

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh:..... Số báo danh:

Câu 1: Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $\frac{1}{3}Bh$. B. $\frac{1}{6}Bh$. C. Bh . D. $3Bh$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_{11} là

- A. $u_{11} = 3072$. B. $u_{11} = -354294$. C. $u_{11} = -118098$. D. $u_2 = 354294$.

Câu 3: Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^4 - 7x^2 - 6$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 13x$ là:

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$, $d_2: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 1+2t \\ z = -1+t \end{cases}$

và điểm $A(1;2;3)$. Đường thẳng Δ qua A vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là:

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$. B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 3$ và $y = -3$.
C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 3$ và $x = -3$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, thỏa mãn hệ thức $f(x) + \tan x f'(x) = \frac{x}{\cos^3 x}$.

Biết rằng $\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{6}\right) = a\pi\sqrt{3} + b\ln 3$ trong đó $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

- A. $P = -\frac{4}{9}$. B. $P = -\frac{2}{9}$. C. $P = \frac{7}{9}$. D. $P = \frac{14}{9}$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 8$. Khi đó tâm I và bán kính R của mặt cầu là

- A. $I(3; -1; -2), R = 2\sqrt{2}$ B. $I(3; -1; -2), R = 4$
C. $I(-3; 1; 2), R = 2\sqrt{2}$ D. $I(-3; 1; 2), R = 4$

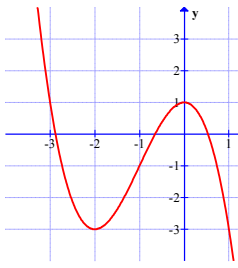
Câu 8: Đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 2$ có dạng nào dưới đây ?

Hình 1

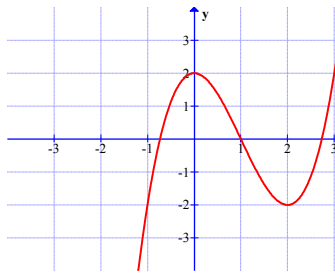
Hình 2

Hình 3

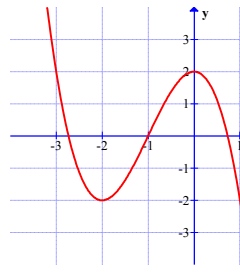
Hình 4



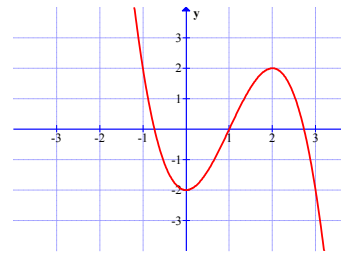
A. Hình 4.



B. Hình 3.



C. Hình 1.



D. Hình 2.

Câu 9: Cho số phức $z = 1 + bi$ ($b \in \mathbb{R}$) và $|z| = \sqrt{10}$. Giá trị của b bằng

A. 3.

B. ± 3 .

C. -3.

D. $\sqrt{10}$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $f(x) = 2^x + x$ là

A. $f'(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 1$.

B. $f'(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2}$.

C. $f'(x) = 2^x \ln 2 + 1$

D. $f'(x) = 2^x + 1$.

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 1.

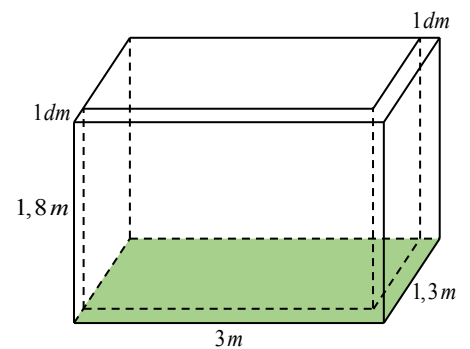
Câu 12: Người ta muốn xây một bể chứa nước dạng khối hộp chữ nhật trong một phòng tắm. Biết chiều dài, chiều rộng, chiều cao của khối hộp đó lần lượt là $5m$; $1m$; $2m$ (người ta chỉ xây hai mặt thành bể như hình vẽ bên). Biết mỗi viên gạch có chiều dài $20cm$, chiều rộng $10cm$, chiều cao $5cm$. Hỏi người ta sử dụng ít nhất bao nhiêu viên gạch để xây bể đó và thể tích thực của bể chứa bao nhiêu lít nước? (Giả sử lượng xi măng và cát không đáng kể).

A. 1180 viên, 8820 lít.

B. 1180 viên, 8800 lít.

C. 1182 viên, 8820 lít.

D. 1180 viên, 8800 lít.



Câu 13: Tính môđun của số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$).

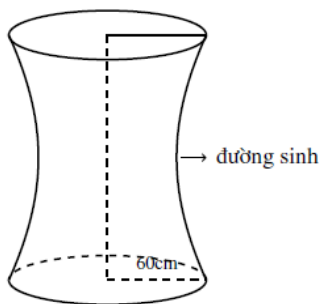
A. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

B. $|z| = a^2 + b^2$.

C. $|z| = \sqrt{a + b}$.

D. $|z| = \sqrt{a^2 - b^2}$.

Câu 14: Cho chiếc trống như hình vẽ, có đường sinh là nửa elip được cắt bởi trục lớn với độ dài trục lớn bằng 80 cm, độ dài trục bé bằng 60 cm và đáy trống là hình tròn có bán kính bằng 60 cm. Tính thể tích V của chiếc trống (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



A. $V = 344963 \text{ cm}^3$.

B. $V = 344964 \text{ cm}^3$.

C. $V = 208347 \text{ cm}^3$.

D. $V = 208346 \text{ cm}^3$.

Câu 15: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x - \cos x$ là

A. $\frac{3^x}{\ln 3} - \sin x + C$.

B. $3^x \ln 3 - \sin x + C$.

C. $\frac{3^x}{\ln 3} + \sin x + C$.

D. $3^x \ln 3 + \sin x + C$.

Câu 16: Diện tích của mặt cầu bán kính $2a$ là

A. $4\pi a^2$.

B. $16\pi a^2$.

C. $16a^2$.

D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Câu 17: Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1; 2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; -3)$ là

- A. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$ B. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ C. $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$ D. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$

Câu 18: Một lớp học gồm có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Cần chọn ra 2 học sinh, 1 nam và 1 nữ để phân công trực nhật. Số cách chọn là

- A. A_{35}^2 . B. 300. C. C_{35}^2 . D. 35.

Câu 19: Một hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và đường cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ.

- A. $S_{xq} = 24\pi$. B. $S_{xq} = 30\pi$. C. $S_{xq} = 15\pi$. D. $S_{xq} = 12\pi$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z - 4 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (α) .

- A. $d = \frac{1}{3}$. B. $d = 1$. C. $d = \frac{13}{3}$. D. $d = 3$.

