

(Đề thi có 4 trang)

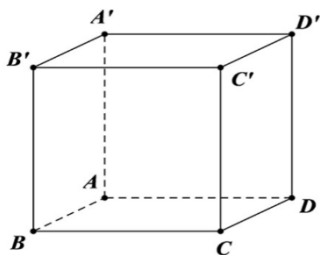
Họ và tên: ..... Số báo danh: ..... Mã đề 1458

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(\alpha): x + 2y - z - 6 = 0$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.  $N(0; -2; 0)$ . B.  $Q(1; 2; -1)$ . C.  $M(-1; 0; 0)$  D.  $P(1; -2; 1)$ .

**Câu 2.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (hình vẽ minh họa). Vector nào sau là vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(ABCD)$ ?



- A.  $\overrightarrow{BD'}$ . B.  $\overrightarrow{BB'}$ . C.  $\overrightarrow{BC}$ . D.  $\overrightarrow{BC'}$ .

**Câu 3.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3\cos x - \frac{1}{x^2}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

- A.  $\int f(x)dx = 3\sin x + \frac{1}{x} + C$ . B.  $\int f(x)dx = 3\sin x - \frac{1}{x} + C$ .  
C.  $\int f(x)dx = 3\cos x + \ln x + C$ . D.  $\int f(x)dx = 3\cos x + \frac{1}{x} + C$ .

**Câu 4.** Cho  $f(x)$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $\int_a^b f(x)dx = f'(x)|_a^b = f'(b) - f'(a)$ . B.  $\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$ .  
C.  $\int_a^a f(x)dx = 0$ . D.  $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , khoảng cách từ điểm  $O$  đến mặt phẳng  $(P): ax + by + cz + 2d = 0$  ( $a^2 + b^2 + c^2 > 0$ ) bằng

- A.  $\frac{|a+b+c+2d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ . B.  $\frac{2d}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ . C. 0. D.  $\frac{|2d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ .

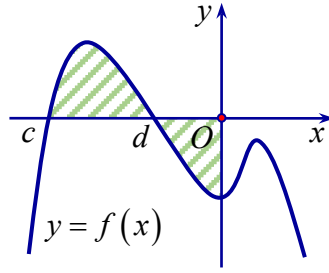
**Câu 6.** Biết  $\int_1^2 f(x)dx = 3$  và  $\int_1^2 g(x)dx = 2$ , giá trị của  $\int_1^2 [f(x) - g(x)]dx$  bằng

- A. 6. B. -1. C. 5. D. 1.

**Câu 7.** Cho hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  liên tục trên  $R$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$ . B.  $\int dx = x + C$ .  
C.  $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$  với mọi hằng số  $k$ . D.  $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x)$ , trục hoành và trục tung. Khẳng định nào sau đây đúng?



A.  $S = -\int_c^d f(x)dx - \int_d^0 f(x)dx.$

B.  $S = \int_c^d f(x)dx + \int_d^0 f(x)dx.$

C.  $S = -\int_c^d f(x)dx + \int_d^0 f(x)dx.$

D.  $S = \int_c^d f(x)dx - \int_d^0 f(x)dx.$

**Câu 9.** Cho  $y = f(x)$  là hàm số liên tục và không âm trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ). Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  xung quanh trục  $Ox$  có thể tích là

A.  $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx.$  B.  $V = \pi^2 \int_a^b f(x)dx.$  C.  $V = \pi \int_a^b |f(x)|dx.$  D.  $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x)dx.$

**Câu 10.** Trong các hàm số sau, hàm số nào không phải là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = -x^3$ ?

A.  $F(x) = -\frac{x^4}{4} + 1.$  B.  $F(x) = -\frac{x^4}{4} - 1.$  C.  $F(x) = -\frac{x^4}{4}.$  D.  $F(x) = -3x^2.$

**Câu 11.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng  $x = 0, x = \pi$ , đồ thị hàm số  $y = \cos x$  và trục  $Ox$  là

A.  $S = \pi \int_0^\pi |\cos x|dx.$  B.  $S = \int_0^\pi \cos x dx.$  C.  $S = \int_0^\pi |\cos x|dx.$  D.  $S = \int_0^\pi \cos^2 x dx.$

**Câu 12.** Cho  $\int_0^1 f(x)dx = 3, \int_1^2 f(x)dx = -2$ , khi đó  $\int_0^2 f(x)dx$  có giá trị bằng

A. 1. B. 6. C. 2. D. 3.

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.** Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $A(2; 1; -3)$  và mặt phẳng  $(\alpha): x + 2y + 2z + 3 = 0$ .

a) Mặt phẳng  $(\alpha)$  có véc tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (-1; -2; -2)$ .

b) Mặt phẳng đi qua các hình chiếu của  $A$  lên các trục toạ độ có phương trình  $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 0$ .

c) Gọi  $(\beta)$  là mặt phẳng qua  $A$  và song song với mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình  $x + 2y + 2z + 6 = 0$ .

d) Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(\alpha)$  bằng 1.

