

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x}{x-1}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-1;1]$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho z là số phức thỏa mãn $(2-i)z - 3 = i$. Tìm số phức liên hợp của z .

b) Đặt $a = \log_2 3$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_2 18 + \log_2 21 - \log_2 63$ theo a .

Câu 4 (1,0 điểm). Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đường $(C): y = x^2$ và $d: y = 2 - x$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;5), B(2;1;1)$ và $C(0;0;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C . Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là trọng tâm tam giác ABC và bán kính bằng 3.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $2\cos^2 x = 3\sin x$ trên tập số thực.

b) Một cuộc thi tìm hiểu về Pháp luật có hai đội tham gia, được đặt tên là đội A và đội B. Mỗi đội có 5 thành viên, gồm 2 nam và 3 nữ. Đến phần thi tìm hiểu về luật Môi trường, ban tổ chức chọn ngẫu nhiên từ mỗi đội ra 3 thành viên để thi. Tính xác suất để trong phần thi này đội A và B đều có 1 thành viên nam và 2 thành viên nữ tham gia thi.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm M của cạnh BC . Tam giác ABC cân tại B , góc $\widehat{ABC} = 120^\circ$ và tam giác SBC đều, cạnh $2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) , theo a .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Gọi H là trực tâm tam giác ABC , E là trung điểm đoạn AH và F là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AB . Giả sử $E(7;-3), F(6;2)$, các điểm B, C thuộc đường thẳng $5x - y - 16 = 0$ và điểm A có hoành độ nhỏ hơn 10. Hãy tìm tọa độ các điểm A, B, C .

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình sau trên tập số thực :

$$\begin{cases} y^2 - 2\sqrt{(x^2+1)(x-1)} = y(\sqrt{x^2+1} - 2\sqrt{x-1}) \\ y^2 + x\sqrt{x^2+8} + x^2 = 4 \end{cases}$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho x, y, z là ba số thực dương, thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = \frac{4}{2x+y+2\sqrt{2yz}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x^2+z^2}{y}} + \frac{3}{2}y.$$

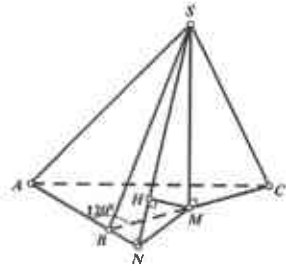
HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh : Số báo danh:

Cảm ơn thầy Hoàng Trung (thptdd@gmail.com) chia sẻ đến www.laisac.page.tl

Câu	Đáp án	Điểm
1 (1đ)	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x}{x-1}$.	
	* Tập xác định : $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. * Sự biến thiên : • Đạo hàm : $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$.	0,25
	• Giới hạn và tiệm cận : Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$ nên (C) có tiệm cận ngang là $y = 1$.	0,25
	• Bảng biến thiên :	0,25
	Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. * Đồ thị :	0,25
2 (1đ)	Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-1; 1]$.	
	Ta có $f'(x) = 6x^2 - 6x$.	0,25
	Trên $[-1; 1]$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$	0,25
	Ta có $f(-1) = -5$, $f(0) = 0$ và $f(1) = -1$.	0,25
	Do đó, $\max_{[-1;1]} f(x) = 0$ và $\min_{[-1;1]} f(x) = -5$.	0,25
3 (1đ)	a) (0,5đ) Cho z là số phức thỏa mãn $(2-i)z - 3 = i$. Tìm số phức liên hợp của z .	
	Ta có $(2-i)z - 3 = i \Leftrightarrow z = \frac{3+i}{2-i} \Leftrightarrow z = 1+i$.	0,25
	Do đó, $\bar{z} = 1-i$.	0,25
	b) (0,5đ) Đặt $a = \log_2 3$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_2 18 + \log_2 21 - \log_2 63$ theo a .	
	$P = \log_2 \left(\frac{18 \times 21}{63} \right) = \log_2 6$ $= 1 + \log_2 3 = 1 + a.$	0,25

