

Chủ đề:

DẤU TAM THỨC BẬC HAI

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tam thức bậc hai

Tam thức bậc hai (đối với x) là biểu thức có dạng $ax^2 + bx + c$ trong đó a, b, c là những số thực cho trước (với $a \neq 0$), được gọi là các hệ số của tam thức bậc hai.

Chú ý:

+) Nghiệm của phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ cũng được gọi là nghiệm của tam thức bậc hai $ax^2 + bx + c$.

+) $\Delta = b^2 - 4ac$ và $\Delta' = b'^2 - ac$, với $b = 2b'$ tương ứng được gọi là biệt thức và biệt thức thu gọn của tam thức bậc hai $ax^2 + bx + c$.

2. Định lý về dấu tam thức bậc hai

Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ (với $a \neq 0$).

+) Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

+) Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ cùng dấu với hệ số a với mọi $x \neq -\frac{b}{2a}$ và $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = 0$.

+) Nếu $\Delta > 0$ thì tam thức $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 ($x_1 < x_2$). Khi đó, $f(x)$ cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$; $f(x)$ trái dấu với hệ số a với mọi $x \in (x_1; x_2)$.

Chú ý. Trong định lý về dấu tam thức bậc hai có thể thay Δ bởi Δ' .

3. Bất phương trình bậc hai

+) Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình có dạng $ax^2 + bx + c > 0$ (hoặc $ax^2 + bx + c \geq 0$, $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \leq 0$), trong đó a, b, c là những số thực đã cho và $a \neq 0$.

+) Số thực x_0 gọi là một nghiệm của bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c > 0$, nếu $ax_0^2 + bx_0 + c > 0$. Tập hợp gồm tất cả các nghiệm của bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c > 0$ gọi là tập nghiệm của bất phương trình này.

+) Giải bất phương trình bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c > 0$ là tìm tập nghiệm của nó, tức là tìm các khoảng mà trong đó $f(x)$ cùng dấu với hệ số a (nếu $a > 0$) hay trái dấu với hệ số a (nếu $a < 0$).

Để giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c > 0$ (hoặc $ax^2 + bx + c \geq 0$, $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \leq 0$) ta cần xét dấu tam thức $ax^2 + bx + c$, từ đó suy ra tập nghiệm.

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1: Xét dấu các tam thức bậc hai sau:

a) $x^2 + x + 1$; b) $-\frac{3}{2}x^2 + 9x - 27$; c) $2x^2 + 6x - 8$.

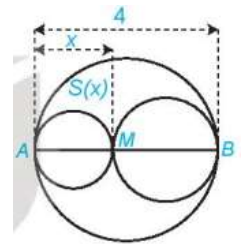
Câu 2: Xét dấu các tam thức bậc hai sau:

a) $-3x^2 + x - \sqrt{2}$; b) $x^2 + 8x + 16$; c) $-2x^2 + 7x - 3$.

Câu 3: Xét dấu biểu thức $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 4}$.

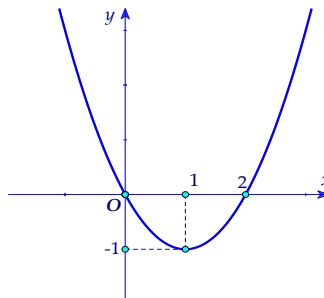
- Câu 4:** Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $f(x) = (3x - x^2)(x^2 - 6x + 9)$ nhận giá trị dương
- Câu 5:** Xét dấu biểu thức $P(x) = x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$.
- Câu 6:** Giải các bất phương trình sau:
 a) $3x^2 + x + 5 \leq 0$; b) $-3x^2 + 2\sqrt{3}x - 1 \geq 0$; c) $-x^2 + 2x + 1 > 0$.
- Câu 7:** Giải các bất phương trình bậc hai sau:
 a) $x^2 - 1 \geq 0$; b) $x^2 - 2x - 1 < 0$;
 c) $-3x^2 + 12x + 1 \leq 0$; d) $5x^2 + x + 1 \geq 0$.
- Câu 8:** Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$.
- Câu 9:** Giải bất phương trình $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0$.
- Câu 10:** Giải bất phương trình: $\frac{x^2 + x - 1}{x - 2} > \frac{1}{x^2 - x} + \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$.
- Câu 11:** Giải bất phương trình: $(x^2 - 4)(x^2 + 2x) \leq 3(x^2 + 4x + 4)$.
- Câu 12:** Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 > 0 \end{cases}$.
- Câu 13:** Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{\sqrt{x + 3}}$.
- Câu 14:** Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 4x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 - x - 10 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 > 0 \end{cases}$.
- Câu 15:** Tìm các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai $x^2 + (m+1)x + 2m + 3$ dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- Câu 16:** Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- Câu 17:** Tìm tất cả các giá trị của m để biểu thức $f(x) = -x^2 - 2x - m$ luôn âm.
- Câu 18:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $3x^2 - 2(m+1)x - 2m^2 + 3m - 2 \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.
- Câu 19:** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(m-1)x^2 - 2(m-2)x + 2 - m}}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- Câu 20:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 \leq 0$ vô nghiệm.
- Câu 21:** Tìm m để mọi $x \in [-1; 1]$ đều là nghiệm của bất phương trình $3x^2 - 2(m+5)x - m^2 + 2m + 8 \leq 0$.
- Câu 22:** Tìm giá trị của tham số m để phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.
- Câu 23:** Tìm tham số m để phương trình $(m+2)x^2 - 3x + 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- Câu 24:** Tìm m để phương trình $(m+1)x^2 - 2(m+2)x + m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 2$.
- Câu 25:** Tìm m để phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1x_2 < 1$.
- Câu 26:** Cho hàm số $y = (m-2)x^2 - 3mx + 2m - 3$ (m là tham số). Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho gốc tọa độ O nằm giữa A và B .
- Câu 27:** Một vật được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới từ độ cao $320m$ với vận tốc ban đầu $v_0 = 20m/s$. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giây, vật đó cách mặt đất không quá $100m$? Giả thiết rằng sức cản của không khí là không đáng kể.
- Câu 28:** Một công ty đồ gia dụng sản xuất bình đựng nước thấy rằng khi đơn giá của bình đựng nước là x nghìn đồng thì doanh thu R (tính theo đơn vị nghìn đồng) sẽ là $R(x) = -560x^2 + 50000x$.
- a) Theo mô hình doanh thu này, thì đơn giá nào là quá cao dẫn đến doanh thu từ việc bán bình đựng nước bằng 0 (tức là sẽ không có người mua)?
- b) Với khoảng đơn giá nào của bình đựng nước thì doanh thu từ việc bán bình đựng nước vượt mức 1 tỉ đồng?
- Câu 29:** Xét đường tròn đường kính $AB = 4$ và một điểm M di chuyển trên đoạn AB , đặt $AM = x$ (Hình vẽ). Xét hai đường tròn đường kính AM và MB . Kí hiệu $S(x)$ là diện tích phần hình phẳng nằm trong hình tròn lớn và nằm ngoài hai hình tròn nhỏ. Xác định các giá trị của x để diện tích $S(x)$ không vượt quá một nửa tổng diện tích hai hình tròn nhỏ.



III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- Câu 1:** Biểu thức nào dưới đây là tam thức bậc hai?
- A. $y = 1$. B. $y = x$. C. $y = x^2$. D. $y = x^3$.
- Câu 2:** Với m là tham số bất kì, biểu thức nào dưới đây là tam thức bậc hai?
- A. $y = m$. B. $y = mx$. C. $y = mx^2$. D. $y = x^2 + m$.
- Câu 3:** Với m là tham số bất kì, biểu thức nào dưới đây là tam thức bậc hai?
- A. $y = m$. B. $y = mx$. C. $y = (m^2 + 1)x^2$. D. $y = mx^2 + m$.
- Câu 4:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để biểu thức $f(x) = (m-2)x^2 + 5x + 9$ là tam thức bậc hai.
- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m = 2$. C. $m \neq 2$. D. $m \neq 0$.
- Câu 5:** Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x) > 0, \forall x \in (0; 2)$.

