

LÊ BÁ BẢO

TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

TOÁN 11

Chuyên đề DÃY SỐ - CẤP SỐ

CẤP SỐ CỘNG

-  LUYỆN THI THPT QUỐC GIA
-  CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT



CHƯƠNG II

Dãy Số. Cấp Số Cộng. Cấp Số Nhân

Chủ đề 2:

CẤP SỐ CỘNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. ĐỊNH NGHĨA

Cấp số cộng là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số không đổi d . Số d được gọi là **công sai** của cấp số cộng.

Cấp số cộng (u_n) với công sai d được cho bởi hệ thức truy hồi: $u_n = u_{n-1} + d, \forall n \geq 2$

2. SỐ HẠNG TỔNG QUÁT

Nếu cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định theo công thức: $u_n = u_1 + (n-1)d$

Chú ý:

Nếu u_k, u_{k+1}, u_{k+2} là ba số hạng liên tiếp của cấp số cộng (u_n) thì $\frac{u_k + u_{k+2}}{2} = u_{k+1}$

3. TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU CỦA MỘT CẤP SỐ CỘNG

Cho cấp số cộng (u_n) với công sai d . Đặt $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$.

Khi đó:

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1: Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng, khi đó cho biết số hạng đầu và công sai của nó:

a) $u_n = 3n + 2$

b) $u_n = n^2$

Câu 2: Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng, khi đó cho biết số hạng đầu và công sai của nó:

a) $u_n = \frac{3n+2}{5}$

b) $u_n = 3^n$

c) $u_n = \frac{7-3n}{2}$

d) $u_n = \frac{n^3}{2} - 1$

Câu 3: Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = a \ (a \in \mathbb{R}) \\ u_{n+1} = 3 - 2u_n \ (n \geq 1) \end{cases}$. Tìm các giá trị của a để (u_n) là một cấp số cộng.

Câu 4: Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) , biết:

a) $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$

b) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 27 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 275 \end{cases}$

c) $\begin{cases} S_5 - S_2 - u_5 = \frac{1}{10} \\ S_4 + u_7 = \frac{1}{10} \end{cases}$

Câu 5: Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) , biết:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} u_7 + u_{15} - u_3 = 10 \\ u_1 + u_{64} = -11 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} u_7 + u_{15} = 60 \\ u_4^2 + u_{12}^2 = 1170 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} u_1 + u_3 + u_5 = -12 \\ u_1 u_2 u_3 = 8 \end{cases} \\ \text{d) } \begin{cases} u_5 - u_3 = -4 \\ u_2 \cdot u_4 = -3 \end{cases} & \text{e) } \begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases} & \text{f) } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = a \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_n^2 = b^2 \end{cases} \end{array}$$

Câu 6: 1) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = -15$, $u_{14} = 18$. Tính S_{20} .

2) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 17$, $d = 3$. Tính u_{20} và S_{20} .

3) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_6 = 17$, $u_{11} = -1$. Tính d và S_{11} .

Câu 7: Xác định cấp số cộng có công sai là 3, số hạng cuối là 12 và có tổng bằng 30.

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n) . Biết $u_1 + u_4 + u_7 + u_{10} + u_{13} + u_{16} = 147$. Tính $u_1 + u_6 + u_{11} + u_{16}$.

Câu 9: Một cấp số cộng có 11 số hạng. Tổng của chúng là 176. Hiệu của số hạng cuối và số hạng đầu là 30. Tìm cấp số đó.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 + u_{19} = 90$. Hy tính tổng 23 số hạng đầu của (u_n) .

a) Giữa các số 7 và 35, hãy đặt thêm 6 số nữa để được một cấp số cộng.

b) Giữa các số 4 và 67, hãy đặt thêm 20 số nữa để được một cấp số cộng.

Câu 11: a) Tìm 3 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, biết tổng của chúng là 27 và tổng các bình phương của chúng là 293.

b) Tìm 4 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, biết tổng của chúng bằng 22 và tổng các bình phương của chúng bằng 66.

Câu 12: Số đo các góc của một tứ giác lồi lập thành một cấp số cộng và góc lớn nhất gấp 5 lần góc nhỏ nhất. Tìm số đo các góc đó.

Câu 13: a) Ba góc của một tam giác vuông lập thành một cấp số cộng. Tìm số đo các góc đó.

b) Số đo các góc của một đa giác lồi có 9 cạnh lập thành một cấp số cộng có công sai bằng 3° . Tìm số đo của các góc đó.

Câu 14: Chứng minh rằng nếu 3 số a, b, c lập thành một cấp số cộng thì các số x, y, z cũng lập thành một cấp số cộng, với $x = b^2 + bc + c^2$; $y = c^2 + ca + a^2$; $z = a^2 + ab + b^2$.

Câu 15: Cho ba số a, b, c lập thành một cấp số cộng. Chứng minh các hệ thức sau:

$$\text{a) } a^2 + 2bc = c^2 + 2ab; \quad \text{b) } a^2 + 8bc = (2b + c)^2.$$

Câu 16: Chứng minh rằng: Nếu $\log_x a, \log_y b, \log_z c$ theo thứ tự tạo thành một cấp số cộng thì:

$$\log_b y = \frac{2 \log_a x \log_c z}{\log_a x + \log_c z} \quad (0 < x, y, z, a, b, c \neq 1).$$

Câu 17: Tìm x để 3 số a, b, c lập thành một cấp số cộng, với:

$$\text{a) } a = 10 - 3x; b = 2x^2 + 3; c = 7 - 4x. \quad \text{b) } a = x + 1; b = 3x - 2; c = x^2 - 1$$

Câu 18: Chứng minh rằng nếu 3 số a, b, c lập thành một cấp số cộng thì các số x, y, z cũng lập thành một cấp số cộng

$$\text{a) } x = a^2 - bc; y = b^2 - ca; z = c^2 - ab.$$

$$\text{b) Với giả thiết như trên và } a, b, c \text{ dương: } x = \frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}; y = \frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}}; z = \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}.$$

Câu 19: Cho ba số a, b, c lập thành một cấp số cộng. Chứng minh rằng:

$$3(a^2 + b^2 + c^2) - 6(a - b)^2 = (a + b + c)^2$$

- Câu 20:** Chứng minh rằng nếu 3 số a^2, b^2, c^2 lập thành một cấp số cộng thì các số x, y, z cũng lập thành một cấp số cộng, với $x = \frac{1}{a+b}; y = \frac{1}{b+c}; z = \frac{1}{c+a}$.
- Câu 21:** Cho một cấp số cộng: u_1, u_2, u_3, u_4 . Chứng minh rằng nếu: $|u_1u_4 - u_2u_3| \leq 6$ thì biểu thức $A = \sqrt{(x-u_1)(x-u_2)(x-u_3)(x-u_4)+9}$ có nghĩa với mọi x .
- Câu 22:** Tìm các nghiệm số của phương trình: $4x^3 - 6\sqrt{6}x^2 + 14x - \sqrt{6} = 0$, biết rằng các nghiệm số phân biệt và tạo thành một cấp số cộng.
- Câu 23:** Tìm các giá trị m để phương trình $x^4 - 2(m+2)x^2 + 2m+3 = 0$ (1) có 4 nghiệm phân biệt và tạo thành một cấp số cộng.
- Câu 24:** Cho phương trình: $x^4 + 3x^2 - (24+m)x - 26 - n = 0$. Tìm hệ thức liên hệ giữa m và n để 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 lập thành một cấp số cộng.
- Câu 25:** Tìm các nghiệm số của phương trình: $x^3 - 15x^2 + 71x - 105 = 0$, biết rằng các nghiệm số phân biệt và tạo thành một cấp số cộng.
- Câu 26:** Tìm các giá trị m để phương trình $x^3 - 3x^2 - 9x + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt và tạo thành một cấp số cộng.
- Câu 27:** Tìm các giá trị m để phương trình $x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m+1 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt và tạo thành một cấp số cộng.
- Câu 28:** Tính các tổng sau:
a) $A = 15 + 20 + 25 + \dots + 7515$.
b) $B = 1000^2 - 999^2 + 998^2 - 997^2 + \dots + 2^2 - 1^2$.
- Câu 29:** Tìm số tự nhiên n sao cho: $1 + 4 + 7 + \dots + (3n-2) = 590$, biết $1, 4, 7, \dots, (3n-2)$ là 1 cấp số cộng.
- Câu 30:** Tìm số tự nhiên n sao cho:
a) $(2n+1) + (2n+2) + \dots + 3n = 2265$, biết $2n+1, 2n+2, \dots, 3n$ là 1 cấp số cộng.
b) $2 + 7 + 12 + \dots + n = 245$, biết $2, 7, 12, \dots, n$ là 1 cấp số cộng.
- Câu 31:** Chứng minh rằng nếu S_n, S_{2n}, S_{3n} tương ứng là tổng của $n, 2n, 3n$ số hạng đầu tiên của một cấp số cộng thì: $S_{3n} = 3(S_{2n} - S_n)$.
- Câu 32:** Cho tam giác ABC, có ba cạnh a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Hãy chứng minh rằng: $\cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{C}{2} = 3$.
- Câu 33:** Tam giác ABC thỏa mãn điều kiện: $\tan A \cdot \tan B = 6$ và $\tan A \cdot \tan C = 3$. Chứng minh rằng: $\tan A, \tan B, \tan C$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng.
- Câu 34:** Tam giác ABC thỏa mãn điều kiện $\tan A, \tan B, \tan C$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của góc B.
- Câu 35:** Tam giác ABC có $\cot \frac{A}{2}, \cot \frac{B}{2}, \cot \frac{C}{2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. CMR: Ba cạnh a, b, c theo thứ tự đó cũng lập thành một cấp số cộng.
- Câu 36:** Tam giác ABC có $\cot A, \cot B, \cot C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp cộng. CMR: a^2, b^2, c^2 theo thứ tự đó cũng lập thành một cấp số cộng.

Câu 37: Tam giác ABC có các cạnh a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Chứng minh công sai của cấp số cộng đó, được tính bởi công thức $d = \frac{3}{2}r \left(\tan \frac{C}{2} - \tan \frac{A}{2} \right)$.

Câu 38: Cho một cấp số cộng (u_n) và cho các số nguyên dương m, k với $m < k$. Chứng minh rằng:

$$\frac{u_{k-m} + u_{k+m}}{2} = u_k.$$

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 39: Dãy số nào sau đây là một cấp số cộng?

A. $(u_n): \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2, \forall n \geq 1 \end{cases}$

B. $(u_n): \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1, \forall n \geq 1 \end{cases}$

C. $(u_n): 1; 3; 6; 10; 15; \dots$

D. $(u_n): -1; 1; -1; 1; -1; \dots$

Câu 40: Công thức nào sau đây là đúng với cấp số cộng có số hạng đầu u_1 , công sai d , $n \geq 2$?

A. $u_n = u_1 + d$.

B. $u_n = u_1 + (n+1)d$.

C. $u_n = u_1 - (n-1)d$.

D. $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Câu 41: Cho dãy số $u_1 = 1; u_n = u_{n-1} + 2, (n \in \mathbb{N}, n > 1)$. Kết quả nào đúng?

A. $u_5 = 9$.

B. $u_3 = 4$.

C. $u_2 = 2$.

D. $u_6 = 13$.

Câu 42: Cho hai cấp số cộng $(a_n): a_1 = 4; a_2 = 7; ; a_{100}$ và $(b_n): b_1 = 1; b_2 = 6; ; b_{100}$. Hỏi có bao nhiêu số có mặt đồng thời trong cả hai dãy số trên.

A. 32.

B. 20.

C. 33.

D. 53.

Câu 43: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng

A. 27.

B. 31.

C. 35.

D. 29.

Câu 44: Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = 5$, số hạng thứ tư là

A. $u_4 = 23$.

B. $u_4 = 18$.

C. $u_4 = 8$.

D. $u_4 = 14$.

Câu 45: Cho dãy số (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = 3; u_5 = 19$. Tính u_{12} .

A. $u_{12} = 51$.

B. $u_{12} = 57$.

C. $u_{12} = 47$.

D. $u_{12} = \frac{207}{5}$.

Câu 46: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Tính u_5 .

A. 11.

B. 15.

C. 12.

D. 14.

Câu 47: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15; u_{20} = 60$. Tìm u_1, d của cấp số cộng.

A. $u_1 = -35, d = -5$.

B. $u_1 = -35, d = 5$.

C. $u_1 = 35, d = -5$

D. $u_1 = 35, d = 5$.

Câu 48: Xác định số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) có $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$.

A. $u_1 = 3$ và $d = 4$.

B. $u_1 = 3$ và $d = 5$.

C. $u_1 = 4$ và $d = 5$.

D. $u_1 = 4$ và $d = 3$.

Câu 49: Cho dãy số (u_n) có $d = -2; S_8 = 72$. Tính u_1 .

A. $u_1 = 16$.

B. $u_1 = -16$.

C. $u_1 = \frac{1}{16}$.

D. $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Câu 50: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ có công sai là

A. $d = -3$.

B. $d = 3$.

C. $d = 5$.

D. $d = 6$.

Câu 51: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 + u_3 = 20, u_5 + u_7 = -29$. Tìm u_1, d .

- A. $u_1 = 20; d = 7$. B. $u_1 = 20,5; d = 7$. C. $u_1 = 20,5; d = -7$. D. $u_1 = -20,5; d = -7$.
- Câu 52:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.
A. $S_{16} = -24$. B. $S_{16} = 26$. C. $S_{16} = -25$. D. $S_{16} = 24$.
- Câu 53:** Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng.
A. $u_1 = 2; d = 4$. B. $u_1 = 2; d = 3$. C. $u_1 = 2; d = 2$. D. $u_1 = 3; d = 2$.
- Câu 54:** Một cấp số cộng (u_n) có $u_{13} = 8$ và $d = -3$. Tìm số hạng thứ ba của cấp số cộng (u_n) .
A. 50. B. 28. C. 38. D. 44.
- Câu 55:** Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Giá trị u_1 và d là
A. $u_1 = 2, d = 3$. B. $u_1 = 3, d = 2$. C. $u_1 = 2, d = 2$. D. $u_1 = 2, d = 4$.
- Câu 56:** Cho cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = -2$. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là $S_n = -9800$. Giá trị n là
A. 100. B. 99. C. 101. D. 98.
- Câu 57:** Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$. Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng là
A. -244. B. -274. C. -253. D. -285.
- Câu 58:** Biết bốn số $5; x; 15; y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $3x + 2y$ bằng
A. 50. B. 70. C. 30. D. 80.
- Câu 59:** Xác định x để 3 số: $1 - x; x^2; 1 + x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.
A. $x = 5$. B. $x = \pm 2$. C. $x = \pm 1$. D. $x = 0$.
- Câu 60:** Xác định x để 3 số: $1 + 2x; 2x^2 - 1; -2x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.
A. $x = \pm 3$. B. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $x = \pm 2$.
- Câu 61:** Viết ba số xen giữa các số 2 và 22 để được cấp số cộng có 5 số hạng.
A. 7; 12; 17. B. 6; 10; 14. C. 8; 13; 18. D. 6; 12; 18.
- Câu 62:** Viết 4 số hạng xen giữa các số $\frac{1}{3}$ và $\frac{16}{3}$ để được cấp số cộng có 6 số hạng.
A. $\frac{4}{3}; \frac{5}{3}; \frac{6}{3}; \frac{7}{3}$. B. $\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{10}{3}; \frac{13}{3}$. C. $\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{11}{3}; \frac{14}{3}$. D. $\frac{3}{4}; \frac{7}{4}; \frac{11}{4}; \frac{15}{4}$.
- Câu 63:** Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:
A. $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$. B. $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$. C. $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$. D. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.
- Câu 64:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tổng S_{20} của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là
A. $S_{20} = 600$. B. $S_{20} = 60$. C. $S_{20} = 250$. D. $S_{20} = 500$.
- Câu 65:** Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Tính $S = u_1 + u_4 + u_7 + \dots + u_{2011}$.
A. $S = 2023736$. B. $S = 2023563$. C. $S = 6730444$. D. $S = 6734134$.

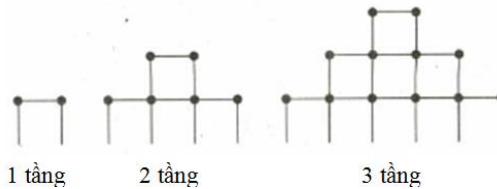
- Câu 66:** Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu là $u_1 = -2017$ và công sai $d = 3$. Bắt đầu từ số hạng nào trở đi mà các số hạng của cấp số cộng đều nhận giá trị dương?
- A. u_{674} . B. u_{672} . C. u_{675} . D. u_{673} .
- Câu 67:** Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n .
- A. $u_n = 1 + 4n$. B. $u_n = 5n$. C. $u_n = 3 + 2n$. D. $u_n = 2 + 3n$.
- Câu 68:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018?
- A. 287. B. 289. C. 288. D. 286.
- Câu 69:** Cho dãy số (u_n) có $u_1 = -1; d = 2; S_n = 483$. Tính số các số hạng của cấp số cộng.
- A. $n = 20$. B. $n = 21$. C. $n = 22$. D. $n = 23$.
- Câu 70:** Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 4n^2 + 3n$, $n \in \mathbb{N}^*$ thì số hạng thứ 10 của cấp số cộng là
- A. $u_{10} = 95$. B. $u_{10} = 71$. C. $u_{10} = 79$. D. $u_{10} = 87$.
- Câu 71:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{2013} + u_6 = 1000$. Tổng 2018 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là:
- A. 1009000. B. 100800. C. 1008000. D. 100900.
- Câu 72:** Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng?
- A. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc$. B. $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc$.
C. $a^2 + c^2 = 2ab - 2bc$. D. $a^2 - c^2 = ab - bc$.
- Câu 73:** Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây đúng?
- A. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc + 2ac$. B. $a^2 - c^2 = 2ab + 2bc - 2ac$.
C. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc - 2ac$. D. $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc + 2ac$.
- Câu 74:** Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, ba số nào dưới đây cũng lập thành một cấp số cộng?
- A. $2b^2, a, c^2$. B. $-2b, -2a, -2c$. C. $2b, a, c$. D. $2b, -a, -c$.
- Câu 75:** Giải phương trình $1 + 8 + 15 + 22 + \dots + x = 7944$.
- A. $x = 330$. B. $x = 220$. C. $x = 351$. D. $x = 407$.
- Câu 76:** Cho 4 số thực a, b, c, d là 4 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Biết tổng của chúng bằng 4 và tổng các bình phương của chúng bằng 24. Tính $P = a^3 + b^3 + c^3 + d^3$.
- A. $P = 64$. B. $P = 80$. C. $P = 16$. D. $P = 79$.
- Câu 77:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $u_1 u_2 + u_2 u_3 + u_3 u_4$.
- A. -20 . B. -6 . C. -8 . D. -24 .
- Câu 78:** Cho cấp số cộng (u_n) và gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó
- A. $u_n = 5 + 4n$. B. $u_n = 3 + 2n$. C. $u_n = 2 + 3n$. D. $u_n = 4 + 5n$.
- Câu 79:** Viết ba số xen giữa 2 và 22 để ta được một cấp số cộng có 5 số hạng.
- A. 6, 12, 18. B. 8, 13, 18. C. 7, 12, 17. D. 6, 10, 14.
- Câu 80:** Viết ba số xen giữa các số 2 và 22 để được cấp số cộng có 5 số hạng.
- A. 7; 12; 17. B. 6; 10; 14. C. 8; 13; 18. D. 6; 12; 18.