Câu	Đáp án	Điểm
4 (1đ)	Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đường (C): $y = x^2$ và $d: y = 2 - x$.	
	Hoành độ giao điểm của (C) và d là nghiệm của PT $x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$	0,25
	Diện tích cần tính là $S = \int_{-2}^1 x^2 + x - 2 dx$	0,25
	$= \left \int_{-2}^1 (x^2 + x - 2) dx \right $	0,25
	$= \left \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right) \right _{-2}^1 = \frac{9}{2}$.	0,25
5 (1đ)	Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho các điểm $A(1;2;5), B(2;1;1)$ và $C(0;0;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là trọng tâm tam giác ABC và có bán kính bằng 3.	
	Ta có $\overline{AB} = (1; -1; -4), \overline{AC} = (-1; -2; -2)$ và mặt phẳng (ABC) có một VTPT là $\frac{-1}{3}[\overline{AB}, \overline{AC}] = (2; -2; 1)$.	0,25
	Do đó, (ABC): $2x - 2y + z - 3 = 0$.	0,25
	Tam giác ABC có trọng tâm là $G(1;1;3)$.	0,25
	PT mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 9$.	0,25
6 (1đ)	a) (0,5đ) Giải phương trình $2\cos^2 x = 3\sin x$.	
	PT được viết lại: $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2}$.	0,25
	PT này có nghiệm là $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ và $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$, với $k \in \mathbb{Z}$.	0,25
	b) (0,5đ) Một cuộc thi tìm hiểu về Pháp luật có hai đội tham gia, được đặt tên là đội A và đội B. Mỗi đội có 5 thành viên, gồm 2 nam và 3 nữ. Đến phần thi tìm hiểu về luật Môi trường, ban tổ chức chọn ngẫu nhiên từ mỗi đội ra 3 thành viên để thi. Tính xác suất để trong phần thi này đội A và B đều có 1 thành viên nam và 2 thành viên nữ tham gia thi.	
	Số phần tử của không gian mẫu là: $C_5^3 \cdot C_5^3 = 100$.	0,25
	Số phần tử thuận lợi của biến cố "mỗi đội có 1 thành viên nam và 2 thành viên nữ tham gia thi" là $(C_2^1 \cdot C_3^2)^2 = 36$. Xác suất của biến cố này là $p = \frac{36}{100} = \frac{9}{25}$.	0,25
7 (1đ)	Cho hình chóp S.ABC có hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm M của cạnh BC. Tam giác ABC cân tại B, góc $\widehat{ABC} = 120^\circ$ và tam giác SBC đều, cạnh 2a. Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB), theo a.	
	Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot \sin 120^\circ = a^2 \sqrt{3}$. $SM = a\sqrt{3}$. 	0,25

Câu	Đáp án	Điểm												
	Với $x \geq 1$ thì $x + 8 + \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+8}+3} > 0$ nên (*) không có nghiệm $x \geq 1$.	0,25												
	Trường hợp $y = \sqrt{x^2+1}$. Ta có $y > 0$ và $y^2 = x^2+1$. Thay vào (2) ta được PT$x\sqrt{x^2+8} = 3 - 2x^2 \quad (**)$ Với $x \geq 1$, ta có $x\sqrt{x^2+8} \geq 3 > 3 - 2x^2$. Do đó (**) không có nghiệm $x \geq 1$. Hệ có một cặp nghiệm duy nhất là $(x; y) = (1; 0)$.	0,25												
10 (1đ)	Cho x, y, z là ba số dương thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :													
	$P = \frac{4}{2x+y+2\sqrt{2yz}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x^2+z^2}{y}} + \frac{3}{2}y.$													
	Ta có $2\sqrt{y(2z)} \leq y+2z$ nên $0 < 2x+y+2\sqrt{2yz} \leq 2(x+y+z)$. Suy ra, $\frac{4}{2x+y+2\sqrt{2yz}} \geq \frac{2}{x+y+z}.$	0,25												
	Vì $x^2+z^2 \geq \frac{(x+z)^2}{2}$ nên $\frac{x^2+z^2}{y} + \frac{y}{2} \geq \frac{(x+z)^2}{2y} + \frac{y}{2} \geq x+z$. Suy ra, $\sqrt{\frac{x^2+z^2}{y}} + \frac{3}{2}y \geq \sqrt{x+y+z}.$	0,25												
	Vì vậy, $P \geq \frac{2}{t} + \frac{1}{2}\sqrt{t}$ với $t = x+y+z > 0$.	0,25												
	Xét $f(t) = \frac{2}{t} + \frac{\sqrt{t}}{2}$ trên $(0; +\infty)$. Ta có $f'(t) = \frac{-2}{t^2} + \frac{1}{4\sqrt{t}}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t\sqrt{t} = 8 \Leftrightarrow t = 4.$ <table><tr><td>t</td><td>0</td><td>4</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td></td><td>-</td><td>0</td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td></td><td>$\searrow$</td><td>$\nearrow$</td></tr></table> $\frac{3}{2}$	t	0	4	$+\infty$	$f'(t)$		-	0	$f(t)$		$\searrow$	$\nearrow$	0,25
t	0	4	$+\infty$											
$f'(t)$		-	0											
$f(t)$		$\searrow$	$\nearrow$											
	Từ bảng biến thiên ta được $P \geq f(4) = \frac{3}{2}$. Khi $x = z = 1, y = 2$ thì $P = \frac{3}{2}$. Vì vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{3}{2}$.													

HẾT