B. $f(x) < 0, \forall x \in (0; 2)$.

C. $f(x) > 0, \forall x \in (1; +\infty)$.

D. $f(x) < 0, \forall x \in [0; 2]$.

Câu 6: Tam thức bậc hai nào dưới đây có bảng xét dấu như hình vẽ?

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$
$f(x)$		+	0	-

A. $y = x^2 - 2x$.

B. $y = x^2 + 2x$.

C. $y = x^2 - 4x$.

D. $y = -x^2 + 4x$.

Câu 7: Tam thức bậc hai nào dưới đây có bảng xét dấu như hình vẽ?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f(x)$		-	0	+

A. $y = x^2 - 2x$.

B. $y = -x^2 + 2x$.

C. $y = x^2 - 4x$.

D. $y = x^2 + 4x$.

Câu 8: Cho tam thức $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x) > 0, \forall x \in (1; 2)$.

B. $f(x) < 0, \forall x \in (1; 2)$.

C. $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

D. $f(x) < 0, \forall x \in [1; 2]$.

Câu 9: Cho tam thức $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

B. $f(x) < 0, \forall x \in (1; 2)$.

C. $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

D. $f(x) \leq 0, \forall x \in [1; 2]$.

Câu 10: Tập hợp tất cả các giá trị của x để tam thức $y = -x^2 + 2x$ luôn âm là

A. $(0; 2)$.

B. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

C. $[0; 2]$.

D. $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Câu 11: Tập hợp tất cả các giá trị của x để tam thức $f(x) = x^2 - 2x$ luôn dương là

A. $(0; 2)$.

B. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

C. $[0; 2]$.

D. $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Câu 12: Tam thức nào dưới đây luôn âm với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $y = x^2 + x + 1$.

B. $y = -x^2 + x + 1$.

C. $y = -x^2 + x - 1$.

D. $y = -x^2 + 4x$.

Câu 13: Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $y = x^2 + x + 1$.

B. $y = x^2 - 2x + 1$.

C. $y = -x^2 + x - 1$.

D. $y = -x^2 + 4x$.

Câu 14: Một nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x - 3 > 0$ là

A. $x = 5$.

B. $x = 0$.

C. $x = -2$.

D. $x = 4$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x - 3 > 0$ là

A. $[-1; 3]$.

B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x - 3 \geq 0$ là

A. $[-1; 3]$.

B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x - 3 \leq 0$ là

A. $[-1; 3]$.

B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 3 > 0$ là

A. $\emptyset$.

B. $\mathbb{R}$

C. $(1; 3)$.

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x + 3 \geq 0$ là

A. $\emptyset$.

B. $\mathbb{R}$

C. $(1; 3)$.

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

- Câu 20:** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x + 3 < 0$ là
 A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$ C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.
- Câu 21:** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ là
 A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$ C. $(1; 3)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Câu 22:** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 1 > 0$ là
 A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$ C. $\{1\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Câu 23:** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 1 < 0$ là
 A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$ C. $\{1\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Câu 24:** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 1 \leq 0$ là
 A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$ C. $\{1\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Câu 25:** Bất phương trình $x^2 - 3x - 4 \leq 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên dương?
 A. 6. B. 5. C. 4. D. 2.
- Câu 26:** Bất phương trình nào dưới đây có nghiệm?
 A. $x^2 + 2x + 1 < 0$. B. $x^2 + 2x + 3 \leq 0$. C. $x^2 + 3x + 4 < 0$. D. $x^2 - 2x \leq 0$.
- Câu 27:** Bất phương trình nào dưới đây có nghiệm?
 A. $x^2 + 2x + 1 < 0$. B. $x^2 + 2x + 3 \leq 0$. C. $x^2 + 3x + 4 < 0$. D. $x^2 - 2x + 1 \leq 0$.
- Câu 28:** Bất phương trình nào dưới đây **vô nghiệm**?
 A. $x^2 + 2x \geq 0$. B. $x^2 + 2x + 3 \leq 0$. C. $x^2 - 4 < 0$. D. $x^2 > 0$.
- Câu 29:** Bất phương trình nào sau đây **vô nghiệm**?
 A. $x^2 \geq 0$. B. $x^2 \leq 0$. C. $x^2 > 0$. D. $x^2 < 0$.
- Câu 30:** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4}$ là
 A. $(-2; 2)$. B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. C. $[-2; 2]$. D. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
- Câu 31:** Tập xác định của hàm số $y = \frac{2x+7}{\sqrt{4-x^2}}$ là
 A. $(-2; 2)$. B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. C. $[-2; 2]$. D. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
- Câu 32:** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-1} + 2\sqrt{9-x^2}$ là
 A. $[1; 3]$. B. $[1; +\infty)$. C. $[-3; 3]$. D. $[3; +\infty)$.
- Câu 33:** Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{9-x}}{\sqrt{x-1} + \sqrt{4-x^2} + 10}$ là
 A. $[1; 2]$. B. $[2; +\infty)$. C. $[1; 9]$. D. $[1; 2)$.
- Câu 34:** Tập nghiệm của bất phương trình $(x^2 - x + 3)(x^2 - 4) > 0$ là
 A. $[-2; 2]$. B. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. C. $(-2; 2)$. D. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
- Câu 35:** Tập nghiệm của bất phương trình $(x^2 - 2x + 4)(x^2 - 2x) \geq 0$ là
 A. $[0; 2]$. B. $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
- Câu 36:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(x^2 - 2x)(x^2 - 9) \leq 0$ là
 A. Vô số. B. 0. C. 5. D. 7.

- Câu 37:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 16} \leq 0$ là
A. Vô số. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 8.
- Câu 38:** Cho biểu thức $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{1 - 2x}$. Khoảng nào dưới đây của x thì $f(x) > 0$?
A. $\left(\frac{3}{4}; 2\right)$. **B.** $\left(-2; \frac{1}{2}\right)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $(-2; 3)$.
- Câu 39:** Với x thuộc tập hợp nào sau đây thì $f(x) = \frac{x-1}{x+2} - \frac{x+2}{x-1}$ không âm?
A. $\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$. **B.** $(-2; +\infty)$. **C.** $\left(-2; -\frac{1}{2}\right) \cup (-2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -2) \cup \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.
- Câu 40:** Có bao nhiêu số nguyên thỏa mãn bất phương trình $\frac{x^2}{x-2} \leq x+1$?
A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 41:** Biết tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2 - 3x + 4}{2x - 1} \geq x + 1$ là $S = (-\infty; a] \cup (b; c]$, giá trị của $a + 2b + c$ là
A. 1. **B.** 3. **C.** -2. **D.** -3.
- Câu 42:** Tìm tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x^2 + x - 6 > 0 \\ 3x^2 - 10x + 3 > 0 \end{cases}$.
A. $(-\infty; -2) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. **B.** $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$. **C.** $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (3; +\infty)$. **D.** $(-2; 3)$.
- Câu 43:** Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số b với mọi $x \in \mathbb{R}$.
B. $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \neq \frac{-b}{2a}$.
D. $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- Câu 44:** Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $\Delta = b^2 - 4ac$. Tìm điều kiện Δ để $f(x)$ cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.
A. $\Delta > 0$. **B.** $\Delta = 0$. **C.** $\Delta < 0$. **D.** $\Delta \geq 0$.
- Câu 45:** Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a; b; c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) với $\Delta = b^2 - 4ac$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$. **B.** $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.
C. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$. **D.** $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$.