- Câu 81:** Viết 4 số hạng xen giữa các số $\frac{1}{3}$ và $\frac{16}{3}$ để được cấp số cộng có 6 số hạng.
- A. $\frac{4}{3}; \frac{5}{3}; \frac{6}{3}; \frac{7}{3}$. B. $\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{10}{3}; \frac{13}{3}$. C. $\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{11}{3}; \frac{14}{3}$. D. $\frac{3}{4}; \frac{7}{4}; \frac{11}{4}; \frac{15}{4}$.
- Câu 82:** Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 3n^2 + 4n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của số hạng thứ 10 của cấp số cộng là
- A. $u_{10} = 55$. B. $u_{10} = 67$. C. $u_{10} = 61$. D. $u_{10} = 59$.
- Câu 83:** Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 28 và tổng các bình phương của chúng bằng 276. Tích của bốn số đó là
- A. 585. B. 161. C. 404. D. 276.
- Câu 84:** Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$
- A. $S = 123$. B. $S = \frac{4}{23}$. C. $S = \frac{9}{246}$. D. $S = \frac{49}{246}$.
- Câu 85:** Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng đều dương, số hạng đầu $u_1 = 1$ và tổng của 100 số hạng đầu tiên bằng 14950.
- Tính giá trị $S = \frac{1}{u_2 \sqrt{u_1} + u_1 \sqrt{u_2}} + \frac{1}{u_3 \sqrt{u_2} + u_2 \sqrt{u_3}} + \dots + \frac{1}{u_{2018} \sqrt{u_{2017}} + u_{2017} \sqrt{u_{2018}}}$.
- A. $\frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{6052}} \right)$. B. $1 - \frac{1}{\sqrt{6052}}$. C. 2018. D. 1.
- Câu 86:** Tam giác ABC có ba cạnh a, b, c thỏa mãn a^2, b^2, c^2 theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau
- A. $\tan^2 A, \tan^2 B, \tan^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.
 B. $\cot^2 A, \cot^2 B, \cot^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.
 C. $\cos A, \cos B, \cos C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.
 D. $\sin^2 A, \sin^2 B, \sin^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.
- Câu 87:** Cho tam giác ABC biết 3 góc của tam giác lập thành một cấp số cộng và có một góc bằng 25° . Tìm 2 góc còn lại.
- A. $65^\circ, 90^\circ$ B. $75^\circ, 80^\circ$. C. $60^\circ, 95^\circ$. D. $60^\circ, 90^\circ$.
- Câu 88:** Cho tứ giác $ABCD$ biết 4 góc của tứ giác lập thành một cấp số cộng và góc A bằng 30° . Tìm các góc còn lại.
- A. $75^\circ, 120^\circ, 65^\circ$. B. $72^\circ, 114^\circ, 156^\circ$. C. $70^\circ; 110^\circ; 150^\circ$. D. $80^\circ; 110^\circ; 135^\circ$.
- Câu 89:** Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?
- A. 81. B. 82. C. 80. D. 79.
- Câu 90:** Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây...Số hàng cây trong khu vườn là
- A. 31. B. 30. C. 29. D. 28.

Câu 91: Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng là

- A. 77. B. 79. C. 76. D. 78.

Câu 92: Bạn An chơi trò chơi xếp các que diêm thành tháp theo qui tắc thể hiện như hình vẽ. Để xếp được tháp có 10 tầng thì bạn An cần đúng bao nhiêu que diêm?



- A. 210. B. 39. C. 100. D. 270.

Câu 93: Trong hội chợ tết Mậu Tuất 2018, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng 1,3,5,... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?



- A. 59. B. 30. C. 61. D. 57.

Câu 94: Một đa giác có n cạnh và có chu vi bằng 158 cm . Biết số đo các cạnh của đa giác lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 3 \text{ cm}$ và cạnh lớn nhất có độ dài là 44 cm . Đa giác có số cạnh n bằng

- A. $n = 7$. B. $n = 5$. C. $n = 6$. D. $n = 4$.

Câu 95: Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liên sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế, hỏi sân vận động đó có tất cả bao nhiêu ghế?

- A. 2250. B. 1740. C. 4380. D. 2190.

Câu 96: Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?

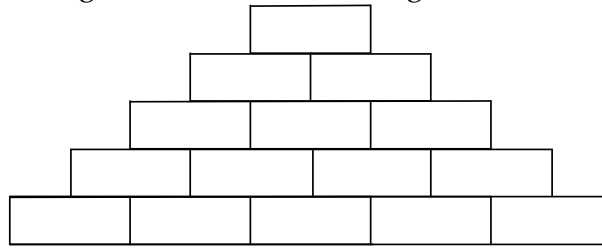
- A. 47. B. 45. C. 44. D. 46.

Câu 97: Sinh nhật bạn của An vào ngày 01 tháng năm. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn nên quyết định bỏ ống heo 100 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2016, sau đó cứ liên tục ngày sau hơn ngày trước 100 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của bạn, An đã tích lũy được bao nhiêu tiền? (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016).

- A. 738.100 đồng. B. 726.000 đồng. C. 714.000 đồng. D. 750.300 đồng.

Câu 98: Bà chủ quán trà sữa X muốn trang trí quán cho đẹp nên quyết định thuê nhân công xây một bức tường gạch với xi măng (như hình vẽ bên dưới), biết hàng dưới cùng có 500 viên, mỗi

hàng tiếp theo đều có ít hơn hàng trước 1 viên và hàng trên cùng có 1 viên. Hỏi số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường trên là bao nhiêu viên gạch ?



- A. 25250. B. 250500. C. 12550. D. 125250.

Câu 99: Sinh nhật lần thứ 17 của An vào ngày 01 tháng 5 năm 2018. Bạn An muốn mua một chiếc máy ảnh giá 3850000 đồng để làm quà sinh nhật cho chính mình nên An quyết định bỏ ống heo 1000 đồng vào ngày 01 tháng 02 năm 2018. Trong các ngày tiếp theo, ngày sau bỏ ống nhiều hơn ngày trước 1000 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của mình, An có bao nhiêu tiền (tính đến ngày 30 tháng 4 năm 2018)?

- A. 4095000 đồng. B. 89000 đồng. C. 4005000 đồng. D. 3960000 đồng.

IV. LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng, khi đó cho biết số hạng đầu và công sai của nó:

a) $u_n = 3n + 2$

b) $u_n = n^2$

Lời giải :

a) $\forall n \in \mathbb{N}^* : u_{n+1} - u_n = [3(n+1) + 2] - (3n + 2) = 3 = \text{const}$

$\Leftrightarrow (u_n)$ là 1 cấp số cộng với công sai $d = 3$ và $u_1 = 5$.

b) $\forall n \in \mathbb{N}^* : u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - n^2 = 2n + 1 \neq \text{const}$

$\Rightarrow (u_n)$ không là 1 cấp số cộng.

Bài tập tương tự:

Câu 2: Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng, khi đó cho biết số hạng đầu và công sai của nó:

a) $u_n = \frac{3n+2}{5}$

b) $u_n = 3^n$

c) $u_n = \frac{7-3n}{2}$

d) $u_n = \frac{n^3}{2} - 1$

Câu 3: Cho dãy số $(u_n) : \begin{cases} u_1 = a \ (a \in \mathbb{R}) \\ u_{n+1} = 3 - 2u_n \ (n \geq 1) \end{cases}$. Tìm các giá trị của a để (u_n) là một cấp số cộng.

Lời giải :

Để (u_n) là một cấp số cộng $\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}^* : u_{n+1} - u_n = d = \text{const}$

$\Rightarrow 3 - 2u_n - u_n = d \Rightarrow u_n = 1 - \frac{d}{3} = \text{const}$, tức là (u_n) phải là dãy không đổi $d = 0$, tức là

$1 - \frac{d}{3} = a = 1$.

Vậy điều kiện cần để (u_n) là một cấp số cộng là $a = 1$.

Ngược lại: khi $a = 1$ thì $(u_n): \begin{cases} u_1 = 1 \ (a \in \mathbb{R}) \\ u_{n+1} = 3 - 2u_n \ (n \geq 1) \end{cases} \Rightarrow u_n = 1 \ \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 0$.

Câu 4: Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) , biết:

a) $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$

b) $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 27 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 275 \end{cases}$

c) $\begin{cases} S_5 - S_2 - u_5 = \frac{1}{10} \\ S_4 + u_7 = \frac{1}{10} \end{cases}$

Lời giải:

a) Ta có $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + (u_1 + 4d) - (u_1 + 2d) = 10 \\ u_1 + (u_1 + 5d) = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 10 \\ 2u_1 + 5d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 16 \\ d = -3 \end{cases}$

b) Ta có $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 27 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 275 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + (u_1 + d) + (u_1 + 2d) = 27 \\ u_1^2 + (u_1 + d)^2 + (u_1 + 2d)^2 = 275 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 9 & (1) \\ 3u_1^2 + 6u_1d + 5d^2 = 275 & (2) \end{cases}$

Từ (1): $u_1 = 9 - d$ thay vào (2) ta có phương trình: $3u_1^2 + 6u_1d + 5d^2 = 275$

$3(9 - d)^2 + 6(9 - d)d + 5d^2 = 275 \Leftrightarrow 2d^2 = 32 \Leftrightarrow d^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 4 \\ d = -4 \end{cases}$

+ Với $d = 4 \Rightarrow u_1 = 5$

+ Với $d = -4 \Rightarrow u_1 = 13$

Kết luận: Có 2 cấp số cộng (u_n) thỏa yêu cầu bài toán là $\begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 4 \end{cases}$ và $\begin{cases} u_1 = 13 \\ d = -4 \end{cases}$.

c) Ta có $\begin{cases} S_5 - S_2 - u_5 = \frac{1}{10} \\ S_4 + u_7 = \frac{1}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5(2u_1 + 4d)}{2} - \frac{2(2u_1 + d)}{2} - (u_1 + 4d) = \frac{1}{10} \\ \frac{4(2u_1 + 3d)}{2} + (u_1 + 6d) = \frac{1}{10} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 5d = \frac{1}{10} \\ 5u_1 + 9d = \frac{1}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -\frac{2}{35} \\ d = \frac{3}{70} \end{cases}$

Bài tập tương tự:

Câu 5: Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) , biết:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} u_7 + u_{15} - u_3 = 10 \\ u_1 + u_{64} = -11 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} u_7 + u_{15} = 60 \\ u_4^2 + u_{12}^2 = 1170 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} u_1 + u_3 + u_5 = -12 \\ u_1 u_2 u_3 = 8 \end{cases} \\ \text{d) } \begin{cases} u_5 - u_3 = -4 \\ u_2 \cdot u_4 = -3 \end{cases} & \text{e) } \begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases} & \text{f) } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = a \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_n^2 = b^2 \end{cases} \end{array}$$

- Câu 6:** 1) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = -15$, $u_{14} = 18$. Tính S_{20} .
 2) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 17$, $d = 3$. Tính u_{20} và S_{20} .
 3) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_6 = 17$, $u_{11} = -1$. Tính d và S_{11} .

Câu 7: Xác định cấp số cộng có công sai là 3, số hạng cuối là 12 và có tổng bằng 30.

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n) . Biết $u_1 + u_4 + u_7 + u_{10} + u_{13} + u_{16} = 147$. Tính $u_1 + u_6 + u_{11} + u_{16}$.

Câu 9: Một cấp số cộng có 11 số hạng. Tổng của chúng là 176. Hiệu của số hạng cuối và số hạng đầu là 30. Tìm cấp số đó.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 + u_{19} = 90$. Hy tính tổng 23 số hạng đầu của (u_n) .

- a) Giữa các số 7 và 35, hãy đặt thêm 6 số nữa để được một cấp số cộng.
 b) Giữa các số 4 và 67, hãy đặt thêm 20 số nữa để được một cấp số cộng.

Lời giải :

a) Gọi cấp số cộng thỏa yêu cầu bài toán là $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8$ (công sai d)

$$\text{Theo giả thiết: } \begin{cases} u_1 = 7 \\ u_8 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 7 \\ u_8 = u_1 + 7d = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 7 \\ d = 4 \end{cases}$$

Suy ra: $u_2 = 11$, $u_3 = 15$, $u_4 = 19$, $u_5 = 23$, $u_6 = 27$, $u_7 = 31$.

b) Độc giả tương tự giải quyết.

Bài tập tương tự:

- Câu 11:** a) Tìm 3 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, biết tổng của chúng là 27 và tổng các bình phương của chúng là 293.
 b) Tìm 4 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, biết tổng của chúng bằng 22 và tổng các bình phương của chúng bằng 66.
Câu 12: Số đo các góc của một tứ giác lồi lập thành một cấp số cộng và góc lớn nhất gấp 5 lần góc nhỏ nhất. Tìm số đo các góc đó.

Lời giải :

Gọi các góc của tứ giác $A < B < C < D$ theo thứ tự tạo thành một cấp số cộng.

Ta có: $A + B + C + D = 180^\circ$ (1)

Do A, B, C, D tạo thành 1 cấp số cộng

$$\Rightarrow S_4 = A + B + C + D = \frac{4(A + D)}{2} = 180^\circ \Leftrightarrow A + D = 90^\circ \quad (2)$$

Theo giả thiết: $D = 4A$ (3)

Từ (2) và (3) suy ra: $5A = 90^\circ \Leftrightarrow A = 18^\circ \Rightarrow D = 72^\circ = A + 3d \Leftrightarrow d = 72^\circ - 3A = 18^\circ$

Từ đây suy ra: $B = A + d = 36^\circ$, $C = A + 2d = 54^\circ$ (y.c.b.t)

CHÚ Ý: Tổng các góc trong một đa giác lồi có n cạnh bằng $(n - 2) \cdot 180^\circ$

Bài tập tương tự:

- Câu 13:** a) Ba góc của một tam giác vuông lập thành một cấp số cộng. Tìm số đo các góc đó.

b) Số đo các góc của một đa giác lồi có 9 cạnh lập thành một cấp số cộng có công sai bằng 30° .
 Tìm số đo của các góc đó.

Câu 14: Chứng minh rằng nếu 3 số a, b, c lập thành một cấp số cộng thì các số x, y, z cũng lập thành một cấp số cộng, với $x = b^2 + bc + c^2$; $y = c^2 + ca + a^2$; $z = a^2 + ab + b^2$.

Lời giải:

Ta xét $x + z = (b^2 + bc + c^2) + (a^2 + ab + b^2) = 2b^2 + c^2 + a^2 + b(a + c)$ (*)

Do a, b, c lập thành một cấp số cộng $\Leftrightarrow a + c = 2b$ thay vào (*):

$$\Rightarrow x + z = 2b^2 + c^2 + a^2 + 2b^2 = c^2 + a^2 + 4b^2 = c^2 + a^2 + (a + c)^2 = 2(c^2 + ca + a^2) = 2y$$

$\Leftrightarrow x, y, z$ lập thành một cấp số cộng (đ.p.c.m).

Câu 15: Cho ba số a, b, c lập thành một cấp số cộng. Chứng minh các hệ thức sau:

a) $a^2 + 2bc = c^2 + 2ab$;

b) $a^2 + 8bc = (2b + c)^2$.

Lời giải:

a) Ta có a, b, c lập thành một cấp số cộng $a + c = 2b$.

$$\Rightarrow a^2 + 2bc = a^2 + (a + c)c = a^2 + ac + c^2 = c^2 + a(a + c) = c^2 + 2ab \text{ (đ.p.c.m)}$$

b) Ta có a, b, c lập thành một cấp số cộng $a + c = 2b$.

$$\Rightarrow a^2 + 8bc = a^2 + 4c(a + c) = a^2 + 4ac + 4c^2 = (a + 2c)^2 = (a + c + c)^2 = (2b + c)^2 \text{ (đ.p.c.m)}$$

Câu 16: Chứng minh rằng: Nếu $\log_x a, \log_y b, \log_z c$ theo thứ tự tạo thành một cấp số cộng thì:

$$\log_b y = \frac{2\log_a x \log_c z}{\log_a x + \log_c z} \quad (0 < x, y, z, a, b, c \neq 1).$$

Lời giải:

Theo giả thiết:

$$\Leftrightarrow \log_x a + \log_z c = 2\log_y b \Leftrightarrow \frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_c z} = \frac{2}{\log_b y} \Rightarrow \log_b y = \frac{2\log_a x \cdot \log_c z}{\log_a x + \log_c z} \text{ (đ.p.c.m)}$$

Bài tập tương tự:

Câu 17: Tìm x để 3 số a, b, c lập thành một cấp số cộng, với:

a) $a = 10 - 3x$; $b = 2x^2 + 3$; $c = 7 - 4x$.

b) $a = x + 1$; $b = 3x - 2$; $c = x^2 - 1$

Câu 18: Chứng minh rằng nếu 3 số a, b, c lập thành một cấp số cộng thì các số x, y, z cũng lập thành một cấp số cộng

a) $x = a^2 - bc$; $y = b^2 - ca$; $z = c^2 - ab$.

b) Với giả thiết như trên và a, b, c dương: $x = \frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}$; $y = \frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}}$; $z = \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$.

