu 2 lần từ dương sang âm, hay $\lim_{x \rightarrow -\infty} y' = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y' = -\infty \Rightarrow a < 0$. Do đó điều kiện cần và đủ để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu là $a < 0; b > 0$.

Câu 5. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5} \sqrt[4]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = x^{\frac{20}{21}}$.

B. $P = x^{\frac{7}{4}}$.

C. $P = x^{\frac{20}{7}}$.

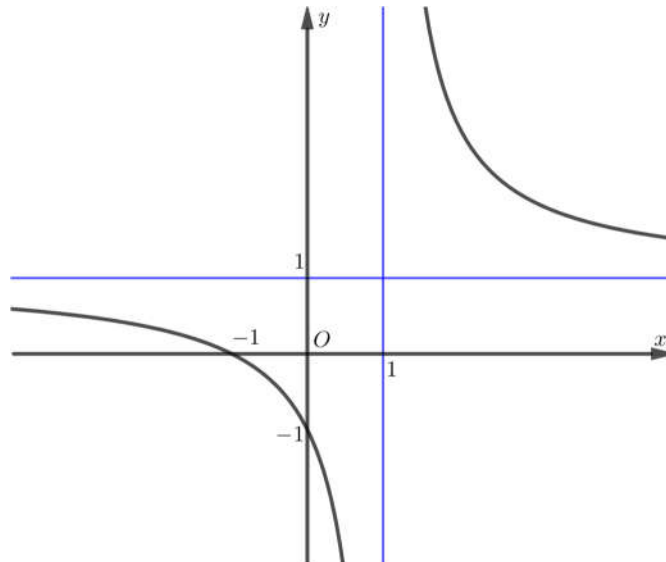
D. $P = x^{\frac{12}{5}}$.

Lời giải

Chọn B

Với $x > 0$, ta có $P = \sqrt[3]{x^5} \sqrt[4]{x} = \sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[4]{x}} = x^{\frac{5}{3}} \cdot x^{\frac{1}{12}} = x^{\frac{5}{3} + \frac{1}{12}} = x^{\frac{21}{12}} = x^{\frac{7}{4}}$.

Câu 6. Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{2x-3}{2x-2}$.

D. $y = \frac{x}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ ta thấy:

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại $(-1; 0)$ và trục tung tại điểm $(0; -1)$ nên chọn đáp án B.

Câu 7. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$

A. $-\cos 3x + C$.

B. $-\frac{1}{3} \cos 3x + C$.

C. $\cos 3x + C$.

D. $\frac{1}{3} \cos 3x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$ là:

$$\int f(x) dx = \int \sin 3x dx = \frac{1}{3} \int \sin 3x d(3x) = -\frac{1}{3} \cos 3x + C$$

Câu 8. Hàm số nào sau đây **không** có cực trị:

A. $y = x^2 - 3x$.

B. $y = \frac{3x+1}{2x-1}$.

C. $y = x^3 - 3x + 1$.

D. $y = x^4 + 2x$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = x^2 - 3x$ có $y' = 2x - 3$.

$$y' = 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.$$

Dấu của y' :

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
y'	-	0	+

$\Rightarrow$ hàm số $y = x^2 - 3x$ có một điểm cực trị.

Xét hàm số $y = \frac{3x+1}{2x-1}$ có $y' = \frac{-5}{(2x+1)^2} < 0, \forall x \neq -\frac{1}{2}$.

$\Rightarrow$ hàm số $y = \frac{3x+1}{2x-1}$ không có cực trị.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có $y' = 3x^2 - 3$.

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Dấu của y' :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+

$\Rightarrow$ hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị.

Xét hàm số $y = x^4 + 2x$ có $y' = 4x^3 + 2$

$$y' = 4x^3 + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{\sqrt[3]{2}}.$$

Dấu của y' :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$	$+\infty$
y'	-	0	+

$\Rightarrow$ hàm số $y = x^4 + 2x$ có một điểm cực trị.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm A là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) là:

- A. $A(1; -2; 3)$. B. $A(1; -2; 0)$. C. $A(1; 0; 3)$. **D. $A(0; -2; 3)$.**

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; -2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $A(0; -2; 3)$.

Câu 10. Tìm tập xác định D của hàm số $y = [x^2(x+1)]^{\frac{1}{2}}$.

- A. $D = (0; +\infty)$. **B. $D = (-1; +\infty) \setminus \{0\}$.**
C. $D = (-\infty; +\infty)$. D. $D = (-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Vì hàm lũy thừa $y = [x^2(x+1)]^{\frac{1}{2}}$ có số mũ không nguyên nên hàm số xác định khi

$$x^2(x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \neq 0 \end{cases}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = (-1; +\infty) \setminus \{0\}$.

Câu 11. Nếu $\int_0^m (2x-1)dx = 2$ thì m có giá trị bằng

- A. $\begin{cases} m=1 \\ m=-2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m=1 \\ m=2 \end{cases}$. **C. $\begin{cases} m=-1 \\ m=2 \end{cases}$.** D. $\begin{cases} m=-1 \\ m=-2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

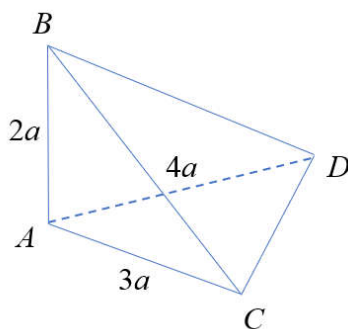
$$\text{Ta có: } \int_0^m (2x-1)dx = 2 \Leftrightarrow (x^2 - x)\Big|_0^m = 2 \Leftrightarrow m^2 - m = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m=2 \end{cases}.$$

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$ có AB , AC , AD đôi một vuông góc và $AB = 2a$, $AC = 3a$, $AD = 4a$. Thể tích của khối tứ diện đó là:

- A. $12a^3$. B. $6a^3$. C. $8a^3$. **D. $4a^3$.**

Lời giải

Chọn D



Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot S_{\triangle ACD} = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 4a = 4a^3$.

