



Câu 1. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$. Hỏi khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A. $F(x) + G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) + g(x)$.
B. $kF(x)$ là một nguyên hàm của $kf(x)$ (với k là một hằng số thực).
C. $F(x) - G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) - g(x)$.
D. $F(x)G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)g(x)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		2		3		$-\infty$

Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; 3)$. B. $(-3; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; -3)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. Một vec-tơ chỉ phương của d là

- A. $\vec{u}_4 = (1; 3; -1)$. B. $\vec{u}_3 = (1; 2; 5)$. C. $\vec{u}_1 = (1; 3; 1)$. D. $\vec{u}_2 = (-1; 3; -1)$.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{3-x}$ là đường thẳng

- A. $y = \frac{2}{3}$. B. $y = -1$. C. $y = -2$. D. $y = 3$.

Câu 5. Công thức nào dưới đây dùng để tính thể tích V của khối chóp với diện tích đáy B và chiều cao h ?

- A. $V = \frac{1}{2}Bh$. B. $V = \frac{1}{6}Bh$. C. $V = \frac{1}{3}Bh$. D. $V = Bh$.

Câu 6. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^2 (f(x) - x) dx =$

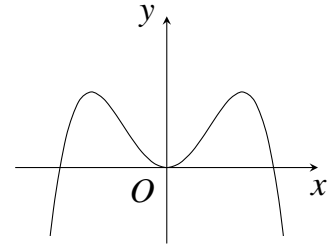
- A. 2. B. -1. C. 1. D. 5.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(-1; 2; 1)$ trên trục Oy có tọa độ là

- A. $(0; 0; 1)$. B. $(0; 2; 0)$. C. $(-1; 2; 0)$. D. $(-1; 0; 1)$.

Câu 8. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 + 2x^2$.
C. $y = -x^4 + 2x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2$.



Câu 9. Nghiệm của phương trình $2^{x-5} = 4$ là

- A. $x = 7$. B. $x = -1$. C. $x = 9$. D. $x = 5$.

Câu 10. Nếu $\bar{z} = 2 - 3i$ thì $z =$

- A. $-2 - 3i$. B. $2 + 3i$. C. $-2 + 3i$. D. $2 - 3i$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_{\sqrt{2}} a$ bằng với

- A. $\frac{1}{2} \log_2 a$. B. $2 \log_2 a$. C. $\log_2 a$. D. $\sqrt{2} \log_2 a$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \log(x - 1)$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-1; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $[1; +\infty)$.

Câu 13. Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và có thể tích bằng 6 thì có chiều cao bằng

- A. 2. B. 3. C. 6. D. 4.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến mặt phẳng $(P) : x - 3y + z - 1 = 0$ bằng

- A. $\frac{5\sqrt{11}}{11}$. B. $\frac{\sqrt{15}}{11}$. C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{12}}{3}$.

Câu 15. Cho các số thực a và b thỏa mãn $\log_5(5^a \cdot \sqrt{5}^b) = \log_{\sqrt{5}} 5$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a + 4b = 4$. B. $2a + b = 1$. C. $2a + 4b = 4$. D. $2a + b = 4$.

Câu 16. Một cấp số cộng có hai số hạng đầu tiên lần lượt là 1 và 4, hỏi số hạng thứ 5 bằng bao nhiêu?

- A. 13. B. 16. C. 10. D. 7.

Câu 17. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = 3$. Khi quay D quanh trục hoành, ta thu được khối tròn xoay với thể tích V được tính bởi công thức

- A. $V = \pi \int_1^3 \sqrt{x} dx$. B. $V = \int_1^3 x dx$. C. $V = \pi \int_1^3 x dx$. D. $V = \int_1^3 \sqrt{x} dx$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 25 = 0$ có bán kính bằng

- A. 75. B. $\sqrt{75}$. C. 25. D. 5.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Khi đó, phần ảo của số phức $z_1 z_2$ bằng

- A. 3. B. $3i$. C. -2 . D. $-2i$.

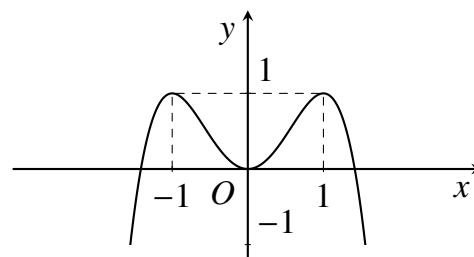
Câu 20. Có bao nhiêu cách chia 5 gói quà giống nhau cho 3 đứa trẻ, sao cho ai cũng có quà?

- A. 10. B. 6. C. 20. D. 15.

Câu 21. Cho hàm số bậc bốn trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị như trong hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình

$$f(x) = \frac{3}{4}$$

- A. 4. B. 3.
C. 2. D. 1.



Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 23. Tổng mô-đun các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 25 = 0$ bằng

- A. 14. B. 10. C. 6. D. 8.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x - 2 \log_2 x - 3 > 0$ là

- A. $\left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (8; +\infty)$. B. $(-1; 3)$.
C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (8; +\infty)$.

Câu 25. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có các kích thước là 1, 2 và 3 bằng

- A. 49π . B. 6π . C. 28π . D. 14π .

Câu 26. Xét tích phân $\int_1^e \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$. Bằng cách đổi biến số $t = \ln x$, tích phân đang xét trở thành

- A. $\int_1^e \sqrt{t} dt$. B. $\int_1^e t dt$. C. $\int_0^1 t dt$. D. $\int_0^1 \sqrt{t} dt$.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x < 1$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; e)$. C. $(0; e)$. D. $(-\infty; e)$.

Câu 28. Cho hai số phức phân biệt z_1 và z_2 . Hỏi trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z là một đường thẳng nếu điều kiện nào dưới đây được thỏa mãn?

- A. $|z - z_1| = 1$. B. $|z - z_1| + |z - z_2| = |z_1 - z_2|$.
C. $|z - z_2| = 1$. D. $|z - z_1| = |z - z_2|$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; 1)$ và $B(2; -2; -3)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 6$.
 B. $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 36$.
 C. $x^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$.
 D. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9$.

Câu 30. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x - 1$ trên đoạn $[0; 2]$. Tính giá trị của biểu thức $P = 6M + 2020$.

- A. $P = 2007$.
 B. $P = 2019$.
 C. $P = 2014$.
 D. $P = 2018$.

Câu 31. Nếu một hình nón có chiều cao và bán kính đáy cùng bằng 2 thì có diện tích xung quanh bằng

- A. $4\sqrt{2}\pi$.
 B. 4π .
 C. 8π .
 D. $8\sqrt{2}\pi$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(-3; 2; 9)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $x - 3z + 10 = 0$.
 B. $-4x + 12z - 10 = 0$.
 C. $x - 3y + 10 = 0$.
 D. $x + 3z + 10 = 0$.

Câu 33. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2|x^2 - 3|$ và đường thẳng $y = 2$ là

- A. 3.
 B. 4.
 C. 2.
 D. 6.