Câu 46: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c, (a; b; c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ với $\Delta = b^2 - 4ac$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$.
 B. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$.
 C. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$.
 D. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Câu 47: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c, (a; b; c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ với $\Delta = b^2 - 4ac$. Điều kiện cần và đủ để $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Câu 48: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c, (a; b; c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ với $\Delta = b^2 - 4ac$. Điều kiện cần và đủ để $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Câu 49: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - mx + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt là

- A. $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.
 B. $(0; 4)$.
 C. $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$.
 D. $[0; 4]$.

Câu 50: Điều kiện cần và đủ của tham số m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 4m+1$ đổi dấu hai lần là

- A. $0 < m < 12$.
 B. $m < 0$ hoặc $m > 12$.
 C. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 12$.
 D. $m > 0$.

Câu 51: Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $mx^2 - 2mx + 4 = 0$ vô nghiệm?

- A. $0 < m < 4$.
 B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$.
 C. $0 \leq m \leq 4$.
 D. $0 \leq m < 4$.

Câu 52: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - mx + m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu là

- A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
 B. $(-1; 1)$.
 C. $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.
 D. $[-1; 1]$.

Câu 53: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 2mx + m$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.
 B. $(0; 1)$.
 C. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.
 D. $[0; 1]$.

Câu 54: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 2mx + 2m^2 - m$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.
 B. $(0; 1)$.
 C. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.
 D. $[0; 1]$.

Câu 55: Cho $f(x) = mx^2 - 2mx + 4$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.
 B. $(0; 4)$.
 C. $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$.
 D. $[0; 4]$.

Câu 56: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x - m^2 + 5m}$ xác định trên $\mathbb{R}$ là

- A. $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.
 B. $(1; 4)$.
 C. $[1; 4]$.
 D. $[-1; 1]$.

- Câu 57:** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{4x+7}{\sqrt{x^2-4x-m^2+5m}}$ xác định trên $\mathbb{R}$ là
 A. $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$. B. $(1; 4)$. C. $[1; 4]$. D. $[-1; 1]$.
- Câu 58:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - (m+2)x + 8m + 1 \leq 0$ vô nghiệm.
 A. $m \in [0; 28]$. B. $m \in (0; 28)$.
 C. $m \in (-\infty; 0) \cup (28; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; 0] \cup [28; +\infty)$.
- Câu 59:** Tìm số giá trị nguyên của m để bất phương trình $x^2 - 2mx + 3m - 2 \leq 0$ vô nghiệm.
 A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.
- Câu 60:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \leq 0 \\ x - m \geq 0 \end{cases}$ có nghiệm.
 A. $m < 1$. B. $1 \leq m \leq 4$. C. $m > 4$. D. $m \leq 4$.
- Câu 61:** Giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4 \leq 0 \\ m + 4 \leq 2x \end{cases}$ vô nghiệm là
 A. $m \geq 0$. B. $m > 0$. C. $m < 0$. D. $m \leq 0$.
- Câu 62:** Cho biểu thức $f(x) = x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3$. Tìm điều kiện của tham số m để $f(x) \leq 0$ thỏa mãn với mọi $x \in [-1; 2]$.
 A. $m > 2$. B. $m \in \emptyset$. C. $m \leq 1$. D. $m \geq 2$.
- Câu 63:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [0; 2022]$ để $\forall x \in [2; 4]$ đều là nghiệm bất phương trình $x^2 - (m+1)x + m \leq 0$?
 A. 2022. B. 2021. C. 2020. D. 2019.
- Câu 64:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\frac{x^2 + (m+1)x + 1}{x^2 + 2x + 5} \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?
 A. 3. B. 5. C. 2. D. 1.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1: Xét dấu các tam thức bậc hai sau:

- a) $x^2 + x + 1$; b) $-\frac{3}{2}x^2 + 9x - 27$; c) $2x^2 + 6x - 8$.

Lời giải:

a) $f(x) = x^2 + x + 1$ có $\Delta = -3 < 0$ và $a = 1 > 0$ nên $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

b) $g(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 9x - 27$ có $\Delta = 0$ và $a = -\frac{3}{2} < 0$ nên $g(x)$ có nghiệm kép $x = 3$ và $g(x) < 0$ với mọi $x \neq 3$.

c) Dễ thấy $h(x) = 2x^2 + 6x - 8$ có $\Delta' = 25 > 0, a = 2 > 0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -4; x_2 = 1$.

Do đó ta có bảng xét dấu $h(x)$:

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$	
$h(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Suy ra $h(x) > 0$ với mọi $x \in (-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$ và $h(x) < 0$ với mọi $x \in (-4; 1)$.

Câu 2: Xét dấu các tam thức bậc hai sau:

a) $-3x^2 + x - \sqrt{2}$; b) $x^2 + 8x + 16$; c) $-2x^2 + 7x - 3$.

Lời giải:

a) $f(x) = -3x^2 + x - \sqrt{2}$ có $\Delta = 1 - 12\sqrt{2} < 0$ và $a = -1 < 0$ nên $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

b) $g(x) = x^2 + 8x + 16$ có $\Delta' = 0, a = 1 > 0$ nên $g(x) = 0$ có nghiệm kép $x = -4$ và $g(x) > 0, \forall x \neq -4$.

c) $h(x) = -2x^2 + 7x - 3$ có $\Delta = 25 > 0, a = -2 < 0$ nên $h(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 3 \end{cases}$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	3	$+\infty$	
$h(x) = -2x^2 + 7x - 3$	$-$	0	$+$	0	$-$

Suy ra $h(x) > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; 3\right)$ và $h(x) < 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (3; +\infty)$.

Câu 3: Xét dấu biểu thức $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 4}$.

Lời giải:

Ta có: $2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}$; $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$
$2x^2 - x - 1$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$
$x^2 - 4$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+$	$+$	$-$	0	$+$	$+$

Suy ra $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; -2) \cup \left(-\frac{1}{2}; 1\right) \cup (2; +\infty)$ và $h(x) < 0, \forall x \in \left(-2; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; 2)$.

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $f(x) = (3x - x^2)(x^2 - 6x + 9)$ nhận giá trị dương

Lời giải:

Ta có $3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$; $x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Lập bảng xét dấu (Hoặc sử dụng phương pháp khoảng) ta có $x \in (0; 3)$.

Câu 5: Xét dấu biểu thức $P(x) = x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$.

Lời giải:

Ta có: $P(x) = x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4} = \frac{-x^3 + 2x^2 + 5x - 6}{-x^2 + 3x + 4} = \frac{(x-1)(-x^2 + x + 6)}{-x^2 + 3x + 4}$

Ta có: $-x^2 + x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}, -x^2 + 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	-1	1	3	4	$+\infty$					
$x-1$		-		-	0	+		+		+		
$-x^2+x+6$		-	0	+		+	0	-		-		
$-x^2+3x+4$		-		-	0	+		+		+	0	-
$x-\frac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$		-	0	+		-	0	+	0	-		+

Suy ra $P(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-2; -1) \cup (1; 3) \cup (4; +\infty)$, $P(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (-1; 1) \cup (3; 4)$.

Câu 6: Giải các bất phương trình sau:

a) $3x^2 + x + 5 \leq 0$; b) $-3x^2 + 2\sqrt{3}x - 1 \geq 0$; c) $-x^2 + 2x + 1 > 0$.

Lời giải:

a) Tam thức $f(x) = 3x^2 + x + 5$ có $\Delta = -59 < 0$ hệ số $a = 3 > 0$ nên $f(x)$ luôn dương (cùng dấu với a với mọi $x \in \mathbb{R}$). Suy ra bất phương trình vô nghiệm.

b) Tam thức $f(x) = -3x^2 + 2\sqrt{3}x - 1$ có $\Delta = 0$ hệ số $a = -3 < 0$ nên $f(x)$ luôn âm (cùng dấu với a với mọi $x \neq \frac{\sqrt{3}}{3}$, tức là $-3x^2 + 2\sqrt{3}x - 1 < 0$ với mọi $x \neq \frac{\sqrt{3}}{3}$).