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f'(x) = 2 - 5 \cos x$  và  $f(0) = 9$ .

a)  $\int f'(x)dx = f(x).$

b)  $\int f'(x)dx = 2x - 5 \sin x + C$  với  $C$  là hằng số.

c)  $f(x) = 2x + 5 \sin x + 5.$

d)  $\int_0^\pi f(x)dx = 5.$

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục và không âm trên đoạn  $[1; 3]$ .  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên đoạn  $[1; 3]$  thỏa mãn  $F(3) = 6$  và  $F(1) = 2$ .

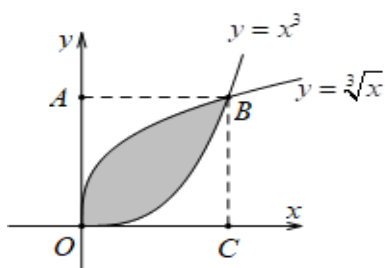
a)  $\int_1^3 f(t)dt = -4.$

b) Hiệu số  $F(3) - F(1)$  được gọi là tích phân từ 1 đến 3 của hàm số  $f(x)$ .

c)  $\int_1^3 f(x)dx = -\int_3^1 f(x)dx.$

d)  $\int_3^1 3f(x)dx = -9$

**Câu 4.** Một công ty thiết kế nội thất sản xuất mẫu gạch men cao cấp dạng hình vuông  $OABC$  cạnh  $1m$  để lát sảnh trung tâm thương mại. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho  $O(0;0)$ ,  $A(0;1)$ ,  $B(1;1)$ ,  $C(1;0)$ . Mỗi đơn vị độ dài trên trục tương ứng  $1m$ . Để tạo điểm nhấn nghệ thuật, trên bề mặt viên gạch người ta in hai đường cong lần lượt là đồ thị của các hàm số  $y = x^3$  và  $y = \sqrt[3]{x}$ . Phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị  $y = x^3$  và  $y = \sqrt[3]{x}$  và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 1$  được phủ lớp men màu đậm tạo họa tiết trang trí như hình vẽ minh họa.



a) Diện tích phần được phủ lớp men màu đậm tạo họa tiết trang trí có giá trị bằng  $\frac{1}{4}(m^2)$ .

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = 0$  và đường thẳng  $x = 1$  bằng  $\frac{\pi}{4}(m^2)$ .

c) Thể tích (đơn vị  $m^3$ ) khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt[3]{x}$ , trục  $Ox$ , trục  $Oy$  và đường thẳng  $x = 1$  được tính bằng công thức  $V = \pi \int_0^1 \left(\sqrt[3]{x}\right)^2 dx$ .

d) Diện tích (đơn vị  $m^2$ ) hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3$ ,  $y = \sqrt[3]{x}$ , đường thẳng  $x = 0$  và đường thẳng  $x = 1$  được tính bằng công thức  $S = \int_0^1 \left(\sqrt[3]{x} - x^3\right) dx$ .

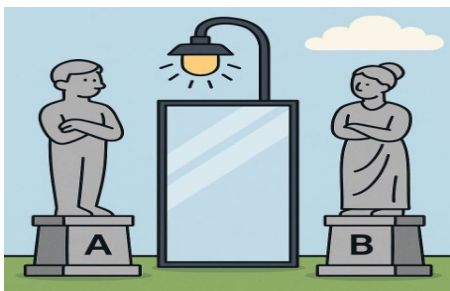
**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = 2x + e^x$ .  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = 2024$ . Tính  $F(-1)$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 2.** Tại một nhà máy, gọi  $C(x)$  là tổng chi phí (tính theo triệu đồng) để sản xuất  $x$  tấn sản phẩm B trong một tháng. Khi đó, đạo hàm  $C'(x)$ , gọi là chi phí cận biên, cho biết tốc độ tăng tổng chi phí theo lượng sản phẩm được sản xuất. Giả sử chi phí cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức  $C'(x) = 8 - 0,13x + 0,00022x^2$  với  $0 \leq x \leq 88$ . Biết rằng  $C(0) = 24$  triệu đồng, gọi là chi phí cố định. Tính tổng chi phí (tính theo triệu đồng) khi nhà máy sản xuất 84 tấn sản phẩm B trong một tháng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 3.** Trong một quảng trường, người ta gắn hệ trục tọa độ không gian  $Oxyz$  (Mỗi đơn vị độ dài trên trục tương ứng  $1m$ ) để mô phỏng vị trí các công trình. Mặt phẳng  $Oxy$  trùng với mặt đất của quảng trường, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trên. Hai bức tượng nghệ thuật được đặt cố định tại các vị trí  $A(1;0;2)$  và  $B(3;2;0)$ . Một trụ đèn chiếu sáng thông minh được lắp đặt trên một tấm kính lớn cố định, có phương trình  $(P): x + y + z - 2 = 0$ . Gọi tọa độ điểm đặt trụ đèn là  $M(a;b;c)$ . Để tạo hiệu ứng ánh sáng đối xứng hoàn