Câu 19: Cho ba số a, b, c lập thành một cấp số cộng. Chứng minh rằng:

$$3(a^2 + b^2 + c^2) - 6(a - b)^2 = (a + b + c)^2$$

Câu 20: Chứng minh rằng nếu 3 số a^2, b^2, c^2 lập thành một cấp số cộng thì các số x, y, z cũng lập

thành một cấp số cộng, với $x = \frac{1}{a + b}$; $y = \frac{1}{b + c}$; $z = \frac{1}{c + a}$.

Câu 21: Cho một cặp số cộng: u_1, u_2, u_3, u_4 . Chứng minh rằng nếu: $|u_1u_4 - u_2u_3| \leq 6$ thì biểu thức $A = \sqrt{(x-u_1)(x-u_2)(x-u_3)(x-u_4)+9}$ có nghĩa với mọi x .

Lời giải:

Theo tính chất của cặp số cộng, ta có: $u_1 + u_4 = u_2 + u_3$

Do đó: $(x-u_1)(x-u_2)(x-u_3)(x-u_4) = [x^2 - (u_1+u_4)x + u_1u_4][x^2 - (u_2+u_3)x + u_2u_3]$ (*)

Đặt: $t = x^2 - (u_1+u_4)x = x^2 - (u_2+u_3)x$, khi đó:

(*) trở thành: $f(t) = (t + u_1u_4)(t + u_2u_3) + 9 = t^2 + (u_1u_4 + u_2u_3)t + u_1u_4u_2u_3 + 9$

Xét $\Delta_t = (u_1u_4 + u_2u_3)^2 - 4u_1u_2u_3u_4 - 36 = (u_1u_4 - u_2u_3)^2 - 36$.

Rõ ràng: $|u_1u_4 - u_2u_3| \leq 6 \Rightarrow \Delta_t < 0 \Leftrightarrow f(t) > 0 \forall t \Leftrightarrow A$ có nghĩa với mọi x .

Câu 22: Tìm các nghiệm số của phương trình: $4x^3 - 6\sqrt{6}x^2 + 14x - \sqrt{6} = 0$, biết rằng các nghiệm số phân biệt và tạo thành một cặp số cộng.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Vì phương trình có các nghiệm x_1, x_2, x_3 phân biệt và tạo thành một cặp số cộng, nên:

$4x^3 - 6\sqrt{6}x^2 + 14x - \sqrt{6} = 4(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$ và $x_1 + x_3 = 2x_2$.

Ta có: $4x^3 - 6\sqrt{6}x^2 + 14x - \sqrt{6} = 4x^3 - 4(x_1 + x_2 + x_3)x^2 + Mx + N$

$$\Rightarrow 4(x_1 + x_2 + x_3) = 6\sqrt{6} \Rightarrow 12x_2 = 6\sqrt{6} \Leftrightarrow x_2 = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Vậy phương trình có một nghiệm là $\frac{\sqrt{6}}{2}$ nên:

$$4x^3 - 6\sqrt{6}x^2 + 14x - \sqrt{6} = 4\left(x - \frac{\sqrt{6}}{2}\right)\left(x^2 - \sqrt{6}x + \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{6}}{2} \\ x^2 - \sqrt{6}x + \frac{1}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{6}}{2} \\ x = 1 + \frac{\sqrt{6}}{2} \\ x = -1 + \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình có các nghiệm là $x = \frac{\sqrt{6}}{2}; x = 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}; x = -1 + \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 23: Tìm các giá trị m để phương trình $x^4 - 2(m+2)x^2 + 2m+3 = 0$ (1) có 4 nghiệm phân biệt và tạo thành một cặp số cộng.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Đặt $t = x^2 \geq 0$. Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2(m+2)t + 2m+3 = 0$ (2)

Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn: $0 < t_1 < t_2$

$$\text{y.c.b.t} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{3}{2} \\ m \neq -1 \end{cases} (*)$$

Khi đó phương trình đã cho có các nghiệm là:

$$x_1 = -\sqrt{t_2}, x_2 = -\sqrt{t_1}, x_3 = \sqrt{t_1}, x_4 = \sqrt{t_2} \quad (-\sqrt{t_2} < -\sqrt{t_1} < \sqrt{t_1} < \sqrt{t_2})$$

Do các nghiệm lập thành 1 cặp số cộng $\Leftrightarrow x_4 - x_1 = 3(x_3 - x_2) \Leftrightarrow \sqrt{t_2} = 3\sqrt{t_1} \Leftrightarrow t_2 = 9t_1$.

Mặt khác:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 2(m+2) \quad (=S) \\ t_1 t_2 = 2m+3 \quad (=P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10t_1 = 2(m+2) \quad (=S) \\ 9t_1^2 = 2m+3 \quad (=P) \end{cases} \Rightarrow 9\left(\frac{m+2}{5}\right)^2 = 2m+3 \quad (9S^2 = 100P)$$

$$\Leftrightarrow 9m^2 - 14m - 39 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -\frac{13}{9} \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện (*), ta có các giá trị m thỏa y.c.b.t là $m = 3, m = -\frac{13}{9}$.

Câu 24: Cho phương trình : $x^4 + 3x^2 - (24+m)x - 26 - n = 0$. Tìm hệ thức liên hệ giữa m và n để 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 lập thành một cấp số cộng.

Lời giải :

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Vì 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 lập thành cấp số cộng, nên ta có thể đặt:

$x_1 = x_0 - d, x_2 = x_0, x_3 = x_0 + d \quad (d \neq 0)$. Theo giả thiết ta có :

$$\begin{aligned} x^3 + 3x^2 - (24+m)x - 26 - n &= (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = (x - x_0 + d)(x - x_0)(x - x_0 - d) \\ &= x^3 - 3x_0x^2 + (3x_0^2 - d^2)x - x_0^3 + x_0d^2 \quad (\forall x) \end{aligned}$$

Đồng nhất hệ số ở hai vế của phương trình ta có hệ:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x_0 = 3 \\ 3x_0^2 - d^2 = -(24+m) \\ -x_0^3 + x_0d^2 = -26 - n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ 3 - d^2 = -24 - m \\ 1 - d^2 = -26 - n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ m = n \end{cases}$$

Vậy với $m = n$ thì ba nghiệm phân biệt của phương trình lập thành cấp số cộng.

Bài tập tương tự:

Câu 25: Tìm các nghiệm số của phương trình: $x^3 - 15x^2 + 71x - 105 = 0$, biết rằng các nghiệm số phân biệt và tạo thành một cấp số cộng.

Câu 26: Tìm các giá trị m để phương trình $x^3 - 3x^2 - 9x + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt và tạo thành một cấp số cộng.

Câu 27: Tìm các giá trị m để phương trình $x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m+1 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt và tạo thành một cấp số cộng.

Câu 28: Tính các tổng sau:

a) $A = 15 + 20 + 25 + \dots + 7515$.

b) $B = 1000^2 - 999^2 + 998^2 - 997^2 + \dots + 2^2 - 1^2$.

Lời giải :

a) Ta thấy các số hạng của tổng $A = 15 + 20 + 25 + \dots + 7515$ tạo thành một cấp số cộng có $u_1 = 15$, $d = 5$. Giả sử tổng trên có n số hạng thì $u_n = 7515 \Leftrightarrow u_1 + (n-1)d = 7515$
 $\Leftrightarrow 15 + (n-1)5 = 7515 \Leftrightarrow n = 1501$.

$$\text{Lúc đó: } A = \frac{1501(15 + 7515)}{2} = 5.651.265.$$

$$\begin{aligned} \text{b) } B &= (1000^2 - 999^2) + (998^2 - 997^2) + \dots + (2^2 - 1^2) \\ &= 1.(1000 + 999) + 1.(998 + 997) + \dots + 1.(2 + 1) \\ &= 1999 + 1995 + 1991 + \dots + 3 \end{aligned}$$

Ta thấy các số hạng của tổng $B = 1999 + 1995 + 1991 + \dots + 3$ tạo thành một cấp số cộng có $u_1 = 1999$, $d = -4$. Giả sử tổng trên có n số hạng thì $u_n = 3 \Leftrightarrow u_1 + (n-1)d = 3$
 $\Leftrightarrow 1999 - (n-1)4 = 3 \Leftrightarrow n = 500$.

$$\text{Lúc đó: } B = \frac{500(1999 + 3)}{2} = 5.000.500.$$

Câu 29: Tìm số tự nhiên n sao cho: $1 + 4 + 7 + \dots + (3n-2) = 590$, biết $1, 4, 7, \dots, (3n-2)$ là 1 cấp số cộng.

Lời giải :

Để thấy công sai của cấp số cộng là $u_2 - u_1 = d = 3$.

Giả sử $u_k = 3n - 2$, lúc đó:

$$1 + 4 + 7 + \dots + (3n-2) = \frac{k[2u_1 + (k-1)d]}{2} = 590 \Leftrightarrow k[2 + (k-1)3] = 1180$$

$$\Leftrightarrow 3k^2 - k - 1180 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 20 & (\text{nhận}) \\ k = -\frac{59}{3} & (\text{loại}) \end{cases} \Rightarrow k = 20$$

$$\text{Lúc đó: } u_{20} = 3n - 2 \Leftrightarrow u_1 + 19d = 3n - 2 \Leftrightarrow 1 + 57 = 3n - 2 \Leftrightarrow n = 20.$$

Bài tập tương tự:

Câu 30: Tìm số tự nhiên n sao cho:

a) $(2n+1) + (2n+2) + \dots + 3n = 2265$, biết $2n+1, 2n+2, \dots, 3n$ là 1 cấp số cộng.

b) $2 + 7 + 12 + \dots + n = 245$, biết $2, 7, 12, \dots, n$ là 1 cấp số cộng.

Câu 31: Chứng minh rằng nếu S_n, S_{2n}, S_{3n} tương ứng là tổng của $n, 2n, 3n$ số hạng đầu tiên của một cấp số cộng thì: $S_{3n} = 3(S_{2n} - S_n)$.

Câu 32: Cho tam giác ABC, có ba cạnh a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Hãy chứng minh rằng: $\cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{C}{2} = 3$.

Lời giải :

Ta có: a, b, c lập thành cấp số cộng $\Leftrightarrow a + c = 2b$

$$\Leftrightarrow \sin A + \sin C = 2 \sin B \Leftrightarrow 2 \sin \frac{A+C}{2} \cos \frac{A-C}{2} = 4 \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} \quad (1)$$

$$\text{Vì: } A + C = 180^\circ - B \Rightarrow \frac{A+C}{2} = 90^\circ - \frac{B}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \frac{A+C}{2} = \sin \left(90^\circ - \frac{B}{2} \right) = \cos \frac{B}{2} \\ \cos \frac{A+C}{2} = \cos \left(90^\circ - \frac{B}{2} \right) = \sin \frac{B}{2} \end{cases} (*)$$

$$\text{Do đó (1) trở thành: } \Leftrightarrow \sin \frac{A+C}{2} \cos \frac{A-C}{2} = 2 \sin \frac{A+C}{2} \cos \frac{A+C}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{A-C}{2} = 2 \sin \frac{B}{2} \Leftrightarrow \cos \frac{A-C}{2} = 2 \cos \frac{A+C}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C}{2} = 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} - 2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C}{2} \Leftrightarrow \cos \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} = 3 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C}{2}$$

$$\Rightarrow \cot \frac{A}{2} \cot \frac{C}{2} = 3 \text{ (đ.p.c.m)}$$

Câu 33: Tam giác ABC thỏa mãn điều kiện: $\tan A \cdot \tan B = 6$ và $\tan A \cdot \tan C = 3$. Chứng minh rằng: $\tan A, \tan B, \tan C$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng.

Lời giải:

$$\text{Từ giả thiết ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \tan A \cdot \tan B = 6 \\ \tan A \cdot \tan C = 3 \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác ta có: } -\tan B = \tan(A+C) = \frac{\tan A + \tan C}{1 - \tan A \tan C} = \frac{\tan A + \tan C}{1 - 3} = -\frac{1}{2}(\tan A + \tan C)$$

$$\Leftrightarrow 2 \tan B = \tan A + \tan C \Leftrightarrow 2 \tan A \tan B = 2 \tan^2 A + \tan A \tan C$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 6 = 2 \tan^2 A + 3 \Rightarrow \tan^2 A = 9$$

Theo giả thiết: $\tan A \cdot \tan B = 6 > 0$, $\tan A \cdot \tan C = 3 > 0$ nên $\tan A > 0$, $\tan B > 0$, $\tan C > 0$

Suy ra: $\tan A = 3$, $\tan B = 2$, $\tan C = 1$. Điều đó chứng tỏ $\tan A, \tan B, \tan C$ lập thành cấp số cộng có công sai $d = 1$.

Câu 34: Tam giác ABC thỏa mãn điều kiện $\tan A, \tan B, \tan C$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của góc B.

Lời giải:

Theo giả thiết $\tan A, \tan B, \tan C$ lập thành cấp số cộng thì ta có:

$$\tan A + \tan C = 2 \tan B$$

$$\Leftrightarrow \tan A + \tan C = \frac{\sin(A+C)}{\cos A \cos C} = \frac{\sin B}{\cos A \cos C} \Rightarrow \frac{2 \sin B}{\cos B} = \frac{\sin B}{\cos A \cos C}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{\cos B} = \frac{1}{\cos A \cos C} \Leftrightarrow 2 \cos A \cos C = \cos B \Leftrightarrow \cos(A+C) + \cos(A-C) = \cos B$$

$$\Leftrightarrow -\cos B + \cos(A-C) = \cos B \Leftrightarrow \cos B = \frac{1}{2} \cos(A-C) \leq \frac{1}{2} \quad (2) \text{ (vì } 0 < \cos(A-C) \leq 1)$$

Do $0 < B \leq \pi \Rightarrow$ Giá trị nhỏ nhất của $B = \frac{\pi}{3}$.

Câu 35: Tam giác ABC có $\cot \frac{A}{2}, \cot \frac{B}{2}, \cot \frac{C}{2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. CMR: Ba cạnh a, b, c theo thứ tự đó cũng lập thành một cấp số cộng.

Lời giải :

$$\begin{aligned} \text{Theo đề bài ta có : } \cot \frac{A}{2} + \cot \frac{C}{2} &= 2 \cot \frac{B}{2} \Leftrightarrow \frac{\sin \frac{A+C}{2}}{\sin \frac{A}{2} \sin \frac{C}{2}} = 2 \frac{\cos \frac{B}{2}}{\sin \frac{B}{2}} = 2 \frac{\sin \frac{A+C}{2}}{\cos \frac{A+C}{2}} \\ \Leftrightarrow \sin \left(\frac{A+C}{2} \right) \cos \left(\frac{A+C}{2} \right) &= 2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C}{2} \sin \frac{A+C}{2} = \left(\cos \frac{A-C}{2} - \cos \frac{A+C}{2} \right) \sin \frac{A+C}{2} \\ \Leftrightarrow 2 \sin \frac{A+C}{2} \cos \frac{A+C}{2} &= \cos \frac{A-C}{2} \sin \frac{A+C}{2} \Leftrightarrow 2 \sin (A+C) = \frac{1}{2} (\sin A + \sin C) \\ \Leftrightarrow \sin A + \sin C &= 2 \sin B \Rightarrow a + c = 2b \text{ (đ.p.c.m)} \end{aligned}$$

Câu 36: Tam giác ABC có $\cot A, \cot B, \cot C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp cộng. CMR: a^2, b^2, c^2 theo thứ tự đó cũng lập thành một cấp số cộng.

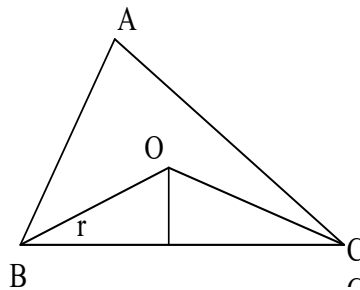
Lời giải:

Theo giả thiết ta có: $\cot A + \cot C = 2 \cot B$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{\sin(A+C)}{\sin A \sin C} &= \frac{2 \cos B}{\sin B} \Leftrightarrow \sin^2 B = 2 \sin B \sin C \cos B = [\cos(A-C) - \cos(A+C)] \cos B \\ \Leftrightarrow \sin^2 B &= \cos(A-C) \cos B - \cos(A+C) \cos B = -\cos(A-C) \cos(A+C) + \cos^2 B \\ \Leftrightarrow \sin^2 B &= -\frac{1}{2} (\cos 2A + \cos 2C) + 1 - \sin^2 B = -\frac{1}{2} (1 - 2 \sin^2 A + 1 - 2 \sin^2 C) + 1 - \sin^2 B \\ \Rightarrow 2 \sin^2 B &= \sin^2 A + \sin^2 C \Leftrightarrow 2b^2 = a^2 + c^2 \text{ (đ.p.c.m)} \end{aligned}$$

Câu 37: Tam giác ABC có các cạnh a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Chứng minh công sai của cấp số cộng đó, được tính bởi công thức $d = \frac{3}{2} r \left(\tan \frac{C}{2} - \tan \frac{A}{2} \right)$.

Lời giải:



Do a, b, c là cấp số cộng, cho nên công sai $d = \frac{c-a}{2}$ (1)

$$\text{Ta có: } a = r \cot \frac{B}{2} + r \cot \frac{C}{2} = r \left(\cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} \right)$$

$$\text{Tương tự } c = r \left(\cot \frac{B}{2} + \cot \frac{A}{2} \right)$$

$$\text{Thay vào (1) ta có: } d = \frac{1}{2}r \left(\cot \frac{A}{2} - \cot \frac{C}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tan \frac{A}{2}} - \frac{1}{\tan \frac{C}{2}} \right) = \frac{1}{2}r \left(\frac{\tan \frac{C}{2} - \tan \frac{A}{2}}{\tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2}} \right) \quad (2)$$

$$\text{Mặt khác: } \cot \frac{A}{2} \cot \frac{C}{2} = 3 \Rightarrow \tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Thay vào (2) ta có: } d = \frac{1}{2}r \frac{\tan \frac{C}{2} - \tan \frac{A}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}r \left(\tan \frac{C}{2} - \tan \frac{A}{2} \right). \quad (\text{đ.p.c.m})$$

Câu 38: Cho một cấp số cộng (u_n) và cho các số nguyên dương m, k với $m < k$. Chứng minh rằng:

$$\frac{u_{k-m} + u_{k+m}}{2} = u_k.$$

Áp dụng: Tìm một cấp số cộng có 7 số hạng mà số hạng thứ ba bằng 2 và tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 10.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 39: Dãy số nào sau đây là một cấp số cộng?