Câu 34. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng cạnh đáy. Hỏi góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) gần nhất với kết quả nào dưới đây?

- A. $89^\circ 31'$.
 B. $61^\circ 28'$.
 C. $70^\circ 32'$.
 D. $109^\circ 29'$.

Câu 35. Một hình nón và một hình trụ có cùng chiều cao h và bán kính đáy r , hơn nữa diện tích xung quanh của chúng cũng bằng nhau. Khi đó, tỉ số $\frac{h}{r}$ bằng

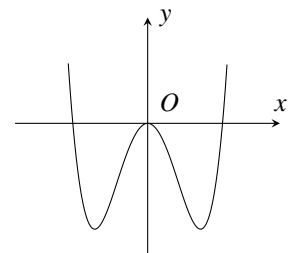
- A. $\frac{1}{2}$.
 B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
 C. $\sqrt{3}$.
 D. 2.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$ và mặt phẳng $(P) : 2x + y + z - 1 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) , cắt và vuông góc với d . Vec-tơ nào dưới đây là một vec-tơ chỉ phương của Δ ?

- A. $\vec{u}_3 = \left(1; -2; -\frac{7}{2}\right)$.
 B. $\vec{u}_1 = (-1; -2; 0)$.
 C. $\vec{u}_2 = (1; -2; 0)$.
 D. $\vec{u}_4 = \left(2; -\frac{1}{2}; -\frac{7}{2}\right)$.

Câu 37. Cho hàm số bậc 4 trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị như trong hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2.
 B. 3.
 C. 4.
 D. 5.



Câu 38. Cho khối lập phương L và gọi B là khối bát diện đều có các đỉnh là tâm các mặt của L . Tỉ số thể tích của B và L là

- A. $\frac{1}{3}$.
 B. $\frac{1}{2}$.
 C. $\frac{1}{6}$.
 D. $\frac{1}{4}$.

Câu 39. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình

$$x + 1 = 2 \log_2 (2^x + 3) - \log_2 (2020 - 2^{1-x}).$$

A. 2020.

B. $\log_2 2020$.

C. $\log_2 13$.

D. 13.

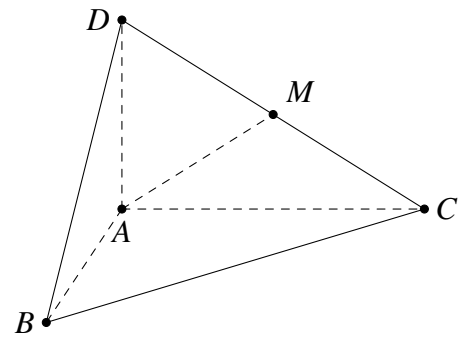
Câu 40. Tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc và có độ dài lần lượt là 2, 2 và 3. Gọi M là trung điểm của DC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BC .

A. $\frac{\sqrt{22}}{6}$.

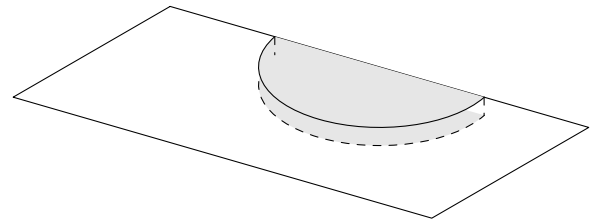
B. $\frac{3\sqrt{22}}{11}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.



Câu 41. Sân vườn nhà ông An có dạng hình chữ nhật, với chiều dài và chiều rộng lần lượt là 8 mét và 6 mét. Trên đó, ông đào một cái ao nuôi cá hình bán nguyệt có bán kính bằng 2 mét (tức là lòng ao có dạng một nửa của khối trụ cắt bởi mặt phẳng qua trục, tham khảo thêm ở hình vẽ bên).



Phần đất đào lên, ông san bằng trên phần vườn còn lại, và làm cho mặt nền của vườn được nâng lên 0,1 mét. Hỏi sau khi hoàn thành, ao cá có độ sâu bằng bao nhiêu? (Kết quả tính theo đơn vị mét, làm tròn đến hàng phần trăm.)

A. 0,71 mét.

B. 0,81 mét.

C. 0,76 mét.

D. 0,66 mét.

Câu 42. Có 3 hộp đựng bi, hộp thứ nhất đựng 10 bi xanh, hộp thứ hai đựng 5 bi xanh và 5 bi đỏ, hộp thứ ba đựng 10 bi đỏ. Người ta chọn ngẫu nhiên một hộp, sau đó bốc ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp đó thì được cả 2 bi màu xanh. Hỏi nếu tiếp tục bốc thêm 1 viên bi nữa ở hộp đó (hai bi đã bốc trước đó không được trả lại vào hộp) thì xác suất bốc được bi xanh bằng bao nhiêu?

A. $\frac{39}{72}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{11}{16}$.

D. $\frac{39}{44}$.

Câu 43. Trên mặt phẳng tọa độ, cho đường cong $(C) : y = x^4 - 4x^2 + 2$ và hai điểm $A(-\sqrt{2}; 0)$, $B(\sqrt{2}; 0)$. Có tất cả bao nhiêu điểm trên (C) mà tổng khoảng cách từ điểm đó đến các điểm A và B bằng $2\sqrt{6}$?

A. 3.

B. 7.

C. 6.

D. 1.

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ đồng biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$.

A. $m \in (2; +\infty)$.

B. $m \in (-\infty; 0]$.

C. $m \in [1; 2)$.

D. $m \in (0; +\infty)$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 0$, $f(2) = 2$ và $|f'(x)| \leq 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết rằng tập tất cả các giá trị của tích phân $\int_0^2 f(x) dx$ là khoảng $(a; b)$, tính $b - a$.

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0
$f(x)$			5		1
	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		

Số nghiệm thuộc nửa khoảng $(-\infty; 2020]$ của phương trình $2f(f(2x-1)) + 3 = 0$ là

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = \frac{x - m^2 + m}{x + 1}$. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = |f(x)|$ trên đoạn $[1; 2]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng các phần tử của tập hợp S .

- A. 0. B. 1. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 48. Cho a là một số nguyên khác không và b là một số thực dương thỏa mãn $ab^2 = \log_2 b$. Hỏi số nào là số trung vị trong dãy $0, 1, a, b, \frac{1}{b}$?

- A. a . B. $\frac{1}{b}$. C. 1. D. b .

Câu 49. Có tất cả bao nhiêu cặp các số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $\frac{\log_2(x^2 - 2x + y^2) + 1}{\log_2(x^2 + y^2 - 1)} < 1$?

- A. 5. B. 4. C. 2. D. 6.