Câu 13. Cho (u_n) là cấp số nhân có $u_1 = 2; q = 3$. Tính u_3 ?

A. 6.

B. 18.

C. 9.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_3 = u_1 q^2 = 2 \cdot 3^2 = 18$.

Câu 14. Hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

B. 1.

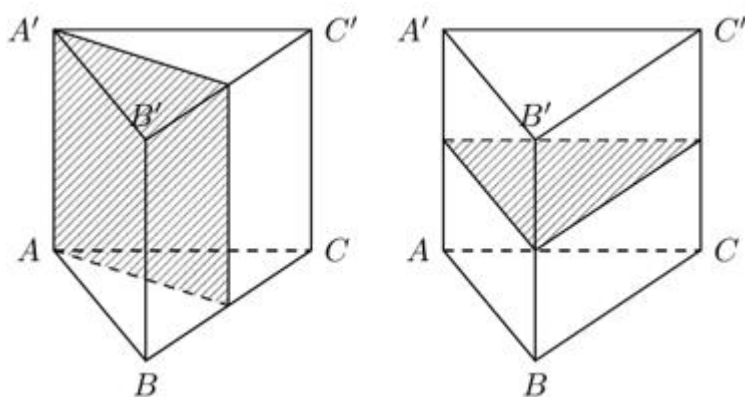
C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Có 2 mặt phẳng đối xứng là mặt phẳng vuông góc với đáy và đi qua đường cao ứng với cạnh đáy của đáy và mặt phẳng song song với đáy đi qua trung điểm của cạnh bên hình lăng trụ



Câu 15. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $2^{2x-1} + m^2 - m = 0$ có nghiệm.

A. $m < 0$.

B. $0 < m < 1$.

C. $m < 0; m > 1$.

D. $m > 1$.

Lời giải

Chọn B

$$2^{2x-1} + m^2 - m = 0 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = -m^2 + m$$

Phương trình đã cho có nghiệm khi $-m^2 + m > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ là

A. $\vec{u} = (1; -1; 2)$.

B. $\vec{u} = (1; 1; 2)$.

C. $\vec{u} = (1; -2; 0)$.

D. $\vec{u} = (1; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; -1; 2)$.

Câu 17. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|2z - 1| = 1$ là

A. Một đường thẳng.

B. Đường tròn có bán kính bằng $\frac{1}{2}$.

C. Một đoạn thẳng.

D. Đường tròn có bán kính bằng 1.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z

$$\text{Ta có: } |2z - 1| = 1 \Leftrightarrow 2\left|z - \frac{1}{2}\right| = 1 \Leftrightarrow \left|z - \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có bán kính bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 18. Tính $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \sqrt{x}}{x}$

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \sqrt{x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} = -\infty$$

(Vì $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sqrt{x} - 1) = -1 < 0$ và $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} = 0$ và $\sqrt{x} > 0, \forall x > 0$)

Câu 19. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $2z + 1 = \bar{z}$, có $a + b$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\bar{z} = a - bi$

$$\text{Có } 2z + 1 = \bar{z} \Rightarrow 2a + 2bi + 1 = a - bi \Leftrightarrow a + 1 + 3bi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 = 0 \\ 3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

Khi đó: $a + b = -1$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, hai mặt phẳng $4x - 4y + 2z - 7 = 0$ và $2x - 2y + z + 4 = 0$ chứa hai mặt của hình lập phương. Thể tích của khối lập phương đó là

A. $V = \frac{125}{8}$.

B. $V = \frac{81\sqrt{3}}{8}$.

C. $V = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{27}{8}$.

Lời giải

Chọn D

C. $S = \int_0^3 |x^2 - 3x + 2| dx.$

D. $S = \int_1^2 |x^2 + x - 2| dx$

Lời giải

Chọn C

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$ được xác định bởi

công thức: $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Suy ra diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - x$; $y = 2x - 2$; $x = 0$; $x = 3$ được tính

bởi công thức: $S = \int_0^3 |(x^2 - x) - (2x - 2)| dx = \int_0^3 |x^2 - 3x + 2| dx.$

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		+		-	
y			2		1
			↖	↘	
			-5		

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất?

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của 2 đồ thị $(C): y = f(x)$ và $d: y = m$

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Phương trình $f(x) = m$ có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ -5 \leq m < 1 \end{cases} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 2\}.$$

Câu 25. Hình nón có đường sinh $l = 2a$ và hợp với đáy một góc $\alpha = 60^\circ$. Diện tích toàn phần của hình nón bằng:

A. $4\pi a^2$.

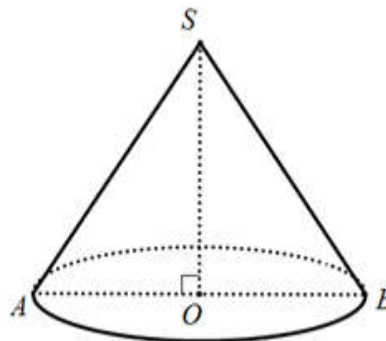
B. $3\pi a^2$.