Suy ra bất phương trình có nghiệm duy nhất $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

c) Tam thức $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ có $\Delta = 2 > 0$ nên $f(x)$ có hai nghiệm $x_1 = 1 - \sqrt{2}$ và $x_2 = 1 + \sqrt{2}$.

Mặt khác $a = -1 < 0$, do đó ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	$1-\sqrt{2}$	$1+\sqrt{2}$	$+\infty$			
$f(x)$		-	0	+	0	-	

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2})$.

Câu 7: Giải các bất phương trình bậc hai sau:

a) $x^2 - 1 \geq 0$; b) $x^2 - 2x - 1 < 0$;
c) $-3x^2 + 12x + 1 \leq 0$; d) $5x^2 + x + 1 \geq 0$.

Lời giải:

a) Dễ thấy $f(x) = x^2 - 1$ có $\Delta' = 1 > 0$, $a = 1 > 0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -1$; $x_2 = 1$.

Do đó ta có bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Nên bất phương trình $x^2 - 1 \geq 0$ có tập nghiệm là $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

b) Dễ thấy $g(x) = x^2 - 2x - 1$ có $\Delta' = 2 > 0, a = 1 > 0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1 - \sqrt{2}; x_2 = 1 + \sqrt{2}$.

Do đó ta có bảng xét dấu $g(x)$:

x	$-\infty$	$1-\sqrt{2}$	$1+\sqrt{2}$	$+\infty$	
$g(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Nên bất phương trình $x^2 - 2x - 1 < 0$ có tập nghiệm là $S = (1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2})$.

c) Dễ thấy $h(x) = -3x^2 + 12x + 1$ có $\Delta' = 39 > 0, a = -3 < 0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{6 + \sqrt{39}}{3}; x_2 = \frac{6 - \sqrt{39}}{3}$.

Do đó ta có bảng xét dấu $h(x)$:

x	$-\infty$	$\frac{6-\sqrt{39}}{3}$	$\frac{6+\sqrt{39}}{3}$	$+\infty$	
$h(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Nên bất phương trình $-3x^2 + 12x + 1 \leq 0$ có tập nghiệm là $S = \left(-\infty; \frac{6 - \sqrt{39}}{3}\right) \cup \left(\frac{6 + \sqrt{39}}{3}; +\infty\right)$.

d) $k(x) = 5x^2 + x + 1$ có $\Delta = -19 < 0$ và $a = 5 > 0$ nên $k(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Từ đó suy ra bất phương trình $5x^2 + x + 1 \geq 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

Câu 8: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$.

Lời giải:

Điều kiện: $x^2 - 2x + 5 \geq 0$

Xét tam thức vế trái có $\Delta' = -4 < 0$ và $a = 1 > 0$ nên $x^2 - 2x + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

Câu 9: Giải bất phương trình $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0$.

Lời giải:

Ta có $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x \leq -2 \\ x^2 - x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x + 2 \leq 0 \\ x^2 - x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{đúng } \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $T = \mathbb{R}$.

Câu 10: Giải bất phương trình: $\frac{x^2 + x - 1}{x - 2} > \frac{1}{x^2 - x} + \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{BPT} &\Leftrightarrow \frac{(x^2+x-1)(x^2-x)-(x-2)+x(x^3-2)}{x(x^2-3x+2)} > 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2}{x(x^2-3x+2)} > 0 \Leftrightarrow x(x^2-3x+2) > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1 \vee x > 2. \end{aligned}$$

Câu 11: Giải bất phương trình: $(x^2-4)(x^2+2x) \leq 3(x^2+4x+4)$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{BPT} &\Leftrightarrow (x+2)^2(x^2-2x) \leq 3(x+2)^2 \Leftrightarrow (x+2)^2(x^2-2x-3) \leq 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x^2-2x-3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -2 \vee -1 \leq x \leq 3. \end{aligned}$$

Câu 12: Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-4x+3 > 0 \\ x^2-6x+8 > 0 \end{cases}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x^2-4x+3 > 0 \\ x^2-6x+8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty) \\ x \in (-\infty; 2) \cup (4; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (4; +\infty).$$

Câu 13: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2-3x+2} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$.

Lời giải:

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} x^2-3x+2 \geq 0 \\ x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 2 \end{cases} \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x \leq 1 \\ x \geq 2 \end{cases}.$$

Câu 14: Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2+4x+3 \geq 0 \\ 2x^2-x-10 \leq 0 \\ 2x^2-5x+3 > 0 \end{cases}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x^2+4x+3 \geq 0 \\ 2x^2-x-10 \leq 0 \\ 2x^2-5x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 1 \end{cases} \\ -2 \leq x \leq \frac{5}{2} \\ \begin{cases} x < 1 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 1 \\ \frac{3}{2} < x < \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Câu 15: Tìm các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai $x^2+(m+1)x+2m+3$ dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải:

Đặt $f(x) = x^2+(m+1)x+2m+3$ có hệ số $a=1 > 0$.

Ta có $\Delta = (m+1)^2 - 4(2m+3) = m^2 - 6m - 11$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 6m - 11 < 0 \Leftrightarrow 3 - 2\sqrt{5} < m < 3 + 2\sqrt{5}$.

Câu 16: Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải:

Vì hệ số $a = 1 > 0$, nên bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\Delta' = (m-2)^2 - (2m-1) \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 5$.

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị của m để biểu thức $f(x) = -x^2 - 2x - m$ luôn âm.

Lời giải:

Ta có: $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = 1 - m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$.

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $3x^2 - 2(m+1)x - 2m^2 + 3m - 2 \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải:

$3x^2 - 2(m+1)x - 2m^2 + 3m - 2 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 + 3(2m^2 - 3m + 2) \leq 0 \Leftrightarrow 7m^2 - 7m + 7 \leq 0$ bpt vô nghiệm.

Vậy không có m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 19: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(m-1)x^2 - 2(m-2)x + 2 - m}}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải:

$(m-1)x^2 - 2(m-2)x + 2 - m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \quad (1).$

TH 1: $m-1=0 \Leftrightarrow m=1 \Rightarrow 2x+1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (Sai).

TH 2: $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Khi đó $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ \Delta' = (m-2)^2 - (m-1)(2-m) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 2m^2 - 7m + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ \frac{3}{2} < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < m < 2$.

Vậy $\frac{3}{2} < m < 2$.

Câu 20: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 \leq 0$ vô nghiệm.

Lời giải:

BPT có vô nghiệm $\Leftrightarrow x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = (m-2)^2 - 2m + 1 < 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 5$.

Câu 21: Tìm m để mọi $x \in [-1; 1]$ đều là nghiệm của bất phương trình $3x^2 - 2(m+5)x - m^2 + 2m + 8 \leq 0$.

Lời giải:

Ta có $3x^2 - 2(m+5)x - m^2 + 2m + 8 = 0(1) \Leftrightarrow x = m+2$ hoặc $x = \frac{4-m}{3}$

$$\text{TH 1: } m+2 > \frac{4-m}{3} \Leftrightarrow 3m+6 > 4-m \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$$

$$\text{Ta có, bất phương trình (1)} \Leftrightarrow \frac{4-m}{3} \leq x \leq m+2.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình (1) là } \left[\frac{4-m}{3}; m+2 \right]$$

Suy ra mọi $x \in [-1; 1]$ đều là nghiệm của bất phương trình (1)

$$\text{khi và chỉ khi } [-1; 1] \subset \left[\frac{4-m}{3}; m+2 \right] \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \geq \frac{4-m}{3} \\ 1 \leq m+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 7 \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 7$$

Kết hợp với điều kiện $m > -\frac{1}{2}$ ta có $m \geq 7$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

$$\text{TH 2: } m+2 < \frac{4-m}{3} \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2} \text{ ta có}$$

$$\text{Bất phương trình (1)} \Leftrightarrow m+2 \leq x \leq \frac{4-m}{3}$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình (1) là } \left[m+2; \frac{4-m}{3} \right]$$

Suy ra mọi $x \in [-1; 1]$ đều là nghiệm của bất phương trình (1)

$$\text{khi và chỉ khi } [-1; 1] \subset \left[m+2; \frac{4-m}{3} \right] \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \geq m+2 \\ 1 \leq \frac{4-m}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -3$$

Kết hợp với điều kiện $m < -\frac{1}{2}$ ta có $m \leq -3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

TH 3: $m = -\frac{1}{2}$ ta có bất phương trình (1) $\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ nên $m = -\frac{1}{2}$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $m \in (-\infty; -3] \cup [7; +\infty)$ là giá trị cần tìm.

