

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{-x+3}{2x-1}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại các giao điểm của nó với đường thẳng Δ có phương trình $y = -x - 2$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$. Tìm môđun của số phức $w = z + 2\bar{z} + 1$.

b) Giải phương trình $3^{2+x} + 3^{2-x} = 82$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 x(e^x + \frac{2}{x+1})dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1), B(3;5;2), C(3;1;-3)$. Lập phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với mặt phẳng (ABC) và lập phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Tính giá trị biểu thức $A = \sin^2(\alpha - \frac{\pi}{4}) + \cos^2(\alpha + \frac{\pi}{3})$, biết $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

b) Chương trình Táo Quân năm 2016 (Gặp nhau cuối năm) có một trò chơi tên là *Vòng quay kỳ diệu* dành cho các Táo tương tự như trò chơi truyền hình *Chiếc nón kỳ diệu* trên kênh VTV3. Chiếc nón có hình tròn được chia đều thành các ô hình quạt, trong đó có 10 ô có tên “*Tham nhũng*”, 4 ô có tên “*Trong sạch*” và 2 ô có tên “*Phản thưởng*”. Có 4 Táo (Kinh tế, Xã hội, Giáo dục và Tinh thần) cùng tham gia trò chơi này, mỗi Táo chỉ được quay ngẫu nhiên một lần. Tính xác suất để cả 4 Táo đều quay vào ô “*Trong sạch*”.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAC là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) , đường thẳng SB tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° , M là trung điểm cạnh BC . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SM, AC .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có $A(4;6)$. Gọi M, N lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh BC và CD sao cho $\widehat{MAN} = 45^\circ, M(-4;0)$ và đường thẳng MN có phương trình $11x + 2y + 44 = 0$. Tìm tọa độ các điểm B, C, D .

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x\sqrt{1-97y^2} + y\sqrt{1-97x^2} = \sqrt{97}(x^2 + y^2) \\ 27\sqrt{x} + 8\sqrt{y} = \sqrt{97} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

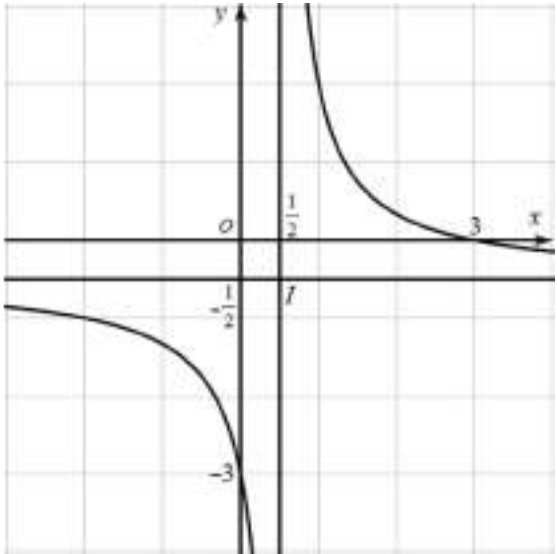
Câu 10 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $\left(\frac{a+b+c}{2016}\right)^2 \leq 4abc$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{a}}{a + \sqrt{bc}} + \frac{\sqrt{b}}{b + \sqrt{ca}} + \frac{\sqrt{c}}{c + \sqrt{ab}}.$$