C. $2\pi a^2$.

D. πa^2 .

Lời giải

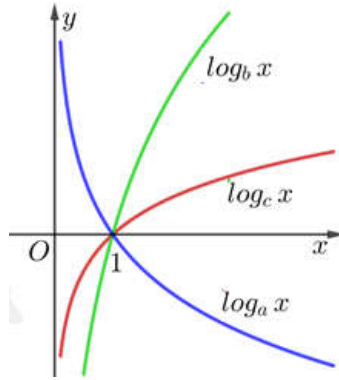
Chọn B



Ta có tam giác $\triangle SAB$ đều cạnh $2a \Rightarrow r = \frac{AB}{2} = a$.

Vậy $S_{tp} = \pi r l + \pi r^2 = 3\pi a^2$.

Câu 26. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a < c < b$.

B. $a < b < c$.

C. $b < a < c$.

D. $b > a > c$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến $\Rightarrow 0 < a < 1$.

hàm số $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ đồng biến $\Rightarrow b, c > 1$.

Xét tại $x_0 > 1$ ta có:

$$\left. \begin{array}{l} y_1 = \log_b x_0 \Rightarrow x_0 = b^{y_1} \\ y_2 = \log_c x_0 \Rightarrow x_0 = c^{y_2} \end{array} \right\} \Rightarrow b^{y_1} = c^{y_2} \text{ mà } y_1 > y_2 > 0 \Rightarrow b < c.$$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;4;7)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x + y + 2z - 15 = 0$.

B. $x + y + 2z - 9 = 0$.

C. $x + y + 2z = 0$.

D. $x + y + 2z + 10 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm AB . Suy ra tọa độ điểm $I(2;3;5)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;2;4)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua I và vuông góc AB nên có VTPT

$$\vec{n} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = (1;1;2).$$

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là:

$$1(x-2) + 1(y-3) + 2(z-5) = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 15 = 0.$$

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + (m^2 + 1)x + m^2 - 2$, với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;2]$ bằng 7.

A. $m = \pm 1$.

B. $m = \pm\sqrt{7}$.

C. $m = \pm\sqrt{2}$.

D. $m = \pm 3$.

Lời giải

Chọn D

$$y' = f'(x) = 3x^2 + (m^2 + 1).$$

Dễ thấy $y' > 0, \forall x$. Do đó trên $[0;2]$ hàm số đồng biến.

Suy ra hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;2]$ tại $x = 0$.

Ta có $f(0) = 7 \Leftrightarrow m^2 - 2 = 7 \Leftrightarrow m = \pm 3$.

Câu 29. Tính thể tích V của khối trụ có chu vi đáy là 2π , chiều cao là $\sqrt{2}$.

A. $V = \sqrt{2}\pi$.

B. $V = 2\pi$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}\pi}{3}$.

D. $V = \frac{2\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Chu vi đáy $2\pi r = 2\pi \Leftrightarrow r = 1$.

Vậy $V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 1^2 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2}\pi$.

Câu 30. Cho số thực x thỏa mãn $2^{x^2} \cdot 3^{x+1} = 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x^2 + (x+1)\log_2 3 = 0$.

B. $x^2 + (x+1)\log_2 3 = 1$.

C. $(x+1) + x^2 \log_3 2 = 1$.

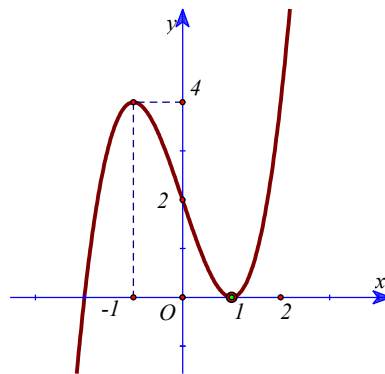
D. $(x+1) + x \log_3 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{x^2} \cdot 3^{x+1} = 1 \Leftrightarrow \log_2 (2^{x^2} \cdot 3^{x+1}) = \log_2 1 \Leftrightarrow \log_2 2^{x^2} + \log_2 3^{x+1} = 0 \Leftrightarrow x^2 + (x+1)\log_2 3 = 0$.

Câu 31. Cho hàm số $y = (x+2)(x-1)^2$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng với hàm số $y = |x+2|(x-1)^2$?



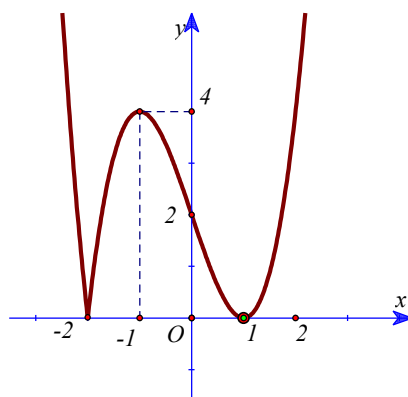
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số $y = (x+2)(x-1)^2$ ta vẽ đồ thị hàm số $y = |x+2|(x-1)^2$ bằng cách: giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = (x+2)(x-1)^2$ bên phải đường thẳng $x = -2$. Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị hàm số $y = (x+2)(x-1)^2$ bên trái đường thẳng $x = -2$, ta được đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số $y = |x+2|(x-1)^2$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-1; 1)$.