Câu 50. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $\angle ASB = 30^\circ$. Một mặt phẳng thay đổi qua A cắt các cạnh SB và SC lần lượt tại M và N . Tính tỉ số thể tích của các khối chóp $S.AMN$ và $S.ABC$ khi chu vi tam giác AMN đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $2(\sqrt{3} - 1)$. B. $\frac{3 + \sqrt{2}}{5}$. C. $\frac{3(\sqrt{3} - 1)}{4}$. D. $2(2 - \sqrt{3})$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

BẢNG ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề thi 357

1. D 2. B 3. D 4. C 5. C 6. C 7. B 8. C 9. A 10. B
11. B 12. C 13. A 14. A 15. D 16. A 17. C 18. D 19. A 20. B
21. A 22. C 23. B 24. A 25. D 26. D 27. C 28. D 29. D 30. D
31. A 32. A 33. D 34. C 35. B 36. C 37. D 38. C 39. C 40. B
41. C 42. D 43. B 44. A 45. D 46. C 47. B 48. D 49. A 50. D

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	D	C	C	C	B	C	A	B	B	C	A	A	D	A	C	D	A	B	A	C	B	A	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	D	A	D	A	A	D	C	B	C	D	C	C	B	D	B	B	A	D	C	B	D	A	D

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$. Họ khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $F(x) + G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) + g(x)$.
 B. $kF(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ (Với k là một số thực).
 C. $F(x) - G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) - g(x)$.
D. $F(x).G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x).g(x)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	2	3	$-\infty$	

Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(2; 3)$. B. $(-3; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; -3)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên $(-3; 2)$.

Câu 3. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Một vectơ chỉ phương của d là

- A. $\vec{u}_4(1; 3; -1)$. B. $\vec{u}_3(1; 2; 5)$. C. $\vec{u}_1(1; 3; 1)$. D. $\vec{u}_2(-1; 3; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}_2(-1; 3; -1)$.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{3-x}$ là đường thẳng

A. $y = \frac{3}{2}$.

B. $y = -1$.

C. $y = -2$.

D. $y = 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(2 - \frac{3}{x} \right)}{x \left(\frac{3}{x} - 1 \right)} = -2$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(2 - \frac{3}{x} \right)}{x \left(\frac{3}{x} - 1 \right)} = -2$

Vậy $y = -2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Câu 5. Công thức nào dưới đây dùng để tính thể tích V của khối chóp với diện tích đáy là B và chiều cao h

A. $V = \frac{1}{2} Bh$.

B. $V = \frac{1}{6} Bh$.

C. $V = \frac{1}{3} Bh$.

D. $V = Bh$.

Lời giải

Chọn C

Câu 6. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^2 (f(x) - x) dx$ bằng

A. 2.

B. -1.

C. 1.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_0^2 (f(x) - x) dx = \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 x dx = 3 - \frac{1}{2} x^2 \Big|_0^2 = 3 - 2 = 1$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ hình chiếu vuông góc của điểm $A(-1; 2; 1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(0; 0; 1)$.

B. $(0; 2; 0)$.

C. $(-1; 2; 0)$.

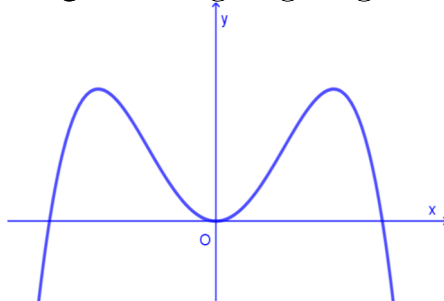
D. $(-1; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(-1; 2; 1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0; 2; 0)$.

Câu 8. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

B. $y = x^4 + 2x^2$.

C. $y = -x^4 + 2x^2$.

D. $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Chọn C

Đây là đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương với hệ số $a < 0$.

Đồ thị đi qua gốc tọa độ nên chọn đáp án

C.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2^{x-5} = 4$ là

A. $x = 7$.

B. $x = -1$.

C. $x = 9$.

D. $x = 5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{x-5} = 4 \Leftrightarrow 2^{x-5} = 2^2 \Leftrightarrow x-5 = 2 \Leftrightarrow x = 7$.

Câu 10. Nếu $\bar{z} = 2 - 3i$ thì z bằng

A. $-2 - 3i$.

B. $2 + 3i$.

C. $-2 + 3i$.

D. $2 - 3i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\bar{z} = 2 - 3i \Rightarrow z = 2 + 3i$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy, $\log_{\sqrt{2}} a$ bằng với

A. $\frac{1}{2} \log_2 a$.

B. $2 \log_2 a$.

C. $\log_2 a$.

D. $\sqrt{2} \log_2 a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_{\sqrt{2}} a = \log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}} a = 2 \log_2 a$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \log(x-1)$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-1; +\infty)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $[1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Tập xác định của hàm số là $(1; +\infty)$.

Câu 13. Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và có thể tích bằng 6 thì có chiều cao bằng

A. 2.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V = B.h \Rightarrow h = \frac{V}{B} = \frac{6}{3} = 2$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến mặt phẳng $(P): x - 3y + z - 1 = 0$ bằng

A. $\frac{5\sqrt{11}}{11}$.

B. $\frac{\sqrt{15}}{11}$.

C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{12}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Khoảng cách từ M đến (P) bằng: $d(M; (P)) = \frac{|1 - 3 \cdot 2 + 1 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2 + 1^2}} = \frac{5\sqrt{11}}{11}$.

Câu 15. Cho các số thực a, b thỏa mãn $\log_5(5^a \cdot \sqrt{5}^b) = \log_{\sqrt{5}} 5$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a - 4b = 4$.

B. $2a + b = 1$.

C. $2a + 4b = 4$.

D. $2a + b = 4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_5(5^a \cdot \sqrt{5}^b) = \log_{\sqrt{5}} 5 \Leftrightarrow \log_5 5^a + \log_5 \sqrt{5}^b = \log_{\frac{1}{5^{\frac{1}{2}}}} 5 \Leftrightarrow a + \frac{1}{2}b = 2 \Leftrightarrow 2a + b = 4$.

Câu 16. Một cấp số cộng có hai số hạng đầu tiên lần lượt là 1 và 4. Hỏi số hạng thứ 5 bằng bao nhiêu?

A. 13.

B. 16.

C. 10.

D. 7.

Lời giải**Chọn A**

Ta có $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 3 \Rightarrow u_5 = u_1 + 4d = 13$

Vậy $u_5 = 13$

Câu 17. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = 3$. Khi xoay D quanh trục hoành, ta thu được khối tròn xoay với thể tích V được tính bởi công thức

A. $V = \pi \int_1^3 \sqrt{x} dx$. B. $V = \int_1^3 x dx$. C. $V = \pi \int_1^3 x dx$. D. $V = \int_1^3 \sqrt{x} dx$.

Lời giải**Chọn C**

Thể tích khối tròn xoay sinh bởi D khi quay quanh trục Ox là $V = \pi \int_1^3 x dx$

Câu 18. Trong không gian Oxyz, mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 25 = 0$ có bán kính bằng

A. 75. B. $\sqrt{75}$. C. 25. D. 5.

Lời giải**Chọn D**

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{(4)^2 + (-5)^2 + (3)^2 - 25} = 5$

Vậy $R = 5$

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Khi đó phần ảo của số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng

A. 3. B. $3i$. C. -2. D. $-2i$.

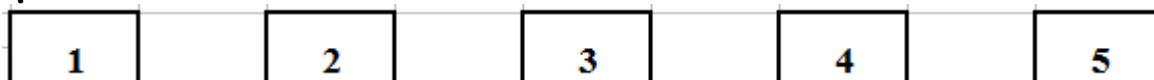
Lời giải**Chọn A**

Ta có $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + 2i \Rightarrow z_1 \cdot z_2 = (2 - i) \cdot (1 + 2i) = 2 + 4i - i - 2i^2 = 4 + 3i$

Vậy phần ảo của số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng 3

Câu 20. Có bao nhiêu cách chia 5 gói quà giống nhau cho 3 đứa trẻ sao cho ai cũng có quà.