A. $(u_n): \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2, \forall n \geq 1 \end{cases}$

B. $(u_n): \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1, \forall n \geq 1 \end{cases}$

C. $(u_n): 1; 3; 6; 10; 15; \dots$

D. $(u_n): -1; 1; -1; 1; -1; \dots$

Lời giải:

Dãy số ở đáp án A thỏa $u_{n+1} - u_n = 2$ với mọi $n \geq 1$ nên là cấp số cộng.

Câu 40: Công thức nào sau đây là đúng với cấp số cộng có số hạng đầu u_1 , công sai d , $n \geq 2$?

A. $u_n = u_1 + d$.

B. $u_n = u_1 + (n+1)d$.

C. $u_n = u_1 - (n-1)d$.

D. $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Lời giải:

Công thức số hạng tổng quát: $u_n = u_1 + (n-1)d$, $n \geq 2$.

Câu 41: Cho dãy số $u_1 = 1; u_n = u_{n-1} + 2$, ($n \in \mathbb{N}, n > 1$). Kết quả nào đúng?

A. $u_5 = 9$.

B. $u_3 = 4$.

C. $u_2 = 2$.

D. $u_6 = 13$.

Lời giải:

Ta có $u_n = u_{n-1} + 2 \Rightarrow u_n - u_{n-1} = 2$ nên dãy (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 2$.

Nên theo công thức tổng quát của CSC $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Do đó: $u_2 = u_1 + d = 1 + 2 = 3$; $u_3 = u_1 + 2d = 1 + 2.2 = 5$; $u_5 = u_1 + 4d = 1 + 4.2 = 9$;

$u_6 = u_1 + 5d = 1 + 5.2 = 11$.

Vậy $u_5 = 9$.

Câu 42: Cho hai cấp số cộng $(a_n): a_1 = 4; a_2 = 7; ; a_{100}$ và $(b_n): b_1 = 1; b_2 = 6; ; b_{100}$. Hỏi có bao nhiêu số có mặt đồng thời trong cả hai dãy số trên.

A. 32.

B. 20.

C. 33.

D. 53.

Lời giải:

Cấp số cộng $(a_n): a_1 = 4; a_2 = 7; ; a_{100}$ có số hạng tổng quát: $a_n = 4 + (n-1)3 = 3n + 1$.

Cấp số cộng (b_n) : $b_1 = 1$; $b_2 = 6$; b_{100} có số hạng tổng quát: $b_m = 1 + (m-1)5 = 5m - 4$.

Các số có mặt đồng thời trong cả hai dãy số trên thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} 3n+1=5m-4 \\ 1 \leq n \leq 100 \\ 1 \leq m \leq 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3n=5(m-1) \\ 1 \leq n \leq 100 \\ 1 \leq m \leq 100 \end{cases}.$$

Vì $3n = 5(m-1)$ nên $n:5$ và $m-1:3$ với $m-1 > 0$

Ta lại có $n \leq 100 \Rightarrow 3n \leq 300 \Rightarrow 5(m-1) \leq 300 \Leftrightarrow m \leq 61$.

Có $m-1:3 \Rightarrow m = 3t+1$, $t \in \mathbb{N}^*$. Vì $1 \leq m \leq 61 \Leftrightarrow 1 \leq 3t+1 \leq 61 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 20$.

Vì $t \in \mathbb{N}^* \Rightarrow t = \{1; 2; 3; \dots; 20\}$.

Vậy có 20 số hạng có mặt đồng thời ở hai dãy số trên.

Câu 43: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng

A. 27.

B. 31.

C. 35.

D. 29.

Lời giải:

Từ giả thiết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$ suy ra ta có hệ phương trình: $\begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$.

Vậy $u_{15} = u_1 + 14d = 29$.

Câu 44: Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = 5$, số hạng thứ tư là

A. $u_4 = 23$.

B. $u_4 = 18$.

C. $u_4 = 8$.

D. $u_4 = 14$.

Lời giải:

$u_4 = u_1 + 3d = 3 + 5 \cdot 3 = 18$.

Câu 45: Cho dãy số (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = 3$; $u_5 = 19$. Tính u_{12} .

A. $u_{12} = 51$.

B. $u_{12} = 57$.

C. $u_{12} = 47$.

D. $u_{12} = \frac{207}{5}$.

Lời giải:

Ta có: $u_5 = 19 \Leftrightarrow u_1 + 4d = 19 \Leftrightarrow 3 + 4d = 19 \Leftrightarrow d = 4$

Do đó: $u_{12} = u_1 + 11d = 3 + 11 \cdot 4 = 47$.

Câu 46: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Tính u_5 .

A. 11.

B. 15.

C. 12.

D. 14.

Lời giải:

Ta có $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4 \cdot 2 = 11$.

Câu 47: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$; $u_{20} = 60$. Tìm u_1, d của cấp số cộng.

A. $u_1 = -35, d = -5$.

B. $u_1 = -35, d = 5$.

C. $u_1 = 35, d = -5$

D. $u_1 = 35, d = 5$.

Lời giải:

Ta có: $\begin{cases} u_5 = u_1 + 4d \\ u_{20} = u_1 + 19d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 5 \\ u_1 = -35 \end{cases}$. Suy ra chọn B.

Câu 48: Xác định số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) có $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$.

A. $u_1 = 3$ và $d = 4$.

B. $u_1 = 3$ và $d = 5$.

C. $u_1 = 4$ và $d = 5$.

D. $u_1 = 4$ và $d = 3$.

Lời giải:

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d$. Theo đầu bài ta có hpt:
$$\begin{cases} u_1 + 8d = 5(u_1 + d) \\ u_1 + 12d = 2(u_1 + 5d) + 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4u_1 - 3d = 0 \\ u_1 - 2d = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}.$$

Câu 49: Cho dãy số (u_n) có $d = -2$; $S_8 = 72$. Tính u_1 .

A. $u_1 = 16$.

B. $u_1 = -16$.

C. $u_1 = \frac{1}{16}$.

D. $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} \\ d = \frac{u_n - u_1}{n-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + u_8 = 2S_8 : 8 \\ u_8 - u_1 = 7d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_8 + u_1 = 18 \\ u_8 - u_1 = -14 \end{cases} \Rightarrow u_1 = 16.$$

Câu 50: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ có công sai là

A. $d = -3$.

B. $d = 3$.

C. $d = 5$.

D. $d = 6$.

Lời giải:

Gọi d là công sai.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Vậy công sai $d = 3$.

Câu 51: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 + u_3 = 20$, $u_5 + u_7 = -29$. Tìm u_1, d .

A. $u_1 = 20; d = 7$. **B.** $u_1 = 20,5; d = 7$.

C. $u_1 = 20,5; d = -7$.

D. $u_1 = -20,5; d = -7$.

Lời giải:

$$\text{Áp dụng công thức } u_n = u_1 + (n-1)d \text{ ta có } \begin{cases} 2u_1 + 3d = 20 \\ 2u_1 + 10d = -29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 20,5 \\ d = -7 \end{cases}.$$

Câu 52: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.

A. $S_{16} = -24$.

B. $S_{16} = 26$.

C. $S_{16} = -25$.

D. $S_{16} = 24$.

Lời giải:

$$\text{Gọi } d \text{ là công sai của cấp số cộng. Theo giả thiết, ta có } \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó, } S_{16} = \frac{(2u_1 + 15d) \cdot 16}{2} = 8(-42 + 45) = 24.$$

Câu 53: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng.

A. $u_1 = 2; d = 4$.

B. $u_1 = 2; d = 3$.

C. $u_1 = 2; d = 2$.

D. $u_1 = 3; d = 2$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } u_5 = 18 \Leftrightarrow u_1 + 4d = 18 \quad (1).$$

$$4S_n = S_{2n} \Leftrightarrow 4 \left[nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2} \right] = \left[2nu_1 + \frac{2n(2n-1)d}{2} \right] \Leftrightarrow 4u_1 + 2nd - 2d = 2u_1 + 2nd - d$$

$$\Leftrightarrow 2u_1 - d = 0 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $u_1 = 2; d = 4$.

Câu 54: Một cấp số cộng (u_n) có $u_{13} = 8$ và $d = -3$. Tìm số hạng thứ ba của cấp số cộng (u_n) .

A. 50.

B. 28.

C. 38.

D. 44.

Lời giải:

Ta có: $u_{13} = u_1 + 12d \Leftrightarrow 8 = u_1 + 12 \cdot (-3) \Rightarrow u_1 = 44 \Rightarrow u_3 = u_1 + 2d = 44 - 6 = 38$.

Câu 55: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Giá trị u_1 và d là

A. $u_1 = 2, d = 3$.

B. $u_1 = 3, d = 2$.

C. $u_1 = 2, d = 2$.

D. $u_1 = 2, d = 4$.

Lời giải:

Ta có $u_5 = 18 \Leftrightarrow u_1 + 4d = 18$.

$$\text{Lại có } 4S_5 = S_{10} \Leftrightarrow 4 \left(5u_1 + \frac{5 \cdot 4}{2} d \right) = 10u_1 + \frac{10 \cdot 9}{2} d \Leftrightarrow 2u_1 - d = 0.$$

$$\text{Khi đó ta có hệ phương trình } \begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ 2u_1 - d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 4 \end{cases}.$$

Câu 56: Cho cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = -2$. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là $S_n = -9800$. Giá trị n là

A. 100.

B. 99.

C. 101.

D. 98.

Lời giải:

$$S_n = n \frac{2u_1 + (n-1)d}{2} = -9800 \Leftrightarrow n[2 - 2(n-1)] + 19600 = 0 \Leftrightarrow n = 100.$$

Câu 57: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$. Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng là

A. -244.

B. -274.

C. -253.

D. -285.

Lời giải:

Giả sử cấp số cộng có số hạng đầu là u_1 và công sai là d .

Khi đó,

$$\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d + 3(u_1 + 2d) - (u_1 + d) = -21 \\ 3(u_1 + 6d) - 2(u_1 + 3d) = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3u_1 + 9d = -21 \\ u_1 + 12d = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3 \end{cases}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } S_{15} = \frac{15}{2} \cdot [2 \cdot 2 + (15-1) \cdot (-3)] = -285.$$

Câu 58: Biết bốn số $5; x; 15; y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $3x + 2y$ bằng

A. 50.

B. 70.

C. 30.

D. 80.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } x = \frac{5+15}{2} = 10 \Rightarrow y = 20. \text{ Vậy } 3x + 2y = 70.$$

Câu 59: Xác định x để 3 số: $1-x; x^2; 1+x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

A. $x = 5$.

B. $x = \pm 2$.

C. $x = \pm 1$.

D. $x = 0$.

Lời giải:

Ba số: $1-x; x^2; 1+x$ lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi $x^2 - (1-x) = 1+x - x^2$
 $\Leftrightarrow 2x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm 1$ suy ra chọn đáp án C.

Câu 60: Xác định x để 3 số: $1+2x; 2x^2-1; -2x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

- A. $x = \pm 3$. B. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $x = \pm 2$

Lời giải:

Ba số: $1+2x; 2x^2-1; -2x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi
 $2x^2 - 1 - 1 - 2x = -2x - 2x^2 + 1$
 $\Leftrightarrow 4x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$. Suy ra chọn đáp án B.

Câu 61: Viết ba số xen giữa các số 2 và 22 để được cấp số cộng có 5 số hạng.

- A. 7; 12; 17. B. 6; 10; 14. C. 8; 13; 18. D. 6; 12; 18.

Lời giải:

$$\text{Khi đó } \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_5 = 22 \end{cases} \Rightarrow 22 = u_1 + 4d \Leftrightarrow d = 5 \Rightarrow \begin{cases} u_2 = 2 + 5 = 7 \\ u_3 = 7 + 5 = 12 \\ u_4 = 12 + 5 = 17 \end{cases}$$

Câu 62: Viết 4 số hạng xen giữa các số $\frac{1}{3}$ và $\frac{16}{3}$ để được cấp số cộng có 6 số hạng.

- A. $\frac{4}{3}; \frac{5}{3}; \frac{6}{3}; \frac{7}{3}$. B. $\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{10}{3}; \frac{13}{3}$. C. $\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{11}{3}; \frac{14}{3}$. D. $\frac{3}{4}; \frac{7}{4}; \frac{11}{4}; \frac{15}{4}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_6 = \frac{16}{3} \end{cases} \Rightarrow u_1 + 5d = \frac{16}{3} \Leftrightarrow d = 1 \Rightarrow \begin{cases} u_2 = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}; u_3 = \frac{4}{3} + 1 = \frac{7}{3} \\ u_4 = \frac{10}{3}; u_5 = \frac{13}{3} \end{cases}$$

Câu 63: Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:

- A. $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$. B. $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$. C. $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$. D. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

Lời giải:

Gọi d là công sai của cấp số cộng và các cạnh có độ dài lần lượt là $a-d, a, a+d$ ($0 < d < a$).

Vì tam giác có chu vi bằng 3 nên $3a = 3 \Leftrightarrow a = 1$.

Vì tam giác vuông nên theo định lý Pytago ta có $(1+d)^2 = (1-d)^2 + 1^2 \Leftrightarrow 4d = 1 \Leftrightarrow d = \frac{1}{4}$.

Suy ra ba cạnh của tam giác có độ dài là $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$.

Câu 64: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15, u_{20} = 60$. Tổng S_{20} của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

- A. $S_{20} = 600$. B. $S_{20} = 60$. C. $S_{20} = 250$. D. $S_{20} = 500$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow S_{20} = 20u_1 + \frac{20 \cdot 19}{2} \cdot d = 20 \cdot (-35) + \frac{20 \cdot 19}{2} \cdot 5 = 250.$$

Câu 65: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Tính $S = u_1 + u_4 + u_7 + \dots + u_{2011}$.

A. $S = 2023736$.

B. $S = 2023563$.

C. $S = 6730444$.

D. $S = 6734134$.

Lời giải:

$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d - u_1 - 2d + u_1 + 4d = 10 \\ u_1 + 3d + u_1 + 5d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}.$$

$$u_4 = 10, u_7 = 19, u_{10} = 28 \dots$$

$$\text{Ta có } u_1, u_4, u_7, u_{10}, \dots, u_{2011} \text{ là cấp số cộng có } \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 9 \\ n = 671 \end{cases}$$

$$S = \frac{671}{2} (2 \cdot 1 + 670 \cdot 9) = 2023736.$$

Câu 66: Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu là $u_1 = -2017$ và công sai $d = 3$. Bắt đầu từ số hạng nào trở đi mà các số hạng của cấp số cộng đều nhận giá trị dương?

A. u_{674} .

B. u_{672} .

C. u_{675} .

D. u_{673} .

Lời giải:

$$\text{Ta có } u_n = u_1 + (n-1)d = -2017 + (n-1) \cdot 3 = 3n - 2020.$$

$$\text{Ta có } u_n > 0 \Leftrightarrow 3n - 2020 > 0 \Leftrightarrow n > \frac{2020}{3} \approx 673,33333.$$

Câu 67: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n .

A. $u_n = 1 + 4n$.

B. $u_n = 5n$.

C. $u_n = 3 + 2n$.

D. $u_n = 2 + 3n$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } S_{50} = \frac{50}{2} (2u_1 + 49d) = 5150 \Rightarrow d = 4.$$

$$\text{Số hạng tổng quát của cấp số cộng bằng } u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + 4n.$$

Câu 68: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018?

A. 287.

B. 289.

C. 288.

D. 286.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } u_n = u_1 + (n-1)d = 3 + 7(n-1) = 7n - 4; u_n > 2018 \Leftrightarrow 7n - 4 > 2018 \Leftrightarrow n > \frac{2022}{7}$$

$$\text{Vậy } n = 289.$$

Câu 69: Cho dãy số (u_n) có $u_1 = -1; d = 2; S_n = 483$. Tính số các số hạng của cấp số cộng.

A. $n = 20$.

B. $n = 21$.

C. $n = 22$.

D. $n = 23$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} \Leftrightarrow 2.483 = n.(2.-1 + (n-1).2) \Leftrightarrow n^2 - 2n - 483 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 23 \\ n = -21 \end{cases}$$

Câu 70: Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 4n^2 + 3n$, $n \in \mathbb{N}^*$ thì số hạng thứ 10 của cấp số cộng là

A. $u_{10} = 95$.

B. $u_{10} = 71$.

C. $u_{10} = 79$.

D. $u_{10} = 87$.

Lời giải:

$$\text{Theo công thức ta có } \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = 4n^2 + 3n \Leftrightarrow u_1 + u_n = 8n + 6 \Rightarrow u_n = -u_1 + 8n + 6.$$

$$\text{Mà } u_1 = S_1 = 7 \text{ do đó } u_{10} = -7 + 8.10 + 6 = 79.$$

Câu 71: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{2013} + u_6 = 1000$. Tổng 2018 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là:

A. 1009000.

B. 100800.

C. 1008000.

D. 100900.

Lời giải:

Gọi d là công sai của cấp số cộng. Khi đó:

$$u_{2013} + u_6 = 1000 \Leftrightarrow u_1 + 2012d + u_1 + 5d = 1000 \Leftrightarrow 2u_1 + 2017d = 1000.$$

$$\text{Ta có: } S_{2018} = 2018u_1 + \frac{2017.2018}{2}d = 1009.(2u_1 + 2017d) = 1009000.$$

Câu 72: Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc$.

B. $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc$.

C. $a^2 + c^2 = 2ab - 2bc$.

D. $a^2 - c^2 = ab - bc$.

Lời giải:

a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi:

$$b - a = c - b \Leftrightarrow (b - a)^2 = (c - b)^2 \Leftrightarrow a^2 - c^2 = 2ab - 2bc.$$

Suy ra chọn đáp án B.

Câu 73: Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc + 2ac$.

B. $a^2 - c^2 = 2ab + 2bc - 2ac$.

C. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc - 2ac$.

D. $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc + 2ac$.

Lời giải:

a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi

$$b - a = c - b \Leftrightarrow (b - a)^2 = (c - b)^2 \Leftrightarrow a^2 - c^2 = 2ab - 2bc$$

$$\Leftrightarrow a^2 + c^2 = 2c^2 + 2ab - 2bc = 2ab + 2c(c - b)$$

$$= 2ab + 2c(b - a) = 2ab + 2bc - 2ac$$

Câu 74: Cho a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng, ba số nào dưới đây cũng lập thành một cấp số cộng?