Câu 21: Bình có bốn đôi giày khác nhau gồm bốn màu: đen, trắng, xanh và đỏ. Một buổi sáng đi học, vì vội vàng, Bình đã lấy ngẫu nhiên hai chiếc giày từ bốn đôi giày đó. Tính xác suất để Bình lấy được hai chiếc giày cùng màu.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{1}{14}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 22: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[3]{a^{-2}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $3m^2 - 2n = 2$. B. $m^2 + n^2 = 43$. C. $2m^2 + n = 15$. D. $m^2 + n^2 = 25$.

Câu 23: Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + 2$ tại điểm $A(-1; 1)$ vuông góc với đường thẳng $x - 2y + 3 = 0$. Tính $a^2 - b^2$?

- A. $a^2 - b^2 = -2$. B. $a^2 - b^2 = 13$. C. $a^2 - b^2 = -5$. D. $a^2 - b^2 = 10$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{OA} = 2\vec{k} - \vec{i} + \vec{j}$. Tọa độ điểm A là

- A. $A(2; -1; 1)$. B. $A(-2; 1; -1)$. C. $A(1; -1; -2)$. D. $A(-1; 1; 2)$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tìm số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) .

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 26: Tập nghiệm của phương trình $4^{x-1} - 1 = 0$ là

- A. $\{0\}$. B. $\{-1\}$. C. $\{1\}$. D. $\{2\}$.

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$ là

- A. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $\left[1; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 28: Khi cắt khối nón (N) bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối nón (N).

- A. $V = 3\sqrt{6}\pi a^3$. B. $V = \sqrt{6}\pi a^3$. C. $V = \sqrt{3}\pi a^3$. D. $V = 3\sqrt{3}\pi a^3$.

Câu 29: Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ có tập giá trị là

- A. $(-\infty; 0]$. B. $[1; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $[0; +\infty)$.

Câu 30: Cho ba số thực dương a, b, c và a khác 1. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$. B. $a^{\log_a b} = b$.
C. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$. D. $\log_a b = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Câu 31: Biết rằng tồn tại duy nhất bộ các số nguyên a, b, c sao cho $\int_2^3 (4x + 2) \ln x dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$.

Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. 19 B. -19 C. 5 D. -5

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases}$ là

- A. $\vec{m} = (2; -1; 0)$. B. $\vec{m} = (2; 1; 1)$. C. $\vec{m} = (2; -1; 1)$. D. $\vec{m} = (-2; -1; 0)$.

Câu 33: Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Phần thực a của số phức $w = z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A. 0. B. 8. C. 16. D. 6.

Câu 34: Hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 - mx + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi

- A. $m \in (1; +\infty)$. B. $m \in [1; +\infty)$. C. $m \in [0; +\infty)$. D. $m \in (0; +\infty)$.

Câu 35: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{2x+1}$. Tìm mệnh đề đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.
B. Hàm số luôn nghịch biến trên tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
D. Hàm số luôn đồng biến trên tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; -2)$, $B(1; 1; 1)$, $C(0; -1; 2)$. Biết rằng mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình $7x + ay + cz + d = 0$. Tính giá trị biểu thức $S = a^2 + c^2 + d^2$

- A. 29. B. 59. C. 26. D. 35.

Câu 37: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$. AB là một dây cung của đường tròn $(O; R)$ sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O; R)$ một góc 60° . Tính theo R thể tích V của khối trụ đã cho.

- A. $V = \frac{\pi\sqrt{7}R^3}{7}$ B. $V = \frac{3\pi\sqrt{5}R^3}{5}$ C. $V = \frac{\pi\sqrt{5}R^3}{5}$ D. $V = \frac{3\pi\sqrt{7}R^3}{7}$

Câu 38: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = a$; $\widehat{BAC} = 60^\circ$; $\widehat{CAD} = 60^\circ$; $\widehat{DAB} = 90^\circ$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD là

A. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$

B. $\frac{a}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 39: Cho số phức $w = \frac{3}{5-i}$. Khi đó phần ảo của số phức w là:

A. $\frac{15}{26}$

B. $-\frac{3}{26}$

C. $\frac{3}{26}$

D. $-\frac{15}{26}$

Câu 40: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Biết đáy ABC là tam giác vuông có $BA = BC = a$, gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{7}}{7}$

B. $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

C. $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

D. $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{5}}{5}$

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$.

Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành,

hai đường thẳng $x = a, x = b$ (Hình vẽ bên dưới) được xác định bởi

công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_a^0 f(x)dx - \int_0^b f(x)dx.$

B. $S = -\int_a^0 f(x)dx + \int_0^b f(x)dx.$

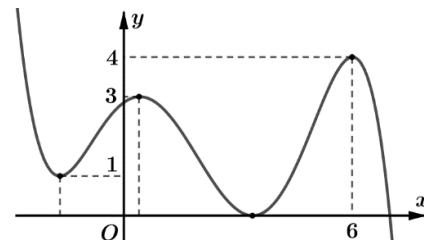
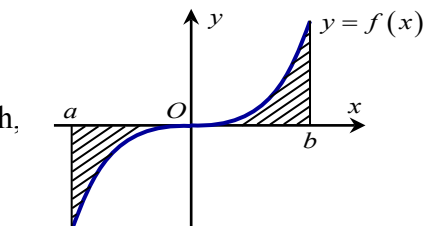
C. $S = -\int_a^0 f(x)dx - \int_0^b f(x)dx.$

D. $S = \int_a^0 f(x)dx + \int_0^b f(x)dx.$

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ.

Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương

trình $\frac{4m^3 + m}{\sqrt{2f^2(x) + 5}} = f^2(x) + 3$ có 3 nghiệm phân biệt?



A. 1.

B. 5.

C. 2.

D. 0.

Câu 43: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{-e^x + 4x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1; x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $V = 6 - e^2 - e.$

B. $V = \pi(6 - e^2 + e).$

C. $V = \pi(6 - e^2 - e).$

D. $V = 6 - e^2 + e.$

Câu 44: Cho các số thực x, y dương và thỏa mãn $\log_2 \frac{x^2 + y^2}{3xy + x^2} + 2^{\log_2(x^2 + 2y^2 + 1)} \leq \log_2 8^{xy}$. Tìm giá trị

nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{2x^2 - xy + 2y^2}{2xy - y^2}$.

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{5}{2}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

Câu 45: Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16}(x + y)$ và

$\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $P = a.b$.

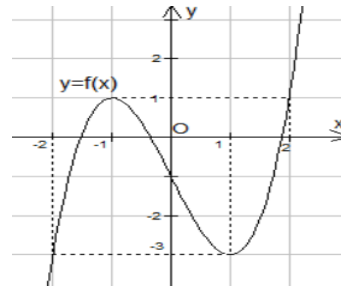
A. $P = 6$.