Câu 32. Biết $\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9} dx = 3 \ln \frac{a}{b} - \frac{5}{6}$, trong đó a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

Khi đó $a^2 - b^2$ bằng

A. 7.

B. 6.

C. 9.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9} dx = \int_0^1 \frac{3x+9-10}{(x+3)^2} dx = \int_0^1 \frac{3}{x+3} dx - \int_0^1 \frac{10}{(x+3)^2} dx = 3 \ln |x+3| \Big|_0^1 + \frac{10}{x+3} \Big|_0^1.$$

$$= 3 \ln |x+3| \Big|_0^1 + \frac{10}{x+3} \Big|_0^1 = 3 \ln \frac{4}{3} - \frac{5}{6}. \text{ Suy ra } a = 4, b = 3. \text{ Vậy } a^2 - b^2 = 16 - 9 = 7.$$

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-		
y	2		$+\infty$
		$-\infty$	-2

Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{2}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = -\frac{1}{2}.$$

Suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ có hai đường tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$ và $y = -\frac{1}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy: phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 < -1 < x_2$.

Khi đó: $f(x_1) = f(x_2) = 0$.

Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow x_1^-} f(x) = 0 \\ f(x) > 0 \text{ khi } x \rightarrow x_1^- \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_1^-} \frac{1}{f(x)} = +\infty$ và $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow x_2^-} f(x) = 0 \\ f(x) > 0 \text{ khi } x \rightarrow x_2^- \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_2^-} \frac{1}{f(x)} = +\infty$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ có hai tiệm cận đứng là đường thẳng $x = x_1$ và $x = x_2$.

Do đó chọn **A**.

Câu 34. Xếp ngẫu nhiên 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C vào sáu ghế xếp quanh một bàn tròn (mỗi học sinh ngồi đúng một ghế). Tính xác suất để học sinh lớp C ngồi giữa 2 học sinh lớp B

A. $\frac{2}{13}$.

B. $\frac{1}{10}$.

C. $\frac{2}{7}$.

D. $\frac{3}{14}$.

Lời giải

Chọn B

Xếp ngẫu nhiên sáu học sinh vào sáu ghế xếp quanh bàn tròn ta có $5! = 120$ cách sắp xếp.

Ghép hai học sinh lớp B và một học sinh lớp C thành một nhóm sao cho học sinh lớp C ở giữa hai học sinh lớp B ta có 2 cách sắp xếp.

Lúc này xếp 3 học sinh lớp A và nhóm học sinh B_C vào 4 vị trí quanh bàn tròn ta có $3! = 6$ cách sắp xếp.

Do đó: để sắp xếp được 6 học sinh vào 6 ghế theo yêu cầu có $2.6 = 12$ cách sắp xếp.

Nên ta có xác suất: $P = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{4}{19}$ và $f'(x) = x^3 f^2(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. -1 .

D. $-\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = x^3 f^2(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = x^3 \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int x^3 dx \Leftrightarrow -\frac{1}{f(x)} = \frac{x^4}{4} + C$.

Mà $f(2) = -\frac{4}{19} \Rightarrow \frac{19}{4} = \frac{16}{4} + C \Rightarrow C = \frac{3}{4}$. Suy ra $f(x) = -\frac{4}{x^4 + 3}$.

Vậy $f(1) = -1$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a\sqrt{3}$; $AD = a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa SD và BC .

A. $\frac{2a}{3}$.

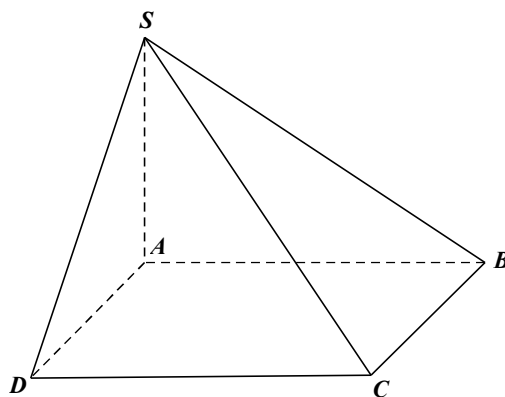
B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{3a}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $BC \parallel AD \Rightarrow d(SD; BC) = d(BC; (SAD)) = d(B; (SAD)) = d(C; (SAD))$.

Vì $\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD)$ nên $d(B; (SAD)) = AB = a\sqrt{3}$.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(2) = 16$ và $\int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính $\int_0^1 x \cdot f'(2x) dx$

A. 13.

B. 12.

C. 20.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

Xét $I = \int_0^1 x \cdot f'(2x) dx$

Đặt $u = x \Rightarrow du = dx$ và $dv = f'(2x) dx \Rightarrow v = \frac{1}{2} f(2x)$.

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2} x \cdot f(2x) \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 f(2x) dx$$

$$\Rightarrow I = \frac{f(2)}{2} - \frac{1}{4} \int_0^1 f(2x) d(2x)$$

$$\Rightarrow I = 8 - \frac{1}{4} \int_0^2 f(x) dx = 7.$$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Tam giác SAB đều cạnh a và hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

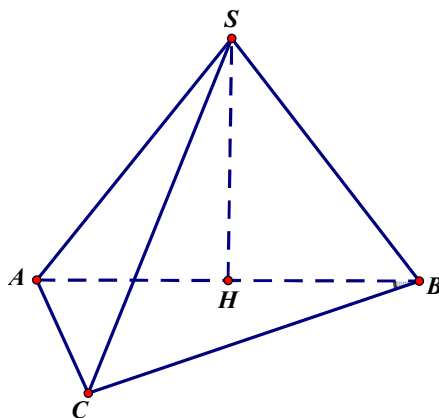
B. $\frac{a^3}{18}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow H$ là trung điểm cạnh AB .