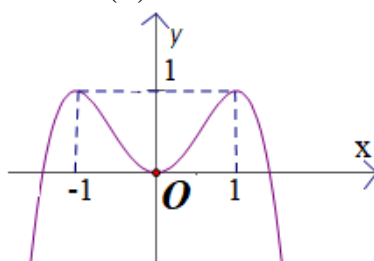
A. 10. B. 6. C. 20. D. 15.

Lời giải**Chọn B**

Giả sử 5 gói quà được xếp thành một hàng ngang, giữa chúng có 4 khoảng trống. Đặt một cách bất kỳ 2 vạch vào 2 trong số 4 khoảng trống đó, ta được một cách chia 5 gói quà ra thành 3 phần để lần lượt gán cho 3 người. Khi đó mỗi người được ít nhất 1 gói quà và tổng số gói quà của 3 người bằng 5 thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Vậy số cách chia 5 gói quà giống nhau cho 3 đứa trẻ sao cho ai cũng có quà là $C_4^2 = 6$.

Câu 21. Cho hàm số bậc bốn trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị như trong hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{3}{4}$ là

A. 4.

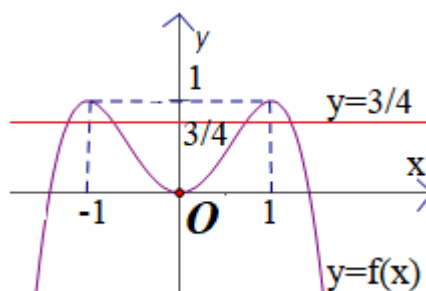
B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A



Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{3}{4}$ bằng số giao điểm của hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = \frac{3}{4}$.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = \frac{3}{4}$ có 4 giao điểm nên phương trình

$f(x) = \frac{3}{4}$ có 4 nghiệm.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần khi đi qua các nghiệm $x = -2$ và $x = 2$ của phương trình $f'(x) = 0$.

Vậy hàm số đã cho đạt cực trị tại các điểm $x = -2$ và $x = 2$.

Câu 23. Tổng modun các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 25 = 0$ bằng

A. 14.

B. 10.

C. 6.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z^2 - 6z + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 + 4i \\ z_2 = 3 - 4i \end{cases}$.

Vậy $|z_1| + |z_2| = \sqrt{3^2 + 4^2} + \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 10$.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 > 0$ là

A. $\left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (8; +\infty)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (3; +\infty)$.

D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (8; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x < -1 \\ \log_2 x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < \frac{1}{2} \\ x > 8 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (8; +\infty).$

Câu 25. Diện tích của một mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có các kích thước 1; 2 và 3 bằng

A. 49π .

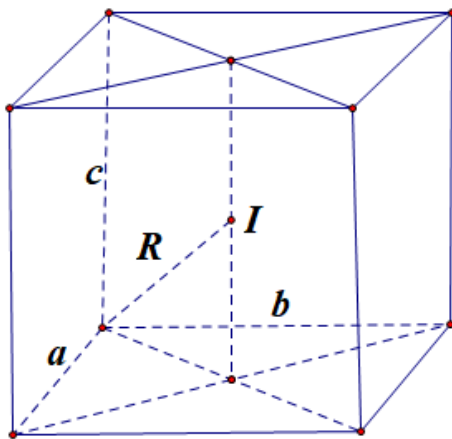
B. 6π .

C. 28π .

D. 14π .

Lời giải

Chọn D



Bán kính của một mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có các kích thước $a; b; c$ là

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Ta có $R = \frac{1}{2} \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$

Vậy diện tích của một mặt cầu cần tìm là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{14}{4} = 14\pi.$

Câu 26. Xét tích phân: $I = \int_1^e \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$. Bằng cách đổi biến $t = \ln x$, tích phân đang xét trở thành:

A. $\int_1^e \sqrt{t} dt.$

B. $\int_1^e t dt.$

C. $\int_0^1 t dt.$

D. $\int_0^1 \sqrt{t} dt.$

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$

$x = 1 \Rightarrow t = \ln 1 = 0$

$x = e \Rightarrow t = \ln e = 1$

Khi đó $I = \int_0^1 \sqrt{t} dt.$

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình: $\ln x < 1$ là

A. $(-\infty; 1).$

B. $(1; e).$

C. $(0; e).$

D. $(-\infty; e).$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\ln x < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < e^1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < e$

Tập nghiệm của bất phương trình: $(0; e)$

Câu 28. Cho hai số phức phân biệt z_1 và z_2 . Hỏi trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường thẳng nếu điều kiện nào dưới đây thỏa mãn:

- A.** $|z - z_1| = 1$. **B.** $|z - z_1| + |z - z_2| = |z_1 - z_2|$. **C.** $|z - z_2| = 1$. **D.** $|z - z_1| = |z - z_2|$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A, B, M lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, z .

Khi đó:

$|z - z_1| = 1 \Leftrightarrow MA = 1$. Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn tâm A , bán kính bằng 1.

$|z - z_1| + |z - z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow MA + MB = AB$. Do đó điểm M là trung điểm đoạn thẳng AB

$|z - z_2| = 1 \Leftrightarrow MB = 1$. Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn tâm B bán kính bằng 1.

$|z - z_1| = |z - z_2| \Leftrightarrow MA = MB$. Do đó, Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3), B(-3; 2; 9)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

- A.** $x - 3z + 10 = 0$. **B.** $-4x + 12y - 10 = 0$. **C.** $x - 3y - 10 = 0$. **D.** $x + 3z + 10 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

Gọi M là trung điểm đoạn thẳng $AB \Rightarrow M(-1; 2; 3)$.

Vì (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB nên $M \in (P)$ và $\overrightarrow{AB} = (-4; 0; 12)$ là một vector pháp tuyến của (P) .

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và nhận vector $\vec{n} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = (1; 0; -3)$ làm một vector pháp tuyến là: $x + 1 + 0(y - 2) - 3(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x - 3z + 10 = 0$.

Vậy phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là: $x - 3z + 10 = 0$.

Câu 30. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x - 1$ trên đoạn $[0; 2]$. Tính giá trị của biểu thức $P = 6M + 2020$.