B. $P = 5$.

C. $P = 8$.

D. $P = 4$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Phương trình $f(2\sin x) = m$ có đúng ba nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ khi và chỉ khi



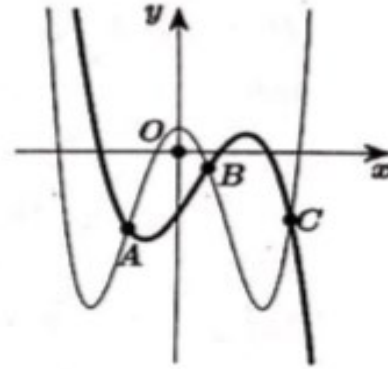
A. $m \in \{-3; 1\}$.

B. $m \in (-3; 1)$.

C. $m \in [-3; 1)$.

D. $m \in (-3; 1]$.

Câu 47: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong nét đậm, đồ thị hàm số $y = g'(x)$ là đường cong nét mảnh như hình vẽ. Gọi ba giao điểm A, B, C của $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ trên hình vẽ lần lượt có hoành độ là a, b, c. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ trên đoạn $[a; c]$?



A. $\min_{[a; c]} h(x) = h(0)$.

B. $\min_{[a; c]} h(x) = h(a)$.

C. $\min_{[a; c]} h(x) = h(b)$.

D. $\min_{[a; c]} h(x) = h(c)$.

Câu 48: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn là $M(1; -2)$?

A. $z = 1 + 2i$.

B. $z = 1 - 2i$.

C. $z = -1 - 2i$.

D. $z = -1 + 2i$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-3	-2	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		$+\infty$	0	$-\infty$
		$\searrow$	$\nearrow$	$\nearrow$	$\searrow$
			5		

Tìm giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$.

A. 5.

B. -3.

C. 0.

D. 1.

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm thực dương của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			2			1	$+\infty$
		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$			
			1					

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

----- HẾT -----

made	cautron	dapan
132	1	C
132	2	C
132	3	D
132	4	A
132	5	B
132	6	A
132	7	A
132	8	B
132	9	B
132	10	C
132	11	D
132	12	A
132	13	A
132	14	B
132	15	A
132	16	B
132	17	D
132	18	B
132	19	A
132	20	B
132	21	D
132	22	C
132	23	C
132	24	D
132	25	A
132	26	C
132	27	D
132	28	C
132	29	C
132	30	D
132	31	C
132	32	D
132	33	D
132	34	B
132	35	A
132	36	D
132	37	D
132	38	B
132	39	C
132	40	A
132	41	B
132	42	A
132	43	B
132	44	B
132	45	B
132	46	A
132	47	C
132	48	B
132	49	C
132	50	D



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
ĐỀ THI CHUYÊN ĐỀ TOÁN 12 LẦN 4
NĂM HỌC 2019 – 2020
TRƯỜNG THPT LIỄN SƠN – VĨNH PHÚC

Câu 1: Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $\frac{1}{3}Bh$. B. $\frac{1}{6}Bh$. C. Bh . D. $3Bh$.

Lời giải

Chọn C

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_{11} là

- A. $u_{11} = 3072$. B. $u_{11} = -354294$. C. $u_{11} = -118098$. D. $u_{11} = 354294$.

Lời giải

Chọn C

$$u_{11} = u_1 \cdot q^{10} = -2 \cdot 3^{10} = -118098.$$

Câu 3: Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^4 - 7x^2 - 6$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 13x$ là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 7x^2 - 6 = x^3 - 13x$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x^3 + x^2 - 5x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^3 + x^2 - 5x - 3 = 0 \end{cases}$$

Xét hàm số $f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 3$

$$f'(x) = 3x^2 + 2x - 5$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\frac{5}{3}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$			$\frac{94}{27}$		-6	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $f(x)$ có $y_{cd} \cdot y_{ct} < 0$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt Ox tại 3 điểm phân biệt.

$\Rightarrow x^3 + x^2 - 5x - 3 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy số điểm chung của 2 đồ thị hàm số đã cho là 4.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$; $d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}$ và điểm

$A(1;2;3)$. Đường thẳng Δ qua A vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng (d_1) có VTCP là $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$.

Gọi $M = (\Delta) \cap (d_2) \Rightarrow M \in (d_2) \Rightarrow M(1-t; 1+2t; -1+t)$

$$\vec{AM} = (-t; 2t-1; t-4)$$

Do $(d_2) \perp (\Delta) \Rightarrow \vec{u}_2 \cdot \vec{AM} = 0 \Leftrightarrow -3t-3=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Vậy đường thẳng (Δ) qua điểm $A(1;2;3)$ có VTCP là $\vec{AM} = (1; -3; -5)$.

$$\Rightarrow (\Delta): \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}.$$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 3$ và $y = -3$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 3$ và $x = -3$.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow \text{TCN: } y = 3.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3 \Rightarrow \text{TCN: } y = -3.$$

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, thỏa mãn hệ thức

$$f(x) + \tan x \cdot f'(x) = \frac{x}{\cos^3 x}. \text{ Biết rằng } \sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{6}\right) = a\pi\sqrt{3} + b\ln 3 \text{ trong đó } a, b \in \mathbb{Q}.$$

Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

A. $P = -\frac{4}{9}$.

B. $P = -\frac{2}{9}$.

C. $P = \frac{7}{9}$.

D. $P = \frac{14}{9}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } f(x) + \tan x \cdot f'(x) = \frac{x}{\cos^3 x} \Leftrightarrow \cos x \cdot f(x) + \sin x \cdot f'(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$$

$$\Leftrightarrow [\sin x \cdot f(x)]' = \frac{x}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} [\sin x \cdot f(x)]' dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x} dx$$

$$\Leftrightarrow [\sin x \cdot f(x)] \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{18} \pi + \ln \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} f\left(\frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{2} f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{5\sqrt{3}}{18} \pi - \frac{1}{2} \ln 3 \Leftrightarrow \sqrt{3} f\left(\frac{\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{5\sqrt{3}}{9} \pi - \ln 3$$

$$\text{Vậy } a = \frac{5}{9}; b = -1 \Rightarrow P = a + b = \frac{5}{9} - 1 = -\frac{4}{9}.$$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 8$. Khi đó tâm I và bán kính R của mặt cầu là.

A. $I(3; -1; -2), R = 2\sqrt{2}$.

B. $I(3; -1; -2), R = 4$.

C. $I(-3; 1; 2), R = 2\sqrt{2}$.

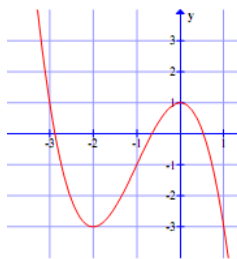
D. $I(-3; 1; 2), R = 4$.