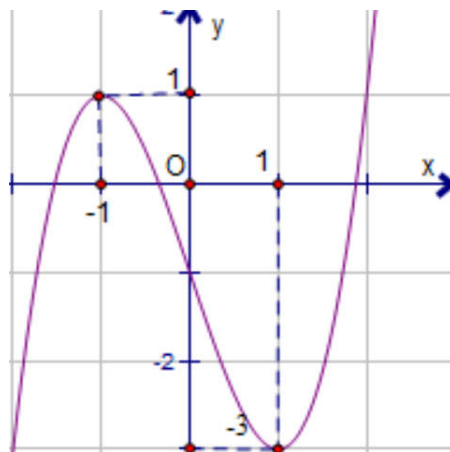
Ta có $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác ABC có $AC = AB \cdot \tan \widehat{ABC} = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2}{2\sqrt{3}}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{12}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc ba và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây **sai**?



A. Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị trên ta thấy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$ và nghịch biến $(-1;1)$, do đó khẳng định A, B, C đúng và khẳng định D sai.

Câu 40. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$, biết tiếp tuyến đó tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

A. $y = -x + 6; y = -x - 2$.

B. $y = -x - 6; y = -x - 2$.

C. $y = x + 1; y = x + 6$.

D. $y = x - 1; y = x - 6$.

Lời giải

Chọn A

Gọi tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến cần lập là $A(x_0; y_0)$, $x_0 \neq 1$, ta có $y_0 = \frac{x_0+3}{x_0-1}$.

Ta có $y' = \frac{-4}{(x-1)^2}$ suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $f'(x_0) = \frac{-4}{(x_0-1)^2}$.

Vì tiếp tuyến đó tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân nên tiếp tuyến tạo với trục Ox góc 45° .

$$\text{Do đó } f'(x_0) = \pm 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-4}{(x_0-1)^2} = 1 \\ \frac{-4}{(x_0-1)^2} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow (x_0-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_0 = -1 \end{cases}.$$

Với $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 3$ ta có phương trình tiếp tuyến $y = -(x-3) + 3 \Leftrightarrow y = -x + 6$.

Với $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -1$ ta có phương trình tiếp $y = -(x+1) - 1 \Leftrightarrow y = -x - 2$.

Câu 41. Số lượng của một loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm ước tính theo công thức $S_t = S_0 \cdot 2^t$ trong đó S_0 là số lượng vi khuẩn A ban đầu, S_t là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết rằng sau 3 phút số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

A. 6 phút.

B. 7 phút.

C. 8 phút.

D. 9 phút.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết ta có:

$$\frac{S_3}{S_t} = \frac{S_0 \cdot 2^3}{S_0 \cdot 2^t} = \frac{625000}{1000000} \Leftrightarrow 2^{t-3} = 16$$

$$\Leftrightarrow t-3 = 4 \Leftrightarrow t = 7$$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 3$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB, SC, SD tại M, N, P . Tính thể tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$

A. $\frac{32\pi}{3}$.

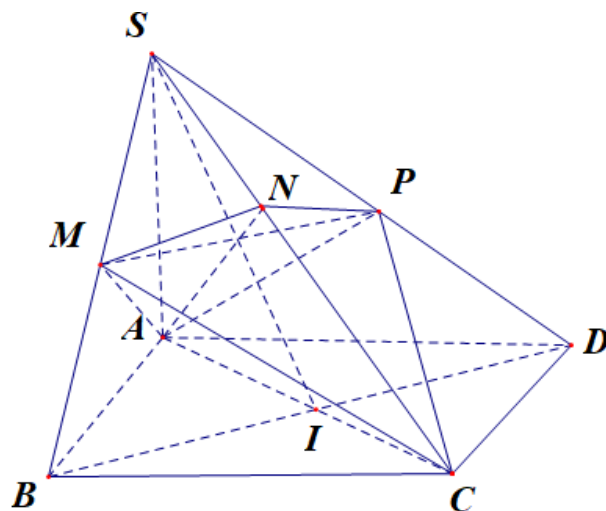
B. $\frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$.

C. $\frac{108\pi}{3}$.

D. $\frac{125\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp MA.$

Lại có $MA \perp SC \Rightarrow MA \perp (SBC) \Rightarrow MA \perp MC$ (1).

Tương tự: $AP \perp PC$ (2).

Mặt khác $AN \perp NC$ (3).

Gọi I là trung điểm của AC , từ (1) (2) (3) ta có $IN = IM = IC = IP (= IA)$. Mặt cầu ngoại tiếp $CMNP$ là mặt cầu tâm I , bán kính IA .

$$IA = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2}}{2} = 2.$$

Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$ là: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32\pi}{3}$.