hảo giữa hai bức tượng, qua tính toán người thiết kế yêu cầu trụ đèn phải cách đều hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $MA = MB = \frac{3\sqrt{2}}{2}$  (tham khảo hình vẽ dưới).



Tính giá trị của  $2(a + b + c)$ .

**Câu 4.** Lô gô gắn tại các Showroom của hãng ô tô VINFAST là một hình tròn như hình vẽ bên.



Phần tô đậm nằm giữa parabol đỉnh  $I$  và đường gấp khúc  $AJB$  được dát bạc với chi phí 9 triệu đồng trên một mét vuông. Phần còn lại được phủ sơn với chi phí 1,5 triệu đồng trên một mét vuông. Biết  $AB = 2m$ ,  $IA = IB = \sqrt{5}m$  và  $JA = JB = \frac{\sqrt{13}}{2}m$ . Tính tổng số tiền (triệu đồng) để dát bạc và phủ sơn của lô gô nói trên (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

**Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z - 5 = 0$  và điểm  $A(2; -1; 3)$ . Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng qua  $O, A$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có phương trình dạng  $5x + by + cz = 0$ . Tính giá trị của  $bc$ .

**Câu 6.** Một ô tô đang chạy với tốc độ  $8(m/s)$  thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với  $v(t) = -4t + 8(m/s)$ , trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

----- HẾT -----

-----  
(Đề thi có 4 trang)

Họ và tên: ..... Số báo danh: ..... Mã đề 2463

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Trong các hàm số sau, hàm số nào không phải là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3$ ?

- A.  $F(x) = \frac{x^4}{4} - 1$ .      B.  $F(x) = 3x^2$ .      C.  $F(x) = \frac{x^4}{4}$ .      D.  $F(x) = \frac{x^4}{4} + 1$ .

**Câu 2.** Cho  $y = f(x)$  là hàm số liên tục và không âm trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ). Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  xung quanh trục  $Ox$  có thể tích là

- A.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .      B.  $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$ .      C.  $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$ .      D.  $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$ .

**Câu 3.** Cho  $\int_0^1 f(x) dx = 2$ ,  $\int_1^2 f(x) dx = 4$ , khi đó  $\int_0^2 f(x) dx$  có giá trị bằng:

- A. 6.      B. 2.      C. 3.      D. 1.

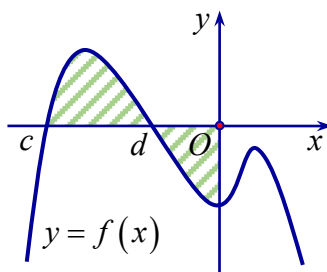
**Câu 4.** Cho  $f(x)$  là hàm số liên tục trên  $[a; b]$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.  $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ .      B.  $\int_a^a f(x) dx = 0$ .  
C.  $\int_a^b f(x) dx = f'(x)|_a^b = f'(b) - f'(a)$ .      D.  $\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$ .

**Câu 5.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng  $x = 0, x = \pi$ , đồ thị hàm số  $y = \cos x$  và trục  $Ox$  là:

- A.  $S = \int_0^\pi \cos x dx$ .      B.  $S = \int_0^\pi \cos^2 x dx$ .      C.  $S = \pi \int_0^\pi |\cos x| dx$ .      D.  $S = \int_0^\pi |\cos x| dx$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x)$ , trục hoành và trục tung. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



- A.  $S = -\int_c^d f(x) dx - \int_d^0 f(x) dx$ .      B.  $S = \int_c^d f(x) dx - \int_d^0 f(x) dx$ .  
C.  $S = \int_c^d f(x) dx + \int_d^0 f(x) dx$ .      D.  $S = -\int_c^d f(x) dx + \int_d^0 f(x) dx$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , khoảng cách từ điểm  $O$  đến mặt phẳng  $(P): ax + by + cz + d = 0$  ( $a^2 + b^2 + c^2 > 0$ ) bằng

- A.  $\frac{d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ . B. 0. C.  $\frac{|a + b + c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ . D.  $\frac{|d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ .

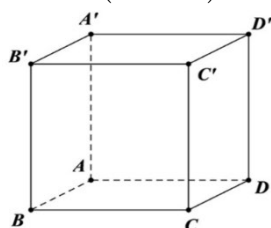
**Câu 8.** Biết  $\int_1^2 f(x)dx = 3$  và  $\int_1^2 g(x)dx = 2$ , giá trị của  $\int_1^2 [f(x) - g(x)]dx$  bằng

- A. -1. B. 1. C. 6. D. 5.

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(\alpha): x + 2y - z + 1 = 0$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.  $P(1; -2; 1)$ . B.  $N(0; -2; 0)$ . C.  $Q(1; 2; -1)$ . D.  $M(-1; 0; 0)$

**Câu 10.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (hình vẽ minh họa). Vector nào sau là vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(ABCD)$ ?



- A.  $\overrightarrow{AC'}$ . B.  $\overrightarrow{AD'}$ . C.  $\overrightarrow{AA'}$ . D.  $\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 11.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3\cos x + \frac{1}{x^2}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

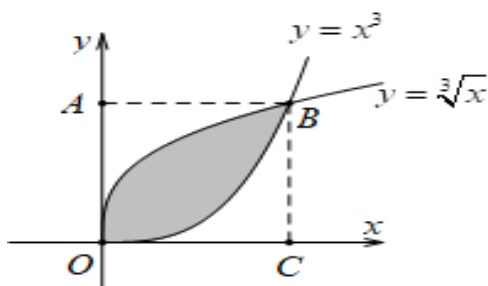
- A.  $\int f(x)dx = -3\sin x + \frac{1}{x} + C$ . B.  $\int f(x)dx = 3\cos x + \frac{1}{x} + C$ .  
C.  $\int f(x)dx = 3\cos x + \ln x + C$ . D.  $\int f(x)dx = 3\sin x - \frac{1}{x} + C$ .

**Câu 12.** Cho hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  liên tục trên  $R$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$ .  
B.  $\int dx = x + C$ .  
C.  $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ .  
D.  $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$  với mọi hằng số  $k$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.** Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Một công ty thiết kế nội thất sản xuất mẫu gạch men cao cấp dạng hình vuông  $OABC$  cạnh  $1m$  để lát sảnh trung tâm thương mại. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho  $O(0;0)$ ,  $A(0;1)$ ,  $B(1;1)$ ,  $C(1;0)$ . Mỗi đơn vị độ dài trên trục tương ứng  $1m$ . Để tạo điểm nhấn nghệ thuật, trên bề mặt viên gạch người ta in hai đường cong lần lượt là đồ thị của các hàm số  $y = x^3$  và  $y = \sqrt[3]{x}$ . Phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị  $y = x^3$  và  $y = \sqrt[3]{x}$  và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 1$  được phủ lớp men màu đậm tạo họa tiết trang trí như hình vẽ minh họa.



a) Diện tích (đơn vị  $m^2$ ) hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3$ ,  $y = \sqrt[3]{x}$ , đường thẳng  $x = 0$  và đường thẳng  $x = 1$  được tính bằng công thức  $S = \int_0^1 (x^3 - \sqrt[3]{x}) dx$ .

b) Diện tích phần được phủ lớp men màu đậm tạo họa tiết trang trí có giá trị bằng  $\frac{1}{3}(m^2)$

c) Thể tích (đơn vị  $m^3$ ) của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt[3]{x}$ , trục  $Ox$ , trục  $Oy$  và đường thẳng  $x = 1$  được tính bằng công thức  $V = \pi \int_0^1 (\sqrt[3]{x})^2 dx$ .

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = 0$  và đường thẳng  $x = 1$  bằng  $\frac{1}{4}(m^2)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục và không âm trên đoạn  $[1; 2]$ .  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên đoạn  $[1; 2]$  thỏa mãn  $F(2) = 5$  và  $F(1) = 2$ .

a)  $\int_2^1 3f(x) dx = -9$ .

b)  $\int_1^2 f(x) dx = -\int_2^1 f(x) dx$ .

c) Hiệu số  $F(2) - F(1)$  được gọi là tích phân từ 1 đến 2 của hàm số  $f(x)$ .

d)  $\int_1^2 f(t) dt = 5$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f'(x) = 2 - 5 \sin x$  và  $f(0) = 10$ .

a)  $\int f'(x) dx = 2x + 5 \cos x + C$  với  $C$  là hằng số.

b)  $\int_0^\pi f(x) dx = 5$ .

c)  $\int f'(x) dx = f(x)$ .

d)  $f(x) = 2x + 5 \cos x + 5$ .

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $A(2; -1; 3)$  và mặt phẳng  $(\alpha): x + 2y - 2z + 3 = 0$ .

a) Mặt phẳng  $(\alpha)$  có véc tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; 2; 2)$ .

b) Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(\alpha)$  bằng 1.

c) Gọi  $(\beta)$  là mặt phẳng qua  $A$  và song song với mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình  $x + 2y - 2z + 6 = 0$ .

d) Mặt phẳng đi qua các hình chiếu của  $A$  lên các trục toạ độ có phương trình  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ .

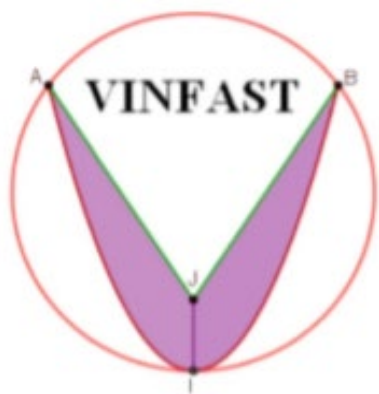
**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - 2y + z - 5 = 0$  và điểm  $A(2; -1; 3)$ . Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng qua  $O, A$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có phương trình dạng  $5x + by + cz = 0$ . Tính giá trị của  $bc$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = 2x + e^x$ .  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = 2024$ .

Tính  $F(1)$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 3.** Lô gô gắn tại các Showroom của hãng ô tô VINFAST là một hình tròn như hình vẽ.



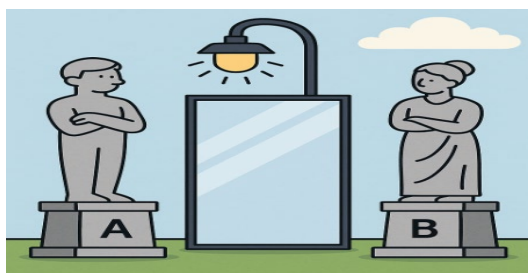
Phần tô đậm nằm giữa parabol đỉnh  $I$  và đường gấp khúc  $AJB$  được dát bạc với chi phí 10 triệu đồng trên một mét vuông. Phần còn lại được phủ sơn với chi phí 2 triệu đồng trên một mét vuông. Biết  $AB = 2m$ ,  $IA = IB = \sqrt{5}m$  và  $JA = JB = \frac{\sqrt{13}}{2}m$ . Tính tổng số tiền (triệu đồng) để dát bạc và phủ sơn của lô gô nói trên (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

**Câu 4.** Một ô tô đang chạy với tốc độ  $10(m/s)$  thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với  $v(t) = -5t + 10(m/s)$ , trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

**Câu 5.** Tại một nhà máy, gọi  $C(x)$  là tổng chi phí (tính theo triệu đồng) để sản xuất  $x$  tấn sản phẩm B trong một tháng. Khi đó, đạo hàm  $C'(x)$ , gọi là chi phí cận biên, cho biết tốc độ tăng tổng chi phí theo lượng sản phẩm được sản xuất. Giả sử chi phí cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức  $C'(x) = 8 - 0,13x + 0,00022x^2$  với  $0 \leq x \leq 88$ .

Biết rằng  $C(0) = 24$  triệu đồng, gọi là chi phí cố định. Tính tổng chi phí (tính theo triệu đồng) khi nhà máy sản xuất 82 tấn sản phẩm B trong một tháng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 6.** Trong một quảng trường, người ta gắn hệ trục tọa độ không gian  $Oxyz$  (Mỗi đơn vị độ dài trên trục tương ứng  $1m$ ) để mô phỏng vị trí các công trình. Mặt phẳng  $Oxy$  trùng với mặt đất của quảng trường, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trên. Hai bức tượng nghệ thuật được đặt cố định tại các vị trí  $A(1;2;-1)$  và  $B(-2;1;0)$ . Một trụ đèn chiếu sáng thông minh được lắp đặt trên một tấm kính lớn cố định, có phương trình  $(P): x - 2y + z + 4 = 0$ . Gọi tọa độ điểm đặt trụ đèn là  $M(a;b;c)$ . Để tạo hiệu ứng ánh sáng đối xứng hoàn hảo giữa hai bức tượng, qua tính toán người thiết kế yêu cầu trụ đèn phải cách đều hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $MA = MB = \frac{\sqrt{11}}{2}$  (tham khảo hình vẽ dưới).



Tính giá trị của  $2(a+b+c)$ .