Lời giải

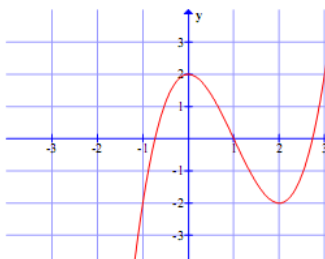
Chọn A

Tâm và bán kính của mặt cầu là $I(3; -1; -2), R = 2\sqrt{2}$

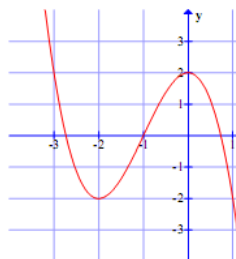
Câu 8: Đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 2$ có dạng nào dưới đây



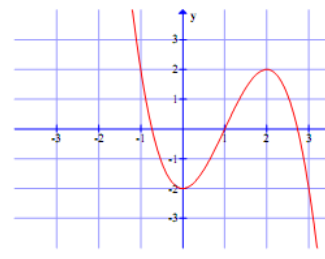
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 4.

B. Hình 3.

C. Hình 1.

D. Hình 2.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $(-2; -2)$ và $(0; 2)$ nên hình 3 là dạng của đồ thị hàm số đã cho

Câu 9: Cho số phức $z = 1 + bi, (b \in \mathbb{R})$ và $|z| = \sqrt{10}$. Giá trị của b bằng

- A. 3. B. ± 3 . C. -3 . D. $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } |z| = \sqrt{10} \Leftrightarrow \sqrt{1+b^2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow 1+b^2 = 10 \Leftrightarrow b^2 = 9 \Leftrightarrow b = \pm 3$$

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $f(x) = 2^x + x$ là

- A. $f'(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 1$. B. $f'(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2}$. C. $f'(x) = 2^x \ln 2 + 1$. D. $f'(x) = 2^x + 1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

- A. 3. B. 5. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 8x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Mà } f(-1) = 2; f(0) = 5; f(\sqrt{2}) = 1; f(2) = 5$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-1; 2]$ là 1.

Câu 12: Người ta muốn xây một bể nước dạng khối hộp chữ nhật trong một phòng tắm. Biết chiều dài, chiều rộng, chiều cao của khối hộp đó lần lượt là $5m; 1m; 2m$ (người ta chỉ xây hai mặt thành bể như hình vẽ bên). Biết mỗi viên gạch có chiều dài $20cm$, chiều rộng $10cm$, chiều cao $5cm$. Hỏi người ta sử dụng ít nhất bao nhiêu viên gạch để xây bể đó và thể tích thực của bể chứa bao nhiêu lít nước? (Giả sử lượng xi măng và cát không đáng kể).

- A. 1180 viên, 8820 lít. B. 1180 viên, 8800 lít.
C. 1182 viên, 8820 lít. D. 1180 viên, 8800 lít.

Lời giải

Chọn A

* Theo mặt nước của bể:

$$\text{Số viên gạch xếp theo chiều dài của bể mỗi hàng là } x = \frac{500}{20} = 25 \text{ viên}$$

Số viên gạch xếp theo chiều cao của bể mỗi hàng là: $\frac{200}{5} = 40$. Vậy tính theo chiều dài thì có 40 hàng gạch mỗi hàng 25 viên. Khi đó theo mặt nước của bể $N = 25.40 = 1000$ viên.

*Theo mặt bên của bể: ta thấy, nếu hàng mặt trước của bể đã được viên hoàn chỉnh đoạn nổi hao mặt thì ở mặt bên viên gạch còn lại sẽ được cắt đi còn $\frac{1}{2}$ viên. Tức là mặt bên sẽ có

$$\frac{1}{2}.40 + \frac{100-20}{20}.40 = 180 \text{ viên.}$$

Vậy tổng số viên gạch là 1180 viên.

Khi đó thể tích bờ tường xây là $1180.2.10,5 = 1180$ lít.

Vậy thể tích bể chứa nước là: $50.10.20 - 1180 = 8820$ lít.

Câu 13: Tính môđun của số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$).

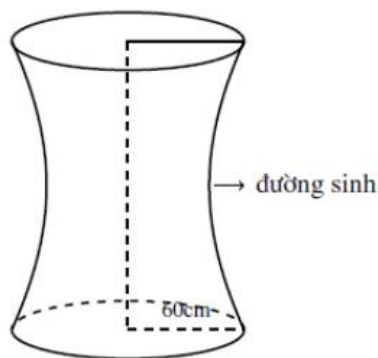
A. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. **B.** $|z| = a^2 + b^2$. **C.** $|z| = \sqrt{a+b}$. **D.** $|z| = \sqrt{a^2 - b^2}$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa ta có $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Câu 14: Cho chiếc trống như hình vẽ, có đường sinh là nửa elip được cắt bởi trục lớn với độ dài trục lớn bằng 80 cm, độ dài trục bé bằng 60 cm và đáy trống là hình tròn có bán kính bằng 60 cm. Tính thể tích của chiếc trống (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

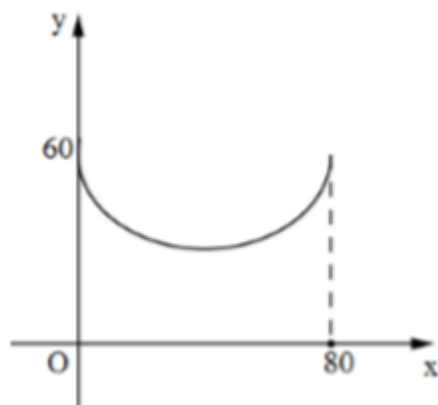


A. $V = 344963 \text{ cm}^3$. **B.** $V = 344964 \text{ cm}^3$. **C.** $V = 208347 \text{ cm}^3$. **D.** $V = 208346 \text{ cm}^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ:

Ta có phương trình Elip: $\frac{(x-40)^2}{40^2} + \frac{(y-60)^2}{30^2} = 1$

$$\Rightarrow (y-60)^2 = 30^2 \left(1 - \frac{(x-40)^2}{40^2} \right)$$

$$\Leftrightarrow y-60 = -\frac{3}{4} \sqrt{40^2 - (x-40)^2}$$

$$\Leftrightarrow y = 60 - \frac{3}{4} \sqrt{40^2 - (x-40)^2}$$

$$\text{Khi đó } V = \pi \int_0^{80} \left(60 - \frac{3}{4} \sqrt{40^2 - (x-40)^2} \right)^2 dx.$$

Sử dụng máy tính bỏ túi tính được $V \approx 344963,6143$

Câu 15: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x - \cos x$ là

- A.** $\frac{3^x}{\ln 3} - \sin x + C.$ **B.** $3^x \ln 3 - \sin x + C.$ **C.** $\frac{3^x}{\ln x} + \sin x + C.$ **D.** $3^x \ln 3 + \sin x + C.$

Lời giải

Chọn A

$$\int (3^x - \cos x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} - \sin x + C.$$

Câu 16: Diện tích của mặt cầu bán kính $2a$ là

- A.** $4\pi a^2.$ **B.** $16\pi a^2.$ **C.** $16a^2.$ **D.** $\frac{4\pi a^2}{3}.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } S = 4\pi r^2 = 4\pi (2a)^2 = 16\pi a^2.$$

Câu 17: Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1; 2)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; -3)$ là

A. $d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$ B. $d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ C. $d : \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$ **D. $d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$**

Lời giải

Chọn D

Câu 18: Một lớp học gồm có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Cần chọn ra 2 học sinh, 1 nam và 1 nữ để phân công trực nhật. Số cách chọn là

A. A_{35}^2 B. **300** C. C_{35}^2 D. 35

Lời giải

Chọn A

Có 20 cách chọn 1 học sinh nam.