Câu 43. Cho phương trình $\log_2^2 x - (5m+1)\log_2 x + 4m^2 + m = 0$. Biết phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1 + x_2 = 165$. Giá trị của $|x_1 - x_2|$ bằng

A. 16.

B. 119.

C. 120.

D. 159.

Lời giải

Chọn D

$$\log_2^2 x - (5m+1)\log_2 x + 4m^2 + m = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = m \\ \log_2 x = 4m+1 \end{cases}$$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi $m \neq 4m+1 \Leftrightarrow m \neq \frac{-1}{3}$

Khi đó phương trình có 2 nghiệm $x_1 = 2^m > 0, x_2 = 2^{4m+1} = 2 \cdot (2^m)^4 > 0$

$$\text{Vì } x_1 + x_2 = 165 \Leftrightarrow 2^m + 2 \cdot (2^m)^4 = 165 (*)$$

Xét hàm số $f(t) = 2t^4 + t \Rightarrow f'(t) = 8t^3 + 1 > 0 \forall t > 0$

Mà $2^m = 3$ là nghiệm của (*) nên là nghiệm duy nhất. Suy ra $x_1 = 3, x_2 = 2.3^4 = 162$

Suy ra $|x_1 - x_2| = 159$.

Câu 44. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên tập xác định $\mathbb{R}^+$ và thỏa mãn $f(x^2 + 3x + 1) = x + 2$. Tính

$$I = \int_1^5 f(x) dx$$

A. $\frac{37}{6}$.

B. $\frac{527}{3}$.

C. $\frac{61}{6}$.

D. $\frac{464}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$f(x^2 + 3x + 1) = x + 2$$

$$\Leftrightarrow (2x + 3)f(x^2 + 3x + 1) = (2x + 3)(x + 2)$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 (2x + 3)f(x^2 + 3x + 1) dx = \int_0^1 (2x + 3)(x + 2) dx = \frac{61}{6}$$

$$\text{Đặt } t = x^2 + 3x + 1 \Rightarrow dt = (2x + 3)dx$$

x	0	1
t	1	5

$$\text{Suy ra } \int_1^5 f(t) dt = \frac{61}{6}.$$

Câu 45. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m|$ luôn đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 18.

B. 19.

C. 21.

D. 20.

Lời giải

Chọn D

Xét $f(x) = x^3 - mx^2 + 12x + 2m$. Ta có $f'(x) = 3x^2 - 2mx + 12$ và $f(1) = 13 + m$.

Để hàm số $y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m|$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì có hai trường hợp sau

Trường hợp 1: Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(1; +\infty)$ và $f(1) \leq 0$.

Điều này không xảy ra vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - mx^2 + 12x + 2m) = +\infty$.

Trường hợp 2: Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$ và $f(1) \geq 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2mx + 12 \geq 0, \forall x > 1 \\ 13 + m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2}x + \frac{6}{x}, \forall x > 1 \\ m \geq -13 \end{cases} (*)$$

$$\text{Xét } g(x) = \frac{3}{2}x + \frac{6}{x} \text{ trên khoảng } (1; +\infty): g'(x) = \frac{3}{2} - \frac{6}{x^2}; g'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2} - \frac{6}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 2.$$

Bảng biến thiên:

x	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$\frac{15}{2}$	6	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $m \leq \frac{3}{2}x + \frac{6}{x}, \forall x > 1 \Leftrightarrow m \leq 6$.

Kết hợp (*) suy ra $-13 \leq m \leq 6$. Vì m nguyên nên $m \in \{-13; -12; -11; \dots; 5; 6\}$. Vậy có 20 giá trị nguyên của m .

Câu 46. Cho $y = f(x)$ là hàm số đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi phương trình $f(f(\cos x) - 1) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[0; 3\pi]$?

A. 2.

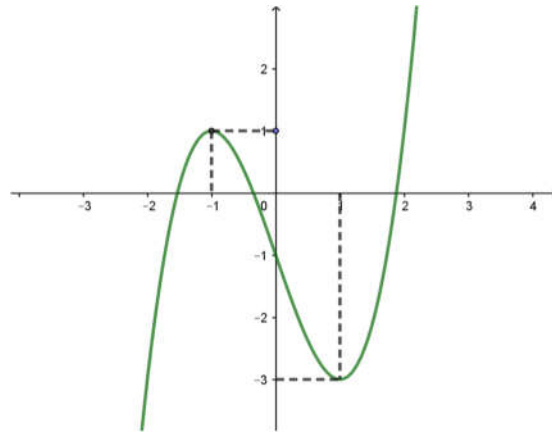
B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn D



Đặt $t = \cos x$, với $x \in [0; 3\pi] \Rightarrow t \in [-1; 1]$.

Với $t = 1$, phương trình $t = \cos x$ có hai nghiệm $x \in [0; 3\pi]$.

Với $t = -1$, phương trình $t = \cos x$ có hai nghiệm $x \in [0; 3\pi]$.

Với $-1 < t < 1$, phương trình $t = \cos x$ có ba nghiệm $x \in [0; 3\pi]$.

Thay $t = \cos x$ vào phương trình $f(f(\cos x) - 1) = 0$, ta được phương trình:

$$f(f(t) - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(t) - 1 = a \in (-2; -1) \\ f(t) - 1 = b \in (-1; 0) \\ f(t) - 1 = c \in (1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(t) = a + 1 \in (-1; 0) & (1) \\ f(t) = b + 1 \in (0; 1) & (2) \\ f(t) = c + 1 \in (2; 3) & (3) \end{cases}$$

Từ đồ thị ta có:

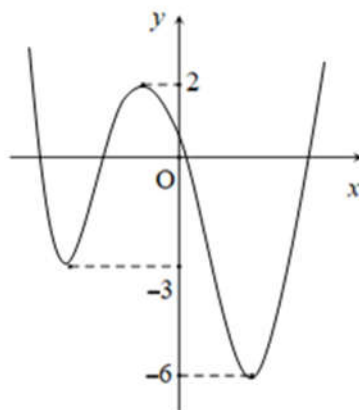
+) Phương trình (1) có 1 nghiệm $t \in (-1; 0)$, suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm.