A. $2b^2, a, c^2$.

B. $-2b, -2a, -2c$.

C. $2b, a, c$.

D. $2b, -a, -c$.

Lời giải:

Ta có a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi $a + c = 2b$

$$\Leftrightarrow -2(b + c) = -2.2a \Leftrightarrow (-2b) + (-2c) = 2(-2a)$$

$$\Leftrightarrow -2b, -2a, -2c \text{ lập thành một cấp số cộng.}$$

Câu 75: Giải phương trình $1 + 8 + 15 + 22 + \dots + x = 7944$.

A. $x = 330$.

B. $x = 220$.

C. $x = 351$.

D. $x = 407$.

Lời giải:

Ta có cấp số cộng với $u_1 = 1, d = 7, u_n = x, S_n = 7944$.

Áp dụng công thức

$$S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2} \Leftrightarrow 7944 = \frac{[2.1 + (n-1)7]n}{2} \Leftrightarrow 7n^2 - 5n - 15888 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 48 \text{ (t/m)} \\ n = -\frac{331}{7} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy $x = u_{48} = 1 + 47.7 = 330$.

Câu 76: Cho 4 số thực a, b, c, d là 4 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Biết tổng của chúng bằng 4 và tổng các bình phương của chúng bằng 24. Tính $P = a^3 + b^3 + c^3 + d^3$.

A. $P = 64$.

B. $P = 80$.

C. $P = 16$.

D. $P = 79$.

Lời giải:

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} a + d = b + c \\ a + b + c + d = 4 \end{cases} \Rightarrow a + d = b + c = 2$.

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = (a + d)^2 + (b + c)^2 - 2(ad + bc)$$

$$\Rightarrow ad + bc = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - (a + d)^2 - (b + c)^2 = -8$$

$$P = a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = (a + d)(a^2 - ad + d^2) + (b + c)(b^2 - bc + c^2)$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - ad - bc) = 64$$

Câu 77: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_4$.

A. -20 .

B. -6 .

C. -8 .

D. -24 .

Lời giải:

Ta gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_4 = 4(4 + d) + (4 + d)(4 + 2d) + 4(4 + 2d)$$

$$= 2d^2 + 24d + 48 = 2(d + 6)^2 - 24 \geq -24$$

Dấu "=" xảy ra khi $d = -6$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_4$ là -24 .

Câu 78: Cho cấp số cộng (u_n) và gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$.

Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó

A. $u_n = 5 + 4n$.

B. $u_n = 3 + 2n$.

C. $u_n = 2 + 3n$.

D. $u_n = 4 + 5n$.

Lời giải:

Giả sử cấp số cộng có số hạng đầu là u_1 và công sai d .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S_7 = 77 \\ S_{12} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + \frac{7.6.d}{2} = 77 \\ 12u_1 + \frac{12.11.d}{2} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + 21d = 77 \\ 12u_1 + 66d = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 2 \end{cases}$$

Khi đó: $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + 2(n-1) = 3 + 2n$.

Câu 79: Viết ba số xen giữa 2 và 22 để ta được một cấp số cộng có 5 số hạng.

A. 6, 12, 18.

B. 8, 13, 18.

C. 7, 12, 17.

D. 6, 10, 14.

Lời giải:

Xem cấp số cộng cần tìm là (u_n) có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_5 = 22 \end{cases}$. Suy ra: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 5 \end{cases}$.

Vậy cấp số cộng cần tìm là (u_n) : 2, 7, 12, 17, 22.

Câu 80: Viết ba số xen giữa các số 2 và 22 để được cấp số cộng có 5 số hạng.

A. 7; 12; 17.

B. 6; 10; 14.

C. 8; 13; 18.

D. 6; 12; 18.

Lời giải:

Khi đó $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_5 = 22 \end{cases} \Rightarrow 22 = u_1 + 4d \Leftrightarrow d = 5 \Rightarrow \begin{cases} u_2 = 2 + 5 = 7 \\ u_3 = 7 + 5 = 12 \\ u_4 = 12 + 5 = 17 \end{cases}$.

Câu 81: Viết 4 số hạng xen giữa các số $\frac{1}{3}$ và $\frac{16}{3}$ để được cấp số cộng có 6 số hạng.

A. $\frac{4}{3}; \frac{5}{3}; \frac{6}{3}; \frac{7}{3}$.

B. $\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{10}{3}; \frac{13}{3}$.

C. $\frac{4}{3}; \frac{7}{3}; \frac{11}{3}; \frac{14}{3}$.

D. $\frac{3}{4}; \frac{7}{4}; \frac{11}{4}; \frac{15}{4}$.

Lời giải:

Ta có $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_6 = \frac{16}{3} \end{cases} \Rightarrow u_1 + 5d = \frac{16}{3} \Leftrightarrow d = 1 \Rightarrow \begin{cases} u_2 = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}; u_3 = \frac{4}{3} + 1 = \frac{7}{3} \\ u_4 = \frac{10}{3}; u_5 = \frac{13}{3} \end{cases}$.

Câu 82: Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 3n^2 + 4n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của số hạng thứ 10 của cấp số cộng là

A. $u_{10} = 55$.

B. $u_{10} = 67$.

C. $u_{10} = 61$.

D. $u_{10} = 59$.

Lời giải:

Ta có: $S_n = 3n^2 + 4n = \frac{n(8+6n)}{2} = \frac{n(7+6n+1)}{2}$
 $\Rightarrow u_n = 6n + 1 \Rightarrow u_{10} = 61$.

Câu 83: Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 28 và tổng các bình phương của chúng bằng 276. Tích của bốn số đó là

A. 585.

B. 161.

C. 404.

D. 276.

Lời giải:

Gọi 4 số cần tìm là $a - 3r, a - r, a + r, a + 3r$.

Ta có: $\begin{cases} a - 3r + a - r + a + r + a + 3r = 28 \\ (a - 3r)^2 + (a - r)^2 + (a + r)^2 + (a + 3r)^2 = 276 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ r^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ r = \pm 2 \end{cases}$.

Bốn số cần tìm là 1, 5, 9, 13 có tích bằng 585.

Câu 84: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính

$$S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$$

A. $S = 123$.

B. $S = \frac{4}{23}$.

C. $S = \frac{9}{246}$.

D. $S = \frac{49}{246}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } S_{100} = 24850 \Leftrightarrow \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = 24850 \Leftrightarrow u_{100} = 496.$$

$$\text{Vậy } u_{100} = u_1 + 99d \Leftrightarrow d = \frac{u_{100} - u_1}{99} \Leftrightarrow d = 5.$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}} = \frac{1}{1.6} + \frac{1}{6.11} + \frac{1}{11.16} + \dots + \frac{1}{241.246}. \\ \Rightarrow 5S &= \frac{5}{1.6} + \frac{5}{6.11} + \frac{5}{11.16} + \dots + \frac{5}{241.246} = \frac{1}{1} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{241} - \frac{1}{246} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{246} = \frac{245}{246} \Rightarrow S = \frac{49}{246}. \end{aligned}$$

Câu 85: Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng đều dương, số hạng đầu $u_1 = 1$ và tổng của 100 số hạng đầu tiên bằng 14950.

$$\text{Tính giá trị } S = \frac{1}{u_2 \sqrt{u_1} + u_1 \sqrt{u_2}} + \frac{1}{u_3 \sqrt{u_2} + u_2 \sqrt{u_3}} + \dots + \frac{1}{u_{2018} \sqrt{u_{2017}} + u_{2017} \sqrt{u_{2018}}}.$$

A. $\frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{6052}} \right)$. **B.** $1 - \frac{1}{\sqrt{6052}}$. **C.** 2018. **D.** 1.

Lời giải:

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$\text{Khi đó: } S_{100} = 100u_1 + \frac{100.99}{2}d \Leftrightarrow 100 + 4950d = 14950 \Leftrightarrow d = 3.$$

$$\text{Do đó } u_{2018} = u_1 + 2017d = 6052.$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{u_{k+1} \sqrt{u_k} + u_k \sqrt{u_{k+1}}} = \frac{1}{\sqrt{u_k} \cdot \sqrt{u_{k+1}} \cdot (\sqrt{u_k} + \sqrt{u_{k+1}})} = \frac{1}{d} \cdot \frac{\sqrt{u_{k+1}} - \sqrt{u_k}}{\sqrt{u_k} \cdot \sqrt{u_{k+1}}} = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_k}} - \frac{1}{\sqrt{u_{k+1}}} \right).$$

Do đó:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_2}} \right) + \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_2}} - \frac{1}{\sqrt{u_3}} \right) + \dots + \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_{2017}}} - \frac{1}{\sqrt{u_{2018}}} \right) = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_{2018}}} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{6052}} \right). \end{aligned}$$

Câu 86: Tam giác ABC có ba cạnh a, b, c thỏa mãn a^2, b^2, c^2 theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $\tan^2 A, \tan^2 B, \tan^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

B. $\cot^2 A, \cot^2 B, \cot^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

C. $\cos A, \cos B, \cos C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

D. $\sin^2 A, \sin^2 B, \sin^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

Lời giải:

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC ta có

$$a = 2R \sin A, b = 2R \sin B, c = 2R \sin C$$

Theo giả thiết a^2, b^2, c^2 theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng nên $a^2 + c^2 = 2b^2$

$$\Leftrightarrow 4R^2 \cdot \sin^2 A + 4R^2 \cdot \sin^2 C = 2 \cdot 4R^2 \cdot \sin^2 B \Leftrightarrow \sin^2 A + \sin^2 C = 2 \cdot \sin^2 B.$$

Vậy $\sin^2 A, \sin^2 B, \sin^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

Câu 87: Cho tam giác ABC biết 3 góc của tam giác lập thành một cấp số cộng và có một góc bằng 25° . Tìm 2 góc còn lại.

A. $65^\circ, 90^\circ$

B. $75^\circ, 80^\circ$.

C. $60^\circ, 95^\circ$.

D. $60^\circ, 90^\circ$.

Lời giải:

Ta có: $u_1 + u_2 + u_3 = 180 \Leftrightarrow 25 + 25 + d + 25 + 2d = 180 \Leftrightarrow d = 35$.

Vậy $u_2 = 60$; $u_3 = 90$.

Câu 88: Cho tứ giác $ABCD$ biết 4 góc của tứ giác lập thành một cấp số cộng và góc A bằng 30° . Tìm các góc còn lại.

A. $75^\circ, 120^\circ, 65^\circ$.

B. $72^\circ, 114^\circ, 156^\circ$.

C. 70° ; 110° ; 150° .

D. 80° ; 110° ; 135° .

Lời giải:

Ta có: $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 360 \Leftrightarrow 30 + 30 + d + 30 + 2d + 30 + 3d = 360 \Leftrightarrow d = 40$.

Vậy $u_2 = 70$; $u_3 = 110$; $u_4 = 150$.

Câu 89: Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

A. 81.

B. 82.

C. 80.

D. 79.

Lời giải:

Giả sử trồng được n hàng cây ($n \geq 1, n \in \mathbb{N}$).

Số cây ở mỗi hàng lập thành cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Theo giả thiết:

$$S_n = 3240 \Leftrightarrow \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] = 3240 \Leftrightarrow n(n+1) = 6480 \Leftrightarrow n^2 + n - 6480 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 80 \\ n = -81 \end{cases}$$

So với điều kiện, suy ra: $n = 80$.

Vậy có tất cả 80 hàng cây.

Câu 90: Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây....Số hàng cây trong khu vườn là

A. 31.

B. 30.

C. 29.

D. 28.

Lời giải:

Cách trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như trên lập thành một cấp số cộng (u_n) với số u_n là số cây ở hàng thứ n và $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

$$\text{Tổng số cây trồng được là: } S_n = 465 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 465 \Leftrightarrow n^2 + n - 930 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30 \\ n = -31(l) \end{cases}$$

Như vậy số hàng cây trong khu vườn là 30.

Câu 91: Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng là

A. 77.

B. 79.

C. 76.

D. 78.

Lời giải:

Gọi số cây ở hàng thứ n là u_n .

Ta có: $u_1 = 1, u_2 = 2, u_3 = 3, \dots$ và $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = 3003$.

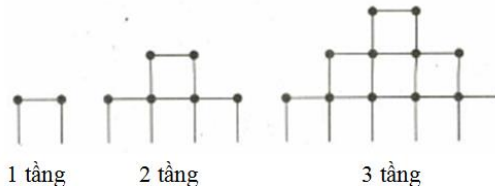
Nhận xét dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 1$, công sai $d = 1$.

Khi đó $S = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 3003$.

Suy ra $\frac{n[2.1 + (n-1)1]}{2} = 3003 \Leftrightarrow n(n+1) = 6006 \Leftrightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 77 \\ n = -78 \end{cases} \Leftrightarrow n = 77$ (vì $n \in \mathbb{N}$).

Vậy số hàng cây được trồng là 77.

Câu 92: Bạn An chơi trò chơi xếp các que diêm thành tháp theo qui tắc thể hiện như hình vẽ. Để xếp được tháp có 10 tầng thì bạn An cần đúng bao nhiêu que diêm?



A. 210.

B. 39.

C. 100.

D. 270.

Lời giải:

Số que ở 1 tầng là $u_1 = 3$.

Tổng số que ở 2 tầng là $u_1 + u_2 = 3 + 7$.

Tổng số que ở 3 tầng là $u_1 + u_2 + u_3 = 3 + 7 + 11$.

Ta có cấp số cộng $u_1 = 3$, $d = 4$, tính S_{10} ?

Để cần có 10 tầng cần tổng $S_{10} = \frac{10}{2}(2.3 + 9.4) = 210$ que.

Câu 93: Trong hội chợ tết Mậu Tuất 2018, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng 1,3,5,... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?



A. 59.

B. 30.

C. 61.

D. 57.

Lời giải:

Áp dụng công thức tính tổng n số hạng liên tiếp của CSC:

$S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] \Leftrightarrow 900 = \frac{n}{2}[2.1 + (n-1).2] \Leftrightarrow n^2 = 900 \Rightarrow n = 30$.

Vậy $u_{30} = 1 + 29 \cdot 2 = 59$.

Cách 2:

Áp dụng công thức $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$.

Suy ra $n = 30$.

Vậy $2n-1 = 59$.

Câu 94: Một đa giác có n cạnh và có chu vi bằng 158 cm . Biết số đo các cạnh của đa giác lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 3 \text{ cm}$ và cạnh lớn nhất có độ dài là 44 cm . Đa giác có số cạnh n bằng

- A. $n = 7$. B. $n = 5$. C. $n = 6$. D. $n = 4$.

Lời giải:

Dãy số $u_1; u_2; \dots; u_n$ là giá trị các cạnh của đa giác cạnh lớn nhất có giá trị u_n và nhỏ nhất là u_1

$$u_n = u_1 + 3(n-1) \Leftrightarrow 44 = u_1 + 3n - 3 \Leftrightarrow u_1 = 47 - 3n \quad (n \in \mathbb{N}^*)$$

$$S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) \Leftrightarrow 158 = \frac{n}{2}(47 - 3n + 44) \Leftrightarrow 3n^2 - 91n + 316 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 4 & (TM) \\ n = \frac{79}{3} & (KTM) \end{cases}$$

Câu 95: Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế, hỏi sân vận động đó có tất cả bao nhiêu ghế?

- A. 2250. B. 1740. C. 4380. D. 2190.

Lời giải:

Gọi $u_1, u_2, \dots, u_{30}$ lần lượt là số ghế của dãy ghế thứ nhất, dãy ghế thứ hai, ... và dãy ghế số ba mươi. Ta có công thức truy hồi ta có $u_n = u_1 + 4(n - 1)$ ($n = 2, 3, \dots, 30$).

Ký hiệu: $S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30}$, theo công thức tổng các số hạng của một cấp số cộng, ta được:

$$S_{30} = \frac{30}{2}(2u_1 + (30-1)4) = 15(2 \cdot 15 + 29 \cdot 4) = 2190.$$

Câu 96: Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?

- A. 47. B. 45. C. 44. D. 46.

Lời giải:

Gọi n là số tuần anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình

Số tiền anh ta tiết kiệm được sau n tuần đó là $S = 42 + 8n$

Theo bài ra $S = 42 + 8n \geq 400 \Leftrightarrow n \geq 44.75 \Rightarrow n = 45$

Vậy kể cả tuần đầu thì tuần thứ 46 anh ta có đủ tiền để mua cây guitar đó

Câu 97: Sinh nhật bạn của An vào ngày 01 tháng năm. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn nên quyết định bỏ ống heo 100 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2016, sau đó cứ liên tục ngày sau hơn ngày trước 100 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của bạn, An đã tích lũy được bao nhiêu tiền? (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016).

- A. 738.100 đồng. B. 726.000 đồng. C. 714.000 đồng. D. 750.300 đồng.

Lời giải:

Số ngày bạn An để dành tiền (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016) là $31 + 29 + 31 + 30 = 121$ ngày.

Số tiền bỏ ống heo ngày đầu tiên là: $u_1 = 100$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ hai là: $u_2 = 100 + 1 \cdot 100$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ ba là: $u_3 = 100 + 2 \cdot 100$.

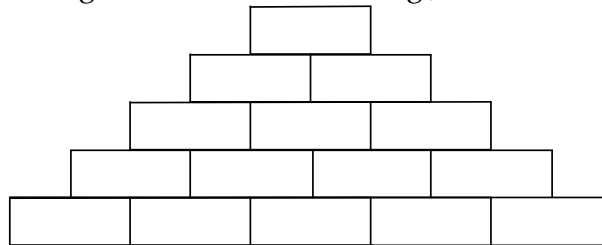
Số tiền bỏ ống heo ngày thứ n là: $u_n = u_1 + (n-1)d = 100 + (n-1)100 = 100n$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ 121 là: $u_{121} = 100.121 = 12100$.

Sau 121 ngày thì số tiền An tích lũy được là tổng của 121 số hạng đầu của cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 100$, công sai $d = 100$.

Vậy số tiền An tích lũy được là $S_{121} = \frac{121}{2}(u_1 + u_{121}) = \frac{121}{2}(100 + 12100) = 738100$ đồng.

Câu 98: Bà chủ quán trà sữa X muốn trang trí quán cho đẹp nên quyết định thuê nhân công xây một bức tường gạch với xi măng (như hình vẽ bên dưới), biết hàng dưới cùng có 500 viên, mỗi hàng tiếp theo đều có ít hơn hàng trước 1 viên và hàng trên cùng có 1 viên. Hỏi số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường trên là bao nhiêu viên gạch ?