Có 15 cách chọn 1 học sinh nữ.

Số cách chọn 1 nam và 1 nữ để phân công trực nhật là: $20 \cdot 15 = 300$.

Câu 19: Một hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và đường cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ.

A. $S_{xq} = 24\pi$ B. $S_{xq} = 30\pi$ C. $S_{xq} = 15\pi$ D. $S_{xq} = 15\pi$

Lời giải

Chọn A

+) Hình lăng trụ có độ dài đường sinh bằng đường cao nên diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 3 \cdot 4 = 24\pi$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z - 4 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (α) .

A. $d = \frac{1}{3}$ B. **$d = 1$** C. $d = \frac{13}{3}$ D. $d = 3$

Lời giải

Chọn B

+) Ta có $d(A; \alpha) = \frac{|1 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 4|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 1$.

Câu 21: Bình có bốn đôi giày khác nhau gồm bốn màu: đen, trắng, xanh và đỏ. Một buổi sáng đi học, vì vội vàng, Bình đã lấy ngẫu nhiên hai chiếc giày từ bốn đôi giày đó. Tính xác suất để Bình lấy được hai chiếc giày cùng màu.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{2}{7}$.

C. $\frac{1}{14}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn D

+) Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^2 = 28$.

+) Gọi A là biến cố: “Bình lấy được 2 chiếc cùng màu”. Ta có $n(A) = 4$ cách.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{7}$.

Câu 22: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-2}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$

là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $3m^2 - 2n = 2$.

B. $m^2 + n^2 = 43$.

C. $2m^2 + n = 15$.

D. $m^2 + n^2 = 25$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A = \frac{\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-2}}} = \frac{a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot a^{-\frac{2}{7}}} = \frac{a^4}{a^{\frac{26}{7}}} = a^{4 - \frac{26}{7}} = a^{\frac{2}{7}} \Rightarrow m = 2; n = 7 \Rightarrow 2m^2 + n = 15$.

Câu 23: Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + 2$ tại điểm $A(-1; 1)$ vuông góc với đường thẳng $x - 2y + 3 = 0$. Tính $a^2 - b^2$?

A. $a^2 - b^2 = -2$.

B. $a^2 - b^2 = 13$.

C. $a^2 - b^2 = -5$.

D. $a^2 - b^2 = 10$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x - 2y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ có hệ số góc là $k_1 = \frac{1}{2}$.

Mặt khác $y' = (ax^4 + bx^2 + 2)' = 4ax^3 + 2bx$, suy ra tiếp tuyến tại $A(-1; 1)$ của đồ thị hàm số có hệ số góc là $k_2 = -4a - 2b$.

Ta có hệ $\begin{cases} k_1 \cdot k_2 = -1 \\ y(-1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}(-4a - 2b) = -1 \\ a + b + 2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow a^2 - b^2 = -5$.

Câu 24: Trong không gian Oxyz cho $\overrightarrow{OA} = 2\vec{k} - \vec{i} + \vec{j}$. Tọa độ điểm A là

A. $A(2; -1; 1)$.

B. $A(-2; 1; -1)$.

C. $A(1; -1; -2)$.

D. $A(-1; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{OA} = 2\vec{k} - \vec{i} + \vec{j} \Rightarrow \vec{OA} = (-1; 1; 2) \Rightarrow A(-1; 1; 2)$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tìm số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) .

A. 30° .

B. 45° .

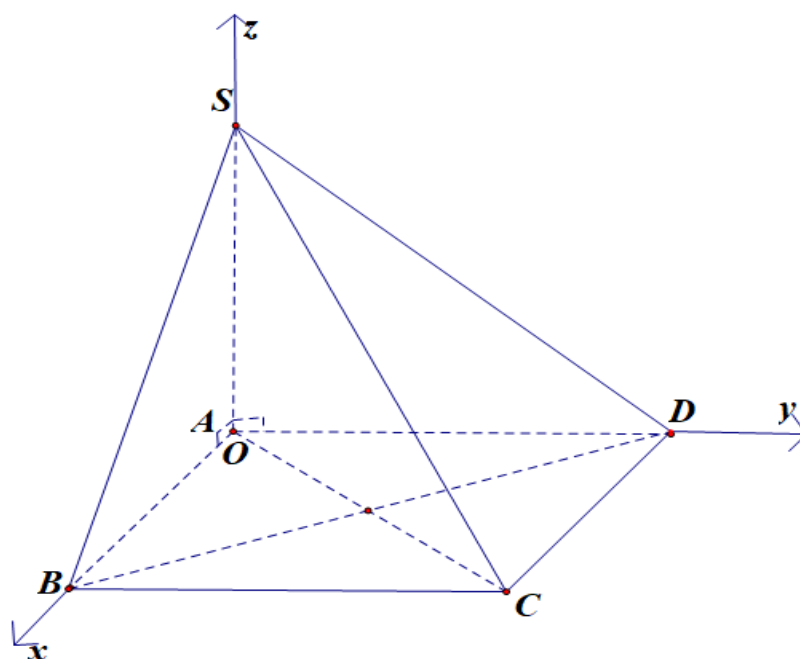
C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ



Ta có $A \equiv O(0; 0; 0)$, $S(0; 0; a\sqrt{2})$, $C(a; a; 0)$, $D(0; a; 0)$.

Đường thẳng SC có một vectơ chỉ phương là $\vec{SC} = (a; a; -a\sqrt{2})$.

Mặt phẳng (SAB) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{AD} = (0; a; 0)$.

$$\sin(SC, (SAB)) = \frac{|\vec{SC} \cdot \vec{AD}|}{|\vec{SC}| \cdot |\vec{AD}|} = \frac{|a \cdot a|}{\sqrt{a^2 + a^2 + (-a\sqrt{2})^2} \cdot \sqrt{a^2}} = \frac{1}{2}.$$

Vậy số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng 30° .