- A.** 2007. **B.** 2019. **C.** 2014. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$y' = x^2 + x - 2$$

$$\begin{cases} y' = 0 \\ 0 < x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 2 = 0 \\ 0 < x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \\ 0 < x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

$$y(0) = -1, y(1) = \frac{-13}{6}, y(2) = \frac{-1}{3}$$

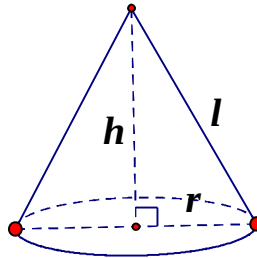
Từ đó ta suy ra: $\max_{[0;2]} y = \frac{-1}{3}$ khi $x = 2$

Do đó $M = \frac{-1}{3} \Rightarrow P = 6M + 2020 = 6 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right) + 2020 = 2018$.

- Câu 31.** Nếu một hình nón có chiều cao và bán kính đáy cùng bằng 2 thì có diện tích xung quanh bằng
A. $4\sqrt{2}\pi$. **B.** 4π . **C.** 8π . **D.** $8\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $h = r = 2$.

$$\Rightarrow l = 2\sqrt{2}$$

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\pi$.

- Câu 32.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(-3;2;9)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là
A. $x - 3z + 10 = 0$. **B.** $-4x + 12z - 10 = 0$. **C.** $x - 3y + 10 = 0$. **D.** $x + 3z + 10 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Rightarrow I(-1;2;3)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-4;0;12)$.

Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB đi qua $I(-1;2;3)$ và nhận $\vec{n} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = (1;0;-3)$ làm vector pháp tuyến.

Phương trình (α) là: $(x+1) - 3(z-3) = 0 \Leftrightarrow x - 3z + 10 = 0$.

- Câu 33.** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2|x^2 - 3|$ và đường thẳng $y = 2$ là
A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

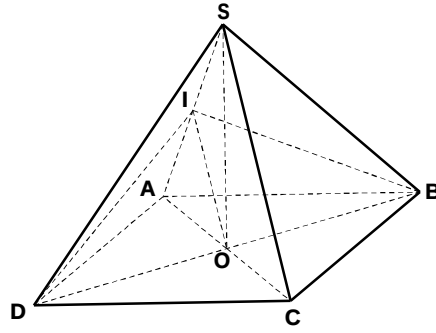
Lời giải

Chọn D

Ta có: $y = x^2|x^2 - 3| = |x^4 - 3x^2|$.

Xét hàm số $g(x) = x^4 - 3x^2$. Ta có: $g'(x) = 4x^3 - 6x$.

$$\text{Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = \sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow y = -\frac{9}{4} \\ x = -\sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow y = -\frac{9}{4} \end{cases}$$



Gọi $O = AC \cap BD$, chóp $S.ABCD$ là chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Suy ra $SO \perp BD$ mà $AC \perp BD$ (do $ABCD$ là hình vuông) nên $BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SA$.

Kẻ $OI \perp SA \Rightarrow SA \perp (IBD) \Rightarrow SA \perp IB, SA \perp ID$.

Do đó $\widehat{(SAB), (SAD)} = \widehat{(IB, ID)}$.

Giả sử cạnh bên và cạnh đáy của chóp cùng bằng a .

Do IB, ID lần lượt là trung tuyến của hai tam giác đều SAB, SAD cạnh a nên $IB = ID = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Mặt khác, ta có $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác IBD có $BD^2 = IB^2 + ID^2 - 2 \cdot IB \cdot ID \cdot \cos \widehat{BID}$

$$\Leftrightarrow 2a^2 = \frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{4}a^2 - 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \widehat{BID} \Leftrightarrow \cos \widehat{BID} = \frac{1}{3} \Rightarrow \widehat{BID} \approx 70^\circ 31'.$$

Câu 35. Một hình nón và một hình trụ có cùng chiều cao h và bán kính đáy r , hơn nữa diện tích xung quanh của chúng cũng bằng nhau. Khi đó, tỉ số $\frac{h}{r}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = \sqrt{h^2 + r^2}$.

Ta có diện tích xung quanh hình nón là $S_N = \pi r l = \pi r \sqrt{h^2 + r^2}$.

Diện tích xung quanh hình trụ là $S_T = 2\pi r l = 2\pi r h$.

$$\text{Mà } S_N = S_T \Leftrightarrow 2\pi r h = \pi r \sqrt{h^2 + r^2} \Leftrightarrow 2h = \sqrt{h^2 + r^2} \Leftrightarrow 4h^2 = h^2 + r^2$$

$$\Leftrightarrow 3h^2 = r^2 \Leftrightarrow \frac{h^2}{r^2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{h}{r} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 1 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d . Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của Δ ?

- A. $\vec{u}_3 = \left(1; -2; -\frac{7}{2}\right)$. B. $\vec{u}_1 = (-1; -2; 0)$. C. $\vec{u}_2 = (1; -2; 0)$. D. $\vec{u}_4 = \left(2; -\frac{1}{2}; -\frac{7}{2}\right)$.

Lời giải

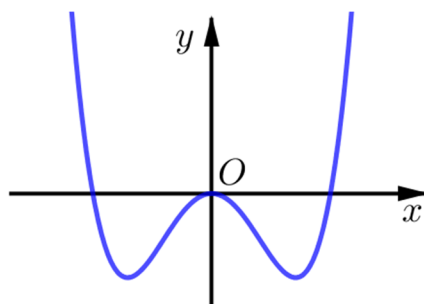
Chọn C

Ta có đường thẳng d có vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -3)$ và mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 1; 1)$.

Vì Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d nên Δ nhận vector $[\vec{u}, \vec{n}] = (4; -8; 0) = 4(1; -2; 0)$ là một vector chỉ phương.

Vậy $\vec{u}_2 = (1; -2; 0)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

Câu 37. Cho hàm số bậc 4 trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị như trong hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

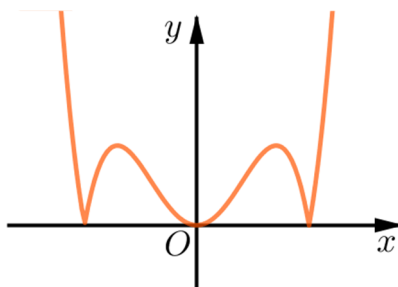
Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |f(x)|$ như sau:

+ Giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm phía trên trục hoành.

+ Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C) nằm phía dưới trục hoành.

+ Bỏ phần đồ thị (C) nằm phía dưới trục hoành.

Ta được đồ thị $(C'): y = |f(x)|$ như hình sau:



Vậy đồ thị $(C'): y = |f(x)|$ có năm điểm cực trị.

Câu 38. Cho khối lập phương L và gọi B là khối bát diện đều có các đỉnh là tâm các mặt của L . Tỉ số thể tích của B và L là

A. $\frac{1}{3}$.

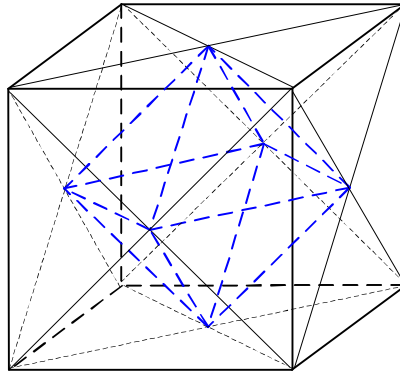
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử hình lập phương L có cạnh là a . Suy ra thể tích lập phương L là $V = a^3$.