----- HẾT -----

| Đề/câu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 0000   | C | D | D | D | D | D | A | C | D | C  | A  | B  |    |    |    |    |    |    |    |
| 2463   | B | A | A | C | D | B | D | B | D | C  | D  | D  |    |    |    |    |    |    |    |
| 4265   | A | D | A | D | A | B | B | D | C | A  | B  | A  |    |    |    |    |    |    |    |
| 6847   | C | D | B | D | A | B | C | D | B | D  | A  | D  |    |    |    |    |    |    |    |
| 8629   | D | C | D | A | C | C | A | B | B | A  | A  | C  |    |    |    |    |    |    |    |

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40

| 1a | 1b | 1c | 1d | 2a | 2b | 2c | 2d | 3a | 3b | 3c | 3d | 4a | 4b | 4c | 4d | 5a | 5b | 5c | 5d | 6a |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| S  | S  | S  | S  | S  | S  | S  | S  | S  | S  | S  | S  | S  | S  | S  | S  |    |    |    |    |    |
| S  | S  | Đ  | Đ  | Đ  | Đ  | Đ  | S  | Đ  | S  | S  | Đ  | S  | Đ  | Đ  | Đ  |    |    |    |    |    |
| S  | Đ  | S  | Đ  | Đ  | S  | Đ  | Đ  | Đ  | Đ  | S  | Đ  | S  | S  | Đ  | Đ  |    |    |    |    |    |
| Đ  | S  | Đ  | S  | Đ  | Đ  | S  | Đ  | Đ  | S  | Đ  | Đ  | Đ  | S  | S  | Đ  |    |    |    |    |    |
| Đ  | S  | Đ  | Đ  | S  | Đ  | Đ  | S  | Đ  | S  | Đ  | Đ  | Đ  | S  | S  | Đ  |    |    |    |    |    |

| 6b | 6c | 6d | 7a | 7b | 7c | 7d | 8a | 8b | 8c | 8d | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|------|------|------|------|------|------|
|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 2027 | -8   | 283  | 10   | 19,2 | 1    |
|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | -8   | 2027 | 19,2 | 10   | 283  | 1    |
|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 10   | 1    | 283  | 2027 | -8   | 19,2 |
|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 2027 | 283  | 19,2 | 1    | -8   | 10   |
|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | 1    | 2027 | 10   | 283  | -8   | 19,2 |



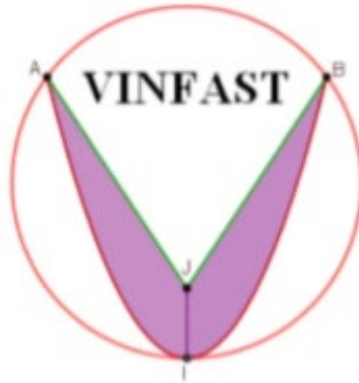
| Đề\câu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 0000   | C | C | D | D | C | B | A | C | D | C  | B  | B  |    |    |    |    |    |    |    |
| 1532   | C | A | A | D | B | D | B | B | B | B  | D  | A  |    |    |    |    |    |    |    |
| 1754   | D | C | C | D | C | B | B | A | B | B  | D  | A  |    |    |    |    |    |    |    |
| 1596   | B | C | C | A | D | C | D | B | B | C  | C  | D  |    |    |    |    |    |    |    |
| 1458   | B | B | A | A | D | D | C | D | A | D  | C  | A  |    |    |    |    |    |    |    |

[illegible]

| 1b | 1c | 1d | 2a | 2b | 2c | 2d | 3a | 3b | 3c | 3d | 4a | 4b | 4c | 4d | 5a | 5b | 5c | 5d | 6a | 6b | 6c |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| D  | S  | S  | D  | D  | S  | S  | D  | S  | D  | S  | S  | D  | S  | S  |    |    |    |    |    |    |    |
| D  | S  | D  | D  | S  | S  | S  | S  | S  | S  | D  | D  | S  | S  | D  |    |    |    |    |    |    |    |
| S  | D  | S  | S  | S  | D  | S  | D  | S  | S  | D  | S  | D  | S  | D  |    |    |    |    |    |    |    |
| S  | D  | S  | D  | D  | S  | S  | S  | S  | D  | S  | S  | D  | D  | S  |    |    |    |    |    |    |    |
| S  | S  | S  | S  | D  | S  | S  | S  | D  | D  | S  | S  | S  | D  | D  |    |    |    |    |    |    |    |

| 6d | 7a | 7b | 7c | 7d | 8a | 8b | 8c | 8d | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7 | 8 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|------|------|------|------|------|------|---|---|
|    |    |    |    |    |    |    |    |    | 2024 | 48   | 281  | 8    | 16,1 | 4    |   |   |
|    |    |    |    |    |    |    |    |    | 48   | 2024 | 4    | 16,1 | 8    | 281  |   |   |
|    |    |    |    |    |    |    |    |    | 281  | 2024 | 16,1 | 48   | 4    | 8    |   |   |
|    |    |    |    |    |    |    |    |    | 281  | 4    | 8    | 2024 | 48   | 16,1 |   |   |
|    |    |    |    |    |    |    |    |    | 2024 | 281  | 4    | 16,1 | 48   | 8    |   |   |