Câu 26: Tập nghiệm của phương trình $4^{x-1} - 1 = 0$ là

A. $\{0\}$.

B. $\{-1\}$.

C. $\{1\}$.

D. $\{2\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $4^{x-1} - 1 = 0 \Leftrightarrow 4^{x-1} = 1 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$ là

- A. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $\left[1; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. **D. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{0,5}(x-1) > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{3}{2}$.

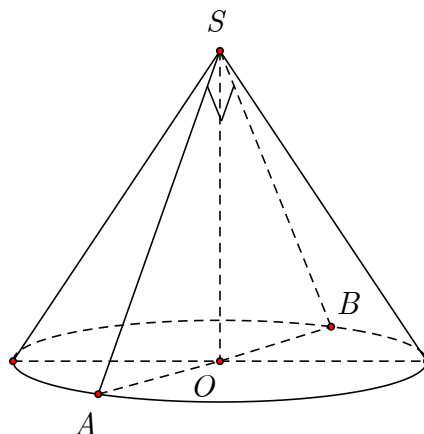
Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 28: Khi cắt khối nón (N) bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối nón (N).

- A. $V = 3\sqrt{6}\pi a^3$. B. $V = \sqrt{6}\pi a^3$. **C. $V = \sqrt{3}\pi a^3$.** D. $V = 3\sqrt{3}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi S là đỉnh hình nón, thiết diện qua trục là tam giác SAB .

Ta có $AB = 2a\sqrt{3} \Rightarrow r = h = \frac{AB}{2} = a\sqrt{3}$.

Vậy $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (a\sqrt{3})^2 \cdot a\sqrt{3} = \sqrt{3}\pi a^3$.

Câu 29: Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ có tập giá trị là

- A. $(-\infty; 0]$. B. $[1; +\infty)$. **C. $\mathbb{R}$.** D. $[0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$.

Câu 30: Cho ba số thực dương a, b, c và a khác 1. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

B. $a^{\log_a b} = b$.

C. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

D. $\log_a b = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

+) $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ nên **A** đúng.

+) $a^{\log_a b} = b$ nên **B** đúng.

+) $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ nên **C** đúng.

+) $\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}$ nên **D** sai.

Câu 31: Biết rằng tồn tại duy nhất các bộ số nguyên a, b, c sao cho $\int_2^3 (4x + 2) \ln x dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$

Giá trị của $a + b + c$ bằng

A. 19.

B. -19.

C. 5.

D. -5.

Lời giải

Chọn C

$$\int_2^3 (4x + 2) \ln x dx = \int_2^3 \ln x d(2x^2 + 2x) = (2x^2 + 2x) \ln x \Big|_2^3 - \int_2^3 (2x + 2) dx$$

$$\text{Vậy } \int_2^3 (4x + 2) \ln x dx = -7 - 12 \ln 2 + 24 \ln 3 \Rightarrow \begin{cases} a = -7 \\ b = -12 \\ c = 24 \end{cases}$$

Do đó: $a + b + c = 5$.

Câu 32: Trong không gian Oxyz, một véc tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases}$ là

A. $\vec{m}(2; -1; 0)$.

B. $\vec{m}(2; 1; 1)$.

C. $\vec{m}(2; -1; 1)$.

D. $\vec{m}(-2; -1; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Từ phương trình tham số của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases}$ ta có một véc tơ chỉ phương của đường thẳng là $\vec{m}(-2; -1; 0)$

Câu 33: Kí hiệu z_1 và z_2 là nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Phần thực a của số phức $w = z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 0.

B. 8.

C. 16.

D. 6 .

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z = 2 + i \\ z = 2 - i \end{cases}$

Khi đó $w = z_1^2 + z_2^2 = 6$

Câu 34: Hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 - mx + 1$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi

A. $m \in (1; +\infty)$

B. $m \in [1; +\infty)$

C. $m \in [0; +\infty)$

D. $m \in (0; +\infty)$

Lời giải.

Chọn B.

Ta có $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 - mx + 1 \Rightarrow y' = -x^2 + 2x - m$.

Theo bài ra $-x^2 + 2x - m \leq 0, \forall x > 0 \Rightarrow m \geq -x^2 + 2x, \forall x > 0.$

Khảo sát hàm số $g(x) = -x^2 + 2x \Rightarrow g(0) = 0; g(1) = 1$. Vậy điều kiện cần tìm là $m \in [1; +\infty)$.

Câu 35: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{2x+1}$. Tìm mệnh đề đúng

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

B. Hàm số luôn nghịch biến trên tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. Hàm số luôn đồng biến trên tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có $y = \frac{x-2}{2x+1} \Rightarrow y' = \frac{5}{(2x+1)^2} > 0, \forall x \neq -\frac{1}{2}$.

Hàm số đã cho luôn đồng biến trên từng khoảng xác định.

Như vậy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;-2), B(1;1;1), C(0;-1;2)$. Biết rằng mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình $7x + ay + cz + d = 0$. Tính giá trị biểu thức $S = a^2 + c^2 + d^2$.

A. 29

B. 59

C. 26

D. 35

Lời giải.

Chọn D.

Ta có $A(1;0;-2), B(1;1;1), C(0;-1;2) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (0;1;3) \\ \overrightarrow{AC} = (-1;-1;4) \end{cases}$

Mặt phẳng (ABC) có một véc tơ pháp tuyến là

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (7; -3; 1) \Rightarrow (ABC): 7(x-1) - 3y + z + 2 = 0 \Rightarrow 7x - 3y + z - 5 = 0.$$

Như vậy $a = -3; b = 1; c = -5 \Rightarrow a^2 + c^2 + d^2 = 35$.

Câu 37: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$. AB là một dây cung của đường tròn $(O; R)$ sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O; R)$ một góc 60° . Tính theo R thể tích V của khối trụ đã cho.

A. $V = \frac{\pi\sqrt{7}R^3}{7}$.

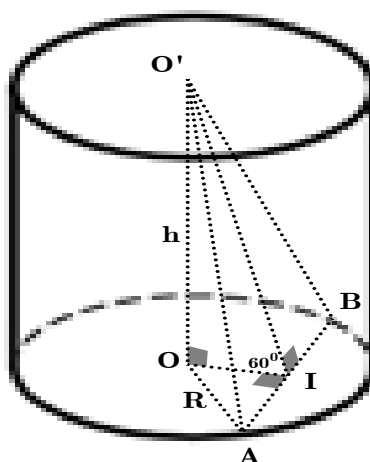
B. $V = \frac{3\pi\sqrt{5}R^3}{5}$.