Câu 22: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Lời giải:

Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 \neq 0 \\ (m-3)^2 - 4(m-3)(m+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ (m-3)(3m+7) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{3} < m < 3.$$

Câu 23: Tìm tham số m để phương trình $(m+2)x^2 - 3x + 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

Lời giải:

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow (m+2)(2m-3) < 0 \Leftrightarrow -2 < m < \frac{3}{2}.$$

Câu 24: Tìm m để phương trình $(m+1)x^2 - 2(m+2)x + m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 2$.

Lời giải:

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi

$$\begin{cases} m+1 \neq 0 \\ (m+2)^2 - (m+1)(m-1) > 0 \\ m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ 4m+5 > 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m > -\frac{5}{4} \\ m \neq 1 \end{cases} \quad (1).$$

Theo định lí Viet:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m+2)}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-1}{m+1} \end{cases}.$$

Khi đó: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 2 \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} > 0 \Leftrightarrow \frac{\frac{2(m+2)}{m+1} - 2\frac{m-1}{m+1}}{\frac{m-1}{m+1}} > 0 \Leftrightarrow \frac{6}{m-1} > 0 \Leftrightarrow m > 1 \quad (2).$

Từ (1); (2) $\Rightarrow m > 1$.

Câu 25: Tìm m để phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1 x_2 < 1$.

Lời giải:

Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \neq 0 \\ 1 > 0, \forall m \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1 \quad (*)$

Khi đó, theo định lý Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-2)}{m-1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-3}{m-1} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_1 x_2 < 1 \Leftrightarrow \frac{2(m-2)}{m-1} + \frac{m-3}{m-1} < 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(m-2)}{m-1} + \frac{m-3}{m-1} - \frac{m-1}{m-1} < 0 \Leftrightarrow \frac{2m-6}{m-1} < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3 \text{ (thỏa } (*)) \text{.}$$

Vậy $1 < m < 3$.

Câu 26: Cho hàm số $y = (m-2)x^2 - 3mx + 2m - 3$ (m là tham số). Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho gốc tọa độ O nằm giữa A và B .

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm là $(m-2)x^2 - 3mx + 2m - 3 = 0$

Điều kiện để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho gốc tọa độ O nằm giữa A và B là $x_A \cdot x_B < 0 \Leftrightarrow (2m-3)(m-2) < 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2} < m < 2$.

Câu 27: Một vật được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới từ độ cao $320m$ với vận tốc ban đầu $v_0 = 20m/s$. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giây, vật đó cách mặt đất không quá $100m$? Giả thiết rằng sức cản của không khí là không đáng kể.

Lời giải:

Với $g = 10m/s^2$ ta có phương trình chuyển động $h(t) = 5t^2 + 20t - 320$. Vật cách mặt đất không quá $100m$, tức là $-100 < h(t) = 5t^2 + 20t - 320 < 0$.

Sử dụng MTCT ta được $-2 + 4\sqrt{3} < t < -2 + 2\sqrt{17}$.

Câu 28: Một công ty đồ gia dụng sản xuất bình đựng nước thấy rằng khi đơn giá của bình đựng nước là x nghìn đồng thì doanh thu R (tính theo đơn vị nghìn đồng) sẽ là $R(x) = -560x^2 + 50000x$.

a) Theo mô hình doanh thu này, thì đơn giá nào là quá cao dẫn đến doanh thu từ việc bán bình đựng nước bằng 0 (tức là sẽ không có người mua)?

b) Với khoảng đơn giá nào của bình đựng nước thì doanh thu từ việc bán bình đựng nước vượt mức 1 tỉ đồng?

Lời giải:

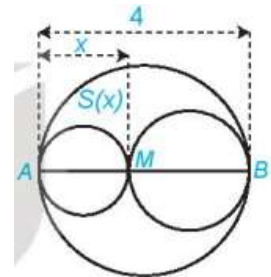
a) Theo mô hình doanh thu này, thì đơn giá quá cao dẫn đến doanh thu từ việc bán bình đựng nước bằng 0 (tức là sẽ không có người mua) là giá trị x thỏa mãn

$$R(x) = 0 \Leftrightarrow -560x^2 + 50000x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 (\text{loại}) \\ x = \frac{625}{7} \approx 89,29 (\text{nghìn}) \end{cases}$$

b) Với khoảng đơn giá của bình đựng nước thì doanh thu từ việc bán bình đựng nước vượt mức 1 tỉ đồng là giá trị x thỏa mãn

$$R(x) \geq 1000000 \Leftrightarrow -560x^2 + 50.000x > 1.000.000 \Leftrightarrow 30,25 < x < 59,04.$$

Câu 29: Xét đường tròn đường kính $AB = 4$ và một điểm M di chuyển trên đoạn AB , đặt $AM = x$ (Hình vẽ). Xét hai đường tròn đường kính AM và MB . Kí hiệu $S(x)$ là diện tích phần hình phẳng nằm trong hình tròn lớn và nằm ngoài hai hình tròn nhỏ. Xác định các giá trị của x để diện tích $S(x)$ không vượt quá một nửa tổng diện tích hai hình tròn nhỏ.



Lời giải:

$$\text{Ta có } S_{(O;AB)} = \frac{\pi}{4} AB^2; S_{(O_1;AM)} = \frac{\pi}{4} x^2; S_{(O_2;MB)} = \frac{\pi}{4} (4-x)^2;$$

$$S_x = S_{(O;AB)} - S_{(O_1;AM)} - S_{(O_2;MB)} = \frac{\pi}{4} (AB^2 - x^2 - (4-x)^2) = \frac{\pi}{4} (-2x^2 + 8x)$$

$$S_x \leq \frac{1}{2} (S_{(O_1;AM)} + S_{(O_2;MB)}) \Rightarrow \frac{\pi}{4} (-2x^2 + 8x) \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{4} (x^2 + (4-x)^2)$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 12x + 8 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 0 < x \leq \frac{6-2\sqrt{3}}{3} \\ \frac{6+2\sqrt{3}}{3} \leq x < 4 \end{cases}.$$

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Biểu thức nào dưới đây là tam thức bậc hai?

A. $y = 1$.

B. $y = x$.

C. $y = x^2$.

D. $y = x^3$.

Câu 2: Với m là tham số bất kì, biểu thức nào dưới đây là tam thức bậc hai?

A. $y = m$.

B. $y = mx$.

C. $y = mx^2$.

D. $y = x^2 + m$.

Câu 3: Với m là tham số bất kì, biểu thức nào dưới đây là tam thức bậc hai?

A. $y = m$.

B. $y = mx$.

C. $y = (m^2 + 1)x^2$.

D. $y = mx^2 + m$.

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để biểu thức $f(x) = (m-2)x^2 + 5x + 9$ là tam thức bậc hai.

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m = 2$.