A. 25250.

B. 250500.

C. 12550.

D. 125250.

Lời giải:

Như vậy số hàng gạch cần xây là 500 hàng.

Tổng số gạch cần dùng là : $500 + 499 + 498 + \dots + 2 + 1 = \frac{500 \cdot 500 + 1}{2} = 125250$.

Câu 99: Sinh nhật lần thứ 17 của An vào ngày 01 tháng 5 năm 2018. Bạn An muốn mua một chiếc máy ảnh giá 3850000 đồng để làm quà sinh nhật cho chính mình nên An quyết định bỏ ống heo 1000 đồng vào ngày 01 tháng 02 năm 2018. Trong các ngày tiếp theo, ngày sau bỏ ống heo nhiều hơn ngày trước 1000 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của mình, An có bao nhiêu tiền (tính đến ngày 30 tháng 4 năm 2018)?

A. 4095000 đồng.

B. 89000 đồng.

C. 4005000 đồng.

D. 3960000 đồng.

Lời giải:

* Số tiền bỏ heo của An mỗi ngày tạo thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1000$ công sai $d = 1000$.

* Tổng số tiền bỏ heo tính đến ngày thứ n là:

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

* Tính đến ngày 30 tháng 4 năm 2018 (tính đến ngày thứ 89) tổng số tiền bỏ heo là:

$$S_{89} = \frac{89[2 \cdot 1000 + (89-1) \cdot 1000]}{2} = 45 \cdot 89 \cdot 1000 = 4005000 \text{ đồng.}$$



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CẤP SỐ CỘNG

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Trong các dãy số sau, dãy số nào **không phải** cấp số cộng?
- A. $\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}$. B. $1; 1; 1; 1; 1$. C. $-8; -6; -4; -2; 0$. D. $3; 1; -1; -2; -4$.
- Câu 2.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .
- A. $d = 7$. B. $d = 5$. C. $d = 8$. D. $d = 6$.
- Câu 3.** Cho cấp số cộng có $u_1 = -3$, $d = 4$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $u_5 = 15$. B. $u_4 = 8$. C. $u_3 = 5$. D. $u_2 = 2$.
- Câu 4.** Cho cấp số cộng $(u_n): u_4 = 12, u_5 = 20$. Công sai của cấp số cộng đã cho là
- A. $d = 4$. B. $d = 6$. C. $d = 8$. D. $d = -2$.
- Câu 5.** Một cấp số cộng (u_n) có $u_{13} = 8$ và $d = -3$. Tìm số hạng thứ ba của cấp số cộng (u_n) .
- A. 50. B. 28. C. 38. D. 44.
- Câu 6.** Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là một cấp số cộng?
- A. $u_n = n^2 + 1, n \geq 1$. B. $u_n = 2^n, n \geq 1$. C. $u_n = \sqrt{n+1}, n \geq 1$. D. $u_n = 2n - 3, n \geq 1$.
- Câu 7.** Cho (u_n) là một cấp số cộng thỏa mãn $u_1 + u_3 = 8$ và $u_4 = 10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng
- A. 3. B. 6. C. 2. D. 4.
- Câu 8.** Viết ba số xen giữa 2 và 22 để ta được một cấp số cộng có 5 số hạng.
- A. 6, 12, 18. B. 8, 13, 18. C. 7, 12, 17. D. 6, 10, 14.
- Câu 9.** Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n .
- A. 9. B. 11. C. 12. D. 10.
- Câu 10.** Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:
- A. $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$. B. $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$. C. $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$. D. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.
- Câu 11.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.
- A. $d = 3$. B. $d = 2$. C. $d = -2$. D. $d = -3$.

- Câu 12.** Một hội trường lớn có 35 ghế ở hàng đầu tiên, 37 ghế ở hàng thứ hai, 39 ghế ở hàng thứ ba và cứ tiếp tục theo quy luật như vậy. Có tất cả 27 hàng ghế. Hội trường đó có số ghế là
- A. 1200. B. 1647. C. 1615. D. 1700.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

- Câu 1:** Cho cấp số cộng (u_n) : $u_1 = 1$ và công sai $d = 3$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$u_2 = 4$.		
b)	$u_4 = 13$.		
c)	Tổng 4 số hạng đầu của (u_n) bằng 22.		
d)	Kể từ số hạng thứ 675 trở đi của cấp số thì mọi số hạng của cấp số đều lớn hơn 2025.		

- Câu 2:** Cho cấp số cộng (u_n) : $5; x; 15; y$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$u_1 = 5$.		
b)	Công sai của cấp số cộng (u_n) là $d = 5$.		
c)	$x = 10$.		
d)	$3x + 2y = 70$.		

- Câu 3:** Cho cấp số cộng (u_n) và gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$u_1 = -5$.		
b)	Công sai của cấp số cộng (u_n) là $d = 2$.		
c)	$u_{10} = 25$.		
d)	$u_n = 3 + 2n$		

- Câu 4:** Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Số cây ở mỗi hàng theo thứ tự lập thành một cấp số cộng (u_n) .		
b)	Công sai của cấp số cộng (u_n) là $d = 1$.		
c)	$u_{10} = 10$.		
d)	Có tất cả 80 hàng cây được trồng theo yêu cầu.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

- Câu 1:** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 5 - 2n$. Tìm công sai của cấp số cộng (u_n) .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = 2$ và tổng của 25 số hạng đầu là 625. Tính u_5 .

Câu 3: Cho cấp số cộng biết tổng số hạng đầu và số hạng thứ tư bằng 36, tổng của số hạng thứ hai và số hạng thứ năm bằng 44. Tính tổng của 50 số hạng đầu của cấp số cộng đã cho.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Câu 6: Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá của mét khoan đầu tiên là 100 nghìn đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30 nghìn đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người cần khoan một giếng sâu 20m để lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng số tiền bao nhiêu nghìn đồng?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 15h00' Ngày 26 tháng 7 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CẤP SỐ CỘNG

Định hướng cấu trúc 2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào **không phải** cấp số cộng?

- A. $\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}$. B. $1; 1; 1; 1; 1$. C. $-8; -6; -4; -2; 0$. **D. $3; 1; -1; -2; -4$.**

Lời giải:

Cấp số cộng là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn) mà trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó và một số d không đổi.

Đáp án A: Là cấp số cộng với $u_1 = \frac{1}{2}; d = 1$.

Đáp án B: Là cấp số cộng với $u_1 = 1; d = 0$.

Đáp án C: Là cấp số cộng với $u_1 = -8; d = 2$.

Đáp án D: Không là cấp số cộng vì $u_2 = u_1 + (-2); u_4 = u_3 + (-1)$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3, u_6 = 27$. Tính công sai d .

- A. $d = 7$. B. $d = 5$. C. $d = 8$. **D. $d = 6$.**

Lời giải:

Ta có $u_6 = u_1 + 5d = 27 \Rightarrow d = 6$.

Câu 3. Cho cấp số cộng có $u_1 = -3, d = 4$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $u_5 = 15$. B. $u_4 = 8$. **C. $u_3 = 5$.** D. $u_2 = 2$.

Lời giải:

Ta có $u_3 = u_1 + 2d = -3 + 2 \cdot 4 = 5$.

Câu 4. Cho cấp số cộng $(u_n): u_4 = 12, u_5 = 20$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

- A. $d = 4$. B. $d = 6$. **C. $d = 8$.** D. $d = -2$.

Lời giải:

Ta có: $d = u_5 - u_4 = 8$.

Câu 5. Một cấp số cộng (u_n) có $u_{13} = 8$ và $d = -3$. Tìm số hạng thứ ba của cấp số cộng (u_n) .

- A. 50. B. 28. **C. 38.** D. 44.

Lời giải:

Ta có: $u_{13} = u_1 + 12d \Leftrightarrow 8 = u_1 + 12(-3) \Rightarrow u_1 = 44 \Rightarrow u_3 = u_1 + 2d = 44 - 6 = 38$.

Câu 6. Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A. $u_n = n^2 + 1, n \geq 1$. B. $u_n = 2^n, n \geq 1$. C. $u_n = \sqrt{n+1}, n \geq 1$. **D. $u_n = 2n - 3, n \geq 1$.**

Lời giải:

Theo định nghĩa cấp số cộng ta có: $u_{n+1} = u_n + d \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = d, \forall n \geq 1, d = \text{const}$

Thử các đáp án ta thấy với dãy số: $u_n = 2n - 3, n \geq 1$ thì:

$$\begin{cases} u_n = 2n - 3 \\ u_{n+1} = 2(n+1) - 3 = 2n - 1 \end{cases} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 2 = \text{const.}$$

Câu 7. Cho (u_n) là một cấp số cộng thỏa mãn $u_1 + u_3 = 8$ và $u_4 = 10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A.** 3. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 + u_3 = 8 \\ u_4 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + 2d = 8 \\ u_1 + 3d = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 2d = 8 \\ u_1 + 3d = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Vậy công sai của cấp số cộng là $d = 3$.

Câu 8. Viết ba số xen giữa 2 và 22 để ta được một cấp số cộng có 5 số hạng.

- A.** 6, 12, 18. **B.** 8, 13, 18. **C.** 7, 12, 17. **D.** 6, 10, 14.

Lời giải:

$$\text{Xem cấp số cộng cần tìm là } (u_n) \text{ có: } \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_5 = 22 \end{cases}. \text{ Suy ra: } \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 5 \end{cases}.$$

Vậy cấp số cộng cần tìm là $(u_n): 2, 7, 12, 17, 22$.

Câu 9. Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n .

- A.** 9. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải:

$$\text{Ta có } S_n = \frac{n(2u_1 + (n-1)d)}{2} \Leftrightarrow \frac{n(2.3 + (n-1).4)}{2} = 253$$

$$\Leftrightarrow 4n^2 + 2n - 506 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11(TM) \\ n = -\frac{23}{2}(L) \end{cases}.$$

Vậy $n = 11$.

Câu 10. Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:

- A.** $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$. **B.** $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$. **C.** $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

Lời giải:

Gọi d là công sai của cấp số cộng và các cạnh có độ dài lần lượt là $a - d, a, a + d$ ($0 < d < a$).

Vì tam giác có chu vi bằng 3 nên $(a - d) + a + (a + d) = 3 \Leftrightarrow 3a = 3 \Leftrightarrow a = 1$.

Vì tam giác vuông nên theo định lý Pytago ta có $(1 + d)^2 = (1 - d)^2 + 1^2 \Leftrightarrow 4d = 1 \Leftrightarrow d = \frac{1}{4}$.

Suy ra ba cạnh của tam giác có độ dài là $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

- A.** $d = 3$. **B.** $d = 2$. **C.** $d = -2$. **D.** $d = -3$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 2 - 3n + 2 = 3.$$

Suy ra $d = 3$ là công sai của cấp số cộng.

Cách 2: Ta có $u_1 = 3.1 - 2 = 1$; $u_2 = 3.2 - 2 = 4 \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 4 - 1 = 3$.

- Câu 12.** Một hội trường lớn có 35 ghế ở hàng đầu tiên, 37 ghế ở hàng thứ hai, 39 ghế ở hàng thứ ba và cứ tiếp tục theo quy luật như vậy. Có tất cả 27 hàng ghế. Hội trường đó có số ghế là
A. 1200. **B.** 1647. **C.** 1615. **D.** 1700.

Lời giải:

Gọi u_n là số ghế ở hàng thứ n .

Số ghế mỗi hàng lập thành một cấp số cộng với $u_1 = 35$; công sai $d = 2$.

Tổng số ghế của hội trường là $S_{27} = \frac{27(2u_1 + 26d)}{2} = 1647$ ghế.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu **X** vào ô chọn)

- Câu 1:** Cho cấp số cộng (u_n) : $u_1 = 1$ và công sai $d = 3$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$u_2 = 4$.	X	
b)	$u_4 = 13$.		X
c)	Tổng 4 số hạng đầu của (u_n) bằng 22.	X	
d)	Kể từ số hạng thứ 675 trở đi của cấp số thì mọi số hạng của cấp số đều lớn hơn 2025.		X

Lời giải:

b) Ta có: $u_4 = u_1 + 3d = 10$.

c) Ta có: $S_4 = \frac{4(2u_1 + 3d)}{2} = 22$.

d) Ta có: $u_n > 2025 \rightarrow u_1 + (n-1)d > 2025 \Leftrightarrow 1 + 3(n-1) > 2025 \Leftrightarrow n > \frac{2027}{3} \approx 675,7$.

- Câu 2:** Cho cấp số cộng (u_n) : 5; x ; 15; y .

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$u_1 = 5$.	X	
b)	Công sai của cấp số cộng (u_n) là $d = 5$.	X	
c)	$x = 10$.	X	
d)	$3x + 2y = 70$.	X	

Lời giải:

b) Ta có: $u_3 = u_1 + 2d \Leftrightarrow 15 = 5 + 2d \Leftrightarrow d = 5$.

c) d) Ta có: $x = \frac{5+15}{2} = 10 \Rightarrow y = 20$. Vậy $3x + 2y = 70$.

- Câu 3:** Cho cấp số cộng (u_n) và gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$u_1 = -5$.		X
b)	Công sai của cấp số cộng (u_n) là $d = 2$.	X	
c)	$u_{10} = 25$.		X
d)	$u_n = 3 + 2n$	X	

Giả sử cấp số cộng có số hạng đầu là u_1 và công sai d .

c) Ta có: $u_{10} = u_1 + 9d = 23$.

d) Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + 2(n-1) = 3 + 2n$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Số cây ở mỗi hàng theo thứ tự lập thành một cấp số cộng (u_n) .	X	
b)	Công sai của cấp số cộng (u_n) là $d = 1$.	X	
c)	$u_{10} = 10$.	X	
d)	Có tất cả 80 hàng cây được trồng theo yêu cầu.	X	

Giả sử trồng được n hàng cây ($n \geq 1, n \in \mathbb{N}$).

Số cây ở mỗi hàng lập thành cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

$$S_n = 3240 \Leftrightarrow \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = 3240$$

$$\Leftrightarrow n(n+1) = 6480 \Leftrightarrow n^2 + n - 6480 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 80 \\ n = -81 \end{cases}$$

So với điều kiện, suy ra: $n = 80$.

Vậy có tất cả 80 hàng cây.

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 5 - 2n$. Tìm công sai của cấp số cộng (u_n) .

-2

Trình bày:

[illegible]

$$\text{Suy ra } S_{50} = 50.u_1 + \frac{50(50-1)}{2}.d = 5500.$$

Kết quả:

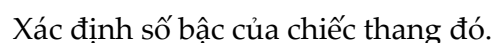
Trình bày:

Ta có:

$$\begin{cases} u_2 = u_1 + 2 \\ u_3 = u_1 + 4 \Rightarrow u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = (u_1 + 2)^2 + (u_1 + 4)^2 + (u_1 + 6)^2 = 3u_1^2 + 24u_1 + 56 = 3(u_1 + 4)^2 + 8 \geq 8 \\ u_4 = u_1 + 6 \end{cases}$$

Từ đó suy ra $2018 = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 2018 = -4 + (n-1)2 \Leftrightarrow n = 1012$.

Câu 5: Một người muốn mua một thanh gỗ đủ để cắt ra làm các thanh ngang của một cái thang. Biết rằng chiều dài các thanh ngang của cái thang đó (từ bậc dưới cùng) lần lượt là 45 cm, 43 cm, 41 cm, ..., 31 cm.



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Chiều dài các thanh ngang là dãy cấp số cộng có số hạng đầu là 45, công sai là -2

$$u_n = 45 - 2(n - 1) = 47 - 2n$$

Khi $u_n = 31 \Leftrightarrow n = 8$ Vậy cái thang có 8 bậc.

Câu 6: Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá của mét khoan đầu tiên là 100 nghìn đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30 nghìn đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người cần khoan một giếng sâu $20m$ để lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng số tiền bao nhiêu nghìn đồng?

Kết quả:

7700

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Gọi u_n là giá của mét khoan thứ n , trong đó $1 \leq n \leq 20$.

Khi đó, (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 100$ và công sai $d = 30$.

Số tiền mà gia đình phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng là:

$$S_{20} = u_1 + u_2 + \dots + u_{20} = \frac{20(2u_1 + 19d)}{2} = \frac{20(2.100 + 19.30)}{2} = 7700 \text{ (nghìn đồng)}.$$

HẾT

Huế, 15h00' Ngày 26 tháng 7 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CẤP SỐ CỘNG

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?
A. $1; -2; -4; -6; -8$. **B.** $1; -3; -6; -9; -12$. **C.** $1; -3; -7; -11; -15$. **D.** $1; -3; -5; -7; -9$.
- Câu 2.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng
A. 10. **B.** 6. **C.** 4. **D.** -6.
- Câu 3.** Cho cấp số cộng (u_n) , biết: $u_1 = 3, u_2 = -1$. Số hạng thứ 3 của cấp số (u_n) là
A. $u_3 = 4$. **B.** $u_3 = 7$. **C.** $u_3 = 2$. **D.** $u_3 = -5$.
- Câu 4.** Xác định số hàng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) có $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$
A. $u_1 = 3$ và $d = 4$. **B.** $u_1 = 3$ và $d = 5$. **C.** $u_1 = 4$ và $d = 5$. **D.** $u_1 = 4$ và $d = 3$.
- Câu 5.** Tìm số tự nhiên n sao cho: $1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = 590$, biết $1, 4, 7, \dots, (3n - 2)$ là 1 cấp số cộng.
A. $n = 22$. **B.** $n = 20$. **C.** $n = 19$. **D.** $n = 21$.
- Câu 6.** Cho cấp số cộng $(u_n): u_3 = 4, u_5 = 12$. Công sai của cấp số cộng đã cho là
A. $d = 4$. **B.** $d = 6$. **C.** $d = 1$. **D.** $d = 3$.
- Câu 7.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Kể từ số hạng nào trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018?
A. 287. **B.** 289. **C.** 288. **D.** 286.
- Câu 8.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_4$.
A. -20. **B.** -6. **C.** -8. **D.** -24.
- Câu 9.** Số đo các góc của một tứ giác lồi lập thành một cấp số cộng và góc lớn nhất gấp 5 lần góc nhỏ nhất. Tìm số đo góc lớn nhất.
A. 145° . **B.** 160° . **C.** 150° . **D.** 72° .
- Câu 10.** Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_1 + 2u_6 = 26 \\ 3u_2 + u_3 = 18 \end{cases}$. Công sai của cấp số cộng đã cho là
A. $d = -2$. **B.** $d = 2$. **C.** $d = 1$. **D.** $d = 3$.
- Câu 11.** Tìm x sao cho $2x; 3x + 2; 5x + 3$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.
A. $x = -2$. **B.** $x = -\frac{1}{2}$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -\frac{3}{2}$.