C. $V = \frac{\pi\sqrt{5}R^3}{5}$.

D. $V = \frac{3\pi\sqrt{7}R^3}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của đoạn AB suy ra $AB \perp (OO'I)$.

Ta có $OI \perp AB$; $AB \perp O'I$ nên góc giữa mặt phẳng $(O'AB)$ và mặt đáy bằng $O'IO = 60^\circ$.

$$\text{Suy ra } O'I = \frac{OO'}{\sin 60^\circ} = \frac{2h}{\sqrt{3}} \Rightarrow AB = O'I \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{4}{3}h.$$

$$\text{Và } OI = OO' \cdot \cot 60^\circ = \frac{h}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Mặt khác ta có } IB^2 + OI^2 = R^2 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \left(\frac{4}{3}h \right)^2 + \frac{h^2}{3} = R^2 \Leftrightarrow h = \frac{3R}{\sqrt{7}}.$$

$$\text{Vậy } V = \pi R^2 h = \frac{3\pi R^2 \sqrt{7}}{7}.$$

Câu 38: Tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = a$; $BAC = 60^\circ$; $CAD = 60^\circ$; $DAB = 90^\circ$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD là

A. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$.

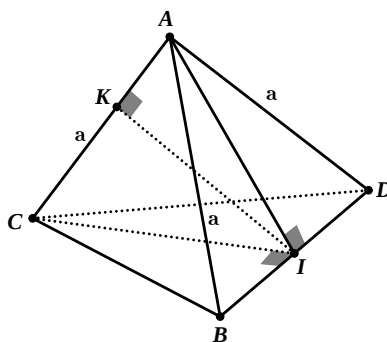
B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có tam giác ABC có $AB = AC = a$ và $BAC = 60^\circ$ nên tam giác ABC đều suy ra $BC = a$. Tương tự tam giác ACD cũng đều nên $CD = a$.

Suy ra $\triangle ABD = \triangle CBD$ (c.c.c) nên $BCD = BAD = 90^\circ$ và $\triangle ABD, \triangle CBD$ vuông cân tại A và C .

Gọi I là trung điểm của đoạn BD .

$$\text{Suy ra } AI = CI = \frac{BD}{2} = \frac{\sqrt{AD^2 + AB^2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \text{ và } AI \perp BD, CI \perp BD. \text{ Do đó } BD \perp (ACI).$$

Trong mặt phẳng (ACI) kẻ $IK \perp AC$ ta cũng có $IK \perp BD$ nên $IK = d(AC, BD)$.

Tam giác ACI cân tại I nên K là trung điểm AC .

$$\text{Suy ra } IK = \sqrt{AI^2 - AK^2} = \sqrt{AI^2 - \frac{AC^2}{4}} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy } d(AC, BD) = \frac{a}{2}.$$

Câu 39: Cho số phức $w = \frac{3}{5-i}$. Khi đó phần ảo của số phức w là:

A. $\frac{15}{26}$.

B. $-\frac{3}{26}$.

C. $\frac{3}{26}$.

D. $-\frac{15}{26}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $w = \frac{3}{5-i} = \frac{15}{26} + \frac{3}{26}i$.

Vậy phần ảo của số phức w là $\frac{3}{26}$.

Câu 40: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Biết đáy ABC là tam giác vuông có $BA = BC = a$, gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{7}}{7}$.

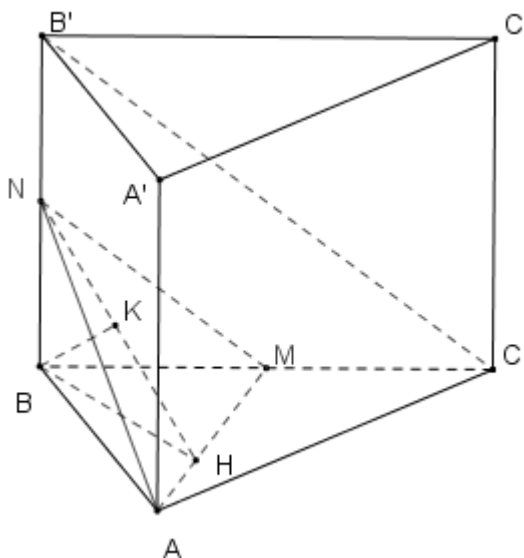
B. $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn A

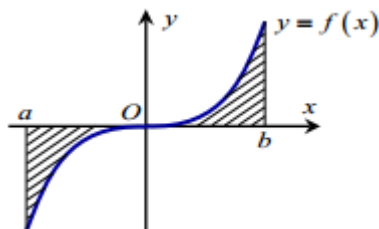


Kẻ $MN \parallel B'C$ (N là trung điểm của BB'). Khi đó:
 $d(AM, B'C) = d(B'C, (AMN)) = d(C, (AMN)) = d(B, (AMN))$.

Kẻ $BH \perp AM$, mà $AM \perp BN \Rightarrow AM \perp (BHN) \Rightarrow (AMN) \perp (BHN)$ theo giao tuyến NH . Kẻ $BK \perp NH \Rightarrow BK \perp (AMN) \Rightarrow d(B, (AMN)) = BK$.

Ta có $BH = \frac{BA \cdot BM}{\sqrt{BA^2 + BM^2}} = \frac{a\sqrt{5}}{5} \Rightarrow BK = \frac{BH \cdot BN}{\sqrt{BH^2 + BN^2}} = \frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a, x = b$ (Hình vẽ bên dưới) được xác định bởi công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

B. $S = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

C. $S = -\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

D. $S = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

Lời giải

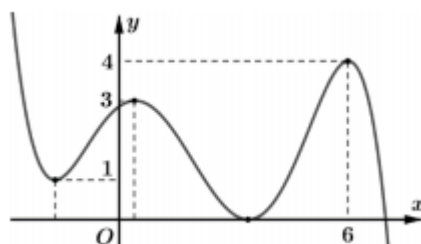
Chọn D

Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C): $y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a, x = b$ cho bởi công thức: $S = \int_a^b |f(x)| dx$. Ta lại có:

x	a	0	b
$f(x)$	$-$	0	$+$

Do đó $S = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $\frac{4m^3 + m}{\sqrt{2f^2(x) + 5}} = f^2(x) + 3$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. 1.