Khối bát diện đều B có các đỉnh là tâm các mặt của L có cạnh là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra thể tích khối bát diện đều B là $V' = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{a^3}{6}$.

Vậy tỉ số thể tích của B và L là: $\frac{V'}{V} = \frac{1}{6}$.

Câu 39. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $x+1=2\log_2(2^x+3)-\log_2(2020-2^{1-x})$.

A. 2020.

B. $\log_2 2020$.

C. $\log_2 13$.

D. 13.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $2020-2^{1-x} > 0 \Leftrightarrow 2^{1-x} < 2020 \Leftrightarrow 2^x > \frac{1}{1010} \Leftrightarrow x > -\log_2 1010$.

Ta có:

$$x+1=2\log_2(2^x+3)-\log_2(2020-2^{1-x}) \Leftrightarrow x+1=\log_2 \frac{(2^x+3)^2}{2020-2^{1-x}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(2^x+3)^2}{2020-2^{1-x}} = 2^{x+1} \Leftrightarrow 2^{2x} + 6 \cdot 2^x + 9 = 4040 \cdot 2^x - 4$$

$$\Leftrightarrow 2^{2x} - 4036 \cdot 2^x + 13 = 0 \quad (1)$$

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$), phương trình (1) trở thành: $t^2 - 4036t + 13 = 0$ (2).

Dễ thấy phương trình (2) luôn có hai nghiệm dương phân biệt là t_1, t_2 .

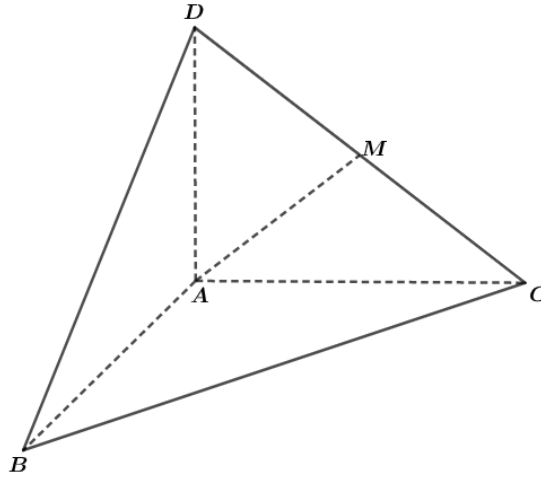
Suy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt là: $x_1 = \log_2 t_1$; $x_2 = \log_2 t_2$.

Khi đó: $x_1 + x_2 = \log_2 t_1 + \log_2 t_2 = \log_2(t_1 t_2) = \log_2 13$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho là: $\log_2 13$.

Câu 40. Tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc và có độ dài lần lượt là 2, 2 và 3.

Gọi M là trung điểm của DC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BC .



A. $\frac{\sqrt{22}}{6}$.

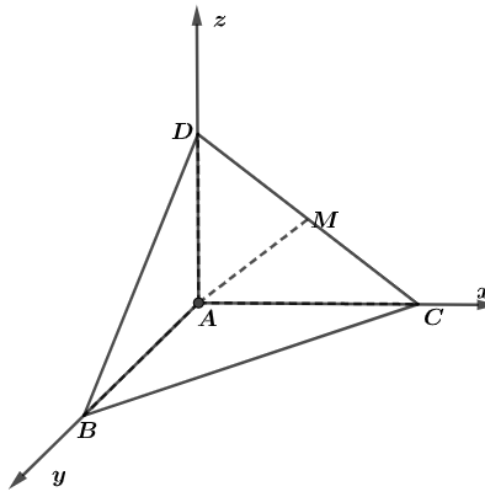
B. $\frac{3\sqrt{22}}{11}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta chọn hệ tọa độ $Axyz$ như hình vẽ với $A(0;0;0)$, $C(2;0;0)$, $B(0;2;0)$; $D(0;0;3)$.

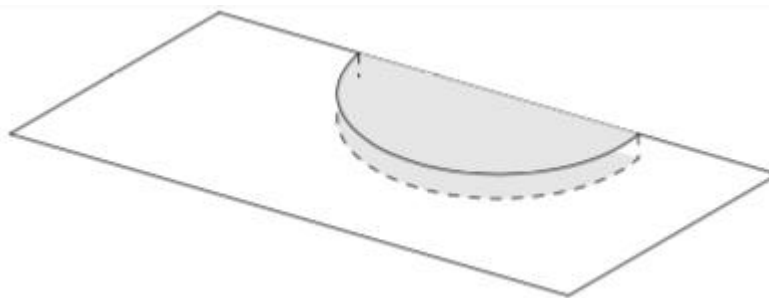
Vì M là tung độ DC nên $M\left(1;0;\frac{3}{2}\right)$.

$$\overrightarrow{AM} = \left(1;0;\frac{3}{2}\right), \overrightarrow{BC} = (2;-2;0); \overrightarrow{AC} = (2;0;0).$$

$$[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BC}] = (3;3-2) \Rightarrow [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BC}] \cdot \overrightarrow{AC} = 6.$$

$$d(AM, BC) = \frac{|[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BC}] \cdot \overrightarrow{AC}|}{\|[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BC}]\|} = \frac{6}{\sqrt{9+9+4}} = \frac{3\sqrt{22}}{11}.$$

Câu 41. Sân vườn nhà ông An có dạng hình chữ nhật, với chiều dài và chiều rộng lần lượt là $8m; 6m$. Trên đó, ông đào một cái ao nuôi cá hình bán nguyệt có bán kính bằng $2m$ (tức là lòng ao có dạng một nửa của khối trụ các bởi mặt phẳng qua trục, tham khảo hình vẽ bên dưới).



Phần đất đào lên, ông san bằng trên phần vườn còn lại và làm cho mặt nền của vườn được nâng lên $0,1m$. Hỏi sau khi hoàn thành, ao cá có độ sâu bằng bao nhiêu? (Kết quả được tính theo đơn vị mét, làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $0,71m$.

B. $0,81m$.

C. $0,76m$.

D. $0,66m$.

Lời giải

Chọn D

Gọi chiều sâu của ao cá là x .

Thể tích đất đào lên để làm ao cá là: $\frac{1}{2}(\pi r^2 \cdot h) = \frac{1}{2}(\pi \cdot 2^2 x) = 2\pi x$.

Thể tích đất để san bằng phần vườn còn lại là: $0,1 \cdot \left(8,6 - \frac{1}{2}\pi r^2\right) = 0,1 \cdot (48 - 2\pi)$.

Vì thể tích đất đào lên bằng thể tích để san bằng phần vườn $\Rightarrow 2\pi x = 0,1 \cdot (48 - 2\pi)$

$\Rightarrow x \approx 0,66m$.