**Câu 5.** Lô gô gắn tại các Showroom của hãng ô tô **VINFAST** là một hình tròn như hình vẽ .



Phần tô đậm nằm giữa parabol đỉnh  $I$  và đường gấp khúc  $AJB$  được dát bạc với chi phí 10 triệu đồng/ $m^2$ . Phần còn lại được phủ sơn với chi phí 2 triệu đồng/ $m^2$ . Biết  $AB = 2m$ ,  $IA = IB = \sqrt{5}m$  và  $JA = JB = \frac{\sqrt{13}}{2}m$ . Tính tổng tiền để dát bạc và phủ sơn của lô gô nói trên? (làm tròn đến hàng phần chục)

**Đáp số: 19,2**

Chọn gốc tọa độ tại điểm  $I(0;0)$ , tia  $Iy$  trùng với tia  $IJ$ , ta có  $A(-1;2)$ ,  $B(1;2)$  và  $J\left(0;\frac{1}{2}\right)$ .

Phương trình parabol qua các điểm  $I(0;0)$ ,  $A(-1;2)$ ,  $B(1;2)$  là  $y = 2x^2$ .

Phương trình đường tròn đi qua 3 điểm  $I(0;0)$ ,  $A(-1;2)$ ,  $B(1;2)$  là  $x^2 + \left(y - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$ .

(có thể tính  $R = \frac{AB \cdot IA \cdot IB}{4S_{\triangle ABI}} = \frac{5}{4}$ )

Diện tích cả hình tròn bằng  $S = \pi R^2 = \frac{25\pi}{16}$ .

Đoạn thẳng  $JA$  thuộc đường thẳng có phương trình:  $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

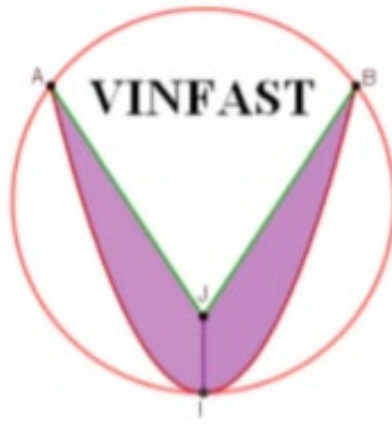
Vậy diện tích phần tô đậm bằng

$$S_1 = 2 \int_{-1}^0 \left| 2x^2 - \left( -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \right) \right| dx = \frac{7}{6}. \quad (\text{Cách 2 : } S_1 = \int_{-1}^1 |1 - 2x^2| dx - S_{\triangle ABJ} = \frac{7}{6})$$

Diện tích phần không tô đậm bằng  $S_2 = S - S_1 = \frac{25}{16}\pi - \frac{7}{6}$ .

Chi phí bằng  $T = S_1 \cdot 10 + 2S_2 = \frac{7}{6} \cdot 10 + \left( \frac{25\pi}{16} - \frac{7}{6} \right) \cdot 2 \approx 19,2$  triệu đồng.

**Câu 5.** Lô gô gắn tại các Showroom của hãng ô tô **VINFAST** là một hình tròn như hình vẽ bên.



Phần tô đậm nằm giữa parabol đỉnh  $I$  và đường gấp khúc  $AJB$  được dát bạc với chi phí 9 triệu đồng/ $m^2$ . Phần còn lại được phủ sơn với chi phí 1,5 triệu đồng/ $m^2$ . Biết  $AB = 2m$ ,  $IA = IB = \sqrt{5}m$  và  $JA = JB = \frac{\sqrt{13}}{2}m$ . Tính tổng tiền để dát bạc và phủ sơn của lô gô nói trên? (làm tròn đến hàng phần chục)

**A.16,1**

**Giải:** Chọn gốc tọa độ tại điểm  $I(0;0)$ , tia  $Iy$  trùng với tia  $IJ$ , ta có  $A(-1;2)$ ,  $B(1;2)$  và  $J\left(0;\frac{1}{2}\right)$ .

Phương trình parabol qua các điểm  $I(0;0)$ ,  $A(-1;2)$ ,  $B(1;2)$  là  $y = 2x^2$ .

Phương trình đường tròn đi qua 3 điểm  $I(0;0)$ ,  $A(-1;2)$ ,  $B(1;2)$  là  $x^2 + \left(y - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$ .

(có thể tính  $R = \frac{AB \cdot IA \cdot IB}{4S_{\triangle ABI}} = \frac{5}{4}$ )

Diện tích cả hình tròn bằng  $S = \pi R^2 = \frac{25\pi}{16}$ .

Đoạn thẳng  $JA$  thuộc đường thẳng có phương trình:  $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

Vậy diện tích phần tô đậm bằng

$$S_1 = 2 \int_{-1}^0 \left| 2x^2 - \left( -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \right) \right| dx = \frac{7}{6}. \quad (\text{Cách 2 : } S_1 = \int_{-1}^1 |1 - 2x^2| dx - S_{\triangle ABJ} = \frac{7}{6})$$

Diện tích phần không tô đậm bằng  $S_2 = S - S_1 = \frac{25\pi}{16} - \frac{7}{6}$ .