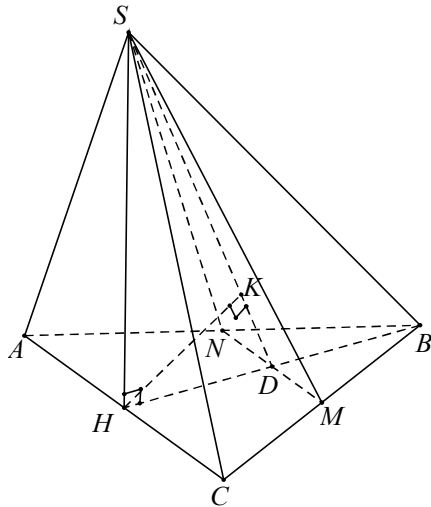
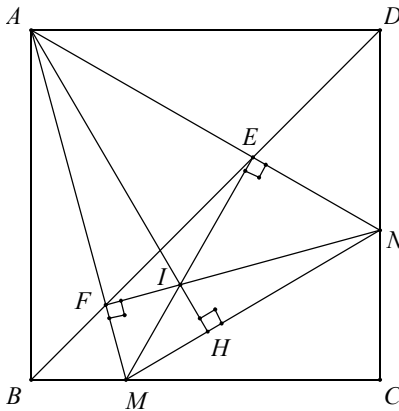
-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Câu	Đáp án (Trang 01)	Điểm												
1 (1,0đ)	- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$. - Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = \frac{-5}{(2x-1)^2}; y' < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; \frac{1}{2})$ và $(\frac{1}{2}; +\infty)$.	0,25												
	Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\frac{1}{2}$; tiệm cận ngang: $y = -\frac{1}{2}$. $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng: $x = \frac{1}{2}$.	0,25												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\frac{1}{2}$</td></tr></table>	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	y'		-	-	y	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$	0,25
	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$										
	y'		-	-										
y	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$-\frac{1}{2}$											
- Đồ thị: - Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; -3)$, cắt trục Ox tại điểm $(3; 0)$. - Đồ thị nhận điểm $I(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$ là giao của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng. 	0,25													
2 (1,0đ)	Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và Δ là $-x^3 + 3x - 2 = -x - 2$	0,25												
	$\Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = -2, x = 2$. Suy ra tọa độ các giao điểm của (C) và Δ là $A(0; -2), B(-2; 0)$ và $C(2; -4)$.	0,25												
	Ta có $y' = -3x^2 + 3$; Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại A, B, C lần lượt là $y'(0) = 3, y'(-2) = -9, y'(2) = -9$.	0,25												
	Phương trình tiếp tuyến của (C) tại A, B, C lần lượt là $y = 3x - 2, y = -9x - 18, y = -9x + 14$.	0,25												

Câu	Đáp án (Trang 02)	Điểm
3 (1,0đ)	a) Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Từ giả thiết suy ra $a + bi - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i$ $\Leftrightarrow -a - 3b + (-3a + 3b)i = 1 - 9i \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = 1 \\ -3a + 3b = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}. \text{ Do đó } z = 2 - i.$	0,25
	Ta có $w = z + 2\bar{z} + 1 = 2 - i + 2(2 + i) + 1 = 7 + i$. Suy ra $ w = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50}$.	0,25
	b) Phương trình đã cho tương đương với $9 \cdot 3^{2x} - 82 \cdot 3^x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 9 \\ 3^x = \frac{1}{9} \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$. Do đó nghiệm của phương trình đã cho là $x = 2; x = -2$.	0,25
4 (1,0đ)	Ta có $I = \int_0^1 x e^x dx + \int_0^1 \frac{2x}{x+1} dx$.	0,25
	$\int_0^1 x e^x dx = \int_0^1 x d e^x = x e^x \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - e^x \Big _0^1 = 1.$	0,25
	$\int_0^1 \frac{2x}{x+1} dx = \int_0^1 \left(2 - \frac{2}{x+1} \right) dx = \left(2x - 2 \ln x+1 \right) \Big _0^1 = 2 - 2 \ln 2.$	0,25
	Do đó $I = 3 - 2 \ln 2$.	0,25
5 (1,0đ)	Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 4; 1), \overrightarrow{AC} = (2; 0; -4)$ suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-16; 10; -8) \neq \vec{0}$. Do đó mặt phẳng (ABC) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = -\frac{1}{2}[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (8; -5; 4)$. Do $d \perp (ABC)$ nên d nhận $\vec{n}$ làm véc tơ chỉ phương.	0,25
	Đường thẳng d đi qua O và nhận $\vec{n}$ làm véc tơ chỉ phương, nên $d : \begin{cases} x = 8t \\ y = -5t \\ z = 4t \end{cases}$.	0,25
	Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu (S). Vì (S) đi qua bốn điểm O, A, B, C nên $\begin{cases} OI = AI \\ OI = BI \\ OI = CI \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 = (a-3)^2 + (b-5)^2 + (c-2)^2 \\ a^2 + b^2 + c^2 = (a-3)^2 + (b-1)^2 + (c+3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{11}{7} \\ b = \frac{41}{7} \\ c = -\frac{39}{14} \end{cases}.$	0,25
	Suy ra mặt cầu (S) có tâm $I\left(-\frac{11}{7}; \frac{41}{7}; -\frac{39}{14}\right)$, bán kính $R = OI = \sqrt{\frac{1247}{28}}$. Do đó $(S): \left(x + \frac{11}{7}\right)^2 + \left(y - \frac{41}{7}\right)^2 + \left(z + \frac{39}{14}\right)^2 = \frac{1247}{28}.$	0,25