Vậy độ sâu của cái ao là $0,66m$.

Câu 42. Có 3 hộp đựng bi, hộp thứ nhất đựng 10 bi xanh, hộp thứ hai đựng 5 bi xanh và 5 bi đỏ, hộp thứ ba đựng 10 bi đỏ. Người ta chọn ngẫu nhiên một hộp, sau đó bốc ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp đó thì được cả 2 bi màu xanh. Hỏi nếu tiếp tục bốc thêm 1 viên bi nữa ở hộp đó (hai bi đã bốc trước đó không được trả lại vào hộp) thì xác suất bốc được bi xanh bằng bao nhiêu?

A. $\frac{39}{72}$.

B. $\frac{13}{18}$.

C. $\frac{11}{16}$.

D. $\frac{39}{44}$.

Lời giải

Chọn B

Ta tiếp cận bài toán là dạng “Xác suất có điều kiện”

Do hai viên bi đầu là xanh nên hai viên bi đó lấy từ hộp 1 hoặc 2.

Nên không gian mẫu là $\Omega = \{XXX;XXD\}$

$\Rightarrow |\Omega| = C_5^3 + C_{10}^3 + C_5^2 \cdot C_5^1 = 180$.

Gọi biến cố A “viên bi thứ ba cũng xanh”

$\Rightarrow |A| = C_{10}^3 + C_5^3 = 130$.

Vậy $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{13}{18}$.

Câu 43. Trên mặt phẳng tọa độ cho đường cong $(C): y = x^4 - 4x^2 + 2$ và hai điểm $A(-\sqrt{2};0)$, $B(\sqrt{2};0)$. Có tất cả bao nhiêu điểm trên (C) mà tổng khoảng cách từ điểm đó đến các điểm A và B bằng $2\sqrt{6}$?

A. 3.

B. 7.

C. 6.

D. 1.

Lời giải

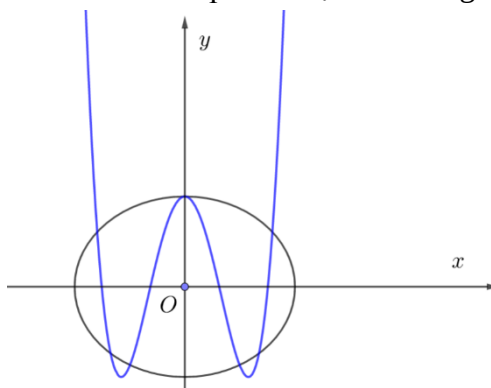
Chọn B

Xét điểm $M \in (C): MA + MB = 2\sqrt{6}$, suy ra M thuộc elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Hai tiêu điểm elip là $A(-\sqrt{2}; 0), B(\sqrt{2}; 0) \Rightarrow c = \sqrt{2}$.

Khi đó $c = \sqrt{2}; 2a = 2\sqrt{6} \Rightarrow a = \sqrt{6}; b = \sqrt{a^2 - c^2} = 2 \Rightarrow (E): \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Vẽ đường cong $(C): y = x^4 - 4x^2 + 2$ và elip thu được trên cùng một hệ trục tọa độ ta có



Kết luận 7 giao điểm dẫn đến tồn tại 7 điểm M .

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. $m \in (2; +\infty)$.

B. $m \in (-\infty; 0]$.

C. $m \in [1; 2)$.

D. $m \in (0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\cos x \neq m$. Đặt $\cos x = t \Rightarrow t \in (0; 1), \sin x > 0; \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Khi đó $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m} = \frac{t - 2}{t - m} \Rightarrow y' = \frac{2 - m}{(t - m)^2} \cdot (-\sin x) = \frac{(m - 2)\sin x}{(t - m)^2}$.

Yêu cầu bài toán trở thành $\begin{cases} (m - 2)\sin x > 0 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m \geq 1 \Rightarrow m > 2 \\ m \leq 0 \end{cases}$

Vậy $m \in (2; +\infty)$ là điều kiện cần tìm.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 0; f(2) = 2$ và $|f'(x)| \leq 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết rằng tập tất cả các

giá trị của tích phân $\int_0^2 f(x)dx$ là khoảng $(a; b)$. Tính $b - a$.

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có đánh giá

$$|f(x) - f(2)| = \left| \int_x^2 f'(t) dt \right| \leq \int_x^2 |f'(t)| dt \leq \int_x^2 2 dt = 2(2-x)$$

$$|f(x) - f(0)| = \left| \int_0^x f'(t) dt \right| \leq \int_0^x |f'(t)| dt \leq \int_0^x 2 dt = 2x$$

Khi đó $2 - 2(2-x) \leq f(x) \leq 2 + 2(2-x); -2x \leq f(x) \leq 2x, \forall x \in [0; 2]$. Như vậy $\max\{2x-2; -2x\} \leq f(x) \leq \min\{2x; 6-2x\}, \forall x \in [0; 2]$

$$\Rightarrow \int_0^2 \max\{2x-2; -2x\} dx \leq \int_0^2 f(x) dx \leq \int_0^2 \min\{2x; 6-2x\} dx \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \int_0^2 f(x) dx \leq \frac{7}{2}$$

Kết luận $a = \frac{1}{2}; b = \frac{7}{2} \Rightarrow b - a = 3$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		5		1	

$-\infty \nearrow \quad \searrow \quad \nearrow 1$
 $\quad \quad \quad -\frac{3}{2}$

Số nghiệm thuộc nửa khoảng $(-\infty; 2020]$ của phương trình $2f(f(2x-1)) + 3 = 0$.

A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2f(f(2x-1)) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(f(2x-1)) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} f(2x-1) = 3 \\ f(2x-1) = a \in (-\infty; -2) \end{cases}$

Xét phương trình: $f(2x-1) = 3$, từ bảng biến thiên suy ra phương trình có 2 nghiệm.

Xét phương trình: $f(2x-1) = a \in (-\infty; -2)$, từ bảng biến thiên suy ra phương trình có 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-m^2+m}{x+1}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị của hàm số $g(x) = |f(x)|$ trên đoạn $[1; 2]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng các phần tử của tập hợp S .