C. $m \neq 2$.

D. $m \neq 0$.

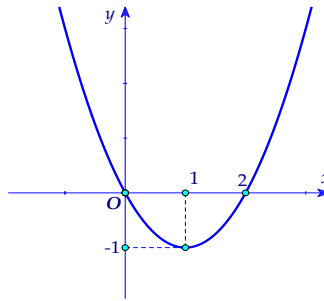
Lời giải:

Biểu thức $f(x) = (m-2)x^2 + 5x + 9$ là tam thức bậc hai khi: $m-2 \neq 0$.

Suy ra $m \neq 2$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 5: Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x) > 0, \forall x \in (0; 2)$.

B. $f(x) < 0, \forall x \in (0; 2)$.

C. $f(x) > 0, \forall x \in (1; +\infty)$.

D. $f(x) < 0, \forall x \in [0; 2]$.

Câu 6: Tam thức bậc hai nào dưới đây có bảng xét dấu như hình vẽ?

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$
$f(x)$		+	0	+

A. $y = x^2 - 2x$.

B. $y = x^2 + 2x$.

C. $y = x^2 - 4x$.

D. $y = -x^2 + 4x$.

Lời giải:

Kiểm tra các sự kiện: $a > 0$ và tam thức có hai nghiệm $x = 0, x = 4$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 7: Tam thức bậc hai nào dưới đây có bảng xét dấu như hình vẽ?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f(x)$		-	0	-

A. $y = x^2 - 2x$.

B. $y = -x^2 + 2x$.

C. $y = x^2 - 4x$.

D. $y = x^2 + 4x$.

Lời giải:

Kiểm tra các sự kiện: $a < 0$ và tam thức có hai nghiệm $x = 0, x = 2$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 8: Cho tam thức $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x) > 0, \forall x \in (1; 2)$.

B. $f(x) < 0, \forall x \in (1; 2)$.

C. $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

D. $f(x) < 0, \forall x \in [1; 2]$.

Lời giải:

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$		
$f(x)$		+	0	-	0	+

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 9: Cho tam thức $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

B. $f(x) < 0, \forall x \in (1; 2)$.

C. $f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

D. $f(x) \leq 0, \forall x \in [1; 2]$.

Lời giải:

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$		
$f(x)$		+	0	-	0	+

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 10: Tập hợp tất cả các giá trị của x để tam thức $y = -x^2 + 2x$ luôn âm là

A. $(0; 2)$.

B. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

C. $[0; 2]$.

D. $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải:

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y		-	0	+	0	-

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 11: Tập hợp tất cả các giá trị của x để tam thức $f(x) = x^2 - 2x$ luôn dương là

A. $(0; 2)$.

B. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

C. $[0; 2]$.

D. $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải:

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
$f(x)$		-	0	+	0	-

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 12: Tam thức nào dưới đây luôn âm với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $y = x^2 + x + 1$.

B. $y = -x^2 + x + 1$.

C. $y = -x^2 + x - 1$.

D. $y = -x^2 + 4x$.

Lời giải:

Bảng xét dấu $y = -x^2 + x - 1$:

x	$-\infty$	$+\infty$
y		-

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 13: Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $y = x^2 + x + 1.$

B. $y = x^2 - 2x + 1.$

C. $y = -x^2 + x - 1.$

D. $y = -x^2 + 4x.$

Lời giải:

Bảng xét dấu $y = x^2 + x + 1$:

x	$-\infty$	$+\infty$
y	+	

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 14: Một nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x - 3 > 0$ là

A. $x = 5.$

B. $x = 0.$

C. $x = -2.$

D. $x = 4.$

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x - 3 > 0$ là

A. $[-1; 3].$

B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty).$

C. $(-1; 3).$

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty).$

Lời giải:

Bảng xét dấu $f(x) = x^2 - 2x - 3$:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x - 3 \geq 0$ là

A. $[-1; 3].$

B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty).$

C. $(-1; 3).$

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty).$

Lời giải:

Bảng xét dấu $f(x) = x^2 - 2x - 3$:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x - 3 \leq 0$ là

A. $[-1; 3].$

B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty).$

C. $(-1; 3).$

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty).$

Lời giải:

Bảng xét dấu $f(x) = x^2 - 2x - 3$:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 3 > 0$ là

A. $\emptyset.$

B. $\mathbb{R}$

C. $(1; 3).$

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty).$

Lời giải:

Bảng xét dấu $f(x) = x^2 - 2x + 3$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x + 3 \geq 0$ là

A. $\emptyset.$

B. $\mathbb{R}$

C. $(1; 3).$

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty).$

Lời giải:

Bảng xét dấu $f(x) = x^2 - x + 3$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	

$\Rightarrow$ Chọn đáp án B.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - x + 3 < 0$ là

A. $\emptyset$.

B. $\mathbb{R}$

C. $(1; 3)$.

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Lời giải:

Bảng xét dấu $f(x) = x^2 - x + 3$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	+	

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ là

A. $\emptyset$.

B. $\mathbb{R}$

C. $(1; 3)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải:

Bảng xét dấu $f(x) = x^2 - 2x + 1$:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	+	0	+

$\Rightarrow$ Chọn đáp án B.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 1 > 0$ là

A. $\emptyset$.

B. $\mathbb{R}$

C. $\{1\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải:

Bảng xét dấu $f(x) = x^2 - 2x + 1$:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	+	0	+

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 1 < 0$ là

A. $\emptyset$.

B. $\mathbb{R}$

C. $\{1\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải:

Bảng xét dấu $f(x) = x^2 - 2x + 1$:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	+	0	+

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 1 \leq 0$ là

A. $\emptyset$.

B. $\mathbb{R}$

C. $\{1\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải:

Bảng xét dấu $f(x) = x^2 - 2x + 1$:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
-----	-----------	---	-----------

y	$+$	0	$+$
-----	-----	-----	-----

⇒ **Chọn đáp án C.**

Câu 25: Bất phương trình $x^2 - 3x - 4 \leq 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- A. 6. B. 5. **C. 4.** D. 2.

Lời giải:

Đặt $f(x) = x^2 - 3x - 4$. Xét $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -1 \end{cases}$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu, $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 4]$.

Vậy bất phương trình $x^2 - 3x - 4 \leq 0$ có 4 nghiệm nguyên dương.

⇒ **Chọn đáp án C.**

Câu 26: Bất phương trình nào dưới đây có nghiệm?

- A. $x^2 + 2x + 1 < 0$. B. $x^2 + 2x + 3 \leq 0$. C. $x^2 + 3x + 4 < 0$. **D. $x^2 - 2x \leq 0$.**

Lời giải:

Ta có: $x^2 - 2x \leq 0 \Leftrightarrow x \in [0; 2]$.

⇒ **Chọn đáp án D.**

Câu 27: Bất phương trình nào dưới đây có nghiệm?

- A. $x^2 + 2x + 1 < 0$. B. $x^2 + 2x + 3 \leq 0$. C. $x^2 + 3x + 4 < 0$. **D. $x^2 - 2x + 1 \leq 0$.**

Lời giải:

Ta có: $x^2 - 2x + 1 \leq 0 \Leftrightarrow x = 1$.

⇒ **Chọn đáp án D.**

Câu 28: Bất phương trình nào dưới đây **vô nghiệm**?

- A. $x^2 + 2x \geq 0$. **B. $x^2 + 2x + 3 \leq 0$.** C. $x^2 - 4 < 0$. D. $x^2 > 0$.

Lời giải:

Ta có: $x^2 + 2x + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên bất phương trình $x^2 + 2x + 3 \leq 0$ vô nghiệm.

⇒ **Chọn đáp án B.**

Câu 29: Bất phương trình nào sau đây **vô nghiệm**?