+) Phương trình (2) có 1 nghiệm $t \in (-1; 0)$, suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm.

+) Phương trình (3) có 1 nghiệm $t > 1$, suy ra phương trình đã cho vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm.

Câu 47. Cho $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 4 và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-12;12]$ để hàm số $g(x) = |2f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị ?



A. 13.

B. 14.

C. 15.

D. 12.

Lời giải

Chọn C

Đặt $h(x) = 2f(x-1) + m \Rightarrow g(x) = |h(x)|$.

- ☐ Số điểm cực trị của $g(x)$ = số điểm cực trị của $y = h(x)$ + số giao điểm của $y = h(x)$ với trục Ox khác với điểm cực trị của $y = h(x)$.
- ☐ Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị. Suy ra hàm số $y = h(x)$ cũng có 3 điểm cực trị.
- ☐ Hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi $h(x) = 0 \Leftrightarrow f(x-1) = -\frac{m}{2}$ có 2 nghiệm phân biệt khác điểm cực trị của $h(x)$.
- ☐ Đồ thị hàm số $y = f(x-1)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ sang bên phải 1 đơn vị.

Dựa vào đồ thị, ta được: $-\frac{m}{2} \geq 2$ hoặc $-6 < -\frac{m}{2} \leq -3$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -4 \\ 6 \leq m < 12 \end{cases} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}; m \in [-12;12]} \text{có 15 giá trị } m \text{ nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.}$

Câu 48. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và mặt phẳng $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{7}a^3}{7}$.

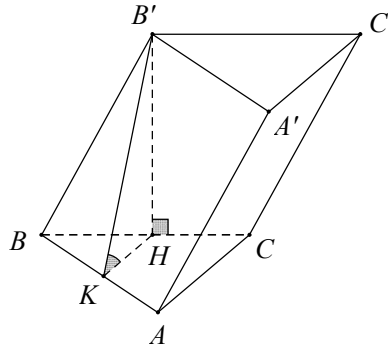
B. $\frac{3\sqrt{7}a^3}{7}$.

C. $\frac{6\sqrt{7}a^3}{7}$.

D. $\frac{\sqrt{7}a^3}{21}$.

Lời giải

Chọn B



Có $\begin{cases} (BCC'B') \perp (ABC) \\ (BCC'B') \cap (ABC) = BC \end{cases}$. Do đó trong $(BCC'B')$ kẻ $B'H$ vuông góc với BC tại H thì

$B'H \perp (ABC)$ hay $B'H$ là chiều cao của hình lăng trụ.

Trong (ABC) kẻ HK vuông góc với AB tại K . Khi đó $AB \perp (B'HK)$.

Ta có $\begin{cases} (ABB'A') \cap (ABC) = AB \\ (B'HK) \perp AB \\ (B'HK) \cap (ABB'A') = B'K, (B'HK) \cap (ABC) = KH \end{cases}$

$\Rightarrow$ Góc giữa $(ABB'A')$ và (ABC) chính là góc giữa $B'K$ và KH .

$\Delta B'HK$ vuông tại H nên $\widehat{B'KH}$ là góc nhọn. Do đó $\widehat{B'KH} = 45^\circ$.

$\Delta B'HK$ vuông tại H có $\widehat{B'KH} = 45^\circ \Rightarrow \Delta B'HK$ vuông cân tại $H \Rightarrow B'H = KH$.

Xét hai tam giác vuông $B'BH$ và BKH , ta có $\tan \widehat{B'BH} = \frac{B'H}{BH} = \frac{KH}{BH} = \sin \widehat{ABC} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\Rightarrow \frac{B'H}{B'B} = \sin \widehat{B'BH} = \sqrt{1 - \cos^2 \widehat{B'BH}} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\tan^2 \widehat{B'BH} + 1} \right)} = \sqrt{1 - \frac{1}{\frac{3}{4} + 1}} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

$$\Rightarrow B'H = B'B \cdot \frac{\sqrt{21}}{7} = \frac{2a\sqrt{21}}{7} \quad (\text{vì } BCC'B' \text{ là hình thoi có cạnh } BC = 2a).$$

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} (BC \cdot \cos 60^\circ) (BC \cdot \sin 60^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = B'H \cdot S_{ABC} = \frac{2a\sqrt{21}}{7} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{7}a^3}{7}.$$

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính $\cos$ của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) .

A. $\frac{\sqrt{41}}{4}$.

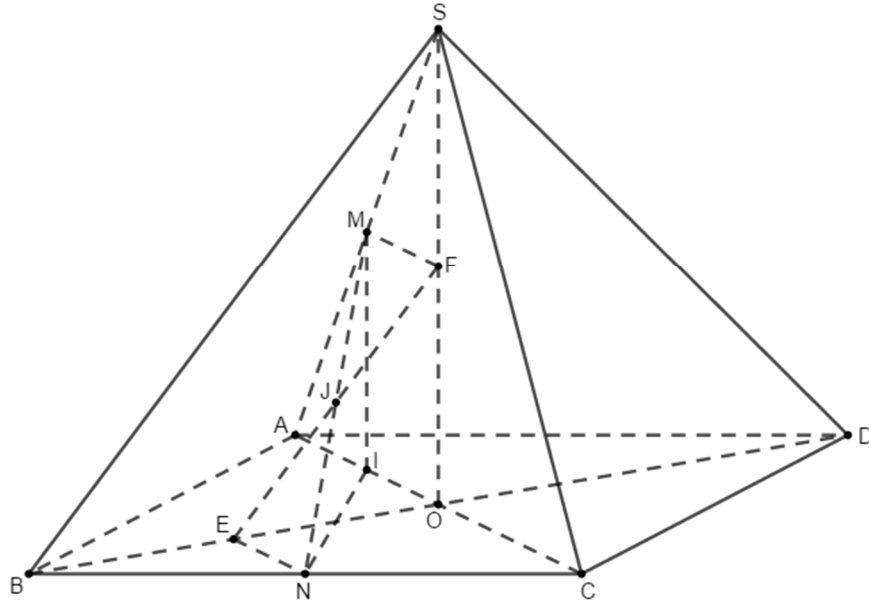
B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{41}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Từ giả thiết ta có $SO \perp (ABCD)$.