Câu	Đáp án (Trang 03)	Điểm	
6 (1,0đ)	a) Với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, ta có $\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\frac{4}{5}$.	0,25	
	Ta có $A = \left(\sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} - \cos \alpha \sin \frac{\pi}{4} \right)^2 + \left(\cos \alpha \cos \frac{\pi}{3} - \sin \alpha \sin \frac{\pi}{3} \right)^2 = \frac{59 - 24\sqrt{3}}{100}$.	0,25	
	b) Số phần tử của không gian mẫu Ω là $n(\Omega) = 16^4$.	0,25	
	Gọi A là biến cố “Cả 4 Táo đều quay vào ô <i>Trong sạch</i> ”. Ta có $n(A) = 4^4$. Xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4^4}{16^4} = \frac{1}{256}$.	0,25	
7 (1,0đ)		Gọi H là trung điểm AC , theo giả thiết, ta có $SH \perp (ABC)$, góc giữa SB và $(ABCD)$ là $\widehat{SBH} = 60^\circ$, $SH = BH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$.	0,25
		$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$.	0,25
		Gọi N là trung điểm AB . Ta có $AC \parallel (SMN)$ nên $d(SM, AC) = d(H, (SMN))$. Gọi $D = BH \cap MN$, K là hình chiếu vuông góc của H trên SD . Ta có $MN \perp BH, MN \perp SH$ nên $MN \perp HK$. Suy ra $HK \perp (SMN)$. Do đó $d(H, (SMN)) = HK$.	0,25
		Tam giác SHB vuông tại H , có đường cao HK , nên $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HD^2} = \frac{52}{9a^2}$. Từ đó suy ra $d(SM, AC) = HK = \sqrt{\frac{9a^2}{52}} = \frac{3a\sqrt{13}}{26}$.	0,25
8 (1,0đ)		Gọi $E = BD \cap AN, F = BD \cap AM, I = ME \cap NF$. Ta có $\widehat{MAN} = \widehat{NDB} = \widehat{MBD} = 45^\circ$ nên hai tứ giác $ADNF, ABNE$ nội tiếp. Do đó $ME \perp AN, NF \perp AM$. Suy ra $AI \perp MN$. Gọi $H = AI \cap MN$. Ta có $ABME, MNEF$ là các tứ giác nội tiếp nên $\widehat{AMB} = \widehat{AEB} = \widehat{AMH}$. Suy ra $\triangle AMB = \triangle AMH$. Do đó B là đối xứng của H qua đường thẳng AM .	0,25
		Từ $AH \perp MN$ tại H , tìm được $H(-\frac{24}{5}; \frac{22}{5})$. Do B là đối xứng của H qua AM , nên tìm được $B(0; -2)$.	0,25
		Tìm được $BC: 2x + 4y + 8 = 0, CD: 2x - y + 18 = 0$ suy ra $C(-8; 2)$.	0,25
		Từ $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ ta tìm được $D(-4; 10)$.	0,25