- Câu 12.** Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Bậc dưới cùng cần 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn 2 viên gạch so với bậc ngay trước nó. Tổng số gạch để xây cầu thang là
- A. 1200. B. 1647. C. 1615. D. 2130.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

- Câu 1:** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2017$ và công sai $d = 3$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$u_2 = -2014$.		
b)	$u_6 = -2022$.		
c)	Tổng 6 số hạng đầu của (u_n) bằng -12057 .		
d)	Bắt đầu từ số hạng 674 trở đi, các số hạng của cấp số cộng đều nhận giá trị dương.		

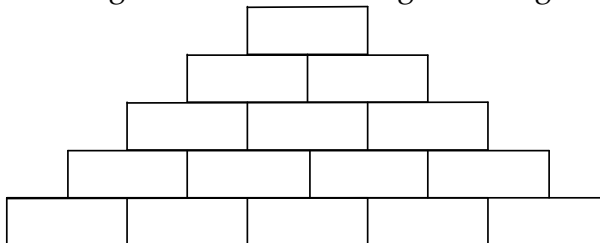
- Câu 2:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$u_1 = -35$.		
b)	Công sai của cấp số cộng (u_n) là $d = 5$.		
c)	$u_{10} = 15$.		
d)	$S_{20} = 250$.		

- Câu 3:** Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Số ghế ở mỗi hàng theo thứ tự lập thành một cấp số cộng (u_n) .		
b)	Công sai của cấp số cộng (u_n) là $d = 4$.		
c)	$u_3 = 23$.		
d)	Sân vận động đó có 2190 ghế.		

- Câu 4:** Bà chủ quán trà sữa X muốn trang trí quán cho đẹp nên quyết định thuê nhân công xây một bức tường gạch với xi măng (như hình vẽ bên dưới), biết hàng dưới cùng có 50 viên, mỗi hàng tiếp theo đều có ít hơn hàng trước 1 viên và hàng trên cùng có 1 viên.



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Số gạch ở mỗi hàng theo thứ tự lập thành một cấp số cộng (u_n) .		
b)	Công sai của cấp số cộng (u_n) là $d = 1$.		
c)	$u_2 = 49$.		
d)	Số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường trên là 1275 viên.		

Câu 6: Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 5,... và cứ thế tiếp tục đến ô thứ n . Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 15h00' Ngày 26 tháng 7 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CẤP SỐ CỘNG

Định hướng cấu trúc 2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A. $1; -2; -4; -6; -8$. B. $1; -3; -6; -9; -12$. C. $1; -3; -7; -11; -15$. D. $1; -3; -5; -7; -9$.

Lời giải:

Dãy số (u_n) có tính chất $u_{n+1} = u_n + d$ thì được gọi là một cấp số cộng.

Ta thấy dãy số: $1; -3; -7; -11; -15$ là một cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = 1$ và công sai $d = -4$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 10. B. 6. C. 4. D. -6.

Lời giải:

Vì (u_n) là cấp số cộng nên ta có $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 = 8 - 2 = 6$.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) , biết: $u_1 = 3$, $u_2 = -1$. Số hạng thứ 3 của cấp số (u_n) là

- A. $u_3 = 4$. B. $u_3 = 7$. C. $u_3 = 2$. D. $u_3 = -5$.

Lời giải:

Ta có (u_n) là cấp số cộng nên $2u_2 = u_1 + u_3$ suy ra $u_3 = 2u_2 - u_1 = -5$.

Câu 4. Xác định số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) có $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$

- A. $u_1 = 3$ và $d = 4$. B. $u_1 = 3$ và $d = 5$. C. $u_1 = 4$ và $d = 5$. D. $u_1 = 4$ và $d = 3$.

Lời giải:

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

$$\text{Theo đề bài ta có: } \begin{cases} u_9 = 5u_2 \\ u_{13} = 2u_6 + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 8d = 5(u_1 + d) \\ u_1 + 12d = 2(u_1 + 5d) + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4u_1 - 3d = 0 \\ u_1 - 2d = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}$$

Câu 5. Tìm số tự nhiên n sao cho: $1 + 4 + 7 + \dots + (3n-2) = 590$, biết $1, 4, 7, \dots, (3n-2)$ là 1 cấp số cộng.

- A. $n = 22$. B. $n = 20$. C. $n = 19$. D. $n = 21$.

Lời giải:

Để thấy công sai của cấp số cộng là $u_2 - u_1 = d = 3$.

Số hạng thứ n là $u_n = 3n - 2$, lúc đó:

$$S_n = 1 + 4 + 7 + \dots + (3n-2) = 590 \Leftrightarrow \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 590 \Leftrightarrow n[2 + (n-1)3] = 1180$$

$$\Leftrightarrow 3n^2 - n - 1180 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 & (\text{nhận}) \\ n = -\frac{59}{3} & (\text{loại}) \end{cases} \Rightarrow n = 20.$$

- Câu 6.** Cho cấp số cộng (u_n) : $u_3 = 4, u_5 = 12$. Công sai của cấp số cộng đã cho là
- A.** $d = 4$. **B.** $d = 6$. **C.** $d = 1$. **D.** $d = 3$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_5 = u_1 + 4d \\ u_3 = u_1 + 2d \end{cases} \longrightarrow 2d = u_5 - u_3 = 8 \Leftrightarrow d = 4.$$

- Câu 7.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Kể từ số hạng nào trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018?
- A.** 287. **B.** 289. **C.** 288. **D.** 286.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } u_n = u_1 + (n-1)d = 3 + 7(n-1) = 7n - 4;$$

$$u_n > 2018 \Leftrightarrow 7n - 4 > 2018 \Leftrightarrow n > \frac{2022}{7}.$$

Vậy $n = 289$.

- Câu 8.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1$.
- A.** -20 . **B.** -6 . **C.** -8 . **D.** -24 .

Lời giải:

Ta gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$\begin{aligned} u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1 &= 4(4+d) + (4+d)(4+2d) + 4(4+2d) \\ &= 2d^2 + 24d + 48 = 2(d+6)^2 - 24 \geq -24. \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi $d = -6$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1$ là -24 .

- Câu 9.** Số đo các góc của một tứ giác lồi lập thành một cấp số cộng và góc lớn nhất gấp 5 lần góc nhỏ nhất. Tìm số đo góc lớn nhất.
- A.** 145° . **B.** 160° . **C.** 150° . **D.** 72° .

Lời giải:

Gọi các góc của tứ giác $A < B < C < D$ theo thứ tự tạo thành một cấp số cộng.

$$\text{Ta có: } A + B + C + D = 360^\circ \quad (1)$$

$$\text{Do } A; B; C; D \text{ tạo thành 1 cấp số cộng nên } (1) \Leftrightarrow 2(A + D) = 360^\circ \Leftrightarrow A + D = 180^\circ \quad (2)$$

$$\text{Theo giả thiết: } D = 5A \quad (3)$$

$$\text{Từ (2) và (3) suy ra: } 6A = 180^\circ \Leftrightarrow A = 30^\circ \Rightarrow D = 150^\circ.$$

- Câu 10.** Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_1 + 2u_6 = 26 \\ 3u_2 + u_3 = 18 \end{cases}$. Công sai của cấp số cộng đã cho là
- A.** $d = -2$. **B.** $d = 2$. **C.** $d = 1$. **D.** $d = 3$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 + 2u_6 = 26 \\ 3u_2 + u_3 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2(u_1 + 5d) = 26 \\ 3(u_1 + d) + (u_1 + 2d) = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3u_1 + 10d = 26 \\ 4u_1 + 5d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 2 \end{cases}.$$

- Câu 11.** Tìm x sao cho $2x; 3x+2; 5x+3$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.

A. $x = -2$. **B.** $x = -\frac{1}{2}$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -\frac{3}{2}$.

Lời giải:

Do $2x; 3x+2; 5x+3$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng nên

$$(2x) + (5x + 3) = 2(3x + 2) \Leftrightarrow x = 1.$$

- Câu 12.** Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Bậc dưới cùng cần 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn 2 viên gạch so với bậc ngay trước nó. Tổng số gạch để xây cầu thang là
A. 1200. **B.** 1647. **C.** 1615. **D.** 2130.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30} = \frac{30(2u_1 + 29(-2))}{2} = 2130.$$

Vậy cần 2130 viên gạch để xây cầu thang.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

- Câu 1:** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2017$ và công sai $d = 3$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$u_2 = -2014$.	X	
b)	$u_6 = -2022$.		X
c)	Tổng 6 số hạng đầu của (u_n) bằng -12057 .	X	
d)	Bắt đầu từ số hạng 674 trở đi, các số hạng của cấp số cộng đều nhận giá trị dương.	X	

Lời giải:

$$\text{c) Ta có: } S_6 = \frac{6(2u_1 + 5d)}{2} = -12057.$$

$$\text{d) Ta có } u_n = u_1 + (n-1)d = -2017 + (n-1).3 = 3n - 2020.$$

$$\text{Ta có } u_n > 0 \Leftrightarrow 3n - 2020 > 0 \Leftrightarrow n > \frac{2020}{3} \approx 673,33333.$$

- Câu 2:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$u_1 = -35$.	X	
b)	Công sai của cấp số cộng (u_n) là $d = 5$.	X	
c)	$u_{10} = 15$.		X
d)	$S_{20} = 250$.	X	

Lời giải:

$$\text{a) b) Ta có: } \begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases}.$$

$$\text{c) Ta có: } u_{10} = u_1 + 9d = 10.$$

$$\text{d) Ta có: } S_{20} = 20u_1 + \frac{20.19}{2}.d = 20.(-35) + \frac{20.19}{2}.5 = 250.$$

- Câu 3:** Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liên sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Số ghế ở mỗi hàng theo thứ tự lập thành một cấp số cộng (u_n) .	X	
b)	Công sai của cấp số cộng (u_n) là $d = 4$.	X	

c)	$u_3 = 23.$	X	
d)	Sân vận động đó có 2190 ghế.	X	

Lời giải:

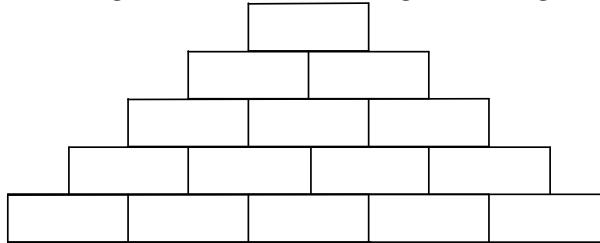
Gọi $u_1, u_2, \dots, u_{30}$ lần lượt là số ghế của dãy ghế thứ 1, dãy ghế thứ 2, ... và dãy ghế thứ 30.

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d, (n = 2, 3, \dots, 30).$

Ký hiệu: $S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30}$, theo công thức tổng các số hạng của một cấp số cộng, ta được:

$$S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30} = \frac{30}{2}(2u_1 + 29d) = 15(2.15 + 29.4) = 2190.$$

Câu 4: Bà chủ quán trà sữa X muốn trang trí quán cho đẹp nên quyết định thuê nhân công xây một bức tường gạch với xi măng (như hình vẽ bên dưới), biết hàng dưới cùng có 50 viên, mỗi hàng tiếp theo đều có ít hơn hàng trước 1 viên và hàng trên cùng có 1 viên.



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Số gạch ở mỗi hàng theo thứ tự lập thành một cấp số cộng (u_n) .	X	
b)	Công sai của cấp số cộng (u_n) là $d = 1$.		X
c)	$u_2 = 49$.	X	
d)	Số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường trên là 1275 viên.	X	

Lời giải:

a) b) Số gạch ở mỗi hàng theo thứ tự lập thành một cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 50$; công sai $d = -1$.

d) Như vậy số hàng gạch cần xây là 50 hàng.

$$\text{Tổng số gạch cần dùng là: } 50 + 49 + 48 + \dots + 2 + 1 = \frac{50(50+1)}{2} = 1275.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_2 = 14$ và công sai $d = 3$. Số 56 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đó?

Kết quả:

16

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ta có: $u_1 = u_2 - d = 11$.

Theo giả thiết: $u_n = 56 \Leftrightarrow 3n + 8 = 56 \Leftrightarrow n = 16$.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=123$, $u_3-u_{15}=84$. Tính tổng 17 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) .

1139

Lời giải:

Theo giả thiết ta có: $u_3 - u_{15} = 84 \Leftrightarrow u_1 + 2d - (u_1 + 14d) = 84 \Leftrightarrow -12d = 84 \Leftrightarrow d = -7$.

Do đó $u_{17} = u_1 + 16d = 123 + 16(-7) = 11$.

$$\text{Vây } S_{17} = \frac{(u_1 + u_{17}) \cdot 17}{2} = \frac{(123 + 11) \cdot 17}{2} = 1139.$$

Câu 3: Một cấp số cộng có 7 số hạng. Biết rằng tổng của số hạng đầu và số hạng cuối bằng 30, còn tổng của số hạng thứ ba và số hạng thứ sáu bằng 35. Tính số hạng thứ bảy của cấp số cộng đó.

30

Trình bày:

Ta có: $\begin{cases} u_1 + u_7 = 30 \\ u_3 + u_6 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 6d = 30 \\ 2u_1 + 7d = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 0 \\ d = 5 \end{cases}$

Câu 4: Cho hai cấp số cộng $(x_n): 4, 7, 10, \dots$ và $(y_n): 1, 6, 11, \dots$ Hỏi trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung?

403

Lời giải:

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (x_n) là: $x_n = 4 + (n-1).3 = 3n + 1$.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (y_n) là: $y_m = 1 + (m-1).5 = 5m - 4$.

Ta có: $\begin{cases} x_n = y_m \\ 1 \leq n \leq 2018 \\ 1 \leq m \leq 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3n+1=5m-4 \\ 1 \leq n \leq 2018 \\ 1 \leq m \leq 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3n=5(m-1) \\ 1 \leq n \leq 2018 \\ 1 \leq m \leq 2018 \end{cases}.$

Cách 1:

→ $n \in \{5; 10; 15; \dots; 2015\}$. Vậy có $\frac{2015-5}{5} + 1 = 403$ số hạng chung.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \begin{cases} 3n = 5(m-1) \\ 1 \leq n \leq 2018 \\ 1 \leq m \leq 2018 \end{cases} &\longrightarrow \begin{cases} m-1:3 \\ 1 \leq m \leq 2018 \\ 1 \leq n = \frac{5m-5}{3} \leq 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1:3 \\ 1 \leq m \leq 2018 \\ \frac{8}{5} \leq m \leq \frac{6059}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1:3 \\ \frac{8}{5} \leq m \leq \frac{6059}{5} \end{cases} \\ &\longrightarrow m \in \{4; 7; 10; \dots; 1210\}. \text{ Vậy có } \frac{1210-4}{3} + 1 = 403 \text{ số hạng chung.} \end{aligned}$$

Kết quả:

Trình bày:

Gọi $u_1 = 680 - 55 = 625$ (triệu đồng) là giá trị chiếc xe *sau năm thứ nhất*.

Vậy giá trị xe sau 5 năm sử dụng tương ứng là $u_5 = u_1 + 4d = 625 + 4(-55) = 405$ (triệu đồng).

Gọi $u_1 = 680$ (triệu đồng) là giá trị chiếc xe ngày *đầu tiên của năm thứ nhất*.

Vậy giá trị xe sau 5 năm sử dụng tương ứng là $u_6 = u_1 + 5d = 680 + 5(-55) = 405$ (triệu đồng).

Kết quả:

Trình bày:

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Số hạt dẻ trên mỗi ô (bắt đầu từ ô thứ nhất) theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 7, d = 5$.

Gọi n là số ô trên bàn cờ thì $u_1 + u_2 + \dots + u_n = 25450 = S_n$.

Ta có: $25450 = S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = 7n + \frac{n^2 - n}{2} \cdot 5$

$$\Leftrightarrow 5n^2 + 9n - 50900 = 0 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}^*} n = 100.$$

HẾT

Huế, 15h00' Ngày 26 tháng 7 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: Toán 11 - KNTT

CẤP SỐ CỘNG

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Dãy số nào dưới đây là cấp số cộng?
 A. 1;3;4. B. 3;5;7. C. 5;7;6. D. 3;5;8.
- Câu 2:** Cho cấp số cộng $(u_n): u_2 = -2, u_7 = 13$. Công sai của cấp số cộng đã cho là
 A. $d = 4$. B. $d = 6$. C. $d = 1$. D. $d = 3$.
- Câu 3:** Cho cấp số cộng $(u_n): u_1 = 1$ và công sai $d = 3$. Tổng 4 số hạng đầu của (u_n) là
 A. $S_4 = 9$. B. $S_4 = 12$. C. $S_4 = 22$. D. $S_4 = 14$.
- Câu 4:** Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_3 = -2 \\ S_8 = -40 \end{cases}$. Công sai của cấp số cộng đã cho là
 A. $d = -2$. B. $d = 2$. C. $d = 1$. D. $d = 3$.
- Câu 5:** Cho dãy số $(u_n): a; 2; b; 6$. Biết (u_n) là một cấp số cộng, tổng $a + b$ bằng
 A. 8. B. 4. C. 2. D. 10.
- Câu 6:** Cần lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng 2;5;8;... để được kết quả bằng 345?
 A. 12. B. 15. C. 16. D. 10.
- Câu 7:** Một bức tường trang trí có dạng hình thang cân, rộng 2,4m ở đáy và rộng 1,2m ở đỉnh. Các viên gạch hình vuông có kích thước 10cm x 10cm phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?
 A. 200 viên. B. 234 viên. C. 115 viên. D. 145 viên.
- Câu 8:** Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Bậc dưới cùng cần 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn 2 viên gạch so với bậc ngay trước nó. Số gạch của bậc trên cùng là
 A. 56. B. 42. C. 46. D. 72.
- Câu 9:** Cho tam giác ABC biết 3 góc của tam giác lập thành một cấp số cộng và có một góc bằng 25° . Tìm hai góc còn lại.
 A. $65^\circ, 90^\circ$ B. $75^\circ, 80^\circ$. C. $60^\circ, 95^\circ$. D. $60^\circ, 90^\circ$.
- Câu 10:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $u_1 u_2 + u_2 u_3 + u_3 u_4$.
 A. -20. B. -6. C. -8. D. -24.
- Câu 11:** Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n .