B. 5.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\frac{4m^3 + m}{\sqrt{2f^2(x) + 5}} = f^2(x) + 3 \Leftrightarrow 4m^3 + m = (f^2(x) + 3)\sqrt{2f^2(x) + 5}.$

Đặt $\sqrt{2f^2(x) + 5} = t (t \geq 5) \Leftrightarrow f^2(x) = \frac{t^2 - 5}{2}$, khi đó phương trình có dạng

$4m^3 + 4m = \left(\frac{t^2 + 1}{2}\right)t \Leftrightarrow 8m^3 + 8m = t^3 + t \Leftrightarrow (2m)^3 + 2m = t^3 + t (*).$ Xét hàm số

$f(u) = u^3 + u, f'(u) = u^2 + 1 > 0, \forall u$ nên phương trình

$$(*) \Leftrightarrow 2m = t \left(t \geq 5 \Rightarrow m \geq \frac{5}{2} \right) \Leftrightarrow 2m = \sqrt{2f^2(x) + 5} \Leftrightarrow f^2(x) = \frac{4m^2 - 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = \sqrt{\frac{4m^2 - 5}{2}} \\ f(x) = -\sqrt{\frac{4m^2 - 5}{2}} \end{cases}$$

Nhìn vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$, ta có phương trình có 3 nghiệm khi

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{4m^2 - 5}{2}} = 4 \\ -\sqrt{\frac{4m^2 - 5}{2}} < 0 \end{cases} \Rightarrow 4m^2 - 5 = 32 \Rightarrow m^2 = \frac{37}{4} \Rightarrow m = \pm \frac{\sqrt{37}}{2} \xrightarrow{m \geq \frac{5}{2}} m = \frac{\sqrt{37}}{2}.$$

Câu 43: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{-e^x + 4x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $V = 6 - e^2 - e$. **B.** $V = \pi(6 - e^2 + e)$. **C.** $V = \pi(6 - e^2 - e)$. **D.** $V = 6 - e^2 + e$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } V = \pi \int_1^2 (-e^x + 4x) dx = \pi (-e^x + 2x^2) \Big|_1^2 = \pi(6 - e^2 + e).$$

Câu 44: Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2 \frac{x^2 + y^2}{3xy + x^2} + 2^{\log_2(x^2 + 2y^2 + 1)} \leq \log_2 8^{xy}$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức: $P = \frac{2x^2 - xy + 2y^2}{2xy - y^2}$

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{5}{2}$ **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

Lời giải

Chọn B Giả thiết được viết lại:

$$\log_2(x^2 + y^2) - \log_2(3xy + x^2) + x^2 + 2y^2 + 1 \leq 3xy$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 + y^2) + 2(x^2 + y^2) - \log_2(3xy + x^2) - x^2 + \log_2 2 \leq 3xy$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 + y^2) + 2(x^2 + y^2) - \log_2 \frac{3xy + x^2}{2} - x^2 \leq 3xy$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 + y^2) + 2(x^2 + y^2) \leq \log_2 \frac{3xy + x^2}{2} + x^2 + 3xy$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + 2t$, dễ thấy hàm số luôn đồng biến với $\forall t > 0$. Từ đó ta có:

$$x^2 + y^2 \leq \frac{3xy + x^2}{2}. \text{ Chia hai vế cho } y^2, \text{ ta được: } \left(\frac{x}{y}\right)^2 - 3\left(\frac{x}{y}\right) + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq \frac{x}{y} \leq 2$$

Biểu thức P được viết lại: $P = \frac{2\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{x}{y} + 2}{2\frac{x}{y} - 1} = \frac{2t^2 - t + 2}{2t - 1}$, với $t \in [1; 2]$.

Khảo sát hàm số $P(t)$ trên $[1; 2]$ ta tìm được $\min_{[1; 2]} P(t) = \frac{5}{2}$

Câu 45: Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16} (x + y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $P = ab$.

A. $P = 6$.

B. $P = 5$.

C. $P = 8$.

D. $P = 4$.

Lời giải

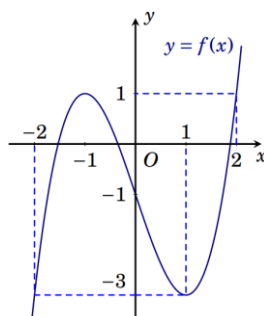
Chọn B

Giả sử $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16} (x + y) = t$.

Khi đó $\begin{cases} x = 9^t \\ y = 12^t \\ x + y = 16^t \end{cases} \Rightarrow 9^t + 12^t = 16^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{4}\right)^t - 1 = 0 \Rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

Do đó $\frac{x}{y} = \frac{9^t}{12^t} = \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow ab = 5$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên.



Phương trình $f(2\sin x) = m$ có đúng ba nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ khi và chỉ khi:

A. $m \in \{-3; 1\}$.

B. $m \in (-3; 1)$.

C. $m \in [-3; 1)$.

D. $m \in (-3; 1]$.

Lời giải

Chọn A

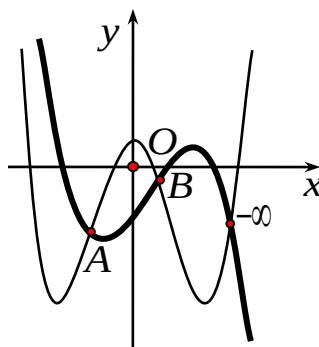
Đặt $t = 2\sin x$. Với $x \in [-\pi; \pi] \Rightarrow t \in (-2; 2)$.

$\Rightarrow f(t) = m$.

Số nghiệm của phương trình $f(t) = m$ là số giao điểm của $y = f(t)$ và $y = m$.

Dựa vào đồ thị ta thấy, để phương trình $f(t) = m$ có ba nghiệm thì có một nghiệm $\sin x$ thuộc khoảng $(-1;1)$, một nghiệm là 1 và một nghiệm là -1 . Như vậy đồ thị hàm số $y = f(t)$ cắt đường thẳng $y = m$ tại hai điểm có hoành độ bằng 2 hoặc -2 . Khi đó $m = 1, m = -3$.

Câu 47: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong nét đậm, đồ thị hàm số $y = g'(x)$ là đường cong nét mảnh như hình vẽ. Gọi ba giao điểm A, B, C của $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ trên hình vẽ lần lượt có hoành độ là a, b, c .



Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ trên đoạn $[a; c]$?

- A.** $\min_{[a;c]} h(x) = h(0)$. **B.** $\min_{[a;c]} h(x) = h(a)$. **C.** $\min_{[a;c]} h(x) = h(b)$. **D.** $\min_{[a;c]} h(x) = h(c)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $h'(x) = f'(x) - g'(x)$.

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = b \\ x = c \end{cases}$$

$$\forall x \in (b; c): f'(x) - g'(x) > 0$$

$$\forall x \in (a; b): f'(x) - g'(x) < 0.$$

Xét bảng biến thiên:

x	a	b	c
h'	$-$	0	$+$
h	$h(a)$	$h(b)$	$h(c)$

Từ bảng biến thiên ta có: $\min_{[a;c]} h(x) = h(b)$.

Câu 48: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn là $M(1; -2)$?

- A.** $z = 1 + 2i$. **B.** $z = 1 - 2i$. **C.** $z = -1 - 2i$. **D.** $z = -1 + 2i$.

Lời giải

Chọn B

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-3	-2	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		5	0	$-\infty$

Tìm giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$.

A. 5.

B. -3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số là $y = 0$

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$

Số nghiệm thực dương của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$

x	$-\infty$	a	-1	b	0	c	1	d	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	1	2	1	2	1	2	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên suy ra đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số tại 4 điểm trong đó có hai điểm có hoành độ dương.

Vậy phương trình $2f(x) - 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