Gọi I là trung điểm OA thì MI là đường trung bình của $\triangle SOA \Rightarrow MI \parallel SO \Rightarrow MI \perp (ABCD)$

$\Rightarrow I$ là hình chiếu của M trên mặt phẳng $(ABCD) \Rightarrow IN$ là hình chiếu của MN trên mặt phẳng $(ABCD)$. Suy ra $\left(\widehat{MN, (ABCD)} \right) = \left(\widehat{MN, IN} \right) \Rightarrow \widehat{MNI} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } NC = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}; IC = \frac{3}{4}AC = \frac{3a\sqrt{2}}{4}.$$

Áp dụng định lý cosin trong $\triangle INC$ ta có $IN^2 = CI^2 + CN^2 - 2CI.CN.\cos \widehat{NCI}$

$$\Rightarrow IN^2 = \left(\frac{3a\sqrt{2}}{4} \right)^2 + \left(\frac{a}{2} \right)^2 - 2 \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{a}{2} \cdot \cos 45^\circ = \frac{5a^2}{8} \Rightarrow IN = \frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

$$\text{Do } \triangle MIN \text{ vuông tại } I \text{ nên } \cos \widehat{MNI} = \frac{IN}{MN} \Rightarrow MN = \frac{IN}{\cos 60^\circ} = \frac{a\sqrt{10}}{4} : \frac{1}{2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

Lại có $AC \perp BD, AC \perp SO \Rightarrow AC \perp (SBD)$.

Gọi E là trung điểm $OB \Rightarrow EN$ là đường trung bình của $\triangle BOC \Rightarrow EN \parallel OC$ hay $EN \parallel AC$

$\Rightarrow NE \perp (SBD)$ hay E là hình chiếu của N trên mặt phẳng (SBD) .

Gọi F là trung điểm của $SO \Rightarrow MF$ là đường trung bình của $\triangle SAO \Rightarrow MF \parallel AO$ hay $MF \parallel AC$

$\Rightarrow MF \perp (SBD)$ hay F là hình chiếu của M trên mặt phẳng (SBD) .

Ta có $MF \parallel NE$ nên bốn điểm E, N, F, M cùng nằm trên một mặt phẳng.

Trong mặt phẳng $(ENFM)$ gọi $J = MN \cap EF \Rightarrow J = MN \cap (SBD)$ (do $EF \subset (SBD)$).

Suy ra $\widehat{(MN, (SBD))} = \widehat{(MN, EF)} = \widehat{EJN}$ (do $\widehat{EJN} < 90^\circ$).

Ta có $EN = \frac{1}{2}OC = \frac{1}{4}AC = \frac{a\sqrt{2}}{4}$; $MF = \frac{1}{2}AO = \frac{1}{4}AC = \frac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow EN = MF$, mà $EN \parallel MF$

$\Rightarrow$ Tứ giác $ENFM$ là hình bình hành $\Rightarrow J$ là trung điểm $MN \Rightarrow JN = \frac{1}{2}MN = \frac{a\sqrt{10}}{4}$.

$$\text{Vậy } \cos\left(\widehat{(MN, (SBD))}\right) = \cos \widehat{EJN} = \frac{JE}{JN} = \frac{\sqrt{JN^2 - EN^2}}{JN} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{10}}{4}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2}}{\frac{a\sqrt{10}}{4}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 50. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2 x + x(x+y) = \log_2(6-y) + 6x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x^3 + 3y$ là

A. 16.

B. 18.

C. 12.

D. 20.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 0, 0 < y < 6$.

Ta có $\log_2 x + x(x+y) = \log_2(6-y) + 6x \Leftrightarrow \log_2 x + x^2 = \log_2(6-y) + 6x - xy$

$$\Leftrightarrow \log_2 x + \log_2 x + x^2 = \log_2(6-y) + \log_2 x + 6x - xy$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2) + x^2 = \log_2[x(6-y)] + x(6-y) \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t \in (0; +\infty)$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow f(x^2) = f(x(6-y)) \Leftrightarrow x^2 = x(6-y) \Leftrightarrow x = 6-y \Leftrightarrow y = 6-x$.

$$\Rightarrow T = x^3 + 3(6-x) = x^3 - 3x + 18 = g(x).$$

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x + 18$ trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Ta có } g'(x) = 3x^2 - 3; g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin (0; +\infty) \\ x = 1 \in (0; +\infty) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x		0	1	$+\infty$
$g'(x)$		–	0	+
$g(x)$		18	16	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $T = g(x) \geq g(1) = 16$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x = 1 \\ y = 6 - x = 5 \end{cases}$.

----- **HẾT** -----