A. 0. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = \frac{m^2 - m + 1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$. Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

$$\Rightarrow \min_{[1;2]} f(x) = f(1) = \frac{1}{2}(1+m-m^2); \max_{[1;2]} f(x) = f(2) = \frac{1}{3}(2+m-m^2).$$

$$\Rightarrow \max_{[1;2]} g(x) = \max\{|f(1)|; |f(2)|\} = \max\left\{\left|\frac{1}{2}(1+m-m^2)\right|; \left|\frac{1}{3}(2+m-m^2)\right|\right\}$$

Giả sử M là giá trị lớn nhất của $g(x)$ khi đó

$$\begin{cases} M \geq |f(1)| \\ M \geq |f(2)| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M \geq \left|\frac{1}{2}(1+m-m^2)\right| \\ M \geq \left|\frac{1}{3}(2+m-m^2)\right| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2M \geq |1+m-m^2| \\ 3M \geq |2+m-m^2| \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5M \geq |1+m-m^2| + |2+m-m^2| = |1+m-m^2| + |m^2-m-2| \geq |1+m-m^2+m^2-m-2| = 1$$

$$\Rightarrow M \geq \frac{1}{5}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} \left|\frac{1}{2}(1+m-m^2)\right| = \left|\frac{1}{3}(2+m-m^2)\right| = \frac{1}{5} \\ (1+m-m^2)(2+m-m^2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{5 \pm \sqrt{165}}{10}$

$$\Rightarrow S = \left\{ \frac{5-\sqrt{165}}{10}; \frac{5+\sqrt{165}}{10} \right\} \Rightarrow \frac{5-\sqrt{165}}{10} + \frac{5+\sqrt{165}}{10} = 1$$

Câu 48. Cho a là một số nguyên khác không và b là một số thực dương thỏa mãn $ab^2 = \log_2 b$. Hỏi số nào là số trung vị trong dãy $0, 1, a, b, \frac{1}{b}$.

- A. a . B. $\frac{1}{b}$. C. 1. D. b .

Lời giải

Chọn D

Ta có $ab^2 = \log_2 b$. Vì a là một số nguyên khác không nên ta xét 2 trường hợp.

Trường hợp 1: Nếu $a \leq -1 \Rightarrow \log_2 b < 0 \Rightarrow 0 < b < 1 \Rightarrow \frac{1}{b} > 1$.

Khi đó ta có dãy số là $\left\{a, 0, b, 1, \frac{1}{b}\right\}$, suy ra trung vị là b .

Trường hợp 2: Nếu $a \geq 1 \Rightarrow \log_2 b > 0 \Rightarrow b > 1; 0 < \frac{1}{b} < 1$.

Mặt khác ta có: $ab^2 > b^2 > b$.

Xét hàm số $f(x) = \log_2 x - x, x \in (1; +\infty)$.

$f'(x) = \frac{1}{x \ln 2} - 1 < 0, \forall x > 1 \Rightarrow f(x)$ là hàm số nghịch biến

$$\Rightarrow f(x) < f(1) = 0 \Rightarrow \log_2 b - b < 0 \Rightarrow \log_2 b < b \text{ (Vô lý)}$$

Vậy trung vị của dãy là b .

Câu 49. Có bao nhiêu cặp các số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $\frac{\log_2(x^2 - 2x + y^2) + 1}{\log_2(x^2 + y^2 - 1)} < 1$?

- A. 5. B. 4. C. 2. D. 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có
$$\frac{\log_2(x^2 - 2x + y^2) + 1}{\log_2(x^2 + y^2 - 1)} < 1$$

ĐK:
$$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 > 0 \\ x^2 + y^2 - 1 > 0 \\ x^2 + y^2 - 1 \neq 1 \end{cases} \quad \text{mà } (x; y) \text{ nguyên vậy } x^2 + y^2 - 1 > 0 \Rightarrow (x, y) \neq \{(\pm 1, 0), (0, \pm 1)\}$$

Khi đó $x^2 + y^2 - 1 > 2$. Bất phương trình

$$\frac{\log_2(x^2 - 2x + y^2) + 1}{\log_2(x^2 + y^2 - 1)} < 1 \Leftrightarrow \log_2 2(x^2 - 2x + y^2) < \log_2(x^2 + y^2 - 1)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 < 3$$

Kết hợp điều kiện $x^2 - 2x + y^2 > 0$ ta có
$$\begin{cases} (x-2)^2 + y^2 < 3 \quad (C_1) \\ (x-1)^2 + y^2 > 1 \quad (C_2) \end{cases}$$

Tập hợp các điểm $(x; y)$ cần tìm nằm ngoài đường tròn (C_2) và nằm trong đường tròn (C_1) .

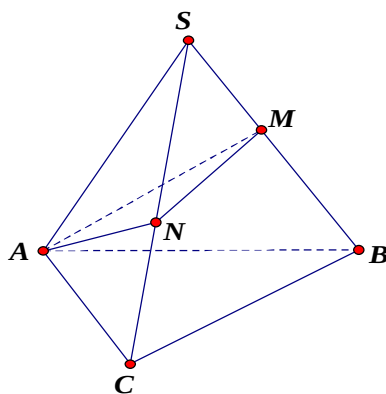
Vậy có 5 cặp điểm thỏa mãn là $(2; 1), (3; 1), (3; 0), (3; -1), (2; -1)$.

Câu 50. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = 30^\circ$. Một mặt phẳng thay đổi qua A cắt SB, SC tại M, N . Tính tỷ số thể tích của khối chóp $S.AMN$ và khối chóp $S.ABC$ khi chu vi tam giác AMN đạt giá trị nhỏ nhất.

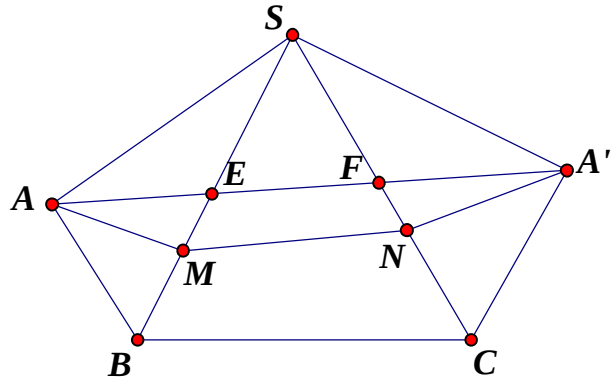
A. $2(\sqrt{3} - 1)$. B. $\frac{3 + \sqrt{2}}{5}$. C. $\frac{2(\sqrt{3} - 1)}{4}$. **D. $2(2 - \sqrt{3})$.**

Lời giải

Chọn D



Cắt tứ diện theo cạnh SA sau đó trải trên mặt phẳng (SBC)



Ta có chu vi tam giác $C_{AMN} = AM + MN + A'N \geq AA'$

Đặt $SA = a$ ta có $AA'^2 = SA^2 + SA'^2 - 2SA \cdot SA' \cos 90^\circ = 2a^2 \Rightarrow AA' = a\sqrt{2}$

Dấu bằng khi A, M, N, A' thẳng hàng

Xét tam giác SAE có $\hat{S} = 30^\circ, \widehat{SAE} = 45^\circ$ vì tam giác SAA' cân tại S.

Suy ra $\widehat{SEA} = 105^\circ$ vậy $\frac{SE}{\sin 45^\circ} = \frac{SA}{\sin 105^\circ} \Rightarrow \frac{SE}{SA} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 105^\circ}$

Tương tự trong tam giác $SA'F$ có $\frac{SF}{SA'} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 105^\circ}$

Vậy $\frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SF}{SC} = \frac{SE}{SA} \cdot \frac{SF}{SA'} = \left(\frac{\sin 45^\circ}{\sin 105^\circ} \right)^2 = 2(2 - \sqrt{3}) (SA = SB = SC = SA').$

-----HẾT-----