A. $u_n = 1 + 4n$.

B. $u_n = 5n$.

C. $u_n = 3 + 2n$.

D. $u_n = 2 + 3n$.

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018?

A. 287.

B. 289.

C. 288.

D. 286.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho cấp số cộng (u_n) : $1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}; 3; \dots$

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = 1$ và công sai $d = \frac{3}{2}$.		
b)	Số hạng thứ 11 của cấp số cộng là $u_{11} = \frac{41}{2}$.		
c)	(u_n) là một dãy số tăng.		
d)	Tổng 99 số hạng đầu của cấp số cộng này là một số nguyên.		

Câu 14: Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu.

Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Trong phương án 1: dãy số tiền lương là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là $u_1 = 120$, công sai $d_1 = 18$.		
b)	Trong phương án 1: tiền lương người lao động nhận được trong năm thứ ba là 174 triệu.		
c)	Trong phương án 1: tổng tiền lương người lao động nhận được trong ba năm là 414 triệu.		
d)	Nếu kí hợp đồng lao động trong ba năm, với mong muốn nhận được tổng số tiền lương cao nhất thì người lao động nên chọn phương án 1.		

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá của mét khoan đầu tiên là 100 nghìn đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30 nghìn đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người cần khoan một giếng sâu 20m để lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng số tiền bao nhiêu nghìn đồng?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16: Cho một tam giác vuông có độ dài ba cạnh lập thành cấp số cộng. Chu vi tam giác đó bằng 24. Tính độ dài cạnh nhỏ nhất của tam giác đã cho.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 17: Một rạp hát có 20 hàng ghế. Hàng thứ nhất có 20 ghế, số ghế ở các hàng sau đều hơn số ghế ngay trước đó 2 ghế. Cho biết rạp hát đã bán hết vé với giá mỗi vé là 80 nghìn đồng. Tổng số tiền vé thu được của rạp hát có dạng $\overline{abc00000}$ đồng. Khi đó, tổng $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

Kết quả:

Trình bày:

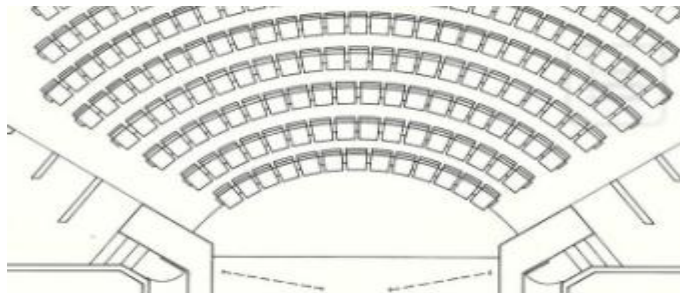
.....

.....

.....

.....

Câu 18: Rạp hát có 20 hàng ghế xếp theo hình quạt. Hàng thứ nhất có 16 ghế, hàng thứ hai có 20 ghế, hàng thứ ba có 24 ghế,... tương tự cho đến hàng cuối cùng. Hỏi tổng số ghế có trong rạp là bao nhiêu?



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: a) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) .

b) Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) , biết:
$$\begin{cases} S_5 - S_2 - u_5 = \frac{1}{10} \\ S_4 + u_7 = \frac{1}{10} \end{cases}$$

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20: Tính các tổng $S = 1000^2 - 999^2 + 998^2 - 997^2 + \dots + 2^2 - 1^2$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính

$$T = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}.$$

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 01 tháng 8 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 11 - KNTT**

CẤP SỐ CỘNG

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Dãy số nào dưới đây là cấp số cộng?

A. 1;3;4.

B. 3;5;7.

C. 5;7;6.

D. 3;5;8.

Lời giải:

Dãy số hữu hạn 3;5;7 là cấp số cộng với $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$.

Câu 2: Cho cấp số cộng $(u_n): u_2 = -2, u_7 = 13$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

A. $d = 4$.

B. $d = 6$.

C. $d = 1$.

D. $d = 3$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_7 = u_1 + 6d \\ u_2 = u_1 + d \end{cases} \longrightarrow u_7 - u_2 = 5d \Leftrightarrow d = 3.$$

Câu 3: Cho cấp số cộng $(u_n): u_1 = 1$ và công sai $d = 3$. Tổng 4 số hạng đầu của (u_n) là

A. $S_4 = 9$.

B. $S_4 = 12$.

C. $S_4 = 22$.

D. $S_4 = 14$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } S_4 = \frac{4(2u_1 + 3d)}{2} = 22.$$

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_3 = -2 \\ S_8 = -40 \end{cases}$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

A. $d = -2$.

B. $d = 2$.

C. $d = 1$.

D. $d = 3$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_3 = -2 \\ S_8 = -40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = -2 \\ \frac{8(2u_1 + 7d)}{2} = -40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = -2 \\ 2u_1 + 7d = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -2 \end{cases}$$

Câu 5: Cho dãy số $(u_n): a; 2; b; 6$. Biết (u_n) là một cấp số cộng, tổng $a + b$ bằng

A. 8.

B. 4.

C. 2.

D. 10.

Lời giải:

$$\text{Do } (u_n) \text{ là một cấp số cộng nên ta có hệ: } \begin{cases} 2 - a = b - 2 \\ b - 2 = 6 - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 4 \\ b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 4 \end{cases}$$

Lưu ý: Áp dụng tính chất số các số hạng của cấp số cộng ta có: $a + b = 2.2 = 4$.

Câu 6: Cần lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng 2;5;8;... để được kết quả bằng 345?

A. 12.

B. 15.

C. 16.

D. 10.

Lời giải:

Cấp số cộng có $u_1 = 2$; công sai $d = 3$.

Gọi n là số các số hạng đầu của cấp số cộng cần lấy, ta có:

$$345 = S_n = \frac{n(2u_1 + (n-1)d)}{2} \Leftrightarrow 3n^2 + n - 690 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = \frac{-46}{3} \\ n = 15 \end{cases} \longrightarrow \text{Chọn } n = 15.$$

Câu 7: Một bức tường trang trí có dạng hình thang cân, rộng 2,4m ở đáy và rộng 1,2m ở đỉnh. Các viên gạch hình vuông có kích thước 10cm x 10cm phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?

A. 200 viên.

B. 234 viên.

C. 115 viên.

D. 145 viên.

Lời giải:

Đổi $2,4m = 240cm$; $1,2m = 120cm$.

Số viên gạch ở hàng đầu tiên (ứng với đáy lớn) là $u_1 = \frac{240}{10} = 24$.

Số viên gạch ở hàng trên cùng (ứng với đáy nhỏ) là: $u_n = \frac{120}{10} = 12$.

Vì mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó nên ta thu được một cấp số cộng có công sai $d = -1$.

Như vậy: $u_n = 12 = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow n = 13$.

Vậy số viên gạch hình vuông cần thiết để ốp hết bức tường đó là:

$$S_{13} = \frac{13(u_1 + u_{13})}{2} = 234 \text{ viên gạch.}$$

Câu 8: Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Bậc dưới cùng cần 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn 2 viên gạch so với bậc ngay trước nó. Số gạch của bậc trên cùng là

A. 56.

B. 42

C. 46.

D. 72.

Lời giải:

Ta có: Bậc trên cùng là bậc 30 nên ta có áp dụng CT số hạng TQ của CSC ta có

$$u_{30} = u_1 + 29(-2) = 42.$$

Vậy bậc trên cùng cần 42 viên gạch.

Câu 9: Cho tam giác ABC biết 3 góc của tam giác lập thành một cấp số cộng và có một góc bằng 25° . Tìm hai góc còn lại.

A. $65^\circ, 90^\circ$

B. $75^\circ, 80^\circ$.

C. $60^\circ, 95^\circ$.

D. $60^\circ, 90^\circ$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } u_1 + u_2 + u_3 = 180 \Leftrightarrow 25 + 25 + d + 25 + 2d = 180 \Leftrightarrow d = 35.$$

$$\text{Vậy } u_2 = 60; u_3 = 95.$$

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1$.

A. -20.

B. -6.

C. -8.

D. -24.

Lời giải:

Ta gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1 = 4(4+d) + (4+d)(4+2d) + 4(4+2d)$$

$$= 2d^2 + 24d + 48 = 2(d+6)^2 - 24 \geq -24$$

Dấu "=" xảy ra khi $d = -6$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1$ là -24.

Câu 11: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n .

A. $u_n = 1 + 4n$.

B. $u_n = 5n$.

C. $u_n = 3 + 2n$.

D. $u_n = 2 + 3n$.

Lời giải:

Ta có: $S_{50} = \frac{50}{2}(2u_1 + 49d) = 5150 \Rightarrow d = 4$.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng bằng $u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + 4n$.

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018?

A. 287.

B. 289.

C. 288.

D. 286.

Lời giải:

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = 3 + 7(n-1) = 7n - 4$; $u_n > 2018 \Leftrightarrow 7n - 4 > 2018 \Leftrightarrow n > \frac{2022}{7}$

Vậy $n = 289$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho cấp số cộng (u_n) : $1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}; 3; \dots$

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = 1$ và công sai $d = \frac{3}{2}$.		
b)	Số hạng thứ 11 của cấp số cộng là $u_{11} = \frac{41}{2}$.		
c)	(u_n) là một dãy số tăng.		
d)	Tổng 99 số hạng đầu của cấp số cộng này là một số nguyên.		

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

a) Sai.

Ta thấy $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = \dots = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = 1$ và công sai $d = \frac{1}{2}$.

b) Sai.

Ta có: $u_{11} = u_1 + 10d = 1 + 10 \cdot \frac{1}{2} = 6$.

c) Đúng.

Công sai $d > 0 \Rightarrow (u_n)$ là một dãy số tăng.

d) Sai.

Tổng 99 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_{99} = \frac{99}{2}(2u_1 + 98d) = \frac{99}{2}\left(2 + 98 \cdot \frac{1}{2}\right) = 2524,5 \notin \mathbb{Z}$.

Câu 14: Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu.

Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Trong phương án 1: dãy số tiền lương là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là $u_1 = 120$, công sai $d_1 = 18$.		
b)	Trong phương án 1: tiền lương người lao động nhận được trong năm thứ ba là 174 triệu.		
c)	Trong phương án 1: tổng tiền lương người lao động nhận được trong ba năm là 414 triệu.		
d)	Nếu kí hợp đồng lao động trong ba năm, với mong muốn nhận được tổng số tiền lương cao nhất thì người lao động nên chọn phương án 1.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng.

Trong phương án 1: dãy số tiền lương là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là $u_1 = 120$, công sai $d_1 = 18$

b) Sai.

Trong phương án 1: $u_3 = 120 + 2.18 = 156$ triệu.

c) Đúng.

Trong phương án 1: tổng tiền lương người lao động nhận được trong ba năm là

$$S_3 = \frac{(u_1 + u_3).3}{2} = \frac{(120 + 156).3}{2} = 414 \text{ triệu.}$$

d) Đúng.

Trong phương án 2: Dãy số tiền lương là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là $v_1 = 24$, công sai $d_2 = 1,8$, lương tăng theo quý. Ba năm tương ứng với 12 quý.

Ta có $v_{12} = 24 + 11.1,8 = 43,8$ triệu.

Tổng số tiền lương nhận được sau 3 năm tương ứng với 12 quý là:

$$S_{12} = \frac{(v_1 + v_{12}).12}{2} = (24 + 43,8).6 = 406,8 \text{ triệu.}$$

Ta nhận thấy $406,8 < 414$.

Vậy nếu kí hợp đồng lao động trong ba năm, với mong muốn nhận được tổng số tiền lương cao nhất thì người lao động nên chọn phương án 1.

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá của mét khoan đầu tiên là 100 nghìn đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30 nghìn đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người cần khoan một giếng sâu 20m để lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng số tiền bao nhiêu nghìn đồng?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....
.....
Lời giải:

Đáp số: 7700.

Ta có

Gọi u_n là giá của mét khoan thứ n , trong đó $1 \leq n \leq 20$.

Khi đó, (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 100$ và công sai $d = 30$.

Số tiền mà gia đình phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng là:

$$S_{20} = u_1 + u_2 + \dots + u_{20} = \frac{20(2u_1 + 19d)}{2} = \frac{20(2.100 + 19.30)}{2} = 7700 \text{ (nghìn đồng).}$$

Câu 16: Cho một tam giác vuông có độ dài ba cạnh lập thành cấp số cộng. Chu vi tam giác đó bằng 24. Tính độ dài cạnh nhỏ nhất của tam giác đã cho.

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Vì ba cạnh lập thành cấp số cộng nên độ dài ba cạnh là: $a - d; a; a + d$ ($a > d; d > 0$).

Chu vi tam giác bằng 24 $\Rightarrow a - d + a + a + d = 24 \Leftrightarrow a = 8$. (1)

Mặt khác tam giác này vuông nên ta có: $(a - d)^2 + a^2 = (a + d)^2 \Leftrightarrow a^2 - 4ad = 0 \Leftrightarrow a = 4d$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a = 8 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow a - d = 6$.

Câu 17: Một rạp hát có 20 hàng ghế. Hàng thứ nhất có 20 ghế, số ghế ở các hàng sau đều hơn số ghế ngay trước đó 2 ghế. Cho biết rạp hát đã bán hết vé với giá mỗi vé là 80 nghìn đồng. Tổng số tiền vé thu được của rạp hát có dạng $\overline{abc00000}$ đồng. Khi đó, tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Đáp số: 12

Gọi u_n là số ghế ở hàng thứ n .

Khi đó, dãy số (u_n) tạo thành cấp số cộng với $u_1 = 20$ và $d = 2$.

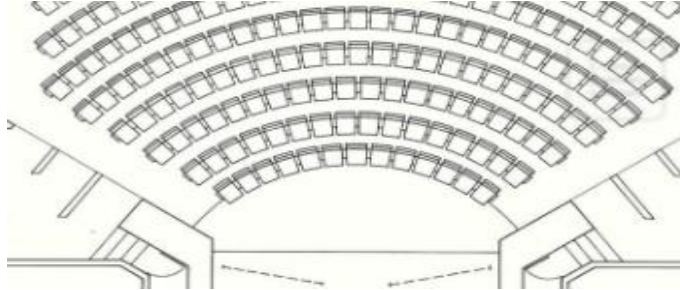
Số ghế hàng thứ 20 là $u_{20} = u_1 + (n - 1)d = 20 + (20 - 1)2 = 58$

Tổng số ghế có trong rạp hát là: $S_{20} = \frac{(u_1 + u_{20}) \cdot 20}{2} = \frac{(20 + 58) \cdot 20}{2} = 780$ (ghế)

Tổng số tiền vé thu được là: $780 \cdot 80\,000 = 62\,400\,000$ (đồng).

Vậy $a = 6, b = 2, c = 4 \Rightarrow a + b + c = 12$.

Câu 18: Rạp hát có 20 hàng ghế xếp theo hình quạt. Hàng thứ nhất có 16 ghế, hàng thứ hai có 20 ghế, hàng thứ ba có 24 ghế,... tương tự cho đến hàng cuối cùng. Hỏi tổng số ghế có trong rạp là bao nhiêu?



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Đáp số: 1080

Gọi số ghế ở hàng thứ n là u_n .

Ta có: $u_1 = 16, u_2 = 20, u_3 = 24, \dots$

Nhận xét dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 16$, công sai $d = u_2 - u_1 = 20 - 16 = 4$.

$$\text{Khi đó } S_{20} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{20(2 \cdot 16 + 19 \cdot 4)}{2} = 1080.$$

Vậy tổng số ghế trong rạp hát là 1080 ghế.

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: a) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12, u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) .

b) Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) , biết:
$$\begin{cases} S_5 - S_2 - u_5 = \frac{1}{10} \\ S_4 + u_7 = \frac{1}{10} \end{cases}$$

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

a) Gọi d là công sai của cấp số cộng.

Theo giả thiết, ta có $\begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}.$

Khi đó, $S_{16} = \frac{(2u_1 + 15d) \cdot 16}{2} = 8(-42 + 45) = 24.$

b) Ta có: $\begin{cases} S_5 - S_2 - u_5 = \frac{1}{10} \\ S_4 + u_7 = \frac{1}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5(2u_1 + 4d)}{2} - \frac{2(2u_1 + d)}{2} - (u_1 + 4d) = \frac{1}{10} \\ \frac{4(2u_1 + 3d)}{2} + (u_1 + 6d) = \frac{1}{10} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 5d = \frac{1}{10} \\ 5u_1 + 12d = \frac{1}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -\frac{7}{10} \\ d = \frac{3}{10} \end{cases}.$

Câu 20: Tính các tổng $S = 1000^2 - 999^2 + 998^2 - 997^2 + \dots + 2^2 - 1^2$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có: $S = (1000^2 - 999^2) + (998^2 - 997^2) + \dots + (2^2 - 1^2)$

$= 1 \cdot (1000 + 999) + 1 \cdot (998 + 997) + \dots + 1 \cdot (2 + 1)$

$= 1999 + 1995 + 1991 + \dots + 3$

Ta thấy các số hạng của tổng $B = 1999 + 1995 + 1991 + \dots + 3$ tạo thành một cấp số cộng có $u_1 = 1999, d = -4$. Giả sử tổng trên có n số hạng thì $u_n = 3 \Leftrightarrow u_1 + (n-1)d = 3$

$\Leftrightarrow 1999 - (n-1)4 = 3 \Leftrightarrow n = 500.$

Lúc đó: $S = \frac{500(1999 + 3)}{2} = 500500.$

Câu 21: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính

$T = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}.$

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có: $S_{100} = 24850 \Leftrightarrow \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = 24850 \Leftrightarrow u_{100} = 496.$

Vậy $u_{100} = u_1 + 99d \Leftrightarrow d = \frac{u_{100} - u_1}{99} \Leftrightarrow d = 5.$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } T &= \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}} = \frac{1}{1.6} + \frac{1}{6.11} + \frac{1}{11.16} + \dots + \frac{1}{241.246}. \\ \Rightarrow 5S &= \frac{5}{1.6} + \frac{5}{6.11} + \frac{5}{11.16} + \dots + \frac{5}{241.246} = \frac{1}{1} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{241} - \frac{1}{246} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{246} = \frac{245}{246} \Rightarrow T = \frac{49}{246}. \end{aligned}$$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 01 tháng 8 năm 2025