Câu	Đáp án (Trang 04)	Điểm
9 (1,0đ)	$\begin{cases} x\sqrt{1-97y^2} + y\sqrt{1-97x^2} = \sqrt{97}(x^2 + y^2) & (1) \\ 27\sqrt{x} + 8\sqrt{y} = \sqrt{97} & (2). \end{cases}$ Điều kiện: $0 \leq x, y \leq \frac{1}{97}$. Thay $(x; y)$ bằng một trong các cặp số $(0; 0), (0; \frac{1}{\sqrt{97}}), (\frac{1}{\sqrt{97}}; 0), (\frac{1}{\sqrt{97}}; \frac{1}{\sqrt{97}})$ vào hệ (1), (2), ta thấy các cặp này đều không là nghiệm. Do đó $0 < x, y < \frac{1}{\sqrt{97}}$. Đặt $\sqrt{97}x = a, \sqrt{97}y = b$. Do $0 < x, y < \frac{1}{\sqrt{97}}$ nên $0 < a, b < 1$. Khi đó (1) trở thành $a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2} = a^2 + b^2 \Leftrightarrow a(a - \sqrt{1-b^2}) + b(b - \sqrt{1-a^2}) = 0$ $\Leftrightarrow (a^2 + b^2 - 1)\left(\frac{a}{a + \sqrt{1-b^2}} + \frac{b}{b + \sqrt{1-a^2}}\right) = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 1. \text{ Suy ra } x^2 + y^2 = \frac{1}{97}.$	0,25
	Với các số dương a_1, a_2, b_1, b_2, ta có $a_1b_1 + a_2b_2 \leq \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a_1b_2 = a_2b_1$. Thật vậy, $a_1b_1 + a_2b_2 \leq \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2} \Leftrightarrow (a_1b_1 + a_2b_2)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2) \Leftrightarrow (a_1b_2 - a_2b_1)^2 \geq 0.$ Do đó $27\sqrt{x} + 8\sqrt{y} \leq \sqrt{97}\sqrt{9x+4y} \leq \sqrt{97}\sqrt{\sqrt{97}(x^2+y^2)} = \sqrt{97}$ (do $x^2 + y^2 = \frac{1}{97}$). Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $4x = 9y$ và $x^2 + y^2 = \frac{1}{97}$.	0,25
	Do đó (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{1}{97} \\ 4x = 9y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{97} \\ y = \frac{4}{97} \end{cases}$.	0,25
	Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của hệ phương trình đã cho là $(x, y) = \left(\frac{9}{97}; \frac{4}{97}\right)$.	0,25
10 (1,0đ)	Theo bất đẳng thức Cô-si, ta có $P \leq \frac{\sqrt{a}}{2\sqrt{a}\sqrt{bc}} + \frac{\sqrt{b}}{2\sqrt{b}\sqrt{ca}} + \frac{\sqrt{c}}{2\sqrt{c}\sqrt{ab}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{\sqrt{bc}} + \frac{1}{\sqrt{ca}} \right).$	0,25
	Với các số thực x, y, z, ta có $(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \geq 0 \Leftrightarrow xy + yz + zx \leq x^2 + y^2 + z^2$. Do đó $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{\sqrt{bc}} + \frac{1}{\sqrt{ca}} \right) \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{c}} \right) = \frac{\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}}{2\sqrt{abc}} \leq \frac{a+b+c}{2\sqrt{abc}}$. Suy ra $P \leq \frac{a+b+c}{2\sqrt{abc}}.$	0,25
	Từ giả thiết, ta có $a+b+c \leq 4032\sqrt{abc}$. Do đó $P \leq 2016$.	0,25
	Với $a=b=c=\frac{1}{1344^2}$, ta có $P=2016$. Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 2016.	0,25

—————Hết—————