Chi phí bằng  $T = S_1 \cdot 9 + 1,5S_2 = \frac{7}{6} \cdot 9 + \left( \frac{25\pi}{16} - \frac{7}{6} \right) \cdot 1,5 \approx 16,1$  triệu đồng.

**Câu 6.** Trong một quảng trường, có hai bức tượng nghệ thuật được đặt cố định tại các vị trí  $A(1;2;-1)$  và  $B(-2;1;0)$ .

Một trụ đèn chiếu sáng thông minh được lắp đặt trên một tấm kính lớn cố định, có phương trình:  $(P): x - 2y + z + 4 = 0$ . Gọi tọa độ điểm đặt trụ đèn là  $M(a;b;c)$ .

Để tạo hiệu ứng ánh sáng đối xứng hoàn hảo giữa hai bức tượng, qua tính toán người thiết kế yêu cầu trụ đèn phải cách đều hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $MA = MB = \frac{\sqrt{11}}{2}$

Tính giá trị của  $2(a+b+c)$ .

**Lời giải**

Đưa bài toán về thuần  $Oxyz$  ta được: cho  $A(1;0;2), B(3;2;0)$  điểm  $M(a;b;c)$  thuộc mặt phẳng  $(P): x+y+z-2=0$  sao cho  $MA=MB=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ . Tìm giá trị của  $2(a+b+c)$

+ Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng trung trực của đoạn  $AB$ , khi đó  $(Q)$  qua điểm  $I(2;1;1)$  và có vec tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{AB}(2;2;-2)$ , nên có phương trình là:

$$\Leftrightarrow x+y-z-2=0.$$

+ Vì  $MA=MB$  nên  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Q)$ , do đó thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x+y+z-2=0 \\ x+y-z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=0 \\ y=2-x \end{cases} \Rightarrow M(x;2-x;0).$$

$$+ \text{ Có } MA=\frac{3\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow (x-1)^2+(2-x)^2+(2)^2=\frac{9}{2} \Leftrightarrow x=\frac{3}{2} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};0\right)$$

$$+ \text{ Vậy } 2(a+b+c)=4.$$

#### Câu 6.

Trong một quảng trường, có hai bức tượng nghệ thuật được đặt cố định tại các vị trí  $A(1;2;-1)$  và  $B(-2;1;0)$ .

Một trụ đèn chiếu sáng thông minh được lắp đặt trên một tấm kính lớn cố định, có phương trình:  $(P): x-2y+z+4=0$ . Gọi tọa độ điểm đặt trụ đèn là  $M(a;b;c)$ .

Để tạo hiệu ứng ánh sáng đối xứng hoàn hảo giữa hai bức tượng, qua tính toán người thiết kế yêu cầu trụ đèn phải cách đều hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $MA=MB=\frac{\sqrt{13}}{2}$

Tính giá trị của  $2(a+b+c)$ .

#### Lời giải

Đưa bài toán về thuần  $Oxyz$  ta được: cho  $A(1;2;-1), B(-2;1;0)$  điểm  $M(a;b;c)$  thuộc mặt phẳng  $(P): x-2y+z+4=0$  sao cho  $MA=MB=\frac{11\sqrt{3}}{6}$ . Tìm giá trị của  $2(a+b+c)$

+ Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng trung trực của đoạn  $AB$ , khi đó  $(Q)$  qua điểm  $I\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$  và có vec tơ pháp tuyến  $\overrightarrow{AB}(-3;-1;1)$ , nên có phương trình là:  $-3\left(x+\frac{1}{2}\right)-\left(y-\frac{3}{2}\right)+\left(z+\frac{1}{2}\right)=0$

$$\Leftrightarrow -3x-y+z+\frac{1}{2}=0.$$

+ Vì  $MA=MB$  nên  $M$  thuộc mặt phẳng  $(Q)$ , do đó thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x-2y+z+4=0 \\ -3x-y+z+\frac{1}{2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y+z=-x-4 \\ -y+z=3x-\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=4x+\frac{7}{2} \\ z=7x+3 \end{cases} \Rightarrow M\left(x;4x+\frac{7}{2};7x+3\right).$$

$$+ \text{ Có } MA=\frac{\sqrt{11}}{2} \Leftrightarrow (x-1)^2+\left(4x+\frac{3}{2}\right)^2+(7x+4)^2=\frac{13}{4} \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$$

$$+ \text{ Vậy } 2(a+b+c)=1.$$

Xem thêm: ĐỀ THI GIỮA HK2 TOÁN 12  
<https://toanmath.com/de-thi-giua-hk2-toan-12>