- A. $x^2 \geq 0$. B. $x^2 \leq 0$. C. $x^2 > 0$. **D. $x^2 < 0$.**

Câu 30: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4}$ là

- A. $(-2; 2)$. B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. C. $[-2; 2]$. **D. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.**

Lời giải:

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

⇒ **Chọn đáp án D.**

Câu 31: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2x+7}{\sqrt{4-x^2}}$ là

A. $(-2; 2)$.

B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

C. $[-2; 2]$.

D. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải:

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 32: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-1} + 2\sqrt{9-x^2}$ là

A. $[1; 3]$.

B. $[1; +\infty)$.

C. $[-3; 3]$.

D. $[3; +\infty)$.

Lời giải:

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - x^2 \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [-3; 3] \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [1; 3].$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [1; 3]$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 33: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{9-x}}{\sqrt{x-1} + \sqrt{4-x^2} + 10}$ là

A. $[1; 2]$.

B. $[2; +\infty)$.

C. $[1; 9]$.

D. $[1; 2)$.

Lời giải:

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - x \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \\ 4 - x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 9 \\ x \geq 1 \\ x \in [-2; 2] \end{cases} \Leftrightarrow x \in [1; 2].$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [1; 2]$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $(x^2 - x + 3)(x^2 - 4) > 0$ là

A. $[-2; 2]$.

B. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải:

Đặt $M = (x^2 - x + 3)(x^2 - 4)$.

Ta có:

+) $x^2 - x + 3 = 0$ (vô nghiệm)

+) $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

Bảng xét dấu biểu thức M :

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
x^2-x+3	+			+	
x^2-4	+	0	-	0	+
M	+	0	-	0	+

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 35: Tập nghiệm của bất phương trình $(x^2 - 2x + 4)(x^2 - 2x) \geq 0$ là

A. $[0; 2]$.

B. $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải:

Đặt $M = (x^2 - 2x + 4)(x^2 - 2x)$.

Ta có:

+) $x^2 - 2x + 4 = 0$ (vô nghiệm)

+) $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng xét dấu biểu thức M :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$x^2 - 2x + 4$	+	+	+	+
$x^2 - 2x$	+	0	-	+
M	+	0	-	+

$\Rightarrow$ Chọn đáp án B.

Câu 36: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(x^2 - 2x)(x^2 - 9) \leq 0$ là

A. Vô số.

B. 0.

C. 5.

D. 7.

Lời giải:

Đặt $M = (x^2 - 2x)(x^2 - 9)$.

Ta có:

+) $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

+) $x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$.

Bảng xét dấu biểu thức M :

x	$-\infty$	-3	0	2	3	$+\infty$
$x^2 - 2x$	+	+	0	-	+	+
$x^2 - 9$	+	0	-	-	0	+
M	+	0	-	0	-	+

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = [-3; 0] \cup [2; 3] \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x \in \{-3; -2; -1; 0; 2; 3\}$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Câu 37: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 16} \leq 0$ là

A. Vô số.

B. 0.

C. 6.

D. 8.

Lời giải:

Đặt $M = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 16}$.

Ta có:

+) $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

+) $x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$.

Bảng xét dấu biểu thức M :

x	$-\infty$	-4	1	3	4	$+\infty$
$x^2 - 2x$	+	+	0	-	0	+

$x^2 - 9$	+	0	-	-	-	0	+
M	+		-	0	+	0	-

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-4; 1] \cup [3; 4) \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 3\}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 38: Cho biểu thức $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{1 - 2x}$. Khoảng nào dưới đây của x thì $f(x) > 0$?

- A.** $\left(\frac{3}{4}; 2\right)$. **B.** $\left(-2; \frac{1}{2}\right)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $(-2; 3)$.

Lời giải:

$$\text{Xét } x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\text{Xét } 1 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	$\frac{1}{2}$	3	$+\infty$	
$x^2 - x - 6$	+	0	-	-	0	+
$1 - 2x$	+		+	0	-	-
$f(x)$	+	0	-	+	0	-

Từ bảng xét dấu, $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup \left(\frac{1}{2}; 3\right)$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 39: Với x thuộc tập hợp nào sau đây thì $f(x) = \frac{x-1}{x+2} - \frac{x+2}{x-1}$ không âm?

- A.** $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(-2; +\infty)$. **C.** $\left(-2; -\frac{1}{2}\right) \cup (-2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -2) \cup \left[-\frac{1}{2}; 1\right)$.

Lời giải:

$$f(x) = \frac{x-1}{x+2} - \frac{x+2}{x-1} = \frac{x^2 - 2x + 1 - x^2 - 4x - 4}{(x+2)(x-1)} = \frac{-6x - 3}{(x+2)(x-1)}.$$

$$\text{Suy ra } f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup \left[-\frac{1}{2}; 1\right).$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên thỏa mãn bất phương trình $\frac{x^2}{x-2} \leq x+1$?

- A.** 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải:

Điều kiện: $x \neq 2$.

$$\text{Ta có } \frac{x^2}{x-2} \leq x+1 \Leftrightarrow \frac{x^2 - (x-2)(x+1)}{x-2} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x+2}{x-2} \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x < 2.$$

Vậy có 4 số nguyên thỏa mãn bất phương trình đã cho.

⇒ **Chọn đáp án A.**

Câu 41: Biết tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2 - 3x + 4}{2x - 1} \geq x + 1$ là $S = (-\infty; a] \cup (b; c]$, giá trị của $a + 2b + c$ là

A. 1.

B. 3.

C. -2.

D. -3.

Lời giải:

Điều kiện: $2x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{2}$.

Ta có: $\frac{x^2 - 3x + 4}{2x - 1} \geq x + 1 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 3x + 4}{2x - 1} - (x + 1) \geq 0$

$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 3x + 4 - (x + 1)(2x - 1)}{2x - 1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2 - 4x + 5}{2x - 1} \geq 0 \quad (1)$

Xét dấu:

x	$-\infty$		-5		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
VT(1)		+	0	-		+	0	-	

Từ bảng xét dấu, suy ra tập nghiệm $S = (-\infty; -5] \cup \left(\frac{1}{2}; 1\right]$

$\Rightarrow a = -5; b = \frac{1}{2}; c = 1 \Rightarrow a + 2b + c = -3.$

⇒ **Chọn đáp án D.**

Câu 42: Tìm tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x^2 + x - 6 > 0 \\ 3x^2 - 10x + 3 > 0 \end{cases}$.

A. $(-\infty; -2) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. **B. $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.** C. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (3; +\infty)$. D. $(-2; 3)$.

Lời giải:

Ta có $\begin{cases} 2x^2 + x - 6 > 0 \\ 3x^2 - 10x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \vee x > \frac{3}{2} \\ x < \frac{1}{3} \vee x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > 3 \end{cases}$.

⇒ **Chọn đáp án B.**

Câu 43: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số b với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

C. $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \neq \frac{-b}{2a}$.

D. $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 44: Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $\Delta = b^2 - 4ac$. Tìm điều kiện Δ để $f(x)$ cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $\Delta > 0$. B. $\Delta = 0$. C. $\Delta < 0$. D. $\Delta \geq 0$.

Câu 45: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c, (a; b; c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ với $\Delta = b^2 - 4ac$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$. B. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.
C. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$. D. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$.

Câu 46: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c, (a; b; c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ với $\Delta = b^2 - 4ac$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$. B. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$.
C. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$. D. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Câu 47: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c, (a; b; c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ với $\Delta = b^2 - 4ac$. Điều kiện cần và đủ để $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Câu 48: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c, (a; b; c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ với $\Delta = b^2 - 4ac$. Điều kiện cần và đủ để $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Câu 49: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - mx + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt là

- A. $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$. B. $(0; 4)$. C. $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$. D. $[0; 4]$.

Lời giải:

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 50: Điều kiện cần và đủ của tham số m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 4m+1$ đổi dấu hai lần là

- A. $0 < m < 12$. B. $m < 0$ hoặc $m > 12$. C. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 12$. D. $m > 0$.

Lời giải:

Để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 4m+1$ đổi dấu hai lần thì $\Delta > 0$

$$\Leftrightarrow (m+2)^2 - 4(4m+1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 12m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 12 \end{cases}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 51: Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $mx^2 - 2mx + 4 = 0$ vô nghiệm?

A. $0 < m < 4$.

B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$.

C. $0 \leq m \leq 4$.

D. $0 \leq m < 4$.

Lời giải:

TH: $m = 0$

Phương trình cho trở thành $0x^2 + 0x + 4 = 0$ (vô nghiệm). Nhận $m = 0$.

TH: $m \neq 0$

Để phương trình cho vô nghiệm thì $\Delta' = m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Hợp 2 trường hợp, ta được $0 \leq m < 4$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 52: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - mx + m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu là

A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

D. $[-1; 1]$.

Lời giải:

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 1(m^2 - 1) < 0 \Leftrightarrow m \in (-1; 1)$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 53: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 2mx + m$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

A. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

D. $[0; 1]$.

Lời giải:

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - m < 0 \Leftrightarrow m \in (0; 1)$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 54: Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 2mx + 2m^2 - m$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

A. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

D. $[0; 1]$.

Lời giải:

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m - m^2 \leq 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 55: Cho $f(x) = mx^2 - 2mx + 4$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

A. $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

B. $(0; 4)$.

C. $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$.

D. $[0; 4)$.

Lời giải:

TH 1: $m = 0: f(x) = 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (đúng) $\Rightarrow m = 0$ thỏa mãn.

TH 2: Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 - 4m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (0; 4)$.

Vậy $m \in [0; 4)$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

- Câu 56:** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x - m^2 + 5m}$ xác định trên $\mathbb{R}$ là
A. $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$. **B.** $(1; 4)$. **C.** $[1; 4]$. **D.** $[-1; 1]$.

Lời giải:

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2 - 4x - m^2 + 5m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4 - (-m^2 + 5m) \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 5m + 4 \leq 0 \Leftrightarrow m \in [1; 4].$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

- Câu 57:** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{4x+7}{\sqrt{x^2 - 4x - m^2 + 5m}}$ xác định trên $\mathbb{R}$ là
A. $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$. **B.** $(1; 4)$. **C.** $[1; 4]$. **D.** $[-1; 1]$.

Lời giải:

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2 - 4x - m^2 + 5m > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4 - (-m^2 + 5m) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 5m + 4 < 0 \Leftrightarrow m \in (1; 4).$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

- Câu 58:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - (m+2)x + 8m + 1 \leq 0$ vô nghiệm.

- A.** $m \in [0; 28]$. **B.** $m \in (0; 28)$.
C. $m \in (-\infty; 0) \cup (28; +\infty)$. **D.** $m \in (-\infty; 0] \cup [28; +\infty)$.

Lời giải:

Bất phương trình $x^2 - (m+2)x + 8m + 1 \leq 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow x^2 - (m+2)x + 8m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Điều kiện: } \Delta < 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 - 4(8m+1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 28 \end{cases}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

- Câu 59:** Tìm số giá trị nguyên của m để bất phương trình $x^2 - 2mx + 3m - 2 \leq 0$ vô nghiệm.
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải:

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 3m - 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = m^2 - 3m + 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 2.$$

Do đó không có giá trị nguyên nào của m thỏa mãn điều kiện bài ra.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

- Câu 60:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \leq 0 \\ x - m \geq 0 \end{cases}$ có nghiệm.
A. $m < 1$. **B.** $1 \leq m \leq 4$. **C.** $m > 4$. **D.** $m \leq 4$.

Lời giải:

$$\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \leq 0 \\ x - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [1; 4] \\ x \in [m; +\infty) \end{cases}.$$

Hệ đã cho có nghiệm khi $[1; 4] \cap [m; +\infty) \neq \emptyset \Leftrightarrow m \leq 4$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 61: Giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4 \leq 0 \\ m + 4 \leq 2x \end{cases}$ vô nghiệm là

A. $m \geq 0$.

B. $m > 0$.

C. $m < 0$.

D. $m \leq 0$.

Lời giải:

+ Xét bất phương trình (1): $x^2 - 4 \leq 0$.

Ta có: $x^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow |x| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$.

Vậy bất phương trình (1) có tập nghiệm là $S_1 = [-2; 2]$.

+ Xét bất phương trình (2): $m + 4 \leq 2x$.

Ta có $m + 4 \leq 2x \Leftrightarrow x \geq \frac{m+4}{2}$.

Vậy bất phương trình (2) có tập nghiệm là $S_2 = \left[\frac{m+4}{2}; +\infty \right)$.

+ Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4 \leq 0 \\ m + 4 \leq 2x \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

$$S_1 \cap S_2 = \emptyset \Leftrightarrow \frac{m+4}{2} > 2 \Leftrightarrow m > 0.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 62: Cho biểu thức $f(x) = x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3$. Tìm điều kiện của tham số m để $f(x) \leq 0$ thỏa mãn với mọi $x \in [-1; 2]$.

A. $m > 2$.

B. $m \in \emptyset$.

C. $m \leq 1$.

D. $m \geq 2$.

Lời giải:

Xét biểu thức $f(x) = x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3$ là tam thức bậc hai

$$\Delta' = (m-1)^2 - (2m-3) = (m-2)^2 \geq 0, \forall m \in \mathbb{R}$$

Nếu $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = 2 \Rightarrow f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R} \Rightarrow m = 2$ không thỏa mãn bài toán.

Nếu $m \neq 2 \Rightarrow \Delta' > 0 \Rightarrow$ tam thức bậc hai có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$).

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = 2m - 3 \end{cases} \text{ và } f(x) \leq 0, \forall x \in [-1; 2] \Leftrightarrow [-1; 2] \subset [x_1; x_2]$$

$$\Leftrightarrow x_1 \leq -1 < 2 \leq x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 + 1)(x_2 + 1) \leq 0 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 x_2 + (x_1 + x_2) + 1 \leq 0 \\ x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 3 + (2m - 2) + 1 \leq 0 \\ 2m - 3 - 2(2m - 2) + 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$$

Vậy không có giá trị tham số m thỏa mãn bài toán.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 63: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [0; 2022]$ để $\forall x \in [2; 4]$ đều là nghiệm bất phương trình $x^2 - (m+1)x + m \leq 0$?

A. 2022.

B. 2021.

C. 2020.

D. 2019.

Lời giải:

$$x^2 - (m+1)x + m \leq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-m) \leq 0 \quad (*)$$

Trường hợp 1: $m = 1$. Khi đó (*) trở thành: $(x-1)(x-1) \leq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow x = 1$

Do đó $m = 1$ không thỏa mãn

Trường hợp 2: $m > 1$. Khi đó (*) $\Leftrightarrow 1 \leq x \leq m$

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi $m \geq 4$. Kết hợp với điều kiện $m > 1$ ta có $m \geq 4$

Trường hợp 3: $m < 1$. Khi đó (*) $\Leftrightarrow m \leq x \leq 1$

Không có giá trị m thỏa mãn bởi vì $[2; 4] \not\subset [m; 1]$

Vậy $m \geq 4$ là điều kiện cần tìm. Mặt khác $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [0; 2022] \end{cases}$ nên $m \in \{4; 5; 6; \dots; 2022\}$.

Do đó có 2019 giá trị nguyên của m .

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 64: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\frac{x^2 + (m+1)x + 1}{x^2 + 2x + 5} \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 1.

Lời giải:

Ta có: $x^2 + 2x + 5 = (x+1)^2 + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\text{Do đó: } \frac{x^2 + (m+1)x + 1}{x^2 + 2x + 5} \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + (m+1)x + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ (m+1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1.$$

Vậy có 5 giá trị nguyên thỏa mãn bài toán là $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1\}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

HẾT

Huế, 15h30' Ngày 28 tháng 01 năm 2023